

Disertační práce

**ŘÍZENÍ SPOJITÝCH SYSTÉMŮ S DOPRAVNÍM ZPOŽDĚNÍM
RŮZNÝMI METODAMI**

Ing. Svatomír Vavruša

Školitel: prof. Ing. Petr Dostál, CSc.

Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně
Fakulta aplikované informatiky

Zlín, květen 2006

Poděkování:

Rád bych touto cestou poděkoval svému školiteli, profesorovi Petru Dostálovi za odborné vedení během celého studia v rámci doktorského studijního programu, jakož i za cenné rady a připomínky při zpracování disertační práce.

Resumé:

Disertační práce se zabývá řízením spojitých systémů s dopravním zpožděním na vstupu včetně systémů s integračními vlastnostmi a systémů nestabilních. Postup při návrhu řízení vychází ze vstupně-výstupního popisu řízeného systému a je založen na aproximaci dopravního zpoždění a aplikaci polynomiální metody spolu s metodou přiřazení pólů. Je použita konfigurace systému řízení se dvěma zpětnovazebními regulátory. Výsledné stabilní a ryzí regulátory jsou získány řešením polynomiálních rovnic s pravými stranami, jejichž tvar je dán zvolenou metodou přiřazení pólů. Jedna z použitých metod využívá i techniku LQ řízení. V práci jsou odvozeny vzorce pro výpočet parametrů regulátorů pro uvažované typy řízených systémů. Navržená metoda je otestována a porovnána s jinými metodami na sedmi typech regulovaných soustav.

Abstract:

This doctoral thesis is aimed at control of continuous systems with time delay on input including systems with integrating character and unstable systems. The procedure of control design results from input-output description of controlled system and is based on approximation of the time delay term and application of polynomial method together with pole assignment method. The control system configuration with two feedback controllers is considered. The resulting stable and proper controllers are obtained via polynomial equations with the right sides, which form is given by chosen pole assignment method. One of used method utilizes the LQ technique too. In this thesis, the formulas for computation of controller parameters are derived for considered types of controlled systems. The proposed method is tested and compared with other methods by seven types of the controlled systems.

Obsah

Úvod.....	19
1 Přehled současného stavu problematiky	21
2 Teoretická část.....	23
2.1 Systémy s dopravním zpožděním.....	23
2.1.1 Vliv dopravního zpoždění	23
2.1.2 Řízení systému s dopravním zpožděním – základní směry syntézy.....	27
2.1.2.1 Zanedbání složky dopravního zpoždění	28
2.1.2.2 Převedení systému s dopravním zpožděním na systém vyššího řádu	30
2.1.2.3 Aproximace dopravního zpoždění.....	31
2.1.2.4 Syntéza regulačního obvodu i se členem dopravního zpoždění.....	33
2.1.2.4.1. Přenos řízeného systému i s dopravním zpožděním	33
2.1.2.4.2. Tří-parametrový model řízeného systému	35
2.1.2.4.3. Smithův prediktor	36
2.1.2.5 Řízení systému s dopravním zpožděním - shrnutí	39
2.2 Popis některých metod pro řízení systémů s dopravním zpožděním	39
2.2.1 Metoda požadovaného modelu.....	39
2.2.2 Seřízení konvenčních regulátorů pro monotónní regulované soustavy s dopravním zpožděním.....	43
2.2.3 Metoda násobného dominantního pólu	46
2.2.4 Metoda inverze přenosu soustavy	49
2.2.5 Metoda optimálního modulu pro systém se zpožděním	51
2.2.6 Funkcionální modifikace metody vnitřního modelu	52
2.2.7 Modifikovaný Smithův regulátor pro regulaci soustav s dopravním zpožděním	56
2.2.8 Modifikovaný Smithův prediktor a regulátor pro procesy s dopravním zpožděním	61
2.2.9 Modifikovaný Smithův prediktor pro integrační a nestabilní procesy s dopravním zpožděním.....	64
2.2.10 Návrh PI-PD regulátoru využívající standardních tvarů	69
2.2.11 Cohen-Coonova metoda.....	73

2.2.12	Metoda vyváženého nastavení parametrů regulátoru	74
2.2.13	Åström-Hägglundova metoda	75
3	Cíle doktorské disertační práce	78
4	Syntéza založená na aproximaci dopravního zpoždění a polynomiální metodě... 79	
4.1	Aproximace dopravního zpoždění	79
4.1.1	Lineární aproximace přenosu	80
4.1.2	Kvadratické aproximace přenosu	83
4.1.3	Aproximace dopravního zpoždění – shrnutí	87
4.1.4	Výběr aproximace dopravního zpoždění.....	89
4.2	Návrh regulátoru využívající polynomiální přístup	90
4.2.1	Systém řízení se dvěma zpětnovazebními regulátory	92
4.2.2	Přehled uvažovaných typů regulovaných soustav s dopravním zpožděním	97
4.2.2.1	Stabilní FOTDS systém	97
4.2.2.2	ITDS systém.....	98
4.2.2.3	Stabilní SOTDS systém	98
4.2.2.4	Stabilní FOPITDS systém	99
4.2.2.5	Nestabilní FOTDS systém.....	99
4.2.2.6	Nestabilní SOTDS systém.....	100
4.2.2.7	Nestabilní FOPITDS systém.....	101
4.2.3	Odvození struktur a vztahů pro výpočet parametrů regulátorů	101
4.3	Volba polynomu $d(s)$ na pravé straně diofantické rovnice	109
4.3.1	Polynom složený ze zvolených kořenů	109
4.3.2	LQ technika.....	110
4.3.3	Polynom složený z polynomu $n(s)$ a ze zvolených kořenů	113
4.3.4	Polynom složený z polynomu $g(s)$ a ze zvolených kořenů	115
4.3.5	Volba polynomu $d(s)$ - shrnutí	117
4.4	Praktické příklady polynomiální syntézy.....	118
5	Porovnání výsledků.....	133
5.1	Stabilní FOTDS systém	134
5.2	ITDS systém.....	136
5.3	Stabilní SOTDS systém	139

5.4	Stabilní FOPITDS systém	141
5.5	Nestabilní FOTDS systém	144
5.6	Nestabilní SOTDS systém	146
5.7	Nestabilní FOPITDS systém	148
5.8	Perturovaný systém	150
5.9	Porovnání výsledků - shrnutí	151
6	Závěr	153
7	Publikační aktivity	155
8	Literatura.....	156
9	CV autora.....	159

Seznam obrázků

Obr. 1 – Systémy s dopravním zpožděním	23
Obr. 2 – Přechodová charakteristika systému	24
Obr. 3 – Vstupní signál systému	25
Obr. 4 – Systém s dopravním zpožděním	25
Obr. 5 – Frekvenční charakteristika vlastního dopravního zpoždění.....	26
Obr. 6 – Frekvenční charakteristika systému.....	27
Obr. 7 – Odezva s regulátorem vypočteným na základě zanedbaného dopravního zpoždění	29
Obr. 8 – Odezva s regulátorem vypočteným na základě nahrazeného přenosu.....	31
Obr. 9 – Odezva regulátoru navrženého pomocí aproximovaného přenosu.....	32
Obr. 10 – Odezva regulátoru navrženého metodou požadovaného modelu	34
Obr. 11 – Odezva regulátoru navrženého pomocí tří-parametrového modelu.....	36
Obr. 12 – Smithův prediktor	36
Obr. 13 – Odezva pro Smithův prediktor.....	38
Obr. 14 – Odezva pro Smithův prediktor s 5% odchylkou T_d v modelu regul. soustavy ...	38
Obr. 15 – Schéma regulačního obvodu.....	40
Obr. 16 – Vznik G_o k G_{wy}	41
Obr. 17 – Blokové schéma použití kompenzačního členu $L(s)$	51
Obr. 18 – Blokové schéma řízení s vnitřním modelem	53
Obr. 19 – Schéma regulačního obvodu s modifikovaným Smithovým regulátorem.....	57
Obr. 20 – Schéma regulačního obvodu s modifikovaným Smithovým regulátorem 2.....	62
Obr. 21 – Schéma regulačního obvodu s modifikovaným Smithovým regulátorem 3.....	65
Obr. 22 – Schéma regulačního obvodu s PI-PD regulátorem.....	69
Obr. 23 – Optimální hodnoty J_1 a J_2 a odpovídající koeficienty f vůči c_1 pro $G_{14}(s)$	72
Obr. 24 – Přechodové charakteristiky lineárních aproximací.....	82
Obr. 25 – Frekvenční charakteristiky lineárních aproximací.....	82
Obr. 26 – Přechodové charakteristiky kvadr. aproximací systému se setrvačností 1.řádu ..	85
Obr. 27 – Frekvenční charakteristiky kvadr. aproximací systému se setrvačností 1.řádu ...	85
Obr. 28 – Přechodové charakteristiky kvadr. aproximací systému se setrvačností 2.řádu ..	86

Obr. 29 – Frekvenční charakteristiky kvadr. aproximací systému se setrvačností 2.řádu ...	87
Obr. 30 – 1DOF konfigurace systému řízení	92
Obr. 31 – 2DOF konfigurace systému řízení	92
Obr. 32 – Modifikovaná Ortegově-Kellyho konfigurace.....	93
Obr. 33 – Vliv parametru β_i na přechodový děj	119
Obr. 34 – Vliv parametru β_2 na přechodový děj	120
Obr. 35 – Odezva 1DOF a 2DOF konfigurace systému řízení	120
Obr. 36 – Vliv parametru φ na přechodový děj	121
Obr. 37 – Vliv parametru φ na akční veličinu.....	122
Obr. 38 – Vliv volby polynomu $d(s)$ pro ITDS systém ($T_d = 2$).....	123
Obr. 39 – Vliv volby polynomu $d(s)$ pro ITDS systém ($T_d = 4$).....	123
Obr. 40 – Vliv volby polynomu $d(s)$ pro stabilní FOTDS systém ($T_d = 4$).....	124
Obr. 41 – Vliv volby polynomu $d(s)$ pro stabilní FOTDS systém ($T_d = 12$).....	124
Obr. 42 – Vliv volby polynomu $d(s)$ pro nestabilní FOTDS systém ($T_d = 2$).....	125
Obr. 43 – Vliv volby polynomu $d(s)$ pro nestabilní FOTDS systém ($T_d = 4$).....	126
Obr. 44 – Vliv volby polynomu $d(s)$ pro stabilní FOPITDS systém ($T_d = 4$).....	127
Obr. 45 – Vliv volby polynomu $d(s)$ pro stabilní FOPITDS systém ($T_d = 8$).....	127
Obr. 46 – Vliv volby polynomu $d(s)$ pro nestabilní FOPITDS systém ($T_d = 2$).....	128
Obr. 47 – Vliv volby polynomu $d(s)$ pro nestabilní FOPITDS systém ($T_d = 4$).....	128
Obr. 48 – Vliv volby polynomu $d(s)$ pro stabilní SOTDS systém ($T_d = 4$).....	129
Obr. 49 – Vliv volby polynomu $d(s)$ pro stabilní SOTDS systém ($T_d = 10$).....	130
Obr. 50 – Vliv volby polynomu $d(s)$ pro nestabilní SOTDS systém ($T_d = 2$).....	130
Obr. 51 – Vliv volby polynomu $d(s)$ pro nestabilní SOTDS systém ($T_d = 4$).....	131
Obr. 52 – Vliv změny koeficientů polynomu $d(s)$ a $g(s)$	132
Obr. 53 – Simulační výsledky (stabilní FOTDS systém).....	134
Obr. 54 – Simulační výsledky (perturovaný stabilní FOTDS systém)	135
Obr. 55 – Simulační výsledky (ITDS systém)	137
Obr. 56 – Simulační výsledky (perturovaný ITDS systém).....	138
Obr. 57 – Simulační výsledky (stabilní SOTDS systém).....	140
Obr. 58 – Simulační výsledky (perturovaný stabilní SOTDS systém)	141
Obr. 59 – Simulační výsledky (stabilní FOPITDS systém)	142

Obr. 60 – Simulační výsledky (perturovaný stabilní FOPITDS systém).....	144
Obr. 61 – Simulační výsledky (nestabilní FOTDS systém).....	145
Obr. 62 – Simulační výsledky (perturovaný nestabilní FOTDS systém)	146
Obr. 63 – Simulační výsledky (nestabilní SOTDS systém).....	147
Obr. 64 – Simulační výsledky (perturovaný nestabilní SOTDS systém)	148
Obr. 65 – Simulační výsledky (nestabilní FOPITDS systém)	149
Obr. 66 – Simulační výsledky (perturovaný nestabilní FOPITDS systém).....	149
Obr. 67 – Vliv nastavení na simulační výsledky perturovaného systému	150

Seznam tabulek

Tab. 1 – Závislost Δy_{max} na hodnotě α dle Naslína	29
Tab. 2 – Přenosy P-I-D regulátorů.....	40
Tab. 3 – Závislost koeficientu β na relativním překmitu	41
Tab. 4 – Doporučené typy regulátorů a hodnoty stavitelných parametrů pro metodu požadovaného modelu.....	42
Tab. 5 – Tabulka pro transformaci přenosů podle schématu (38).....	44
Tab. 6 – Přenosy regulovaných soustav a regulátorů.....	45
Tab. 7 – Přenosy konvenčních regulátorů.....	56
Tab. 8 – Hodnoty stav. parametrů pro modifikovaný Smithův regulátor (bez překmitu)....	59
Tab. 9 – Hodnoty stav. parametrů pro modifikovaný Smithův regulátor (s překmitem)....	60
Tab. 10 – Parametry regulátoru pro Cohen-Coonovu metodu.....	73
Tab. 11 – Parametry regulátoru pro metodu vyváženého nastavení	74
Tab. 12 – Parametry regulátoru pro Åström-Hägglundovu metodu – proporcionální soustavy	75
Tab. 13 – Parametry regulátoru pro Åström-Hägglundovu metodu – integrační soustavy	76
Tab. 14 – Vztahy pro výpočet parametrů regulátoru pro stabilní FOTDS systém.....	102
Tab. 15 – Vztahy pro výpočet parametrů regulátoru pro ITDS systém	102
Tab. 16 – Vztahy pro výpočet parametrů regulátoru pro stabilní SOTDS systém.....	103
Tab. 17 – Vztahy pro výpočet parametrů regulátoru pro stabilní FOPITDS systém	103
Tab. 18 – Vztahy pro výpočet parametrů regulátoru pro nestabilní FOTDS systém.....	104
Tab. 19 – Vztahy pro výpočet parametrů regulátoru pro nestabilní SOTDS systém.....	104
Tab. 20 – Vztahy pro výpočet parametrů regulátoru pro nestabilní FOPITDS systém	105
Tab. 21 – Vztahy pro výpočet parametrů regulátoru pro stabilní FOTDS systém pro $d(s) = g(s)n(s)$	106
Tab. 22 – Vztahy pro výpočet parametrů regulátoru pro stabilní SOTDS systém pro $d(s) = g(s)n(s)$	107
Tab. 23 – Vztahy pro výpočet parametrů regulátoru pro nestabilní FOTDS systém pro $d(s) = g(s)n(s)$	107

Tab. 24 – Vztahy pro výpočet parametrů regulátoru pro nestabilní SOTDS systém pro $d(s) = g(s)n(s)$	108
Tab. 25 – Vztahy pro výpočet polynomu $d(s)$ ze zvolených kořenů	109
Tab. 26 – Podmínky pro výpočet polynomu $d(s)$ ze zvolených kořenů	110
Tab. 27 – Vztahy pro výpočet polynomu $d(s)$ pomocí LQ techniky pro FOTDS systém	112
Tab. 28 – Vztahy pro výpočet polynomu $d(s)$ pomocí LQ techniky pro ITDS systém	112
Tab. 29 – Vztahy pro výpočet polynomu $d(s)$ pomocí LQ techniky pro SOTDS systém	112
Tab. 30 – Vztahy pro výpočet polynomu $d(s)$ pomocí LQ techniky pro FOPITDS systém....	113
Tab. 31 – Vztahy pro výpočet polynomu $d(s)$ složeného z polynomu $n(s)$ a ze zvoleného kořene pro FOTDS systém	114
Tab. 32 – Vztahy pro výpočet polynomu $d(s)$ složeného z polynomu $n(s)$ a ze zvoleného kořene pro ITDS systém	114
Tab. 33 – Vztahy pro výpočet polynomu $d(s)$ složeného z polynomu $n(s)$ a ze zvoleného kořene pro SOTDS systém	114
Tab. 34 – Vztahy pro výpočet polynomu $d(s)$ složeného z polynomu $n(s)$ a ze zvoleného kořene pro FOPITDS systém	115
Tab. 35 – Vztahy pro výpočet polynomu $d(s)$ složeného z polynomu $g(s)$ a ze zvoleného kořene pro FOTDS systém	116
Tab. 36 – Vztahy pro výpočet polynomu $d(s)$ složeného z polynomu $g(s)$ a ze zvoleného kořene pro ITDS systém	116
Tab. 37 – Vztahy pro výpočet polynomu $d(s)$ složeného z polynomu $g(s)$ a ze zvoleného kořene pro SOTDS systém	116
Tab. 38 – Vztahy pro výpočet polynomu $d(s)$ složeného z polynomu $g(s)$ a ze zvoleného kořene pro FOPITDS systém	117

Seznam použitých symbolů a zkratek

a	známý prvek z daného okruhu
$a(s)$	polynom v s
a_0, \dots, a_n	koeficienty polynomu
a_i, a_{i+1}, a_{i-1}	koeficienty charakteristické rovnice
b	známý prvek z daného okruhu
$b(s)$	polynom v s
b_0, \dots, b_n	koeficienty polynomu
c	známý prvek z daného okruhu
c_1	koeficient
d	délka (vzdálenost)
d_0, \dots, d_n	koeficienty polynomu
d_0^*	přepočtená hodnota d_0
$d(s)$	charakteristický polynom v s
e	základ přirozených logaritmů
$e(t)$	regulační odchylka
$e_p(t)$	regulační odchylka vstupující do P regulátoru
$E(s)$	obraz regulační odchylky
$f_1, f_2, f_3,$	koeficienty
$f(t)$	výstupní signál regulátoru F
$F(s), F_{im}(s)$	přenos regulátoru
$g(s)$	polynom v s
g_0, \dots, g_n	koeficienty polynomu
g_0^*	přepočtená hodnota g_0
$G_0(s)$	část přenosu $G(s)$ bez $G_D(s)$
$G(s), G_1(s)$	přenos regulované soustavy
$G_2(s), G_3(s)$	přenos regulované soustavy
$G_{14}(s)$	přenos uzavřeného regulačního obvodu 4. řádu s variabilní nulou
$G_{1nTd}(s)$	aproximovaný přenos pomocí lineární aproximace ($n = 1, 2, 3, 4, 5, X$)
$G_{2nTd}(s)$	aproximovaný přenos pomocí kvadratické aproximace ($n = 1, 2, 3, 4, 5, X$)

$G_A(s)$	aproximovaný přenos systému
$G_D(s)$	přenos zpoždění vstupu včetně kořenových činitelů příslušných nulám $G(s)$ s kladnou reálnou částí
$G_f(s)$	přenos dolnoproputného filtru
$G_m(s)$	přenos modelu
$G_o(s)$	přenos otevřeného regulačního obvodu
$G_o^*(s)$	požadovaný přenos otevřeného regulačního obvodu
$G_{PI}(s)$	přenos PI regulátoru
$G_{PD}(s)$	přenos PD regulátoru
$G_S(s)$	přenos systému bez dopravního zpoždění
$G_{Td}(s)$	přenos členu vlastního dopravního zpoždění
$G_s^{Td}(s)$	přenos systému s dopravním zpožděním
$G_r(s)$	přenos regulátoru
$G_{r1}(s), G_{r2}(s)$	přenos regulátoru
$G_r^*(s)$	přenos regulačního členu
$G_r^M(s)$	přenos modifikovaného Smithova regulátoru
$G_v(s)$	část přenosu systému, přes kterou prochází poruchová veličina
$G_{vi}(s), G_{vo}(s)$	přenos poruchové veličiny
$G_{vy}(s)$	přenos řízení
$G_{vy}^*(s)$	požadovaný přenos uzavřeného regulačního obvodu
$h(t)$	přechodová funkce
H_2	norma optimálního řízení
i	index, koeficient
j	imaginární jednotka, index
J, J_2	kvadratické integrální kritérium
k	zesílení regulované soustavy
k_c	zesílení regulátoru K
k_f	zesílení regulátoru F
k_o	zesílení otevřeného regulačního obvodu
k_{PI}	zesílení PI regulátoru
k_{PD}	zesílení PD regulátoru

$K(s)$	přenos regulátoru
l	index
$L(s)$	přenos kompenzačního členu
$M(s), M(0)$	Maclaurinův rozvoj
m, n	koeficienty
n_0, \dots, n_n	koeficienty polynomu
$n(s)$	polynom v s
$N(\omega), N(0)$	funkce čitatele
$O(\omega), O(0)$	funkce jmenovatele
$p(s)$	polynom v s
$\tilde{p}(s)$	polynom v s
$\tilde{p}_0, \dots, \tilde{p}_n$	koeficienty polynomu
$q(s)$	polynom v s
$\tilde{q}(s)$	polynom v s
$\tilde{q}_0, \dots, \tilde{q}_i$	koeficienty polynomu
$Q(s)$	přenos regulátoru Q
r	koeficient
r_0, \dots, r_i	koeficienty polynomu
$r(s)$	polynom v s
r_0	zesílení regulátoru, proporcionální konstanta regulátoru
$R(s)$	přenos regulátoru R
s	komplexní proměnná v Laplaceově transformaci
$s_2, s_3, s_4,$	násobný dominantní pól
s_i	nestabilní póly
s_j	kořen
s_n	normalizované s
t	čas
$t(s)$	polynom v s
t_0, \dots, t_i	koeficienty polynomu
$T_0, T_1, T_2, T_n,$	časové konstanty regulované soustavy
T_{ar}	průměrná doba ustálení

T_d	dopravní zpoždění
T_{dm}	dopravní zpoždění modelu
T_D	derivační časová konstanta regulátoru
T_F	časová konstanta dolnoproputného filtru
T_I	integrační časová konstanta regulátoru
T_v	doplňková citlivostní funkce uzavřeného regulačního obvodu
T_w	časová konstanta uzavřeného regulačního obvodu
$u(t), u_0(t)$	akční veličina
$u(t-T_d)$	akční veličina posunutá v čase o hodnotu dopravního zpoždění
v	rychlost
v_0	koeficient obrazu poruchové veličiny
$v(t), v_i(t), v_o(t)$	poruchová veličina
$V(s)$	obraz poruchové veličiny
w_0	koeficient obrazu referenčního signálu
$w(t)$	referenční signál (žádaná veličina)
$W(s)$	obraz referenčního signálu
x	neznámý prvek z daného okruhu
x_0	partikulární řešení
y	neznámý prvek z daného okruhu
y_0	partikulární řešení
$y(t)$	regulovaná veličina
$Y(s)$	obraz regulované veličiny
$Y_v(s)$	obraz odezvy uzavřeného regulačního obvodu na poruchovou veličinu
$Y_w(s)$	obraz odezvy uzavřeného regulačního obvodu na referenční signál
z	libovolný prvek z daného okruhu
*	konjungovaný polynom (u polynomů, např. $b(s)^* = b(-s)$)
$'$, $''$, $^{(n)}$	derivace prvního, druhého a n-tého řádu
$\Delta_m(s)$	multiplikativní neurčitost procesu
Δy_{max}	hodnota maximálního přeregulování
$\alpha, \alpha_0, \dots, \alpha_i$	koeficient

β	koeficient
β_0, \dots, β_i	volitelný parametr
ε	koeficient
η	koeficient
κ	relativní překmit
λ_c, λ_f	seřizovací parametr
μ	váhový koeficient
ξ_w	koeficient poměrného tlumení uzavřeného regulačního obvodu
ξ_0	koeficient poměrného tlumení
τ	normalizované dopravní zpoždění
φ	volitelný parametr
$\varphi_s, \varphi_{\tau d}$	fázový úhel
ω, ω_c	úhlová frekvence
ϑ	zpoždění hlavní zpětné vazby

ÚVOD

V současné době existuje nespočetné množství různých systémů, které je potřeba nějakým způsobem ovlivňovat a řídit. Navíc narůstá velkou rychlostí složitost těchto systémů, což také souvisí s využitím výpočetní techniky, která nabývá obrovské expanze.

Specifickou skupinou systémů jsou systémy s dopravním zpožděním, kde dochází k časovému opoždění signálu, informace nebo látky, což má za následek zhoršení vlastností regulačního obvodu. Toto dopravní zpoždění lze eliminovat zmenšením vzdálenosti mezi řízeným systémem a regulátorem nebo zvýšením rychlosti toku signálu, informace nebo ostatních látek. Tuto skutečnost je potřeba mít na paměti zejména při návrhu systémů tak, aby výsledné dopravní zpoždění bylo minimální. Nulového dopravního zpoždění lze dosáhnout jen čistě teoreticky v případě, že by regulátor byl zároveň i řízeným systémem (tzn. nulová vzdálenost) nebo při dosažení nekonečné rychlosti toku signálu, informace nebo jiných látek. Z toho vyplývá, že vlastně neexistuje systém bez dopravního zpoždění. Ovšem systém se zanedbatelným dopravním zpožděním, které je nepostřehnutelné v samotné přechodové charakteristice a vlastnostech systému, se považuje a nazývá systémem bez dopravního zpoždění a všechny ostatní se považují za systémy s dopravním zpožděním.

Je zřejmé, že i tyto systémy s dopravním zpožděním vyžadují syntézu regulačního obvodu, která je ale právě ztížena přítomností tohoto dopravního zpoždění. Pro tento účel lze použít i některé klasické metody, ale pro lepší výsledky regulace, zejména u systémů s větším poměrem dopravního zpoždění k dominantní časové konstantě systému, se používají buď modifikace metod syntézy nebo existují speciální metody jako je např. Smithův prediktor. Přenos systému s dopravním zpožděním lze nahradit přenosem novým, který je již bez tohoto dopravního zpoždění nebo je také možno přenos členu vlastního dopravního zpoždění aproximovat a lze tak získat aproximovaný přenos řízeného systému, čímž je připuštěna jistá nepřesnost, ale pak se dá pro syntézu regulátoru použít některá z klasických metod, jakoby ani systém dopravní zpoždění neobsahoval.

Dalším zhoršujícím faktorem, který se může vyskytnout společně s dopravním zpožděním v řízeném systému je integrační vlastnost a zejména také nestabilita tohoto systému. V tomto případě často vede syntéza regulačního obvodu za pomoci klasických

metod k nestabilitě uzavřeného regulačního obvodu a nepříjemným výsledkům regulačního pochodu. Pro takové systémy je již spektrum vhodných metod sloužících k syntéze regulačního obvodu velice zúžené, zejména co se nestabilních systémů týče. Jednou z metod pro řízení širokého okruhu stabilních i nestabilních systémů s dopravním zpožděním je použití některé z aproximací přenosu členu vlastního dopravního zpoždění společně s využitím polynomiálního přístupu při syntéze regulačního obvodu.

Tato práce se právě zabývá oblastí návrhu regulačního obvodu pro systémy s dopravním zpožděním, které mohou být stabilní nebo nestabilní a zároveň také integrační. V rámci této práce jsou nejprve v krátkosti uvedeny charakteristické vlivy přítomnosti dopravního zpoždění v regulačním obvodu sloužící ke shrnutí negativního dopadu existence dopravního zpoždění v regulačním obvodu na jeho regulační výsledky. Dále jsou zde uvedeny některé základní možnosti a směry syntézy regulačního obvodu pro systémy s dopravním zpožděním obsahující také pro názornost příklady jejich simulačních výsledků. Dalším celkem, který je součástí této práce je přehled některých publikovaných metod sloužících k návrhu regulátorů a regulačních obvodů pro řízení regulovaných soustav s dopravním zpožděním. Některé z těchto metod byly na závěr použity k porovnání výsledků řízení s navrženou metodou. Dále následuje hlavní část této práce, která se zabývá syntézou regulačního obvodu založenou na aproximaci dopravního zpoždění a polynomiální metodě. V této části jsou nejprve uvedeny možnosti aproximace přenosu členu vlastního dopravního zpoždění včetně výběru typu aproximace, která je dále použita při aplikaci polynomiální metody. Dále je zde uveden návrh regulátoru využívající polynomiální přístup, který zahrnuje nejen popis této metody, ale i odvozené vztahy pro základní uvažované typy regulovaných soustav, které jsou také uvedeny v této hlavní části společně s jejich aproximovanými přenosy. K vlastnímu návrhu regulátoru je zapotřebí charakteristický polynom, pro jehož výpočet jsou zde uvedeny čtyři způsoby zahrnující jejich popis a odvozené vztahy pro uvažované typy regulovaných soustav. Na závěr této hlavní části jsou uvedeny praktické příklady navrženého způsobu syntézy, na kterých jsou demonstrovány a popsány vlivy parametrů použitých při návrhu a jednotlivé způsoby výpočtu charakteristického polynomu na výsledek regulace. Závěr této práce patří porovnání výsledků řízení dosažených jinými metodami a polynomiální metodou s aproximací dopravního zpoždění.

1 PŘEHLED SOUČASNÉHO STAVU PROBLEMATIKY

Jak již bylo naznačeno v úvodu, dochází v současné době k neustálému nárůstu počtu systémů, jejich složitosti a také nároků kladených na ně. K řízení těchto systémů existuje velké množství metod, počínaje Ziegler-Nicholsovou metodou [1, 2], přes standardní tvary [1, 7, 8] a řízení s vnitřním modelem [25, 27] až po neuronové sítě [39].

V mnoha technologických procesech se navíc vyskytuje dopravní zpoždění. Toto dopravní zpoždění může být zahrnuto jak do vstupu, ale i do výstupu řízeného systému. Ve většině případů je uvažováno se zpožděním vstupního signálu [1, 4, 9, 14].

Velikost poměru dopravního zpoždění vůči dominantní časové konstantě řízeného systému má vliv na chování celého regulačního obvodu a může vést až k nestabilitě regulačního procesu [8, 9, 12].

Existuje několik základních směrů syntézy regulačního obvodu lišících se tím, z jakého přenosu regulované soustavy s dopravním zpožděním vychází. Některé směry vychází z přenosu regulované soustavy neobsahující přenos členu vlastního dopravního zpoždění, který může být získán zanedbáním složky dopravního zpoždění, převedením systému s dopravním zpožděním na systém vyššího řádu anebo aproximací dopravního zpoždění. Ve všech těchto případech již lze použít klasických směrů syntézy a využívá se robustnosti nastavení, jakoby regulovaná soustava neobsahovala dopravní zpoždění [1, 3, 36]. V mnoha případech je využito Padého aproximace, která se vyskytuje v různých řádech [8, 9, 12, 20]. Kromě této aproximace existují ještě další typy, jako např. Taylorův rozvoj jmenovatele či čitatele nebo Limitní aproximace [13].

Další skupina metod využívá při návrhu regulačního obvodu přenos regulované soustavy i s dopravním zpožděním. Mezi ně patří například metody vycházející z tří-parametrového modelu jako např. Cohen-Coonova metoda [31, 35, 36] nebo Åström-Hägglundova metoda [33, 34], dále jsou to metody vycházející ze Smithova prediktoru [1, 7, 15, 17, 29, 38] a pak to jsou další metody, které nepotřebují aproximaci nebo nahrazení přenosu jako např. metody inverze dynamiky [25, 27] nebo metoda násobného dominantního pólu [27].

V případě, kdy se jedná o stabilní řízený systém s dopravním zpožděním bez integrační složky, lze použít např. klasický Smithův prediktor [1, 15]. Ovšem kromě toho, že daný řízený systém obsahuje dopravní zpoždění, což už samo o sobě má negativní dopad na chování systému, může být tento systém v některých případech navíc nestabilní nebo integrační (např. pumpy, chemické reakce, bio-reakce apod.). Řízení takových systémů je pak mnohem komplikovanější a i k tomuto účelu je možno použít několik metod. Mezi některé z nich patří různé modifikace Smithova prediktoru [5, 7, 17, 29, 38], metody využívající PI, PID [6, 18, 19, 28 33, 34] nebo PI-PD [8] regulátorů. Pro syntézu regulačního obvodu obsahujícího systém s dopravním zpožděním může být také využito metod robustního řízení [4, 21, 22] nebo i prediktivního řízení (pro diskrétní systémy) [26]. V kapitole 2.2 jsou pak některé z těchto metod uvedeny a následně pak porovnány s navrženou metodou (kapitola 5).

Kromě schopnosti řízení systémů s dopravním zpožděním jsou v praxi často vyžadovány nebo alespoň preferovány metody vedoucí na řízení s kratší dobou regulace, řízení aperiodické s minimálním překmitem nebo řízení silně tlumené. Z tohoto důvodu je hledání dalších metod splňujících některý z uvedených požadavků stále aktuální [11, 17, 20, 38].

Syntézu regulačního obvodu s dopravním zpožděním lze provádět ve dvou základních oblastech. První z těchto oblastí je stavový prostor, ve kterém je uvažována závislost výstupní veličiny nejen na vstupním signálu, ale i na vnitřním stavu nebo stavech systému [1, 4, 25]. Druhá oblast využívá vstupně-výstupního modelu beroucího v úvahu relaci mezi výstupem a vstupem bez jakýchkoliv vnitřních stavů systému [1, 9, 11].

V rámci této disertační práce bude využito vstupně-výstupního modelu a syntéza regulačního obvodu bude založena na aproximaci dopravního zpoždění. Dále bude využito polynomiální metody syntézy [23, 24] a výsledky simulací budou porovnány s některými jinými metodami uvedenými výše.

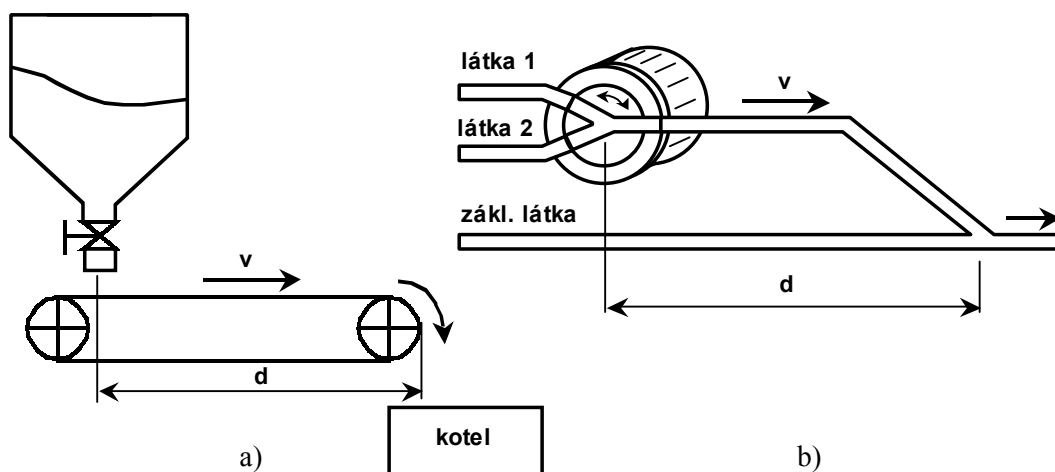
2 TEORETICKÁ ČÁST

2.1 Systémy s dopravním zpožděním

2.1.1 Vliv dopravního zpoždění

Jak již bylo zmíněno v úvodu, v regulačních obvodech se často vyskytuje člen dopravního zpoždění, který výrazně ovlivňuje chování celého systému. Proto, abychom mohli dále pracovat s takovým systémem a dokázali jej kvalitně řídit, je zapotřebí nejprve poznat vliv tohoto dopravního zpoždění na vlastnosti systému, a to je úkolem následující kapitoly.

Dopravní zpoždění se projevuje tím, že daný systém reaguje na změnu vstupní veličiny až po určité době, která se nazývá dopravním zpožděním a označuje se T_d . Na obr. 1 jsou zobrazeny příklady typických systémů s dopravním zpožděním.



Obr. 1 – Systémy s dopravním zpožděním

Na obr. 1a) je uveden příklad zásobování kotle pevným palivem. Tuhé palivo je skladováno v zásobníku nacházejícím se v určité vzdálenosti d od samotného kotle. Doprava paliva do kotle je zde prováděna pomocí dopravního pásu, který se pohybuje rychlostí v . Množství tuhého paliva je regulováno ventilem a padá na dopravní pás. Systém pak reaguje na změnu množství paliva (působením ventilu) až za dobu T_d .

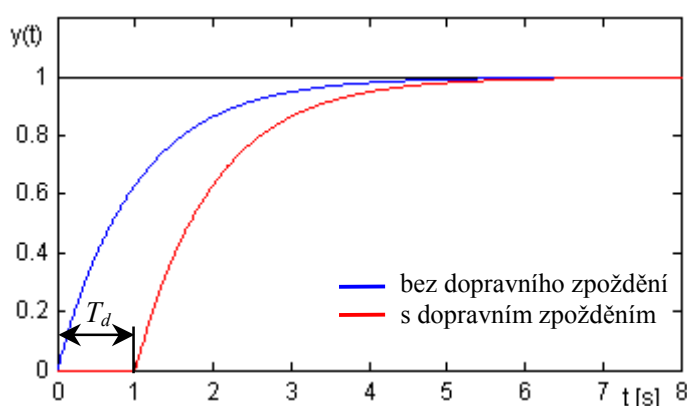
Druhým uvedeným příkladem je směšovací systém (obr. 1b)), který produkuje výsledný produkt ze tří různých látek. Nejprve jsou v daném poměru pomocí ventilu

smíchány dvě látky. Ty pak protékají potrubím rychlostí v až k místu přidání k základní látce, které se nachází ve vzdálenosti d od ventilu. Při pootočení ventilu se projeví změna koncentrace výsledné látky opět až za dobu T_d , po protečení změněného poměru látek 1 a 2 potrubím k místu smíchání se základní látkou.

Čas tohoto dopravního zpoždění lze v obou případech vypočítat podle následujícího vzorce

$$T_d = \frac{d}{v}. \quad (1)$$

Názorný vliv dopravního zpoždění na chování systému je patrný z obr. 2, kde jsou uvedeny přechodové charakteristiky dvou systémů, které se liší pouze tím, že první z nich je bez dopravního a druhý s dopravním zpožděním. Skoková změna vstupního signálu byla provedena v obou případech v čase $t = 0$ s.



Obr. 2 – Přechodová charakteristika systému

U systému s dopravním zpožděním je posunuta přechodová charakteristika o čas T_d doprava (v našem případě o čas rovný jedné sekundě), ale jinak její tvar zůstává stejný jako u systému bez dopravního zpoždění.

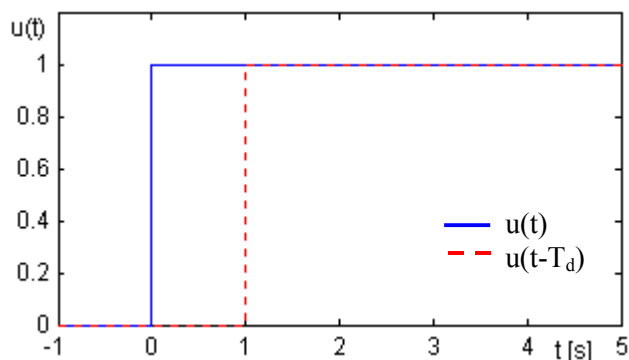
System se setrvačností n -tého řádu bez dopravního zpoždění lze popsat diferenciální rovnicí ve tvaru

$$a_n y^{(n)}(t) + \dots + a_1 y'(t) + a_0 y(t) = u(t). \quad (2)$$

Přenos takového systému můžeme pak vyjádřit ve tvaru (za předpokladu nulových počátečních podmínek)

$$G_S(s) = \frac{1}{a_0 + a_1 s + \dots + a_n s^n}. \quad (3)$$

Budeme předpokládat, že u systému s dopravním zpožděním se nezmění výstupní signál a uvažujme jen posunutí vstupního signálu vůči systému bez dopravního zpoždění, jak je vyznačeno na obr. 3.



Obr. 3 – Vstupní signál systému

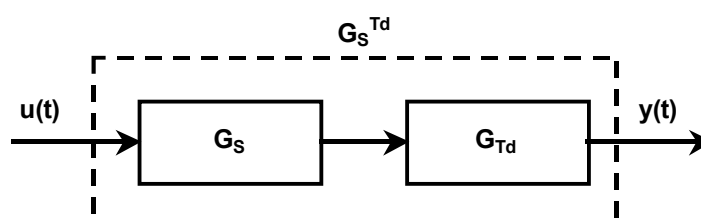
Na základě této úvahy pak lze diferenciální rovnici pro systém n -tého řádu s dopravním zpožděním napsat ve tvaru

$$a_n y^{(n)}(t) + \dots + a_1 y'(t) + a_0 y(t) = u(t - T_d). \quad (4)$$

Použitím Laplaceovy transformace pro nulové počáteční podmínky a věty o posunutí v originálu získáme přenos systému s dopravním zpožděním ve tvaru

$$G_S^{T_d}(s) = \frac{1}{a_0 + a_1 s + \dots + a_n s^n} \cdot e^{-T_d s}. \quad (5)$$

Z porovnání rovnic (3) a (5) lze vypožorovat, že přenos systému s dopravním zpožděním a bez něj se liší pouze exponenciálním členem, který reprezentuje přenos vlastního dopravního zpoždění. Ve skutečnosti se tedy jedná o sériové zapojení přenosů systému bez dopravního zpoždění a vlastního dopravního zpoždění (obr. 4).



Obr. 4 – Systém s dopravním zpožděním

Výsledný přenos systému s dopravním zpožděním lze tedy získat z rovnice

$$G_{S^d}^T(s) = G_S(s) \cdot G_{T_d}(s), \quad (6)$$

kde G_S je přenos systému bez dopravního zpoždění uvedený v rovnici (3) a G_{T_d} je přenos členu vlastního dopravního zpoždění ve tvaru

$$G_{T_d}(s) = e^{-T_d s}. \quad (7)$$

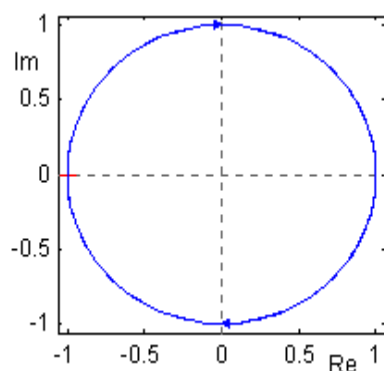
Z rovnice (5) lze získat substitucí ($s \rightarrow j\omega$) frekvenční přenos systému s dopravním zpožděním, který má po úpravě tvar

$$G_{S^d}^T(j\omega) = G_S(j\omega) \cdot G_{T_d}(j\omega) = |G_S(j\omega)| \cdot 1 \cdot e^{j[\varphi_S(\omega) + \varphi_{T_d}(\omega)]}. \quad (8)$$

Z rovnice (8) lze vyjádřit frekvenční přenos vlastního dopravního zpoždění, který má modul roven 1 a je roven

$$G_{T_d}(j\omega) = e^{j\varphi_{T_d}(\omega)} = e^{-jT_d\omega}. \quad (9)$$

Frekvenční charakteristika vlastního dopravního zpoždění je znázorněna na obr. 5 a má tvar jednotkové kružnice. Koncový bod jednotkového vektoru proběhne nekonečněkrát dokola při změně úhlové rychlosti ω od 0 do ∞ [1].

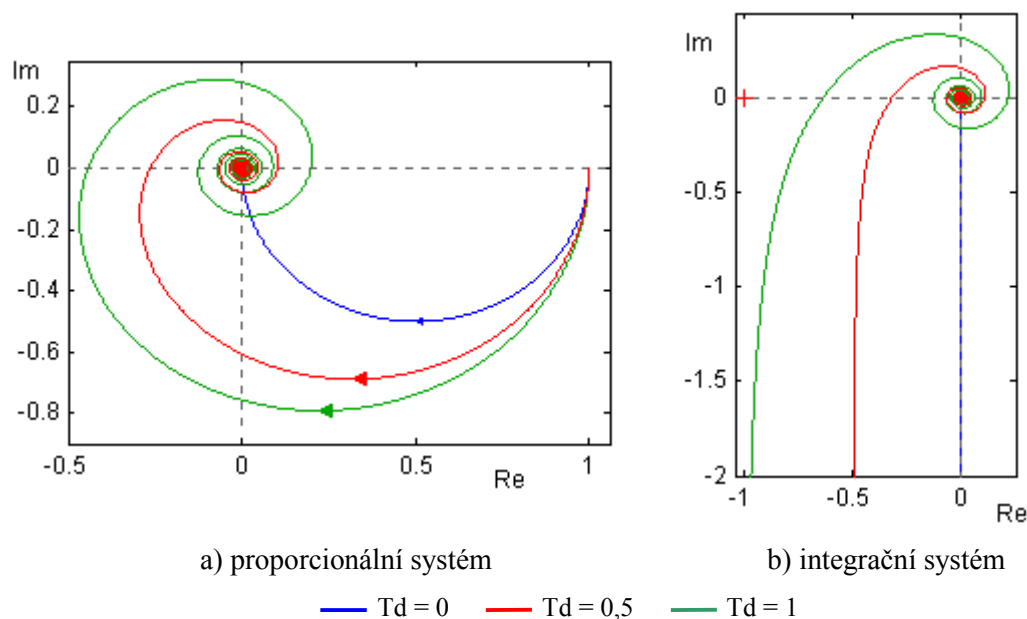


Obr. 5 – Frekvenční charakteristika vlastního dopravního zpoždění

Na obr. 6 jsou uvedeny frekvenční charakteristiky stejného systému bez dopravního zpoždění a s dopravním zpožděním.

Z těchto charakteristik (obr. 6) a z rovnice (8) je patrný důsledek dopravního zpoždění na průběh frekvenční charakteristiky systému bez dopravního zpoždění – nemá

vliv na modul výsledného přenosu systému s dopravním zpožděním, ale jen na fázový úhel, který pootočí o úhel φ_{Td} , který je roven $-T_d\omega$. Frekvenční charakteristika systému se setrvačností 1. řádu bez dopravního zpoždění se změní díky dopravnímu zpoždění na frekvenční charakteristiku systému se setrvačností vyššího řádu (obr. 6). Je zřejmé, že se vzrůstajícím T_d roste fázový úhel a průběh frekvenční charakteristiky se posouvá více k nestabilní oblasti a při velké hodnotě dopravního zpoždění se může stát, že systém bude nestabilní. Tuto skutečnost je třeba brát v úvahu již při navrhování systémů a eliminovat nebo alespoň minimalizovat v nich dopravní zpoždění.



Obr. 6 – Frekvenční charakteristika systému

2.1.2 Řízení systému s dopravním zpožděním – základní směry syntézy

Jak již bylo zmíněno výše, můžeme se v regulačních obvodech často setkat se systémem obsahujícím člen dopravního zpoždění, který je reprezentován výrazem $e^{-T_d s}$. Tento systém bývá ve většině případů regulovaná soustava, která má díky členu dopravního zpoždění zhoršenou stabilitu, jak již bylo uvedeno dříve.

Existuje několik základních směrů syntézy regulačního obvodu co se týče členu vlastního dopravního zpoždění, které se využívají pro syntézu regulačního obvodu obsahujícího dopravní zpoždění [1, 5, 7, 8, 12, 20, 25]:

- zanedbání složky dopravního zpoždění
- převedení systému s dopravním zpožděním na systém vyššího řádu
- aproximace dopravního zpoždění
- syntéza regulačního obvodu i se členem dopravního zpoždění

Ve všech níže uvedených směrech syntézy se jedná pouze o velmi stručný popis. Podrobnější popis některých publikovaných metod je obsažen v kapitole 2.2.

2.1.2.1 Zanedbání složky dopravního zpoždění

Pro regulované soustavy s menší hodnotou dopravního zpoždění (v porovnání s dominantní časovou konstantou soustavy), u kterých není vliv tohoto zpoždění na chování soustavy tak velký, lze při návrhu regulátoru zanedbat člen vlastního dopravního zpoždění.

$$G(s) = G_S(s) \cdot G_{T_d}(s) \approx G_S(s). \quad (10)$$

Díky této eliminaci přenosu vlastního dopravního zpoždění při syntéze regulátoru je postup návrhu regulátoru naprosto identický jako pro stejnou regulovanou soustavu, ale bez dopravního zpoždění. Výsledný navržený regulátor je pak shodný pro obě soustavy (s dopravním zpožděním i bez něj). Vlastní řešení tudíž využívá robustnosti daného regulátoru, který je díky této schopnosti schopen uregulovat systém i s tímto „dodatečným“ dopravním zpožděním.

Pro názornost jsou zde uvedeny simulační výsledky, při nichž je použita Naslinova metoda [1], která vychází z charakteristické rovnice uzavřeného regulačního obvodu

$$a_n s^n + \dots + a_2 s^2 + a_1 s + a_0 = 0. \quad (11)$$

Naslin dokázal, že když platí nerovnosti

$$a_i^2 \geq \alpha \cdot a_{i-1} \cdot a_{i+1} \quad \text{pro } i = 1, 2, \dots, (n-1) \quad (12)$$

potom maximální přeregulování Δy_{max} [%] závisí na hodnotě α podle tab. 1.

Tab. 1 – Závislost Δy_{max} na hodnotě α dle Naslina

α	1,75	1,8	1,9	2	2,2	2,4
Δy_{max} [%]	16	12	8	5	3	1

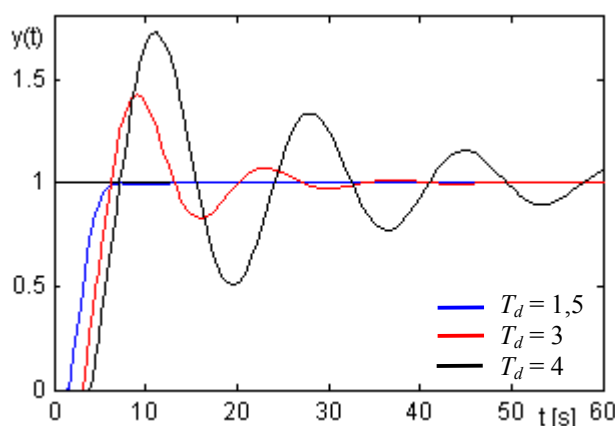
Pro konkrétní regulovanou soustavu

$$G(s) = \frac{1}{(s+1)(s+5)} \cdot e^{-T_d s}, \quad (13)$$

u které zanedbáme člen vlastního dopravního zpoždění $e^{-T_d s}$ a zvolením $\Delta y_{max} = 5\%$, tzn. $\alpha = 2$ dle tab. 1, lze získat PI regulátor ve tvaru

$$G_r(s) = 2 + \frac{1,5}{s}. \quad (14)$$

Pro regulovanou soustavu (13) s dopravním zpožděním T_d o velikosti 1,5, 3 a 4 a stejný navržený regulátor (14) je výsledek regulace uveden na obr. 7. Jako vstupní signál byl použit jednotkový skok.



Obr. 7 – Odezva s regulátorem vypočteným na základě zanedbaného dopravního zpoždění

Z výsledku regulace (obr. 7) lze vypočítat, že systém reaguje na změnu žádané veličiny (v čase $t = 0$) až po uplynutí doby rovnající se dopravnímu zpoždění, a že je možno docílit i při návrhu využívajícího zanedbání členu vlastního dopravního zpoždění dobrých odezvy. Se vzrůstajícím dopravním zpožděním mají odezvy více kmitavý charakter a při překročení určité hodnoty dopravního zpoždění jsou odezvy nestabilní.

2.1.2.2 Převedení systému s dopravním zpožděním na systém vyššího řádu

Předností tohoto řešení oproti předešlému je, že v novém (nahrazujícím) systému je částečně zahrnut vliv dopravního zpoždění. Tuto metodu lze s výhodou použít u systému se setrvačností 1. řádu s dopravním zpožděním, který převedeme na systém se setrvačností 2. řádu tak, aby co nejvíce vystihoval vlastnosti původního systému. Na stejný typ systému je možno v některých případech převést i systém se setrvačností 2. řádu s dopravním zpožděním.

Další použití této metody je při identifikaci regulovaných soustav nebo u adaptivního řízení, kdy na základě přechodové charakteristiky, ve které je zřejmé malé dopravní zpoždění, zvolíme teoretický přenos bez dopravního zpoždění. Ten přenos může být například proporcionální soustavou se setrvačností 2. řádu, a pro něj poté identifikujeme neznámé koeficienty, čímž dojde ke zjednodušení vlastní identifikace.

Nový nahrazený systém lze získat například metodou nejmenších čtverců. Touto metodou byly získány z přenosu regulované soustavy

$$G(s) = \frac{1}{(s+1)} \cdot e^{-T_d s}, \quad (15)$$

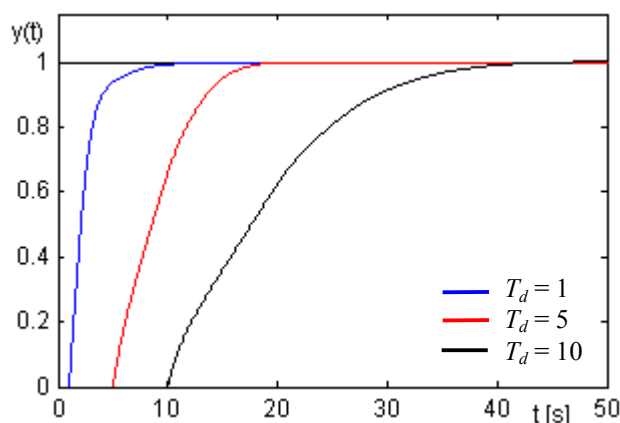
nahrazující přenosy pro různé hodnoty dopravního zpoždění T_d ve tvaru

$$\begin{aligned} G(s) &= \frac{1}{(1,196s+1)(0,606s+1)} \quad \text{pro } T_d = 1 \\ G(s) &= \frac{1}{(3,293s+1)(2,829s+1)} \quad \text{pro } T_d = 5 \\ G(s) &= \frac{1}{(6,197s+1)(4,238s+1)} \quad \text{pro } T_d = 10. \end{aligned} \quad (16)$$

Z nahrazených přenosů regulované soustavy (16) lze získat opět použitím Naslinovy metody PI regulátory ve tvaru

$$\begin{aligned} G_r(s) &= 0,5 + \frac{0,4}{s} \quad \text{pro } T_d = 1 \\ G_r(s) &= 0,22 + \frac{0,11}{s} \quad \text{pro } T_d = 5 \\ G_r(s) &= 0,15 + \frac{0,053}{s} \quad \text{pro } T_d = 10. \end{aligned} \quad (17)$$

Odezvy regulačních obvodů využívající navržené regulátory na jednotkový skok jsou uvedeny na obr. 8.



Obr. 8 – Odezva s regulátorem vypočteným na základě nahrazeného přenosu

Z výsledků simulací vyplývá, že i tento směr návrhu regulátoru pro regulované soustavy s dopravním zpožděním dává kvalitní odezvy. Systém opět reaguje na změnu žádané veličiny až po uplynutí doby rovnající se dopravnímu zpoždění. Pomocí tohoto směru syntézy oproti předchozímu již lze regulovat soustavy s vyšší hodnotou dopravního zpoždění, neboť se změna T_d promítne do nahrazeného přenosu regulované soustavy a tudíž i do navrženého regulátoru. Se vzrůstajícím dopravním zpožděním má PI regulátor menší hodnoty proporcionální a integrační konstanty a regulační pochod je více zdlouhavý.

2.1.2.3 Aproximace dopravního zpoždění

Při syntéze regulátoru bývá často využíváno aproximace dopravního zpoždění [8, 9, 12], čímž je získán aproximovaný přenos regulované soustavy již bez dopravního zpoždění. Tento směr syntézy je podobný tomu předchozímu (kapitola 2.1.2.2). Hlavní rozdíl je v tom, že se nepřevádí celý přenos systému na nový (nahrazený), ale k aproximaci je použit jen přenos vlastního dopravního zpoždění a zbylá část přenosu systému bez dopravního zpoždění zůstává nezměněna. Výsledný aproximovaný přenos systému se pak skládá z přenosu systému bez dopravního zpoždění a přenosu aproximace vlastního dopravního zpoždění. Další postup návrhu regulátoru pro výsledný aproximovaný přenos

systemu je pak obdobný jako u systému bez dopravního zpoždění. Jednotlivé možnosti aproximace jsou probrány v kapitole 4.1, takže pro následující syntézu regulátoru je jen potřeba si zvolit typ aproximace.

Pro názorný příklad je zde použita Padého aproximace 0/1 řádu ve tvaru

$$G_{T_d}(s) \approx \frac{1}{1 + \frac{T_d}{2}s}. \quad (18)$$

Pro konkrétní přenos regulované soustavy

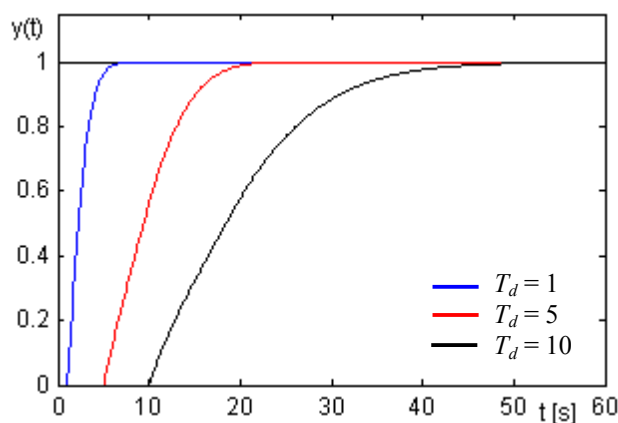
$$G(s) = \frac{1}{(2s+1)} \cdot e^{-T_d s} \quad (19)$$

tedy získáme aproximovaný přenos ve tvaru

$$G_A(s) \approx \frac{1}{(2s+1) \left(1 + \frac{T_d}{2}s\right)}, \quad (20)$$

ve kterém je zvolena hodnota $T_d = 1, 5$ a 10 . Z aproximovaného přenosu (20) lze získat PI regulátory Naslinovou metodou ve tvaru

$$\begin{aligned} G_r(s) &= 0,81 + \frac{0,4}{s} \quad \text{pro } T_d = 1 \\ G_r(s) &= 0,27 + \frac{0,1}{s} \quad \text{pro } T_d = 5 \\ G_r(s) &= 0,18 + \frac{0,05}{s} \quad \text{pro } T_d = 10. \end{aligned} \quad (21)$$



Obr. 9 – Odezva regulátoru navrženého pomocí aproximovaného přenosu

Odezvy regulačních obvodů využívající navržené regulátory na jednotkový skok referenčního signálu jsou uvedeny na obr. 9, ze kterých vyplývá, že také pomocí tohoto směru návrhu regulátoru pro regulované soustavy s dopravním zpožděním lze získat kvalitní odezvy. Systém opět reaguje na změnu žádané veličiny až po uplynutí doby rovnající se dopravnímu zpoždění. Změna T_d se zde také promítne do aproximovaného přenosu regulované soustavy a tudíž i do navrženého regulátoru. Pro vyšší hodnoty dopravního zpoždění má PI regulátor menší hodnoty proporcionální a integrační konstanty a regulační pochod je více zdlouhavý.

2.1.2.4 Syntéza regulačního obvodu i se členem dopravního zpoždění

Další ze směrů syntézy regulačního obvodu vychází z přenosu řízeného systému obsahujícího dopravní zpoždění, aniž by bylo toto dopravní zpoždění nějakým způsobem eliminováno nebo nahrazeno. Tento přístup lze ještě rozdělit na následující části:

- přenos řízeného systému i s dopravním zpožděním
- tří-parametrový model řízeného systému
- Smithův prediktor

2.1.2.4.1. Přenos řízeného systému i s dopravním zpožděním

Tento způsob syntézy regulačního obvodu přímo vychází z přenosu řízeného systému s dopravním zpožděním, aniž by byl vlastní člen dopravního zpoždění nějakým způsobem nahrazován, eliminován nebo aproximován.

Příkladem tohoto směru návrhu může být metoda požadovaného modelu (nazývána také metodou inverze dynamiky) [27], jejíž stručný popis a postup syntézy regulačního obvodu je popsán v kapitole 2.2.1.

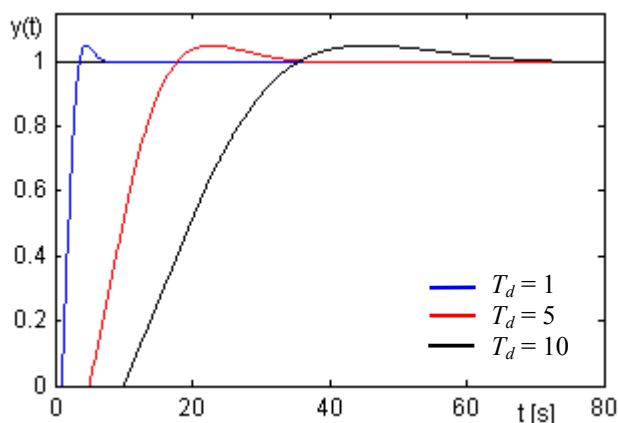
Na základě postupu seřizování regulátorů metodou požadovaného modelu (její aplikace je provedena dle kapitoly 2.2.1) bylo pro přenos regulované soustavy

$$G(s) = \frac{1}{(2s+1)} \cdot e^{-T_d s}, \quad (22)$$

ve kterém je dopravní zpoždění $T_d = 1, 5$ a 10 . Pro zvolený relativní překmit o velikosti 5% je nejprve získáno pomocí rovnice (31) zesílení otevřeného regulačního obvodu k_o . Poté lze získat pro doporučený typ regulátoru (PI) stavitelné parametry regulátoru z tab. 4. Výsledné přenosy regulátorů mají pak tvar

$$\begin{aligned}
 G_r(s) &= 1,0288 \left(1 + \frac{1}{2s} \right) \quad \text{pro } T_d = 1 \\
 G_r(s) &= 0,2058 \left(1 + \frac{1}{2s} \right) \quad \text{pro } T_d = 5 \\
 G_r(s) &= 0,0129 \left(1 + \frac{1}{2s} \right) \quad \text{pro } T_d = 10.
 \end{aligned} \tag{23}$$

Odezvy regulačních obvodů využívající regulátory seřizené metodou požadovaného modelu na jednotkový skok jsou uvedeny na obr. 10.



Obr. 10 – Odezva regulátoru navrženého metodou požadovaného modelu

Z výsledků simulace (obr. 10) vyplývá, že směr návrhu regulátoru využívající přenos regulované soustavy včetně členu dopravního zpoždění dává také kvalitní odezvy. Systém opět reaguje na změnu žádané veličiny až po uplynutí doby rovnající se dopravnímu zpoždění. Změna T_d se zde také promítne do navrženého regulátoru, konkrétně má vliv na velikost zesílení PI regulátoru (integrační časová konstanta zůstává stejná). Pro vyšší hodnoty dopravního zpoždění má regulátor menší hodnotu zesílení a regulační pochod je více zdlouhavý.

2.1.2.4.2. Tří-parametrový model řízeného systému

Rozdíl tohoto směru syntézy oproti předchozímu je v tom, že lze vycházet jen z přenosu tří-parametrového modelu regulované soustavy, který má následující tvar

$$G(s) = \frac{k}{(T_1 s + 1)} \cdot e^{-T_d s}, \quad (24)$$

kde k je zesílení, T_1 časová konstanta a T_d dopravní zpoždění regulované soustavy.

Má-li uvažovaný systém přenos v jiném tvaru a chceme-li použít následující směr syntézy, je zapotřebí jeho přenos nejprve převést na tří-parametrový model (např. použitím metody kvadratických odchylek nebo z grafického vyjádření přechodové charakteristiky) a nebo provádět identifikaci systému pro tento, předem stanovený, model.

Pro tří-parametrový model (24) jsou poté odvozeny vztahy sloužící k výpočtu parametrů regulátoru např. Cohen-Coonovou metodou (kapitola 2.2.11) nebo metodou vyváženého nastavení (kapitola 2.2.12).

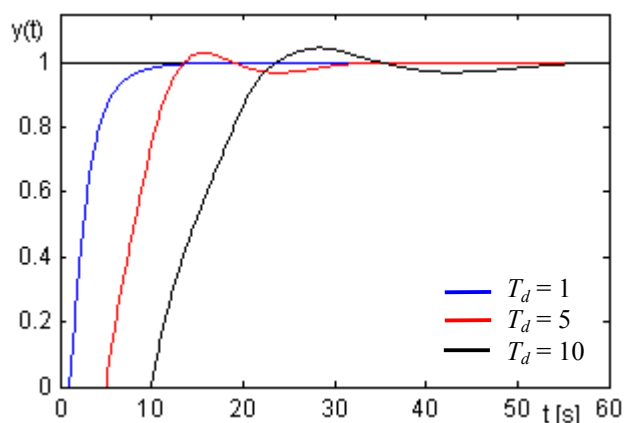
Pro konkrétní regulovanou soustavu (24) se zvolenými hodnotami $k = 1$, $T_1 = 2$ a $T_d = 1, 5$ a 10 lze vypočítat pomocí metody vyváženého nastavení parametrů regulátoru parametry PI regulátorů s využitím tzv. normalizovaného dopravního zpoždění $\tau = T_d/(T_d + T_1)$ a průměrné doby ustálení $T_{ar} = T_d + T_1$ (kapitola 2.2.12, tab. 11). Výsledné přenosy regulátorů mají tvar

$$\begin{aligned} G_r(s) &= 0,6834 \left(1 + \frac{1}{2,1583s} \right) \quad \text{pro } T_d = 1 \\ G_r(s) &= 0,41 \left(1 + \frac{1}{3,4749s} \right) \quad \text{pro } T_d = 5 \\ G_r(s) &= 0,3453 \left(1 + \frac{1}{5,2736s} \right) \quad \text{pro } T_d = 10. \end{aligned} \quad (25)$$

Odezvy regulačních obvodů využívající navržené regulátory na jednotkový skok jsou uvedeny na obr. 11.

Z výsledků simulace (obr. 11) vyplývá, že i pomocí tohoto směru návrhu regulátoru pro řízené systémy s dopravním zpožděním lze získat kvalitní odezvy. Systém opět reaguje na změnu žádané veličiny až po uplynutí doby rovnající se dopravnímu zpoždění. Změna T_d se zde také promítne do navrženého PI regulátoru. Pro vyšší hodnoty

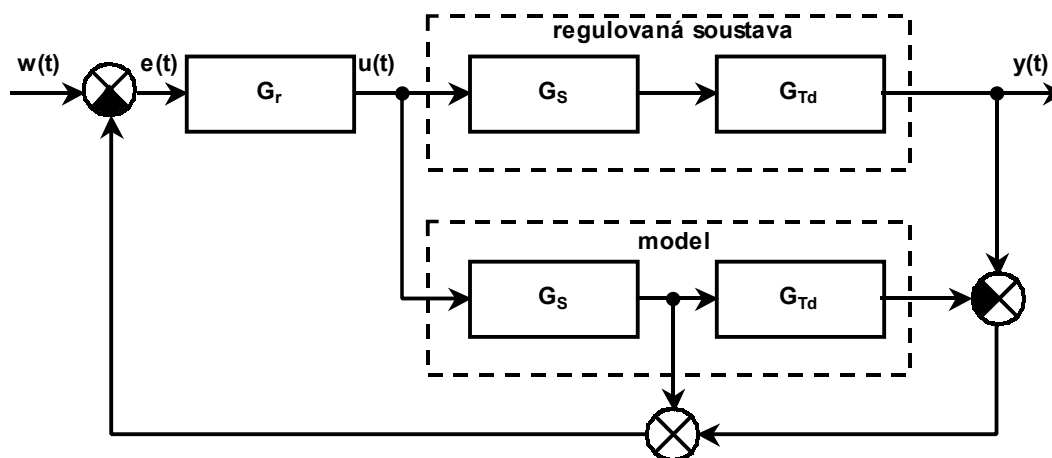
dopravního zpoždění má PI regulátor menší hodnoty proporcionální konstanty a vyšší hodnoty integrační časové konstanty a regulační pochod je více zdlouhavý.



Obr. 11 – Odezva regulátoru navrženého pomocí tří-parametrového modelu

2.1.2.4.3. Smithův prediktor

Mezi další možnosti, jak lze regulovat systém obsahující dopravní zpoždění, patří tzv. Smithův prediktor (obr. 12). Ve své podstatě se jedná o rozvětvený regulační obvod s modelem regulované soustavy, který obsahuje dopravní zpoždění.



Obr. 12 – Smithův prediktor

Zapojení využívá vlastnosti, že se přenos systému s dopravním zpožděním skládá ze sériového zapojení přenosu bez dopravního zpoždění a přenosu vlastního dopravního

zpoždění (obr. 4). Pomocí vytvořeného modelu regulované soustavy můžeme rozdělit řízený systém na dva celky, přičemž jeden obsahuje tu část řízeného systému, která je bez dopravního zpoždění a druhý obsahuje jen člen dopravního zpoždění. Díky tomu získáme odezvu regulované soustavy bez dopravního zpoždění, což je velice důležitá informace, když si uvědomíme, že odezva systému s dopravním zpožděním je jen posunuta v časové ose o hodnotu dopravního zpoždění T_d oproti stejnému systému, ale bez dopravního zpoždění (obr. 2). Díky tomu jsme schopni kompenzovat vliv tohoto dopravního zpoždění na chování celého systému.

Z obr. 12 můžeme určit přenos řízení regulačního obvodu

$$G_{wy}(s) = \frac{Y(s)}{W(s)} = \frac{G_r(s) \cdot G_S(s) \cdot G_{Td}(s)}{1 + G_r(s) \cdot G_S(s)}. \quad (26)$$

Charakteristická rovnice uzavřeného regulačního obvodu má tedy tvar

$$1 + G_r(s) \cdot G_S(s) = 0. \quad (27)$$

Z rovnice (27) je patrné, že charakteristická rovnice neobsahuje přenos vlastního dopravního zpoždění, ale jen přenos regulátoru $G_r(s)$ a regulované soustavy bez dopravního zpoždění $G_S(s)$ a je tudíž stejná jako pro regulovanou soustavu bez dopravního zpoždění, což přináší výhodu při návrhu regulátoru.

Simulace byly provedeny pro stejnou regulovanou soustavu, jako v případě návrhu regulátoru využívajícího tří-parametrového modelu řízeného systému (24) i se stejnými hodnotami $k = 1$, $T_1 = 2$ a $T_d = 1, 5$ a 10 .

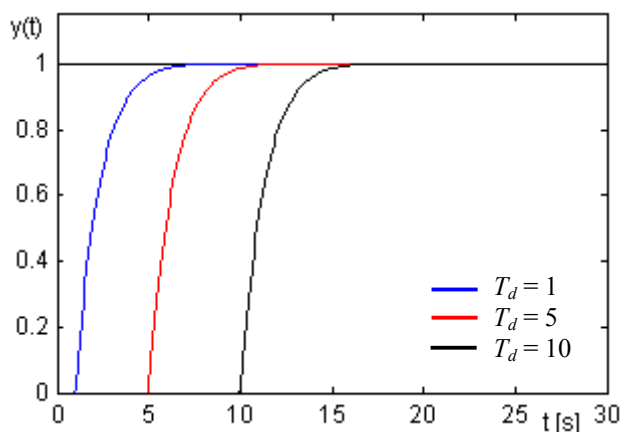
Použitím Naslinovy metody jsme získali stavitelné parametry PI regulátoru, které jsou shodné pro všechny hodnoty T_d (charakteristická rovnice neobsahuje tuto hodnotu dopravního zpoždění), takže výsledný regulátor má tvar

$$G_r(s) = 1,5 + \frac{0,8}{s}. \quad (28)$$

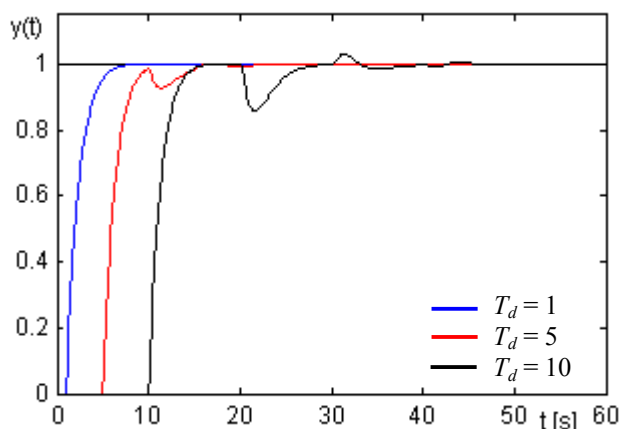
Pro regulovanou soustavu (24) a navržený regulátor je výsledek regulace uveden na obr. 13. Jako vstupní signál byl použit jednotkový skok.

Z výsledků regulace (obr. 13) je patrné, že ke změně regulované veličiny dojde opět až za dobu rovnající se velikosti dopravního zpoždění. Pomocí Smithova prediktoru lze dosáhnout kvalitních odezev s malou dobou regulace a bez překmitu. Jednotlivé

odezvy pro různé hodnoty T_d jsou si podobné, jsou jen navzájem posunuty v čase. Je to způsobeno tím, že jsou si přenosy modelu a reálných regulovaných soustav rovny, čímž lze získat kvalitní a rychlé odezvy. Problém ovšem nastane v případě, kdy není model a reálný systém identický, což vede ke zhoršení kvality řízení a při překročení určité meze až k nestabilitě. Příklad vlivu 5% chyby ve velikosti hodnoty dopravního zpoždění v modelu regulované soustavy na výsledek regulace a pro stejný regulátor (28) je uveden na obr. 14. Takže je sice cílem při návrhu regulátoru získat nejlepší řešení, ale je nutné mít na paměti možnou a pravděpodobnou odchylku reálného systému od modelu.



Obr. 13 – Odezva pro Smithův prediktor



Obr. 14 – Odezva pro Smithův prediktor s 5% odchylkou T_d v modelu regul. soustavy

Smithův prediktor lze tedy velice výhodně použít pro regulaci systémů s dopravním zpožděním a dokáže kompenzovat i velké dopravní zpoždění, přičemž dává velice kvalitní odezvy. Jeho předností je jednoduchý návrh, protože, jak již bylo zmíněno

výše, charakteristická rovnice Smithova prediktoru je totožná s charakteristickou rovnicí regulačního obvodu 1DOF konfigurace s regulovanou soustavou bez dopravního zpoždění. Je však nutné velice dobře znát parametry regulované soustavy, abychom byli schopni s dostatečnou přesností vytvořit její model. Nevýhoda tohoto řešení je v jeho použitelnosti pro nestabilní a integrační systémy. Tato nevýhoda je kompenzována v modifikovaných verzích Smithova prediktoru [5, 7, 17], které ale mívají složitější návrh.

2.1.2.5 Řízení systému s dopravním zpožděním - shrnutí

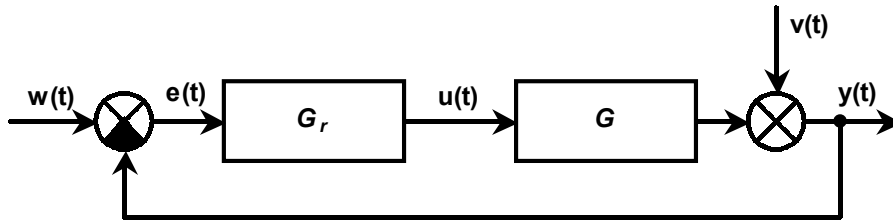
V kapitole 2.1.2 byly postupně uvedeny čtyři základní směry návrhu regulátoru pro řízení systému obsahujícího dopravní zpoždění. U každého tohoto směru byly uvedeny výhody a nevýhody a zároveň i možnost jejich aplikace. Jsou zde také obsaženy výsledky simulací, ze kterých lze usoudit kvalitu jednotlivých směrů a navzájem je porovnat, což může přispět při vybírání směru syntézy pro konkrétní případ.

2.2 Popis některých metod pro řízení systémů s dopravním zpožděním

Jak již bylo napsáno výše, existuje nespočetné množství systémů, z nichž systémy s dopravním zpožděním tvoří nemalou část. Tyto systémy, jako ty ostatní, je zapotřebí nějakým, nejlépe vyhovujícím, způsobem řídit. K tomuto účelu existují metody, z nichž jsou některé uvedeny v následujících kapitolách. Disertační práce je zaměřena na řízení spojitých systémů s dopravním zpožděním, proto jsou zde uvedeny jen metody nebo jejich části, které se týkají spojitého řízení.

2.2.1 Metoda požadovaného modelu

V rámci této práce je pro názornost uveden pouze stručný postup syntézy touto metodou pro spojitě regulační obvody s dopravním zpožděním vycházející z podrobnějšího popisu metody, a to i pro diskrétní regulační obvody, který je uveden v publikaci [27].



Obr. 15 – Schéma regulačního obvodu

Metoda požadovaného modelu (nazývaná také metodou inverze dynamiky) je velmi jednoduchá a účinná. Schéma regulačního obvodu je zobrazeno na obr. 15. Tato metoda umožňuje navrhnout pro regulovanou soustavu takový regulátor, aby byl zaručen požadovaný relativní překmit přechodové charakteristiky regulačního obvodu κ zvolený v rozmezí od 0 do 0,5 (tj. od 0 do 50%). Tato metoda vychází z obecných principů inverze dynamiky a v tomto případě se redukuje na nalezení takového regulátoru z tab. 2, který zajistí pro regulovanou soustavu s přenosem $G(s)$ na základě vztahu (29) požadované vlastnosti regulačního obvodu vyjádřené jeho matematickým modelem ve tvaru přenosu řízení $G_{wy}(s)$ (odtud název metody).

$$G_r(s) = \frac{1}{G(s)} \cdot \frac{G_{wy}(s)}{1 - G_{wy}(s)} \quad (29)$$

Tab. 2 – Přenosy P-I-D regulátorů

typ regulátoru	přenos regulátoru	typ regulátoru	přenos regulátoru
P	r_0	PD	$r_0(1 + T_D s)$
PI	$r_0 \left(1 + \frac{1}{T_I s} \right)$	PID	$r_0 \left(1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s \right)$

Metoda požadovaného modelu předpokládá, že požadovaný přenos řízení má pro spojitý regulační obvod obsahující dopravní zpoždění tvar

$$G_{wy}(s) = \frac{k_o}{s + k_o} e^{-T_d s}, \quad (30)$$

kde k_o je zesílení otevřeného regulačního obvodu a T_d je dopravní zpoždění regulované soustavy.

Zesílení otevřeného spojitého regulačního obvodu k_o je možné určit pro praxi s dostatečnou přesností na základě vztahu

$$k_o = \frac{1}{\beta T_d} \quad (31)$$

kde hodnoty koeficientů β byly získány číslíkovou simulací [27] v závislosti na relativním překmitu κ a jsou uvedeny v tab. 3.

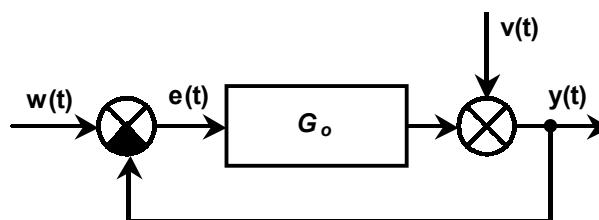
Tab. 3 – Závislost koeficientu β na relativním překmitu

κ	0	0,05	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4	0,45	0,5
β	2,718	1,944	1,720	1,561	1,467	1,337	1,248	1,172	1,104	1,045	0,992

Požadované přenosy řízení (30) lze interpretovat také tak, že odpovídají nejjednodušším přenosům otevřeného regulačního obvodu $G_o(s)$ s dopravním zpožděním ve tvaru

$$G_o(s) = \frac{k_o}{s} e^{-T_d s} \quad (32)$$

zajišťujícím nulovou trvalou regulační odchylku na skok žadané veličiny $w(t)$ nebo poruchové veličiny $v(t)$ působící na výstupu regulované soustavy (obr. 16).



Obr. 16 – Vznik G_o k G_{wy}

K tomuto přenosu otevřeného regulačního obvodu, pro který zároveň platí, že $G_o(s) = G_r(s)G(s)$, je třeba se dostat správnou volbou typu regulátoru k danému přenosu regulované soustavy. Doporučené typy regulátorů a vztahy pro výpočet jejich stavitelných parametrů pro metodu požadovaného modelu jsou uvedeny v tab. 4.

Tab. 4 – Doporučené typy regulátorů a hodnoty stavitelných parametrů pro metodu požadovaného modelu

přenos regulované soustavy	typ regulátoru	r_0	T_I	T_D
$\frac{k}{s} e^{-T_d s}$	P	$\frac{k_o}{k}$	-	-
$\frac{k}{T_1 s + 1} e^{-T_d s}$	PI	$\frac{k_o T_I}{k}$	T_1	-
$\frac{k}{s(T_1 s + 1)} e^{-T_d s}$	PD	$\frac{k_o}{k}$	-	T_1
$\frac{k}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)} e^{-T_d s}$ $T_1 \geq T_2$	PID	$\frac{k_o T_I}{k}$	$T_1 + T_2$	$\frac{T_1 T_2}{T_1 + T_2}$
$\frac{k}{T_0^2 s^2 + 2\xi_0 T_0 s + 1} e^{-T_d s}$ $0,5 < \xi_0 \leq 1$	PID	$\frac{k_o T_I}{k}$	$2\xi_0 T_0$	$\frac{T_0}{2\xi_0}$

V případě jiných tvarů přenosů regulovaných soustav je nutné je upravit na základní tvary uvedené v tab. 4 např. postupy, které jsou uvedeny v publikaci [27].

Postup při seřizování regulátorů metodou požadovaného modelu:

- 1) Upravit přenos regulované soustavy na některý ze základních tvarů uvedených v tab. 4.
- 2) Určit zesílení otevřeného regulačního obvodu k_o pro zvolený relativní překmit κ na základě tab. 3 a rovnice (31).
- 3) Pro doporučený regulátor vypočítat hodnoty jeho stavitelných parametrů z tab. 4.

2.2.2 Seřízení konvenčních regulátorů pro monotónní regulované soustavy s dopravním zpožděním

V této kapitole je uveden pouze zestručněný popis této metody a to jen pro syntézu analogových regulátorů vycházející z publikace [28].

Metoda slouží k seřízení konvenčních PI a PID regulátorů pro monotónní regulované soustavy s dopravním zpožděním. Hodnoty stavitelných parametrů regulátorů, které zajišťují mezní aperiodický regulační pochod jsou určeny analyticky a zesílení regulátoru je doladěno experimentálně tak, aby překmit přechodové charakteristiky uzavřeného regulačního obvodu odpovídal požadavkům. Přístup je založen na metodě požadovaného modelu (kapitola 2.2.1).

Navržený přístup předpokládá, že lze přenos monotónní samo-regulující regulované soustavy aproximovat jedním z těchto přenosů

$$G(s) = \frac{k}{T_1 s + 1} e^{-T_{d1}s} \quad (33)$$

$$G(s) = \frac{k}{(T_2 s + 1)^2} e^{-T_{d2}s}, \quad (34)$$

kde k je zesílení regulované soustavy, T_n je časová konstanta regulované soustavy, T_{dn} je dopravní zpoždění regulované soustavy a n je řád regulované soustavy ($n = 1, 2$).

Časovou konstantu T_1 a dopravní zpoždění T_{d1} v přenosu (33) je možno přímo určit z přechodové charakteristiky podle vztahů

$$\begin{aligned} T_1 &= 1,245(t_{0,7} - t_{0,33}) \\ T_{d1} &= 1,498t_{0,33} - 0,498t_{0,7} \end{aligned} \quad (35)$$

Podobně lze určit časovou konstantu T_2 a dopravní zpoždění T_{d2} v přenosu (34) na základě vztahů

$$\begin{aligned} T_2 &= 0,794(t_{0,7} - t_{0,33}) \\ T_{d2} &= 1,937t_{0,33} - 0,937t_{0,7} \end{aligned} \quad (36)$$

Vztahy (35) byly získány analyticky, zatímco vztahy (36) byly určeny numericky ze shody aproximované a skutečné přechodové charakteristiky regulované soustavy s hodnotami $y(0) = 0$, $y(t_{0,33}) = 0,33y(\infty)$, $y(t_{0,7}) = 0,7y(\infty)$ a $y(\infty)$ [28].

Pro experimentální identifikaci monotónních samo-regulujících regulovaných soustav vyšších řádů se často používá Strejcova metoda, která vede na přenos se stejnými časovými konstantami a dopravním zpožděním [28]

$$G(s) = \frac{k}{(T_n s + 1)^n} e^{-T_{dn}s} \quad (37)$$

Tento přenos může být převeden do tvaru (33) a (34) pomocí tab. 5, která byla získána numericky pro shodu přechodových charakteristik modelů regulované soustavy s hodnotami $y(0)$, $y(t_{0,33})$, $y(t_{0,7})$ a $y(\infty)$ [28].

$$\frac{1}{(T_n s + 1)^n} e^{-T_{dn}s} \quad (38)$$

$$\frac{1}{(T_1 s + 1)} e^{-T_{d1}s} \leftrightarrow \frac{1}{(T_2 s + 1)^2} e^{-T_{d2}s}$$

Tab. 5 – Tabulka pro transformaci přenosů podle schématu (38)

$\frac{1}{(T_n s + 1)^n} e^{-T_{dn}s}$	n	1	2	3	4	5	6
$\frac{1}{(T_1 s + 1)} e^{-T_{d1}s}$	$\frac{T_1}{T_n}$	1	1,568	1,980	2,320	2,615	2,881
	$\frac{T_{d1} - T_{dn}}{T_n}$	0	0,552	1,232	1,969	2,741	3,537
$\frac{1}{(T_2 s + 1)^2} e^{-T_{d2}s}$	$\frac{T_2}{T_n}$	0,638	1	1,263	1,480	1,668	1,838
	$\frac{T_{d2} - T_{dn}}{T_n}$	-0,352*	0	0,535	1,153	1,821	2,523

* Použitelné pro $T_{d1} > 0,352T_1$.

Vlastní syntéza vychází z uzavřeného regulačního obvodu (obr. 15), ve kterém je tvar přenosu regulátoru a regulované soustavy dán podle tab. 6.

Tab. 6 – Přenosy regulovaných soustav a regulátorů

přenos regulované soustavy	typ regulátoru	přenos regulátoru
$\frac{k}{(T_1s + 1)} e^{-T_{d1}s}$	PI	$r_0 \left(1 + \frac{1}{T_I s} \right)$
$\frac{k}{(T_2s + 1)^2} e^{-T_{d2}s}$	PID	$r_0 \left(1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s \right)$

Jak již bylo zmíněno výše, tato metoda je založena na metodě požadovaného modelu (metodě inverze dynamiky), která spočívá v určení takového regulátoru s přenosem $G_r(s)$, který zajišťuje požadovaný přenos řízení $G_{wy}(s)$ (29).

Požadovaný tvar přenosu řízení zpětnovazebního regulačního obvodu $G_{wy}(s)$ je uvažován ve tvaru

$$G_{wy}(s) = \frac{k_o}{s + k_o} e^{-T_{dn}s}, \quad (39)$$

kde k_o je zesílení otevřeného regulačního obvodu a T_{dn} je dopravní zpoždění regulované soustavy dle tab. 6 (T_{d1} nebo T_{d2}) [28].

Na základě vztahů (29), (39), tab. 6 a uvažováním $k_o = 1/(2,72T_{dn})$ lze získat následující vztahy pro výpočet stavitelných parametrů regulátoru [28]:

PI regulátor

$$T_I = T_1, \quad r_0 = \frac{T_I}{2,72T_{d1}k} \quad (40)$$

PID regulátor

$$T_I = 2T_2, \quad T_D = 0,25T_I, \quad r_0 = \frac{T_I}{2,72T_{d2}k} \quad (41)$$

Pomocí vztahů (40) a (41) je možno určit stavitelné parametry analogových regulátorů PI a PID pro monotónní samo-regulující regulované soustavy s dopravním

zpožděním, které zajistí mezní aperiodický regulační pochod. Jestliže je vyžadována rychlejší odezva a překmit je přijatelný, pak je možno experimentálně navyšovat zesílení do té doby, než překmit přechodového děje dosáhne maximální, ještě přijatelné hodnoty [28].

Popsaná syntéza PI a PID regulátoru pro monotónní samo-regulující regulované soustavy s dopravním zpožděním je jednoduchá a efektivní [28].

Postup při seřizování regulátorů touto metodou:

- 1) Upravit přenos regulované soustavy na některý ze základních tvarů (33) a (34).
- 2) Vypočítat hodnoty stavitelných parametrů regulátorů uvedených v tab. 6 na základě vztahů (40) a (41).
- 3) V případě požadavku rychlejší odezvy experimentálně navyšovat zesílení do té doby, než překmit přechodového děje dosáhne maximální, ještě přijatelné hodnoty [28].

2.2.3 Metoda násobného dominantního pólu

Pro tuto metodu je zde opět vypracováno jen přehledové zpracování, které vychází z podrobnějšího popisu, který lze nalézt v publikaci [27].

Metoda násobného dominantního pólu je velmi vhodná pro nekmitavé regulované soustavy s dopravním zpožděním, je-li požadován nekmitavý regulační pochod [27].

Pro analogové regulátory obsahující integrační složku (I, PI, PID) se předpokládá, že přenos regulované soustavy má tvar

$$G(s) = \frac{k}{T_1 s + 1} e^{-T_d s} \quad (42)$$

a pro analogové regulátory neobsahující integrační složku (P, PD)

$$G(s) = \frac{k}{s(T_1 s + 1)} e^{-T_d s} . \quad (43)$$

Metoda násobného dominantního pólu vychází z předpokladu, že dominantní pól regulačního obvodu je násobný reálný, zajišťující stabilní nekmitavý regulační pochod blízký k meznímu nekmitavému regulačnímu procesu. Současně se předpokládá, že vliv

nul a nedominantních pólů lze zanedbat. Násobnost dominantního pólu je dána počtem stavitelných parametrů zvoleného typu regulátoru zvětšeným o jedničku [27]. Přenosy regulátorů jsou uvedeny v tab. 2.

Regulátor PID (regulovaná soustava s přenosem (42))

$$\text{čtyřnásobný dominantní pól: } s_4 = -\frac{3}{T_d} - \frac{1}{2T_1} + \sqrt{\frac{3}{T_d^2} + \frac{1}{4T_1^2}} < 0 \quad (44)$$

$$r_0 = \frac{1}{k} [T_d^2 T_1 s_4^3 + (3T_d T_1 + T_d^2) s_4^2 + T_d s_4 - 1] \cdot e^{T_d s_4} \quad (45)$$

$$T_I = -2 \frac{T_d^2 T_1 s_4^3 + (3T_d T_1 + T_d^2) s_4^2 + T_d s_4 - 1}{(T_d^2 T_1 s_4 + 2T_d T_1 + T_d^2) s_4^3} \quad (46)$$

$$T_D = -\frac{1}{2} \frac{T_d^2 T_1 s_4^2 + (4T_d T_1 + T_d^2) s_4 + 2T_1 + 2T_d}{T_d^2 T_1 s_4^3 + (3T_d T_1 + T_d^2) s_4^2 + T_d s_4 - 1} \quad (47)$$

Regulátor PI (regulovaná soustava s přenosem (42))

$$\text{trojnásobný dominantní pól: } s_3 = -\frac{2}{T_d} - \frac{1}{2T_1} + \sqrt{\frac{2}{T_d^2} + \frac{1}{4T_1^2}} < 0 \quad (48)$$

$$r_0 = -\frac{1}{k} [T_d T_1 s_3^2 + (2T_1 + T_d) s_3 + 1] \cdot e^{T_d s_3} \quad (49)$$

$$T_I = -\frac{T_d T_1 s_3^2 + (2T_1 + T_d) s_3 + 1}{(T_d T_1 s_3 + T_1 + T_d) s_3^2} \quad (50)$$

Regulátor I (regulovaná soustava s přenosem (42))

$$\text{dvojnásobný dominantní pól: } s_2 = -\frac{1}{T_d} - \frac{1}{2T_1} + \sqrt{\frac{1}{T_d^2} + \frac{1}{4T_1^2}} < 0 \quad (51)$$

$$T_I = -\frac{k}{(T_1 s_2 + 1) s_2 e^{T_d s_2}} \quad (52)$$

Regulátor PD (regulovaná soustava s přenosem (43))

$$\text{trojnásobný dominantní pól: } s_3 = -\frac{2}{T_d} - \frac{1}{2T_1} + \sqrt{\frac{2}{T_d^2} + \frac{1}{4T_1^2}} < 0 \quad (53)$$

$$r_0 = \frac{1}{k} (T_d T_1 s_3 + T_1 + T_d) s_3^2 e^{T_d s_3} \quad (54)$$

$$T_D = -\frac{T_d T_1 s_3^2 + (2T_1 + T_d) s_3 + 1}{(T_d T_1 s_3 + T_1 + T_d) s_3^2} \quad (55)$$

Regulátor P (regulovaná soustava s přenosem (43))

dvojnásobný dominantní pól: $s_2 = -\frac{1}{T_d} - \frac{1}{2T_1} + \sqrt{\frac{1}{T_d^2} + \frac{1}{4T_1^2}} < 0$ (56)

$$r_0 = -\frac{1}{k} (T_1 s_2 + 1) s_2 e^{T_d s_2} \quad (57)$$

Protože násobné póly vyhovují nerovnostem $s_4 < s_3 < s_2 < 0$, je rychlost regulačního procesu dána použitým regulátorem, tj. vícesložkový regulátor zajistí rychlejší regulační pochod.

U regulátoru PI pro regulovanou soustavu s přenosem (42) a u regulátoru PD pro regulovanou soustavu s přenosem (43) pro $T_d < 0,6T_1$ způsobuje stabilní nula překmit regulované veličiny (naopak pro $T_d \geq T_1$ má tato nula pozitivní vliv na rychlost přechodového děje) [27]. Pokud vznikne nežádoucí překmit, lze pro integrační, popř. derivační časovou konstantu regulátoru použít vztah $T_I = T_1$, popř. $T_d = T_1$ a vypočtené zesílení regulátoru ponechat. V tomto případě nebude překmit větší než 2%. Je-li striktně požadován nekmitavý regulační pochod, je třeba použít jinou metodu seřízení regulátoru, např. metodu požadovaného modelu (kapitola 2.2.1) [27].

Při vzniku nežádoucího překmitu lze doladit regulační pochod na nekmitavý vhodným zvýšením hodnoty T_I , popř. T_D , ale ne snížením hodnoty zesílení regulátoru r_0 , protože by pak byla odezva příliš pomalá [27].

U regulátoru PID pro $T_d \geq 2T_1$ překmit nevystupuje a pro $T_d > 1,4T_1$ je překmit malý (do 2%). V případě vzniku nežádoucího překmitu, lze integrační časovou konstantu vypočíst dle vztahu $T_I = 1,2T_1$ a vypočtené zesílení regulátoru ponechat (překmit nebude větší než 2%) [27].

Pokud je i v tomto případě vyžadován striktně nekmitavý přechodový děj, je třeba použít jinou metodu seřízení regulátoru, např. metodu požadovaného modelu (kapitola 2.2.1) nebo použít regulátor se dvěma stupni volnosti [27].

Postup při seřizování regulátorů metodou násobného dominantního pólu:

- 1) Přenos proporcionální nekmitavé regulované soustavy upravit na tvar (42), integrační nekmitavé regulované soustavy upravit na tvar (43).
- 2) Zvolit vhodný regulátor z doporučených typů.
- 3) Vypočítat hodnoty stavitelných parametrů zvoleného regulátoru z uvedených vztahů (44-57).
- 4) V případě výskytu nepřijatelného překmitu jej odstranit doporučeným způsobem.

2.2.4 Metoda inverze přenosu soustavy

Jako příklad modifikace klasické metody syntézy pro systémy se zpožděním je zde uvedena metoda inverze přenosu řízeného objektu, jejíž popis vychází z publikace [25].

Základním předpokladem je popsání objektu s jedním vstupem a výstupem přenosovou funkcí ve tvaru

$$G(s) = \frac{ke^{-T_d s}}{(T_1 s + 1)(T_2 s + e^{-\vartheta s})}, \quad (58)$$

kde k je koeficient statické citlivosti, T_2 určuje nejrychlejší fázi přechodu a v rozsahu obvyklých hodnot ostatních parametrů je velmi blízké tzv. době náběhu, T_d je dopravní zpoždění modelu, T_1 formuje počáteční rozběh přechodu tak, že součet $T_d + T_1$ je blízký tzv. době průtahu a ϑ zpožďuje hlavní zpětnou vazbu a tím posouvá inflexní bod přechodové charakteristiky příslušný maximální rychlosti přechodu (inflexí může být i více).

Metoda inverze přenosu je založena na myšlence zvolit přenos regulátoru $G_r(s)$ tak, aby přenos rozpojené smyčky měl pouze integrační charakter

$$G_r(s)G(s) = \frac{\omega_c}{s}, \quad (59)$$

s tím, že zvolený parametr ω_c představuje frekvenci, při níž příslušná frekvenční charakteristika překračuje hodnotu 1. Pokud by se podařilo požadavek (59) opravdu splnit, pak uzavřený regulační obvod bude popsán rovnicí pouze prvního řádu ve tvaru

$$\left(\frac{1}{\omega_c} s + 1 \right) Y(s) = W(s), \quad (60)$$

jejíž časovou konstantu určuje ω_c^{-1} . I pro systémy bez dopravního zpoždění, kdy $G(s)$ je racionální lomenou funkcí, tato metoda má omezené možnosti aplikace a úplné splnění požadavku (59) je možné jen při modelu soustavy do druhého řádu, má-li regulátor vyjít jen typu PID. Pro model soustavy (58), který je sice druhého řádu, ale obsahuje dvě zpoždění, nelze připustit inverzi celého $G(s)$, neboť výraz e^{sT_d} je jako anticipativní nepřipustný, resp. nerealizovatelný [25].

Myšlenku inverze je možno modifikovat v tom, že rovnici (59) doplníme o kompenzační přenos $L(s)$, takže přenos regulátoru $G_r(s)$ hledáme ve tvaru

$$G_r(s) = \frac{\omega_c}{s} \frac{(T_1 s + 1)(T_2 s + e^{-\vartheta s})}{k e^{-T_d s}} (1 - L(s)) \quad (61)$$

a hledáme takové $L(s)$, aby platilo

$$(T_1 s + 1)(1 - L(s)) = e^{-T_d s}. \quad (62)$$

Tento požadavek splňuje kompenzační přenos tvaru

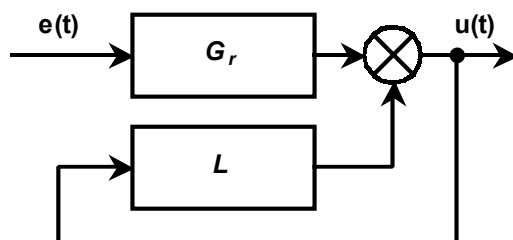
$$L(s) = 1 - \frac{e^{-T_d s}}{(T_1 s + 1)}, \quad (63)$$

který má v pásmu nejnižších frekvencí derivační charakter. Pokud je možné takový přenos realizovat, jinak neuskutečnitelný přenos regulátoru se redukuje na poměrně jednoduchý

$$G_r(s) = \frac{\omega_c}{k s} (T_2 s + e^{-\vartheta s}), \quad (64)$$

neboli na regulátor PI, ovšem s integrační složkou zpožděnou o ϑ . Celý regulátor se tedy skládá z vlastního $G_r(s)$ a kompenzačního členu $L(s)$. Strukturu zapojení obou bloků znázorňuje obr. 17.

Regulátor navržený touto modifikací inverze přenosu má nezvyklou strukturu využívající bloky zpoždění. Na pevně strukturovaných kompaktních regulátorech sice není možné tuto nezvyklou strukturu realizovat, ale analogové moduly programovatelných automatů pokročilejší koncepce umožňují takovéto struktury se zpožděními naprogramovat [25].



Obr. 17 – Blokové schéma použití kompenzačního členu $L(s)$

Podobně jako u jakékoli syntézy řízení je nutno si uvědomit, že jednoduchý tvar rovnice (60) regulačního obvodu může být docílen jen za předpokladu, že se řízený objekt dokonale shoduje s modelem (58). Dokonalá totožnost ovšem není možná, proto se výsledná dynamika bude pouze blížit modelu (60), ale bude obsahovat složky složitější povahy, tím výrazněji, čím větší odchylky bude vykazovat model proti skutečnosti [25].

Postup při seřizování regulátorů metodou inverze přenosu soustavy:

- 1) Určení parametrů modelu (58) buď grafickým vyhodnocením, anebo integracemi podle postupu uvedeného v publikaci [25].
- 2) Volba frekvence ω_c (např. 10-krát vyšší než zlomová frekvence objektu [25]).
- 3) Výpočet hodnot parametrů přenosu vlastního regulátoru $G_r(s)$ podle rovnice (64).
- 4) Výpočet hodnot parametrů kompenzačního přenosu $L(s)$ podle rovnice (63).

2.2.5 Metoda optimálního modulu pro systém se zpožděním

Další klasickou metodou syntézy regulátoru, kterou lze modifikovat i na systémy se zpožděním je metoda tzv. optimálního modulu, jejíž popis zde vychází z publikace [25].

Podstata této metody spočívá v tom, že volbou parametrů regulátoru směřuje k co nejploššímu tvaru amplitudové frekvenční charakteristiky v pásmu nízkých frekvencí a tím dosahuje dobrého přenosu řízení, tj. věrné sledování žádané hodnoty regulovanou veličinou, pokud její změny jsou v pásmu nízkých frekvencí (téměř neklesající část frekvenční charakteristiky). Plochý tvar dosahujeme splněním podmínek nulových derivací modulu přenosu řízení v limitě pro $\omega \rightarrow 0$, neboli splněním identit

$$\frac{d^i}{d\omega^i} |G_{wy}(j\omega)|^2 \Big|_{\omega=0} = 0, \quad (65)$$

kde $G_{wy}(j\omega) = G_r(j\omega)G(j\omega)/[1 + G_r(j\omega)G(j\omega)]$ a $i = 1, 2, \dots, l$. Podmínka (65) je pro liché i splněna vždy, takže platné podmínky syntézy vyplývají pouze pro $i = 2, 4, \dots$. Místo komplikovanějších derivací lomené funkce

$$[G_{wy}(j\omega)]^2 = \frac{N(\omega)}{O(\omega)}, \quad (66)$$

je výhodné pracovat s ekvivalentními podmínkami pro funkce čitatele $N(\omega)$ a jmenovatele $O(\omega)$ odděleně

$$N(0)O^i(0) = O(0)N^i(0), \quad i = 2, 4, \dots \quad (67)$$

vyplývajícími z pravidla o derivaci lomené funkce. Metoda je platná i pro jiné funkce než obvyklé polynomy, je ovšem nutné počítat s komplikovanějšími výrazy pro derivace v rovnici (67) [25].

V mnoha případech jsou vyšší derivace (4. a vyšší) podle (65) již dosti komplikované. Spokojíme-li se se suboptimálním řešením, tak lze získané stavitelné parametry regulátoru nebo jejich intervaly získat z rovnice (67) jen pro $i = 2$ [25].

Postup při seřizování regulátorů metodou optimálního modulu:

- 1) Zvolení typu regulátoru pro daný přenos regulované soustavy (např. z tab. 2).
- 2) Výpočet přenosu řízení a z něj funkce čitatele $N(\omega)$ a jmenovatele $O(\omega)$.
- 3) Výpočet příslušných derivací funkcí čitatele $N(\omega)$ a jmenovatele $O(\omega)$.
- 4) Dosazení těchto funkcí a jejich derivací do rovnice (67) a výpočet stavitelných parametrů regulátoru nebo jejich intervalů, ze kterých si lze dané parametry zvolit.

2.2.6 Funkcionální modifikace metody vnitřního modelu

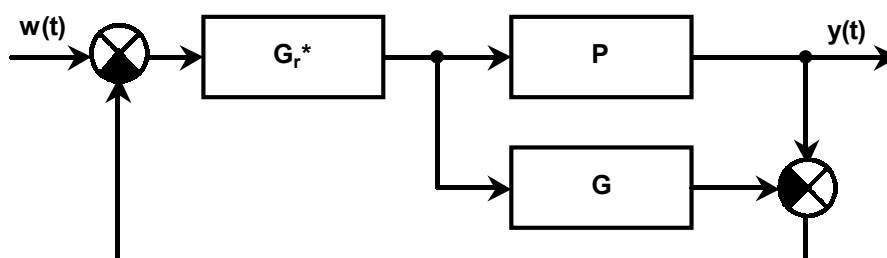
Jako další příklad modifikace metody syntézy pro systémy se zpožděním je zde uvedena metoda funkcionální modifikace metody vnitřního modelu, jejíž popis vychází z publikace [25].

Podobně jako v kapitole 2.2.4 i v metodě vnitřního modelu (Internal Model Control, IMC) se pracuje s inverzí přenosu procesu a proto je nutné, pokud je v přenosu procesu některá jeho část (tj. zejména zpoždění vstupu) zásadně neinvertovatelné, je nutné ji uvažovat odděleně. Proto přenos procesu, resp. jeho modelu, je uvažován rozložen na součin

$$G(s) = G_D(s)G_0(s), \quad (68)$$

kde do $G_D(s)$ jsou vyčleněna zpoždění vstupu, popř. i kořenoví činitelé příslušní nulám $G(s)$ s kladnou reálnou částí. Princip metody je znázorněn blokovým schématem na obr. 18. Obvyklý zpětnovazební regulátor ekvivalentní zapojení na obr. 18 s regulačním členem $G_r^*(s)$ má přenos

$$G_r(s) = \frac{G_r^*(s)}{1 - G_r^*(s)G(s)}. \quad (69)$$



Obr. 18 – Blokové schéma řízení s vnitřním modelem

S použitím rovnice (68) se regulační člen v IMC zapojení navrhuje ve tvaru

$$G_r^*(s) = \frac{1}{G_0(s)} F(s), \quad (70)$$

kde $F(s)$ je vhodný dolnoprostopustný filtr, mimo jiné zajišťující realizovatelnost $G_r^*(s)$ [25].

Postup návrhu regulačního obvodu je aplikován na modelu soustavy (58). Vzhledem k jeho použitelnosti na širokou třídu procesů, lze metodu IMC rozšířit na procesy se zpožděním právě jeho prostřednictvím. Jak patrně, rozdělení (68) provedeme tak, že pouze zpoždění v čitateli T_d zařadíme do neinvertovatelné části, $G_D(s) = e^{-T_d s}$, zatímco další zpoždění ϑ patří mezi relace invertovatelné. Pokud takto chápeme invertovatelnou část $G_0(s)$, přenos regulačního členu IMC bude

$$G_r^*(s) = \frac{(T_1s + 1)(T_2s + e^{-\vartheta s})}{k} F(s). \quad (71)$$

K tomu, aby takový přenos mohl být realizovatelný, musí být $F(s)$ alespoň 2. řádu, takže volíme

$$F(s) = \frac{1}{(T_Fs + 1)^2}, \quad (72)$$

kde T_F nastavuje frekvenční pásmo propustnosti. Přitom je třeba, aby $F(s)$ byl propustný v podstatně širším pásmu než $G(s)$, neboli aby $T_F < T_2$. Proto se nabízí zvolit $T_F = T_1$ a docílit tak částečného vykrácení v $G_r^*(s)$. Potom regulátor $G_r(s)$ zahrnující jak $G_r^*(s)$ tak i vnitřní model, má přenos ve tvaru

$$G_r(s) = \frac{T_2s + e^{-\vartheta s}}{k[T_1s + 1 - e^{-T_d s}(T_1s + 1)^{-1}]}. \quad (73)$$

Opět se jedná o výsledek, který není sice použitelný pro nastavení kompaktního regulátoru PID s pevnou strukturou, ale který lze implementovat na programovatelném automatu. Jeho strukturu najdeme rozkladem $G_r(s)$ na jednotlivé integrace a zpoždění např. volbou stavové proměnné (v L obraze) [25].

Rozborem rovnice (73) lze ukázat, že pro nízké frekvence, resp. pro pomalý pohyb v okolí rovnovážného stavu, se tento regulátor přibližuje chování typu PI. S uvážením frekvenčního přenosu, $s = j\omega$, a limitního přechodu $\omega \rightarrow 0$, může být přenos nahrazen aproximací

$$G_r(j\omega) \cong \frac{(1 + j\omega(T_2 - \vartheta))(1 + j\omega T_1)}{k[(1 + j\omega T_1)^2 - 1 + j\omega T_d]} \cong \frac{1 + j\omega(T_2 + T_1 - \vartheta)}{kj\omega(2T_1 + T_d)}, \quad (74)$$

jestliže zanedbáme členy s ω^2 . Regulátor se tedy chová podobně jako PI s parametry

$$T_I = T_2 + T_1 - \vartheta, \quad r_0 = \frac{T_2 + T_1 - \vartheta}{k(2T_1 + T_d)}. \quad (75)$$

Jestliže naopak v obvodu nastane výrazné porušení rovnováhy, výraz $1 - e^{-T_d s}(T_1s + 1)^{-1}$ má podstatnou velikost a funkce regulátoru (73) se spíše blíží typu PD. Pro nejvyšší frekvence lze $G_r(s)$ považovat za zhruba proporcionální se zesílením

$$r_{0\infty} = \frac{T_2}{kT_1} = \lim_{\omega \rightarrow \infty} G_r(j\omega). \quad (76)$$

V uvedené variantě (73) regulátoru všechny jeho parametry byly jednoznačně dány parametry modelu procesu. Tato zvláštnost je však dána speciální volbou $T_F = T_1$. (Přitom o časových konstantách modelu prakticky vždy platí $T_2 > \vartheta > T_1$.) Taková volba je výhodná, avšak dává dobré výsledky tehdy, jestliže chování modelu není příliš odlišné od skutečných vlastností procesu. Jakmile jsou tyto odchylky větší, tato volba už není nejvhodnější a nezbývá než volit $T_F > T_1$. Regulační pochod tím poněkud ztrácí na rychlosti, ale je méně citlivý na tyto odchylky, tj. je robustnější. Přenos regulátoru je potom poněkud složitější

$$G_r(s) = \frac{(T_1s + 1)(T_2s + e^{-\vartheta s})}{k[(T_Fs + 1)^2 - e^{-T_d s}]}, \quad (77)$$

nicméně stále realizovatelný pomocí dvou integrátorů a dvou bloků zpoždění na programovatelném automatu. Vlastnosti regulátoru (77) jsou podobné jako u (73), dokonce efektivní integrační časová konstanta zůstává nezměněna [25]:

$$T_I = T_2 + T_1 - \vartheta, \quad r_0 = \frac{T_2 + T_1 - \vartheta}{k(2T_F + T_d)}. \quad (78)$$

Efektivní proporcionální zesílení je ovšem nižší než u varianty (73) a sice (78) neboť $T_F > T_1$. Tímto snížením je právě způsoben poněkud pomalejší průběh regulačního pochodu než u varianty (73) [25].

Postup při seřizování regulátorů metodou funkcionální modifikace metody vnitřního modelu:

- 1) Určení parametrů modelu (58) buď grafickým vyhodnocením, anebo integracemi podle postupu uvedeného v publikaci [25].
- 2) Výpočet stavitelných parametrů regulátoru podle (73), resp. (77).

2.2.7 Modifikovaný Smithův regulátor pro regulaci soustav s dopravním zpožděním

Pro tuto metodu je zde opět vypracováno jen přehledové zpracování, které vychází z podrobnějšího popisu, který lze nalézt v publikaci [29].

Je zde popsán modifikovaný Smithův regulátor, který umožňuje řídit lineární regulované soustavy s dopravním zpožděním. Oproti standardnímu Smithovu regulátoru uvedený modifikovaný Smithův regulátor neobsahuje ve své struktuře matematický model regulované soustavy, ale pouze požadovaný přenos otevřeného regulačního obvodu [29].

K odvození modifikovaného Smithova regulátoru je použita metoda inverze dynamiky. Přenos regulované soustavy je uvažován ve tvaru

$$G(s) = G_S(s)e^{-T_d s} . \quad (79)$$

Přenos řízení uzavřeného regulačního obvodu zobrazeného na obr. 15 při uvažování vztahu (79) lze napsat ve tvaru

$$G_{wy}(s) = \frac{G_r(s)G_S(s)e^{-T_d s}}{1 + G_r(s)G_S(s)e^{-T_d s}} , \quad (80)$$

kde $G_r(s)$ je přenos konvenčního regulátoru (tab. 7).

Tab. 7 – Přenosy konvenčních regulátorů

typ regulátoru	přenos regulátoru	typ regulátoru	přenos regulátoru
P	r_0	PD	$r_0(1 + T_D s)$
I	$\frac{1}{T_I s}$	PID	$r_0 \left(1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s \right)$
PI	$r_0 \left(1 + \frac{1}{T_I s} \right)$	PIDi	$r_0 \left(1 + \frac{1}{T_I s} \right) (1 + T_D s)$

Ve jmenovateli vztahu (80) si lze povšimnout exponenciální funkce. Úkolem je navrhnout takový regulátor (modifikovaný Smithův regulátor), který odstraňuje tuto

exponenciální funkci ze jmenovatele přenosu uzavřeného regulačního obvodu. Z požadovaného přenosu uzavřeného regulačního obvodu

$$G_{wy}^*(s) = \frac{G_r^M(s)G_S(s)}{1 + G_r^M(s)G_S(s)} e^{-T_d s}, \quad (81)$$

může být získán přenos modifikovaného Smithova regulátoru ve tvaru

$$G_r^M(s) = \frac{1}{G_S(s)e^{-T_d s}} \frac{G_{wy}^*(s)}{1 - G_{wy}^*(s)}. \quad (82)$$

Označením požadovaného přenosu otevřeného regulačního obvodu bez dopravního zpoždění

$$G_o^*(s) = G_r(s)G_S(s), \quad (83)$$

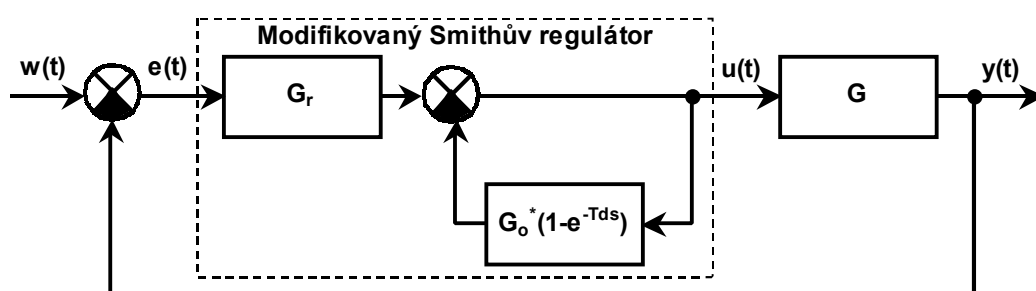
získáme požadovaný přenos řízení uzavřeného regulačního obvodu ve tvaru

$$G_{wy}^*(s) = \frac{G_o^*(s)}{1 + G_o^*(s)} e^{-T_d s}. \quad (84)$$

Dosazením (84) do (82) a úpravou lze získat modifikovaný Smithův regulátor ve tvaru

$$G_r^M(s) = \frac{G_r(s)}{1 + G_o^*(s)(1 - e^{-T_d s})}. \quad (85)$$

Schéma regulačního obvodu s modifikovaným Smithovým regulátorem je znázorněno na obr. 19. Z tohoto obrázku je patrné, že se ve struktuře modifikovaného Smithova regulátoru nachází konvenční regulátor a požadovaný přenos otevřeného regulačního obvodu společně s dopravním zpožděním regulované soustavy.



Obr. 19 – Schéma regulačního obvodu s modifikovaným Smithovým regulátorem

Z těchto vztahů vyplývá, že přenos konvenčního regulátoru musí být ve tvaru

$$G_r(s) = \frac{G_o^*(s)}{G_s(s)}. \quad (86)$$

Musí být předpokládáno:

- regulátor s přenosem (86) je fyzicky realizovatelný,
- nevyskytují se nestabilní nuly a póly v přenosu regulované soustavy.

Nyní pro požadovaný přenos uzavřeného regulačního obvodu a přenos otevřeného regulačního obvodu bez dopravního zpoždění

$$G_{wy}^*(s) = \frac{1}{T_w s + 1} e^{-T_d s} \quad \Leftrightarrow \quad G_o^*(s) = \frac{1}{T_w s}, \quad (87)$$

kde T_w je volitelná časová konstanta uzavřeného regulačního obvodu a pro regulovanou soustavu s přenosem

$$G(s) = \frac{k}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)} e^{-T_d s} \quad \Rightarrow \quad G_s(s) = \frac{k}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}, \quad (88)$$

je na základě vztahu (86) odvozen přenos regulátoru, který zajistí požadovaný přenos otevřeného regulačního obvodu (87), tj.

$$G_r(s) = \frac{1}{T_w s} \frac{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}{k} = \frac{T_1 + T_2}{k T_w} \left(1 + \frac{1}{(T_1 + T_2)s} + \frac{T_1 T_2 s}{(T_1 + T_2)} \right). \quad (89)$$

Ze vztahu (89) je patrné, že se jedná o konvenční PID regulátor. Podobným způsobem lze získat stavitelné parametry regulátorů pro jiné tvary přenosu regulované soustavy. Jednotlivé tvary přenosu regulovaných soustav a příslušné vztahy pro získání stavitelných parametrů regulátorů, jejichž přenosy se nacházejí v tab. 7, jsou uvedeny v tab. 8.

Tab. 8 je užitečná pro vybranou konvenční část (konvenční regulátor) modifikovaného Smithova regulátoru, který navíc obsahuje nekonvenční část se dvěma stavitelnými parametry – požadovanou časovou konstantu uzavřeného regulačního obvodu T_w a dopravní zpoždění regulované soustavy T_d .

Přechodová charakteristika uzavřeného regulačního obvodu s uvažovaným přenosem (87) je aperiodická bez překmitu [29].

Tab. 8 – Hodnoty stav. parametrů pro modifikovaný Smithův regulátor (bez překmitu)

přenos regulované soustavy	typ regulátoru	r_0	T_I	T_D
$ke^{-T_d s}$	I	-	kT_w	-
$\frac{1}{T_1 s} e^{-T_d s}$	P	$\frac{T_1}{T_w}$	-	-
$\frac{k}{T_1 s + 1} e^{-T_d s}$	PI	$\frac{T_1}{kT_w}$	T_1	-
$\frac{k}{s(T_1 s + 1)} e^{-T_d s}$	PD	$\frac{1}{kT_w}$	-	T_1
$\frac{k}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)} e^{-T_d s}$ $T_1 \geq T_2$	PID	$\frac{T_1 + T_2}{kT_w}$	$T_1 + T_2$	$\frac{T_1 T_2}{T_1 + T_2}$
	PIDi	$\frac{T_1}{kT_w}$	T_1	T_2
$\frac{k}{T_0^2 s^2 + 2\xi_0 T_0 s + 1} e^{-T_d s}$ $0,5 < \xi_0 \leq 1$	PID	$\frac{2\xi_0 T_0}{kT_w}$	$2\xi_0 T_0$	$\frac{T_0}{2\xi_0}$

Jestliže by měla být přechodová charakteristika uzavřeného regulačního obvodu s překmitem, pak musí být požadovaný přenos uzavřeného regulačního obvodu a přenos otevřeného regulačního obvodu uvažován ve tvaru

$$G_{wy}^*(s) = \frac{1}{T_w^2 s^2 + 2\xi_w T_w s + 1} e^{-T_d s} \quad \Leftrightarrow \quad G_o^*(s) = \frac{1}{T_w^2 s^2 + 2\xi_w T_w s} \quad (90)$$

Na základě vztahu (86) byly pro požadovaný přenos otevřeného regulačního obvodu (90) a pro odlišný regulační proces určeny příslušné typy regulátorů a jejich stavitelné parametry. V tomto případě je volitelným parametrem koeficient poměru tlumení ξ_w a časová konstanta T_w může být určena ze vztahu

$$T_w = 2\xi_w T_1, \quad \xi_w = \frac{|\ln \kappa|}{\sqrt{\pi^2 + \ln^2 \kappa}}, \quad (91)$$

kde T_1 je setrvačná časová konstanta regulované soustavy a κ je požadovaný překmit. Potom má požadovaný přenos otevřeného regulačního obvodu (90) tvar

$$G_o^*(s) = \frac{1}{4\xi_w^2 T_1 s (T_1 s + 1)}. \quad (92)$$

Výsledky jsou uvedeny v tab. 9. Je předpokládáno $T_1 \geq T_2 \geq T_3$. V tomto případě obsahuje nekonvenční část Smithova regulátoru tři stavitelné parametry – požadovaný koeficient poměru tlumení ξ_w , časovou konstantu regulované soustavy T_1 a dopravní zpoždění regulované soustavy T_d [29].

Tab. 9 – Hodnoty stav. parametrů pro modifikovaný Smithův regulátor (s překmitem)

přenos regulované soustavy	typ regulátoru	r_0	T_I	T_D
$\frac{k}{T_1 s + 1} e^{-T_d s}$	I	-	$4\xi_w^2 k T_1$	-
$\frac{k}{s(T_1 s + 1)} e^{-T_d s}$	P	$\frac{1}{4\xi_w^2 k T_1}$	-	-
$\frac{k}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)} e^{-T_d s}$	PI	$\frac{T_2}{4\xi_w^2 k T_1}$	T_2	-
$\frac{k}{s(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)} e^{-T_d s}$	PD	$\frac{1}{4\xi_w^2 k T_1}$	-	T_2
$\frac{k}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)(T_3 s + 1)} e^{-T_d s}$	PID	$\frac{T_2 + T_3}{4\xi_w^2 k T_1}$	$T_2 + T_3$	$\frac{T_2 T_3}{T_2 + T_3}$
	PIDi	$\frac{T_2}{4\xi_w^2 k T_1}$	T_2	T_3
$\frac{k}{(T_1 s + 1)(T_0^2 s^2 + 2\xi_0 T_0 s + 1)} e^{-T_d s}$ $0,5 < \xi_0 \leq 1$	PID	$\frac{\xi_0 T_0}{4\xi_w^2 k T_1}$	$2\xi_0 T_0$	$\frac{T_0}{2\xi_0}$

Postup při seřizování regulátorů pro modifikovaný Smithův regulátor:

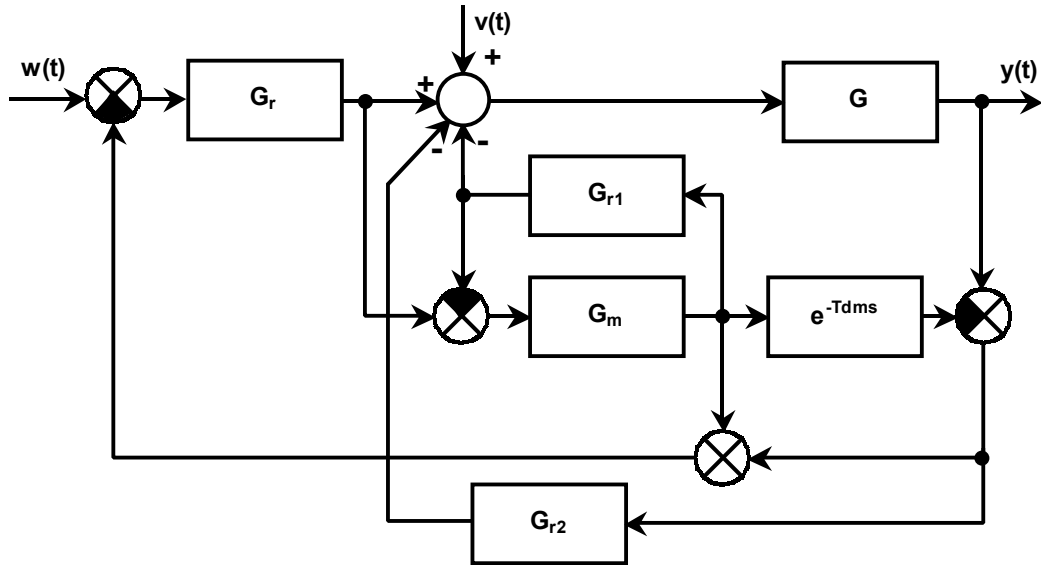
- 1) Upravit přenos regulované soustavy na některý ze základních tvarů uvedených v tab. 8, popř. v tab. 9 (dle požadavku na přechodovou charakteristiku uzavřeného regulačního obvodu bez překmitu, popř. s překmitem).
- 2) Zvolit si volitelnou časovou konstantu uzavřeného regulačního obvodu T_w , popř. požadovaný koeficient poměru tlumení ζ_w a z něj pak vypočítat T_w dle vztahu (91) (dle požadavku na přechodovou charakteristiku uzavřeného regulačního obvodu bez překmitu, popř. s překmitem).
- 3) Pro doporučený regulátor $G_r(s)$ vypočítat hodnoty jeho stavitelných parametrů z tab. 8, popř. z tab. 9 (dle požadavku na přechodovou charakteristiku uzavřeného regulačního obvodu bez překmitu, popř. s překmitem).
- 4) Určení přenosu otevřeného regulačního obvodu $G_o^*(s)$ pomocí rovnice (87), popř. (90) (dle požadavku na přechodovou charakteristiku uzavřeného regulačního obvodu bez překmitu, popř. s překmitem).
- 5) Sestavení modifikovaného Smithova regulátoru dle obr. 19.

2.2.8 Modifikovaný Smithův prediktor a regulátor pro procesy s dopravním zpožděním

V této kapitole je stručně popsána další metoda modifikovaného Smithova prediktoru vycházející z podrobnějšího popisu, který je uveden v [7].

Konkrétně se jedná o modifikaci Smithova prediktoru pro procesy s velkým dopravním zpožděním a účinným algoritmem návrhu regulátoru zvláště pro nestabilní a integrační procesy. Regulační schéma této modifikace je zobrazeno na obr. 20 [7].

První ze tří regulátorů G_{r1} ve vnitřní smyčce zajišťuje stabilizaci nestabilních nebo integračních procesů. Další regulátor G_r je použit ke sledování žádané hodnoty a regulátor G_{r2} k potlačení poruchy při uvažování vnitřního obvodu jako stabilního procesu otevřeného regulačního obvodu. Také signál daný zpětnou vazbou G_{r2} může být považován za odhad vstupní poruchy $v(t)$. Když $G_{r1} = 0$ i $G_{r2} = 0$, obdržíme standardní Smithův prediktor [7].



Obr. 20 – Schéma regulačního obvodu s modifikovaným Smithovým regulátorem 2

Odezva uzavřeného obvodu na žádanou hodnotu a vstupní poruchu je dána vztahem

$$Y(s) = Y_w(s)W(s) + Y_v(s)V(s), \quad (93)$$

kde

$$Y_w(s) = \frac{G_r G_S e^{-T_d s} (1 + G_{r2} G_m e^{-T_{dm} s})}{(1 + G_m [G_r + G_{r1}]) (1 + G_{r2} G_S e^{-T_d s}) + G_r (G_S e^{-T_d s} - G_m e^{-T_{dm} s})}, \quad (94)$$

$$Y_v(s) = \frac{G_S e^{-T_d s} (1 + G_m [G_r + G_{r1} - G_r e^{-T_{dm} s}])}{(1 + G_m [G_r + G_{r1}]) (1 + G_{r2} G_S e^{-T_d s}) + G_r (G_S e^{-T_d s} - G_m e^{-T_{dm} s})}, \quad (95)$$

kde $G_S e^{-T_d s}$ je přenos regulované soustavy ve tvaru (79) a $G_m e^{-T_{dm} s}$ je přenos modelu regulované soustavy. Za předpokladu, že se použitý model shoduje s regulovanou soustavou (takže $G_m = G_S$ a $T_{dm} = T_d$), lze rovnice (94) a (95) zredukovat na tvar

$$Y_w(s) = \frac{G_r G_S e^{-T_d s}}{1 + G_S (G_r + G_{r1})}, \quad (96)$$

$$Y_v(s) = \frac{G_S e^{-T_d s}}{1 + G_S (G_r + G_{r1})} \frac{1 + G_S (G_r + G_{r1}) - G_r G_S e^{-T_d s}}{1 + G_{r2} G_S e^{-T_d s}}. \quad (97)$$

Z rovnic (96) a (97) je zřejmé, že tento modifikovaný Smithův prediktor oddělil odezvu poruchy od odezvy žádané veličiny. Rovnice (97) ukazuje, že odezva na konstantní hodnotu poruchy bude nestabilní, jestliže $G_{r2} = 0$ a pokud G_S je nestabilní přenos. Část $Y_w(s)$ bez dopravního zpoždění je porovnána se standardním tvarem uzavřeného regulačního obvodu s nulou pro minimum ISTE kritéria [3, 7, 8], což umožní získání parametrů G_r a G_{r1} . Pro jednotkový skok žádané veličiny není navržený regulátor omezen poměrem doby dopravního zpoždění a nestabilní časové konstanty. Z rovnic (96) a (97) vyplývá, že stabilita modifikovaného Smithova prediktoru závisí na kořenech charakteristické rovnice (98) [7].

$$[1 + G_S(G_r + G_{r1})](1 + G_{r2}G_S e^{-T_d s}) = 0 \quad (98)$$

Protože již byly kořeny části charakteristické rovnice $[1 + G_S(G_r + G_{r1})]$ vhodně navrženy výše, je zapotřebí „pouze“ určit parametry G_{r2} , které zaručují stabilitu druhé části charakteristické rovnice. K tomuto účelu je použito přístupu optimálního fázového rozpětí De Paora a O'Malleyho [30] pro návrh proporcionálního regulátoru pro nestabilní procesy s dopravním zpožděním. Ačkoliv se jejich studie týká pouze případů, kdy poměr dopravního zpoždění k časové konstantě je menší než 1, může být získán jednoduchý explicitní výraz pro návrh parametrů G_{r2} [7]. Existují návrhy [6], které toto omezení posouvají k vyšší hodnotě 2, jestliže je použit PD/PID regulátor, ale za cenu mnohem větší složitosti. Protože pro stabilní systém není zapotřebí věnovat speciální pozornost poruše narozdíl od nestabilních a integračních systémů, může být pro stabilní systémy uvažováno $G_{r2} = 0$. Avšak stabilita modifikovaného Smithova prediktoru je ovlivněna přesností, se kterou model reprezentuje regulovanou soustavu. I když mají oba přenosy G_S a G_m nestabilní póly, ty se vzájemně vykrátí, protože G_S a G_m se vhodně objevují v čitatelích a jmenovatelích rovnic (94) a (95) [7].

Hlavní regulátor G_r je konvenční PI regulátor, zatímco regulátory ve zpětné vazbě mohou být buď typu P nebo PD, což závisí na řádu modelu procesu. I když není zapotřebí žádného stabilizačního regulátoru pro stabilní proces, může být odezva s PI-PD regulátorem v některých případech daleko lepší než ta s PID regulátorem [7].

Při řízení procesů existují tři obecné tvary přenosu užívané k modelování typických procesů: první může být popsán stabilním nebo nestabilním FOTDS (first order time delay system) modelem, další stabilním nebo nestabilním SOTDS (second order time

delay system) modelem a třetí modelem integračního typu s dopravním zpožděním. Protože je možné omezit přechodové funkce vyššího řádu, které mohou obsahovat dopravní zpoždění, docela přesně modely nižšího řádu s větším dopravním zpožděním, je tato studie omezena na tyto tři typy modelů procesu [7].

Pozn. Existuje ještě modifikovaná verze výpočtu parametrů regulátorů pro tento modifikovaný Smithův prediktor od stejných autorů, kterou lze nalézt v [38].

Postup při seřizování regulátorů pro modifikovaný Smithův prediktor a regulátor pro procesy s dopravním zpožděním:

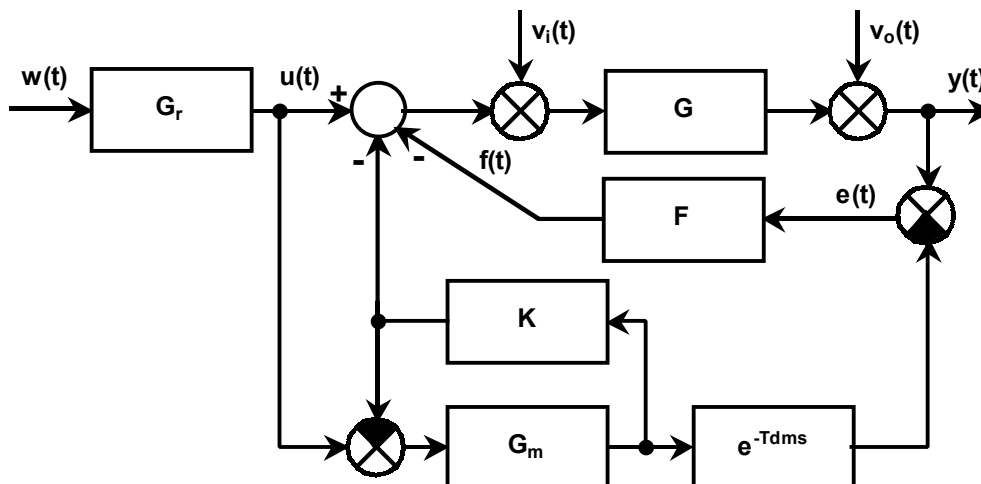
- 1) Upravit přenos regulované soustavy na některý ze základních tvarů (FOTDS, SOTDS nebo integrační systém s dopravním zpožděním).
- 2) Vytvoření části $Y_w(s)$ bez dopravního zpoždění dle rovnice (96).
- 3) Porovnáním části $Y_w(s)$ bez dopravního zpoždění a standardního tvaru s nulou pro minimum kritéria ISTE [3, 7, 8] získat parametry regulátorů G_r (PI) a G_{r1} (P, popř. PD dle řádu modelu procesu).
- 4) Určit parametry G_{r2} (P, popř. PD dle řádu modelu procesu) pomocí přístupu optimálního fázového rozpětí De Paora a O'Malleyho [7, 30] pro návrh proporcionálního regulátoru pro nestabilní procesy s dopravním zpožděním. U stabilních procesů může být uvažováno $G_{r2} = 0$.

2.2.9 Modifikovaný Smithův prediktor pro integrační a nestabilní procesy s dopravním zpožděním

Pro tuto metodu je zde opět vypracováno jen přehledové zpracování, které vychází z podrobnějšího popisu, který lze nalézt v publikaci [17].

Schéma regulačního obvodu modifikovaného Smithova prediktoru je zobrazeno na obr. 21, ve kterém slouží regulátor G_r ke sledování žádané veličiny, regulátor K ke stabilizaci a regulátor F k potlačení vlivu poruchy. Odezvy na žádanou veličinu i na poruchu mohou být optimalizovány samostatně a mohou být kvantitativně odhadnuty jejich specifikace časové oblasti, protože jsou oba navržené regulátory G_r a F analyticky navrženy pomocí H_2 optimálního cíle. Navíc podle těchto navržených postupů mohou být

oba regulátory G_r a F seřizeny jednoduchým parametrem za účelem poskytnutí nejlepšího kompromisu mezi nominálním regulačním pochodem a robustností struktury ve výskytu procesních neurčitostí, což je další výhodou navrženého 2DOF regulačního schématu [17].



Obr. 21 – Schéma regulačního obvodu s modifikovaným Smithovým regulátorem 3

Článek [17] je zaměřen na syntézu tří typů regulovaných soustav:

$$G_1(s) = \frac{k}{s} e^{-T_d s}, \quad G_2(s) = \frac{k}{s(T_1 s + 1)} e^{-T_d s}, \quad G_3(s) = \frac{k}{T_1 s - 1} e^{-T_d s}. \quad (99)$$

Za předpokladu, že je regulátor K typu P (tj. $K = k_c$), lze přenos řízení napsat ve tvaru

$$G_{wy}(s) = \frac{G_r G}{1 + k_c G_m} \frac{1 + F G_m e^{-T_{dm} s}}{1 + F G}. \quad (100)$$

Budeme-li předpokládat, že se použitý model shoduje s regulovanou soustavou (takže $G_m = G_s$ a $T_{dm} = T_d$), lze rovnici (100) zredukovat na tvar

$$G_{wy}(s) = \frac{G_r G}{1 + k_c G_m}, \quad (101)$$

ve kterém neobsahuje charakteristická rovnice dopravní zpoždění, což přispívá k vynikající odezvě na změnu žádané veličiny.

Charakteristické rovnice regulovaných soustav (99) lze zapsat ve tvaru (dle pořadí)

$$s + k_c k = 0, \quad T_1 s^2 + s + k_c k = 0, \quad T_1 s + k_c k - 1 = 0, \quad (102)$$

z nichž vyplývá, že budou stabilní pro $k_c > 0$ pro G_1 a G_2 a $k_c > 1/k$ pro G_3 . Z tohoto důvodu je zvolena pro stabilizaci u integračních soustav v (99) jednotková zpětná vazba, tj. $k_c = 1$. Regulátor K lze zvolit i typu PID, ale tím se značně zkomplikuje vlastní syntéza. Navíc není třeba nalézt optimální regulátor, poněvadž pro optimalizaci odezvy na žádanou veličinu je použit regulátor G_r a regulátor K neovlivňuje nastavení regulátorů G_r a F [17].

K návrhu regulátoru G_r je použito normy optimálního řízení H_2 , $\min \|e\|_2^2 = \min \|W(s) - (1 - G_{wy}(s))\|_2^2$, přičemž pro skokové změny je $W(s) = 1/s$. Použitím této optimalizace a n/n řádu Padého aproximace byly získány pro regulované soustavy (99) tyto přenosy regulátorů (dle pořadí)

$$G_r(s) = \frac{s + k_c k}{k(\lambda_c s + 1)}, \quad G_r(s) = \frac{T_1 s^2 + s + k_c k}{k(\lambda_c s + 1)^2}, \quad G_r(s) = \frac{T_1 s + k_c k - 1}{k(\lambda_c s + 1)}, \quad (103)$$

kde λ_c je seřizovací parametr, a pokud inklinuje k 0, G_r se stává optimálním [17]. Pokud by ale $\lambda_c = 0$, byl by regulátor G_r nerealizovatelný. Proto musí nastavení λ_c vyhovět kompromisu mezi nominálním výkonem odezvy na žádanou veličinu a výstupní energií regulátoru G_r . Tzn., s klesajícím λ_c bude odezva rychlejší, ale výstupní energie bude větší, což souvisí s více agresivními akčními zásahy a naopak. Z většího počtu simulací se ukázalo, že je vhodné volit parametr λ_c v rozsahu $0,5T_d - 3T_d$. Obecně je doporučeno určit hodnotu parametru λ_c o velikosti kolem hodnoty dopravního zpoždění T_d [17].

Přenosy poruch lze napsat ve tvaru

$$G_{vi}(s) = \frac{y_{vi}}{v_i} = \frac{G(s)}{1 + F(s)G(s)}, \quad G_{vo}(s) = \frac{y_{vo}}{v_o} = \frac{1}{1 + F(s)G(s)}, \quad (104)$$

takže doplňková citlivostní funkce uzavřeného regulačního obvodu pro potlačení poruchy může být odvozena jako

$$T_v(s) = \frac{f}{v_i} = \frac{F(s)G(s)}{1 + F(s)G(s)} \quad (105)$$

a v ideálním případě by mohla být $T_v(s) = e^{-T_d s}$. Ovšem zde existují omezení asymptotického sledování:

$$\lim_{s \rightarrow s_i} G_{vo}(s) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, m$$

$$\lim_{s \rightarrow 0} G_{vo}(s) = 0, \quad (106)$$

kde s_i jsou nestabilní póly $G(s)$ a m je počet těchto nestabilních pólů.

Inspirováním robustní IMC teorií, je $T_v(s)$ určeno pomocí H_2 optimálního cíle, tj.

$$T_v(s) = \frac{\sum_{i=1}^m \alpha_i s^i + 1}{(\lambda_f s + 1)^{l+m}} e^{-T_d s}, \quad (107)$$

kde λ_f je seřizovací parametr, l je relativní stupeň $G(s)$, m je počet nestabilních pólů $G(s)$ a α_i je určeno omezeními (106) [17].

Použitím vztahů (105-107) lze pro regulovanou soustavu $G_1(s)$ získat požadovaný regulátor ve tvaru

$$F_{im}(s) = \frac{s(\alpha_1 s + 1)}{k[(\lambda_f s + 1)^2 - (\alpha_1 s + 1)e^{-T_d s}]}, \quad (108)$$

kde $\alpha_1 = 2\lambda_f + T_d$. V tomto vztahu si však lze povšimnout nuly, která nemůže být přímo odstraněna a může v praxi způsobit nestabilitu regulátoru F . Proto je tedy použita matematická Maclaurinova rozšiřující rovnice k jednoduchému znovu vytvoření požadovaného regulátoru. Lze si všimnout, že by mohl mít požadovaný regulátor F integrační charakter k eliminaci nějakých výstupních odchylek systému vyvstávajících z poruch. Tudíž předpokládejme $F_{im}(s) = M(s)/s$ a získáme

$$F_{im}(s) = \frac{1}{s} \left[M(0) + M'(0)s + \frac{M''(0)}{2!} s^2 + \dots \right]. \quad (109)$$

První tři členy tohoto vztahu určují standardní PID regulátor ve tvaru

$$F(s) = k_f + \frac{1}{T_I s} + T_D s, \quad (110)$$

kde $k_f = M'(0)$, $T_I = 1/M(0)$ a $T_D = M''(0)/2$. Mělo by být poznamenáno, že ryzí derivační člen v rovnici (110) může být fyzikálně implementován v kaskádě s nízkopropustným filtrem prvního řádu, ve kterém může být zvolena časová konstanta o velikosti $(0,01 \sim 0,1)T_D$. Dále si lze všimnout, že v požadovaném regulátoru a jeho Maclaurinově aproximaci je jeden seřizovací parametr λ_f . Proto může být prakticky seřízen požadovaný regulátor F typu PID ve tvaru (110) [17].

Obdobně pro regulovanou soustavu ve tvaru $G_2(s)$ (99) lze určit následující vztah:

$$F_{im}(s) = \frac{s(T_1s + 1)(\alpha_1s + 1)}{k[(\lambda_f s + 1)^3 - (\alpha_1s + 1)e^{-T_d s}]}, \quad (111)$$

kde $\alpha_1 = 3\lambda_f + T_d$. Regulátor F typu PID pak může být získán použitím vztahů (109-111) [27].

Také pro regulovanou soustavu ve tvaru $G_3(s)$ (99) lze určit následující vztah:

$$F_{im}(s) = \frac{(T_1s - 1)(\alpha_1s + 1)}{k[(\lambda_f s + 1)^2 - (\alpha_1s + 1)e^{-T_d s}]}, \quad (112)$$

kde $\alpha_1 = T_1[(\lambda_f)/(T_1)+1]^2 e^{T_d/T_1} - 1$. Regulátor F typu PID pak může být získán použitím vztahů (109, 110, 112) [27].

Pro regulovanou soustavu $G_1(s)$ (99) lze získat omezení pro robustní stabilitu uzavřeného obvodu, ze kterého lze určit seřizovací parametr λ_f [17], tj.

$$\left\| \frac{(2\lambda_f + T_d)s + 1}{(\lambda_f s + 1)^2} \right\|_{\infty} < \frac{1}{\|\Delta_m(s)\|_{\infty}}, \quad (113)$$

kde $\Delta_m(s)$ definuje multiplikativní neurčitost procesu [27].

Obdobně lze pro regulovanou soustavu $G_2(s)$ a $G_3(s)$ (99) získat omezení pro robustní stabilitu uzavřeného obvodu, ze kterého lze určit seřizovací parametr λ_f [17], tj. (dle pořadí)

$$\left\| \frac{(3\lambda_f + T_d)s + 1}{(\lambda_f s + 1)^3} \right\|_{\infty} < \frac{1}{\|\Delta_m(s)\|_{\infty}}, \quad \left\| \frac{T_1[(\lambda_f / T_1 + 1)^2 e^{T_d/T_1} - 1]s + 1}{(\lambda_f s + 1)^2} \right\|_{\infty} < \frac{1}{\|\Delta_m(s)\|_{\infty}}. \quad (114)$$

Zvyšováním hodnoty λ_f se zlepšuje potlačování poruchy uzavřeného regulačního obvodu, ale zároveň se snižuje jeho robustnost [17].

Z mnoha simulačních výsledků byly získány rozmezí hodnot λ_f , konkrétně pro regulovanou soustavu $G_1(s)$ je to $0,4T_d - 2,0T_d$, pro regulovanou soustavu $G_2(s)$ $0,5T_d - 3,0T_d$ a pro regulovanou soustavu $G_3(s)$ $0,8T_d - 3,0T_d$. Obecně je doporučeno určit hodnotu parametru λ_f o velikosti kolem hodnoty dopravního zpoždění T_d [17].

Postup při seřizování regulátorů pro modifikovaný Smithův prediktor pro integrační a nestabilní procesy s dopravním zpožděním:

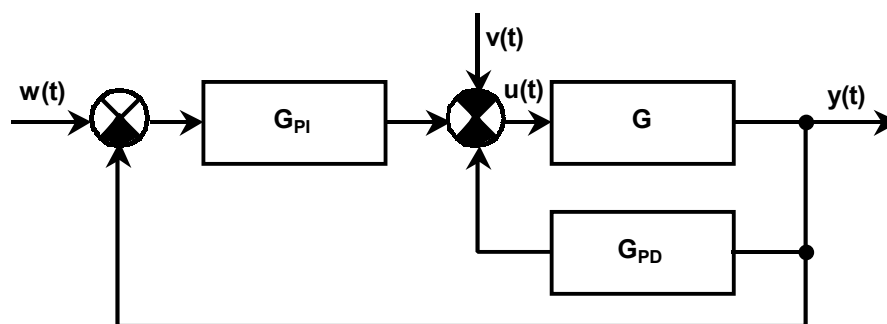
- 1) Upravit přenos regulované soustavy na některý z tvarů (99) (Pokud to není možné, lze odvodit vztahy pro jednotlivé regulátory i pro jiný typ regulované soustavy, ale za cenu větší komplikovanosti).
- 2) Určit regulátor K typu P, tj. k_c pomocí podmínky stability ve vztazích (102). Často je zvolena pro stabilizaci u integračních soustav v rovnici (99) jednotková zpětná vazba, tj. $k_c = 1$.
- 3) Určit regulátor G_r ze vztahů (103), přičemž je zapotřebí zvolit parametr λ_c . Obecně je doporučeno určit hodnotu parametru λ_c o velikosti kolem hodnoty dopravního zpoždění T_d .
- 4) Určit regulátor F typu PID ze vztahů (108-112), přičemž je zapotřebí zvolit parametr λ_f . Obecně je doporučeno určit hodnotu parametru λ_f o velikosti kolem hodnoty dopravního zpoždění T_d .

2.2.10 Návrh PI-PD regulátoru využívající standardních tvarů

V rámci této kapitoly je stručně popsán přístup návrhu PI-PD regulátoru využívající standardních tvarů s variabilní nulou, který vychází z literatury [8].

K nastavení PI-PD regulátoru je využito ISTE a IST²E kritérií a člen dopravního zpoždění je aproximován Padého aproximací [8].

Schéma regulačního obvodu je zobrazeno na obr. 22, ve kterém je G_{PI} přenos PI regulátoru a G_{PD} přenos PD regulátoru.



Obr. 22 – Schéma regulačního obvodu s PI-PD regulátorem

Základním předpokladem je aproximace členu dopravního zpoždění Padého aproximací, která je popsána v kapitole 4.1. Použitím Padého aproximace 0/2 řádu může být přenos regulované soustavy ve tvaru

$$G(s) = \frac{k}{T_1 s \pm 1} e^{-T_d s}, \quad (115)$$

kde k je zesílení, T_1 časová konstanta a T_d dopravní zpoždění regulované soustavy, upraven na tvar

$$G_A(s) = \frac{b_0}{s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0}, \quad (116)$$

kde je $G_A(s)$ aproximovaný přenos regulované soustavy, $b_0 = \frac{2k}{T_1 T_d^2}$, $a_2 = \frac{2}{T_d} \pm \frac{1}{T_1}$,

$$a_1 = \frac{2}{T_d^2} \pm \frac{2}{T_1 T_d} \text{ a } a_0 = \frac{\pm 2}{T_1 T_d^2}.$$

Obdobně pak lze získat pro integrační regulovanou soustavu popsanou tvarem

$$G(s) = \frac{k}{s} e^{-T_d s}, \quad (117)$$

kde k je zesílení a T_d dopravní zpoždění regulované soustavy, stejný aproximovaný přenos

regulované soustavy (116), který se jen liší koeficienty, konkrétně: $b_0 = \frac{2k}{T_d^2}$, $a_2 = \frac{2}{T_d}$,

$$a_1 = \frac{2}{T_d^2} \text{ a } a_0 = 0.$$

Pro přenos regulované soustavy ve tvaru

$$G(s) = \frac{k}{(T_1 s \pm 1)(T_2 s + 1)} e^{-T_d s}, \quad (118)$$

kde k je zesílení, T_1 a T_2 jsou časové konstanty a T_d dopravní zpoždění regulované soustavy, a při použití Padého aproximace 0/1 řádu (154), získáme opět aproximovaný

přenos regulované soustavy (116), ve kterém jsou koeficienty dány vztahy: $b_0 = \frac{k}{T_1 T_2 T_d}$,

$$a_2 = \frac{1}{T_d} + \frac{1}{T_2} \pm \frac{1}{T_1}, \quad a_1 = \frac{1}{T_2 T_d} \pm \frac{1}{T_1 T_d} \pm \frac{1}{T_1 T_2} \text{ a } a_0 = \frac{\pm 1}{T_1 T_2 T_d}.$$

A stejně pak pro přenos regulované soustavy ve tvaru

$$G(s) = \frac{k}{s(T_1 s \pm 1)} e^{-T_d s} \quad (119)$$

kde k je zesílení, T_1 je časová konstanta a T_d dopravní zpoždění regulované soustavy, získáme stejný aproximovaný přenos regulované soustavy (116) s těmito koeficienty:

$$b_0 = \frac{k}{T_1 T_d}, \quad a_2 = \frac{1}{T_d} \pm \frac{1}{T_1}, \quad a_1 = \frac{\pm 1}{T_1 T_d} \quad \text{a} \quad a_0 = 0.$$

Dále je předpokládán přenos regulátorů PI a PD ve tvaru

$$G_{PI}(s) = k_{PI} \left(\frac{1 + T_I s}{T_I s} \right), \quad G_{PD}(s) = k_{PD} + T_D s, \quad (120)$$

ve kterých je k_{PI} zesílení a T_I integrační časová konstanta PI regulátoru, k_{PD} zesílení a T_D derivační časová konstanta PD regulátoru.

Pro aproximovaný přenos regulovaných soustav (116) a přenosy PI a PD regulátorů (120) lze získat přenos uzavřeného regulačního obvodu ve tvaru

$$G_{14}(s) = \frac{b_0 k_{PI} (T_I s + 1)}{T_I s^4 + T_I a_2 s^3 + (a_1 + b_0 T_D) T_I s^2 + (a_0 + b_0 k_{PD} + b_0 k_{PI}) T_I s + b_0 k_{PI}}. \quad (121)$$

Normalizací tohoto vztahu pomocí

$$s_n = s \left(\frac{T_I}{b_0 k_{PI}} \right)^{1/4} = s / \varepsilon \quad (122)$$

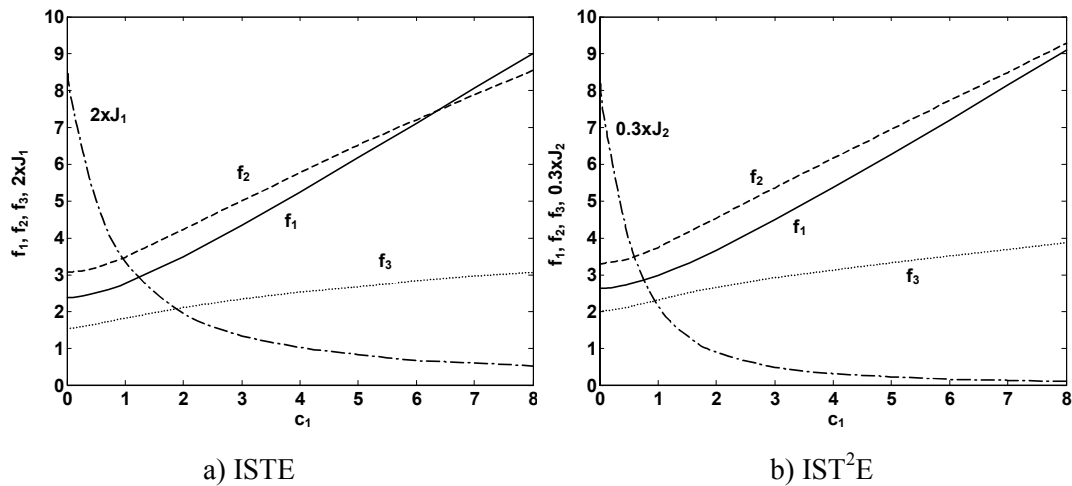
lze získat normalizovaný přenos uzavřeného regulačního obvodu ve tvaru

$$G_{14}(s_n) = \frac{c_1 s_n + 1}{s_n^4 + f_3 s_n^3 + f_2 s_n^2 + f_1 s_n + 1}, \quad (123)$$

kde

$$f_3 = a_2 \varepsilon^{-1}, \quad f_2 = (a_1 + b_0 T_D) \varepsilon^{-2}, \quad f_1 = (a_0 + b_0 k_{PD} + b_0 k_{PI}) \varepsilon^{-3}, \quad c_1 = T_I \varepsilon. \quad (124)$$

Standardní přenos čtvrtého řádu s variabilní nulou a koeficienty c_1, f_1, f_2 a f_3 jsou dány rovnicí (123). Koeficienty přenosu standardního tvaru pro ISTE a IST²E kritéria a odpovídající hodnoty kritérií J_1 a J_2 jsou dány vůči hodnotě koeficientu c_1 na obr. 23 [8].



Obr. 23 – Optimální hodnoty J_1 a J_2 a odpovídající koeficienty f vůči c_1 pro $G_{14}(s)$

K získání parametrů regulátoru je v obou dvou případech použit stejný postup, který je zde pro objasnění uveden jen pro kritérium IST^2E .

Z obr. 23b) je patrné, že koeficient f_3 má svoji nejmenší hodnotu 1,9902 pro hodnotu $c_1 = 0$, takže návrh založený na přístupu standardního tvaru vyžaduje $a_2 \neq 0$, protože $f_3 = a_2/\varepsilon$. Rychlost odezvy roste se stoupajícím ε , ale stoupající ε také snižuje hodnotu f_3 pro danou hodnotu a_2 a tím se zvyšuje hodnota J_2 , jak lze vyzorovat z obr. 23b). Kompromis návrhu je udělán v získání vhodné hodnoty f_3 s co nejvyšší možnou hodnotou ε . Pro zvolenou hodnotu ε je získána hodnota f_3 z rovnice (124) a na základě této volby jsou pak získány hodnoty c_1, f_2 a f_1 pomocí IST^2E kritéria k získání optimální odezvy uzavřeného regulačního obvodu. Z rovnic (124) jsou pak získány hodnoty parametrů PI a PD regulátorů. Z důvodu použití aproximace nízkého řádu pro dopravní zpoždění je zde omezení vyplývající z frekvenční odezvy, konkrétně $T_d/T_1 \leq 0,8$ pro regulovanou soustavu s přenosem (115) a $T_d/T_1 \pm T_2/T_1 \leq 0,8$ pro regulovanou soustavu s přenosem (118) [8].

Postup při seřizování regulátorů pro PI-PD regulátor využívající standardních tvarů:

- 1) Vytvoření normalizovaného přenosu uzavřeného regulačního obvodu (123) pro regulátor PI-PD.
- 2) Zvolit si kritérium ($ISTE, IST^2E$).
- 3) Získat vhodnou hodnotu f_3 s co nejvyšší možnou hodnotou ε .

- 4) Pro zvolenou hodnotu ε (f_3) získat hodnoty c_1 , f_2 a f_1 pomocí ISTE, popř. IST²E kritéria k získání optimální odezvy uzavřeného regulačního obvodu.
- 5) Z rovnic (122) a (124) získat hodnoty parametrů PI a PD regulátorů.

2.2.11 Cohen-Coonova metoda

Tato metoda vychází z tří-parametrového modelu regulované soustavy (24). Má-li uvažovaný systém přenos v jiném tvaru a chceme-li použít následující syntézu, je zapotřebí jeho přenos nejprve převést na tří-parametrový model (např. použitím metody kvadratických odchylek nebo z grafického vyjádření přechodové charakteristiky) a nebo provádět identifikaci systému pro tento, předem stanovený, model.

Tato metoda se pokouší o nastavení několika pólů uzavřeného regulačního obvodu tak, aby bylo dosaženo spolehlivého výkonu řízení. Konkrétně se jedná o umístění tří pólů, páru komplexních pólů a jednoho reálného pólu [31].

Cohen-Coonova metoda je navržena tak, že dává poměr tlumení $\frac{1}{4}$. To znamená, že tato metoda návrhu regulátoru bude mít odezvu u druhého kmitu čtvrtinu první amplitudy. Více informací o této metodě lze nalézt v [31, 35, 36].

Přenos regulátoru je uvažován ve tvaru

$$G_r(s) = r_0 \left(1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s \right). \quad (125)$$

Tab. 10 – Parametry regulátoru pro Cohen-Coonovu metodu

typ regulátoru	r_0	T_I	T_D
P	$\frac{1}{k \cdot r} \left(1 + \frac{r}{3} \right)$	-	-
PI	$\frac{1}{k \cdot r} \left(0,9 + \frac{r}{12} \right)$	$\frac{30 + 3r}{9 + 20r} T_d$	-
PID	$\frac{1}{k \cdot r} \left(\frac{4}{3} + \frac{r}{4} \right)$	$\frac{32 + 6r}{13 + 8r} T_d$	$\frac{4}{1 + 2r} T_d$

Parametry regulátoru lze vypočítat dle tab. 10 a $r = T_d/T_1$ a postup při seřizování regulátorů pro Cohen-Coonovu metodu je následující:

- 1) Určení tří-parametrového modelu regulované soustavy (24).
- 2) Zvolení si typu regulátoru a výpočet jeho parametrů dle tab. 10.

2.2.12 Metoda vyváženého nastavení parametrů regulátoru

Metoda vyváženého nastavení parametrů regulátoru kromě minimálního překmitu zabezpečuje vyváženost mezi proporcionálními a integračními zásahy a také vychází z přenosu tří-parametrového modelu regulované soustavy (24). Podrobnější informace o této metodě lze nalézt v [33, 37].

Přenos regulátoru je uvažován ve tvaru (125). V tab. 11 jsou uvedeny vztahy pro výpočet jednotlivých parametrů regulátorů s využitím tzv. normalizovaného dopravního zpoždění $\tau = T_d/(T_d+T_1)$ a průměrné doby ustálení $T_{ar} = T_d+T_1$.

Tab. 11 – Parametry regulátoru pro metodu vyváženého nastavení

typ regulátoru	r_0	T_I	T_D
PI	$\frac{1}{k} \left(1 - \frac{2\tau}{1 + \sqrt{1 + 2\tau^2}} \right)$	$\left(\frac{1 + \sqrt{1 + 2\tau^2}}{2} - \tau \right) T_{ar}$	-
PID	$\frac{1}{k} \left(1 - \frac{2\tau}{1 + \sqrt{1 + 2\tau^2}} \right)$	$\left(\frac{1 + \sqrt{1 + 2\tau^2}}{2} - \tau \right) T_{ar}$	$\leq \frac{T_I}{4}$

Pozn.: Metoda byla odvozena z integrálního kritéria ITAE, které je jedním z kritérií posuzujících kvalitu regulace. Pomocí tohoto kritéria byl dán do rovnosti proporcionální výkon PI regulátoru a integrační výkon PI regulátoru. Na základě numerického výpočtu této rovnice byly odvozeny parametry PI regulátoru [33, 37].

Postup při seřizování regulátorů pro metodu vyváženého nastavení parametrů regulátoru:

- 1) Určení tří-parametrového modelu regulované soustavy (24).
- 2) Zvolení si typu regulátoru a výpočet jeho parametrů dle tab. 11.

2.2.13 Åström-Hägglundova metoda

Tuto metodu lze použít nejen pro syntézu regulačního obvodu obsahujícího proporcionální, ale také integrační soustavu. Následující stručný popis metody byl získán z literatury [33, 34].

Procesy s přechodovou charakteristikou typu „S“

Pro získání parametrů regulátoru se opět vychází z přenosu tří-parametrového modelu regulované soustavy (24) a přenos regulátoru je uvažován ve tvaru (125). Vztahy pro výpočet jednotlivých parametrů regulátorů jsou uvedeny v tab. 12 a parametr $\tau = T_d/(T_d+T_1)$ je normalizovaného dopravního zpoždění.

Tab. 12 – Parametry regulátoru pro Åström-Hägglundovu metodu – proporcionální soustavy

typ regulátoru	r_0	T_I	T_D
PI	$0,29 \frac{T_1}{kT_d} e^{(-2,7\tau+3,7\tau^2)}$	$8,9T_d e^{(-6,6\tau+3,0\tau^2)}$	-
PID	$3,8 \frac{T_1}{kT_d} e^{(-8,4\tau+7,3\tau^2)}$	$5,2T_d e^{(-2,5\tau-1,4\tau^2)}$	$0,89T_d e^{(-0,37\tau-4,1\tau^2)}$

U této metody lze dosáhnout určitého zrychlení odezvy regulačního obvodu při výpočtu regulační odchylky u proporcionální části regulátoru, jehož výstupní signál lze přepsat do tvaru

$$u(t) = r_0 \left(e_p(t) + \frac{1}{T_I} \int_0^t e(\eta) d\eta + T_D \frac{de(t)}{dt} \right), \quad (126)$$

přičemž

$$e_p(t) = \mu w(t) - y(t), \quad (127)$$

kde μ je váhový koeficient, který lze určit pro PI regulátor dle vztahu

$$\mu = 0,81 e^{(0,73\tau+1,9\tau^2)} \quad (128)$$

a pro PID regulátor podle vztahu

$$\mu = 0,4e^{(0,18\tau+2,8\tau^2)}. \quad (129)$$

Integrační procesy

Pro získání parametrů regulátoru se v tomto případě vychází z přenosu tří-parametrového modelu popsaného vztahem

$$G(s) = \frac{k}{s(T_1s + 1)} e^{-T_d s}. \quad (130)$$

Tato metoda také nabízí možnost získání parametrů regulátoru z přenosu dvou-parametrového modelu, který je popsán vztahem

$$G(s) = \frac{k}{s} e^{-T_d s}. \quad (131)$$

Vztahy pro výpočet parametrů regulátoru jsou uvedeny v tab. 13 a parametr τ je opět normalizovaného dopravního zpoždění (PI-2 je PI regulátor pro dvou-parametrový model (131) a regulátory PI-3 a PID pro tří-parametrový model (130)).

Tab. 13 – Parametry regulátoru pro Åström-Hägglundovu metodu – integrační soustavy

typ regulátoru	r_0	T_I	T_D
PI-2	$\frac{0,29}{kT_d}$	$8,9T_d$	-
PI-3	$\frac{0,41}{k(T_d + T_1)} e^{(-0,23\tau+0,019\tau^2)}$	$5,7(T_d + T_1) e^{(1,7\tau-0,69\tau^2)}$	-
PID	$\frac{5,6}{k(T_d + T_1)} e^{(-8,8\tau+6,8\tau^2)}$	$1,1(T_d + T_1) e^{(6,7\tau-4,4\tau^2)}$	$1,7(T_d + T_1) e^{(-6,4\tau+2\tau^2)}$

Stejně jako u procesů s přechodovou charakteristikou typu „S“ lze i u integračních procesů zrychlit odezvu pomocí váhy u žádané veličiny $w(t)$ při výpočtu regulační odchylky $e(t)$ u proporcionální části (126). U dvou-parametrového modelu (131) je váha $\mu = 0,81$. Pro tří-parametrový model (130) určíme váhu pro PI regulátor dle vztahu

$$\mu = 0,33e^{(2,5\tau-1,9\tau^2)} \quad (132)$$

a pro PID regulátor podle vztahu

$$\mu = 0,12e^{(6,9\tau - 6,6\tau^2)}. \quad (133)$$

Postup při seřizování regulátorů pro Åström-Hägglundovu metodu:

- 1) Určení tří-parametrového modelu regulované soustavy (24) pro procesy s přechodovou charakteristikou typu „S“ a tří-parametrového modelu (130) (popř. dvou-parametrového modelu (131)) pro procesy integrační.
- 2) Zvolení si typu regulátoru a výpočet jeho parametrů dle tab. 12 pro procesy s přechodovou charakteristikou typu „S“ a dle tab. 13 pro integrační procesy.

3 CÍLE DOKTORSKÉ DISERTAČNÍ PRÁCE

Konečným přínosem doktorské disertační práce je vypracování jednotné metody pro řízení spojitých stabilních, integračních a nestabilních systémů s dopravním zpožděním, založené na vstupně-výstupním popisu řízeného systému s dopravním zpožděním na straně vstupu. Metoda bude využívat aproximace dopravního zpoždění a následnou aplikaci polynomiálního přístupu k syntéze spolu s výběrem vhodného přiřazení pólů. Nedílnou součástí bude porovnání s některými publikovanými metodami založenými zejména na použití modifikovaného Smithova prediktoru, a to s důrazem na systémy s integračními vlastnostmi a nestabilní.

Plánovaný postup lze rozdělit do následujících bodů:

- Popis některých publikovaných metod pro řízení systémů s dopravním zpožděním s důrazem na systémy s integračními vlastnostmi a nestabilní.
- Výběr nejvhodnější aproximace dopravního zpoždění z hlediska přesnosti i složitosti později navrženého regulátoru.
- Odvození struktur regulátorů a vztahů pro výpočet jejich parametrů polynomiální metodou a s vhodným přiřazením pólů uzavřeného regulačního obvodu v konfiguraci systému řízení se dvěma zpětnovazebními regulátory.
- Porovnání výsledků dosažených různým přiřazením pólů pro uvažované typy regulovaných soustav, jejich analýza a výběr nejvhodnějšího přiřazení.
- Porovnání výsledků řízení dosažených jinými metodami (pravděpodobně pomocí modifikovaných Smitových prediktorů) a polynomiální metodou s aproximací dopravního zpoždění.

4 SYNTÉZA ZALOŽENÁ NA APROXIMACI DOPRAVNÍHO ZPOŽDĚNÍ A POLYNOMIÁLNÍ METODĚ

4.1 Aproximace dopravního zpoždění

Pro analýzu a syntézu regulačních obvodů, které obsahují systém s dopravním zpožděním, se často používají aproximace přenosu členu vlastního dopravního zpoždění (7). Důvodem aproximace je zjednodušení výpočtů při syntéze regulačních obvodů, poněvadž z přenosu systému s dopravním zpožděním získáme přenos systému vyššího řádu, ale již bez dopravního zpoždění. A pro tyto aproximované přenosy již lze použít klasické postupy syntézy, jakoby se jednalo o systém bez dopravního zpoždění. Samozřejmě se díky aproximaci dopouštíme chyby (nepřesnosti), která může mít i podstatný vliv na kvalitu a přesnost řízení a v některých případech se může chovat celý proces nestabilně. Z těchto důvodů je nutné zvolit vhodnou aproximaci přenosu členu vlastního dopravního zpoždění a vhodný počet členů rozvoje tak, aby aproximovaný přenos nebyl zbytečně moc komplikovaný, což by vedlo ke komplikovanější syntéze, a aby v něm bylo zároveň podchyceno dominantní chování systému a nebyla „ztracena“ informace o chování systému.

Zde je uvedeno několik funkcí, které lze použít pro aproximaci přenosu členu vlastního dopravního zpoždění. Jedná se o tyto aproximace:

a) Taylorův rozvoj čitatele

$$G_{T_d}(s) = e^{-T_d s} = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{T_d^n}{n!} s^n = 1 - T_d s + \frac{T_d^2}{2!} s^2 - \frac{T_d^3}{3!} s^3 + \dots \quad (134)$$

b) Taylorův rozvoj jmenovatele

$$G_{T_d}(s) = e^{-T_d s} = \frac{1}{e^{T_d s}} = \frac{1}{\sum_{n=0}^{\infty} \frac{T_d^n}{n!} s^n} = \frac{1}{1 + T_d s + \frac{T_d^2}{2!} s^2 + \frac{T_d^3}{3!} s^3 + \dots} \quad (135)$$

c) Maclaurinův rozvoj upravené funkce

$$G_{T_d}(s) = e^{-T_d s} = \frac{e^{-\frac{T_d s}{2}}}{e^{\frac{T_d s}{2}}} = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{\left(\frac{T_d}{2}\right)^n}{n!} s^n}{\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\left(\frac{T_d}{2}\right)^n}{n!} s^n} = \frac{1 - \frac{T_d}{2}s + \frac{\left(\frac{T_d}{2}\right)^2}{2!} s^2 - \frac{\left(\frac{T_d}{2}\right)^3}{3!} s^3 + \dots}{1 + \frac{T_d}{2}s + \frac{\left(\frac{T_d}{2}\right)^2}{2!} s^2 + \frac{\left(\frac{T_d}{2}\right)^3}{3!} s^3 + \dots} \quad (136)$$

d) Padého aproximace

$$G_{T_d}(s) = e^{-T_d s} = \frac{e^{-\frac{T_d s}{2}}}{e^{\frac{T_d s}{2}}} = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{n!}{(2n)!} T_d^n s^n}{\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n!}{(2n)!} T_d^n s^n} = \frac{1 - \frac{T_d}{2}s + \frac{T_d^2}{12}s^2 - \dots}{1 + \frac{T_d}{2}s + \frac{T_d^2}{12}s^2 + \dots} \quad (137)$$

e) „Limitní“ aproximace

$$G_{T_d}(s) = e^{-T_d s} = \frac{1}{e^{T_d s}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\left(1 + \frac{T_d}{n}s\right)^n}, \quad n = \{1, 2, \dots\} \quad (138)$$

Z důvodu požadavku na jednoduchý aproximovaný přenos jsou v praxi nejčastěji používány aproximace uvažující pouze lineární ($n = 1$) nebo kvadratické polynomy ($n = 2$).

V následujících dvou kapitolách jsou tyto aproximace použity na konkrétních příkladech a jsou zde také zobrazeny přechodové a frekvenční charakteristiky původního přenosu (bez aproximace) a přenosů, ve kterých byly použity jednotlivé typy aproximací. Z těchto charakteristik je patrný vliv konkrétních aproximací na původní přenos systému s dopravním zpožděním.

4.1.1 Lineární aproximace přenosu

Tyto aproximace jsou pro hodnoty $n = 1$ v rovnicích (134-138), tudíž jsou v nich použity jen lineární polynomy, a proto se také nazývají lineárními aproximacemi. Pro tuto hodnotu n získáme následující tvary jednotlivých aproximací:

a) Taylorův rozvoj čitatele

$$G_{11T_d}(s) = 1 - T_d s \quad (139)$$

b) Taylorův rozvoj jmenovatele

$$G_{12T_d}(s) = \frac{1}{1 + T_d s} \quad (140)$$

c) Maclaurinův rozvoj upravené funkce

$$G_{13T_d}(s) = \frac{1 - \frac{T_d}{2} s}{1 + \frac{T_d}{2} s} \quad (141)$$

d) Padého aproximace

$$G_{14T_d}(s) = \frac{1 - \frac{T_d}{2} s}{1 + \frac{T_d}{2} s} \quad (142)$$

e) „Limitní“ aproximace

$$G_{15T_d}(s) = \frac{1}{1 + T_d s} \quad (143)$$

Z rovnic (139-143) si lze povšimnout, že pro případ lineární aproximace má Taylorův rozvoj jmenovatele shodný tvar s „Limitní“ aproximací. Rovněž mají totožný tvar Padého aproximace a Maclaurinův rozvoj upravené funkce.

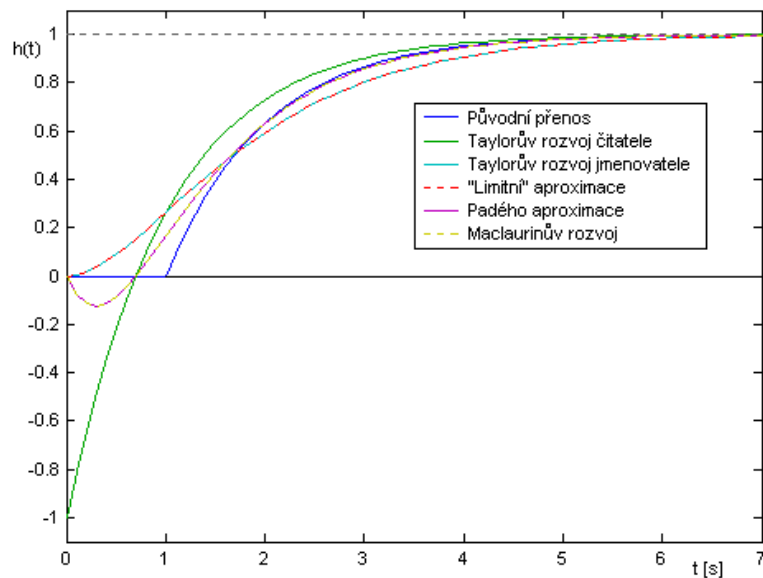
Pro konkrétní systém s dopravním zpožděním

$$G_S^{T_d}(s) = \frac{1}{1+s} \cdot e^{-s} \approx \frac{1}{1+s} \cdot G_{1XT_d}(s) , \quad (144)$$

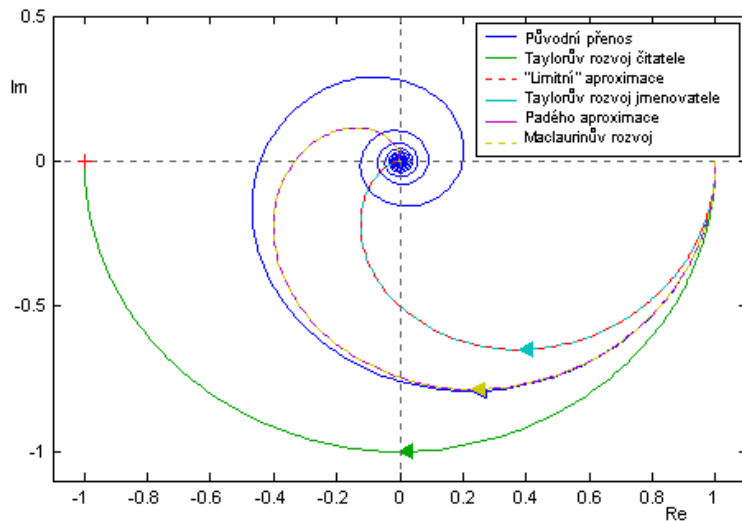
kde $G_{1XT_d}(s)$ představuje jeden z aproximovaných přenosů z rovnic (139-143) a pro hodnotu dopravního zpoždění $T_d = 1$ jsou na obr. 24 a obr. 25 uvedeny přechodové a frekvenční charakteristiky systému bez aproximace a s jednotlivými aproximacemi dopravního zpoždění.

Z přechodové charakteristiky (obr. 24) je patrné, že nejlepšími aproximacemi původního přenosu s dopravním zpožděním jsou Taylorův rozvoj jmenovatele a „Limitní“

aproximace, nejhorší aproximací je Taylorův rozvoj čitatele. Přechodová charakteristika přenosu využívající Padého aproximaci nebo Maclaurinův rozvoj upravené funkce se ustálí nejdříve na přechodové charakteristice původního (neaproximovaného) přenosu, ale za cenu podkmitu do záporných hodnot. Toto chování je způsobeno nestabilní nulou v přenosu aproximací o hodnotě $2/T_d$ v rovnicích (141, 142) – jedná se o tzv. člen s neminimální fází.



Obr. 24 – Přechodové charakteristiky lineárních aproximací



Obr. 25 – Frekvenční charakteristiky lineárních aproximací

Nejlepší aproximací přenosu s dopravním zpožděním z hlediska průběhu frekvenční charakteristiky (obr. 25) jsou Padého aproximace a Maclaurinův rozvoj upravené funkce, nejhorší je opět Taylorův rozvoj čitatele. Průběh frekvenční charakteristiky u Taylorova rozvoje jmenovatele a „Limitní“ aproximace je horší než u Padého aproximace a Maclaurinova rozvoje upravené funkce, ale její průběh je přijatelný pro aproximaci, zejména pro nižší hodnoty úhlové rychlosti ω .

4.1.2 Kvadratické aproximace přenosu

O kvadratickou aproximaci se jedná v případě hodnoty $n = 2$ v rovnicích (134-138). Pro tuto hodnotu získáme následující tvary jednotlivých aproximací:

a) Taylorův rozvoj čitatele

$$G_{21T_d}(s) = 1 - T_d s + \frac{T_d^2}{2} s^2 \quad (145)$$

b) Taylorův rozvoj jmenovatele

$$G_{22T_d}(s) = \frac{1}{1 + T_d s + \frac{T_d^2}{2} s^2} \quad (146)$$

c) Maclaurinův rozvoj upravené funkce

$$G_{23T_d}(s) = \frac{1 - \frac{T_d}{2} s + \frac{T_d^2}{8} s^2}{1 + \frac{T_d}{2} s + \frac{T_d^2}{8} s^2} \quad (147)$$

d) Padého aproximace

$$G_{24T_d}(s) = \frac{1 - \frac{T_d}{2} s + \frac{T_d^2}{12} s^2}{1 + \frac{T_d}{2} s + \frac{T_d^2}{12} s^2} \quad (148)$$

e) „Limitní“ aproximace

$$G_{25T_d}(s) = \frac{1}{\left(1 + \frac{T_d}{2}s\right)^2} \quad (149)$$

V případě kvadratické aproximace jsou již tvary jednotlivých uvedených aproximací (145-149) rozdílné.

Pro konkrétní systém s dopravním zpožděním, který je stejný jako v případě lineární aproximace kvůli vzájemnému porovnání účinku aproximace,

$$G_S^{T_d}(s) = \frac{1}{1+s} \cdot e^{-s} \approx \frac{1}{1+s} \cdot G_{25T_d}(s) , \quad (150)$$

kde $G_{25T_d}(s)$ představuje jeden z aproximovaných přenosů v rovnicích (145-149) a pro hodnotu dopravního zpoždění $T_d = 1$ jsou na obr. 26 a obr. 27 uvedeny přechodové a frekvenční charakteristiky systému bez aproximace a s jednotlivými aproximacemi dopravního zpoždění.

Použitím Taylorova rozvoje čitatele (145) v rovnici (150) získáme přenos proporcionálně-derivačního systému PDD² ve tvaru

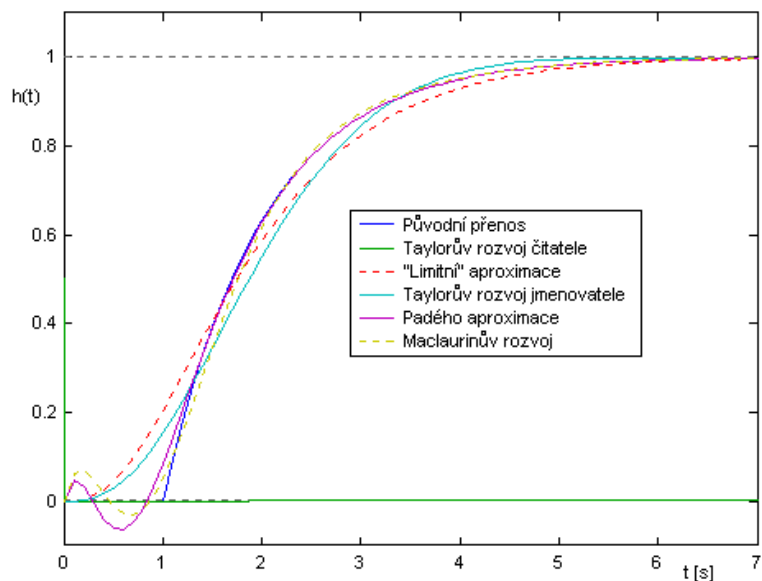
$$G_S^{T_d}(s) = \frac{1}{1+s} \cdot e^{-s} \approx \frac{1}{1+s} \cdot (1 - s + 0,5s^2) = \frac{1 - s + 0,5s^2}{1+s} . \quad (151)$$

Tento přenos i odezva na jednotkový skok má fyzikálně nerealizovatelný tvar. Z důvodu potřeby porovnání přechodové a frekvenční charakteristiky této aproximace s ostatními typy aproximací a nutnosti získání těchto charakteristik v programu Matlab byl do jmenovatele systému doplněn pól $s = -1000$, který má minimální vliv na chování systému (151). Výsledný aproximovaný přenos je pak ve tvaru

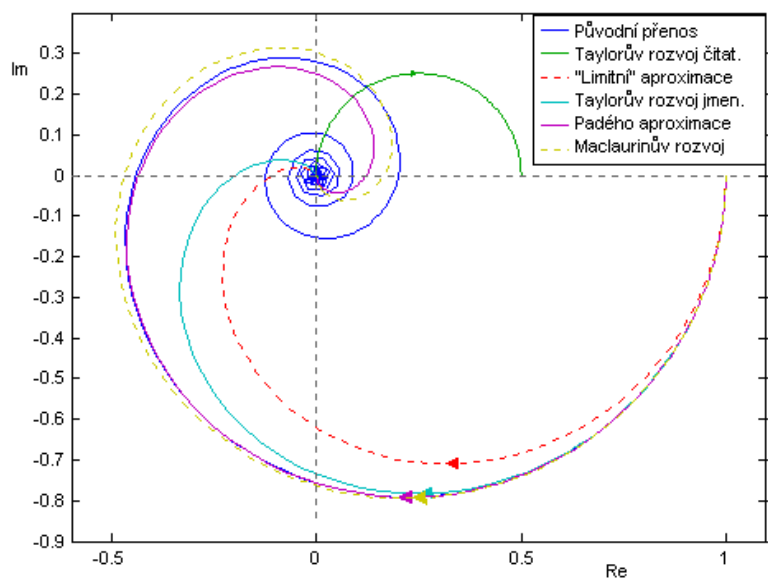
$$G_S^{T_d}(s) = \frac{1 - s + 0,5s^2}{1+s} \approx \frac{1 - s + 0,5s^2}{(1+s) \cdot (1000+s)} = \frac{1 - s + 0,5s^2}{1000 + 1001s + s^2} . \quad (152)$$

Z přechodové charakteristiky (obr. 26) je patrné, že nejlepší odezvu na jednotkový skok má přenos využívající Taylorův rozvoj jmenovatele a následně hned „Limitní“ aproximace. Nejhorší odezvu má opět přenos s Taylorovým rozvojem čitatele, která je ve tvaru Diracova impulsu až na hodnotu v čase nula. Na křivce přechodové charakteristiky původního přenosu se nejrychleji ustálí odezva přenosu, která využívá

Padého aproximaci. Nevýhodou je zakmitání na začátku průběhu a zejména podkmit do záporných hodnot, který je způsoben nestabilní nulou v aproximovaném přenosu. Obdobný průběh má i odezva přenosu s Maclaurinovým rozvojem upravené funkce.



Obr. 26 – Přechodové charakteristiky kvadr. aproximací systému se setrvačností 1.řádu



Obr. 27 – Frekvenční charakteristiky kvadr. aproximací systému se setrvačností 1.řádu

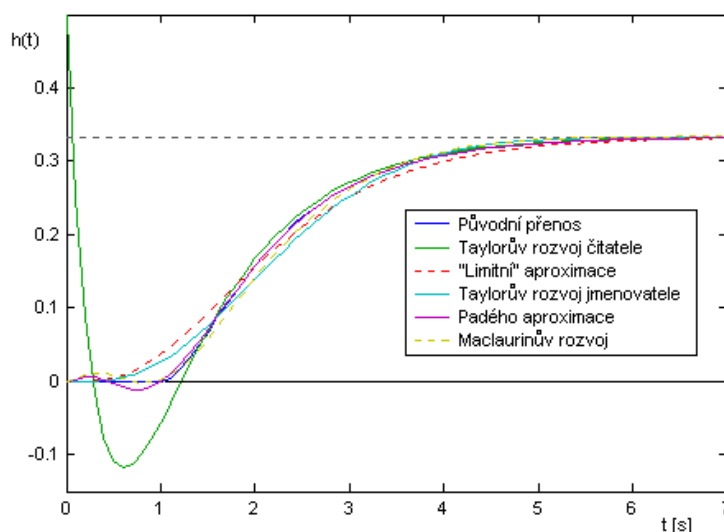
Nejlepší aproximací přenosu s dopravním zpožděním z hlediska průběhu frekvenční charakteristiky (obr. 27) jsou Padého aproximace a následně hned Maclaurinův

rozvoj upravené funkce, nejhorší aproximací je opět Taylorův rozvoj čitatele. Průběh frekvenční charakteristiky u Taylorova rozvoje jmenovatele je horší než u Padého aproximace a Maclaurinova rozvoje upravené funkce, ale její průběh je shodný s průběhem frekvenční charakteristiky neaproximovaného přenosu pro nižší hodnoty úhlové rychlosti ω . O něco horší je pak frekvenční charakteristika u „Limitní“ aproximace, kterou lze ale také použít pro nižší hodnoty úhlové rychlosti, při které není odchylka od původní charakteristiky tak velká.

Z důvodu možnosti porovnání účinku Taylorova rozvoje čitatele s ostatními aproximacemi a zjištění vlivu aproximací na systém se setrvačností vyššího řádu, jsou zde ještě uvedeny charakteristiky pro konkrétní systém s dopravním zpožděním se setrvačností druhého řádu

$$G_s^{T_d}(s) = \frac{1}{(1+s)(3+s)} \cdot e^{-s} \approx \frac{1}{(1+s)(3+s)} \cdot G_{2 \times T_d}(s). \quad (153)$$

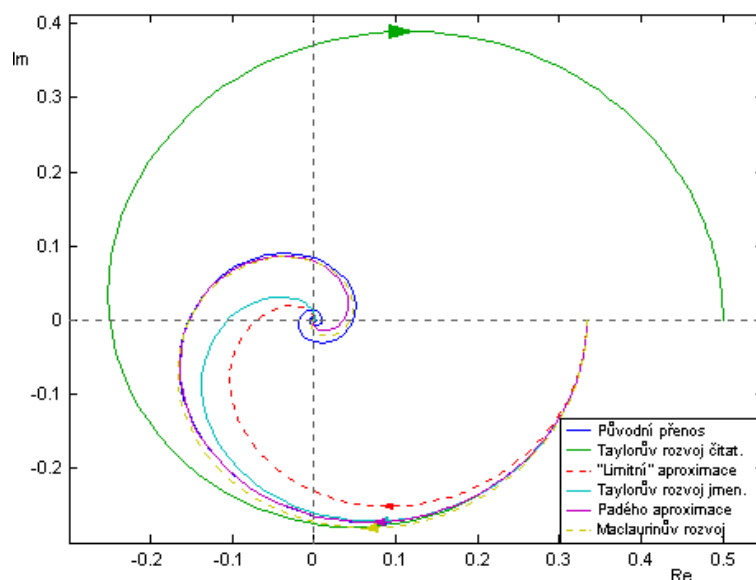
Přenos $G_{2 \times T_d}(s)$ představuje opět jeden z aproximovaných přenosů (145-149) pro hodnotu dopravního zpoždění $T_d = 1$. Na obr. 28 a obr. 29 jsou uvedeny přechodové a frekvenční charakteristiky systému bez aproximace a s jednotlivými aproximacemi dopravního zpoždění.



Obr. 28 – Přechodové charakteristiky kvadr. aproximací systému se setrvačností 2.řádu

Z přechodové charakteristiky (obr. 28) opět vyplývá, že Taylorův rozvoj čitatele je nejhorší aproximací systému s dopravním zpožděním. Průběh přechodové charakteristiky

s využitím „Limitní“ aproximace a Taylorova rozvoje jmenovatele se podobá přechodové charakteristice proporcionálního systému se setrvačností vyššího řádu, ale bez dopravního zpoždění. Nejrychleji se ustálí na křivce přechodové charakteristiky neaproximovaného přenosu odezva přenosu využívající Padého aproximaci. Na počátku svého průběhu je opět zřejmý zákmit, ale ten je již mnohem menší než u systému se setrvačností 1. řádu. Obdobný průběh má i přechodová charakteristika přenosu s Maclaurinovým rozvojem upravené funkce.



Obr. 29 – Frekvenční charakteristiky kvadr. aproximací systému se setrvačností 2.řádu

Frekvenční charakteristika přenosu s Taylorovým rozvojem čitatele (obr. 29) má opět nejhorší průběh. Nejlepší aproximací z hlediska průběhu frekvenční charakteristiky se jeví Padého aproximace a následně pak Maclaurinův rozvoj upravené funkce. Přenosy systému využívající Taylorův rozvoj jmenovatele a „Limitní“ aproximaci mají přijatelný průběh frekvenční charakteristiky zejména pro nižší hodnoty úhlové rychlosti ω .

4.1.3 Aproximace dopravního zpoždění – shrnutí

V předchozích kapitolách bylo uvedeno několik funkcí, které lze použít pro aproximaci přenosu členu vlastního dopravního zpoždění. Tyto aproximace byly

použity v konkrétních přenosech systémů s dopravním zpožděním a následně byly vykresleny jejich přechodové a frekvenční charakteristiky, podle kterých lze stanovit vliv na původní přenos a kvalitu aproximace.

Na základě provedených porovnání se jeví aproximace využívající Taylorův rozvoj čitatele jako nejhorší. V některých případech má výsledný aproximovaný přenos fyzikálně nerealizovatelný tvar. Také vykazuje nedostatečné podchycení vlastností dopravního zpoždění. Přestože jsou zde její výsledky neuspokojivé, lze ji použít v některých případech analýzy a syntézy regulačních obvodů, kde dává celkem dobré a uspokojivé výsledky [13].

Mezi nejlepší aproximace z hlediska absolutní chyby a charakteru (nezáporné hodnoty přechodové funkce) patří Taylorův rozvoj jmenovatele. Nevýhodou je menší strmost nárůstu přechodové charakteristiky a pak větší odchylka od frekvenční charakteristiky neaproximovaného přenosu pro vyšší hodnoty úhlové rychlosti ω . O něco horší vlastnosti, zejména pak ve frekvenční oblasti, má „Limitní“ aproximace.

Z hlediska strmosti nárůstu funkce a kopírování přechodové a frekvenční charakteristiky má nejlepší vlastnosti Padého aproximace. Její nevýhodou je však počáteční zakmitání a zejména podkmit do záporných hodnot. To lze však vyřešit filtrováním navazujícími dynamickými členy (regulovanými soustavami a/nebo regulátory) s charakterem dolní propusti (např. setrvační a integrační soustavy, regulátory typu I, PI) – pro takové obvody jsou tyto aproximace vhodné [13].

O něco horší vlastnosti má aproximace využívající Maclaurinův rozvoj upravené funkce, má však menší podkmit. Tato aproximace společně s Padého aproximací splňují jen slabou podmínku fyzikální realizovatelnosti, zatímco aproximace využívající Taylorův rozvoj jmenovatele a „Limitní“ aproximaci podmínku silnou.

V praxi se můžeme také často setkat s Padého aproximací n/m řádu [8, 9, 12], kde n označuje řád polynomu čitatele a m jmenovatele. My jsme v příkladech použili Padého aproximaci, ve které jsou si řády čitatele a jmenovatele rovny – rovnice (142) pro 1/1 řád a rovnice (148) pro 2/2 řád Padého aproximace. Řády jmenovatele a čitatele si však nemusí být vždy rovny, tak např. Padého aproximace 0/1 řádu má tvar

$$e^{-T_d s} \approx \frac{1}{1 + \frac{T_d}{2} s} \quad (154)$$

Podle výše uvedených charakteristik jednotlivých aproximací vlastního členu dopravního zpoždění si lze vybrat takový typ aproximace, který nejvíce vyhovuje našim požadavkům z hlediska komplikovanosti výsledného aproximovaného přenosu, kvality aproximace apod.

4.1.4 Výběr aproximace dopravního zpoždění

Pro aplikaci polynomiální metody při syntéze regulačního obvodu je zapotřebí nejprve získat přenos regulované soustavy bez dopravního zpoždění. Tento člen přenosu vlastního dopravního zpoždění lze buď zanedbat (kapitola 2.1.2.1), nebo převést celý přenos regulované soustavy na jiný, již bez dopravního zpoždění, například metodou nejmenších čtverců (kapitola 2.1.2.2) a nebo jej lze aproximovat (kapitola 2.1.2.3).

Zanedbání dopravního zpoždění, jak již bylo zmíněno v kapitole 2.1.2.1, lze aplikovat jen u regulovaných soustav s malou hodnotou dopravního zpoždění vzhledem k velikosti dominantní časové konstanty soustavy a navíc toto zanedbání zhoršuje výsledky regulačního obvodu více, než když je vliv tohoto dopravního zpoždění o zanedbatelné hodnotě zanesen do vlastního návrhu regulátoru a ovlivňuje parametry a koeficienty výsledného regulátoru. Toto zhoršení výsledků regulačního pochodu by bylo ještě více patrné u integračních a nestabilních regulovaných soustav.

Pomocí převedení přenosu regulované soustavy na přenos jiný, který je již bez dopravního zpoždění, se již projeví velikost tohoto dopravního zpoždění na parametrech výsledného regulátoru, jak již bylo popsáno v kapitole 2.1.2.2. Výsledný nahrazující přenos regulované soustavy je však zapotřebí nějakým způsobem získat například metodou nejmenších čtverců a tento výsledný přenos již má jiné časové konstanty než původní přenos a nelze jej v některých případech jednoduchým exaktním způsobem získat.

Další možností je aproximace přenosu regulované soustavy, která je uvedena v kapitole 2.1.2.3 a 4.1. U tohoto směru syntézy, jak již bylo zmíněno výše, se velikost dopravního zpoždění také projeví na parametrech výsledného regulátoru. Výsledný aproximovaný přenos regulované soustavy však bude složen z části původního přenosu bez dopravního zpoždění G_S a aproximace přenosu vlastního dopravního zpoždění, která je vyjádřena jednoduchým způsobem (kapitola 4.1).

Na základě výše uvedených důvodů bylo tedy rozhodnuto, že pro aplikaci polynomiální metody při syntéze regulačního obvodu bude dále použito aproximace dopravního zpoždění. Dalším úkolem je volba typu aproximace.

Kvadratické aproximace (kapitola 4.1.2) mají oproti lineárním (kapitola 4.1.1) výhodu v přesnější aproximaci, ale za cenu složitějšího výsledného aproximovaného přenosu regulované soustavy, čímž se více zkomplikuje vlastní syntéza regulačního obvodu. Navíc bude v dalších kapitolách (4.3) při přiřazení pólů použito také spektrální faktorizace a tudíž jmenovatele aproximovaného přenosu regulované soustavy a právě pomocí kvadratické aproximace získáme kořeny s nenulovou imaginární složkou, které způsobují kmitavý průběh odezvy, který nebudeme vyžadovat. Z těchto důvodů je pro aplikaci polynomiální metody dále použito lineární aproximace.

V okruhu lineárních aproximací byla vybrána Padého aproximace, protože má mezi ostatními (obr. 24 a obr. 25) ve většině případů nejlepší aproximaci původního přenosu regulované soustavy, což bylo potvrzeno i integrálním kritériem pro kvadratickou regulační plochu [1]. Navíc tento typ aproximace neovlivňuje relativní řád regulované soustavy.

4.2 Návrh regulátoru využívající polynomiální přístup

Existuje mnoho různých způsobů návrhu, počínaje Ziegler-Nicholsovou metodou, přes standardní tvary až po neuronové sítě, pomocí kterých lze navrhnout takový regulátor, aby výsledný systém splňoval požadované chování. Jedním ze způsobů, jak lze získat požadovaný regulátor a tím i požadované chování výsledného systému, je i polynomiální metoda vycházející z algebraické teorie.

Základem je řešení tzv. diofantických rovnic v daném okruhu, čímž lze získat regulátor, který zajistí stabilizaci uzavřeného regulačního obvodu a další požadavky kladené na vlastnosti řízení. Přitom je možno ovlivnit průběh regulačního děje volbou charakteristického polynomu uzavřeného regulačního obvodu, pro kterou lze použít několik metod přiřazení pólů.

Okruhem je množina prvků, ve které lze sčítat (odčítat) a násobit prostřednictvím asociativních, komutativních a distributivních operací. Pokud se dá navíc v této množině i dělit, jedná se o těleso. Příkladem okruhu je množina celých čísel a polynomů. Příkladem tělesa může být množina racionálních, reálných, či komplexních čísel nebo racionálně lomených funkcí [32].

Základem algebraického přístupu v teorii řízení je rovnice

$$ax + by = c, \quad (155)$$

nazývaná diofantickou rovnicí a je definována v množině, která se nazývá okruhem. V rovnici (155) představují a, b, c známé a x, y neznámé (hledané) prvky z daného okruhu. Její řešení existuje právě tehdy, jestliže největší společný dělitel a, b v daném okruhu dělí c . V tomto případě lze bez újmy na obecnosti uvažovat rovnici (155) s nesoudělnými prvky a, b . Diofantická rovnice má nekonečně mnoho řešení, která jsou dána rovnicemi

$$\begin{aligned} x &= x_0 + bz \\ y &= y_0 - az, \end{aligned} \quad (156)$$

kde x_0 a y_0 jsou partikulární řešení a z je libovolný prvek z daného okruhu [32].

Pokud budeme uvažovat diofantickou rovnici (155) v okruhu polynomů, pak při splnění podmínek patřičných stupňů polynomů lze nalézt partikulární řešení pomocí metody porovnání neurčitých koeficientů. S tímto okruhem polynomů a touto metodou nalezení partikulárního řešení bude uvažováno v následujících kapitolách.

Výhodou syntézy využívající polynomiálního přístupu je její relativní jednoduchost (vezmeme-li v úvahu, že se pracuje jen s polynomy a je zde i možnost odvození exaktních vztahů pro získání parametrů regulátoru) a také fakt, že není potřeba narozdíl od klasických metod syntézy předem zvolit typ regulátoru (P, PI, PID apod.) a tento typ regulátoru vyplyne až z vlastního návrhu společně s parametry regulátoru, což eliminuje problém s dopředným zvolením vhodného typu regulátoru a poté nutnosti opětovného postupu výpočtu jeho parametrů při nevhodné volbě typu regulátoru. Navíc je typ regulátoru navržený pomocí polynomiální metody závislý nejen na požadavcích kladených na chování systému, ale i na tvaru referenčního a poruchových signálů.

Úkolem této kapitoly je uvedení základního postupu při návrhu regulátoru pomocí této polynomiální metody. Bude uvažován jednorozměrový systém řízení

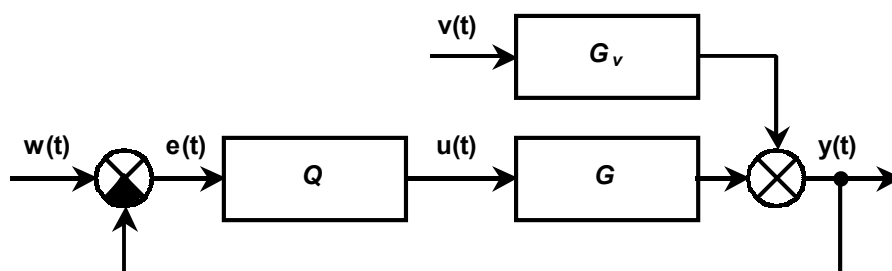
a s deterministickou poruchou působící na systém. Pro řízení systému jsou kladeny podmínky, které lze formulovat následovně:

- Podmínka silné stability (stabilní je nejen celý systém, ale i jednotlivé regulátory).
- Vnitřní ryzost systému (ryzost všech jeho prvků).
- Asymptotické sledování žádané veličiny.
- Kompenzace poruch.

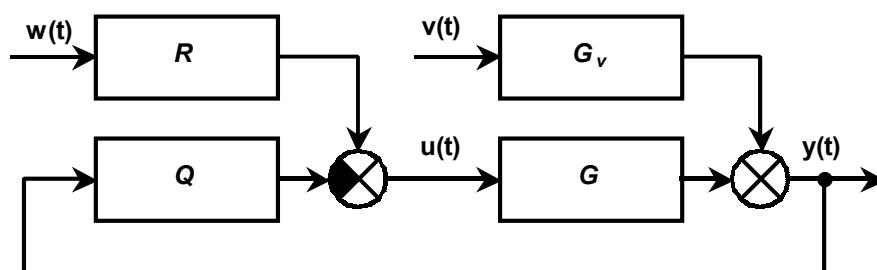
4.2.1 Systém řízení se dvěma zpětnovazebními regulátory

V následující kapitole jsou odvozeny vztahy sloužící pro syntézu regulačního obvodu, která využívá polynomiální přístup.

Existují dvě základní konfigurace systému řízení. V prvním případě jde o tzv. 1DOF (One-Degree-Of-Freedom) konfiguraci se zpětnovazebním regulátorem (obr. 30).



Obr. 30 – 1DOF konfigurace systému řízení

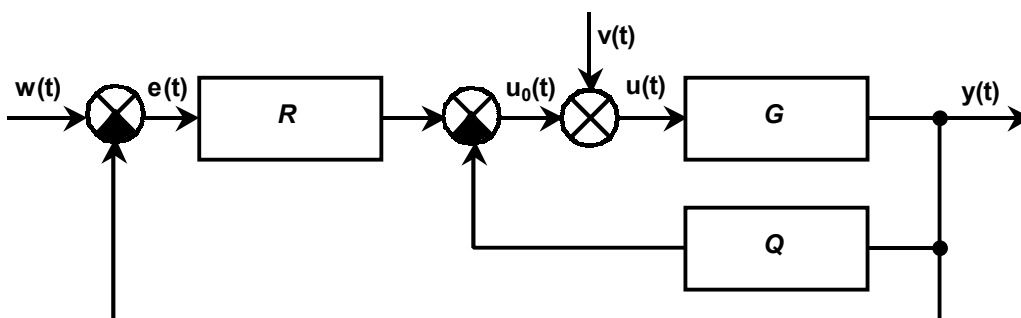


Obr. 31 – 2DOF konfigurace systému řízení

Ve druhém případě se jedná o 2DOF (Two-Degree-Of-Freedom) konfiguraci, ve které se regulátor skládá ze dvou částí - zpětnovazební a přímovazební (obr. 31).

Vztahy potřebné k návrhu regulátoru pro obě základní konfigurace byly uvedeny v tezích k této disertační práci.

V rámci disertační bude rozvinuta syntéza regulačního obvodu využívající polynomiální přístup pro konfiguraci systému řízení, která je zobrazena na obr. 32. Jedná se o tzv. modifikovanou Ortegově-Kellyho konfiguraci systému řízení. Při určitých podmínkách, které budou také uvedeny v této kapitole, lze z této modifikované Ortegově-Kellyho konfigurace systému řízení získat 1DOF nebo i 2DOF konfiguraci. I z tohoto důvodu již nejsou v rámci disertační práce detailně odvozeny a uvedeny vztahy pro 1DOF a 2DOF konfigurace řízení.



Obr. 32 – Modifikovaná Ortegově-Kellyho konfigurace

Jak lze vypořádat ze schématu systému řízení (obr. 32), je regulátor v modifikované Ortegově-Kellyho konfiguraci složen ze dvou částí R a Q , obdobně jako regulátor ve 2DOF konfiguraci (obr. 31). Avšak na rozdíl od této 2DOF konfigurace jsou obě tyto části regulátoru zpětnovazební. Vstupním signálem části regulátoru R je regulační odchylka $e(t)$ a u druhé části regulátoru Q figuruje jako vstupní signál regulovaná veličina $y(t)$. Ostatními veličinami ve schématu řízení (obr. 32) jsou referenční signál $w(t)$, poruchová veličina $v(t)$, akční veličina na výstupu regulátoru $u_0(t)$ a akční veličina na vstupu regulované soustavy $u(t)$.

Obě vstupní veličiny regulačního obvodu $w(t)$ a $v(t)$ jsou uvažovány jako skokové funkce ve tvaru

$$W(s) = \frac{w_0}{s}, \quad V(s) = \frac{v_0}{s}. \quad (157)$$

Přenos regulované soustavy $G(s)$ lze zapsat ve tvaru

$$G(s) = \frac{b(s)}{a(s)}, \quad (158)$$

kde $a(s)$ a $b(s)$ jsou polynomy, u kterých se předpokládá nerovnost

$$\deg b(s) \leq \deg a(s), \quad (159)$$

čímž je zaručena podmínka ryzosti regulované soustavy $G(s)$.

Přenosy obou částí regulátoru R a Q lze napsat ve tvaru

$$Q(s) = \frac{q(s)}{p(s)}, \quad R(s) = \frac{r(s)}{p(s)}, \quad (160)$$

kde $q(s)$, $p(s)$ a $r(s)$ jsou polynomy.

Ze schématu řízení modifikované Ortegově-Kellyho konfigurace (obr. 32) lze stanovit rovnici obrazu regulované veličiny ve tvaru

$$Y(s) = \frac{b(s)}{d(s)} [r(s)W(s) + p(s)V(s)], \quad (161)$$

kde $d(s)$ je charakteristický polynom s kořeny, které jsou póly uzavřeného regulačního obvodu ve tvaru

$$d(s) = a(s)p(s) + b(s)[r(s) + q(s)]. \quad (162)$$

Obdobně lze stanovit obraz regulační odchylky

$$E(s) = \frac{1}{d(s)} [(a(s)p(s) + b(s)q(s))W(s) - b(s)p(s)V(s)]. \quad (163)$$

Na základě vztahu (157) a (163) lze určit podmínku, která zajistí kompenzaci poruchy $v(t)$ a asymptotické sledování referenčního signálu $w(t)$. Tato podmínka je splněna, když bude hodnota regulační odchylky v nekonečnu rovna nule. Pro hodnotu regulační odchylky v nekonečnu platí vztah

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s). \quad (164)$$

Tzn., že pro kompenzaci poruchy musí být polynom $p(s)$ dělitelný s a pro asymptotické sledování referenčního signálu musí platit, aby polynom určený

vztahem $a(s)p(s) + b(s)q(s)$ byl dělitelný také s , což bude zajištěno v případě platnosti těchto vztahů

$$p(s) = s\tilde{p}(s), \quad q(s) = s\tilde{q}(s). \quad (165)$$

Dosazením rovnic (165) do rovnice charakteristického polynomu (162) získáme tento polynom ve tvaru

$$d(s) = a(s)s\tilde{p}(s) + b(s)[r(s) + s\tilde{q}(s)]. \quad (166)$$

Obdobným způsobem lze upravit přenosy obou částí regulátoru R a Q , konkrétně

$$Q(s) = \frac{\tilde{q}(s)}{\tilde{p}(s)}, \quad R(s) = \frac{r(s)}{s\tilde{p}(s)}, \quad (167)$$

přičemž stabilní polynom $\tilde{p}(s)$ ve jmenovatelích přenosů obou částí regulátoru zajišťuje stabilitu regulátoru.

Aby byla zajištěna podmínka vnitřní ryzosti systému, musí být ryzí přenosy všech jeho prvků. Tzn., že kromě nerovnosti (159) musí být navíc splněny tyto nerovnosti

$$\deg \tilde{q}(s) \leq \deg \tilde{p}(s), \quad \deg r(s) \leq \deg \tilde{p}(s) + 1. \quad (168)$$

Zavedeme-li polynom $t(s)$ ve tvaru

$$t(s) = r(s) + s\tilde{q}(s) \quad (169)$$

a provedeme-li substituci tohoto vztahu v rovnici charakteristického polynomu (166), získáme následující tvar charakteristického polynomu

$$d(s) = a(s)s\tilde{p}(s) + b(s)t(s). \quad (170)$$

Stabilita systému je zajištěna v případě výpočtu polynomů v přenosu regulátoru pomocí diofantické rovnice (170) se stabilním polynomem $d(s)$ na pravé straně rovnice.

Stupeň polynomu $d(s)$ je dán větším z násobků polynomů $a(s)s\tilde{p}(s)$ a $b(s)t(s)$.

Z platnosti vztahů (159), (168) a (169) vyplývá, že stupeň polynomu $d(s)$ je roven

$$\deg d(s) = \deg a(s) + \deg \tilde{p}(s) + 1. \quad (171)$$

Z diofantické rovnice (170) vyplývá počet rovnic (PR) a počet neznámých (PN)

$$\begin{aligned} PR &= \deg a(s) + \deg \tilde{p}(s) + 2 \\ PN &= \deg \tilde{p}(s) + \deg t(s) + 2 \end{aligned} \quad (172)$$

Na základě rovnic (168-172) lze určit následující stupně polynomů

$$\begin{aligned} \deg t(s) = \deg a(s), \quad \max \deg r(s) = \deg a(s), \quad \max \deg \tilde{q}(s) = \deg a(s) - 1, \\ \deg \tilde{p}(s) \geq \deg a(s) - 1, \quad \deg d(s) \geq 2 \deg a(s). \end{aligned} \quad (173)$$

V posledních dvou rovnicích se často volí znaménko rovnosti. Parametry regulátoru pak vyplynou z řešení diofantické rovnice (170) a jsou závislé na koeficientech polynomu $d(s)$. Jednoznačně určeny jsou koeficienty polynomu $\tilde{p}(s)$, koeficienty t_i polynomu $t(s)$ a koeficient r_0 z polynomu $r(s)$, zatímco ostatní koeficienty jsou určeny vztahem

$$\tilde{q}_{i-1} + r_i = t_i \quad i = 1, 2, \dots, \deg a(s), \quad (174)$$

kde \tilde{q}_{i-1} jsou koeficienty polynomu $\tilde{q}(s)$ a r_i jsou koeficienty polynomu $r(s)$.

Zavedením volitelného parametru β_i , který může nabývat hodnoty v rozmezí $\langle 0, 1 \rangle$ mohou být určeny koeficienty \tilde{q}_{i-1} a r_i podle následujících vztahů

$$r_i = \beta_i t_i, \quad \tilde{q}_{i-1} = (1 - \beta_i) t_i. \quad (175)$$

Parametry β_i vnášejí váhu mezi čitatele přenosu R a Q . Z rovnice (161) lze vidět, že při vyšší hodnotě β_i bude urychlena odezva na skok referenčního signálu.

Jestliže bude platit $\beta_i = 1$ pro všechna i , bude přenos regulátoru $Q = 0$ a bude se jednat o 1DOF konfiguraci systému řízení. V případě rovnosti $\beta_i = 0$ pro všechna i a předpokladu, že je referenční signál i porucha ze třídy skokových funkcí, bude se jednat o 2DOF konfiguraci systému řízení.

Zvolením $\deg r(s) = \deg a(s)$ a při použití minimální hodnoty $\deg \tilde{p}(s)$ (173) budou obě části regulátoru R i Q nestriktně ryzí. Nestriktní regulátor často vede k velkému počátečnímu překmitu nebo má kmitavou tendenci. Naopak pro 2DOF konfiguraci ($\beta_i = r_i = 0$) má odezva sice plynulý, ale zdlouhavý náběh. Takže budeme chtít, aby byla část regulátoru R sice striktně ryzí ($r_{\deg r(s)} = 0$), ale aby alespoň parametr $r_1 \neq 0$ (pokud je to tedy možné a r_1 není zároveň i $r_{\deg r(s)}$). Přitom je třeba vyzkoušet různé hodnoty β_1 (tj. r_1), protože tato hodnota závisí na velikosti dopravního zpoždění, míře nestability apod. V kapitole 4.4 jsou pak pro názornost uvedeny odezvy s různými hodnotami β_i .

Dalším úkolem je nalezení stabilního polynomu $d(s)$, který zajistí stabilitu regulátorů a přijatelnou stabilizaci a vlastnosti regulačního pochodu (kapitola 4.3).

4.2.2 Přehled uvažovaných typů regulovaných soustav s dopravním zpožděním

V rámci odvozování vztahů pro získání struktury a parametrů regulátoru je v případě použití polynomiální metody použito 7 základních typů regulovaných soustav, které jsou popsány v následujících podkapitolách. Tato práce je zaměřena na systémy s dopravním zpožděním, jak již bylo uvedeno výše, takže tyto typy regulovaných soustav obsahují také člen dopravního zpoždění. Při použití polynomiální metody je zapotřebí nejprve tento člen dopravního zpoždění aproximovat (kapitola 4.1). Pro aproximaci byla již výše vybrána Padého aproximace 1/1 řádu (kapitola 4.1.4). U každého typu regulované soustavy je tedy uveden i jeho aproximovaný přenos, ze kterého se bude dále vycházet.

4.2.2.1 Stabilní FOTDS systém

Prvním typem regulované soustavy je stabilní FOTDS systém (first order time delay system), který je uvažován ve tvaru

$$G(s) = \frac{k}{T_1 s + 1} e^{-T_d s}, \quad (176)$$

kde k je zesílení regulované soustavy, T_1 časová konstanta a T_d dopravní zpoždění.

Při použití Padého aproximace 1/1 řádu (142) lze získat aproximovaný přenos stabilního FOTDS systému ve tvaru

$$G_A(s) = \frac{k \left(1 - \frac{T_d}{2} s\right)}{(T_1 s + 1) \left(1 + \frac{T_d}{2} s\right)} = \frac{b_0 - b_1 s}{s^2 + a_1 s + a_0}, \quad (177)$$

kde $G_A(s)$ je aproximovaný přenos soustavy, $b_0 = \frac{2k}{T_1 T_d}$, $b_1 = \frac{k}{T_1}$, $a_1 = \frac{2}{T_d} + \frac{1}{T_1}$,

$$a_0 = \frac{2}{T_1 T_d}.$$

4.2.2.2 ITDS systém

Jako druhý typ regulované soustavy je uvažován ITDS systém (integrating time delay system), jehož přenos lze napsat ve tvaru

$$G(s) = \frac{k}{s} e^{-T_d s}, \quad (178)$$

kde k je zesílení regulované soustavy a T_d je dopravní zpoždění.

Použitím Padého aproximace 1/1 řádu (142) lze získat aproximovaný přenos ITDS systému ve tvaru

$$G_A(s) = \frac{k \left(1 - \frac{T_d}{2} s\right)}{s \left(1 + \frac{T_d}{2} s\right)} = \frac{b_0 - b_1 s}{s^2 + a_1 s}, \quad (179)$$

kde $G_A(s)$ je aproximovaný přenos soustavy, $b_0 = \frac{2k}{T_d}$, $b_1 = k$, $a_1 = \frac{2}{T_d}$.

4.2.2.3 Stabilní SOTDS systém

Dalším typem regulované soustavy je stabilní SOTDS systém (second order time delay system), který je uvažován ve tvaru

$$G(s) = \frac{k}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)} e^{-T_d s}, \quad (180)$$

kde k je zesílení regulované soustavy, T_1 a T_2 jsou časové konstanty a T_d dopravní zpoždění.

Při použití Padého aproximace 1/1 řádu (142) lze určit aproximovaný přenos stabilního SOTDS systému ve tvaru

$$G_A(s) = \frac{k \left(1 - \frac{T_d}{2} s\right)}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1) \left(1 + \frac{T_d}{2} s\right)} = \frac{b_0 - b_1 s}{s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0}, \quad (181)$$

kde $G_A(s)$ je aproximovaný přenos soustavy, $b_0 = \frac{2k}{T_1 T_2 T_d}$, $b_1 = \frac{k}{T_1 T_2}$, $a_2 = \frac{2}{T_d} + \frac{1}{T_2} + \frac{1}{T_1}$,
 $a_1 = \frac{2}{T_2 T_d} + \frac{2}{T_1 T_d} + \frac{1}{T_1 T_2}$, $a_0 = \frac{2}{T_1 T_2 T_d}$.

4.2.2.4 Stabilní FOPITDS systém

Čtvrtým typem regulované soustavy je stabilní FOPITDS systém (first order plus integrating time delay system), který je zapsán ve tvaru

$$G(s) = \frac{k}{s(T_1 s + 1)} e^{-T_d s}, \quad (182)$$

kde k je zesílení regulované soustavy, T_1 časová konstanta a T_d dopravní zpoždění.

Aplikací Padéhoho aproximace 1/1 řádu (142) lze určit aproximovaný přenos stabilního FOPITDS systému ve tvaru

$$G_A(s) = \frac{k \left(1 - \frac{T_d}{2} s\right)}{s(T_1 s + 1) \left(1 + \frac{T_d}{2} s\right)} = \frac{b_0 - b_1 s}{s^3 + a_2 s^2 + a_1 s}, \quad (183)$$

kde $G_A(s)$ je opět aproximovaný přenos soustavy, $b_0 = \frac{2k}{T_1 T_d}$, $b_1 = \frac{k}{T_1}$, $a_2 = \frac{2}{T_d} + \frac{1}{T_1}$,

$$a_1 = \frac{2}{T_1 T_d}.$$

4.2.2.5 Nestabilní FOTDS systém

Prvním uvažovaným typem nestabilní regulované soustavy je nestabilní FOTDS systém, který je uvažován ve tvaru

$$G(s) = \frac{k}{T_1 s - 1} e^{-T_d s}, \quad (184)$$

kde k je zesílení regulované soustavy, T_1 časová konstanta a T_d dopravní zpoždění.

Při použití Padého aproximace 1/1 řádu (142) lze získat aproximovaný přenos nestabilního FOTDS systému ve tvaru

$$G_A(s) = \frac{k \left(1 - \frac{T_d}{2}s\right)}{(T_1s - 1) \left(1 + \frac{T_d}{2}s\right)} = \frac{b_0 - b_1s}{s^2 + a_1s + a_0}, \quad (185)$$

kde $G_A(s)$ je aproximovaný přenos soustavy, $b_0 = \frac{2k}{T_1T_d}$, $b_1 = \frac{k}{T_1}$, $a_1 = \frac{2}{T_d} - \frac{1}{T_1}$,

$a_0 = \frac{-2}{T_1T_d}$ a $T_d \neq 2T_1$.

4.2.2.6 Nestabilní SOTDS systém

Dalším typem regulované soustavy je nestabilní SOTDS systém. U tohoto systému je uvažováno jen s jedním nestabilním pólem a jeho přenos lze napsat ve tvaru

$$G(s) = \frac{k}{(T_1s - 1)(T_2s + 1)} e^{-T_d s}, \quad (186)$$

kde k je zesílení regulované soustavy, T_1 a T_2 jsou časové konstanty a T_d dopravní zpoždění.

Použitím Padého aproximace 1/1 řádu (142) lze určit aproximovaný přenos nestabilního SOTDS systému ve tvaru

$$G_A(s) = \frac{k \left(1 - \frac{T_d}{2}s\right)}{(T_1s - 1)(T_2s + 1) \left(1 + \frac{T_d}{2}s\right)} = \frac{b_0 - b_1s}{s^3 + a_2s^2 + a_1s + a_0}, \quad (187)$$

kde $G_A(s)$ je aproximovaný přenos soustavy, $b_0 = \frac{2k}{T_1T_2T_d}$, $b_1 = \frac{k}{T_1T_2}$, $a_2 = \frac{2}{T_d} + \frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}$,

$a_1 = \frac{2}{T_2T_d} - \frac{2}{T_1T_d} - \frac{1}{T_1T_2}$, $a_0 = \frac{-2}{T_1T_2T_d}$, $T_d \neq (2T_1T_2)/(T_2 - T_1)$ a $T_d \neq 2(T_1 - T_2)$.

4.2.2.7 Nestabilní FOPITDS systém

Posledním uvažovaným typem regulované soustavy je nestabilní FOPITDS systém, který je uvažován ve tvaru

$$G(s) = \frac{k}{s(T_1s - 1)} e^{-T_d s}, \quad (188)$$

kde k je zesílení regulované soustavy, T_1 je časová konstanta a T_d dopravní zpoždění.

Aplikací Padéhoho aproximace 1/1 řádu (142) lze určit aproximovaný přenos nestabilního FOPITDS systému ve tvaru

$$G_A(s) = \frac{k \left(1 - \frac{T_d}{2} s\right)}{s(T_1s - 1) \left(1 + \frac{T_d}{2} s\right)} = \frac{b_0 - b_1 s}{s^3 + a_2 s^2 + a_1 s}, \quad (189)$$

kde $G_A(s)$ je opět aproximovaný přenos soustavy, $b_0 = \frac{2k}{T_1 T_d}$, $b_1 = \frac{k}{T_1}$, $a_2 = \frac{2}{T_d} - \frac{1}{T_1}$,

$$a_1 = \frac{-2}{T_1 T_d} \text{ a } T_d \neq 2T_1.$$

4.2.3 Odvození struktur a vztahů pro výpočet parametrů regulátorů

Úkolem této kapitoly je odvození struktur regulátorů a vztahů pro výpočet jejich parametrů pro uvažované typy regulovaných soustav (kapitola 4.2.2). Na základě těchto odvozených vztahů lze přímo pro daný typ regulované soustavy a polynom $d(s)$, který je příslušného stupně, určit parametry regulátoru. Samotné odvození vychází ze skutečností a vztahů, které jsou popsány v kapitole 4.2.1. Způsoby určení a vztahy pro výpočet polynomu $d(s)$ jsou uvedeny v kapitole 4.3.

Při zachování rovností ve vztazích (173), což znamená použití polynomů $\tilde{p}(s)$ a $d(s)$ s minimálním stupněm, lze získat vztahy uvedené v tab. 14-tab. 20.

Při uvádění vztahů je dodržována následující souslednost:

- Přenos obou částí regulátoru $R(s)$ a $Q(s)$ při zvolení $\deg r(s) = \deg a(s)$ a $\deg \tilde{q}(s) = \deg a(s) - 1$.
- Tvar charakteristického polynomu $d(s)$.
- Vztahy pro výpočet parametrů regulátoru.
- Podmínky pro stabilitu regulátoru pro nestabilní regulované soustavy.

Tab. 14 – Vztahy pro výpočet parametrů regulátoru pro stabilní FOTDS systém

$Q(s) = \frac{\tilde{q}_1 s + \tilde{q}_0}{s + \tilde{p}_0}, \quad R(s) = \frac{r_2 s^2 + r_1 s + r_0}{s(s + \tilde{p}_0)}$
$d(s) = s^4 + d_3 s^3 + d_2 s^2 + d_1 s + d_0$
$\tilde{p}_0 = \frac{d_3 + \frac{T_d}{2} \left[d_2 + \frac{T_d}{2} \left(d_1 + \frac{T_d}{2} d_0 \right) \right] - \frac{2}{T_d} - \frac{2}{T_1}}{2 + \frac{T_d}{T_1}},$
$t_0 = \frac{T_1 T_d}{2k} d_0, \quad t_1 = \frac{1}{k} \left[\frac{T_1 T_d}{2} \left(d_1 + \frac{T_d}{2} d_0 \right) - \tilde{p}_0 \right],$
$t_2 = \frac{T_d}{2} \left(\frac{T_1}{k} d_2 + t_1 \right) - \frac{1}{k} \left[1 + \left(\frac{T_d}{2} + T_1 \right) \tilde{p}_0 \right],$
$r_0 = t_0, \quad r_i = \beta_i t_i, \quad \tilde{q}_{i-1} = (1 - \beta_i) t_i, \quad \beta_i \in \langle 0; 1 \rangle \quad \text{pro } i = 1, 2$

Tab. 15 – Vztahy pro výpočet parametrů regulátoru pro ITDS systém

$Q(s) = \frac{\tilde{q}_1 s + \tilde{q}_0}{s + \tilde{p}_0}, \quad R(s) = \frac{r_2 s^2 + r_1 s + r_0}{s(s + \tilde{p}_0)}$
$d(s) = s^4 + d_3 s^3 + d_2 s^2 + d_1 s + d_0$
$\tilde{p}_0 = \frac{T_d}{4} \left[d_2 + \frac{T_d}{2} \left(d_1 + \frac{T_d}{2} d_0 \right) \right] + \frac{d_3}{2} - \frac{1}{T_d},$
$t_0 = \frac{T_d}{2k} d_0, \quad t_1 = \frac{T_d}{2k} \left(d_1 + \frac{T_d}{2} d_0 \right), \quad t_2 = \frac{1}{k} \left(\tilde{p}_0 + \frac{2}{T_d} - d_3 \right),$
$r_0 = t_0, \quad r_i = \beta_i t_i, \quad \tilde{q}_{i-1} = (1 - \beta_i) t_i, \quad \beta_i \in \langle 0; 1 \rangle \quad \text{pro } i = 1, 2$

Tab. 16 – Vztahy pro výpočet parametrů regulátoru pro stabilní SOTDS systém

$Q(s) = \frac{\tilde{q}_2 s^2 + \tilde{q}_1 s + \tilde{q}_0}{s^2 + \tilde{p}_1 s + \tilde{p}_0}, \quad R(s) = \frac{r_3 s^3 + r_2 s^2 + r_1 s + r_0}{s(s^2 + \tilde{p}_1 s + \tilde{p}_0)}$
$d(s) = s^6 + d_5 s^5 + d_4 s^4 + d_3 s^3 + d_2 s^2 + d_1 s + d_0$
$\tilde{p}_0 = \left\langle d_4 + \frac{T_d}{2} \left[d_3 + \frac{T_d}{2} \left[d_2 + \frac{T_d}{2} \left(d_1 + \frac{T_d}{2} d_0 \right) \right] \right] + \left(\frac{2}{T_d} - d_5 \right) \left(\frac{2}{T_d} + \frac{2}{T_1} + \frac{2}{T_2} + \frac{T_d}{T_1 T_2} \right) + \frac{T_d}{T_1 T_2} \left(\frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_2} \right) + \frac{2}{T_1^2} + \frac{2}{T_1 T_2} + \frac{2}{T_2^2} \right\rangle / \left\langle 2 + T_d \left(\frac{1}{T_2} + \frac{1}{T_1} + \frac{T_d}{2 T_1 T_2} \right) \right\rangle,$
$\tilde{p}_1 = d_5 - \frac{2}{T_d} - \frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1},$
$t_0 = \frac{T_1 T_2 T_d}{2k} d_0, \quad t_1 = \frac{1}{k} \left[\frac{T_1 T_2 T_d}{2} \left(d_1 + \frac{T_d}{2} d_0 \right) - \tilde{p}_0 \right],$
$t_2 = \frac{T_d}{2} \left(\frac{T_1 T_2}{k} d_2 + t_1 \right) - \frac{1}{k} \left[\left(\frac{T_d}{2} + T_1 + T_2 \right) \tilde{p}_0 + \tilde{p}_1 \right],$
$t_3 = \frac{T_d}{2} \left(\frac{T_1 T_2}{k} d_3 + t_2 \right) - \frac{1}{k} \left[\left(\frac{T_2 T_d}{2} + \frac{T_1 T_d}{2} + T_1 T_2 \right) \tilde{p}_0 + \left(\frac{T_d}{2} + T_1 + T_2 \right) \tilde{p}_1 + 1 \right],$
$r_0 = t_0, \quad r_i = \beta_i t_i, \quad \tilde{q}_{i-1} = (1 - \beta_i) t_i, \quad \beta_i \in \langle 0; 1 \rangle \quad \text{pro } i = 1, 2, 3$

Tab. 17 – Vztahy pro výpočet parametrů regulátoru pro stabilní FOPITDS systém

$Q(s) = \frac{\tilde{q}_2 s^2 + \tilde{q}_1 s + \tilde{q}_0}{s^2 + \tilde{p}_1 s + \tilde{p}_0}, \quad R(s) = \frac{r_3 s^3 + r_2 s^2 + r_1 s + r_0}{s(s^2 + \tilde{p}_1 s + \tilde{p}_0)}$
$d(s) = s^6 + d_5 s^5 + d_4 s^4 + d_3 s^3 + d_2 s^2 + d_1 s + d_0$
$\tilde{p}_0 = \frac{d_3 + \frac{T_d}{2} \left[d_2 + \frac{T_d}{2} \left(d_1 + \frac{T_d}{2} d_0 \right) \right] - \frac{2}{T_d} \left[\left(\frac{2}{T_d} + \frac{2}{T_1} \right) \left(d_5 - \frac{2}{T_d} - \frac{1}{T_1} \right) + \frac{2}{T_1 T_d} - d_4 \right]}{\frac{4}{T_d} + \frac{2}{T_1}},$
$\tilde{p}_1 = d_5 - \frac{2}{T_d} - \frac{1}{T_1},$
$t_0 = \frac{T_1 T_d}{2k} d_0, \quad t_1 = \frac{T_1 T_d}{2k} \left(d_1 + \frac{T_d}{2} d_0 \right), \quad t_2 = \frac{T_d}{2} \left(\frac{T_1}{k} d_2 + t_1 \right) - \frac{\tilde{p}_0}{k},$

$$t_3 = \frac{T_1}{k} \left[\tilde{p}_0 + \left(\frac{2}{T_d} + \frac{1}{T_1} \right) \tilde{p}_1 + \frac{2}{T_1 T_d} - d_4 \right],$$

$$r_0 = t_0, \quad r_i = \beta_i t_i, \quad \tilde{q}_{i-1} = (1 - \beta_i) t_i, \quad \beta_i \in \langle 0; 1 \rangle \quad \text{pro } i = 1, 2, 3$$

Tab. 18 – Vztahy pro výpočet parametrů regulátoru pro nestabilní FOTDS systém

$$Q(s) = \frac{\tilde{q}_1 s + \tilde{q}_0}{s + \tilde{p}_0}, \quad R(s) = \frac{r_2 s^2 + r_1 s + r_0}{s(s + \tilde{p}_0)}$$

$$d(s) = s^4 + d_3 s^3 + d_2 s^2 + d_1 s + d_0$$

$$\tilde{p}_0 = \frac{d_3 + \frac{T_d}{2} \left[d_2 + \frac{T_d}{2} \left(d_1 + \frac{T_d}{2} d_0 \right) \right] - \frac{2}{T_d} + \frac{2}{T_1}}{2 - \frac{T_d}{T_1}},$$

$$t_0 = \frac{T_1 T_d}{2k} d_0, \quad t_1 = \frac{1}{k} \left[\frac{T_1 T_d}{2} \left(d_1 + \frac{T_d}{2} d_0 \right) + \tilde{p}_0 \right],$$

$$t_2 = \frac{T_d}{2} \left(\frac{T_1}{k} d_2 + t_1 \right) + \frac{1}{k} \left[1 + \left(\frac{T_d}{2} - T_1 \right) \tilde{p}_0 \right],$$

$$r_0 = t_0, \quad r_i = \beta_i t_i, \quad \tilde{q}_{i-1} = (1 - \beta_i) t_i, \quad \beta_i \in \langle 0; 1 \rangle \quad \text{pro } i = 1, 2$$

$$\tilde{p}_0 > 0 \quad \text{pro všechna } T_d < 2T_1$$

Tab. 19 – Vztahy pro výpočet parametrů regulátoru pro nestabilní SOTDS systém

$$Q(s) = \frac{\tilde{q}_2 s^2 + \tilde{q}_1 s + \tilde{q}_0}{s^2 + \tilde{p}_1 s + \tilde{p}_0}, \quad R(s) = \frac{r_3 s^3 + r_2 s^2 + r_1 s + r_0}{s(s^2 + \tilde{p}_1 s + \tilde{p}_0)}$$

$$d(s) = s^6 + d_5 s^5 + d_4 s^4 + d_3 s^3 + d_2 s^2 + d_1 s + d_0$$

$$\tilde{p}_0 = \left\langle d_4 + \frac{T_d}{2} \left\{ d_3 + \frac{T_d}{2} \left[d_2 + \frac{T_d}{2} \left(d_1 + \frac{T_d}{2} d_0 \right) \right] \right\} + \left(\frac{2}{T_d} - d_5 \right) \left(\frac{2}{T_d} - \frac{2}{T_1} + \frac{2}{T_2} - \frac{T_d}{T_1 T_2} \right) + \frac{T_d}{T_1 T_2} \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right) + \frac{2}{T_1^2} - \frac{2}{T_1 T_2} + \frac{2}{T_2^2} \right\rangle / \left\{ 2 + T_d \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} - \frac{T_d}{2T_1 T_2} \right) \right\},$$

$$\tilde{p}_1 = d_5 - \frac{2}{T_d} - \frac{1}{T_2} + \frac{1}{T_1},$$

$t_0 = \frac{T_1 T_2 T_d}{2k} d_0, \quad t_1 = \frac{1}{k} \left[\frac{T_1 T_2 T_d}{2} \left(d_1 + \frac{T_d}{2} d_0 \right) + \tilde{p}_0 \right],$ $t_2 = \frac{T_d}{2} \left(\frac{T_1 T_2}{k} d_2 + t_1 \right) + \frac{1}{k} \left[\left(\frac{T_d}{2} - T_1 + T_2 \right) \tilde{p}_0 + \tilde{p}_1 \right],$ $t_3 = \frac{T_d}{2} \left(\frac{T_1 T_2}{k} d_3 + t_2 \right) + \frac{1}{k} \left[\left(\frac{T_2 T_d}{2} - \frac{T_1 T_d}{2} - T_1 T_2 \right) \tilde{p}_0 + \left(\frac{T_d}{2} - T_1 + T_2 \right) \tilde{p}_1 + 1 \right],$ $r_0 = t_0, \quad r_i = \beta_i t_i, \quad \tilde{q}_{i-1} = (1 - \beta_i) t_i, \quad \beta_i \in \langle 0; 1 \rangle \quad \text{pro } i = 1, 2, 3$
$\tilde{p}_1 > 0 \quad \text{pro všechna } T_d, \quad \tilde{p}_0 > 0 \quad \text{pro } T_d < 2T_1$

Tab. 20 – Vztahy pro výpočet parametrů regulátoru pro nestabilní FOPITDS systém

$Q(s) = \frac{\tilde{q}_2 s^2 + \tilde{q}_1 s + \tilde{q}_0}{s^2 + \tilde{p}_1 s + \tilde{p}_0}, \quad R(s) = \frac{r_3 s^3 + r_2 s^2 + r_1 s + r_0}{s(s^2 + \tilde{p}_1 s + \tilde{p}_0)}$
$d(s) = s^6 + d_5 s^5 + d_4 s^4 + d_3 s^3 + d_2 s^2 + d_1 s + d_0$
$\tilde{p}_0 = \frac{d_3 + \frac{T_d}{2} \left[d_2 + \frac{T_d}{2} \left(d_1 + \frac{T_d}{2} d_0 \right) \right] - \frac{2}{T_d} \left[\left(\frac{2}{T_d} - \frac{2}{T_1} \right) \left(d_5 - \frac{2}{T_d} + \frac{1}{T_1} \right) - \frac{2}{T_1 T_d} - d_4 \right]}{\frac{4}{T_d} - \frac{2}{T_1}},$
$\tilde{p}_1 = d_5 - \frac{2}{T_d} + \frac{1}{T_1},$
$t_0 = \frac{T_1 T_d}{2k} d_0, \quad t_1 = \frac{T_1 T_d}{2k} \left(d_1 + \frac{T_d}{2} d_0 \right), \quad t_2 = \frac{T_d}{2} \left(\frac{T_1}{k} d_2 + t_1 \right) + \frac{\tilde{p}_0}{k},$
$t_3 = \frac{T_1}{k} \left[\tilde{p}_0 + \left(\frac{2}{T_d} - \frac{1}{T_1} \right) \tilde{p}_1 - \frac{2}{T_1 T_d} - d_4 \right],$
$r_0 = t_0, \quad r_i = \beta_i t_i, \quad \tilde{q}_{i-1} = (1 - \beta_i) t_i, \quad \beta_i \in \langle 0; 1 \rangle \quad \text{pro } i = 1, 2, 3$
$\tilde{p}_1 > 0 \quad \text{pro všechna } T_d, \quad \tilde{p}_0 > 0 \quad \text{pro } T_d < 2T_1$

Pokud bude polynom $d(s)$ složený ze dvou polynomů $g(s)$ a $n(s)$ (192) získaných ze spektrálních faktorizací (193) a (195), poté bude $\deg d(s) = 2\deg a(s) + 1$ a tím i $\deg \tilde{p}(s) = \deg a(s) + 1$ pro systémy FOTDS a SOTDS. Tzn., že tyto dva polynomy $d(s)$ a $\tilde{p}(s)$ nebudou minimálního stupně, ale budou o jeden stupeň větší. Je to způsobeno tím, že $\deg d(s) = \deg [g(s)n(s)]$, $\deg g(s) = \deg a(s) + 1$ a $\deg n(s) = \deg a(s)$.

Pro systémy ITDS a FOPITDS jsou stupně polynomů $d(s)$ a $\tilde{p}(s)$ minimální, protože do spektrální faktorizace (195) je pro výpočet polynomu $n(s)$ použita část polynomu $a(s)$ z regulované soustavy, která je zproštěna integrační složky (např. místo $s(s+a_1)$ je použito do spektrální faktorizace jen část polynomu $(s+a_1)$). V opačném případě by polynom $n(s)$ a tím i charakteristický polynom $d(s)$ obsahoval nulový kořen.

Pro tento případ výpočtu polynom $d(s)$ složeného ze dvou polynomů $g(s)$ a $n(s)$ (192) získaných ze spektrálních faktorizací (193) a (195) jsou zde rovněž uvedeny vztahy pro přímé určení parametrů regulátoru (tab. 21-tab. 24). Tyto vztahy jsou odvozeny jen pro FOTDS a SOTDS systémy, u kterých není polynom $d(s)$ minimálního stupně. Pro ostatní typy systémů (ITDS a FOPITDS) platí vztahy pro minimální stupeň polynomu $d(s)$, které jsou uvedeny výše (tab. 15, tab. 17 a tab. 20). Při uvádění vztahů je dodržována stejná souslednost jako u předchozích tabulek (tab. 14-tab. 20).

Tab. 21 – Vztahy pro výpočet parametrů regulátoru pro stabilní FOTDS systém pro $d(s) = g(s)n(s)$

$Q(s) = \frac{\tilde{q}_1 s + \tilde{q}_0}{s^2 + \tilde{p}_1 s + \tilde{p}_0}, \quad R(s) = \frac{r_2 s^2 + r_1 s + r_0}{s(s^2 + \tilde{p}_1 s + \tilde{p}_0)}$
$d(s) = s^5 + d_4 s^4 + d_3 s^3 + d_2 s^2 + d_1 s + d_0$
$\tilde{p}_0 = \frac{d_2 + \frac{T_d}{2} \left(d_1 + \frac{T_d}{2} d_0 \right) + \frac{2}{T_d} \left[d_3 + \frac{2}{T_1^2} + \left(\frac{2}{T_d} - d_4 \right) \left(\frac{2}{T_d} + \frac{2}{T_1} \right) \right]}{\frac{4}{T_d} + \frac{2}{T_1}},$
$\tilde{p}_1 = d_4 - \frac{2}{T_d} - \frac{1}{T_1},$
$t_0 = \frac{T_1 T_d}{2k} d_0, \quad t_1 = \frac{1}{k} \left[\frac{T_1 T_d}{2} \left(d_1 + \frac{T_d}{2} d_0 \right) - \tilde{p}_0 \right],$
$t_2 = \frac{T_1}{k} \left[\tilde{p}_0 + \left(\frac{2}{T_d} + \frac{1}{T_1} \right) \left(d_4 - \frac{2}{T_d} - \frac{1}{T_1} \right) + \frac{2}{T_1 T_d} - d_3 \right],$
$r_0 = t_0, \quad r_i = \beta_i t_i, \quad \tilde{q}_{i-1} = (1 - \beta_i) t_i, \quad \beta_i \in \langle 0; 1 \rangle \quad \text{pro } i = 1, 2$

Tab. 22 – Vztahy pro výpočet parametrů regulátoru pro stabilní SOTDS systém pro $d(s) = g(s)n(s)$

$Q(s) = \frac{\tilde{q}_2 s^2 + \tilde{q}_1 s + \tilde{q}_0}{s^3 + \tilde{p}_2 s^2 + \tilde{p}_1 s + \tilde{p}_0}, \quad R(s) = \frac{r_3 s^3 + r_2 s^2 + r_1 s + r_0}{s(s^3 + \tilde{p}_2 s^2 + \tilde{p}_1 s + \tilde{p}_0)}$
$d(s) = s^7 + d_6 s^6 + d_5 s^5 + d_4 s^4 + d_3 s^3 + d_2 s^2 + d_1 s + d_0$
$\tilde{p}_0 = \left\{ d_3 + \frac{T_d}{2} \left[d_2 + \frac{T_d}{2} \left(d_1 + \frac{T_d}{2} d_0 \right) \right] - \left[\frac{2}{T_1 T_2} + \frac{2}{T_d} \left(\frac{2}{T_d} + \frac{2}{T_2} + \frac{2}{T_1} \right) \right] \cdot \right.$ $\cdot \left[d_5 + \left(\frac{1}{T_d} - d_6 \right) \left(\frac{1}{T_d} + \frac{1}{T_2} + \frac{1}{T_1} \right) + \frac{1}{T_d^2} + \frac{1}{T_1^2} + \frac{1}{T_1 T_2} + \frac{1}{T_2^2} \right] +$ $\left. + \frac{2}{T_d} \left[\left(d_6 - \frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right) \left(\frac{2}{T_d^2} - \frac{1}{T_1 T_2} \right) - \frac{4}{T_d^3} + d_4 \right] \right\} / \left\{ \frac{4}{T_d} + \frac{2}{T_2} + \frac{2}{T_1} + \frac{T_d}{T_1 T_2} \right\},$ $\tilde{p}_1 = d_5 + \left(\frac{2}{T_d} - d_6 \right) \left(\frac{2}{T_d} + \frac{1}{T_2} + \frac{1}{T_1} \right) + \frac{1}{T_1^2} + \frac{1}{T_1 T_2} + \frac{1}{T_2^2}, \quad \tilde{p}_2 = d_6 - \frac{2}{T_d} - \frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1},$ $t_0 = \frac{T_1 T_2 T_d}{2k} d_0, \quad t_1 = \frac{1}{k} \left[\frac{T_1 T_2 T_d}{2} \left(d_1 + \frac{T_d}{2} d_0 \right) - \tilde{p}_0 \right],$ $t_2 = \frac{T_d}{2} \left(\frac{T_1 T_2}{k} d_2 + t_1 \right) - \frac{1}{k} \left[\left(\frac{T_d}{2} + T_1 + T_2 \right) \tilde{p}_0 + \tilde{p}_1 \right],$ $t_3 = \frac{1}{k} \left[T_1 T_2 (\tilde{p}_0 - d_4) + \left(\frac{2 T_1 T_2}{T_d} + T_1 + T_2 \right) \tilde{p}_1 + \left(\frac{2 T_1}{T_d} + \frac{2 T_2}{T_d} + 1 \right) \tilde{p}_2 + \frac{2}{T_d} \right],$ $r_0 = t_0, \quad r_i = \beta_i t_i, \quad \tilde{q}_{i-1} = (1 - \beta_i) t_i, \quad \beta_i \in \langle 0; 1 \rangle \quad \text{pro } i = 1, 2, 3$

Tab. 23 – Vztahy pro výpočet parametrů regulátoru pro nestabilní FOTDS systém pro $d(s) = g(s)n(s)$

$Q(s) = \frac{\tilde{q}_1 s + \tilde{q}_0}{s^2 + \tilde{p}_1 s + \tilde{p}_0}, \quad R(s) = \frac{r_2 s^2 + r_1 s + r_0}{s(s^2 + \tilde{p}_1 s + \tilde{p}_0)}$
$d(s) = s^5 + d_4 s^4 + d_3 s^3 + d_2 s^2 + d_1 s + d_0$
$\tilde{p}_0 = \frac{d_2 + \frac{T_d}{2} \left(d_1 + \frac{T_d}{2} d_0 \right) + \frac{2}{T_d} \left[d_3 + \frac{2}{T_1^2} + \left(\frac{2}{T_d} - d_4 \right) \left(\frac{2}{T_d} - \frac{2}{T_1} \right) \right]}{\frac{4}{T_d} - \frac{2}{T_1}},$

$\tilde{p}_1 = d_4 - \frac{2}{T_d} + \frac{1}{T_1},$ $t_0 = \frac{T_1 T_d}{2k} d_0, \quad t_1 = \frac{1}{k} \left[\frac{T_1 T_d}{2} \left(d_1 + \frac{T_d}{2} d_0 \right) + \tilde{p}_0 \right],$ $t_2 = \frac{T_1}{k} \left[\tilde{p}_0 + \left(\frac{2}{T_d} - \frac{1}{T_1} \right) \left(d_4 - \frac{2}{T_d} + \frac{1}{T_1} \right) - \frac{2}{T_1 T_d} - d_3 \right],$ $r_0 = t_0, \quad r_i = \beta_i t_i, \quad \tilde{q}_{i-1} = (1 - \beta_i) t_i, \quad \beta_i \in \langle 0; 1 \rangle \quad \text{pro } i = 1, 2$
$\tilde{p}_1 > 0 \quad \text{pro všechna } T_d, \quad \tilde{p}_0 > 0 \quad \text{pro } T_d < 2T_1$

Tab. 24 – Vztahy pro výpočet parametrů regulátoru pro nestabilní SOTDS systém pro $d(s) = g(s)n(s)$

$Q(s) = \frac{\tilde{q}_2 s^2 + \tilde{q}_1 s + \tilde{q}_0}{s^3 + \tilde{p}_2 s^2 + \tilde{p}_1 s + \tilde{p}_0}, \quad R(s) = \frac{r_3 s^3 + r_2 s^2 + r_1 s + r_0}{s(s^3 + \tilde{p}_2 s^2 + \tilde{p}_1 s + \tilde{p}_0)}$
$d(s) = s^7 + d_6 s^6 + d_5 s^5 + d_4 s^4 + d_3 s^3 + d_2 s^2 + d_1 s + d_0$
$\tilde{p}_0 = \left\{ d_3 + \frac{T_d}{2} \left[d_2 + \frac{T_d}{2} \left(d_1 + \frac{T_d}{2} d_0 \right) \right] + \left[\frac{2}{T_1 T_2} - \frac{2}{T_d} \left(\frac{2}{T_d} + \frac{2}{T_2} - \frac{2}{T_1} \right) \right] \cdot \right.$ $\cdot \left[d_5 + \left(\frac{1}{T_d} - d_6 \right) \left(\frac{1}{T_d} + \frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right) + \frac{1}{T_d^2} + \frac{1}{T_1^2} - \frac{1}{T_1 T_2} + \frac{1}{T_2^2} \right] +$ $\left. + \frac{2}{T_d} \left[\left(d_6 - \frac{1}{T_2} + \frac{1}{T_1} \right) \left(\frac{2}{T_d^2} + \frac{1}{T_1 T_2} \right) - \frac{4}{T_d^3} + d_4 \right] \right\} / \left\{ \frac{4}{T_d} + \frac{2}{T_2} - \frac{2}{T_1} - \frac{T_d}{T_1 T_2} \right\}$ $\tilde{p}_1 = d_5 + \left(\frac{2}{T_d} - d_6 \right) \left(\frac{2}{T_d} + \frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right) + \frac{1}{T_1^2} - \frac{1}{T_1 T_2} + \frac{1}{T_2^2}, \quad \tilde{p}_2 = d_6 - \frac{2}{T_d} - \frac{1}{T_2} + \frac{1}{T_1},$ $t_0 = \frac{T_1 T_2 T_d}{2k} d_0, \quad t_1 = \frac{1}{k} \left[\frac{T_1 T_2 T_d}{2} \left(d_1 + \frac{T_d}{2} d_0 \right) + \tilde{p}_0 \right],$ $t_2 = \frac{T_d}{2} \left(\frac{T_1 T_2}{k} d_2 + t_1 \right) + \frac{1}{k} \left[\left(\frac{T_d}{2} - T_1 + T_2 \right) \tilde{p}_0 + \tilde{p}_1 \right],$ $t_3 = \frac{1}{k} \left[T_1 T_2 (\tilde{p}_0 - d_4) + \left(\frac{2T_1 T_2}{T_d} + T_1 - T_2 \right) \tilde{p}_1 + \left(\frac{2T_1}{T_d} - \frac{2T_2}{T_d} - 1 \right) \tilde{p}_2 - \frac{2}{T_d} \right],$ $r_0 = t_0, \quad r_i = \beta_i t_i, \quad \tilde{q}_{i-1} = (1 - \beta_i) t_i, \quad \beta_i \in \langle 0; 1 \rangle \quad \text{pro } i = 1, 2, 3$
$\tilde{p}_1 > 0 \text{ a } \tilde{p}_2 > 0 \quad \text{pro všechna } T_d, \quad \tilde{p}_0 > 0 \quad \text{pro } T_d < 2T_1$

4.3 Volba polynomu $d(s)$ na pravé straně diofantické rovnice

Ve většině případů je snaha volit stabilní polynom $d(s)$ jako mónický, tzn. normovaný na nejvyšší mocninu s . Tento polynom je zároveň charakteristickým polynomem uzavřeného regulačního obvodu. Takže lze volbou polynomu $d(s)$ ovlivnit průběh regulačního pochodu – doba ustálení regulačního děje, aperiodičnost apod. Existuje několik způsobů, jak lze získat polynom $d(s)$ a v následujících podkapitolách jsou uvedeny některé z nich. Polynom $d(s)$ lze vyjádřit teoreticky v následujícím tvaru

$$d(s) = s^n + d_{n-1}s^{n-1} + \dots + d_2s^2 + d_1s + d_0, \quad (190)$$

kde n představuje stupeň polynomu $d(s)$.

4.3.1 Polynom složený ze zvolených kořenů

Jedná se o jednoduchou metodu, která je ale založena na určitých znalostech člověka využívajícího toto nastavení, poněvadž volba kořenů závisí jen na tomto jedinci a pomocí ní se dá velice ovlivnit kvalita regulačního pochodu (tzn. i ve špatném slova smyslu). Polynom $d(s)$ lze napsat ve tvaru

$$d(s) = \prod_{j=1}^n (s - s_j), \quad (191)$$

kde s_j je kořen, u kterého $\text{Re}[s_j] < 0$, kde $j = 1, \dots, n$ a n představuje stupeň polynomu $d(s)$.

Obvykle se volí n -násobný kořen nebo různé dvojnásobné kořeny, které mají imaginární část rovnu nule. Reálné kořeny dávají aperiodické odezvy a komplexní kořeny s nenulovou imaginární složkou zase odezvy kmitavé. V tab. 25 jsou uvedeny koeficienty polynomu $d(s)$ pro jeho minimální stupeň (4. stupeň pro FOTDS a ITDS systém, 6. stupeň pro SOTDS a FOPITDS systém).

Tab. 25 – Vztahy pro výpočet polynomu $d(s)$ ze zvolených kořenů

deg $d = 4$	$d_3 = -4s_j; \quad d_2 = 6s_j^2; \quad d_1 = -4s_j^3; \quad d_0 = s_j^4$
deg $d = 6$	$d_5 = -6s_j; \quad d_4 = 15s_j^2; \quad d_3 = -20s_j^3; \quad d_2 = 15s_j^4; \quad d_1 = -6s_j^5; \quad d_0 = s_j^6$

Dále jsou zde uvedeny podmínky pro volbu kořene s_j při výpočtu polynomu $d(s)$ složeného pouze ze zvolených kořenů pro jednotlivé typy regulovaných soustav (tab. 26) (samozřejmě musí být také splněna výše uvedená podmínka o záporné reálné části tohoto kořene). V tab. 26 jsou v závorce rovněž uvedeny odkazy na tabulky, ze kterých jsou pak po zvolení kořene s_j a výpočtu koeficientů charakteristického polynomu $d(s)$ (tab. 25) vypočteny parametry regulátoru pro jednotlivé typy regulovaných soustav.

Tab. 26 – Podmínky pro výpočet polynomu $d(s)$ ze zvolených kořenů

stabilní FOTDS systém (tab. 14)	$s_j < \frac{2}{T_d} \left(1 - \sqrt[4]{2 + \frac{T_d}{T_1}} \right)$
ITDS systém (tab. 15)	$s_j < \frac{2}{T_d} (1 - \sqrt[4]{2})$
stabilní SOTDS systém (tab. 16)	$s_j < - \left[\frac{1}{3T_d} + \frac{1}{6} \left(\frac{1}{T_2} + \frac{1}{T_1} \right) \right]$
stabilní FOPITDS systém (tab. 17)	$s_j < - \left(\frac{1}{3T_d} + \frac{1}{6T_1} \right)$
nestabilní FOTDS systém (tab. 18)	$s_j < \frac{2}{T_d} \left(1 - \sqrt[4]{2 - \frac{T_d}{T_1}} \right)$
nestabilní SOTDS systém (tab. 19)	$s_j < - \left[\frac{1}{3T_d} + \frac{1}{6} \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right) \right]$
nestabilní FOPITDS systém (tab. 20)	$s_j < \frac{1}{6T_1} - \frac{1}{3T_d}$

4.3.2 LQ technika

Tato druhá metoda zvolení koeficientů polynomu $d(s)$ již bere v úvahu vlastnosti regulované soustavy, konkrétně polynomy $a(s)$ a $b(s)$ z přenosu regulované soustavy. Jedná se o komplikovanější metodu než při volbě jednotlivých kořenů polynomu $d(s)$ co se týče výpočtu, ale pomocí ní je možné získat takový polynom, který má pak za následek

lepší vlastnosti přechodového děje zejména u složitějších nebo nestabilních regulovaných soustav. Tento polynom se skládá ze dvou polynomiálních částí a lze jej napsat ve tvaru

$$d(s) = g(s)n(s). \quad (192)$$

První polynom $g(s)$ se stupněm polynomu rovnajícím se $(\deg a(s) + 1)$ je získán pomocí spektrální faktorizace

$$(sa(s))^* \varphi(sa(s)) + b(s)^* b(s) = g^*(s)g(s), \quad (193)$$

kde polynom s^* je konjugovaný polynom k polynomu původnímu (např. $b(s)^* = b(-s)$).

Z teorie LQ řízení vyplývá, že polynom $g(s)$ je použit k minimalizaci kvadratického kritéria

$$J = \int_0^{\infty} [e^2(t) + \varphi \dot{u}^2(t)] dt, \quad (194)$$

kde $e(t)$ je regulační odchylka, $\dot{u}(t)$ je derivace akční veličiny a $\varphi > 0$ je váhový koeficient, který je volitelný.

Druhý polynom $n(s)$, zajišťující ryzost regulátoru, je dán jako stabilní část spektrální faktorizace

$$n^*(s)n(s) = a^*(s)a(s), \quad (195)$$

přičemž je stupeň polynomu $n(s)$ roven stupni polynomu $a(s)$ a pro stabilní polynom $a(s)$ platí $n(s) = a(s)$. U integračních systémů je použita do spektrální faktorizace jen část polynomu $a(s)$ bez integrační složky, jinak bychom získali nulový kořen polynomu $n(s)$ a tím i charakteristického polynomu $d(s)$.

V následujících tabulkách (tab. 27-tab. 30) jsou uvedeny vztahy pro výpočet koeficientů polynomu $d(s)$ vycházející z LQ techniky pro jednotlivé typy regulovaných soustav (kapitola 4.2.2). V těchto tabulkách je zachována následující souslednost:

- Tvar polynomu $d(s)$ včetně vztahu pro jeho výpočet a tvary polynomů $g(s)$ a $n(s)$.
- Vztahy pro výpočet koeficientů polynomů $g(s)$ a $n(s)$.

Jak již bylo popsáno v kapitole 4.2.3, tak při výpočtu polynomu $d(s)$ pomocí polynomů $g(s)$ a $n(s)$, tj. pomocí dvou spektrálních faktorizací, nebude pro FOTDS a SOTDS systém získán polynom $d(s)$ s minimálním stupněm, ale tento polynom bude

o jeden stupeň větší. Odtud vyplývá, že v následujících tabulkách (tab. 27-tab. 30) jsou uvedeny vztahy pro výpočet polynomu $d(s)$ minimálního stupně pro ITDS (tab. 28) a FOPITDS (tab. 30) systém a se stupněm o jeden větší pro FOTDS (tab. 27) a SOTDS (tab. 29) systém. Uvedené vztahy platí pro stabilní i nestabilní regulované soustavy.

Tab. 27 – Vztahy pro výpočet polynomu $d(s)$ pomocí LQ techniky pro FOTDS systém

$d(s) = s^5 + d_4s^4 + d_3s^3 + d_2s^2 + d_1s + d_0 = g(s)n(s)$ $g(s) = s^3 + g_2s^2 + g_1s + g_0, \quad n(s) = s^2 + n_1s + n_0$
$g_0 = \frac{2k}{T_1T_d\sqrt{\varphi}}, \quad g_1 = \sqrt{\frac{4}{T_1T_d} \left(\frac{k}{\sqrt{\varphi}}g_2 + \frac{1}{T_1T_d} \right) + \frac{k^2}{T_1^2\varphi}}, \quad g_2 = \sqrt{\frac{4}{T_d^2} + \frac{1}{T_1^2} + 2g_1},$ $n_0 = \frac{2}{T_1T_d}, \quad n_1 = \frac{2}{T_d} + \frac{1}{T_1},$

Tab. 28 – Vztahy pro výpočet polynomu $d(s)$ pomocí LQ techniky pro ITDS systém

$d(s) = s^4 + d_3s^3 + d_2s^2 + d_1s + d_0 = g(s)n(s)$ $g(s) = s^3 + g_2s^2 + g_1s + g_0, \quad n(s) = s + n_0$
$g_0 = \frac{2k}{T_d\sqrt{\varphi}}, \quad g_1 = \sqrt{\frac{4k}{T_d\sqrt{\varphi}}g_2 + \frac{k^2}{\varphi}}, \quad g_2 = \sqrt{\frac{4}{T_d^2} + 2g_1}, \quad n_0 = \frac{2}{T_d},$

Tab. 29 – Vztahy pro výpočet polynomu $d(s)$ pomocí LQ techniky pro SOTDS systém

$d(s) = s^7 + d_6s^6 + d_5s^5 + d_4s^4 + d_3s^3 + d_2s^2 + d_1s + d_0 = g(s)n(s)$ $g(s) = s^4 + g_3s^3 + g_2s^2 + g_1s + g_0, \quad n(s) = s^3 + n_2s^2 + n_1s + n_0$
$g_0 = \frac{2k}{T_1T_2T_d\sqrt{\varphi}}, \quad g_1 = \sqrt{\frac{4}{T_1T_2T_d} \left(\frac{k}{\sqrt{\varphi}}g_2 + \frac{1}{T_1T_2T_d} \right) + \frac{k^2}{T_1^2T_2^2\varphi}},$ $g_2 = \sqrt{\frac{4}{T_1^2T_d^2} + \frac{4}{T_2^2T_d^2} + \frac{1}{T_1^2T_2^2} + 2g_1g_3 - \frac{4k}{T_1T_2T_d\sqrt{\varphi}}}, \quad g_3 = \sqrt{\frac{4}{T_d^2} + \frac{1}{T_1^2} + \frac{1}{T_2^2} + 2g_2},$ $n_0 = \frac{2}{T_1T_2T_d}, \quad n_1 = \frac{2}{T_2T_d} + \frac{2}{T_1T_d} + \frac{1}{T_1T_2}, \quad n_2 = \frac{2}{T_d} + \frac{1}{T_2} + \frac{1}{T_1},$

Tab. 30 – Vztahy pro výpočet polynomu $d(s)$ pomocí LQ techniky pro FOPITDS systém

$d(s) = s^6 + d_5s^5 + d_4s^4 + d_3s^3 + d_2s^2 + d_1s + d_0 = g(s)n(s)$ $g(s) = s^4 + g_3s^3 + g_2s^2 + g_1s + g_0, \quad n(s) = s^2 + n_1s + n_0$
$g_0 = \frac{2k}{T_1T_d\sqrt{\varphi}}, \quad g_1 = \sqrt{\frac{k}{T_1} \left(\frac{4}{T_d\sqrt{\varphi}}g_2 + \frac{k}{T_1\varphi} \right)}, \quad g_2 = \sqrt{\frac{4}{T_1T_d} \left(\frac{1}{T_1T_d} - \frac{k}{\sqrt{\varphi}} \right)} + 2g_1g_3,$ $g_3 = \sqrt{\frac{4}{T_d^2} + \frac{1}{T_1^2}} + 2g_2, \quad n_0 = \frac{2}{T_1T_d}, \quad n_1 = \frac{2}{T_d} + \frac{1}{T_1}$

Na základě uvedených tabulek (tab. 27-tab. 30) lze vypočítat koeficienty polynomu $d(s)$, který je potřebný pro výpočet koeficientů regulátoru. Nejprve jsou z uvedených vztahů vypočteny koeficienty polynomů $g(s)$ a $n(s)$ a vynásobením těchto dvou polynomů (např. pomocí programu Matlab) je získán polynom $d(s)$, který je dále použit pro výpočet koeficientů regulátoru (tab. 15, tab. 17, tab. 20-tab. 24).

4.3.3 Polynom složený z polynomu $n(s)$ a ze zvolených kořenů

Tento další způsob výpočtu polynomu $d(s)$ vychází z kombinace dvou předchozích metod (volby kořenů a LQ techniky). Polynom $d(s)$ lze pak přepsat do tvaru

$$d(s) = n(s) \cdot (s - s_j)^i, \quad (196)$$

kde i představuje rozdíl mezi stupni polynomů $d(s)$ a $n(s)$.

Nejprve je tedy získán polynom $n(s)$ ze spektrální faktorizace (195). Poté je zvolen kořen s_j dle pravidel uvedených v kapitole 4.3.1, přičemž postačí ponechat podmínku $\text{Re}[s_j] < 0$. Polynom $d(s)$ bývá volen minimálního stupně.

V následujících tabulkách (tab. 31-tab. 34) jsou uvedeny vztahy pro výpočet koeficientů polynomu $d(s)$ vycházející z LQ techniky (polynom $n(s)$) a z volby kořene pro jednotlivé typy regulovaných soustav (kapitola 4.2.2). Ve všech těchto případech je uvažováno s minimálním stupněm charakteristického polynomu $d(s)$. V těchto tabulkách je nejprve uveden tvar polynomu $d(s)$ a pak vztahy pro výpočet jeho koeficientů.

Vztahy pro FOTDS systém jsou uvedeny v tab. 31, pro ITDS systém v tab. 32, pro SOTDS systém v tab. 33 a pro FOPITDS systém v tab. 34. Uvedené vztahy platí pro stabilní i nestabilní regulované soustavy.

Tab. 31 – Vztahy pro výpočet polynomu $d(s)$ složeného z polynomu $n(s)$ a ze zvoleného kořene pro FOTDS systém

$d(s) = s^4 + d_3s^3 + d_2s^2 + d_1s + d_0$
$d_0 = \frac{2s_j^2}{T_1T_d}, \quad d_1 = s_j \left[s_j \left(\frac{2}{T_d} + \frac{1}{T_1} \right) - \frac{4}{T_1T_d} \right], \quad d_2 = s_j^2 - 2s_j \left(\frac{2}{T_d} + \frac{1}{T_1} \right) + \frac{2}{T_1T_d},$ $d_3 = \frac{2}{T_d} + \frac{1}{T_1} - 2s_j$

Tab. 32 – Vztahy pro výpočet polynomu $d(s)$ složeného z polynomu $n(s)$ a ze zvoleného kořene pro ITDS systém

$d(s) = s^4 + d_3s^3 + d_2s^2 + d_1s + d_0$
$d_0 = \frac{-2s_j^3}{T_d}, \quad d_1 = s_j^2 \left[\frac{6}{T_d} - s_j \right], \quad d_2 = s_j \left(3s_j - \frac{6}{T_d} \right), \quad d_3 = \frac{2}{T_d} - 3s_j$

Tab. 33 – Vztahy pro výpočet polynomu $d(s)$ složeného z polynomu $n(s)$ a ze zvoleného kořene pro SOTDS systém

$d(s) = s^6 + d_5s^5 + d_4s^4 + d_3s^3 + d_2s^2 + d_1s + d_0$
$d_0 = \frac{-2s_j^3}{T_1T_2T_d}, \quad d_1 = s_j^2 \left[\frac{6}{T_1T_2T_d} - s_j \left(\frac{2}{T_2T_d} + \frac{2}{T_1T_d} + \frac{1}{T_1T_2} \right) \right],$ $d_2 = s_j \left[-s_j^2 \left(\frac{2}{T_d} + \frac{1}{T_2} + \frac{1}{T_1} \right) + 3s_j \left(\frac{2}{T_2T_d} + \frac{2}{T_1T_d} + \frac{1}{T_1T_2} \right) - \frac{6}{T_1T_2T_d} \right],$ $d_3 = 3s_j^2 \left(\frac{2}{T_d} + \frac{1}{T_2} + \frac{1}{T_1} \right) - s_j^3 - 3s_j \left(\frac{2}{T_2T_d} + \frac{2}{T_1T_d} + \frac{1}{T_1T_2} \right) + \frac{2}{T_1T_2T_d},$ $d_4 = 3s_j^2 - 3s_j \left(\frac{2}{T_d} + \frac{1}{T_2} + \frac{1}{T_1} \right) + \frac{2}{T_2T_d} + \frac{2}{T_1T_d} + \frac{1}{T_1T_2}, \quad d_5 = \frac{2}{T_d} + \frac{1}{T_2} + \frac{1}{T_1} - 3s_j$

Tab. 34 – Vztahy pro výpočet polynomu $d(s)$ složeného z polynomu $n(s)$ a ze zvoleného kořene pro FOPITDS systém

$d(s) = s^6 + d_5s^5 + d_4s^4 + d_3s^3 + d_2s^2 + d_1s + d_0$
$d_0 = \frac{2s_j^4}{T_1T_d}, \quad d_1 = s_j^3 \left[s_j \left(\frac{2}{T_d} + \frac{1}{T_1} \right) - \frac{8}{T_1T_d} \right], \quad d_2 = s_j^2 \left[s_j^2 - 4s_j \left(\frac{2}{T_d} + \frac{1}{T_1} \right) + \frac{12}{T_1T_d} \right],$
$d_3 = s_j \left[6s_j \left(\frac{2}{T_d} + \frac{1}{T_1} \right) - 4s_j^2 - \frac{8}{T_1T_d} \right], \quad d_4 = 6s_j^2 - 4s_j \left(\frac{2}{T_d} + \frac{1}{T_1} \right) + \frac{2}{T_1T_d},$
$d_5 = \frac{2}{T_d} + \frac{1}{T_1} - 4s_j$

Na základě uvedených tabulek (tab. 31-tab. 34) lze jednoduchým způsobem vypočítat přímo koeficienty charakteristického polynomu $d(s)$, který je potřebný pro výpočet koeficientů regulátoru (tab. 14-tab. 20).

4.3.4 Polynom složený z polynomu $g(s)$ a ze zvolených kořenů

Tento způsob výpočtu polynomu $d(s)$ vychází opět z kombinace prvních dvou metod (volby kořenů a LQ techniky). Polynom $d(s)$ lze napsat ve tvaru

$$d(s) = g(s) \cdot (s - s_j)^i, \quad (197)$$

kde i představuje rozdíl mezi stupni polynomů $d(s)$ a $g(s)$.

Nejprve je získán polynom $g(s)$ ze spektrální faktorizace (193). Poté je zvolen kořen s_j dle pravidel uvedených v kapitole 4.3.1, přičemž postačí ponechat podmínku $\text{Re}[s_j] < 0$. Polynom $d(s)$ bývá volen minimálního stupně.

V následujících tabulkách (tab. 35-tab. 38) jsou uvedeny vztahy pro výpočet koeficientů polynomu $d(s)$ vycházející z LQ techniky (polynom $g(s)$) a z volby kořene pro jednotlivé typy regulovaných soustav (kapitola 4.2.2). Ve všech těchto případech je uvažováno s minimálním stupněm charakteristického polynomu $d(s)$. V těchto tabulkách je zachována následující souslednost:

- Tvar polynomu $d(s)$ včetně vztahu pro jeho výpočet a tvar polynomu $g(s)$.
- Vztahy pro výpočet koeficientů polynomu $g(s)$.

Vztahy pro FOTDS systém jsou uvedeny v tab. 35, pro ITDS systém v tab. 36, pro SOTDS systém v tab. 37 a pro FOPITDS systém v tab. 38. Uvedené vztahy opět platí pro stabilní i nestabilní regulované soustavy.

Tab. 35 – Vztahy pro výpočet polynomu $d(s)$ složeného z polynomu $g(s)$ a ze zvoleného kořene pro FOTDS systém

$d(s) = s^4 + d_3s^3 + d_2s^2 + d_1s + d_0 = g(s)(s - s_j),$ $g(s) = s^3 + g_2s^2 + g_1s + g_0$
$g_0 = \frac{2k}{T_1T_d\sqrt{\varphi}}, \quad g_1 = \sqrt{\frac{4}{T_1T_d} \left(\frac{k}{\sqrt{\varphi}}g_2 + \frac{1}{T_1T_d} \right) + \frac{k^2}{T_1^2\varphi}}, \quad g_2 = \sqrt{\frac{4}{T_d^2} + \frac{1}{T_1^2}} + 2g_1$

Tab. 36 – Vztahy pro výpočet polynomu $d(s)$ složeného z polynomu $g(s)$ a ze zvoleného kořene pro ITDS systém

$d(s) = s^4 + d_3s^3 + d_2s^2 + d_1s + d_0 = g(s)(s - s_j),$ $g(s) = s^3 + g_2s^2 + g_1s + g_0$
$g_0 = \frac{2k}{T_d\sqrt{\varphi}}, \quad g_1 = \sqrt{\frac{4k}{T_d\sqrt{\varphi}}g_2 + \frac{k^2}{\varphi}}, \quad g_2 = \sqrt{\frac{4}{T_d^2}} + 2g_1$

Tab. 37 – Vztahy pro výpočet polynomu $d(s)$ složeného z polynomu $g(s)$ a ze zvoleného kořene pro SOTDS systém

$d(s) = s^6 + d_5s^5 + d_4s^4 + d_3s^3 + d_2s^2 + d_1s + d_0 = g(s)(s - s_j)^2,$ $g(s) = s^4 + g_3s^3 + g_2s^2 + g_1s + g_0$
$g_0 = \frac{2k}{T_1T_2T_d\sqrt{\varphi}}, \quad g_1 = \sqrt{\frac{4}{T_1T_2T_d} \left(\frac{k}{\sqrt{\varphi}}g_2 + \frac{1}{T_1T_2T_d} \right) + \frac{k^2}{T_1^2T_2^2\varphi}},$ $g_2 = \sqrt{\frac{4}{T_1^2T_d^2} + \frac{4}{T_2^2T_d^2} + \frac{1}{T_1^2T_2^2}} + 2g_1g_3 - \frac{4k}{T_1T_2T_d\sqrt{\varphi}}, \quad g_3 = \sqrt{\frac{4}{T_d^2} + \frac{1}{T_1^2} + \frac{1}{T_2^2}} + 2g_2$

Tab. 38 – Vztahy pro výpočet polynomu $d(s)$ složeného z polynomu $g(s)$ a ze zvoleného kořene pro FOPITDS systém

$$d(s) = s^6 + d_5s^5 + d_4s^4 + d_3s^3 + d_2s^2 + d_1s + d_0 = g(s)(s - s_j)^2,$$

$$g(s) = s^4 + g_3s^3 + g_2s^2 + g_1s + g_0$$

$$g_0 = \frac{2k}{T_1T_d\sqrt{\varphi}}, \quad g_1 = \sqrt{\frac{k}{T_1} \left(\frac{4}{T_d\sqrt{\varphi}}g_2 + \frac{k}{T_1\varphi} \right)}, \quad g_2 = \sqrt{\frac{4}{T_1T_d} \left(\frac{1}{T_1T_d} - \frac{k}{\sqrt{\varphi}} \right) + 2g_1g_3},$$

$$g_3 = \sqrt{\frac{4}{T_d^2} + \frac{1}{T_1^2} + 2g_2}$$

Na základě uvedených tabulek (tab. 35-tab. 38) lze vypočítat koeficienty charakteristického polynomu $d(s)$, který je potřebný pro výpočet koeficientů regulátoru. Nejprve jsou z uvedených vztahů vypočteny koeficienty polynomu $g(s)$, poté je zvolen kořen s_j a vynásobením polynomu $g(s)$ a polynomu vytvořeného ze zvoleného kořene (např. pomocí programu Matlab) je získán polynom $d(s)$, který je dále použit pro výpočet koeficientů regulátoru (tab. 14-tab. 20).

4.3.5 Volba polynomu $d(s)$ - shrnutí

V kapitole 4.3 byly postupně uvedeny čtyři základní způsoby, pomocí kterých lze získat charakteristický polynom $d(s)$. V jednotlivých podkapitolách byly poté v tabulkách uvedeny vztahy pro výpočet koeficientů charakteristického polynomu $d(s)$, a to pro systémy ITDS, FOTDS, FOPITDS a SOTDS. Uvedené vztahy byly odvozeny jak pro stabilní, tak i pro nestabilní systémy. V následující kapitole (4.4) jsou uvedeny simulační výsledky pro jednotlivé způsoby výpočtu polynomu $d(s)$.

V praxi lze také použít jednu modifikaci, která se již zabývá vypočítaným polynomem $d(s)$, konkrétně jeho koeficienty. Obecně má získaný polynom $d(s)$ tvar

$$d(s) = s^{\deg d(s)} + d_{\deg d(s)-1}s^{\deg d(s)-1} + \dots + d_1s + d_0. \quad (198)$$

Pokud chceme ještě vylepšit přechodový děj a nechceme znovu provádět výpočet spektrálních faktorizací, poněvadž jsme např. již našli vhodný váhový koeficient φ , tak lze jednoduše upravit polynom $d(s)$ pomocí koeficientů α následovně.

$$d(s) = s^{\deg d(s)} + \alpha_{\deg d(s)-1} d_{\deg d(s)-1} s^{\deg d(s)-1} + \dots + \alpha_1 d_1 s + \alpha_0 d_0. \quad (199)$$

Ve většině případů postačí zvolit koeficient α_0 , popř. ještě α_1 a zbývající koeficienty α ponechat rovny 1. Je potřeba ale dbát na to, aby výsledný polynom $d(s)$ zůstal stabilní.

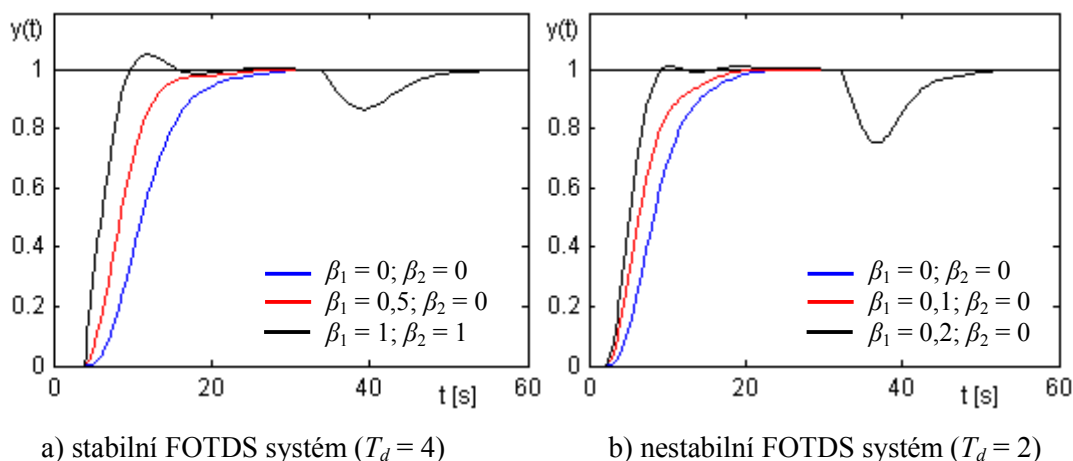
Pozn. Podobně lze také upravovat jednotlivé polynomy $n(s)$, popř. $g(s)$ a výsledný polynom $d(s)$ je již pak ovlivněn těmito upravenými polynomy.

4.4 Praktické příklady polynomiální syntézy

Úkolem této kapitoly je představení simulačních výsledků pro systém řízení, jehož schéma je zobrazeno na obr. 32 a odvozené vztahy pomocí polynomiální metody, které jsou uvedeny v kapitole 4.2.3. Jsou zde ukázány vlivy jednotlivých volitelných parametrů, které již byly popsány výše, na výsledek řízení. Také jsou v této části porovnány jednotlivé způsoby výpočtu charakteristického polynomu $d(s)$ (kapitola 4.3) pro všechny typy regulovaných soustav, které jsou uvedeny v kapitole 4.2.2.

Nejprve jsou v této kapitole uvedeny simulační výsledky, které zobrazují vliv parametru β_i na přechodový děj (obr. 33). Jedná se o odezvy na jednotkový skok referenčního signálu $w(t)$ v čase $t = 0$ s a na vloženou poruchovou veličinu $v(t) = -0,2$ v čase $t = 30$ s.

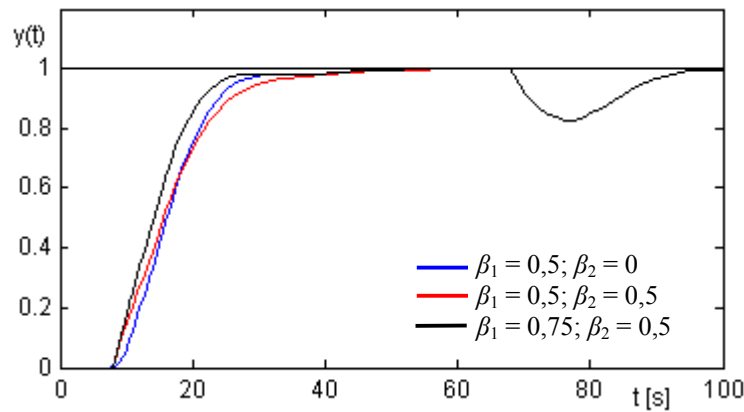
Simulace byly provedeny pro dva typy regulovaných soustav. Prvním typem byl stabilní FOTDS systém (kapitola 4.2.2.1), jehož parametry byly $k = 1$, $T_1 = 4$ a $T_d = 4$. Charakteristický polynom byl vypočten na základě volby násobného kořene $s_j = -0,4$ (kapitola 4.3.1). Druhým typem byl nestabilní FOTDS systém (kapitola 4.2.2.5), který se v parametrech lišil od stabilního FOTDS systému jen velikostí dopravního zpoždění ($T_d = 2$). Násobný kořen byl v tomto případě zvolen $s_j = -0,5$.



Obr. 33 – Vliv parametru β_i na přechodový děj

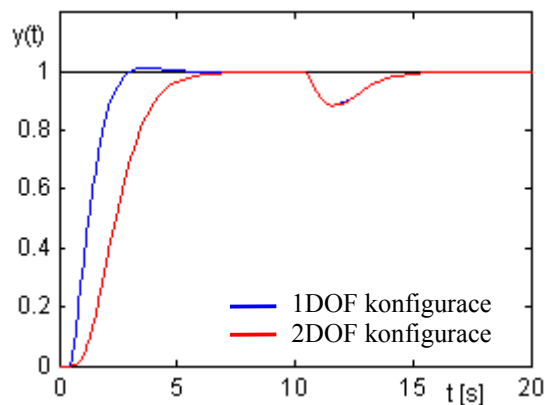
Jak již bylo uvedeno výše (kapitola 4.2.1), jestliže bude platit $\beta_i = 1$ pro všechna i , bude přenos části regulátoru $Q = 0$ a bude se jednat o 1DOF konfiguraci systému řízení. V případě rovnosti $\beta_i = 0$ pro všechna i a předpokladu, že je referenční signál i porucha ze třídy skokových funkcí, bude se jednat o 2DOF konfiguraci systému řízení. Nestriktně ryzí část regulátoru R ($r_{\text{deg } r} \neq 0$) často vede k velkému počátečnímu překmitu nebo k oscilacím. Z těchto důvodů je snaha volit parametr $\beta_{\text{deg } r} = 0$, tzn. $r_{\text{deg } r} = 0$, ale aby alespoň parametr $\beta_1 \neq 0$, tzn. $r_1 \neq 0$ (pokud je to možné a r_1 není zároveň $r_{\text{deg } r}$). V případech, kdy již má přechodový děj dosti kmitavou tendenci a jeho zrychlením by došlo k jeho zhoršení, lze hodnotu β_1 ponechat nulovou (jedná se zejména o nestabilní systémy s větší hodnotou poměru mezi dopravním zpožděním a dominantní časovou konstantou).

Naopak při zdlouhavém aperiodickém přechodovém ději jej lze urychlit pomocí nenulového parametru β_2 (obr. 34). Parametry regulované soustavy (stabilní FOTDS systém) jsou $k = 1$, $T_1 = 4$ a $T_d = 8$. Koeficienty charakteristického polynomu $d(s)$ byly vypočteny pomocí kombinace polynomu $n(s)$ a volby kořene $s_j = -0,22$. Z tohoto obrázku si lze všimnout, že při hodnotách parametrů $\beta_1 = \beta_2 = 0,5$ došlo sice ke zrychlení přechodového děje na počátku průběhu (oproti $\beta_1 = 0,5$ a $\beta_2 = 0$), ale zároveň k jeho zpomalení při doběhu k referenčnímu signálu $w(t)$. Opětovným navýšením parametru $\beta_1 = 0,75$ již dochází k celkovému zrychlení přechodového děje. Odezva na vloženou poruchovou veličinu $v(t) = -0,2$ v čase $t = 60$ s je stejná pro všechna tři nastavení.



Obr. 34 – Vliv parametru β_2 na přechodový děj

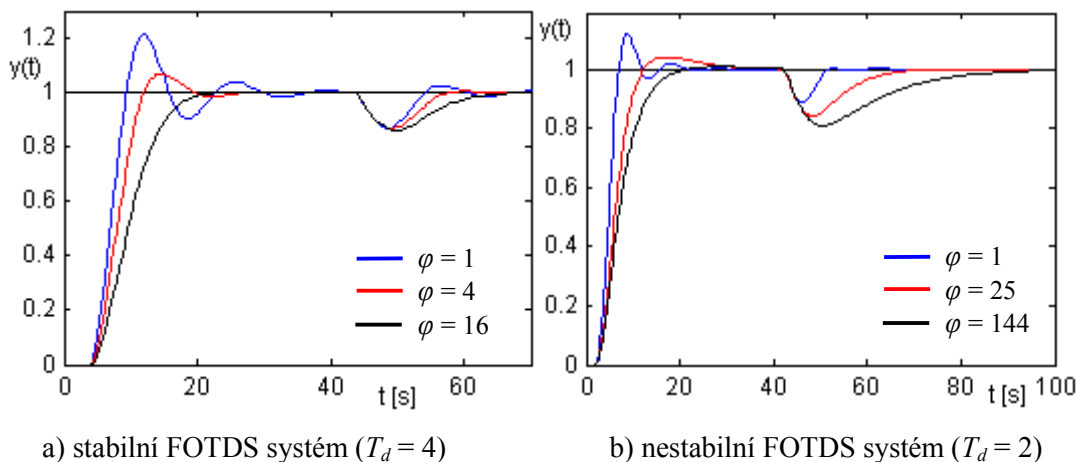
Na obr. 35 jsou na ukázkou uvedeny odezvy pro 1DOF a 2DOF konfiguraci systému řízení pro stabilní FOTDS systém s parametry $T_1 = 1$ a $T_d = 0,5$, u něhož bylo při syntéze použito 0/1 řádu Padého aproximace (154). Koeficienty charakteristického polynomu $d(s)$ byly použity v obou případech shodně a byly vypočteny pomocí kombinace polynomu $n(s)$ a volby kořene $s_j = -1,5$.



Obr. 35 – Odezva 1DOF a 2DOF konfigurace systému řízení

Při provádění syntézy (dle postupu uvedeném v kapitole 4.2.1) jsou nejprve vypočteny parametry t_i a teprve pak jsou prováděny změny hodnoty parametru β_i (ve většině případů postačí měnit jen β_1) tak, až má přechodový děj pro daný případ nejvhodnější charakter. Velikost vlivu hodnoty parametru β_i na přechodový děj závisí na vlastnostech regulované soustavy (typ systému, velikost časových konstant a dopravního zpoždění systému, míra stability nebo nestability apod.) (obr. 33).

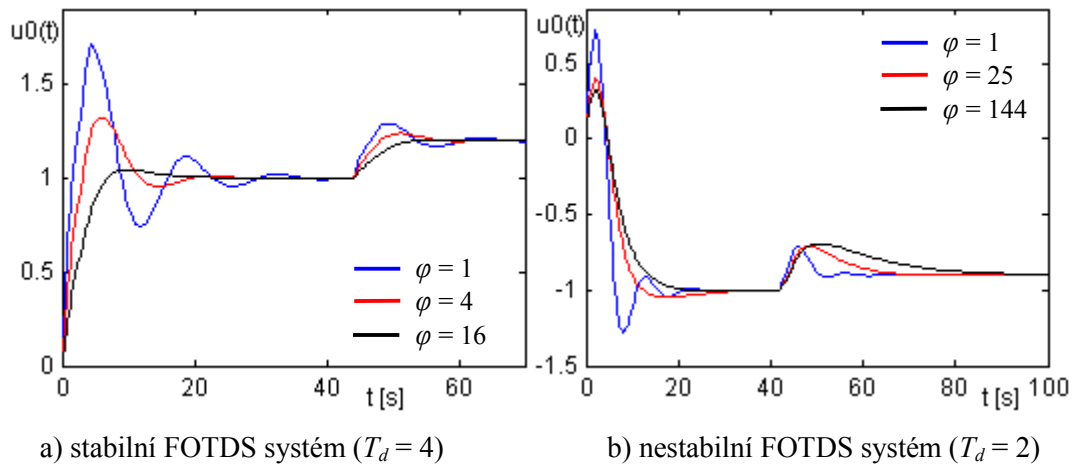
Dalším volitelným parametrem při syntéze regulačního obvodu při použití spektrální faktorizace (193) je parametr φ , jehož vliv na regulační děj je demonstrován na obr. 36.



Obr. 36 – Vliv parametru φ na přechodový děj

Opět byly k simulaci použity dva typy systému, konkrétně stabilní a nestabilní FOTDS systém s parametry $k = 1$, $T_1 = 4$, $T_d = 4$ (stabilní systém), $T_d = 2$ (nestabilní systém) a jednotkový skok referenčního signálu $w(t)$ byl opět proveden v čase $t = 0$ s. Charakteristický polynom $d(s)$ byl vypočten dle postupu uvedeného v kapitole 4.3.4 pro zvolený kořen $s_j = -0,5$. Pro stabilní FOTDS systém byly nastaveny hodnoty parametrů $\beta_1 = 0,5$ a $\beta_2 = 0$. Poruchová veličina nabývala v čase $t = 40$ s hodnoty $v(t) = -0,2$. Naopak u nestabilního FOTDS systému byly nastaveny hodnoty parametrů $\beta_1 = 0,2$ a $\beta_2 = 0$. Skok poruchové veličiny $v(t) = -0,1$ proběhl v čase $t = 40$ s.

Ze simulačních výsledků (obr. 36) vyplývá, že pro vyšší hodnoty volitelného váhového parametru φ získává regulační děj aperiodický charakter. U reakce na poruchovou veličinu dochází při vyšších hodnotách parametru φ také k přechodu na aperiodický děj, ale také k větší odchylce od referenčního signálu. Vliv parametru φ je způsoben zvyšováním váhy v rovnici kvadratického kritéria (194) u derivace akční veličiny, čímž je při syntéze a posléze i při samotném řízení více preferován ohled právě na tyto změny akční veličiny (obr. 37).



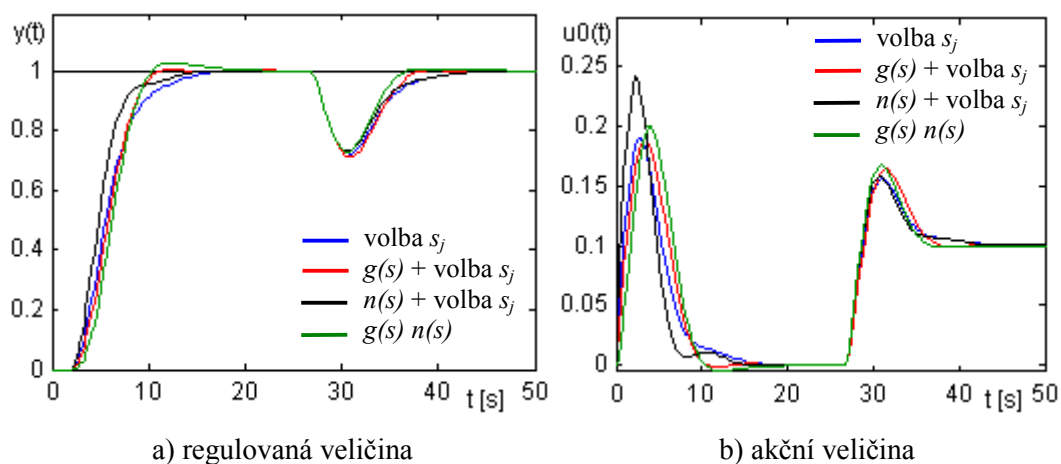
Obr. 37 – Vliv parametru φ na akční veličinu

Další skupinou simulačních výsledků jsou odezvy na jednotkový skok referenčního signálu $w(t)$ v čase $t = 0$ s pro každý typ regulované soustavy (kapitola 4.2.2) a pro jednotlivé způsoby výpočtu charakteristického polynomu $d(s)$ (kapitola 4.3). Pro zjednodušení popisu podmínek u následujících simulací bude dále nazýván postup výpočtu polynomu $d(s)$ pomocí volby kořene s_j (kapitola 4.3.1) metodou *A*, pomocí polynomu $g(s)$ a volby kořene s_j (kapitola 4.3.4) metodou *B*, pomocí polynomu $n(s)$ a volby kořene s_j (kapitola 4.3.3) metodou *C*, a výpočet pomocí polynomů $g(s)$ a $n(s)$ (kapitola 4.3.2) metodou *D*. Ve všech případech byla volena pouze hodnota β_1 a ostatní koeficienty β_i byly ponechány nulové. Dále byl při syntéze regulačního obvodu preferován aperiodický průběh regulačního děje, pokud možno bez překmitu. U každé ze simulací je připojen graf s průběhy akčních veličin $u_0(t)$ (viz. obr. 32).

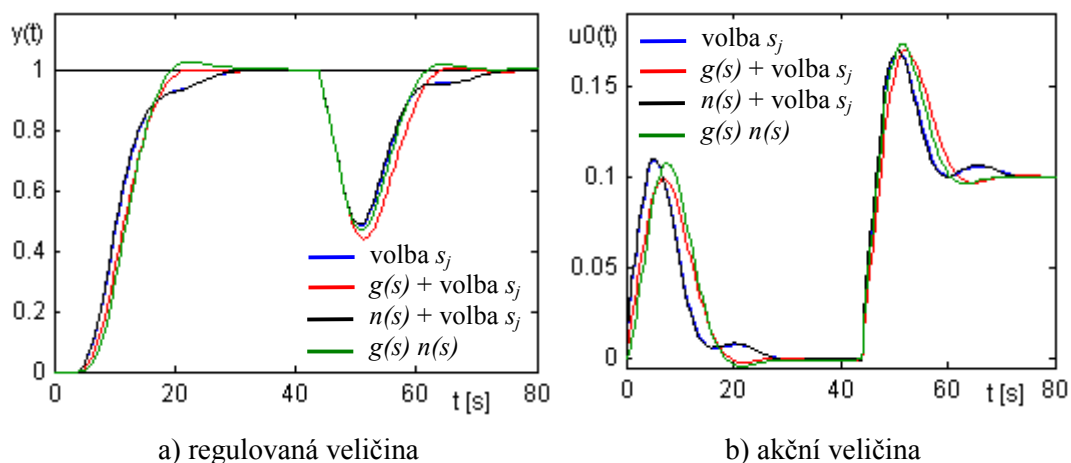
Nejprve jsou zde uvedeny simulační výsledky pro ITDS systém (kapitola 4.2.2.2) s parametry $k = 1$, $T_d = 2$ a skokem poruchové veličiny $v(t) = -0,1$ v čase $t = 25$ s pro čtyři různé způsoby výpočtu polynomu $d(s)$ (obr. 38). Pro metodu *A* bylo použito hodnot $s_j = -0,6$ a $\beta_1 = 0,2$, pro metodu *B* hodnot $\varphi = 16$, $s_j = -0,45$ a $\beta_1 = 0,15$, u metody *C* byly použity hodnoty $s_j = -0,55$ a $\beta_1 = 0,3$ a nakonec pro metodu *D* bylo využito hodnot $\varphi = 25$ a $\beta_1 = 0$.

Na obr. 39 jsou uvedeny simulační výsledky pro ITDS systém s vyšší hodnotou dopravního zpoždění ($T_d = 4$) a skokem poruchové veličiny $v(t) = -0,1$ v čase $t = 40$ s. Způsob výpočtu charakteristického polynomu byl obdobný jako u předešlé simulace, jen

s jinými koeficienty a parametry (metoda A: $s_j = -0,35$ a $\beta_1 = 0,15$, metoda B: $\varphi = 196$, $s_j = -0,25$ a $\beta_1 = 0,1$, metoda C: $s_j = -0,32$ a $\beta_1 = 0,15$ a metoda D: $\varphi = 300$ a $\beta_1 = 0$).



Obr. 38 – Vliv volby polynomu $d(s)$ pro ITDS systém ($T_d = 2$)

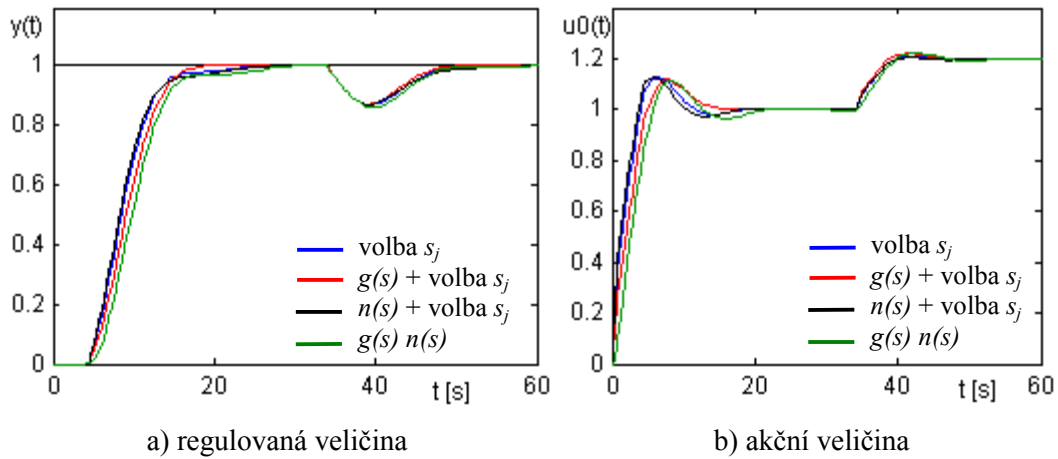


Obr. 39 – Vliv volby polynomu $d(s)$ pro ITDS systém ($T_d = 4$)

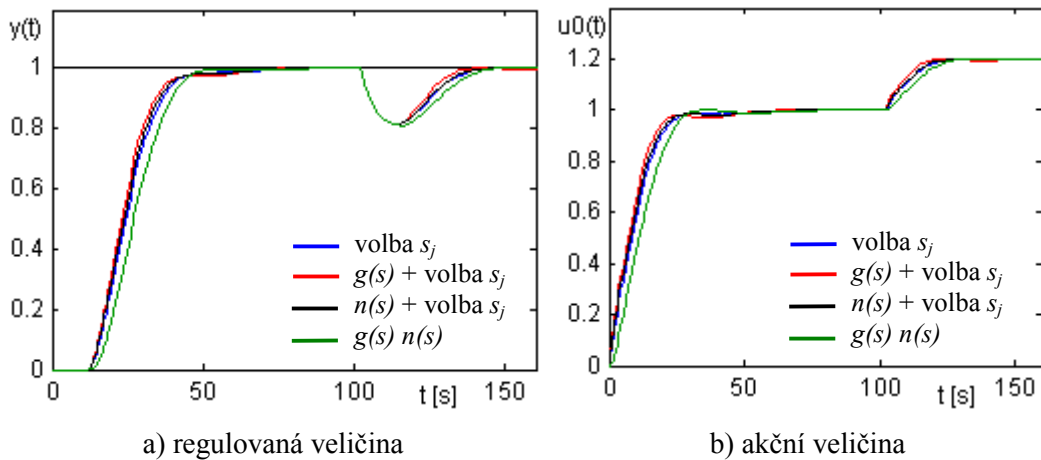
V obou výsledcích simulací pro ITDS systém (obr. 38 a obr. 39) si lze povšimnout, že pro vypočtený polynom $d(s)$ na základě obou spektrálních faktorizací (polynomy $g(s)$ a $n(s)$) nebylo možno nastavit regulační obvod tak, aby bylo dosaženo aperiodického průběhu bez překmitu. Pro kombinaci polynomu $g(s)$ a volby kořene má regulační děj také tendenci překmitnout a odchylka při vstupu poruchové veličiny je také trochu větší (zejména pro větší hodnoty T_d), ale celkově dává tento způsob volby polynomu $d(s)$ také

uspokojivé výsledky. Ostatní dvě metody výpočtu polynomu $d(s)$ se zdají být z hlediska průběhu regulačního děje nejvýhodnější pro ITDS systém.

Dalším testovaným systémem je stabilní FOTDS systém (kapitola 4.2.2.1), jehož parametry jsou $k = 1$, $T_1 = 4$ a $T_d = 4$ (obr. 40). Pro jednotlivé způsoby výpočtu polynomu $d(s)$ byly zvoleny následující parametry: metoda A – $s_j = -0,4$ a $\beta_1 = 0,5$, metoda B – $\varphi = 9$, $s_j = -1$ a $\beta_1 = 0,25$, metoda C – $s_j = -0,47$ a $\beta_1 = 0,55$ a metoda D – $\varphi = 0,5$ a $\beta_1 = 0,35$. Skok poruchové veličiny $v(t) = -0,2$ proběhl v čase $t = 30$ s.



Obr. 40 – Vliv volby polynomu $d(s)$ pro stabilní FOTDS systém ($T_d = 4$)



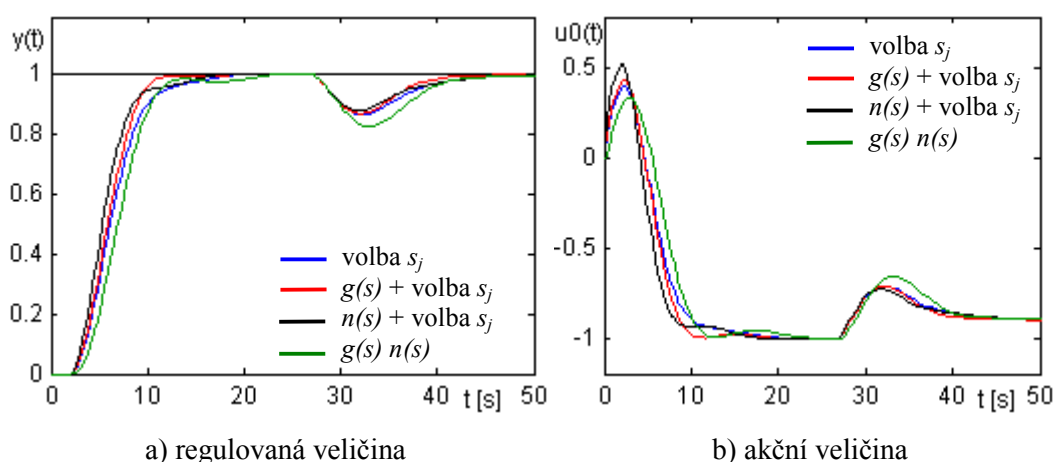
Obr. 41 – Vliv volby polynomu $d(s)$ pro stabilní FOTDS systém ($T_d = 12$)

Pro stejný typ regulované soustavy s větší hodnotou dopravního zpoždění $T_d = 12$ jsou uvedeny simulační výsledky na obr. 41. Pro výpočet polynomu $d(s)$ metodu A bylo

použito hodnot $s_j = -0,16$ a $\beta_1 = 0,5$, metodou *B* hodnot $\varphi = 100$, $s_j = -0,3$ a $\beta_1 = 0,4$, metodou *C* hodnot $s_j = -0,14$ a $\beta_1 = 0,5$ a metodou *D* bylo využito hodnot $\varphi = 64$ a $\beta_1 = 0,5$. Poruchová veličina $v(t)$ o stejné hodnotě byla vložena do regulačního obvodu v čase $t = 90$ s.

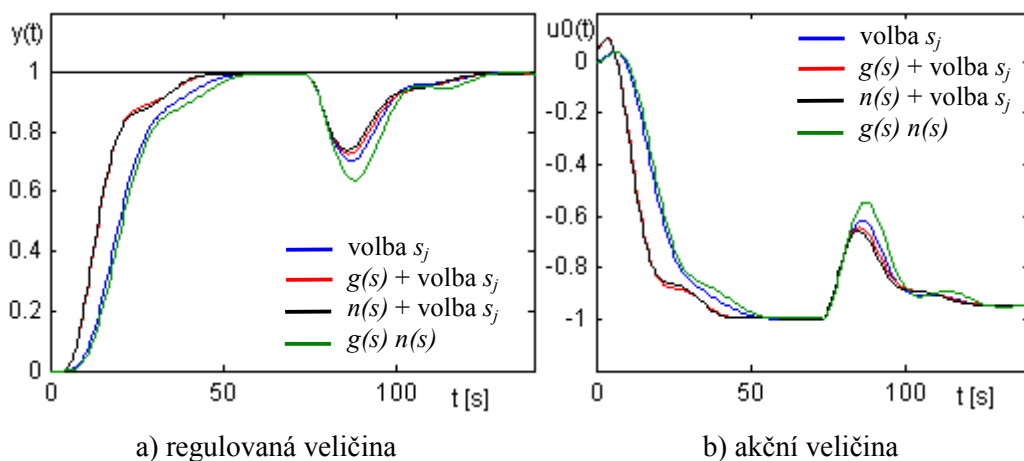
Z výsledků simulací stabilního FOTDS systému (obr. 40 a obr. 41) vyplývá vhodnost použití všech čtyř metod výpočtu charakteristického polynomu $d(s)$, a že lze u všech těchto metod dosáhnout obdobných průběhů přechodových dějů. Jen trochu horší výsledek dává metoda využívající kombinace polynomů $g(s)$ a $n(s)$.

Stejný způsob otestování byl proveden i u nestabilního FOTDS systému (kapitola 4.2.2.5) s parametry $k = 1$, $T_1 = 4$ a $T_d = 2$ (obr. 42). V čase $t = 25$ s byl proveden skok poruchové veličiny $v(t) = -0,1$. U metody *A* výpočtu polynomu $d(s)$ bylo použito hodnot $s_j = -0,45$ a $\beta_1 = 0,15$, u metody *B* hodnot $\varphi = 2$, $s_j = -0,3$ a $\beta_1 = 0,15$, u metody *C* byly použity hodnoty $s_j = -0,5$ a $\beta_1 = 0,2$ a u metody *D* hodnoty $\varphi = 1,5$ a $\beta_1 = 0,12$.



Obr. 42 – Vliv volby polynomu $d(s)$ pro nestabilní FOTDS systém ($T_d = 2$)

Pro stejný nestabilní systém, ale s dvojnásobnou hodnotou dopravního zpoždění ($T_d = 4$) jsou výsledky simulace uvedeny na obr. 43. Způsob výpočtu charakteristického polynomu byl obdobný jako u předešlé simulace s parametry: metoda *A* – $s_j = -0,2$ a $\beta_1 = 0$, metoda *B* – $\varphi = 49$, $s_j = -0,12$ a $\beta_1 = 0,05$, metoda *C* – $s_j = -0,14$ a $\beta_1 = 0,05$ a metoda *D* – $\varphi = 100$ a $\beta_1 = 0$. Poruchová veličina $v(t) = -0,05$ byla do regulačního obvodu vložena v čase $t = 70$ s.

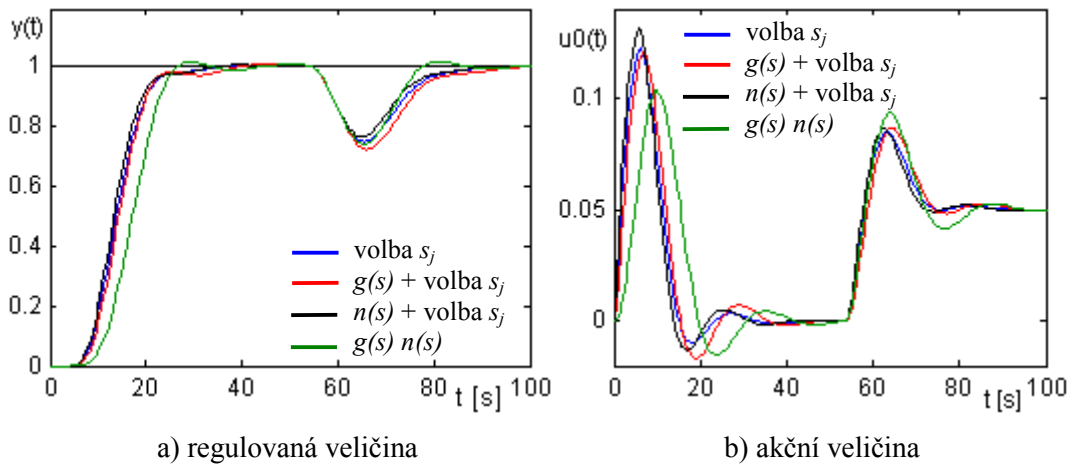


Obr. 43 – Vliv volby polynomu $d(s)$ pro nestabilní FOTDS systém ($T_d = 4$)

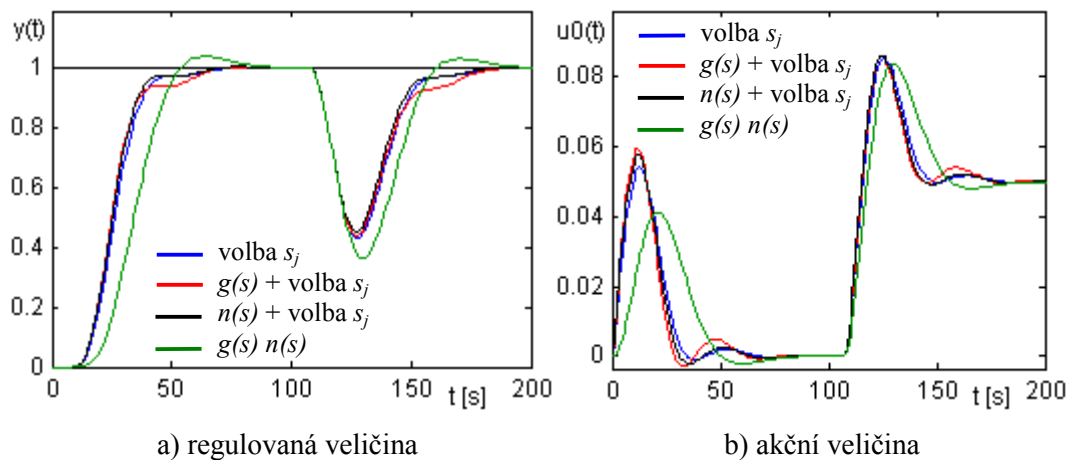
Ze simulačních výsledků nestabilního FOTDS systému (obr. 42 a obr. 43) je patrné, že při použití metody výpočtu charakteristického polynomu $d(s)$ pomocí kombinace polynomů $g(s)$ a $n(s)$ dochází při skoku poruchy k většímu podkmitu regulované veličiny $y(t)$. Tento podkmit lze sice zmenšit (při nižších hodnotách φ), ale za cenu kmitavějšího průběhu. Odezva na skok referenčního signálu $w(t)$ je v tomto případě také pomalejší, obdobně jako u metody výpočtu polynomu $d(s)$ volbou kořene s_j oproti zbývajícím dvěma metodám (zejména pro větší hodnoty T_d). Odtud vyplývá, že pro nestabilní FOTDS systém je nejvhodnější způsob výpočtu polynomu $d(s)$ pomocí kombinací volby kořene s_j a polynomu $g(s)$, popř. $n(s)$.

Dalším typem regulované soustavy je stabilní FOPITDS systém (kapitola 4.2.2.4) s parametry $k = 1$, $T_1 = 4$, $T_d = 4$. Skok poruchové veličiny $v(t) = -0,05$ je v čase $t = 50$ s. Pro výpočet polynomu $d(s)$ metodou A bylo použito hodnot $s_j = -0,35$ a $\beta_1 = 0,25$, metodou B hodnot $\varphi = 25$, $s_j = -0,18$ a $\beta_1 = 0,28$, metodou C hodnot $s_j = -0,38$ a $\beta_1 = 0,25$ a metodou D bylo využito hodnot $\varphi = 100$ a $\beta_1 = 0$. Simulační výsledky jsou uvedeny na obr. 44.

Pro stejnou regulovanou soustavu, ale s hodnotou dopravního zpoždění $T_d = 8$ jsou výsledky simulace uvedeny na obr. 45. Stejná velikost poruchové veličiny $v(t) = -0,05$ byla vložena do regulačního obvodu v čase $t = 100$ s. U metody A výpočtu polynomu $d(s)$ bylo použito hodnot $s_j = -0,2$ a $\beta_1 = 0,2$, u metody B hodnot $\varphi = 144$, $s_j = -0,1$ a $\beta_1 = 0,25$, u metody C byly použity hodnoty $s_j = -0,19$ a $\beta_1 = 0,21$ a u metody D hodnot $\varphi = 10\ 000$ a $\beta_1 = 0$.



Obr. 44 – Vliv volby polynomu $d(s)$ pro stabilní FOPITDS systém ($T_d = 4$)

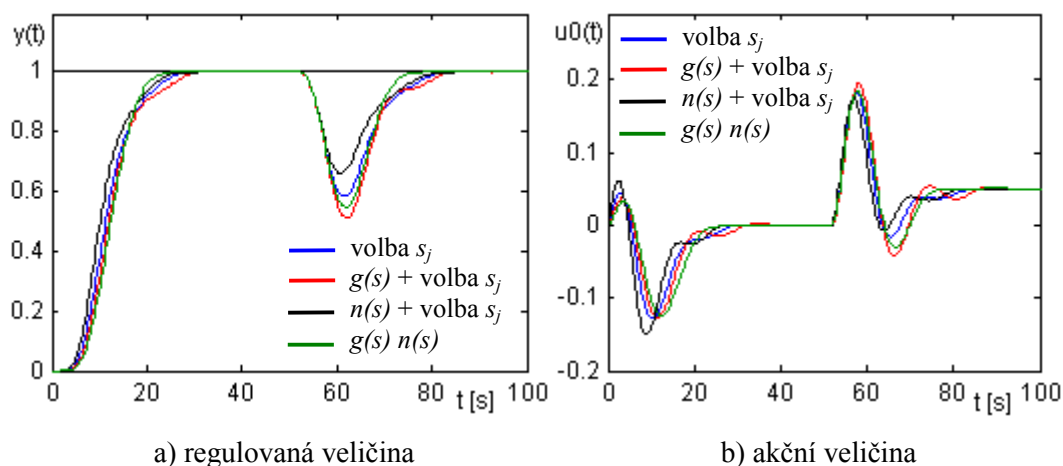


Obr. 45 – Vliv volby polynomu $d(s)$ pro stabilní FOPITDS systém ($T_d = 8$)

Z obou výsledků simulace pro stabilní FOPITDS systém (obr. 44 a obr. 45) vyplývá, že metoda výpočtu polynomu $d(s)$ založená na kombinaci polynomů $g(s)$ a $n(s)$ dává pomalejší regulační pochod s překmitem. U metody B využívající kombinace polynomu $g(s)$ a volby kořene s_j má regulační děj pomalejší doběh před ustálením, zejména u větší hodnoty T_d . Zbylé dvě metody (volba kořenu s_j a kombinace polynomu $n(s)$ a volby kořene s_j) se tedy jeví jako nejvhodnější pro stabilní FOPITDS systém.

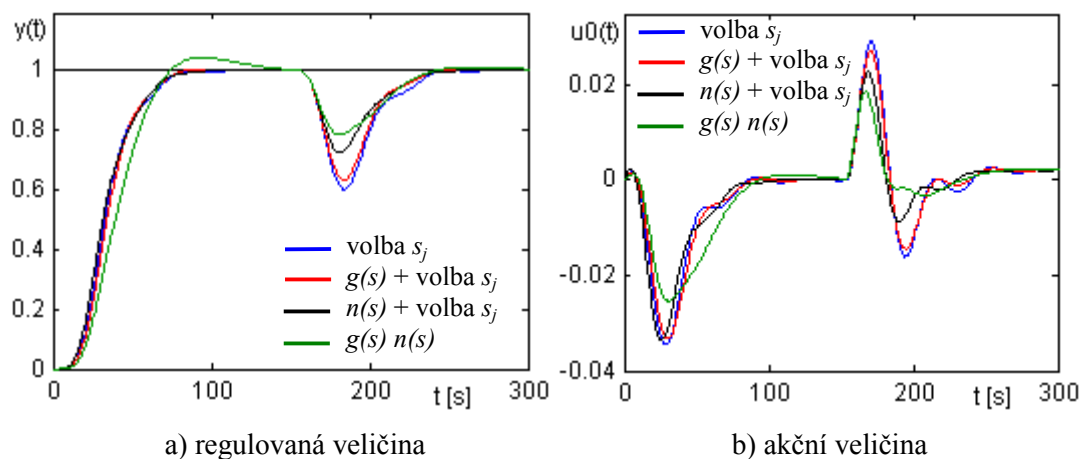
Pro nestabilní FOPITDS systém (kapitola 4.2.2.7) s parametry $k = 1$, $T_1 = 4$ a $T_d = 2$ jsou výsledky simulace ilustrovány na obr. 46. V čase $t = 50$ s byl proveden skok poruchové veličiny $v(t) = -0,05$. Pro jednotlivé způsoby výpočtu polynomu $d(s)$ byly

zvoleny následující parametry: metoda A – $s_j = -0,45$ a $\beta_1 = 0,15$, metoda B – $\varphi = 9$, $s_j = -0,25$ a $\beta_1 = 0,12$, metoda C – $s_j = -0,5$ a $\beta_1 = 0,2$ a metoda D – $\varphi = 49$ a $\beta_1 = 0,05$.



Obr. 46 – Vliv volby polynomu $d(s)$ pro nestabilní FOPITDS systém ($T_d = 2$)

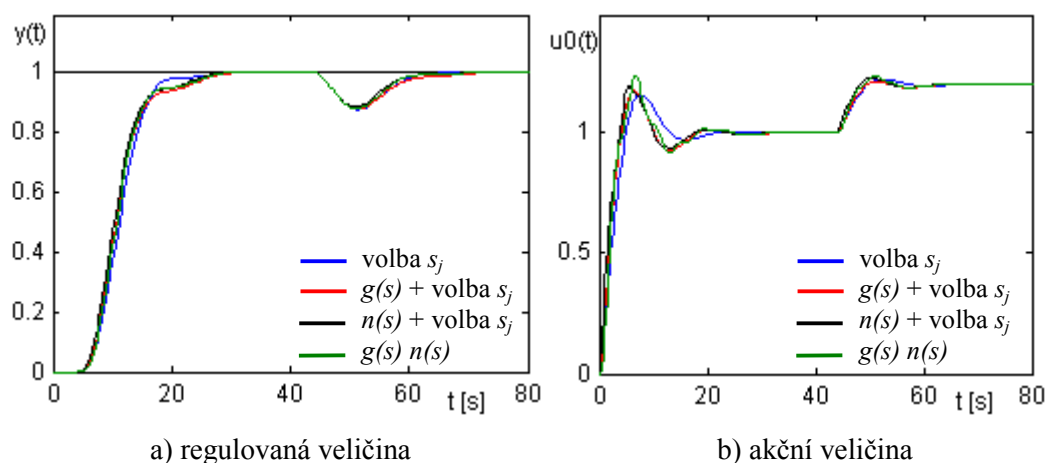
Pro tentýž nestabilní systém s hodnotou dopravního zpoždění $T_d = 4$ a pro skok poruchové veličiny $v(t) = -0,002$ v čase $t = 150$ s jsou simulační výsledky uvedeny na obr. 47. Způsob výpočtu charakteristického polynomu $d(s)$ byl obdobný jako u předešlé simulace, jen s jinými koeficienty a parametry (metoda A: $s_j = -0,15$ a $\beta_1 = 0,15$, metoda B: $\varphi = 4\,000$, $s_j = -0,09$ a $\beta_1 = 0,1$, metoda C: $s_j = -0,12$ a $\beta_1 = 0,15$ a metoda D: $\varphi = 100\,000$ a $\beta_1 = 0$).



Obr. 47 – Vliv volby polynomu $d(s)$ pro nestabilní FOPITDS systém ($T_d = 4$)

Z uvedených simulačních výsledků (obr. 46 a obr. 47) si lze povšimnout, že nejlepších výsledků u nestabilního FOPITDS systému dosahuje metoda výpočtu polynomu $d(s)$ vycházející z kombinace polynomu $n(s)$ a volby kořene s_j .

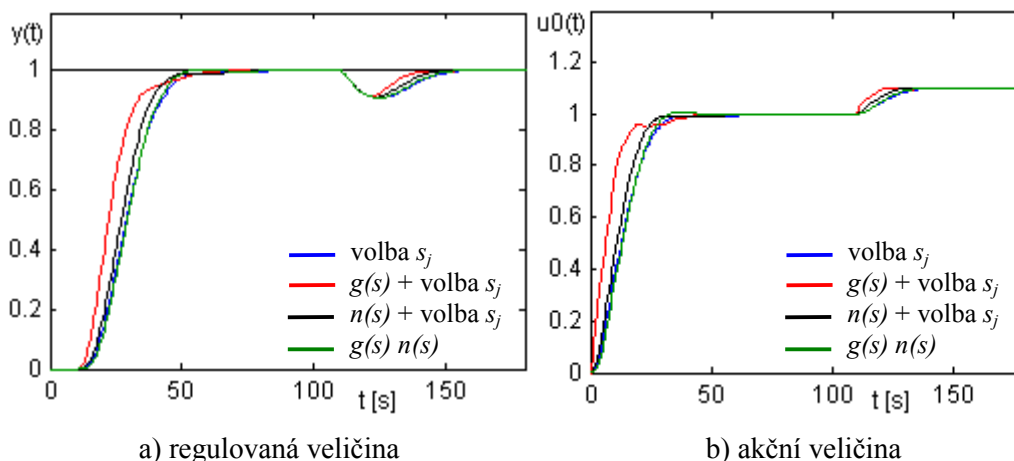
V pořadí dalším typem regulované soustavy je stabilní SOTDS systém (kapitola 4.2.2.3) s parametry $T_1 = 4$, $T_2 = 2$ a $T_d = 4$, jehož simulační výsledky jsou uvedeny na obr. 48. Skok poruchové veličiny $v(t) = -0,2$ proběhl v čase $t = 40$ s. Pro výpočet polynomu $d(s)$ metodou A bylo použito hodnot $s_j = -0,5$ a $\beta_1 = 0,3$, metodou B hodnot $\varphi = 0,1$, $s_j = -0,25$ a $\beta_1 = 0,4$, metodou C hodnot $s_j = -0,85$ a $\beta_1 = 0,3$ a metodou D hodnot $\varphi = 0,01$ a $\beta_1 = 0,3$.



Obr. 48 – Vliv volby polynomu $d(s)$ pro stabilní SOTDS systém ($T_d = 4$)

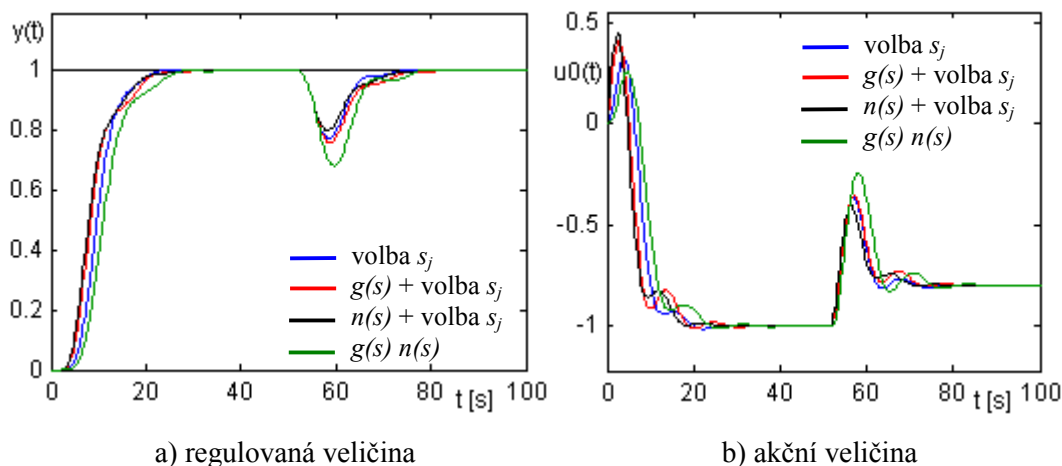
Pro stejnou regulovanou soustavu, ale s vyšší hodnotou dopravního zpoždění ($T_d = 10$) byly také provedeny simulace, jejichž výsledky jsou ilustrovány na obr. 49. V čase $t = 100$ s byla do regulačního obvodu vložena poruchová veličina $v(t) = -0,1$. U metody A výpočtu polynomu $d(s)$ bylo použito hodnot $s_j = -0,22$ a $\beta_1 = 0,25$, u metody B hodnot $\varphi = 0,1$, $s_j = -0,15$ a $\beta_1 = 0,2$, u metody C byly použity hodnoty $s_j = -0,22$ a $\beta_1 = 0,15$ a u metody D hodnot $\varphi = 49$ a $\beta_1 = 0,25$.

Na základě výsledků simulací pro stabilní SOTDS systém (obr. 48 a obr. 49) lze tvrdit, že pomocí všech čtyř uvedených možností výpočtu charakteristického polynomu $d(s)$ lze získat kvalitní a vzájemně si podobné výsledky. Při vyšší hodnotě dopravního zpoždění T_d (obr. 49) trochu více vyniká metoda využívající kombinace polynomu $g(s)$ a volby kořene s_j a také kombinace polynomu $n(s)$ a volby kořene s_j .



Obr. 49 – Vliv volby polynomu $d(s)$ pro stabilní SOTDS systém ($T_d = 10$)

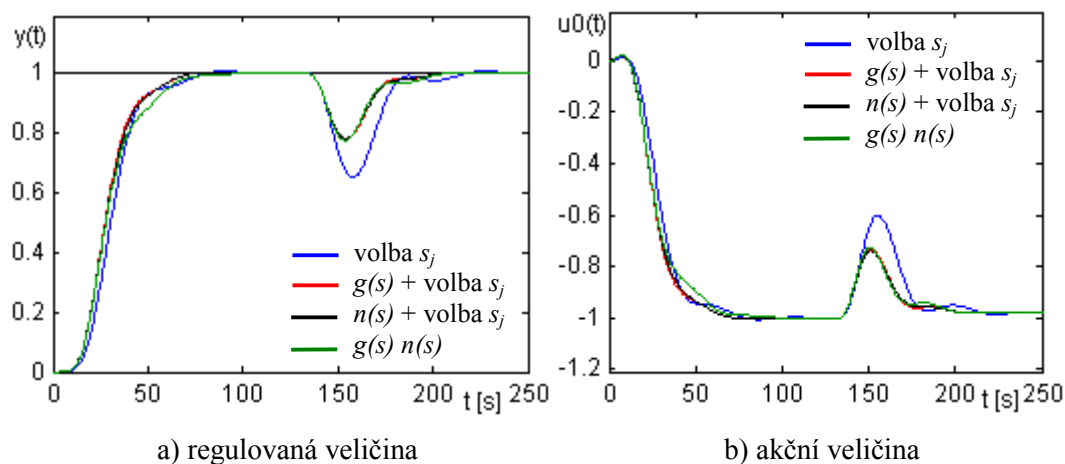
Posledním testovaným typem regulované soustavy je nestabilní SOTDS systém (kapitola 4.2.2.6), jehož parametry nabývají hodnot $k = 1$, $T_1 = 4$, $T_2 = 2$ a $T_d = 2$. Pro jednotlivé způsoby výpočtu polynomu $d(s)$ byly zvoleny následující parametry: metoda A – $s_j = -0,65$ a $\beta_1 = 0$, metoda B – $\varphi = 0,05$, $s_j = -0,28$ a $\beta_1 = 0,1$, metoda C – $s_j = -1$ a $\beta_1 = 0,1$ a metoda D – $\varphi = 0,1$ a $\beta_1 = 0$. Skok poruchové veličiny $v(t) = -0,2$ proběhl v čase $t = 50$ s. Výsledky simulace jsou uvedeny na obr. 50.



Obr. 50 – Vliv volby polynomu $d(s)$ pro nestabilní SOTDS systém ($T_d = 2$)

Pro tentýž nestabilní systém s dvojnásobnou hodnotou dopravního zpoždění $T_d = 4$ a pro skok poruchové veličiny $v(t) = -0,02$ v čase $t = 130$ s jsou simulační výsledky

uvedeny na obr. 51. Způsob výpočtu charakteristického polynomu $d(s)$ byl v tomto případě obdobný jako u předešlé simulace s parametry: metoda A – $s_j = -0,2$ a $\beta_1 = 0$, metoda B – $\varphi = 49$, $s_j = -0,15$ a $\beta_1 = 0$, metoda C – $s_j = -0,15$ a $\beta_1 = 0$ a metoda D – $\varphi = 196$ a $\beta_1 = 0$.



Obr. 51 – Vliv volby polynomu $d(s)$ pro nestabilní SOTDS systém ($T_d = 4$)

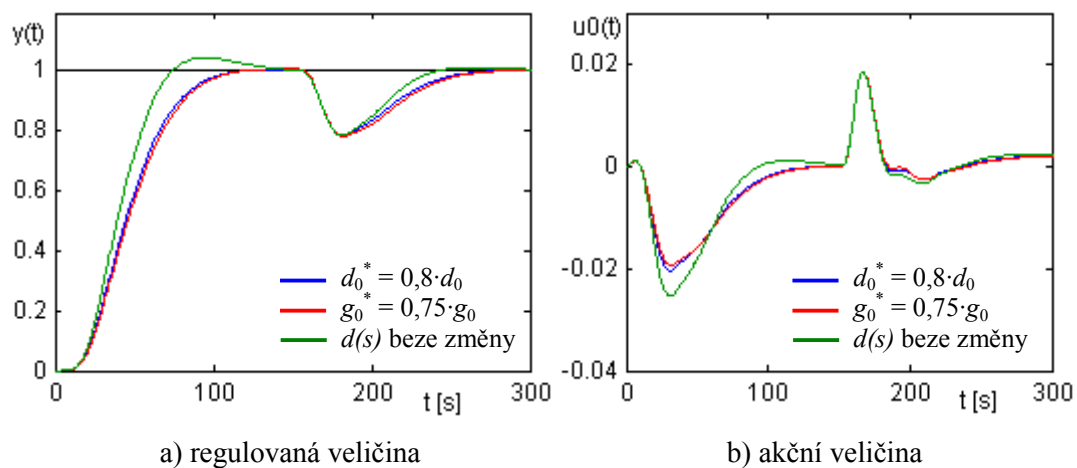
Z výsledků simulací nestabilního SOTDS systému (obr. 50 a obr. 51) lze vypožorovat, že nejkvalitnější odezvy vykazovaly metody výpočtu polynomu $d(s)$, které jsou založeny na kombinaci volby kořene s_j a polynomu $n(s)$, popř. $g(s)$.

V této kapitole byly postupně uvedeny výsledky simulací, které demonstrovaly vliv jednotlivých parametrů na průběh přechodového děje a chování jednotlivých typů systémů (kapitola 4.2.2) pro čtyři různé metody výpočtu charakteristického polynomu $d(s)$ (kapitola 4.3). Na základě těchto simulací si lze vytvořit jistou představu o chování regulačního obvodu, který byl navržen pomocí polynomiálního přístupu (kapitola 4.2) pro konfiguraci systému řízení ilustrovanou na obr. 32, což může pomoci při provádění dalších syntéz regulačního obvodu a dosažení požadovaného chování systému.

Nakonec je zde ještě uvedena ukázka úpravy průběhu regulačního děje, který je upraven pomocí koeficientů polynomů $d(s)$, $g(s)$ nebo $n(s)$ (kapitola 4.3.5). Jak již ale bylo uvedeno výše, tak je zapotřebí dodržet, aby dané polynomy zůstaly stabilní.

Jako příklad je použit nestabilní FOPITDS systém demonstrováný na obr. 47, u něhož dává charakteristický polynom $d(s)$ vypočtený na základě součinu polynomů $g(s)$ a $n(s)$ regulační pochod s překmitem, který může být v některých případech nežádoucí. V prvním případě bylo použito změny koeficientu d_0 (80% jeho původní hodnoty)

a ve druhém změna koeficientu g_0 (75% jeho původní hodnoty). Ostatní parametry zůstaly beze změny. Touto modifikací byl získán přechodový děj bez překmitu (obr. 52).



Obr. 52 – Vliv změny koeficientů polynomu $d(s)$ a $g(s)$

5 POROVNÁNÍ VÝSLEDKŮ

Úkolem této kapitoly je porovnání navržené syntézy využívající polynomiální přístup s některými jinými metodami sloužící také k syntéze regulačního obvodu obsahujícího dopravní zpoždění, zejména se zaměřením na regulované soustavy integračního charakteru a nestabilní.

Z důvodu nutnosti nějakým způsobem porovnávat jednotlivé průběhy regulací mezi sebou, je zapotřebí si nejprve definovat kritéria, pomocí kterých budou hodnoceny výsledky simulací jednotlivých metod syntézy. Mezi tato kritéria bude patřit:

- integrální kritérium (200)
- kvalifikace průběhu přechodového děje (kmitavý, aperiodický, s překmitem nebo bez překmitu apod.)
- maximální velikost regulační odchylky $e(t)$ pro skok poruchové veličiny $v(t)$
- průběh akčních veličin
- vliv perturbace na přechodový děj

K dalšímu porovnávání bude použito kvadratické integrální kritérium J_2 ve tvaru

$$J_2 = \int_0^{\infty} e^2(t) dt, \quad (200)$$

kde $e(t)$ je regulační odchylka.

U jednotlivých typů regulovaných soustav nebude použito k porovnání všech výše uvedených metod (kapitola 2.2), poněvadž ne všechny tyto metody jsou použitelné pro všechny typy regulovaných soustav s libovolnými parametry a také jsou např. vybrání zástupci z jednotlivých kategorií (jako např. pro tří-parametrové modely) apod.

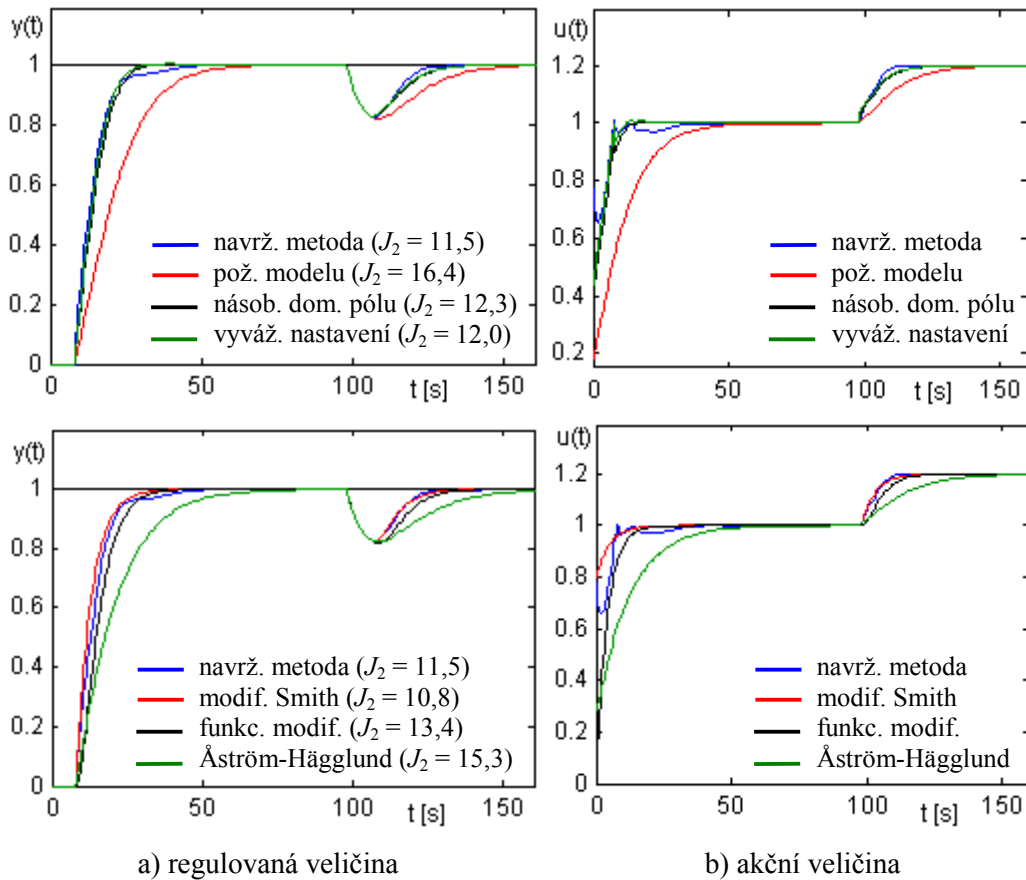
Všechny výsledky simulací jsou pro jednotkový skok referenčního signálu $w(t)$ v čase $t = 0$ s a poruchová veličina $v(t)$ je do regulačního obvodu vkládána před regulovanou soustavou a průběh akční veličiny $u(t)$ je měřen hned za regulátorem, tzn. před místem vstupu $v(t)$ (viz. obr. 32).

Nejprve bude provedeno několik simulací pro stabilní systémy pro demonstraci použitelnosti této navržené metody i pro tuto skupinu systémů. Teprve pak budou provedeny simulace pro nestabilní systémy, na které je zaměřena tato práce.

5.1 Stabilní FOTDS systém

Prvním typem regulované soustavy, na kterém je provedeno porovnání navržené metody s jinými je stabilní FOTDS systém (kapitola 4.2.2.1), jehož parametry jsou $k = 1$, $T_1 = 4$ a $T_d = 8$. Parametry regulátoru navržené metody byly získány pomocí tab. 14 pro polynom $d(s)$ využívající kombinace polynomu $n(s)$ a volby kořene $s_j = -0,22$ (tab. 31). Dále byly zvoleny parametry $\beta_1 = 0,85$ a $\beta_2 = 1$ a výsledné přenosy obou částí regulátoru mají tvar

$$Q(s) = \frac{0,0581}{s + 0,6336}, \quad R(s) = \frac{0,7744s^2 + 0,3291s + 0,0484}{s(s + 0,6336)}. \quad (201)$$

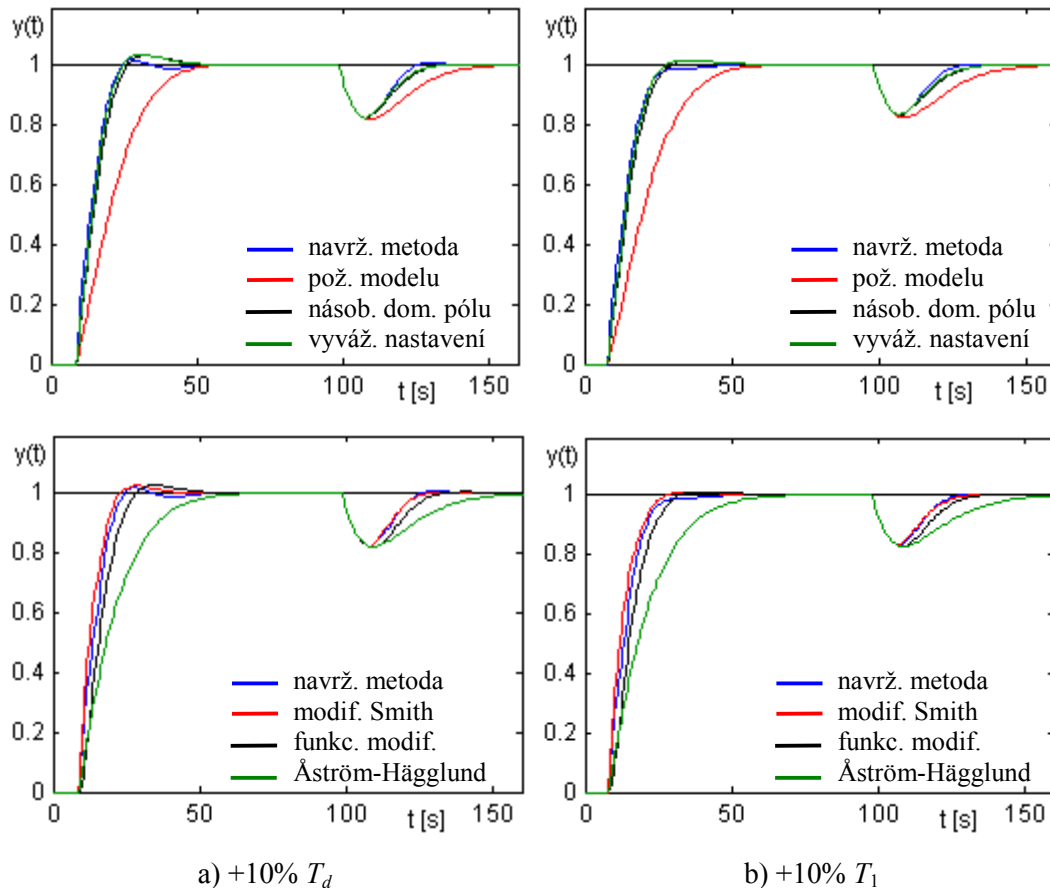


Obr. 53 – Simulační výsledky (stabilní FOTDS systém)

Pro ostatní metody byly použity následující parametry: Metoda požadovaného modelu (kapitola 2.2.1) $r_0 = 0,184$, $T_I = 4$; Metoda násobného dominantního pólu

(kapitola 2.2.3) $r_0 = 0,406$, $T_I = 6$, $T_D = 1,3333$; Metoda vyváženého nastavení (kapitola 2.2.12) $r_0 = 0,4384$, $T_I = 6,2462$, $T_D = 1,5616$; Modifikovaný Smithův prediktor (kapitola 2.2.7) $r_0 = 0,8$, $T_I = 4$, $T_w = 5$; Funkcionální modifikace metody vnitřního modelu (kapitola 2.2.6) $T_1 = 4$, $T_2 = 0$, $T_d = 8$, $k = 1$, $\vartheta = 0$; Åström-Hägglundova metoda (kapitola 2.2.13) $r_0 = 0,1802$, $T_I = 4,2176$, $T_D = 0,8992$, $\mu = 1,5654$.

Výsledky simulací jsou pro skok poruchové veličiny $v(t) = -0,2$ v čase $t = 90$ s uvedeny na obr. 53 (v závorce jsou zde pro každou metodu také uvedeny hodnoty kvadratického integrálního kritéria J_2).



Obr. 54 – Simulační výsledky (perturovaný stabilní FOTDS systém)

Z obr. 53 je patrné, že navržená metoda má druhou nejmenší hodnotu kvadratického integračního kritéria J_2 (nejmenší hodnotu měl modif. Smithův prediktor), a že její regulační děj je bez překmitu (nepatrný překmit byl u metody dominantního

násobného pólu a metody vyváženého nastavení). U navržené metody lze vidět rychlou odezvu na skok referenčního signálu $w(t)$, která před ustálením přejde v pozvolný doběh bez překmitu a čas vlastního ustálení se pohybuje kolem 60 s, podobně jako u ostatních uvedených rychlejších metod. Průběh regulované veličiny $y(t)$ u navržené metody při vstupu poruchové veličiny $v(t)$ patří také k nejlepším z hlediska výchylky a doby ustálení. Průběh akční veličiny $u(t)$ u navržené metody není tak plynulý jako např. u modif. Smithova prediktoru, či funkcionální modifikace metody vnitřního modelu, ale je přijatelný.

Na obr. 54 jsou uvedeny simulační výsledky pro perturbovaný FOTDS systém, z nichž lze vypožorovat, že v porovnání s ostatními metodami dává navržený systém velice dobré výsledky, co se změny parametrů regulované soustavy týče. Vliv perturbace systému na výsledný přechodový děj u navržené metody lze navíc pozitivně ovlivnit již při návrhu regulátoru (kapitola 5.8).

5.2 ITDS systém

Druhým testovaným typem regulované soustavy je ITDS systém (kapitola 4.2.2.2), jehož parametry jsou $k = 1$ a $T_d = 5$. Parametry regulátoru navržené metody byly získány pomocí tab. 15 pro polynom $d(s)$ využívající kombinace polynomu $n(s)$ a volby kořene $s_j = -0,25$ (tab. 32). Dále byly zvoleny parametry $\beta_1 = 0,25$ a $\beta_2 = 0,4$ a výsledné přenosy obou částí regulátoru mají tvar

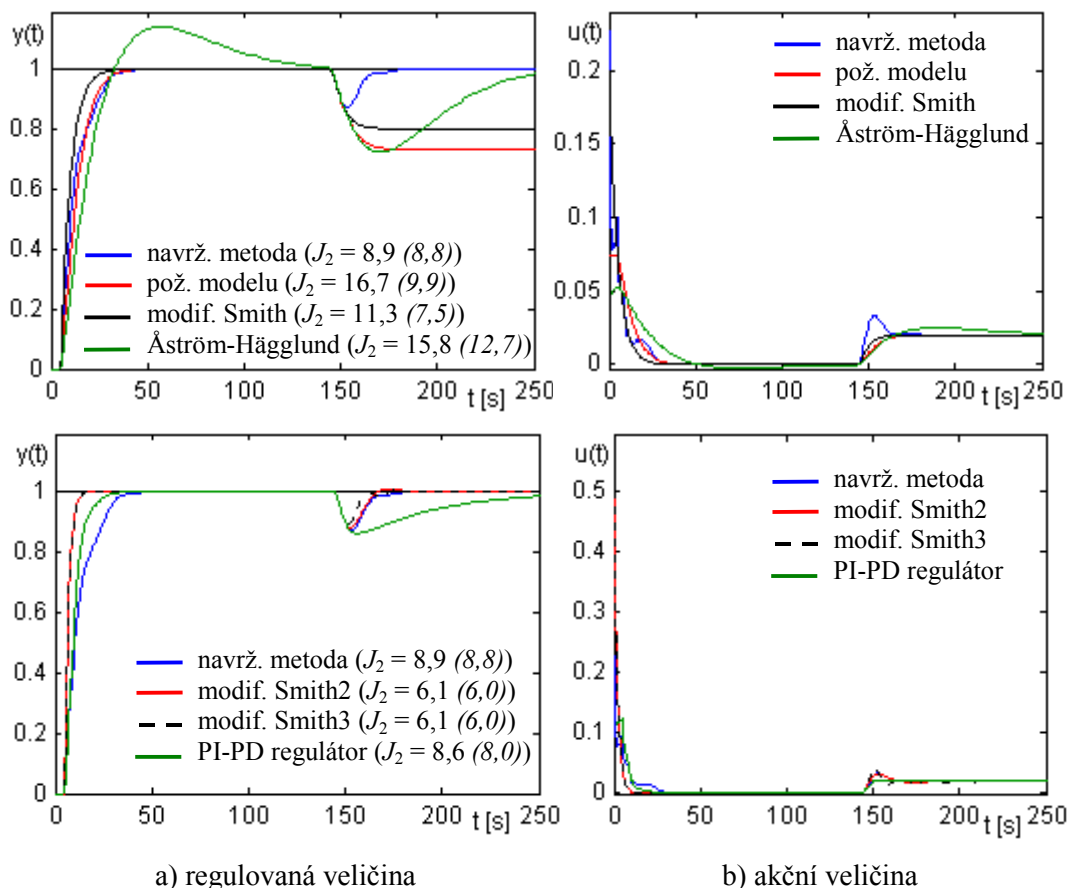
$$Q(s) = \frac{0,3398s + 0,1992}{s + 1,3164}, \quad R(s) = \frac{0,2266s^2 + 0,0664s + 0,0156}{s(s + 1,3164)}. \quad (202)$$

Pro ostatní metody byly použity následující parametry: Metoda požadovaného modelu (kapitola 2.2.1) $r_0 = 0,074$; Modifikovaný Smithův prediktor (kapitola 2.2.7) $r_0 = 0,2$, $T_w = 5$; Åström-Hägglundova metoda (kapitola 2.2.13) $r_0 = 0,058$, $T_I = 44,5$, $\mu = 0,81$; Modifikovaný Smithův prediktor a regulátor pro procesy s dopravním zpožděním (kapitola 2.2.8) $G_r(s) = 0,5 \left(1 + \frac{1}{s} \right)$, $G_{r1}(s) = 1$, $G_{r2}(s) = 0,105$ (ve výsledcích je označen jako modif. Smith2); Modifikovaný Smithův prediktor pro integrační a nestabilní procesy

s dopravním zpožděním (kapitola 2.2.9) $G_r(s) = \frac{s+1}{2s+1}$, $K(s) = 1$,

$$F(s) = 0,2576 + \frac{1}{51,5s} + 0,5069s \quad (\text{ve výsledcích je označen jako modif. Smith3}); \text{ Návrh}$$

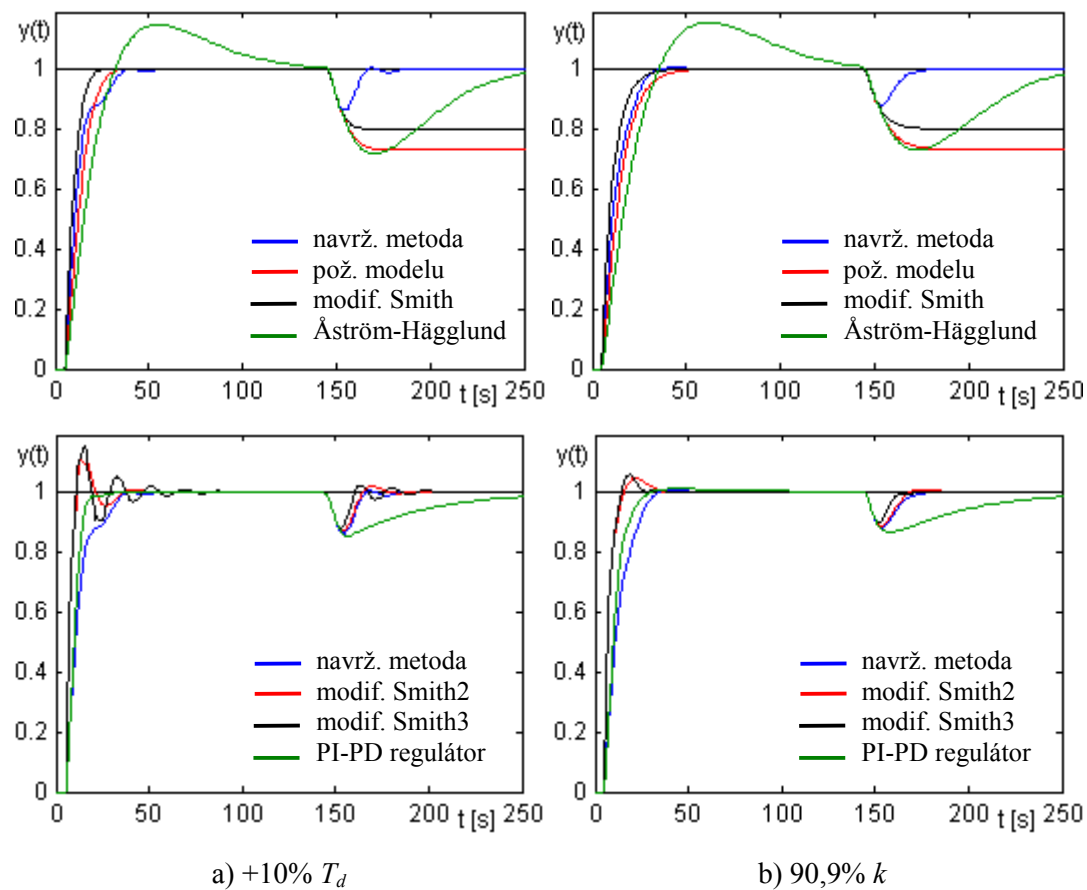
PI-PD regulátoru využívající kritéria IST²E (kapitola 2.2.10) $k_{PI} = 0,1106$, $T_I = 41,3375$, $k_{PD} = 0,0278$ a $T_D = 0,2648$.



Obr. 55 – Simulační výsledky (ITDS systém)

Na obr. 55 jsou zobrazeny výsledky simulací pro skok poruchové veličiny $v(t) = -0,02$ v čase $t = 140$ s. Jsou zde také uvedeny dvě hodnoty kvadratického integrálního kritéria J_2 – jedna hodnota je pro celkový čas simulace a druhá (menší hodnota uvedena v závorce) je pro čas 0-140 s (tj. před skokem poruchové veličiny $v(t)$). Tyto dvě hodnoty jsou zde uvedeny z toho důvodu, že metoda požadovaného modelu (kapitola 2.2.1) a modifikovaný Smithův prediktor (kapitola 2.2.7) jsou seřizeny pro doporučený typ

a navržený regulátor, který ale u těchto dvou metod vychází z předpokladu, že je poruchová veličina do regulačního obvodu vkládána až za regulovanou soustavou. Při simulacích je však ve všech případech vkládána poruchová veličina před regulovanou soustavou a to způsobuje trvalou regulační odchylku při skoku poruchové veličiny, což má samozřejmě negativní dopad na hodnotu kvadratického integrálního kritéria J_2 .



Obr. 56 – Simulační výsledky (perturovaný ITDS systém)

Ze simulačních výsledků (obr. 55) si lze povšimnout, že přechodový děj navržené metody je bez překmitu a má aperiodický průběh při skoku $w(t)$ i $v(t)$. Dle velikosti hodnoty kvadratického integrálního kritéria J_2 (pro celkový čas regulace) měly lepší výsledky dva modifikované Smithovy prediktory (modif.Smith2 a modif.Smith3), ale tyto metody vykazují kmitavý průběh (popř. překmit) při skoku poruchové veličiny $v(t)$ a je u nich také ztelná mnohem větší výchylka akční veličiny $u(t)$ při skoku referenčního signálu $w(t)$ než u navržené metody. Navíc, pokud dojde k perturbaci regulované soustavy,

přejde průběh těchto dvou modifikovaných Smithových prediktorů na kmitavý průběh s překmitem (obr. 56). Perturbace regulované soustavy u navržené metody nemá na výsledek regulace až takový negativní dopad jako v případě těchto dvou modifikovaných Smithových prediktorů, ale dojde k malému zákmitu, popř. překmitu, což lze eliminovat již při samotné syntéze navržené metody (kapitola 5.8). O trochu lepší hodnotu kvadratického integrálního kritéria J_2 měla ještě metoda využívající PI-PD regulátor, ta ovšem vykazovala táhlou odezvu při skoku poruchové veličiny $v(t)$ a vyšší překmit při perturbaci regulované soustavy než navržená metoda.

5.3 Stabilní SOTDS systém

Dalším typem regulované soustavy, na které je provedeno porovnání navržené metody s jinými je stabilní SOTDS systém (kapitola 4.2.2.3), jehož parametry jsou $k = 1$, $T_1 = 4$, $T_2 = 2$ a $T_d = 8$. Parametry regulátoru navržené metody byly získány pomocí tab. 16 pro polynom $d(s)$ využívající kombinace polynomu $n(s)$ a volby kořene $s_j = -0,28$ (tab. 33). Dále byly zvoleny parametry $\beta_1 = 0,75$, $\beta_2 = 0,8$ a $\beta_3 = 0$ a výsledné přenosy obou částí regulátoru mají tvar

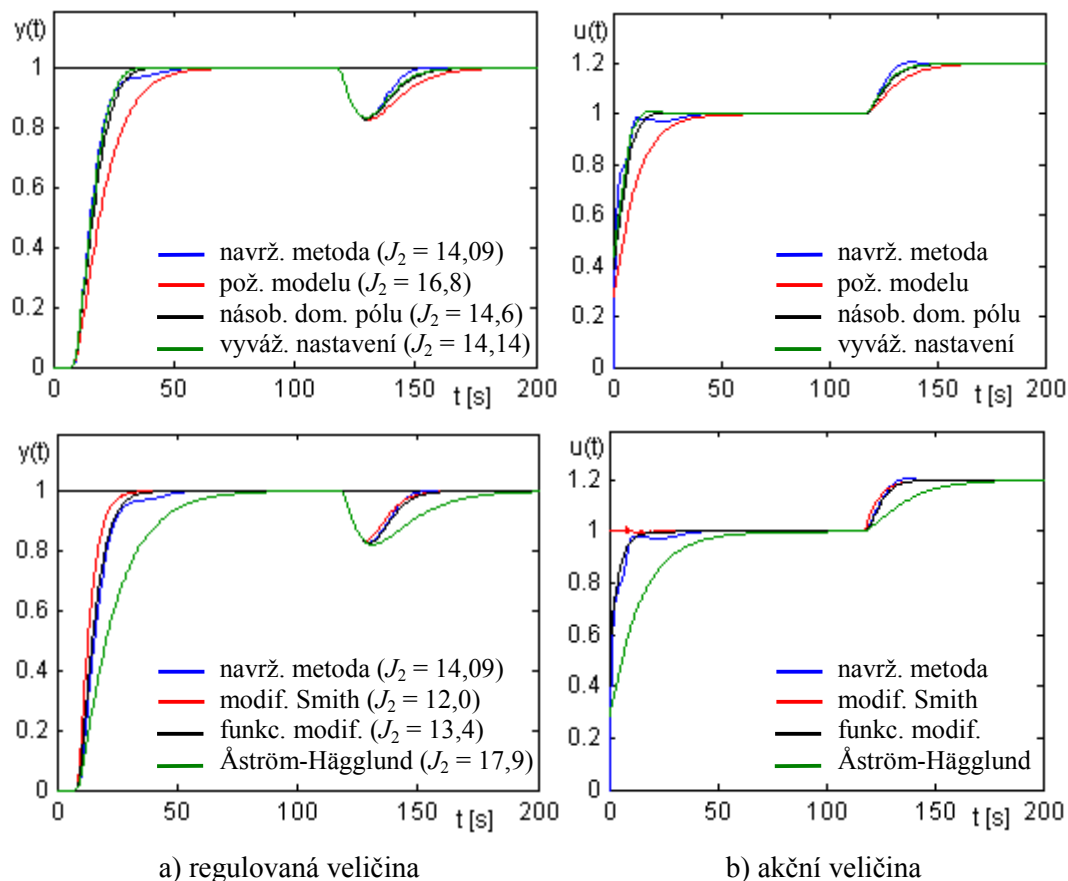
$$Q(s) = \frac{0,7025s^2 + 0,1405s + 0,0549}{s^2 + 0,84s + 0,323}, \quad R(s) = \frac{0,562s^2 + 0,1646s + 0,022}{s(s^2 + 0,84s + 0,323)}. \quad (203)$$

Aby mohly být použity některé metody vycházející z tří-parametrového modelu (24), musel být pro tyto metody přenos SOTDS systému nejprve aproximován. K tomuto účelu byl použit postup uvedený v [33] a výsledné parametry jsou $k = 1$, $T_1 = 4,55$ a $T_d = 9,49$.

U metod sloužících k porovnání byly získány následující parametry: Metoda požadovaného modelu (kapitola 2.2.1) $r_0 = 0,276$, $T_I = 6$, $T_D = 1,3333$; Metoda násobného dominantního pólu (kapitola 2.2.3) $r_0 = 0,395$, $T_I = 6,923$, $T_D = 1,5596$; Metoda vyváženého nastavení (kapitola 2.2.12) $r_0 = 0,4328$, $T_I = 7,2415$, $T_D = 1,8104$; Modifikovaný Smithův prediktor (kapitola 2.2.7) $r_0 = 1$, $T_I = 6$, $T_D = 1,3333$, $T_w = 6$; Funkcionální modifikace metody vnitřního modelu (kapitola 2.2.6) $T_1 = 4$, $T_2 = 2$, $T_d = 8$,

$k = 1$, $\vartheta = 0$; Åström-Hägglundova metoda (kapitola 2.2.13) $r_0 = 0,175$, $T_I = 4,804$, $T_D = 1,0105$, $\mu = 1,6236$.

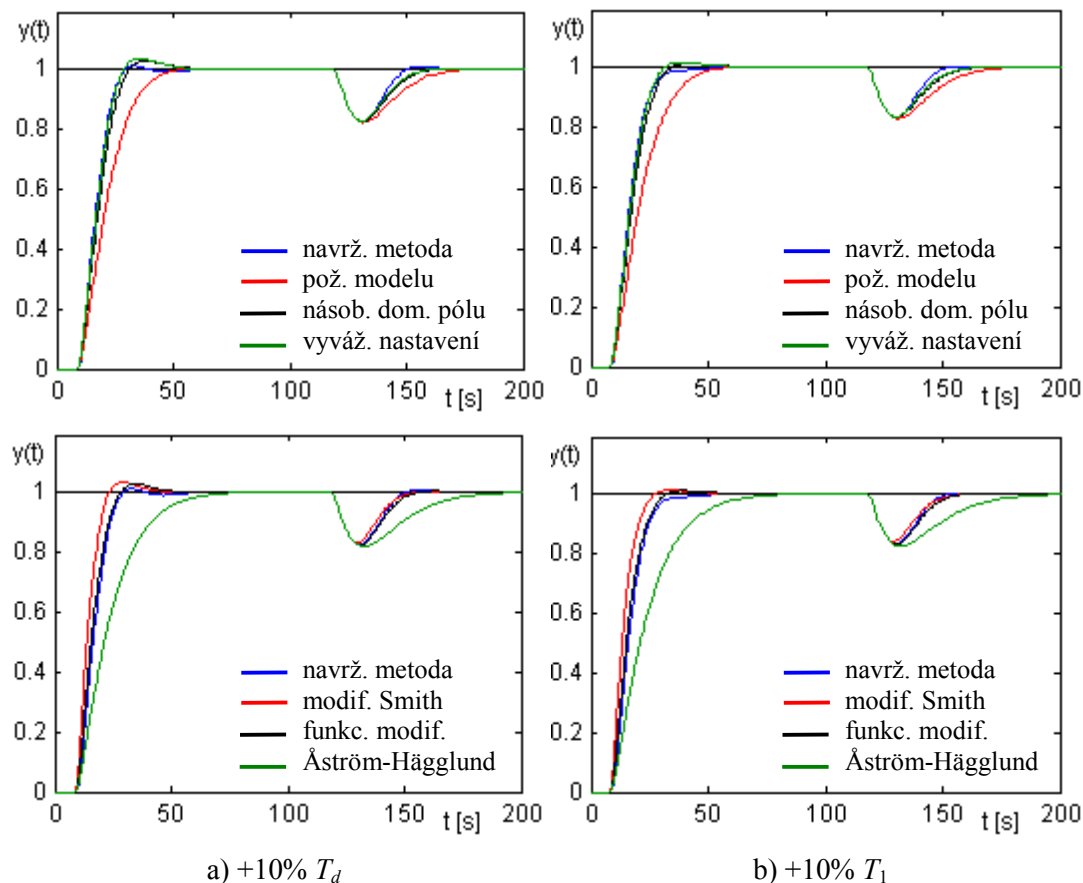
Simulační výsledky jsou pro skok poruchové veličiny $v(t) = -0,2$ v čase $t = 110$ s uvedeny na obr. 57 (v závorce jsou také uvedeny hodnoty kvadratického integrálního kritéria J_2).



Obr. 57 – Simulační výsledky (stabilní SOTDS systém)

Ze simulací (obr. 57) vyplývá, že navržená metoda má po modifikovaném Smithově prediktoru a funkcionální modifikaci metody vnitřního modelu nejlepší hodnotu kvadratického integračního kritéria J_2 , dále má aperiodický průběh bez překmitu a patří mezi nejlepší porovnávané metody, co se odezvy na poruchovou veličinu týče. Přechodový děj má opět rychlý náběh a těsně před ustálením dojde k jeho zpomalení a plynulému doběhu na hodnotu referenčního signálu $w(t)$ bez překmitu. Průběh akční veličiny $u(t)$ má u navržené metody celkem plynulý průběh.

Na obr. 58 jsou uvedeny simulační výsledky pro perturbovaný SOTDS systém, z nichž vyplývá, že v porovnání s ostatními metodami dává navržený systém velice dobré výsledky, co se změny parametrů regulované soustavy týče. Navíc lze u navržené metody pozitivně ovlivnit vliv perturbace systému na výsledný přechodový děj již při návrhu regulátoru (kapitola 5.8).



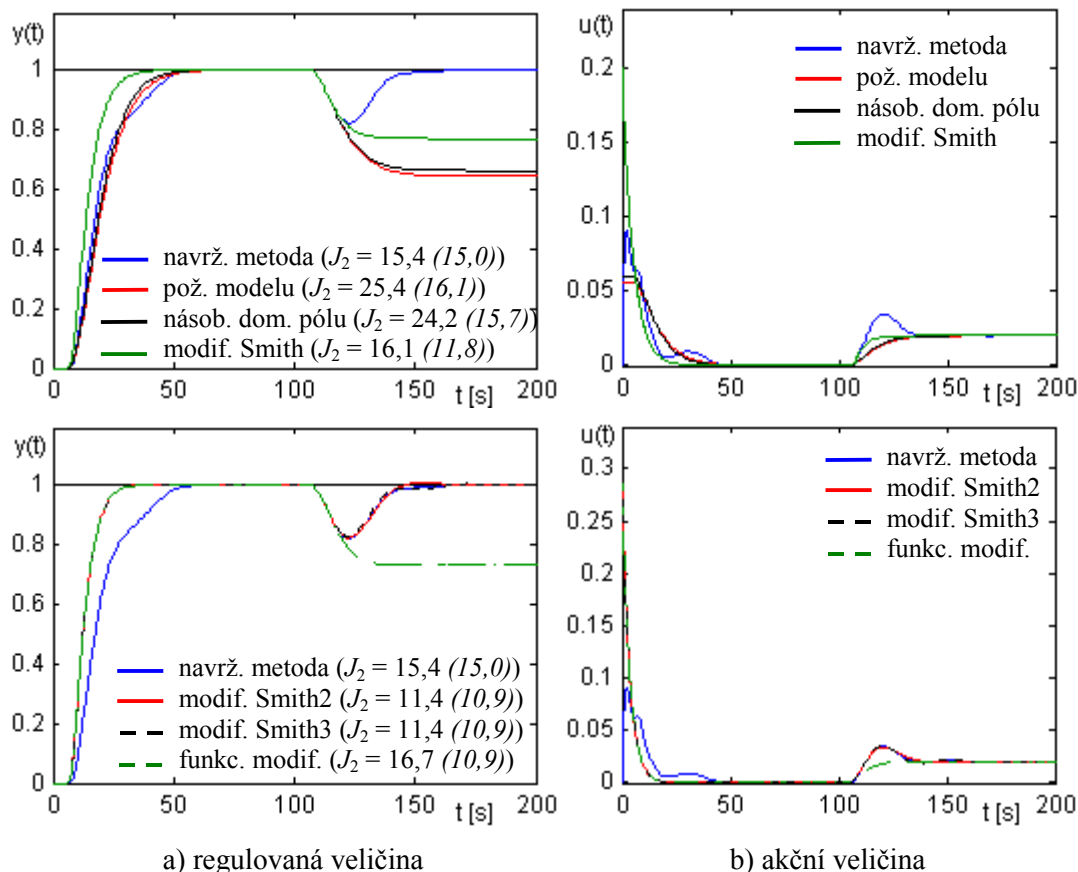
Obr. 58 – Simulační výsledky (perturbovaný stabilní SOTDS systém)

5.4 Stabilní FOPITDS systém

Posledním testovaným stabilním typem regulované soustavy je stabilní FOPITDS systém (kapitola 4.2.2.4), jehož parametry byly použity dle [17], tj. $k = 1$, $T_1 = 3,4945$ a $T_d = 6,5672$. Parametry regulátoru navržené metody byly získány pomocí tab. 17

pro polynom $d(s)$ využívající kombinace polynomu $n(s)$ a volby kořene $s_j = -0,23$ (tab. 34). Dalšími zvolenými parametry byly $\beta_1 = \beta_2 = 0,25$ a $\beta_3 = 0$ a výsledné přenosy obou částí regulátoru mají tvar

$$Q(s) = \frac{0,6639s^2 + 0,3182s + 0,0576}{s^2 + 0,92s + 0,5074}, \quad R(s) = \frac{0,1061s^2 + 0,0192s + 0,0028}{s(s^2 + 0,92s + 0,5074)}. \quad (204)$$



Obr. 59 – Simulační výsledky (stabilní FOPITDS systém)

Pro ostatní metody byly použity následující parametry: Metoda požadovaného modelu (kapitola 2.2.1) $r_0 = 0,056$, $T_D = 3,4945$; Metoda násobného dominantního pólu (kapitola 2.2.3) $r_0 = 0,0591$, $T_D = 3,6305$; Modifikovaný Smithův prediktor (kapitola 2.2.7) $r_0 = 0,2$, $T_D = 3,4945$, $T_w = 5$; Funkcionální modifikace metody vnitřního modelu (kapitola 2.2.6) $T_1 = 3,4945$, $T_2 = 1$, $T_d = 6,5672$, $k = 1$, $\vartheta = \infty$; Modifikovaný Smithův prediktor a regulátor pro procesy s dopravním zpožděním (kapitola 2.2.8)

$$G_r(s) = 0,2862 \left(1 + \frac{1}{3,4945s} \right) \quad G_{r1}(s) = 0,5723(3,4945s + 1), \quad G_{r2}(s) = 0,0797(3,4945s + 1)$$

(ve výsledcích je označen jako modif. Smith2); Modifikovaný Smithův prediktor pro integrační a nestabilní procesy s dopravním zpožděním (kapitola 2.2.9)

$$G_r(s) = \frac{3,4945s^2 + s + 1}{(3,5s + 1)^2}, \quad K(s) = 1, \quad F(s) = 0,1479 + \frac{1}{170,9713s} + 0,635s \quad (\text{ve výsledcích}$$

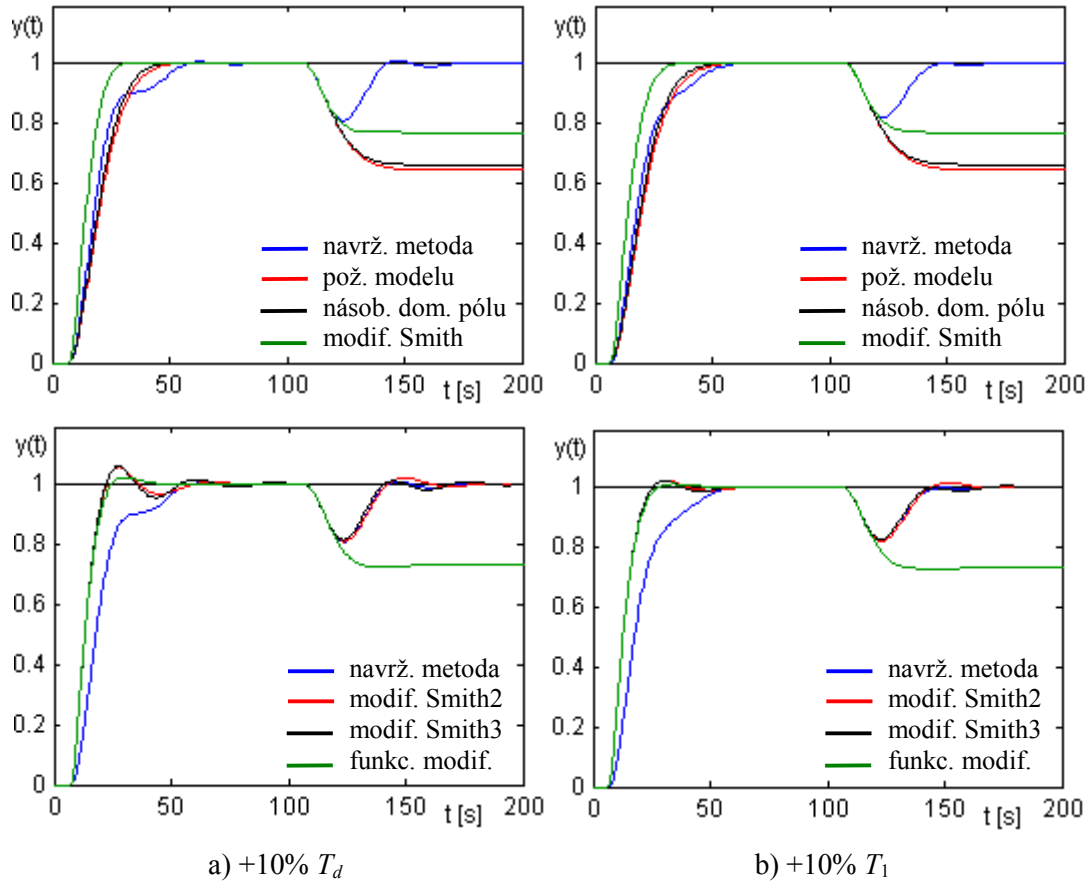
je označen jako modif. Smith3).

Na obr. 59 jsou zobrazeny výsledky simulací pro skok poruchové veličiny $v(t) = -0,02$ v čase $t = 100$ s. Jsou zde obdobně jako u ITDS systému uvedeny dvě hodnoty kvadratického integrálního kritéria J_2 – jedna hodnota je pro celkový čas simulace a druhá (menší hodnota uvedena v závorce) je pro čas 0-100 s (tj. před skokem poruchové veličiny $v(t)$). Tyto dvě hodnoty jsou zde uvedeny z toho důvodu, že metoda požadovaného modelu (kapitola 2.2.1), metoda násobného dominantního pólu (kapitola 2.2.3), modifikovaný Smithův prediktor (kapitola 2.2.7) a funkcionální modifikace metody vnitřního modelu (kapitola 2.2.6) jsou seřizeny pro doporučený typ a navržený regulátor, který ale u těchto metod vychází z předpokladu, že je poruchová veličina do regulačního obvodu vkládána až za regulovanou soustavou. Při simulacích je však ve všech případech vkládána poruchová veličina před regulovanou soustavou a to způsobuje trvalou regulační odchylku při skoku poruchové veličiny, což má samozřejmě negativní dopad na hodnotu kvadratického integrálního kritéria J_2 .

Ze simulačních výsledků (obr. 59) lze vyzorovat, že přechodový děj navržené metody je bez překmitu a má aperiodický průběh při skoku $w(t)$ i $v(t)$. Dle velikosti hodnoty kvadratického integrálního kritéria J_2 (pro celkový čas regulace) měly lepší výsledky jen dva modifikované Smithovy prediktory (modif.Smith2 a modif.Smith3), ale tyto metody vykazují zakmitání (popř. překmit) při skoku poruchové veličiny $v(t)$ a je u nich také znatelná mnohem větší výchylka akční veličiny $u(t)$ při skoku referenčního signálu $w(t)$ než u navržené metody. Navíc, pokud dojde k perturbaci regulované soustavy, přejde průběh těchto dvou modifikovaných Smithových prediktorů na kmitavý průběh s překmitem (obr. 60). Perturbace regulované soustavy u navržené metody nemá na výsledek regulace takový negativní dopad jako v případě těchto dvou modifikovaných

Smithových prediktorů, ale dojde jen k malému zákmitu, popř. překmitu, což lze eliminovat již při samotné syntéze navržené metody (kapitola 5.8).

Stejně jako modifikované Smithovy prediktory, tak i funkcionální modifikace metody vnitřního modelu vykazuje mnohem větší výchylku akční veličiny při skoku referenčního signálu $w(t)$ než navržená metoda (obr. 59).



Obr. 60 – Simulační výsledky (perturovaný stabilní FOPITDS systém)

5.5 Nestabilní FOTDS systém

Prvním testovaným typem nestabilní regulované soustavy je nestabilní FOTDS systém (kapitola 4.2.2.5), jehož parametry jsou $k = 4$, $T_1 = 4$ a $T_d = 2$. Parametry regulátoru navržené metody byly získány pomocí tab. 18 pro polynom $d(s)$ využívající kombinace

polynomu $n(s)$ a volby kořene $s_j = -0,6$ (tab. 31). Dále byly zvoleny parametry $\beta_1 = 0,17$, $\beta_2 = 0,29$ a výsledné přenosy obou částí regulátoru mají tvar

$$Q(s) = \frac{1,1123s + 1,375}{s + 3,2667}, \quad R(s) = \frac{0,4543s^2 + 0,2816s + 0,09}{s(s + 3,2667)}. \quad (205)$$

Pro ostatní metody byly použity následující parametry: Modifikovaný Smithův prediktor a regulátor pro procesy s dopravním zpožděním (kapitola 2.2.8)

$$G_r(s) = 0,25 \left(1 + \frac{1}{2s} \right), \quad G_{r1}(s) = 0,5(1 - s), \quad G_{r2}(s) = 0,354 \quad (\text{ve výsledcích je označen jako modif. Smith2});$$

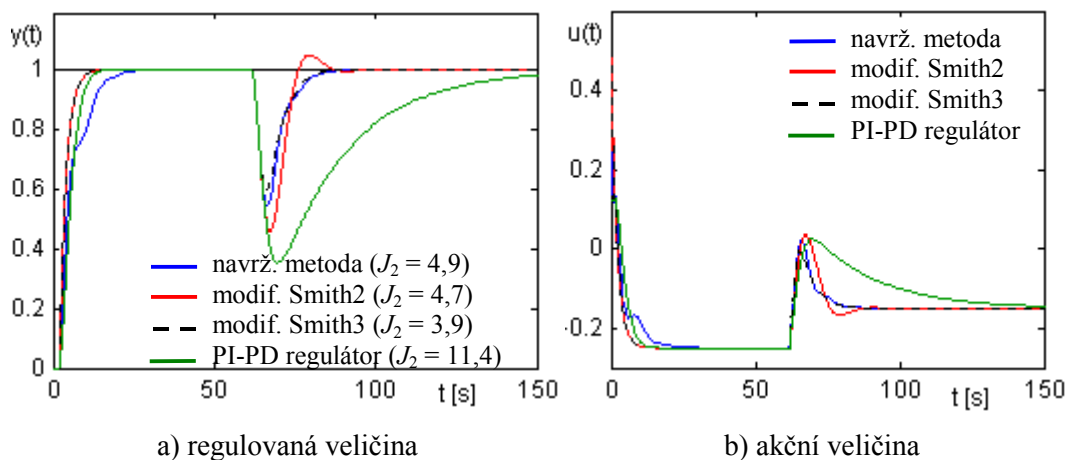
Modifikovaný Smithův prediktor pro integrační a nestabilní procesy

$$\text{s dopravním zpožděním (kapitola 2.2.9)} \quad G_r(s) = \frac{s + 0,75}{2s + 1}, \quad K(s) = 1,$$

$$F(s) = 0,5186 + \frac{1}{32,7873s} + 0,4s \quad (\text{ve výsledcích je označen jako modif. Smith3});$$

Návrh PI-PD regulátoru využívající kritéria IST^2E (kapitola 2.2.10) $k_{PI} = 0,1166$, $T_I = 22,0467$, $k_{PD} = 0,2793$ a $T_D = 0,2114$.

Simulační výsledky jsou pro skok poruchové veličiny $v(t) = -0,1$ v čase $t = 60$ s uvedeny na obr. 61 (v závorce jsou uvedeny hodnoty kvadratického integrálního kritéria J_2).

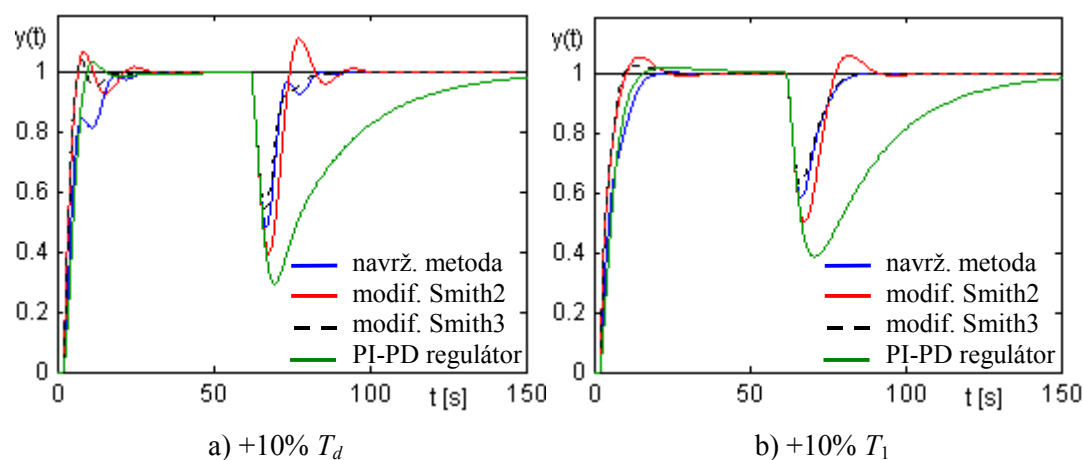


Obr. 61 – Simulační výsledky (nestabilní FOTDS systém)

Z obr. 61 je patrné, že navržená metoda má třetí nejmenší hodnotu kvadratického integrálního kritéria J_2 hned po modifikovaném Smithově prediktoru 2, který ale vykazuje

větší výchytku a překmit při skoku poruchové veličiny $v(t)$. PI-PD regulátor byl navržen tak, aby u něj byla odezva bez překmitu při skoku referenčního signálu $w(t)$ (nebo jen zanedbatelný překmit), takže je tato odezva velice kvalitní. Tento návrh PI-PD regulátoru bez překmitu ovšem způsobil špatnou odezvu při skoku poruchové veličiny $v(t)$. Nejlepší hodnotu kvadratického integrálního kritéria J_2 a kvalitní odezvu měla metoda modifikovaného Smithova prediktoru 3, která se ale podstatně více zhorší oproti navržené metodě při perturbaci regulované soustavy (obr. 62). Výsledek regulace pro případnou perturbaci lze u navržené metody vylepšit již při samotném návrhu regulátoru (kapitola 5.8).

Co se týče akčních veličin, tak u obou modifikovaných Smithových prediktorů je jejich výchytko při skoku referenčního signálu $w(t)$ mnohem větší než u navržené metody.



Obr. 62 – Simulační výsledky (perturovaný nestabilní FOTDS systém)

5.6 Nestabilní SOTDS systém

Dalším typem nestabilní regulované soustavy je nestabilní SOTDS systém (kapitola 4.2.2.6), jehož parametry jsou $k = 1$, $T_1 = 5$, $T_2 = 2$ a $T_d = 2$. Parametry regulátoru navržené metody byly získány pomocí tab. 19 pro polynom $d(s)$ využívající kombinace polynomu $n(s)$ a volby kořene $s_j = -1,3$ (tab. 33). Dále byly zvoleny parametry $\beta_1 = 0,15$, $\beta_2 = 0,05$ a $\beta_3 = 0$ a výsledné přenosy obou částí regulátoru mají tvar

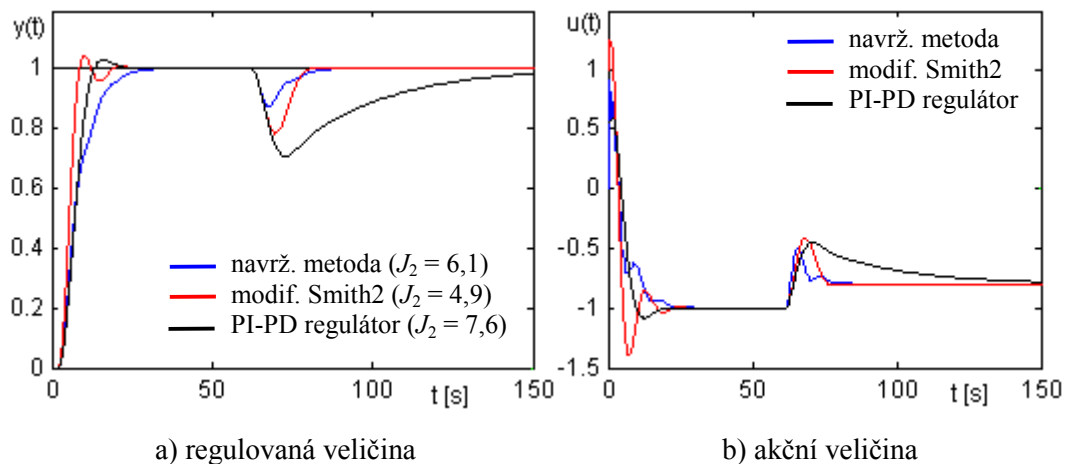
$$Q(s) = \frac{62,405s^2 + 93,1014s + 32,1245}{s^2 + 4,3s + 12,9505}, \quad R(s) = \frac{4,9001s^2 + 5,669s + 2,197}{s(s^2 + 4,3s + 12,9505)}. \quad (206)$$

Pro ostatní metody byly použity následující parametry: Modifikovaný Smithův prediktor a regulátor pro procesy s dopravním zpožděním (kapitola 2.2.8)

$$G_r(s) = 1 \left(1 + \frac{1}{s} \right), \quad G_{r1}(s) = 4,547 + 4,348s, \quad G_{r2}(s) = 1,581(2s + 1) \quad (\text{ve výsledcích je}$$

označen jako modif. Smith2); Návrh PI-PD regulátoru využívající kritéria IST²E (kapitola 2.2.10) $k_{PI} = 0,5506$, $T_I = 28,3162$, $k_{PD} = 1,1382$ a $T_D = 3,4421$ (pozn. koeficient standardního tvaru f_2 musel být navýšen na 103% a f_3 na 137%, jinak měl regulační děj velice kmitavý průběh [8]).

Simulační výsledky jsou pro skok poruchové veličiny $v(t) = -0,2$ v čase $t = 60$ s uvedeny na obr. 63 (v závorce jsou uvedeny hodnoty kvadratického integrálního kritéria J_2). Odezvy pro perturbovaný nestabilní systém jsou uvedeny na obr. 64.



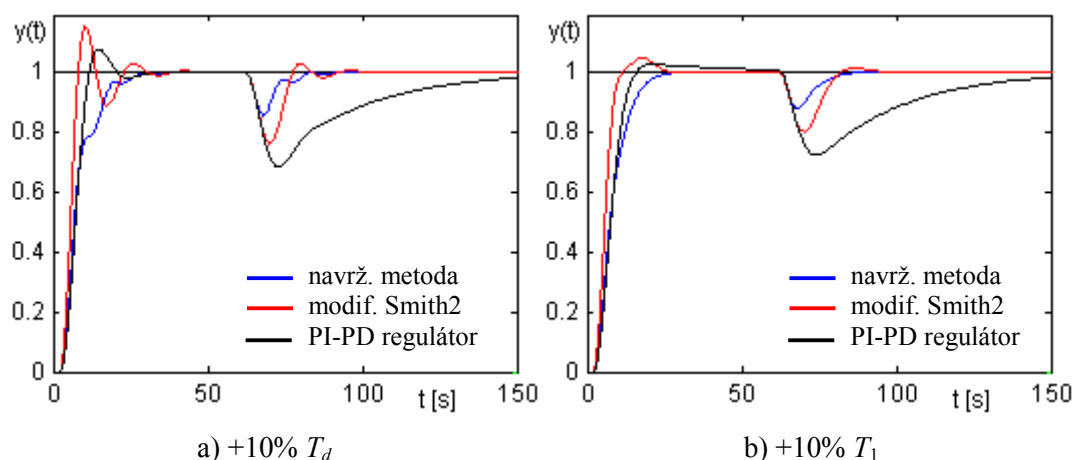
a) regulovaná veličina

b) akční veličina

Obr. 63 – Simulační výsledky (nestabilní SOTDS systém)

Ze simulací (obr. 63) vyplývá, že navržená metoda má aperiodický průběh bez překmitu a nejmenší odchylku od referenčního signálu $w(t)$ při skoku poruchové veličiny $v(t)$. Nejlepší hodnotu kvadratického integračního kritéria J_2 má sice odezva modifikovaného Smithova prediktoru, ale za cenu kmitavého charakteru a průběh akční veličiny $u(t)$ u této metody také vykazuje větších výchylek než u navržené metody. Také co se týče odezev pro perturbovaný nestabilní SOTDS systém (obr. 64) má navržená

metoda společně s PI-PD regulátorem robustnější charakter než modifikovaný Smithův prediktor. U navržené metody lze ještě pozitivně ovlivnit vliv perturbace systému na výsledný přechodový děj již při návrhu regulátoru (kapitola 5.8).



Obr. 64 – Simulační výsledky (perturovaný nestabilní SOTDS systém)

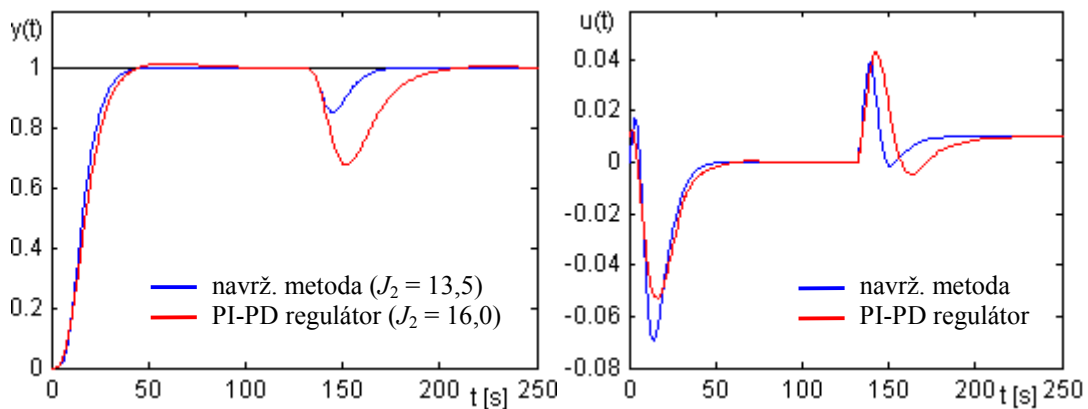
5.7 Nestabilní FOPITDS systém

Posledním typem nestabilní regulované soustavy je nestabilní FOPITDS systém (kapitola 4.2.2.7), jehož parametry jsou $k = 1$, $T_1 = 4$ a $T_d = 2$. Parametry regulátoru navržené metody byly získány pomocí tab. 20 pro polynom $d(s)$ využívající kombinace polynomu $n(s)$ a volby kořene $s_j = -0,3$ (tab. 34). Dále byly zvoleny parametry $\beta_1 = 0,1$, $\beta_2 = \beta_3 = 0$ a výsledné přenosy obou částí regulátoru mají tvar

$$Q(s) = \frac{3,1807s^2 + 3,3292s + 0,1409}{s^2 + 1,7s + 2,0602}, \quad R(s) = \frac{0,0157s + 0,0081}{s(s^2 + 1,7s + 2,0602)}. \quad (207)$$

Tento typ regulované soustavy byl brán v potaz pouze u metody s PI-PD regulátorem využívající kritéria IST^2E (kapitola 2.2.10) a jeho parametry jsou $k_{PI} = 0,0102$, $T_I = 9,22$, $k_{PD} = 0,0201$ a $T_D = 1,352$.

Simulační výsledky jsou pro skok poruchové veličiny $v(t) = -0,01$ v čase $t = 130$ s uvedeny na obr. 65 (v závorce jsou uvedeny hodnoty kvadratického integrálního kritéria J_2). Na obr. 66 jsou uvedeny odezvy pro perturovanou regulovanou soustavu.

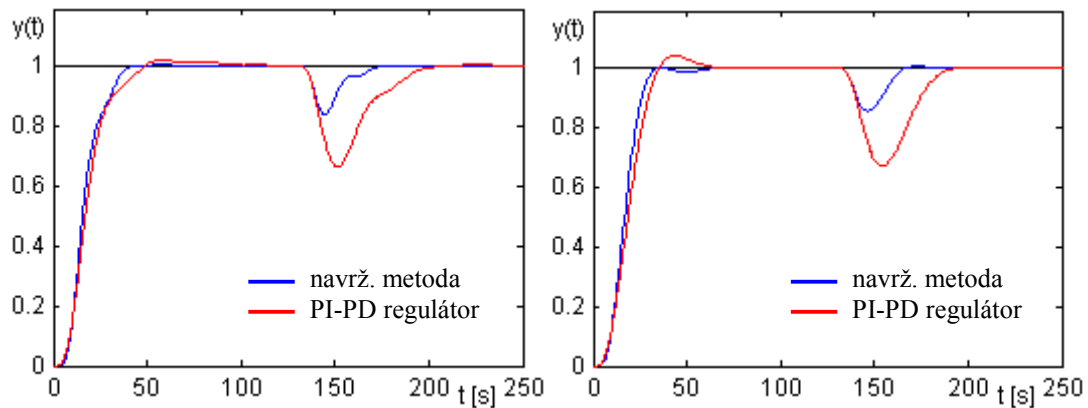


a) regulovaná veličina

b) akční veličina

Obr. 65 – Simulační výsledky (nestabilní FOPITDS systém)

Z příložených výsledků simulací (obr. 65) je patrný u navržené metody rychlejší aperiodický regulační děj bez překmitu a hodnota kvadratického integračního kritéria J_2 je nižší než u metody návrhu PI-PD regulátoru, jehož odezva navíc vykazovala překmit. Výchylka akční veličiny při skoku referenčního signálu $w(t)$ byla u navržené metody o trochu větší než u PI-PD regulátoru, ale při skoku poruchové veličiny byla situace opačná. Navíc, pokud by bylo potřeba zredukovat velikost akčního zásahu u navržené metody, tak ji lze provést velice jednoduše pomocí nižší hodnoty parametru β_1 . Na základě obr. 66 lze konstatovat, že je navržená metoda společně s PI-PD regulátorem schopna kvalitně řídit i perturbovaný nestabilní FOPITDS systém. Vliv perturbace lze u navržené metody dále snížit již v průběhu návrhu regulátoru (kapitola 5.8).



a) +10% T_d

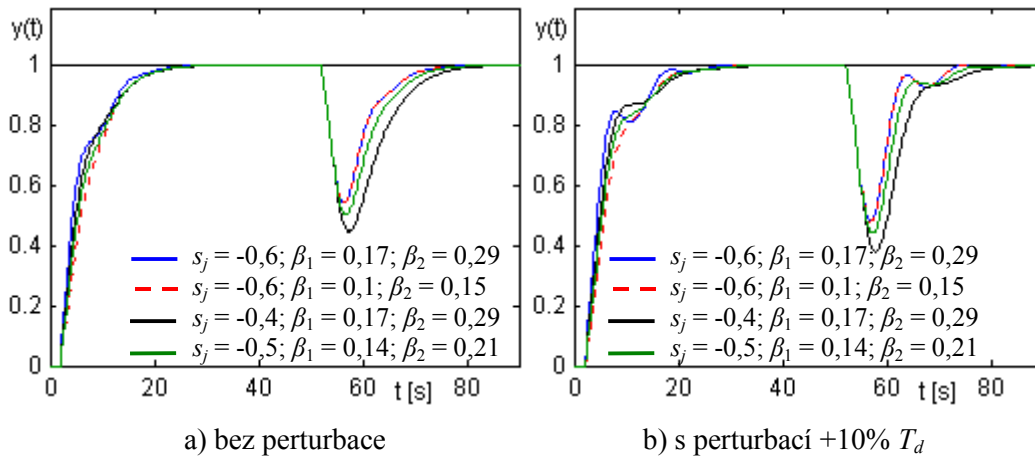
b) +10% T_1

Obr. 66 – Simulační výsledky (perturbovaný nestabilní FOPITDS systém)

5.8 Perturovaný systém

Již během porovnávání navržené metody s ostatními metodami (kapitoly 5.1-5.7) došlo k otestování navržené metody na perturbovaných regulovaných soustavách, proto v této kapitole nebudou tyto simulační výsledky opakovány.

Úkolem této kapitoly je ukázat možnost, jak lze u navržené metody pozitivně omezit vliv perturbace regulované soustavy na přechodový děj již při návrhu regulátoru. Efekt tohoto nastavení je demonstrován na nestabilním FOTDS systému uvedeném v kapitole 5.5, se stejným způsobem návrhu regulátoru. Při samotném výpočtu parametrů regulátoru docházelo jen ke změnám parametrů s_j , β_1 , β_2 , jejichž hodnoty jsou pro každý případ uvedeny společně s výsledky simulace pro skok poruchové veličiny $v(t) = -0,1$ v čase $t = 50$ s na obr. 67.



Obr. 67 – Vliv nastavení na simulační výsledky perturbovaného systému

Z těchto simulačních výsledků (obr. 67) vyplývá, že změnou těchto parametrů nedocházelo u neperturované regulované soustavy až k tak výrazným změnám průběhu přechodového děje (zejména co se skoku referenčního signálu týče $w(t)$). Za to ale došlo ke zlepšení přechodového děje u perturbovaného systému natolik, že i u takového systému bylo dosaženo aperiodického regulačního děje bez překmitu. Dále lze vyzorovat, že díky změnám jen parametrů β_1 a β_2 dochází ke zlepšení procesu pouze při skoku referenčního signálu $w(t)$. Zatímco změna hodnoty kořene s_j způsobí změnu odezvy i při skoku poruchové veličiny $v(t)$ – při vyšší hodnotě je sice výchylka při skoku poruchové veličiny

$v(t)$ větší, ale odezva na ni je při perturbaci méně kmitavá. Proto je nejlepší volit kombinaci změn parametrů s_j a β_i , ale konkrétní změna závisí na míře perturbace a na požadavcích kladených na výsledný regulační děj.

5.9 Porovnání výsledků - shrnutí

V rámci kapitoly 5 bylo provedeno porovnání výsledků řízení dosažených pomocí navržené metody využívající aproximace dopravního zpoždění a polynomiálního přístupu (kapitola 4) s jinými metodami sloužícími k řízení systémů s dopravním zpožděním. Otestování proběhlo pro typy regulovaných soustav, které jsou uvedeny v kapitole 4.2.2, přičemž byly nejprve použity stabilní a teprve pak nestabilní typy regulovaných soustav, na které je zejména zaměřena tato práce. Podrobnější komentář k výsledkům simulací na jednotlivých typech regulovaných soustav je uveden přímo u jednotlivých simulačních výsledků (kapitola 5.1-5.7) a zde je proveden jen souhrn těchto dílčích výsledků.

Ze simulačních výsledků pro stabilní FOTDS a SOTDS systém (kapitola 5.1 a 5.3) je patrné, že je navržená metoda použitelná pro řízení těchto typů regulovaných soustav, a že poskytuje kvalitní odezvy i pro případnou perturbaci regulované soustavy.

Dalším typem regulovaných soustav, na kterých proběhlo porovnání simulačních výsledků s jinými metodami byl ITDS a stabilní FOPITDS systém (kapitola 5.2 a 5.4). Na základě těchto výsledků lze také konstatovat schopnost řízení a dosažení kvalitních odezev u těchto typů regulovaných soustav pomocí navržené metody. Lepších simulačních výsledků bylo dosaženo pomocí modifikovaných Smithových prediktorů, ale ty však vykazovaly větší výchyly akční veličiny a také menší robustnost při řízení perturbované regulované soustavy než navržená metoda.

Poslední skupinou, na které bylo provedeno otestování navržené metody jsou nestabilní typy regulovaných soustav. Pro tyto nestabilní systémy existuje již velice zúžené spektrum odvozených metod sloužících k jejich řízení a z tohoto důvodu nemohlo být provedeno porovnání simulačních výsledků s tak velkým počtem metod jako tomu bylo v případě stabilních regulovaných soustav.

Z výsledků simulací pro nestabilní FOTDS a SOTDS systém (kapitola 5.5 a 5.6) lze vypožorovat, že navržená metoda poskytuje velice kvalitní odezvy v porovnání s ostatními metodami. Odezvy navržené metody jsou pro oba typy nestabilních systémů aperiodické a bez překmitu a to jak pro skok referenčního signálu, tak i pro skok poruchové veličiny. V případě perturbace regulované soustavy nedochází u navržené metody k tak výraznému zhoršení přechodového děje jako je tomu zejména u modifikovaných Smithových prediktorů a v tomto případě jsou odezvy navržené metody stále bez překmitu nebo jen s minimálním překmitem. Navíc jsou výchylky akční veličiny navržené metody v porovnání s modifikovanými Smithovy prediktory menší.

Co se výsledků řízení navržené metody pro nestabilní FOPITDS systém týče (kapitola 5.7), je z nich patrná použitelnost a schopnost dosažení kvalitních odezev i pro tyto typy nestabilních regulovaných soustav. Navržená metoda poskytuje také kvalitní výsledky i pro případnou perturbaci tohoto typu řízeného systému. Celkově vykazovala navržená metoda lepšího výsledku než PI-PD regulátor.

V kapitole 5.8 bylo navíc ještě ukázáno, že lze u navržené metody celkem jednoduše vylepšit odezvy v případě řízení perturbované regulované soustavy.

V porovnání s některými ostatními metodami sloužícími k řízení nestabilních systémů [7, 8] má navržená metoda u těchto typů systémů ještě jednu výhodu, která se týká omezení velikosti dopravního zpoždění vůči časovým konstantám regulované soustavy, které je u těchto metod většinou větší než u navržené metody (kapitola 4.2).

6 ZÁVĚR

Hlavním úkolem doktorské disertační práce bylo vypracování jednotné metody pro řízení spojitych stabilních, integračních a nestabilních systémů s dopravním zpožděním, založené na vstupně-výstupním popisu řízeného systému s dopravním zpožděním na straně vstupu.

Nejprve bylo vypracováno písemné shrnutí základních vlastností a chování systémů s dopravním zpožděním a bez něj, včetně vzájemného srovnání, grafů a rovnic, což napomáhá k vytvoření celkového obrazu o tom, co vše element nazvaný dopravní zpoždění způsobuje.

Další kapitola obsahuje několik základních směrů syntézy regulačního obvodu co se týče vlastního dopravního zpoždění. Opět jsou zde jednotlivé směry návrhu popsány a k nim jsou přiloženy simulační výsledky, na základě kterých si lze opět vybrat pro daný případ nejvhodnější postup, ať už jde o kvalitu regulace, rychlost syntézy apod.

Následuje celek stručně popisující některé publikované metody pro řízení systémů s dopravním zpožděním s důrazem na systémy s integračními vlastnostmi a nestabilní. Jsou zde obsaženy metody založené na inverzi dynamiky, na tří-parametrovém modelu, modifikované Smithovy prediktory, PI-PD regulátory apod.

Vlastní vypracování metody pro řízení regulovaných soustav s dopravním zpožděním je pak obsaženo v následujících kapitolách. Nejprve je zde uvedeno několik kapitol zabývajících se aproximací přenosu vlastního dopravního zpoždění v přenosu řízeného systému, díky které je získán odpovídající přenos systému již bez dopravního zpoždění a jak již bylo zmíněno výše, lze tento aproximovaný přenos použít pro syntézu regulačního obvodu, jako by se jednalo o systém bez dopravního zpoždění, čímž se často zjednoduší syntéza, ale za cenu zanesení menší nebo větší nepřesnosti do výpočtu (míra nepřesnosti závisí na velikosti dopravního zpoždění a dominantní časové konstantě systému a na tom, kolik členů rozvoje je použito při aproximaci). Je zde také uvedeno několik možností aproximace včetně jejich názorné ukázky a vzájemného srovnání, což napomohlo při výběru typu aproximace. Pro aplikaci polynomiální metody byla nakonec vybrána Padého aproximace $1/1$ řádu (kapitola 4.1.4).

V následujících kapitolách je popsána syntéza regulačního obvodu využívající polynomiální přístup vycházející z algebraické teorie. Navržená metoda využívá konfiguraci systému řízení, která je zobrazena na obr. 32. Jedná se o tzv. modifikovanou Ortegově-Kellyho konfiguraci systému řízení, která obsahuje dvě zpětnovazební části regulátoru (R a Q). Základem polynomiálního přístupu je řešení tzv. diofantických rovnic v daném okruhu, čímž lze získat regulátor, který zajistí stabilizaci uzavřeného regulačního obvodu a další požadavky kladené na vlastnosti řízení. Přitom je možno ovlivnit průběh regulačního děje volbou charakteristického polynomu uzavřeného regulačního obvodu.

V rámci odvozování vztahů pro získání struktury a parametrů regulátoru je v případě použití polynomiální metody použito 7 základních typů regulovaných soustav, které jsou popsány v kapitole 4.2.2. U každého typu regulované soustavy je uveden i jeho aproximovaný přenos, ze kterého se dále vychází.

Pro tyto typy regulovaných soustav jsou pak v rámci této práce odvozeny a uvedeny přenosy jednotlivých částí regulátoru a vztahy pro výpočet jejich parametrů vycházející z koeficientů charakteristického polynomu. Obsahem dalších kapitol jsou čtyři způsoby výpočtu charakteristického polynomu vycházející z volby kořenů, LQ techniky a jejich kombinací. Součástí popisu těchto způsobů jsou také odvozené vztahy pro výpočet koeficientů charakteristického polynomu pro uvedené typy regulovaných soustav.

V další části této práce jsou uvedeny simulační výsledky demonstrující vliv jednotlivých volitelných parametrů, což může napomoci při syntéze regulačního obvodu. Pro jednotlivé uvažované typy regulovaných soustav jsou zde uvedeny výsledky simulací, které byly dosaženy různým přiřazením pólů charakteristického polynomu. Tyto výsledky jsou pak analyzovány a jsou zde vybrány nejhodnější kombinace.

V poslední části této disertační práce jsou porovnány výsledky řízení dosažené navrženou polynomiální metodou s aproximací dopravního zpoždění s některými publikovanými metodami založenými zejména na použití modifikovaného Smithova prediktoru, a to s důrazem na systémy s integračními vlastnostmi a zejména nestabilní.

Úplně na závěr lze konstatovat, že tato navržená syntéza patří mezi efektivní metody návrhu regulátoru, ať už pro systémy s dopravním zpožděním a nebo bez něj. Její výhodou mimo jiné je, že jsou z výsledků syntézy získány nejen parametry regulátoru, ale i jeho struktura.

7 PUBLIKAČNÍ AKTIVITY

- [1] DOSTÁL P., VAVRUŠA S., KŘIVÁNKOVÁ P. (2003). Design of proper and stable controllers for unstable time delay systems. *14th International Conference on Process Control'03*, Štrbské Pleso, Slovak Republic, June 8-11.
- [2] VAVRUŠA S., VOJTĚŠEK J. (2005). Design of controllers for time delay systems using polynomial method and standard forms. *15th International Conference on Process Control'05*, Štrbské Pleso, Slovak Republic, June 7-10.

Mimo výše popsaných konferenčních příspěvků jsem uveden jako konzultant ze strany firmy Barum Continental, spol. s r.o. u diplomové práce:

- [1] POLOCZKOVÁ P. (2003). Optimalizace procesů na konfekci HHS ve firmě Barum Continental, spol. s r.o., UTB ve Zlíně, FaME.

8 LITERATURA

- [1] BALÁTĚ, J., (2004). *Automatické řízení - 2. přepracované vydání*, BEN - technická literatura, Praha.
- [2] TRÖSTER, F. (2001). *Steuerungs- und Regelungstechnik für Ingenieure*, Oldenbourg, München.
- [3] DORF, R.C., BISHOP, R.H. (1998). *Modern Control Systems*. Addison-Wesley, Mento Park, Ca.
- [4] NICULESCU, S.-I., GU, K. (2004). *Advances in Time-Delay Systems*, Springer, Berlin.
- [5] DE PAOR, M. (1985). A modified Smith predictor and controller for unstable processes with time delay. *Int. J. Control*, 41, pp. 1025-1036.
- [6] HUANG, P., CHEN, C.C. (1997). Control system synthesis for open-loop unstable process with time delay. *IEE Proc. Control Theory Appl.*, 144, pp. 334-346.
- [7] MAJHI, S., ATHERTON, D.P., (1999). Modified Smith predictor and controller for processes with time delay. *IEE Proc.*, 146, pp. 359-366.
- [8] MAJHI, S., ATHERTON, D. P., (1999). Autotuning and controller design for processes with small time delays. *IEE Proc.*, 146, pp. 415-425.
- [9] DOSTÁL, P., BOBÁL, V., SYSEL, M. (2002). Design of controllers for integrating and unstable time delay systems using polynomial method. *American Control Conference*, Anchorage, Alaska, USA, 2773-2778.
- [10] KLÁN, P. (2001). Metody zlepšení PI regulace, *Automa*, 12, pp. 4-10.
- [11] KLÁN, P., GOREZ, R.(2002). PI regulátory s vyváženými akčními zásahy. *Automatizace*, 2, pp. 90-97.
- [12] DOSTÁL, P., BOBÁL, V., PROKOP, R. (2001). The design of simple controllers for unstable time delay systems using LQ control theory, *European Control Conference ECC'01*, Porto, Portugal, pp. 3026-3031.
- [13] MORÁVKA, J. (1998). Bodové aproximace přenosu dopravního zpoždění, *Sborník XXI. Semináře ASŘ '98*, příspěvek č. 28.
- [14] MODERLÁK, O. (2004). Analýza dynamických systémů, Technická univerzita v Liberci, Katedra řídicí techniky.
Dostupné na URL: http://www.fm.vslib.cz/~krtsub/fm/tr1/tar1_ads.pdf

- [15] SCHLEGEL, M., VEČEREK, O. (2001). Regulátory pro procesy s velkým dopravním zpožděním, *Automa*, 12, pp. 12-16.
Dostupné na URL: <http://www.automa.cz/download/au120112.pdf>
- [16] SCHLEGEL, M. (2003). PID regulátory: problémy teorie a praxe, ZČU v Plzni.
Dostupné na URL: http://www.atpjournals.sk/seminare/03_03/schlegel.ppt
- [17] LIU, T., CAI, Y.Z., GU, D.Y., ZHANG, W.D. (2005). New modified Smith predictor scheme for integrating and unstable processes with time delay. *IEE Proc.*, 152, pp. 238-246.
- [18] PARK, J.H., SUNG, S.W., LEE, I. (1998). An enhanced PID control strategy for unstable processes. *Automatica*, 34, pp. 751-756.
- [19] ROTSTEIN, G.E., LEWIN D.R. (1991). Simple PI and PID tuning for open-loop unstable systems. *Ind. Eng. Chem. Res.*, 30, pp. 1864-1869.
- [20] DOSTÁL, P., BOBÁL, V., PROKOP, R. (2001). A new methodology of simple controller design for time delay systems. Part one – stable systems. *Journal of Electrical Engineering*, 52, No. 5-6, 134-138.
- [21] PROKOP, R., CORRIOU, J.P. (1997). Design and analysis of simple robust controller. *Int. J. Control*, 66, 905-921.
- [22] PROKOP, R., HUSTÁK, P., DOSTÁL, P. (2001). Robust tracking and disturbance rejection design for time delay systems. *European Control Conference ECC'01*, Porto, Portugal, 3709-3714.
- [23] GRIMBLE, M.J. (1994). *Robust industrial control. Optimal design approach for polynomial systems*. Prentice Hall, London.
- [24] KUČERA, V. (1993). Diophantine equations in control – A survey. *Automatica*, 29, 1361-1375.
- [25] ZÍTEK, P., VÍTEČEK, A. (1999). *Návrh řízení podsystémů se zpožděními a nelinearitami*. Vydavatelství ČVUT, Praha.
- [26] ROFFEL, B., BETLEM, B.H.L. (2004). *Advanced practical process control*. Springer, Berlin.
- [27] ŠULC, B., VÍTEČKOVÁ, M. (2004). *Teorie a praxe návrhu regulačních obvodů*. Vydavatelství ČVUT, Praha.
- [28] VÍTEČKOVÁ, M. (2005). Seřízení konvenčních regulátorů pro monotónní regulované soustavy s dopravním zpožděním. *Sborník vědeckých prací Vysoké školy báňské – Technické univerzity Ostrava*, číslo 1, ročník LI, řada strojní, článek č. 1457.

- [29] VÍTEČKOVÁ, M. (1999). Použití modifikovaného Smithova regulátoru pro regulaci soustav s dopravním zpožděním. *Sborník vědeckých prací Vysoké školy báňské – Technické univerzity Ostrava*, číslo 2, ročník XLV, řada strojní, článek č. 1267.
- [30] DE PAOR, A. M., O'MALLEY, M. (1989). Controllers of Ziegler-Nichols type for unstable processes. *Int. J. Control*, 49, 1273-1284.
- [31] SILVA, G. J., DATTA, A., BHATTACHARYYA, S. P. (2005). *PID Controllers for Time-Delay Systems*. Birkhäuser Boston.
- [32] BOBÁL, V., BÖHM, J., PROKOP, R., FESSL, J. (1999). *Praktické aspekty samočinně se nastavujících regulátorů: algoritmy a implementace*. Nakladatelství VUTIUM, Brno.
- [33] KLÁN, P. (2000). Moderní metody nastavení PID regulátorů, Část I: Procesy s přechodovou charakteristikou typu „S“. *Automa*, 9, pp. 54-57.
- [34] KLÁN, P. (2001). Moderní metody nastavení PID regulátorů, Část II: Integrační procesy. *Automa*, 1, pp. 52-54.
- [35] Cohen Coon Tuning Method.
Dostupné na URL: <http://www.chem.mtu.edu/~tbccl/cm416/ccune.html>
- [36] ÅSTRÖM, K. J., HÄGGLUND, T. (1994). *PID Controllers: Theory, Design, and Tuning - 2nd edition*, Instrument Society of America, Research Triangle Park, North Carolina, USA.
- [37] KLÁN, P. (2000). Vyvážené nastavení PI regulátorů. *Automa*, 4, pp. 49-53.
- [38] MAJHI, S., ATHERTON, D.P. (2000). Obtaining controller parameters for a new Smith predictor using autotuning. *Automatica*, 36, pp. 1651-1658.
- [39] HUSSAIN, M.A. (1999). Review of the application of neural networks in chemical process control – simulation and online implementation. *Artificial Intelligence in Engineering*, vol. 13, no. 1, p. 55-68.

9 CV AUTORA

Jméno: Ing. Svatomír Vavruša

Datum narození: 5.10.1976, Zlín

Vzdělání: 1991-1995 COP Otrokovice, mechanik – elektronik se zaměřením
pro číslicovou a řídicí techniku

1995-2000 VUT Brno, Fakulta technologická Zlín, obor Automatizace
a řídicí technika ve spotřebním průmyslu, inženýrské studium

2000-dosud UTB Zlín, Fakulta aplikované informatiky, obor Technická
kybernetika, doktorské studium (kombinovaná forma)

Praxe: 2000-dosud Barum Continental spol. s r.o. Otrokovice