

Příprava úloh pro cvičení z předmětu Zpracování signálů

Bc. Martin Fiantok

Diplomová práce
2018



Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně
Fakulta aplikované informatiky

Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně
Fakulta aplikované informatiky
akademický rok: 2017/2018

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení: **Bc. Martin Fiantok**
Osobní číslo: **A14456**
Studijní program: **N3902 Inženýrská informatika**
Studijní obor: **Informační technologie**
Forma studia: **kombinovaná**

Téma práce: **Příprava úloh pro cvičení z předmětu Zpracování signálů**
Téma anglicky: **The Preparation of Exercises for the Signal Processing Course**

Zásady pro vypracování:

1. **Naprogramujte algoritmus návrhu FIR filtru s využitím metody inverzní Fourierovy transformace a oken.**
2. **Realizujte algoritmus návrhu IIR filtru s využitím metody analogových prototypů.**
3. **Vytvořte nástroj pro zobrazování základních charakteristik filtrů.**
4. **Vytvořte program pro filtraci signálů vytvořenými filtry.**
5. **Realizujte výpočet a zobrazení charakteristik filtrovaných a nefiltrovaných signálů ve frekvenční i časové oblasti.**
6. **Vše vypracujte v prostředí Matlab/Simulink.**
7. **Navrhněte zadání úloh a vypracujte vzorové protokoly.**



Rozsah diplomové práce:

Rozsah příloh:

Forma zpracování diplomové práce: tiskněná/elektronická

Seznam odborné literatury:

1. ZAPLATÍLEK, K., DOŽAR B.: Matlab, začínáme se signály, BEN, 2006.
2. OPPENHEIM, A., WILLSKY, A.: Signals and Systems, N.J. USA: Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1997.
3. VÍCH, R., SMEJKAL, Z.: Číslíkové filtry, Academia, 2000.
4. HLAVÁČ, V., SEDLÁČEK, M.: Zpracování signálů a obrazů, Praha, ČVUT 2000.
5. DAVÍDEK, V., LEIPERT, M., VLČEK, M.: Analogové a číslicové filtry, ČVUT, 2006.

Vedoucí diplomové práce:

doc. Ing. Marek Kubalčík, Ph.D.

Ústav řízení procesů

Datum zadání diplomové práce:

1. prosince 2017

Termín odevzdání diplomové práce:

16. května 2018

Ve Zlíně dne 11. prosince 2017



doc. Mgr. Milan Adámek, Ph.D.
děkan



prof. Mgr. Roman Jasek, Ph.D.
garant oboru

Jméno, příjmení: Martin Piantok

Název diplomové práce: Příprava úloh pro cvičení z předmětu Zpracování signálů

Prohlašuji, že

- beru na vědomí, že odevzdáním diplomové práce souhlasím se zveřejněním své práce podle zákona č. 111/1998 Sb. o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších právních předpisů, bez ohledu na výsledek obhajoby;
- beru na vědomí, že diplomová práce bude uložena v elektronické podobě v univerzitním informačním systému dostupná k prezenčnímu nahlédnutí, že jeden výtisk diplomové/bakalářské práce bude uložen v příruční knihovně Fakulty aplikované informatiky Univerzity Tomáše Bati ve Zlíně a jeden výtisk bude uložen u vedoucího práce;
- byl/a jsem seznámen/a s tím, že na moji diplomovou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb. o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon) ve znění pozdějších právních předpisů, zejm. § 35 odst. 3;
- beru na vědomí, že podle § 60 odst. 1 autorského zákona má UTB ve Zlíně právo na uzavření licenční smlouvy o užití školního díla v rozsahu § 12 odst. 4 autorského zákona;
- beru na vědomí, že podle § 60 odst. 2 a 3 autorského zákona mohu užít své dílo diplomovou prací nebo poskytnout licenci k jejímu využití jen s písemným souhlasem Univerzity Tomáše Bati ve Zlíně, že vyrovnání případného přiměřeného příspěvku na úhradu nákladů, které byly Univerzitou Tomáše Bati ve Zlíně na vytvoření díla vynaloženy (až do jejich skutečné výše) bude rovněž předmětem této licenční smlouvy;
- beru na vědomí, že pokud bylo k vypracování diplomové práce využito softwaru poskytnutého Univerzitou Tomáše Bati ve Zlíně nebo jinými subjekty pouze ke studijním a výzkumným účelům (tedy pouze k nekomerčnímu využití), nelze výsledky diplomové práce využít ke komerčním účelům;
- beru na vědomí, že pokud je výstupem diplomové práce jakýkoliv softwarový produkt, považují se za součást práce rovněž i zdrojové kódy, popř. soubory, ze kterých se projekt skládá. Neodevzdání této součásti může být důvodem k neobhajování práce.

Prohlašuji,

- že jsem na diplomové práci pracoval samostatně a použitou literaturu jsem citoval. V případě publikace výsledků budu uveden jako spoluautor.
- že odevzdaná verze diplomové práce a verze elektronická nahraná do IS/STAG jsou totožné.

Ve Zlíně, dně 16.5.2018


.....
podpis diplomanta

ABSTRAKT

Cieľom tejto diplomovej práce je sformulovanie a vypracovanie vzorových úloh z predmetu Spracovanie signálov. Úlohy sú zamerané na návrh číslicových filtrov typu IIR a FIR a filtráciu signálu. V teoretickej časti sú opísané číslicové filtre, ich vlastnosti, rozdelenie a najpoužívanejšie metódy návrhov. Pre návrhy FIR filtrov bola zvolená metóda inverznej Fourierovej transformácie a okien, a pre návrhy IIR filtrov metóda analógových prototypov. V praktickej časti je opísaná realizácia týchto návrhov v programe MATLAB pričom sú použité funkcie SP Toolbox a vlastné vytvorené funkcie. Výsledné charakteristiky realizovaných filtrov dosiahnuté vlastnými vytvorenými funkciami sú porovnané s charakteristikami, ktoré boli vytvorené vstavanými funkciami SP Toolbox. Na základe vytvorených funkcií boli sformulované a vypracované vzorové úlohy.

Kľúčové slová: Číslicové filtre, Návrh číslicových filtrov, Spracovanie signálov, Matlab, FIR filter, IIR filter

ABSTRACT

The aim of this diploma thesis is to formulate and create example exercises for the subject of Signal procession. The exercises are focused on the design of digital filters type of IIR and FIR and signal filtration. The theoretical part describes the digital filters, their properties, the distributions and the most used methods of the design. The Inverse Fourier Transform and Window method were chosen for FIR filters and the analog prototype method was chosen for IIR filters. The realization of these exercises is described in MATLAB in the practical part . There are used SP Toolbox functions and hand-built functions. The final built-in filtering characteristics achieved by handheld features are compared to those built by built-in SP Toolbox features. Example exercises have been formulated and developed based on the created functions.

Keywords: Digital filters, Design of digital filters , Signal processing , Matlab, FIR filter, IIR filter

Týmto sa chcem poďakovať vedúcemu diplomovej práce doc. Ing. Marekovi Kubalčíkovi, Ph.D. za odborné vedenie a čas ktorý sa mi venoval.

Prohlašuji, že odevzdaná verze bakalářské/diplomové práce a verze elektronická nahraná do IS/STAG jsou totožné.

OBSAH

ÚVOD.....	9
I TEORETICKÁ ČASŤ.....	10
1 ČÍSLICOVÉ FILTRE.....	11
1.1 FREKVENČNE SELEKTÍVNE FILTRE.....	11
1.2 ROZDELENIE FILTROV.....	12
1.3 VLASTNOSTI FILTROV.....	12
1.3.1 FIR (finite impuls response) – filtre s konečnou impulzovou odozvou:.....	12
1.3.2 IIR (infinite impuls response) – filtre s nekonečnou impulzovou odozvou:.....	13
1.4 ZÁKLADNÉ CHARAKTERISTIKY ČÍSLICOVÝCH FILTROV.....	14
2 ČÍSLICOVÉ FILTRE IIR.....	16
2.1 ŠTRUKTÚRA IIR FILTRA.....	16
2.2 NÁVRH IIR FILTRA.....	17
2.2.1 Návrh IIR filtra metódou analógových prototypov.....	17
2.2.2 Butterworthova aproximácia.....	19
2.2.3 Bilineárna transformácia.....	20
3 ČÍSLICOVÉ FILTRE FIR.....	22
3.1 ŠTRUKTÚRA FIR FILTRA.....	23
3.2 NÁVRH FIR FILTRA.....	23
3.2.1 Metóda Inverznej Fourierovej transformácie a okien.....	23
3.2.2 Fourierova transformácia.....	24
3.2.3 Okienkovanie.....	28
II PRAKTICKÁ ČASŤ.....	31
4 NÁVRH FILTROV A FILTRÁCIA SIGNÁLU S POUŽITÍM FUNKCIÍ SIGNAL PROCESSING TOOLBOXU.....	32
4.1 VZOROVÝ PROTOKOL.....	33
4.1.1 Zadanie.....	33
4.1.2 Definovanie signálu.....	34
4.1.3 Návrh FIR filtra.....	37
4.1.4 Návrh IIR filtra.....	39
4.1.5 Filtrácia signálu.....	40
4.1.6 Filtrácia signálu FIR filtrom.....	40
4.1.7 Filtrácia signálu IIR filtrom.....	43
4.1.8 Záver.....	45
4.1.9 Zdrojový kód.....	45
5 NÁVRH IIR FILTRA.....	46
5.1 VZOROVÝ PROTOKOL.....	47
5.1.1 Zadanie.....	47
5.1.2 Definovanie signálu.....	48
5.1.3 Návrh IIR filtra – pásmová zádrž.....	51
5.1.4 Filtrácia signálu.....	53
5.1.5 Porovnanie vstavaných a vytvorených funkcií.....	54

5.1.6	Záver	58
5.1.7	Kód programu	58
6	NÁVRH FIR FILTRA	59
6.1	VZOROVÝ PROTOKOL	60
6.1.1	Zadanie	60
6.1.2	Definovanie signálu	61
6.1.3	Návrh FIR filtra typu pásmová zádrž	64
6.1.4	Doplnenie ďalších typov okien	65
6.1.5	Filtrácia signálu	66
6.1.6	Porovnanie vstavaných a vytvorených funkcií	67
6.1.7	Záver	72
6.1.8	Kód programu	72
	ZÁVER	73
	ZOZNAM POUŽITEJ LITERATÚRY	74
	ZOZNAM POUŽITÝCH SYMBOLOV A SKRATIEK.....	75
	ZOZNAM OBRÁZKOV	76
	ZOZNAM PRÍLOH.....	79

ÚVOD

Predmet spracovanie signálov sa zaoberá analýzou, modifikáciou a syntézou signálov. Za signál môžeme považovať akúkoľvek premennú meniacu sa v čase či priestore, napríklad zvukový záznam alebo obrázok. Signál delíme na spojité alebo diskrétny. Na spracovanie diskrétného (číslícového) signálu sú určené číslícové filtre. Táto diplomová práca je zameraná na vytvorenie vzorových úloh pre návrh číslícových filtrov typu FIR (filtre s konečnou impulzovou odozvou) a typu IIR (filtre s nekonečnou impulzovou odozvou).

V teoretickej časti diplomovej práce je opísané rozdelenie, vlastnosti a metódy návrhov číslícových filtrov. Pre návrh číslícových filtrov typu IIR je zvolená metóda analógových prototypov. V tejto metóde je použitá Butterworthova aproximácia 2. rádu a Billieárna transformácia. Pre návrh filtrov typu FIR bola použitá metóda Inverznej Fourierovej transformácie a okien.

V praktickej časti sú definované zadania pre úlohy z predmetu Spracovanie signálov, ktoré sú uvedené v teoretickej časti a majú za úlohu praktické precvičenie metód návrhu. Cieľom zadania je zistiť čo sa skrýva za existujúcimi funkciami a osvojenie si vlastných funkcií. K týmto zadaniam sú vypracované vzorové protokoly riešení a programy v MATLABE verzii R2016a. Programy vo vzorových protokoloch sa dajú spustiť aj na nižších verziách MATLABU. Programy s grafickým rozhraním tvorenou pomocou GUID priložené na CD nie sú kompatibilné s nižšími verziami MATLABU. Dajú sa spustiť iba na verzii 2016.

I. TEORETICKÁ ČASŤ

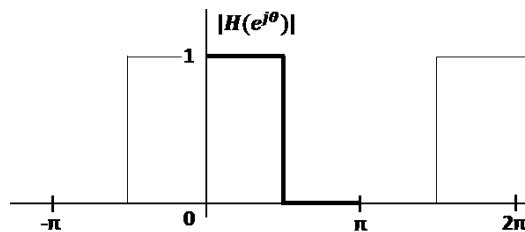
1 ČÍSLICOVÉ FILTRE

Číslicové filtre predstavujú jednu z možných realizácií diskretných systémov číslicovými technickými prostriedkami. Je to číslicový obvod alebo algoritmus ktorý požadovaným spôsobom mení spektrum vstupného diskretného signálu. Takže ich úlohou je definovaným spôsobom ovplyvniť kmitočtové spektrum vstupného signálu, tvarovať kmitočtovú charakteristiku alebo potlačiť časť definovaného kmitočtového spektra a ostatné zložky nechať nezmenené [1], [2].

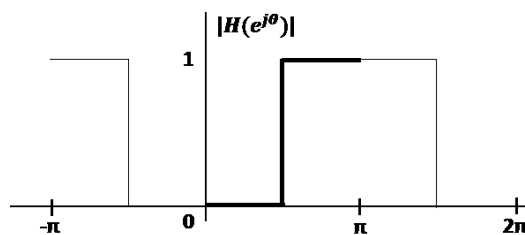
1.1 Frekvenčne selektívne filtre

Tieto filtre majú za úlohu potlačiť alebo prepustiť zložky signálu v definovanom frekvenčnom pásme. Základné typy týchto filtrov pracujú s jedným súvislým pásmom. Používajú sa hlavne k potlačeniu periodických rušivých signálov alebo šumu. Tak sa zvyšuje pomer užitočného signálu k rušeniu [1] [4].

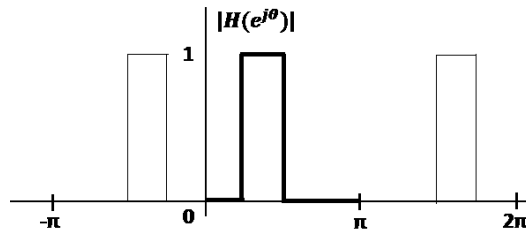
Základné typy frekvenčne selektívnych filtrov sú:



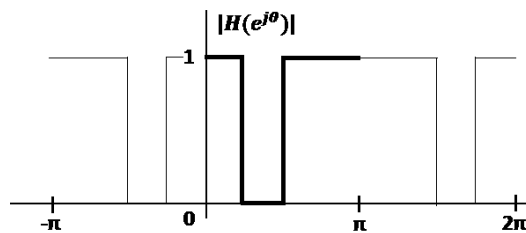
Obr. 1. Dolná priepusť



Obr. 1. Horná priepusť



Obr. 2. Pásmová priepusť



Obr. 3. Pásmová zádrž

1.2 Rozdelenie filtrov

Číslicové filtre sa delia podľa dĺžky impulzovej odozvy na filtre s konečnou impulzovou odozvou, FIR filtre (angl. finite impulse response -) a filtre s nekonečnou impulzovou odozvou, IIR filtre (angl. infinite impulse response).

Podľa štruktúry blokovej schémy sa číslicové filtre delia na nerekurzívne filtre (NRDF), ktoré nemajú spätnú väzbu a rekurzívne filtre (RDF), ktoré obsahujú spätnoväzbovú slučku. Nerekurzívne filtre sú vždy typu FIR. Rekurzívne filtre môžu byť typu IIR aj typu FIR. [2]

1.3 Vlastnosti filtrov

Presnosť filtra je definovaná jeho rádom. Ide o počet koeficientov filtra. Čím väčší rád filter má tým je jeho výstup presnejší. Avšak s zväčšujúcim sa rádom filtra sa zväčšuje aj výpočtová náročnosť filtra a oneskorenie na výstupe.

1.3.1 FIR (finite impuls response) – filtre s konečnou impulzovou odozvou:

- impulzová charakteristika má konečný počet hodnôt (N , pre filter N -tého rádu).
- sú vždy stabilné
- je možné navrhnuť ich s lineárnou fázou (nábehová a dobehová hrana impulzovej odozvy sú zhodné)

- počet vzorkou vstupného signálu sa rovná $M=(N-1)/2$ (ide o skupinové oneskorenie)

Výhody:

- Sú vždy stabilné
- Môžu mať lineárnu fázovú kmitočtovú charakteristiku v celom rozsahu

Nevýhody:

- Veľký rád prenosovej funkcie
- Veľké oneskorenie pri spracovaní vstupného signálu
- Veľké nároky na pamäť pri výpočte koeficientov a stavových premenných
- Neexistuje plnohodnotný analógový ekvivalent

1.3.2 IIR (infinite impuls response) – filtre s nekonečnou impulzovou odozvou:

- impulzová charakteristika nemá konečný počet hodnôt
- stabilita nie je zaručená
- fáza nie je lineárna
- návrh filtra je v porovnaní s FIR filtrom zložitý
- sú citlivé na numerickú presnosť výpočtu

Výhody:

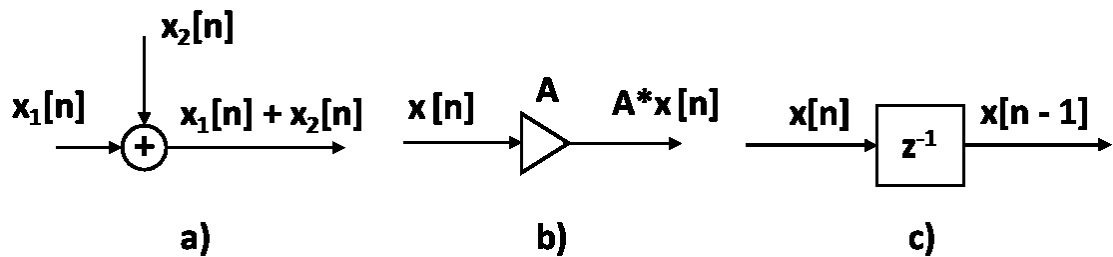
- Malý rád prenosovej funkcie
- Malé oneskorenie pri spracovaní vstupného signálu
- Malé nároky pri výpočte koeficientov a stavových premenných
- Jednoduché metódy návrhu používajúce vlastnosti analógových filtrov
- K číslicovému filteru je možné nájsť analógový ekvivalent

Nevýhody:

- Problémy so stabilitou
- Nemôžu mať lineárnu fázovú kmitočtovú charakteristiku v celom rozsahu

IIR filtre dosahujú rovnaké vlastnosti ako FIR filtre pri d'aleko nižšom ráde. Preto majú v porovnaní s FIR filterami nižšiu výpočtovú zložitost' a kratšie oneskorenie medzi vstupom a výstupom.

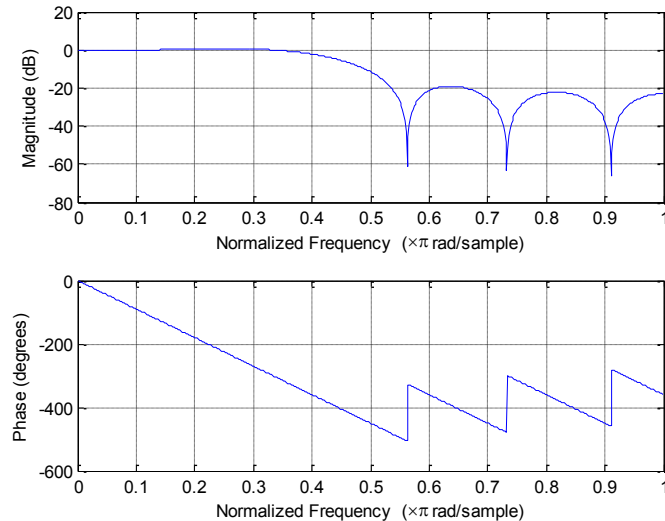
Číslicové filtre sú lineárne časovo invariantné diskrétné systémy, ktoré je možné zostaviť z troch základných blokov - sčítačky, násobičky (násobí vstup konštantou) a jednotkového oneskorenia (oneskorí signál o jeden vzorkovací interval T). [3]



Obr. 4. Základné bloky a) sčítačka, b) násobička, c) oneskorenie

1.4 Základné charakteristiky číslicových filtrov

Medzi základné charakteristiky číslicových filtrov patria modulová (amplitúdová) frekvenčná charakteristika a fázová frekvenčná charakteristika.



Obr. 5. Modulová (hore) a fázová frekvenčná (dole) charakteristika FIR filtra 10. rádu

Frekvenčná charakteristika je definovaná ustálenou odozvou na harmonický signál pri nulových počiatkových podmienkach.

$$Y(z) = G(z)X(z) \Leftrightarrow y(k) = g(k) * x(k) = \sum_{n=0}^{\infty} g(n)x(k-n) \quad (1)$$

Vstup je komplexný harmonický signál ktorý je definovaný rovnicou

$$x(n) = e^{j\omega n} = \cos\omega n + jsin\omega n \quad (2)$$

Po dosadení tejto rovnice do rovnice frekvenčnej charakteristiky máme výslednú rovnicu

$$y(n) = \sum_{m=0}^{\infty} h(m)e^{j\omega(n-m)} = e^{j\omega n} \sum_{m=0}^{\infty} h(m)e^{-j\omega m} = e^{j\omega n} H(e^{j\omega}) \quad (3)$$

Súčin pôvodného vstupného signálu a členov $H(e^{j\omega})$ vytvára celkovú ustálenú odozvu. Člen $H(e^{j\omega})$ označujeme ako komplexnú frekvenčnú charakteristiku [3][5].

$$H(e^{j\omega}) = Re\{H(e^{j\omega})\} + jIm\{H(e^{j\omega})\} = M(\omega)e^{j\varphi(\omega)} = \sum_{m=0}^{\infty} h(m)e^{-j\omega m} \quad (4)$$

$M(\omega)$ – modulová frekvenčná charakteristika

$\varphi(\omega)$ – fázová frekvenčná charakteristika

$Re\{H(e^{j\omega})\}$ – reálna časť komplexnej frekvenčnej charakteristiky

$Im\{H(e^{j\omega})\}$ – imaginárna časť komplexnej frekvenčnej charakteristiky

Frekvenčná charakteristiky je periodická s periodou 2π .

$$H(e^{j\omega}) = H(e^{j(\omega+2\pi k)}) \quad (5)$$

k – celé číslo

2 ČÍSLICOVÉ FILTRE IIR

IIR filtre obsahujú aspoň jednu spätnoväzbovú slučku, ide teda o rekurzívny číslicový filter. Ich prenos je tvorený podielom polynómu (racionálnou lomenou funkciou).

Prenosová funkcia IIR filtra

$$G(z^{-1}) = \frac{Y(z^{-1})}{X(z^{-1})} = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_{M-1} z^{-M+1} + b_M z^{-M}}{1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_{N-1} z^{-N+1} + a_N z^{-N}} = \frac{\sum_{i=0}^M b_i z^{-i}}{1 + \sum_{j=1}^N a_j z^{-j}} \quad (6)$$

Pre rovnakú aproximáciu predpísaných frekvenčných charakteristík majú IIR filtre výrazne nižší rád ako FIR filtre, takže reagujú rýchlejšie na zmeny vstupného signálu ako FIR filtre. Môžu byť nestabilné (mať póly mimo jednotkového kruhu) a majú nelineárnu fázovú charakteristiku.

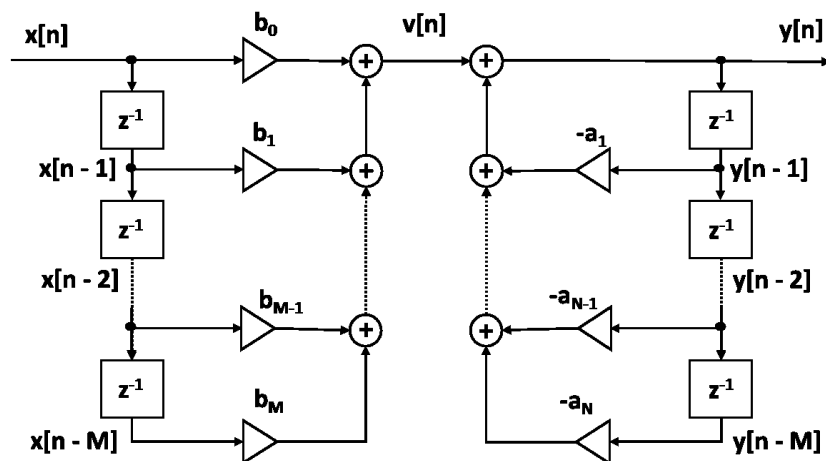
Diferenčná rovnica IIR filtra

$$y(k) = \sum_{i=0}^M b_i x(k-i) - \sum_{j=1}^N a_j y(k-j) \quad (7)$$

Prvá časť rovnice je diferenčná rovnica FIR filtra. Takže FIR filtre sú podskupinou IIR filtrov ktorých hodnota koeficientov a_j sa rovná 0.

2.1 Štruktúra IIR filtra

- Priama štruktúra IIR filtra



Obr. 6. Priama štruktúra IIR filtra

Táto štruktúra priamo graficky zobrazuje diferenčnú rovnicu IIR filtra. Predstavuje algoritmus pre výpočet N súčinnov $a_k y(n-k)$ a $M+1$ súčinnov $b_k x(n-k)$. Obsahuje $M + N$ oneskorených členov (z^{-1}).

2.2 Návrh IIR filtra

Existujú dve základné skupiny do ktorých môžeme rozdeliť metódy návrhov číslicových filtrov typu IIR:

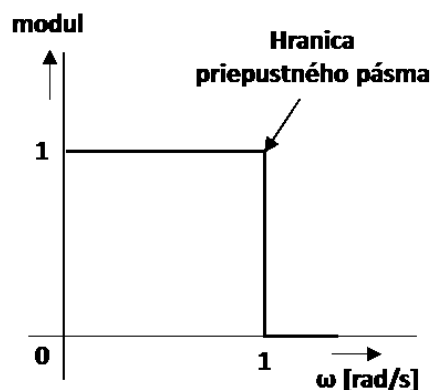
- Metódy používajúce analógové prototypy.
- Metódy priameho návrhu v rovine z .

Medzi metódy priameho návrhu v rovine z bez nadväznosti na analógové prototypy patrí metóda najmenších štvorcov v časovej a kmitočtovej oblasti, identifikačné parametrické metódy používajúce modely typu ARMA (Auto Regressive Moving Average). Metódy priameho návrhu majú vysokú výpočtovú náročnosť. Preto sa používajú iba v prípadoch pri ktorých je potrebné dosiahnuť väčšej presnosti ako pri metódach vychádzajúcich z analógových prototypov. [2]

Pre návrh číslicových filtrov typu IIR sa najviac používajú metódy vychádzajúce z analógových prototypov.

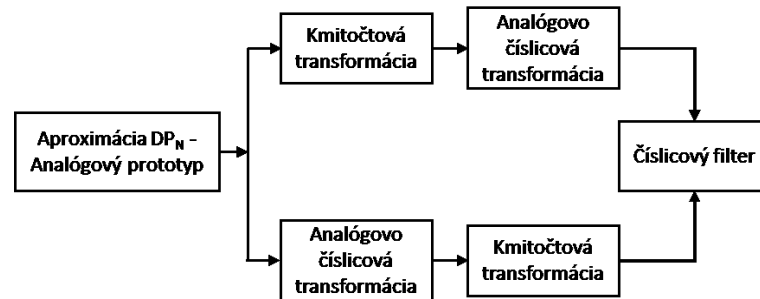
2.2.1 Návrh IIR filtra metódou analógových prototypov

Pri použití tejto metódy sa vychádza z ideálnej normovanej analógovej dolnej priepusti.



Obr. 7. Ideálna dolná priepusť

Prenosovú funkciu číslicového filtra môžeme dosiahnuť dvomi spôsobmi. Kmitočtovou transformáciou analógového prototypu a následnou analógovo číslicovou transformáciou alebo opačne ako je to naznačené na obrázku. [2]



Obr. 8. Postup návrhu IIR filtra

Pri prvom spôsobe je potrebné vykonať kmitočtovú transformáciu tak, aby priepustné pásmo alebo pásma boli posunuté z hodnoty $\omega = 1$ rad/s na požadovaný uhľový kmitočet. Táto transformácia sa vykoná ešte v analógovej oblasti. Následne je použitá analógovo číslicová transformácia (najčastejšie bilineárna transformácia), ktorá transformuje spojitú prenosovú funkciu na diskretnú prenosovú funkciu. [2]

Pri druhom spôsobe sa najprv vykoná analógovo číslicová transformácia a následne sa prepočítajú hraničné kmitočty v číslicovej oblasti. V nasledujúcej tabuľke sú transformačné vzťahy pre prevod prenosovej funkcie normovanej dolnej priepusti DP_N na dolnú priepusť (DP), hornú priepusť (HP), pásmovú priepusť (PP) a pásmovú zádrž (PZ). [2]

Tab. 1 Prevodové vzťahy

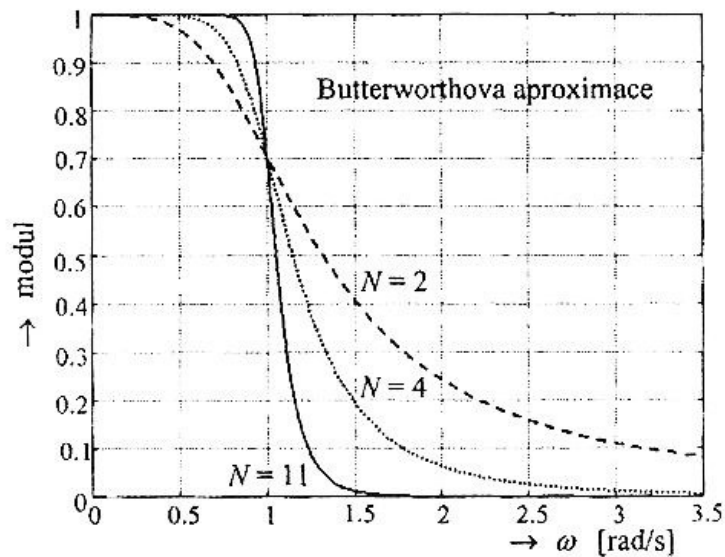
Typ kmitočtovej transformácie	Prevodové vzťahy	Parametre
$DP_N \Rightarrow DP$	$s \Rightarrow \frac{s}{s\omega_p}$	ω_p - medzný uhľový kmitočet priepustného pásma dolnej priepusti
$DP_N \Rightarrow HP$	$s \Rightarrow \frac{\omega_p}{s}$	ω_p - medzný uhľový kmitočet priepustného pásma hornej priepusti
$DP_N \Rightarrow PP$	$s \Rightarrow \frac{s\omega_\Delta}{s^2 + \omega_0^2}$	$\omega_0^2 = \omega_{p1}\omega_{p2}$ $\omega_\Delta = \omega_{p2} - \omega_{p1}$ ω_{p1}, ω_{p2} - hranice priepustného pásma
$DP_N \Rightarrow PZ$	$s \Rightarrow \frac{s^2 + \omega_0^2}{s\omega_\Delta}$	$\omega_0^2 = \omega_{n1}\omega_{n2}$ $\omega_\Delta = \omega_{n2} - \omega_{n1}$ ω_{n1}, ω_{n2} - hranice nepriepustného pásma

Základné typy analógových prototypov sú:

- Butterworthova aproximácia
- Čebyševova aproximácia
- Caureova aproximácia
- Besselova aproximácia

2.2.2 Butterworthova aproximácia

Butterworthova aproximácia je v priepustnom pásme maximálne plochá, celý jej priebeh je monotónny a strmosť v prechodovom pásme rastie s rádom filtra N .



Obr. 9. Modulová kmitočtová charakteristika Butterworthovej aproximácie [2]

Prenosová funkcia Butterworthovej aproximácie 2. rádu.

$$H(s) = \frac{1}{s^2 + \sqrt{2}s + 1} \quad (8)$$

Dosadením prevodových vzťahov z tabuľky xx do tejto rovnice získame prenosovú funkciu filtra v tvare

$$H(s) = \frac{a_4s^4 + a_3s^3 + a_2s^2 + a_1s + a_0}{b_4s^4 + b_3s^3 + b_2s^2 + b_1s + b_0} \quad (9)$$

a, b – koeficienty analógového filtra

s – vstupný signál

2.2.3 Bilineárna transformácia

Táto metóda transformuje prenosovú funkciu analógového filtra $H(s)$ na prenosovú funkciu číslicového filtra $H(z)$. Táto transformácia je nelineárna.

$$z = e^{sT} \quad (10)$$

Prevodový vzťah bilineárnej transformácie je definovaný rovnicou

$$w = \frac{2z - 1}{Tz + 1} \quad (11)$$

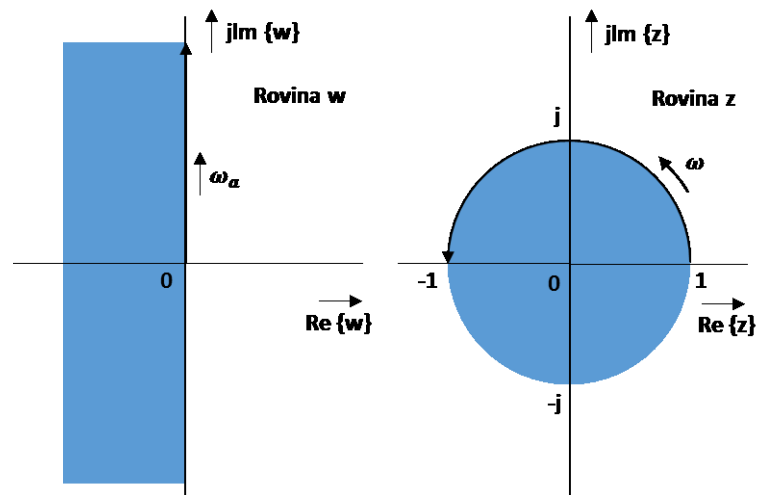
Z rovnice vyplývajú tieto podmienky:

ak $\text{Re}\{w\} > 0$, potom $|z| > 1$.

ak $\text{Re}\{w\} < 0$, potom $|z| < 1$.

ak $\text{Re}\{w\} = 0$, potom $|z| = 1$.

Táto rovnica jednoznačne zobrazí úplnú komplexnú rovinu z na úplnú komplexnú rovinu w . Aby sa zachovala podmienka stability systému musí sa ľavá polovica roviny w transformovať do vnútra jednotkovej kružnice roviny z (na obrázku modré plochy).



Obr. 10. Transformácia w roviny do z roviny

Ďalšou podmienkou zachovania stability systému je zachovanie frekvenčných vlastností filtra. Preto je treba previesť analógovú kmitočtovú osu ω_a na číslicovú kmitočtovú osu ω . Prevodový vzťah medzi analógovou a číslicovou kmitočtovou osou je nelineárny.

$$\omega = \frac{2}{T} \arctg \frac{\omega_a T}{2} \quad (12)$$

$$\omega_a = \frac{2}{T} \operatorname{tg} \frac{\omega T}{2} \quad (13)$$

Dosadením prevodového vzťahu bilineárnej transformácie do prenosovej funkcie získame tvar rovnice

$$H(z) = \frac{a_4 \left(\frac{2(z+1)}{T(z-1)}\right)^4 + a_3 \left(\frac{2(z+1)}{T(z-1)}\right)^3 + a_2 \left(\frac{2(z+1)}{T(z-1)}\right)^2 + a_1 \left(\frac{2(z+1)}{T(z-1)}\right)^1 + a_0}{b_4 \left(\frac{2(z+1)}{T(z-1)}\right)^4 + b_3 \left(\frac{2(z+1)}{T(z-1)}\right)^3 + b_2 \left(\frac{2(z+1)}{T(z-1)}\right)^2 + b_1 \left(\frac{2(z+1)}{T(z-1)}\right)^1 + b_0} \quad (14)$$

Prenosová funkcia s výslednými koeficientami má tvar

$$H(s) = \frac{c_4 z^4 + c_3 z^3 + c_2 z^2 + c_1 z + c_0}{d_4 z^4 + d_3 z^3 + d_2 z^2 + d_1 z + d_0} \quad (15)$$

3 ČÍSLICOVÉ FILTRE FIR

Filter typu FIR (Finite Impulse Response) má konečnú impulzovú odozvu. Ide o nerekurzívne filtre pretože neobsahujú spätnú väzbu.

Diferenčná rovnica FIR filtra

$$y(k) = b_0x(k) + b_1x(k-1) + \dots + b_mx(k-M) \quad (16)$$

Prenosová funkcia FIR filtra

$$G(z^{-1}) = \frac{Y(z^{-1})}{X(z^{-1})} = b_0 + b_1z^{-1} + \dots + b_{M-1}z^{-M+1} + b_Mz^{-M} = \sum_{i=0}^M b_i z^{-i} \quad (17)$$

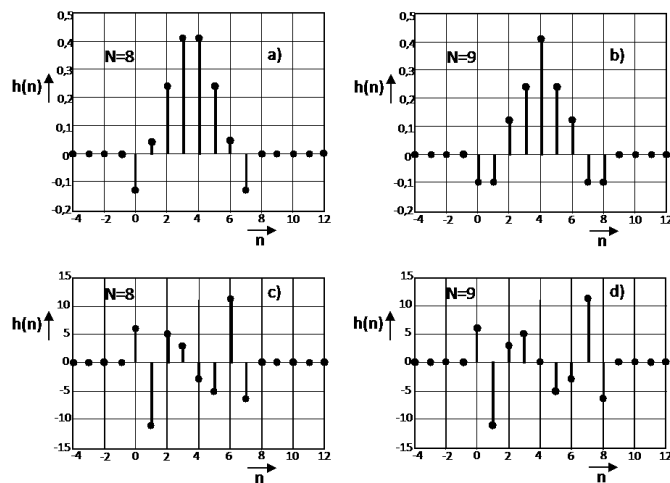
Okrem stability dosahujú lineárnu fázovú kmitočtovú charakteristiku v celom kmitočtovom rozsahu ktorá má konečnú dĺžku N.

$$\{b(n)\} = \{b(0), b(1), b(2), \dots, b(N-1)\} \quad (18)$$

Táto linearita je dosiahnutá symetriou alebo antisymetriou impulzovej charakteristiky.

Typy impulzovej charakteristiky:

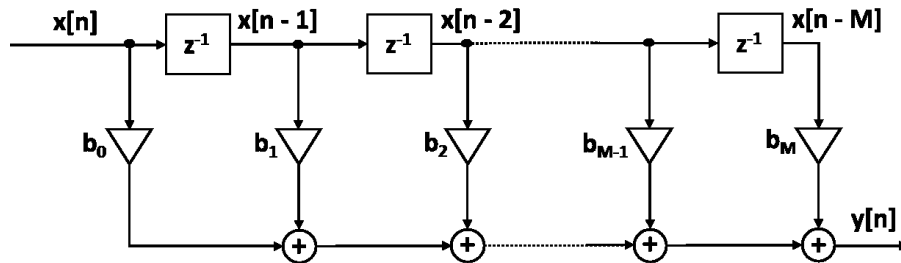
- Párna symetria, N párne
- Párna symetria, N nepárne
- Nepárna symetria, N párne
- Nepárna symetria, N nepárne



Obr. 11. Typy impulzovej charakteristiky

3.1 Štruktúra FIR filtra

- Priama štruktúra FIR filtra



Obr. 12. Priama štruktúra FIR filtra

Táto štruktúra priamo graficky zobrazuje diferenčnú rovnicu FIR filtra. Obsahuje líniu oneskorovacích členov (z^{-1}). Pri prechode signálu ($x[n]$) touto líniou sa signál násobí koeficientami (b) a jednotlivé súčiny sú sčítavané.

3.2 Návrh FIR filtra

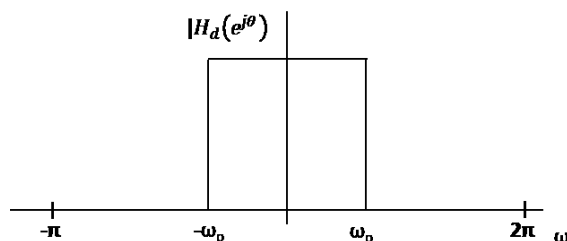
Pri návrhu FIR filtrov sa najčastejšie používajú metódy:

- Inverznej Fourierovej transformácie a okien
- Vzorkovania kmitočtovej charakteristiky
- Optimálnej rovnomernej zvlnenej charakteristiky

3.2.1 Metóda Inverznej Fourierovej transformácie a okien

Pri návrhu filtra FIR sa často vychádza zo špecifickej ideálnej frekvenčnej charakteristiky

$$H_d(e^{j\theta}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} h_d(n)e^{-jn\theta} \quad (19)$$

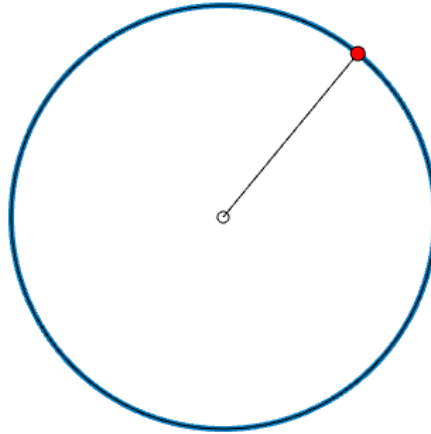


Obr. 13. Ideálna frekvenčná charakteristika

Prenosová funkcia je definovaná v intervale $(-\pi, \pi)$ a je periodická s periodou 2π .

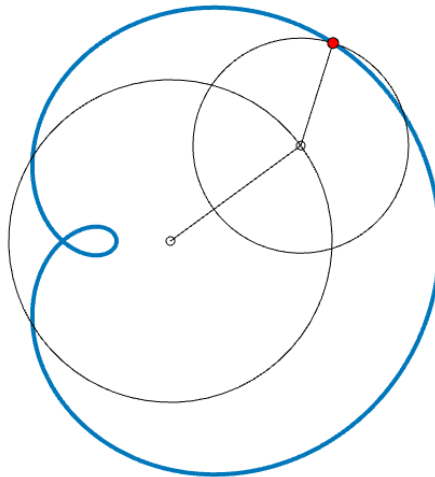
3.2.2 Fourierova transformácia

Majme kružnicu s priemerom r_0 , ktorá má vpravo od stredu na okraji bod, má počiatočný uhol α_0 a otáča sa rýchlosťou s_0 . Tento bod pri pohybe vykresľuje kružnicu.



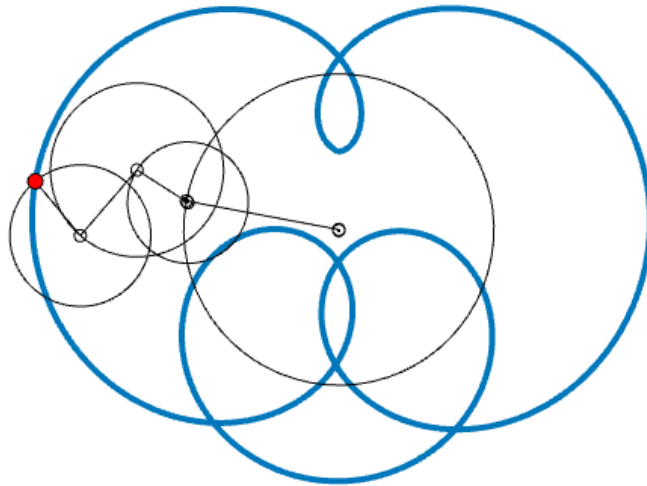
Obr. 14. Znáozornenie signálu s jednou harmonickou zložkou [3]

Predpokladajme, že v tomto červenom bode má stred ďalšia kružnica s priemerom r_1 s ďalším bodom pootočeným o uhol α_1 , ktorá sa točí rýchlosťou s_1 .



Obr. 15. Znáozornenie signálu (modrou) s dvomi harmonickými zložkami (dve kružnice) [3]

Predpokladajme, že v bode poslednej kružnice môžeme mať stred ďalšej kružnice, na nej ďalšiu a tak ďalej. Kružníc môže byť nekonečné množstvo. Pomocou takejto sústavy kružníc môžeme nakresliť ľubovoľnú krivku.



Obr. 16. Znárodnenie signálu (modrou) so štyrmi harmonickými zložkami (4 kružnice) [3]

Týmto spôsobom je možné nakresliť nie len kružnicu ale aj štvorec, trojuholník alebo priamku. Kružnice v sústave môžeme ľubovoľne prehadzovať. Keďže sčítanie je kumulatívne nezáleží na ich poradí. Ak dve kružnice v sústave majú rovnakú rýchlosť môžeme ich spojiť do jednej kružnice s novým polomerom a novým uhlom.

Máme definovanú krivku (spojitú funkciu) ktorá v čase udáva polohu bodu krivky (x, y) . Pre túto krivku chceme nájsť sústavu kružníc, ktorá ju vykreslí. Sústavu môžeme reprezentovať funkciou g , ktorá pre každú rýchlosť s vracia (r, α) – polomer a uhol kružnice s rýchlosťou s v danej sústave Operácia ktorá pre danú krivku nájde správnu sústavu kružníc g sa nazýva Fourierova transformácia.

Táto transformácia hľadá k jednej funkcii inú funkciu. Funkcia na jednej strane pracuje so súradnicami (x, y) , zatiaľ čo funkcia na druhej strane pracuje s polomerami a uhlami. Namiesto súradníc (x, y) na ľavej strane používame komplexné čísla. Takže namiesto (x, y) máme $(x + y * i)$.

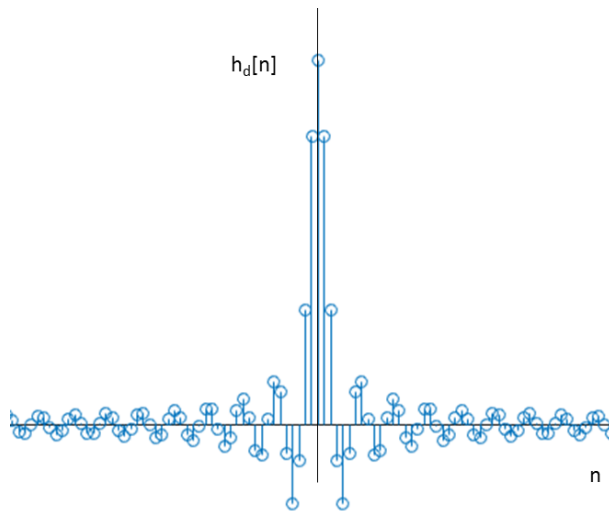
Teraz je sústava kružníc v tvare $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$. Na druhej strane máme dvojice polomerov a uhlov. Týmto číslom je počiatočná poloha bodu v komplexnej rovine (vzhľadom ku stredu kružnice). Takže namiesto (r, α) máme $r * (\cos(\alpha) + \sin(\alpha) * i) = (a + b * i)$. V prípade že chceme kružnicu otočiť o definovaný počet stupňov (napríklad 30°) treba vynásobiť komplexné číslo iným komplexným číslom. A to konkrétne číslom $(\cos(30^\circ) + \sin(30^\circ) * i)$. Teraz je sústava kružníc v tvare $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$. [3]

Výhody použitia komplexných čísel:

- obe funkcie sú tvaru $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$
- Fourierova transformácia je jednoznačná – pre danú krivku existuje práve jedna sústava kružníc.
- Je možné dokázať, že Fourierova transformácia je prostá a na v "komplexnej podobe". Mala by teda existovať Inverzná Fourierova transformácia, ktorá danej sústave kružníc priradí určitú krivku.

Impulznú odozvu nájdeme pomocou spätnej Fourierovej transformácie požadovanej frekvenčnej charakteristiky.

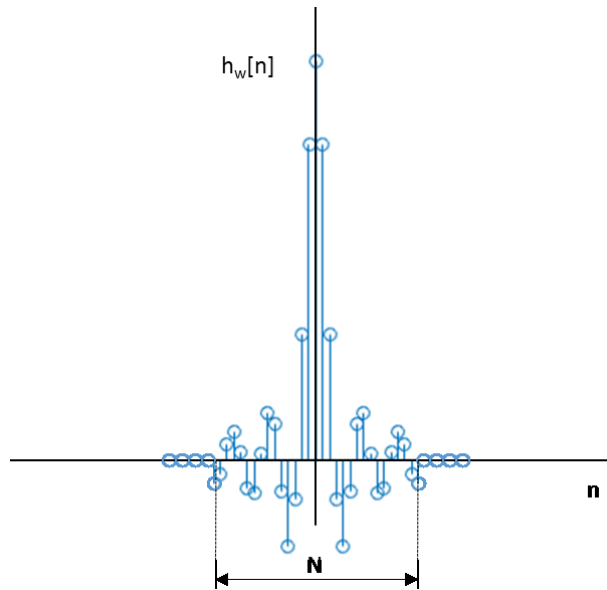
$$h_d(n) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} H_d(e^{j\theta}) e^{jn\theta} d\theta \quad (20)$$



Obr. 17. Impulzová odozva

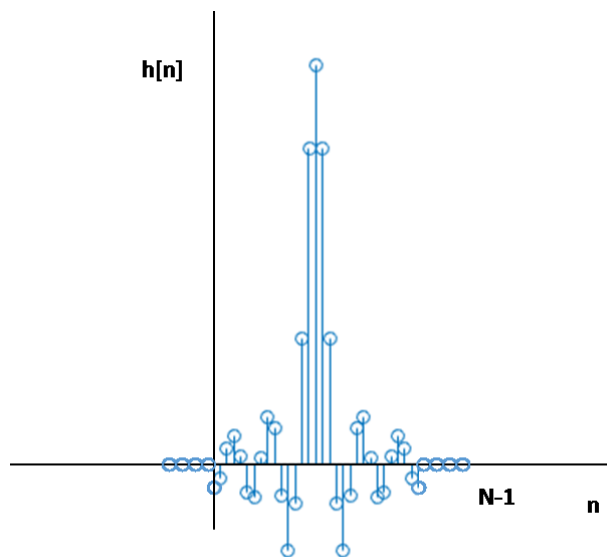
Táto postupnosť nemôže byť použitá pre realizáciu filtra preto že je nekonečne dlhá a nekauzálna. Pre praktickú realizáciu filtra je potrebné obmedziť postupnosť z oboch strán na konečný počet vzoriek N . Postupnosť $h_d(n)$ vynásobíme obdĺžnikovým oknom.

$$h_w[n] = h_d[n] * w[n] \quad (21)$$



Obr. 18. Impulzová odozva vynásobená ob-
dĺžnikovým oknom

Následne je potrebné vykonať posun impulzovej charakteristiky o $M = (N - 1) / 2$ vzoriek.



Obr. 19. Posun impulzovej charakteristiky

Vzťah (20.) FT sa používa pre výpočet frekvenčného spektra periodického spojitého signálu.

Po vzorkovaní spojitého signálu dostaneme signál diskretný. Predpokladajme, že sa tento diskretný signál bude opakovať. Pre výpočet frekvenčného spektra diskretného signálu sa používa Diskrétna Fourierova Transformácia DFT.

$$X(k) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-j\frac{2\pi}{N}nk} \quad (22)$$

Spätnou substitúciou dostaneme vzťah pre Inverznú (spätnú) Fourierovu transformáciu IDFT.

$$x(n) = \sum_{k=0}^{N-1} X(k) e^{j\frac{2\pi}{N}nk} \quad (23)$$

Fourierova transformácia je výpočtovo náročná $O(N^2)$. Z tohto dôvodu bol vyvinutý algoritmus Rýchlej Fourierovej transformácie FFT s výpočtovou zložitosťou $O(N \log(N))$. Tento algoritmus vychádza z predpokladu že N je párne preto, že na začiatku delí sumu na dve časti o veľkosti $N/2$ [9].

3.2.3 Okienkovanie

Konečný počet vzoriek číslicového signálu vedie k skresleniu spektra periodického signálu voči teoretickým predpokladom kvôli konvolúcii spektier pôvodného signálu a pravouhlého okna. Metódou redukcie tohto javu je vynásobenie originálneho signálu vhodnou váhovacou funkciou, tzv. okienkom.

Obdĺžnikové okno je najjednoduchšie okno, popísané vzťahom

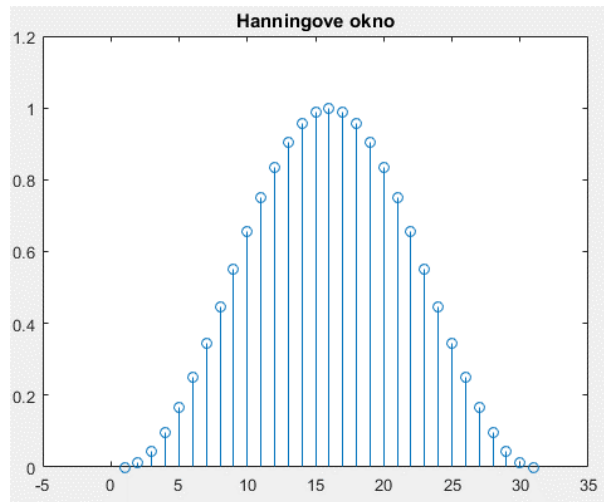
$$h[n] = \begin{cases} 1 & \text{pre } 0 \leq n \leq N - 1, \\ 0 & \text{pre ostatné } N \end{cases} \quad (24)$$



Obr. 20. Časový priebeh obdĺžnikového okna

Hannove / Hanningove okno ide o okno ktoré vznikne z funkcie kosínus a je definované vzťahom [8].

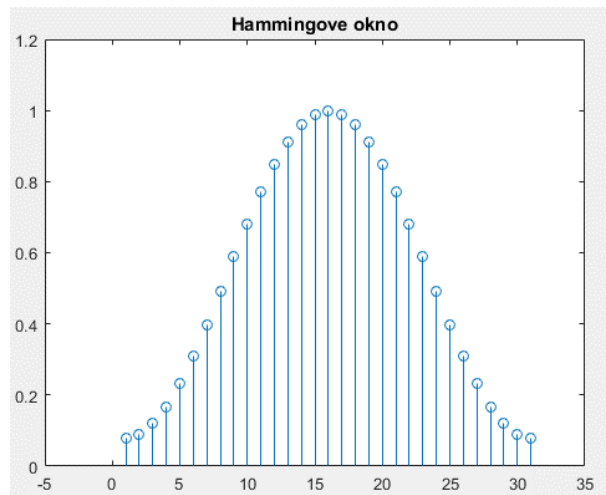
$$h[n] = \begin{cases} 0,5(1 - \cos\left(2\pi\frac{n}{N-1}\right)) & \text{pre } 0 \leq n \leq N-1, \\ 0 & \text{pre ostatné } N \end{cases} \quad (25)$$



Obr. 21. Časový priebeh Hanningovho okna

Hammingove okno ide o okno ktoré vznikne z funkcie kosínus. Je podobné Hannovmu oknu až na malé nespojitosti na okrajoch okna [7].

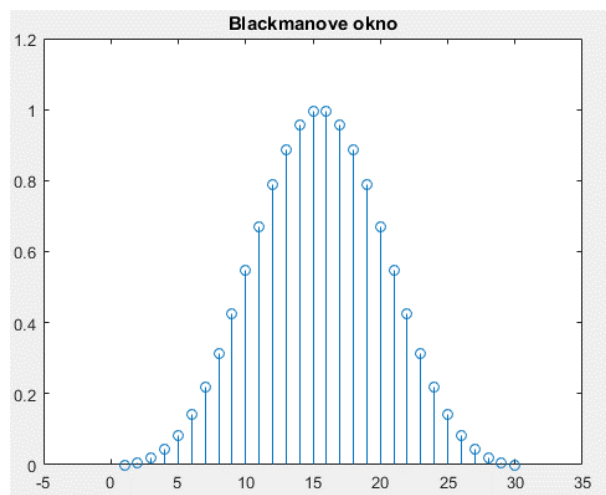
$$h[n] = \begin{cases} 0,54 - 0,46 \cos\left(2\pi\frac{n}{N-1}\right) & \text{pre } 0 \leq n \leq N-1, \\ 0 & \text{pre ostatné } N \end{cases} \quad (26)$$



Obr. 22. Časový priebeh Hammingovho okna

Blackmanove okno ide o ďalšie okno ktoré vzniklo z funkcie kosínus. Od Hammingovho a Hanovho okna sa líši tým, že obsahuje člen s druhou harmonickou.

$$h[n] = \begin{cases} 0,42 - 0,5 \cos\left(\frac{2\pi n}{N-1}\right) + 0,08 \cos\left(\frac{4\pi n}{N-1}\right) & \text{pre } 0 \leq n \leq N-1, \\ 0 & \text{pre ostatné } N \end{cases} \quad (27)$$



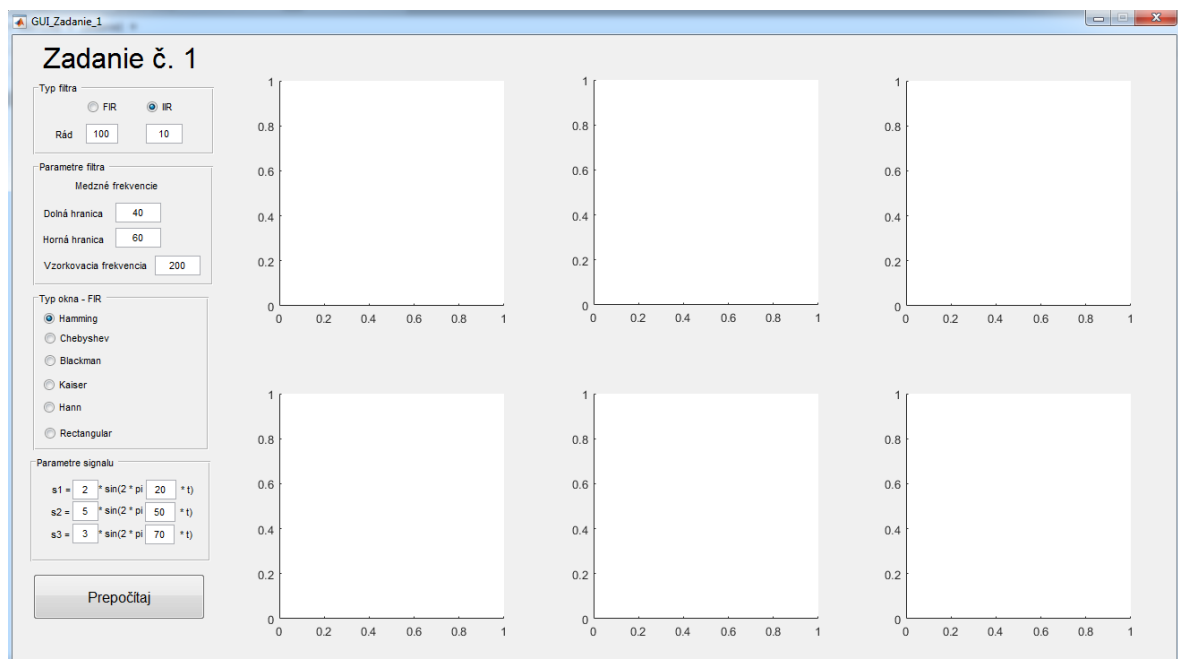
Obr. 23. Časový priebeh Blackmannovho okna

II. PRAKTICKÁ ČÁST

4 NÁVRH FILTROV A FILTRÁCIA SIGNÁLU S POUŽITÍM FUNKCIÍ SIGNAL PROCESSING TOOLBOXU

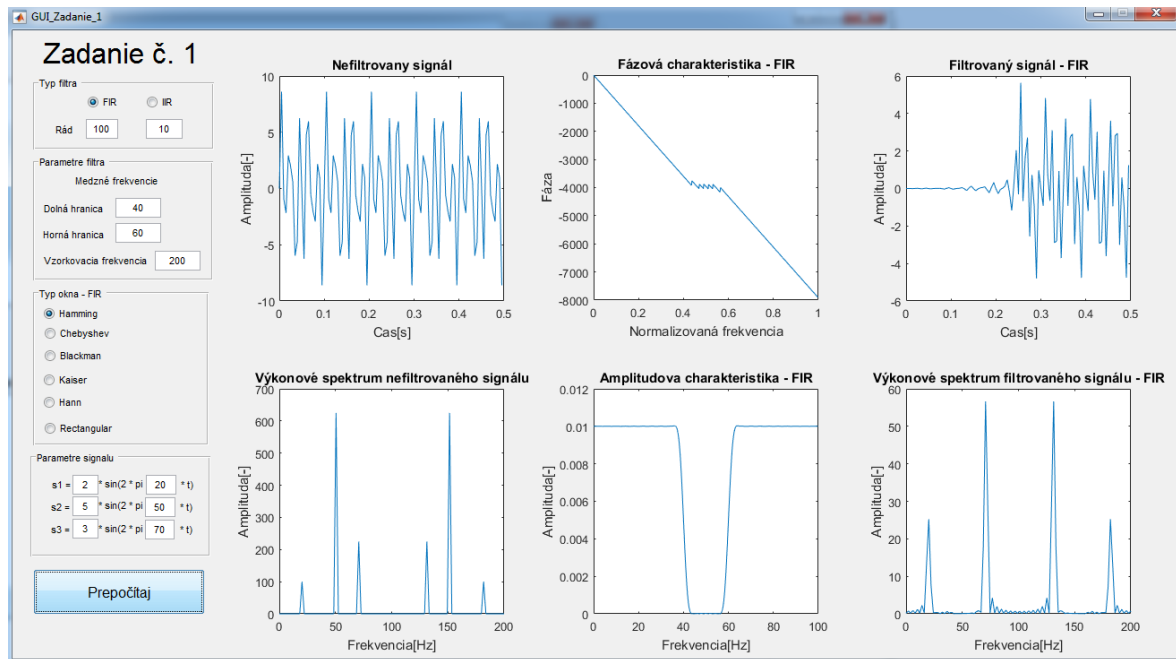
Vzorové úlohy sú realizované v programe MATLAB. Pre každú úlohu je vytvorený program s GUI rozhraním, v ktorom sa dá nastaviť typ filtra, parametre filtra a filtrovaného signálu. V GUI sú ďalej zobrazené základné charakteristiky filtrov a časové priebehy vstupného a výstupného signálu.

Grafické rozhranie programu pre realizáciu FIR filtra a IIR filtra s použitím vstavaných funkcií z SP Toolbox vypadá nasledovne:



Obr. 24. Grafické rozhranie programu pre Zadanie č. 1

Je v ňom možné vybrať typ filtra (FIR alebo IIR) definovať rád filtra, medzné frekvencie pre pásmovú zádrž, typ okna v prípade FIR filtra a parametre troch harmonických zložiek vstupného signálu (amplitúdu a frekvenciu). Po kliknutí na tlačidlo „Prepočítaj“ program zobrazí výsledné charakteristiky.



Obr. 25. Grafické rozhranie programu pre Zadanie č. 1 s vypočítanými charakteristikami

4.1 Vzorový protokol

Vo vzorovom protokole je program realizovaný podľa zadania, tj. bez grafického rozhrania.

4.1.1 Zadanie

1. Definujte signál tvorený tromi harmonickými zložkami. Frekvencie zložiek budú 30 Hz, 50 Hz a 70 Hz.
2. Vzorkovaciu frekvenciu zvolte 200 Hz.
3. Navrhňte FIR filter typu pásmová zádrž s medznými kmitočtami priepustného pásma 40 Hz a 60 Hz. Použite funkciu **fir1** (metóda inverznej Fourierovej transformácie a okien). Doplňte možnosť voľby rádu filtra a rôznych okien (váhovacích funkcií).
4. Navrhňte IIR filter „pásmovú zádrž“ s medznými kmitočtami priepustného pásma 40 Hz a 60 Hz. Použite funkciu **butter** (Butterworthova aproximácia). Doplňte možnosť voľby rádu filtra.
5. Pre filtráciu definovaného signálu z bodu 1. použite funkciu **filter**.
6. Zobrazte amplitúdové a výkonové spektrum nefiltrovaného signálu a filtrovaných signálov.

4.1.2 Definovanie signálu

Harmonický sínusový signál je definovaný funkciou:

$$x(t) = A \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot f \cdot t + \varphi) \quad (28)$$

Vo vytvorenom programe má táto funkcia kód:

```
signal_1 = A1*sin(2*pi*F1*t);    %Definovanie 1. zložky  
signal_2 = A2*sin(2*pi*F2*t);    %Definovanie 2. zložky  
signal_3 = A3*sin(2*pi*F3*t);    %Definovanie 3. zložky
```

A1 – amplitúda 1. harmonickej zložky

F1 – frekvencia 1. harmonickej zložky

t – diskrétny čas.

Definícia časovej osi: $t=0:T:0.5-T$;

Amplitúdy harmonických zložiek majú hodnotu $A1 = 2$, $A2 = 5$, $A3 = 4$.

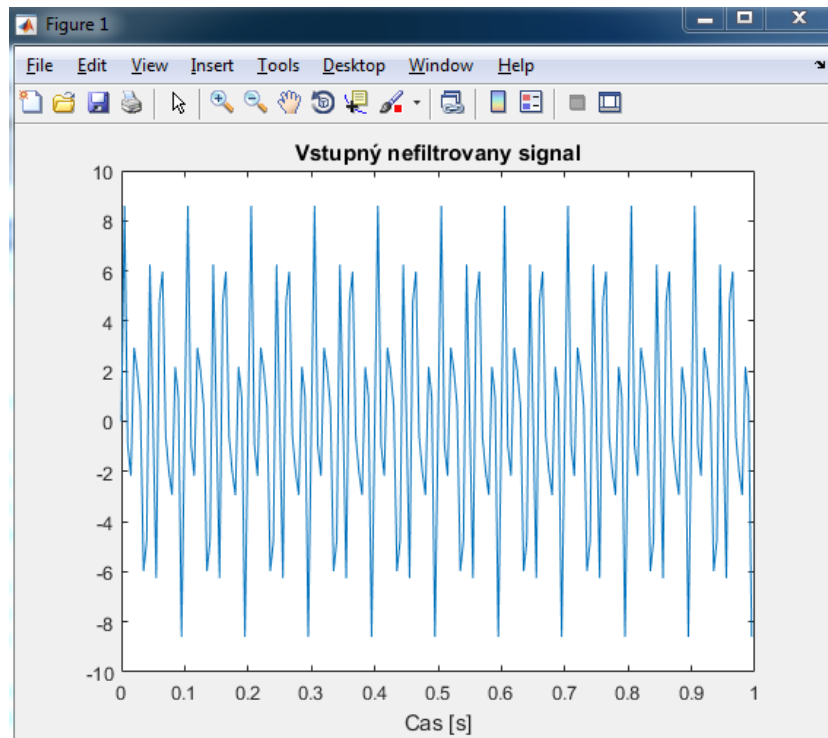
Frekvencie harmonických zložiek majú hodnotu $F1 = 20$, $F2 = 50$, $F3 = 70$.

Výsledný vstupný signál x je súčtom troch harmonických zložiek:

```
x = signal_1 + signal_2 + signal_3;
```

Kód pre vykreslenie grafu časového priebehu vstupného nefiltrovaného signálu x:

```
figure;  
plot(t,x);  
title('Vstupný nefiltrovany signal');  
xlabel('Cas [s]');
```



Obr. 26. Časový priebeh vstupného nefiltrovaného signálu

Amplitúdové a výkonové spektrum nefiltrovaného vstupného signálu získame pomocou príkazu pre diskretnú fourierovu transformáciu $X=\text{fft}(x)$ alebo $X=\text{fft}(x,N)$.

x – vzorky vstupného signálu

N – počet vzoriek vstupného signálu. Ak je dĺžka N väčšia ako dĺžka signálu, x je doplnené nulami.

Kód pre vykreslenie amplitúdového spektra nefiltrovaného vstupného signálu:

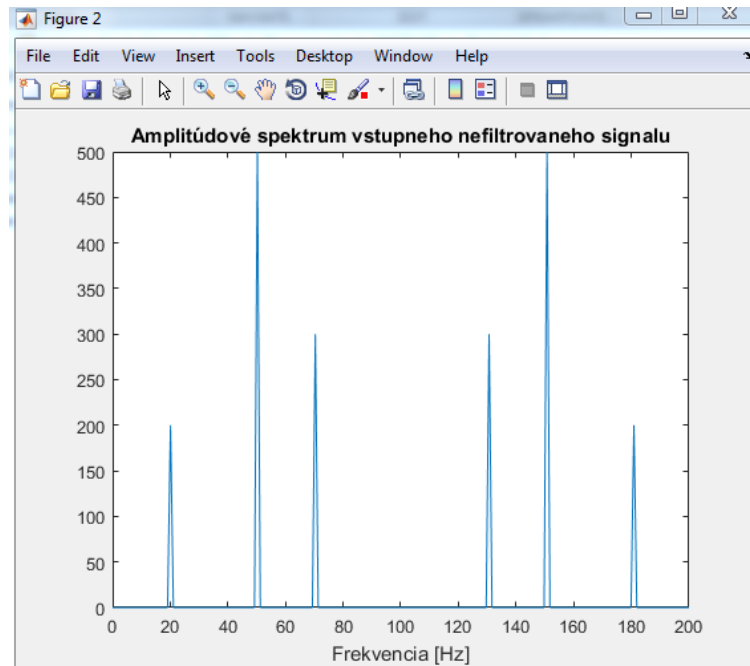
```
ampl_x=fft(x);
figure;
plot(f,abs(ampl_x));
title('Amplitúdové spektrum vstupneho nefiltrovaného signálu');
xlabel('Frekvencia [Hz]');
```

Kód pre vykreslenie výkonového spektra nefiltrovaného vstupného signálu:

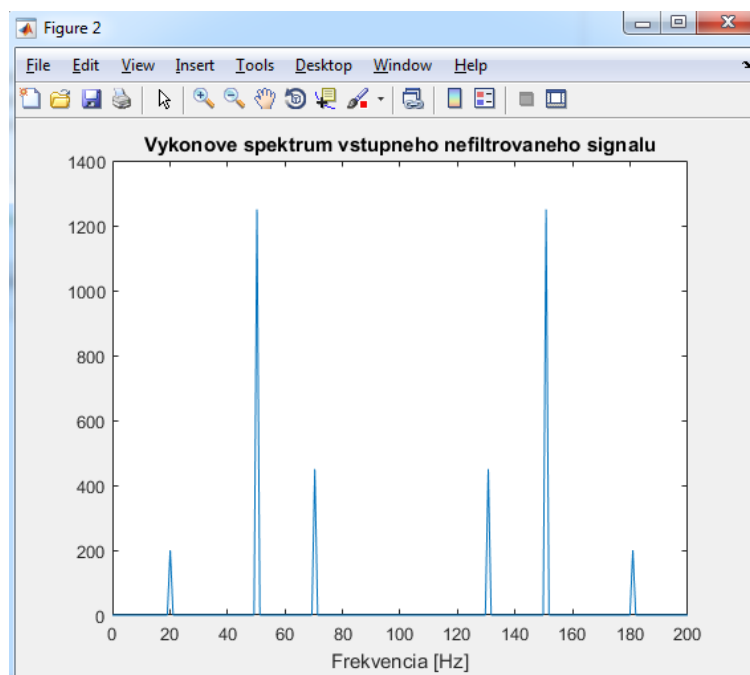
```
vykon_signal_x=fft(x);
Vx=vykon_signal_x.*conj(vykon_signal_x)/N;
figure;
plot(f,Vx);
title('Vykonové spektrum vstupneho nefiltrovaného signálu');
xlabel('Frekvencia [Hz]');
```

f – frekvencia

```
f=(0:N-1)/tmax;
```



Obr. 27. Amplitúdové spektrum vstupného nefiltrovaného signálu



Obr. 28 Výkonové spektrum vstupného nefiltrovaného signálu

Na grafoch sú vidno 3 harmonické zložky vstupného signálu x s frekvenciami 20, 50 a 70 Hz.

4.1.3 Návrh FIR filtra

Pre návrh filtra bol použitý príkaz `fir1`. Tento príkaz používa metódu inverznej fourierovej transformácie a okien. V prípade nedefinovania okna v príkaze je predvolené Hammingovo okno. Prevedenia príkazu sú [6]:

`b = fir1 (n, Wn, window, 'noscale')` pre dolnú priepusť

`b = fir1 (n, Wn, 'high', window, 'noscale')` pre hornú priepusť

`b = fir1 (n, Wn, window, 'noscale')` pre pásmovú priepusť

`b = fir1 (n, Wn, 'stop', window, 'noscale')` pre pásmovú zadrž

`b` - vektor $n+1$ koeficientov (impulzová charakteristika) FIR filtra n -tého rádu

`Wn` - normovaná medzná frekvencia. Hodnota 1 sa predstavuje polovicu vzorkovacej frekvencie. Pre pásmovú priepusť a pásmovú zadrž musí obsahovať dva prvky (dvojprvkový vektor).

`window` - okno s dĺžkou $n+1$ vzoriek

`noscale` - predchádza dodatočnému normovaniu koeficientov.

Kód pre výpočet normovaných medzných frekvencií:

```
NMFd = Fd / (Fv / 2); %Normovaná medzná frekvencia
```

```
NMFh = Fh / (Fv / 2); %Normovaná medzná frekvencia
```

`Fd` - dolná hranica pásmovej zadrž, v našom prípade 40 Hz

`Fh` - horná hranica pásmovej zadrž, v našom prípade 60 Hz

`Fv` - vzorkovacia frekvencia, v našom prípade 200 Hz.

Možnosť zmeny rádu filtra je realizovaná pomocou premennej **R**. V zdrojovom kóde je nastavená na hodnotu 100.

Možnosť zmeny typu okna je realizovaná príkazom **switch** a premennou **Okno** ktorá prepína príkaz.

Kód pro příkaz switch a fir1:

```
Okno = 'Hamming'; %zmena okna
switch Okno
    case 'Hamming'
        h_FIR = fir1 (R, [NMFd NMFh], 'stop');
    case 'Chebyshev'
        h_FIR = fir1 (R, [NMFd NMFh], 'stop', chebwin(R+1));
    case 'Blackman'
        h_FIR = fir1 (R, [NMFd NMFh], 'stop', blackman(R+1));
    case 'Kaiser'
        h_FIR = fir1 (R, [NMFd NMFh], 'stop', kaiser(R+1));
    case 'Hann'
        h_FIR = fir1 (R, [NMFd NMFh], 'stop', hann(R+1));
    case 'Rectangular'
        h_FIR = fir1 (R, [NMFd NMFh], 'stop', rectwin(R+1));
end
```

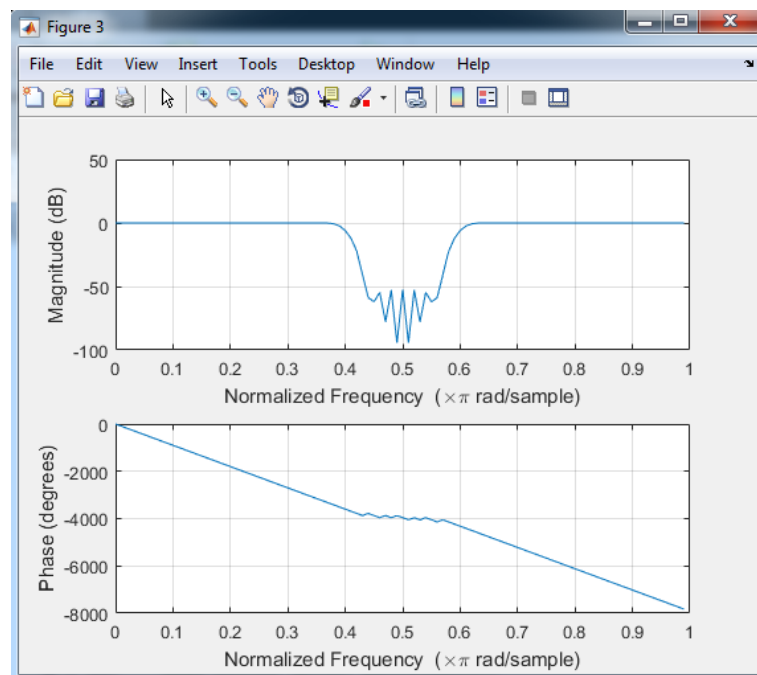
Amplitúdová a fázová charakteristika pre FIR filter je realizovaná príkazom **freqz**.

```
freqz (h_FIR, 1, 100);
```

h_FIR - koeficienty FIR filtra

1 - v prípade FIR filtra sa dáva 1. Neobsahuje spätnoväzbovú časť (a-čka)

100 - počet bodov v koľkých sa bude počítat' charakteristika



Obr. 29. Amplitúdová a fázová charakteristika FIR filtra

4.1.4 Návrh IIR filtra

Pre návrh IIR filtra bol použitý príkaz **butter**. Tento príkaz používa butterworthovu aproximáciu a bilineárnu transformáciu. Všeobecný zápis príkazu je [6]:

$$[b,a] = \text{butter}(n, Wn, \text{typ})$$

[b,a] - koeficienty filtra: b - nerekurzívna časť
 a - spätnoväzbová časť

n - rád filtra

Wn - normovaná medzná frekvencia. Pre pásmovú priepusť a pásmovú zádrž musí obsahovať dva prvky (dvojprvkový vektor).

Typ -typ filtra, horná priepusť (high), dolná priepusť (low), pásmová priepusť (bandpass), pásmová zádrž (stop)

Normovaná medzná frekvencia sa vypočíta rovnako ako v prípade FIR filtra.

Možnosť zmeny rádu filtra je realizovaná pomocou premennej **R**. V zdrojovom kóde je nastavená na hodnotu 10.

Kód pre príkaz **butter**:

```
[b,a]=butter(R,[NMFd NMFh]);        %Výpočet koeficientov IIR filtra
```

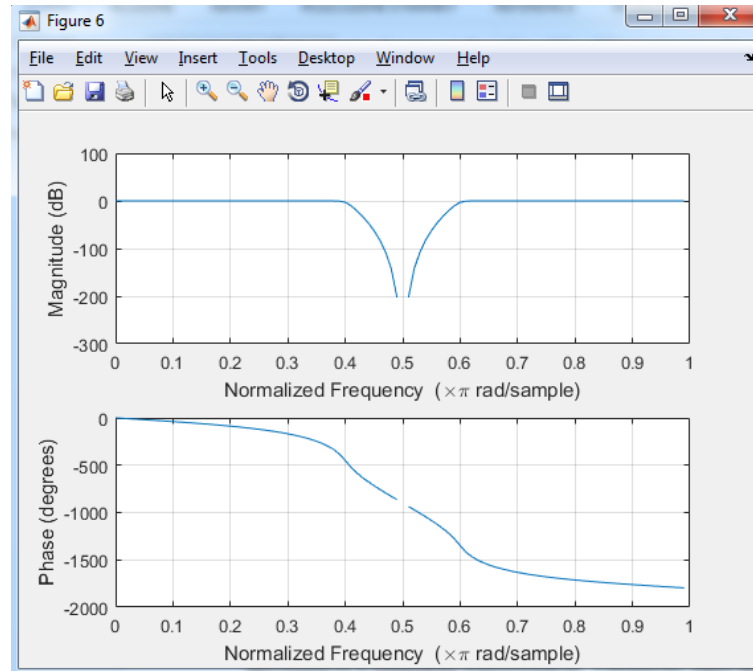
Amplitúdová a fázová charakteristika pre IIR filter je realizovaná príkazom **freqz**.

```
freqz(b,a,100);
```

b - koeficienty IIR filtra (nerekurzívna časť)

a - koeficienty IIR filtra (spätnoväzbová časť)

100 - počet bodov v koľkých sa bude počítat' charakteristika



Obr. 30. Amplitúdová a fázová charakteristika IIR filtra

4.1.5 Filtrácia signálu

Filtrovanie vstupného signálu x je realizované príkazom **filter** [10].

$y = \text{filter}(b,a,x)$

b,a - vektory koeficientov diferenčnej rovnice. V prípade FIR filtra sa za b dosadí h_{FIR} . Za a sa dosadí 1 lebo FIR filter nemá spätnoväzbovú časť.

x - vstupný signál

y - výstupný filtrovaný signál

4.1.6 Filtrácia signálu FIR filtrom

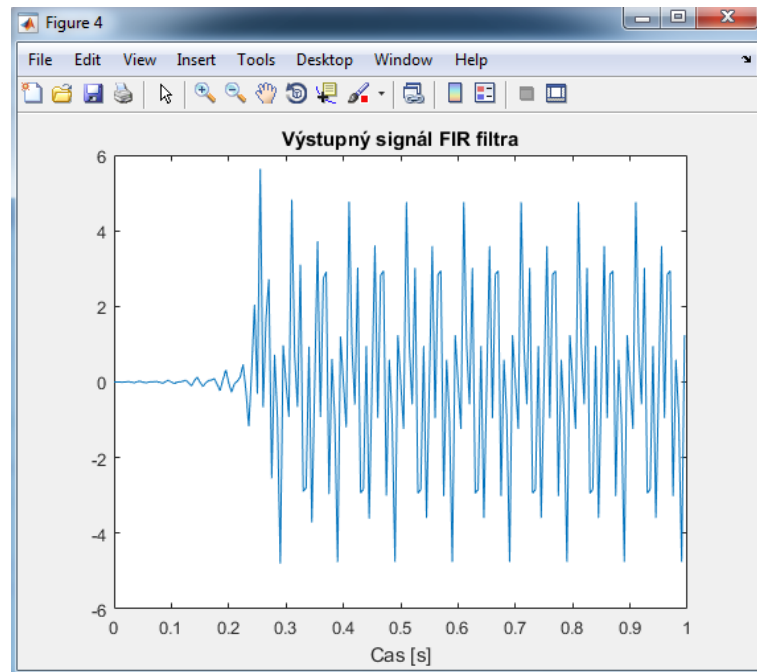
Kód pre príkaz filter:

```
y_FIR = filter(h_FIR,1,x);      %Realizácia FIR filtra
```

Kód pre vykreslenie grafu výstupného filtrovaného signálu:

```
figure;
plot(t,y_FIR);
title('Výstupný signál FIR filtra');
xlabel('Cas [s]');
```


Na grafe je vidno oneskorenie výstupného signálu v čase 0 až 0,2 s.



Obr. 31. Časový priebeh výstupného filtrované signálu FIR
filtrom

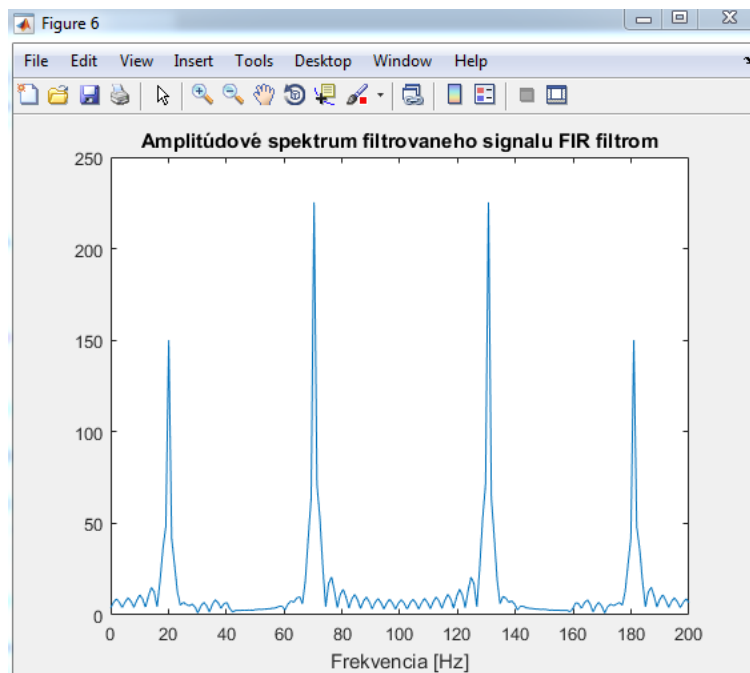
Kód pre vykreslenie amplitúdového spektra filtrovaného signálu FIR filtrom:

```
ampl_y_FIR=fft(y_FIR);
figure;
plot(f,abs(ampl_y_FIR));
title('Amplitúdové spektrum filtrovaného signálu FIR filtrom');
xlabel('Frekvencia [Hz]');
```

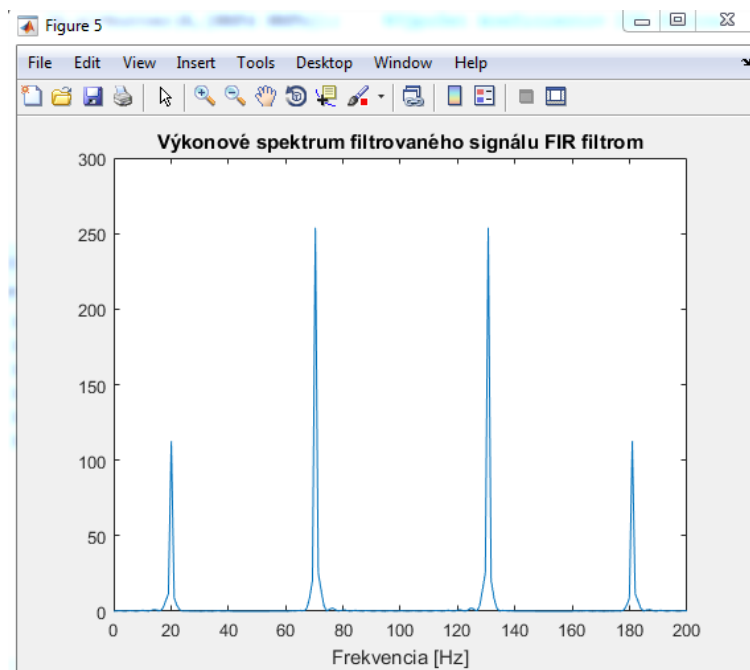
Kód pre vykreslenie výkonového spektra filtrovaného signálu FIR filtrom:

```
vykon_signal_y_FIR=fft(y_FIR);
Vy_FIR=vykon_signal_y_FIR.*conj(vykon_signal_y_FIR)/N;
figure;
plot(f,Vy_FIR);
title('Výkonové spektrum filtrovaného signálu FIR filtrom');
xlabel('Frekvencia [Hz]');
```

Na grafoch sú vidno 2 harmonické zložky výstupného signálu y_{FIR} s frekvenciami 20 a 70 Hz. Tretia harmonická zložka s frekvenciou 50 Hz bola odfiltrovaná.



Obr. 32. Amplitúdové spektrum filtrovaného signálu FIR
filtrom



Obr. 33. Výkonové spektrum filtrovaného signálu FIR
filtrom

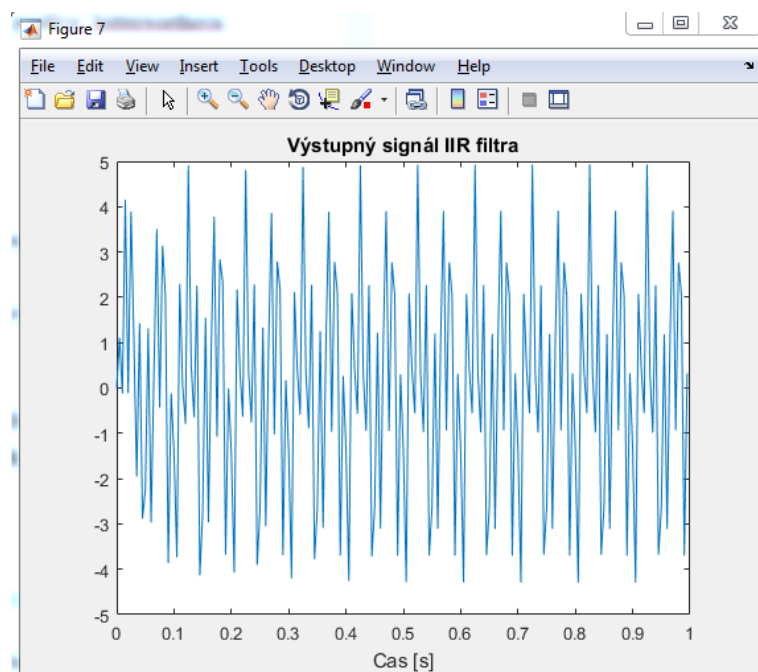
4.1.7 Filtrácia signálu IIR filtrom

Kód pre príkaz filter:

```
y_IIR = filter (b,a,x);           %Realizácia IIR filtra
```

Kód pre vykreslenie grafu výstupného filtrovaného signálu:

```
figure;  
plot(t,y_IIR);  
title('Výstupný signál IIR filtra');  
xlabel('Cas [s]');
```



Obr. 34. Časový priebeh výstupného signálu IIR filtra

Kód pre vykreslenie amplitúdového spektra filtrovaného signálu IIR filtrom:

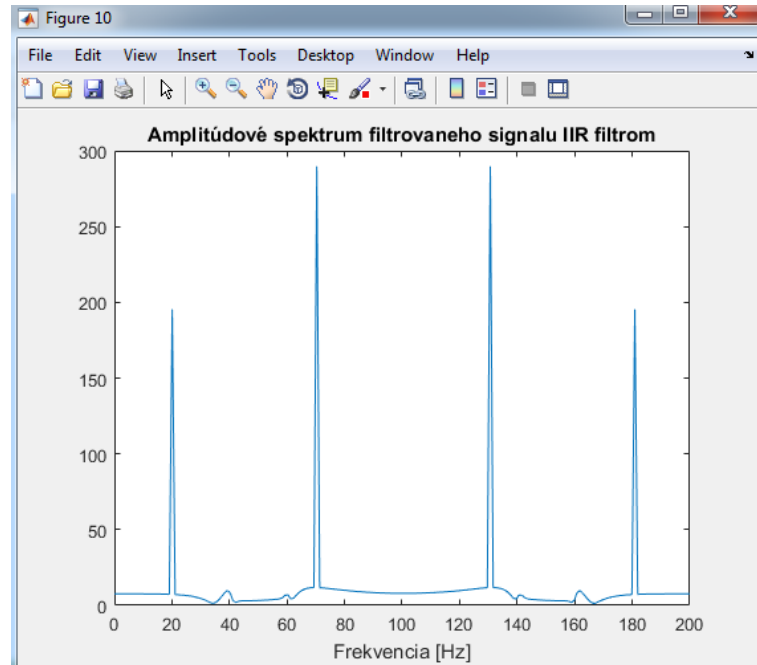
```
ampl_y_IIR=fft(y_IIR);  
figure;  
plot(f,abs(ampl_y_IIR));  
title('Amplitúdové spektrum filtrovaného signálu IIR filtrom');  
xlabel('Frekvencia [Hz]');
```

Kód pre vykreslenie výkonového spektra výstupného filtrovaného signálu:

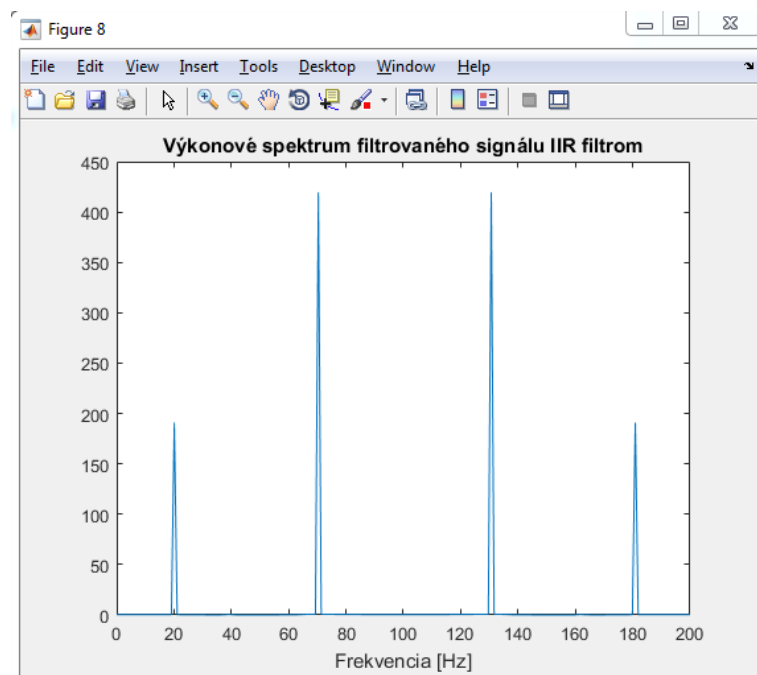
```
vykon_signal_y_IIR=fft(y_IIR);  
Vy_IIR=vykon_signal_y_IIR.*conj(vykon_signal_y_IIR)/N;
```

```
figure;
```

```
plot(f,Vy_IIR);  
title('Výkonové spektrum filtrovaného signálu IIR filtrom');  
xlabel('Frekvencia [Hz]');
```



Obr. 35. Amplitúdové spektrum výstupného signálu IIR filtra



Obr. 36. Výkonové spektrum výstupného signálu IIR filtra

4.1.8 Závěr

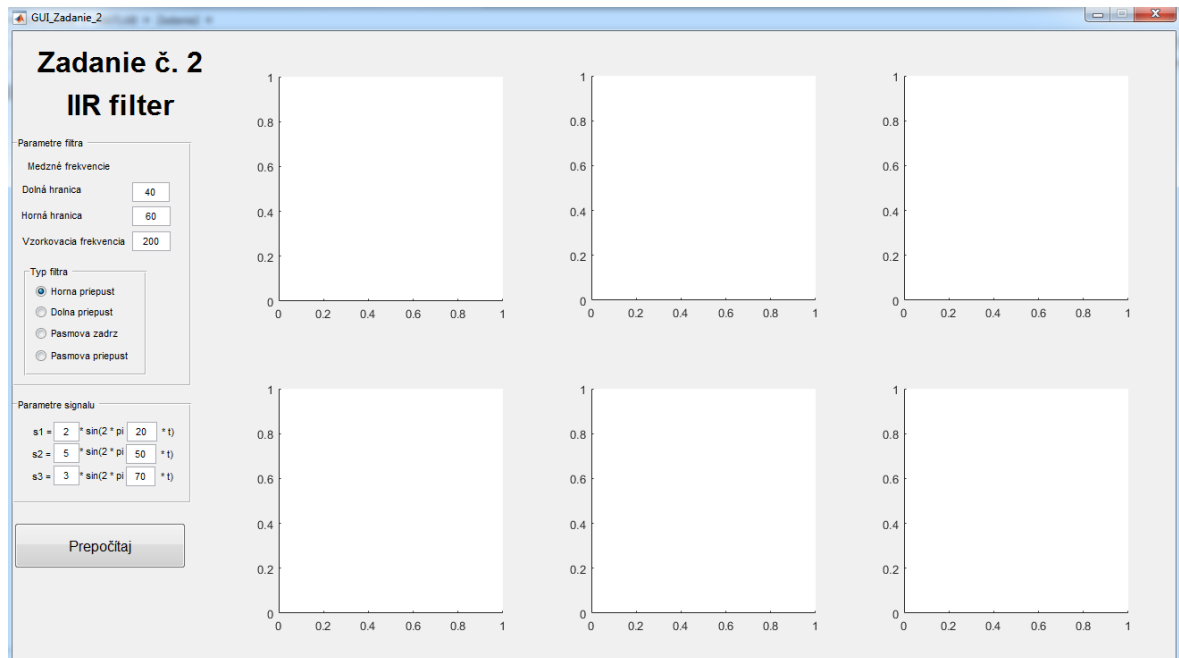
Z grafu výkonového spektra filtrovaného signálu je možné zistiť, že prechodom vstupného signálu FIR filtrom aj IIR filtrom bola odfiltrovaná harmonická zložka s frekvenciou 50 Hz. Navrhnuté filtre typu pásmová zadrž plnia svoju úlohu a odfiltrujú požadované frekvencie v rozmedzí 40 až 60 Hz.

4.1.9 Zdrojový kód

Zdrojový kód je umiestnený v prílohe č.II.

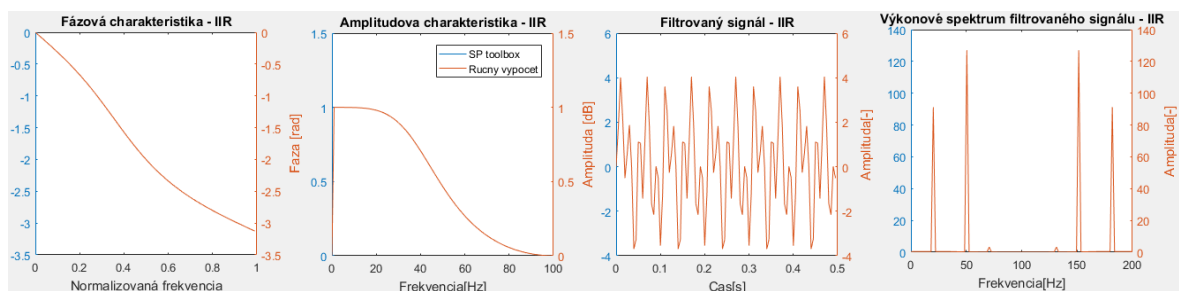
5 NÁVRH IIR FILTRA

Grafické rozhranie programu pre realizáciu IIR filtra s použitím vlastných funkcií vypadá nasledovne:

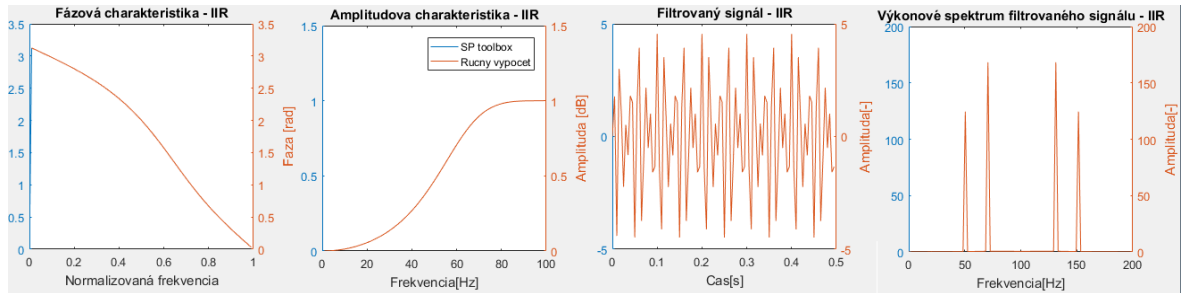


Obr. 37. Grafické rozhranie programu pre Zadanie č. 2

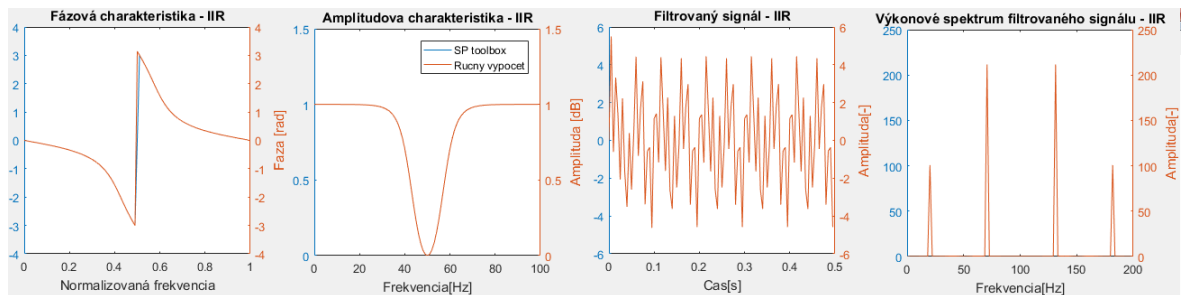
Je v ňom možné vybrať typ filtra (horná priepusť, dolná priepusť, pásmová zadrž a pásmová priepusť), definovať medzné frekvencie a parametre troch harmonických zložiek vstupného signálu (amplitúdu a frekvenciu). Po kliknutí na tlačidlo „Prepočítaj“ program zobrazí výsledné charakteristiky. Časový priebeh a výkonové spektrum vstupného nefiltrovaného signálu je rovnaké ako v úlohe č. 1. V nasledujúcich charakteristikách sú zobrazené grafy vstavaných funkcií z SP Toolbox (modrou farbou) a ručne vypočítaných funkcií (oranžovou farbou). Keďže hodnoty vstavaných a ručne vypočítaných funkcií sú skoro rovnaké, prekrývajú sa a na grafoch je vidno zväčša iba oranžovú farbu.



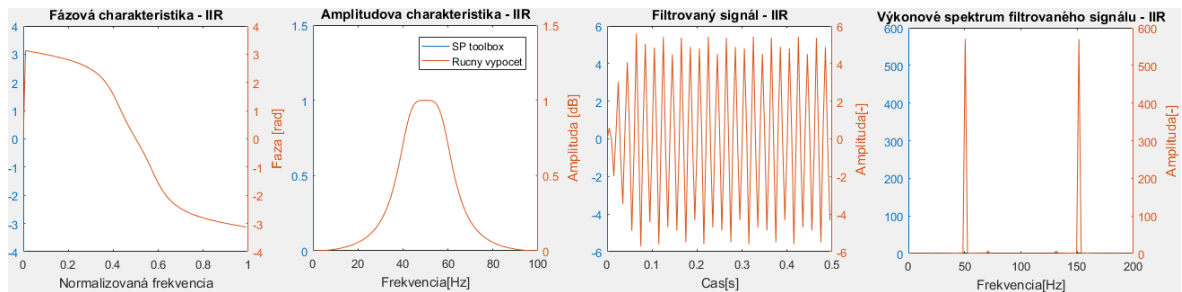
Obr. 38. Vypočítané charakteristiky a časové priebehy pre dolnú priepusť



Obr. 39. Vypočítané charakteristiky a časové priebehy pre hornú priepusť



Obr. 40. Vypočítané charakteristiky a časové priebehy pre pásmovú zadrž



Obr. 41. Vypočítané charakteristiky a časové priebehy pre pásmovú priepusť

5.1 Vzorový protokol

Vo vzorovom protokole je program realizovaný podľa zadania, tj. bez grafického rozhrania.

5.1.1 Zadanie

1. Definujte signál tvorený tromi harmonickými zložkami. Frekvencie zložiek budú 30 Hz, 50 Hz a 70 Hz.
2. Vzorkovaciu frekvenciu zvolte 200 Hz.

3. Navrhnete IIR filter typu pásmová zadrž s medznými kmitočtami priepustného pásma 40 Hz a 60 Hz. Pre návrh filtra použite vlastné funkcie. Použite metódu analógových prototypov.
4. Pre filtráciu definovaného signálu z bodu 1. použite vlastnú funkciu.
5. Vytvorené funkcie porovnajte so vstavanými funkciami zo Signal processing Tool-box (butter, filter) a výsledné charakteristiky zobrazte v grafoch.
6. Zobrazte amplitúdové a výkonové spektrum nefiltrovaného a filtrovaného signálu.

5.1.2 Definovanie signálu

Harmonický sínusový signál je definovaný funkciou:

$$x(t) = A \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot f \cdot t + \varphi) \quad (29)$$

Vo vytvorenom programe má táto funkcia kód:

```
signal_1 = A1*sin(2*pi*F1*t);    %Definovanie 1. zložky
signal_2 = A2*sin(2*pi*F2*t);    %Definovanie 2. zložky
signal_3 = A3*sin(2*pi*F3*t);    %Definovanie 3. zložky
```

A1 – amplitúda 1. harmonickej zložky

F1 – frekvencia 1. harmonickej zložky

t – diskretný čas.

Definícia časovej osi: $t=0:T:0.5-T$;

Amplitúdy harmonických zložiek majú hodnotu $A1 = 2$, $A2 = 5$, $A3 = 4$.

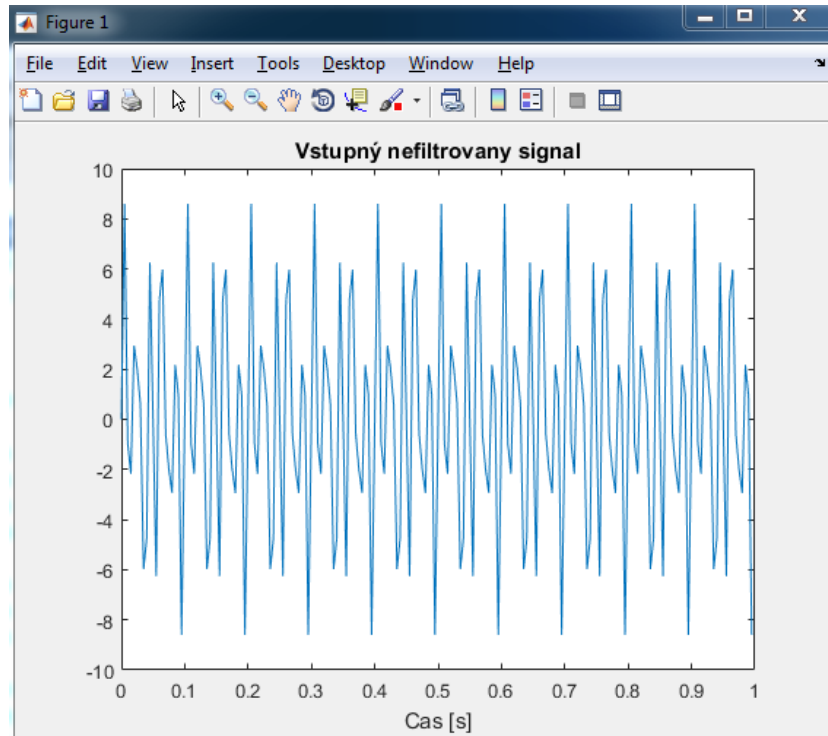
Frekvencie harmonických zložiek majú hodnotu $F1 = 20$, $F2 = 50$, $F3 = 70$.

Výsledný vstupný signál x je súčtom troch harmonických zložiek:

```
x = signal_1 + signal_2 + signal_3;
```

Kód pre vykreslenie grafu časového priebehu vstupného nefiltrovaného signálu x:

```
figure;
plot(t,x);
title('Vstupný nefiltrovany signal');
xlabel('Cas [s]');
```

Obr. 42. Časový priebeh nefiltrovaného signálu

Amplitúdové a výkonové spektrum nefiltrovaného vstupného signálu získame pomocou príkazu pre diskretnú fourierovu transformáciu $X=\text{fft}(x)$ alebo $X=\text{fft}(x,N)$.

x – vzorky vstupného signálu

N – počet vzoriek vstupného signálu. Ak je dĺžka N väčšia ako dĺžka signálu, x je doplnené nulami.

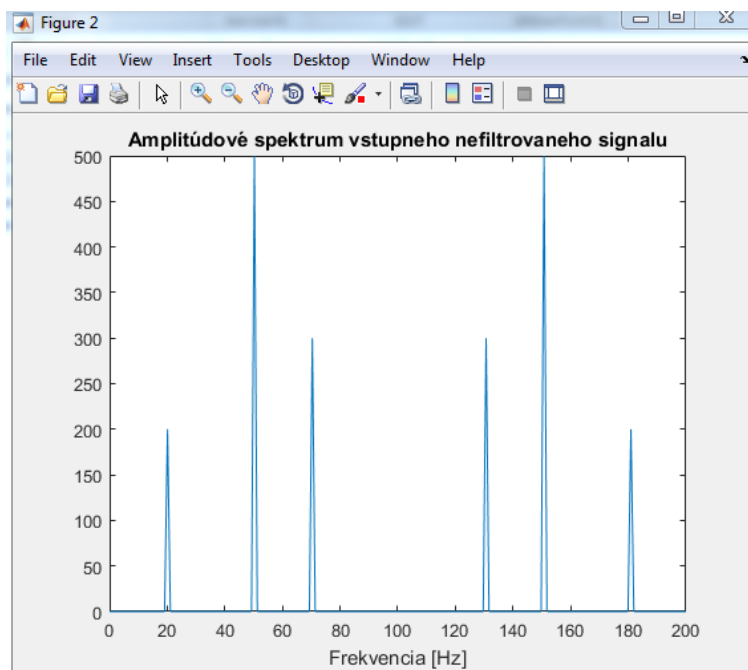
Kód pre vykreslenie amplitúdového spektra nefiltrovaného vstupného signálu:

```
ampl_x=fft(x);
figure;
plot(f,abs(ampl_x));
title('Amplitúdové spektrum vstupneho nefiltrovaného signálu');
xlabel('Frekvencia [Hz]');
```

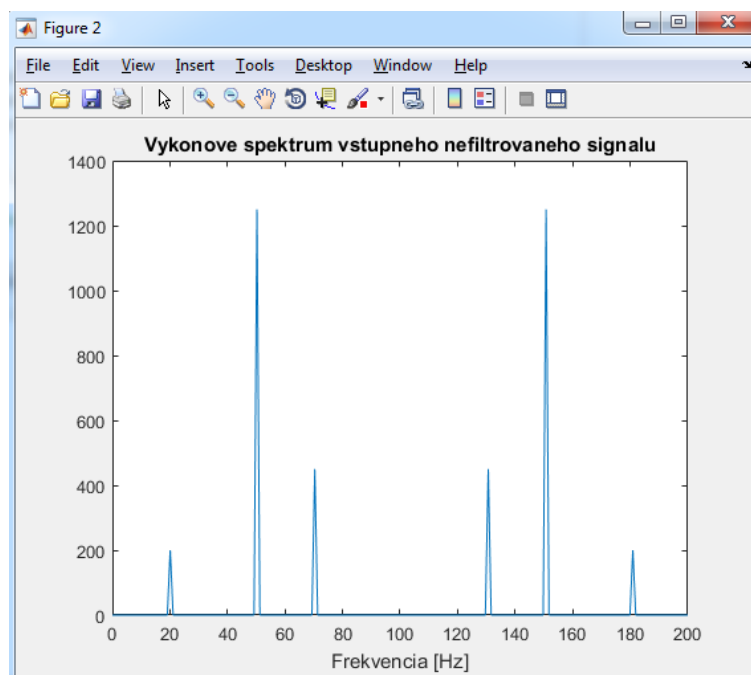
Kód pre vykreslenie výkonového spektra nefiltrovaného vstupného signálu:

```
vykon_signal_x=fft(x);
Vx=vykon_signal_x.*conj(vykon_signal_x)/N;
figure;
plot(f,Vx);
title('Výkonové spektrum vstupneho nefiltrovaného signálu');
xlabel('Frekvencia [Hz]');
```

f – frekvencia je definovaná ako $f=(0:N-1)/t_{\max}$;



Obr. 43. Amplitúdové spektrum vstupného nefiltrovaného signálu



Obr. 44. Výkonové spektrum vstupného nefiltrovaného signálu

Na grafoch sú vidno 3 harmonické zložky vstupného signálu x s frekvenciami 20, 50 a 70 Hz.

5.1.3 Návrh IIR filtra – pásmová zadrž

Ako prvé je treba vypočítať normované medzné frekvencie:

$$\begin{aligned} \text{NMFd} &= F_d / (F_v / 2); && \% \text{Normovaná medzná frekvencia} \\ \text{NMFh} &= F_h / (F_v / 2); && \% \text{Normovaná medzná frekvencia} \end{aligned}$$

F_d - dolná hranica pásmovej zadrž, v našom prípade 40 Hz

F_h - horná hranica pásmovej zadrž, v našom prípade 60 Hz

F_v - vzorkovacia frekvencia, v našom prípade 200 Hz.

Normované medzné frekvencie sa následne prepočítajú na kmitočty:

$$\begin{aligned} \text{omfD} &= 2 * \pi * F_d; \\ \text{omfH} &= 2 * \pi * F_h; \end{aligned}$$

Prevod medzi analógovou a číslicovou kmitočtovou osou je definovaný vzťahom:

$$\omega_a = \frac{2}{T} \operatorname{tg} \frac{\omega T}{2} \quad (30)$$

Vo vytvorenom programe má táto funkcia kód:

$$\begin{aligned} \text{omAfD} &= 2 / T * \tan(\text{omfD} * T / 2); \\ \text{omAfH} &= 2 / T * \tan(\text{omfH} * T / 2); \end{aligned}$$

Pre výpočet koeficientov IIR filtra bol použitý analógový prototyp Butterworthova aproximácia 2. rádu definovaná prenosovou funkciou:

$$H(s) = \frac{1}{s^2 + \sqrt{2}s + 1} \quad (31)$$

Túto funkciu je potrebné upraviť dosadením prevodového vzťahu pre pásmovú zadrž

$$s \Rightarrow \frac{s\omega_\Delta}{s^2 + \omega_0^2} \quad (32)$$

$$\omega_0^2 = \omega_{n1} - \omega_{n2}$$

$$\omega_\Delta = \omega_{n2} - \omega_{n1}$$

ω_{n1}, ω_{n2} – hranice nepriepustného pásma

Vo vytvorenom programe majú tieto dva vzťahy kód:

$$\begin{aligned} \text{omd} &= \text{omAfH} - \text{omAfD}; \\ \text{om0} &= \operatorname{sqrt}(\text{omAfH} * \text{omAfD}); \end{aligned}$$

Výsledná prenosová funkcia pre pásmovú zádrž má tvar

$$H(s) = \frac{1}{\left(\frac{s\omega_{\Delta}}{s^2 + \omega_0^2}\right)^2 + \sqrt{2} \frac{s\omega_{\Delta}}{s^2 + \omega_0^2} + 1} \quad (33)$$

Vypočítané koeficienty majú hodnoty:

$$\begin{aligned} a_4 &= 1 & b_4 &= 1 \\ a_3 &= 0 & b_3 &= \sqrt{2}\omega_{\Delta} \\ a_2 &= 2\omega_0^2 & b_2 &= \omega_{\Delta}^2 + 2\omega_0^2 \\ a_1 &= 0 & b_1 &= \sqrt{2}\omega_{\Delta}\omega_0^2 \\ a_0 &= \omega_0^4 & b_0 &= \omega_0^4 \end{aligned} \quad (34)$$

V prílohe č. I je podrobný výpočet pre ďalšie typy frekvenčne selektívnych filtrov (dolnú priepusť, hornú priepusť, pásmovú priepusť).

V programe majú kód:

$$\begin{aligned} a(1) &= 1; & b(1) &= 1; \\ a(2) &= 0; & b(2) &= \text{sqrt}(2) * \text{omd}; \\ a(3) &= 2 * \text{om0}^2; & b(3) &= \text{omd}^2 + 2 * \text{om0}^2; \\ a(4) &= 0; & b(4) &= \text{sqrt}(2) * \text{omd} * \text{om0}^2; \\ a(5) &= \text{om0}^4; & b(5) &= \text{om0}^4; \end{aligned}$$

Pre prevod analógového filtra typu pásmová zádrž do číslicovej podoby bola použitá bilineárna transformácia ktorá je pre tento prípad definovaná vzťahom

$$H_{sz}(z) = \frac{a_4 \left(\frac{2(z+1)}{T(z-1)}\right)^4 + a_2 \left(\frac{2(z+1)}{T(z-1)}\right)^2 + a_0}{b_4 \left(\frac{2(z+1)}{T(z-1)}\right)^4 + b_3 \left(\frac{2(z+1)}{T(z-1)}\right)^3 + b_2 \left(\frac{2(z+1)}{T(z-1)}\right)^2 + b_1 \left(\frac{2(z+1)}{T(z-1)}\right)^1 + b_0} \quad (35)$$

Vypočítané koeficienty majú hodnoty:

$$\begin{aligned} A_4 &= 16a_1 + 4a_2T^2 + a_0T^4 & B_4 &= 16b_4 + 8b_3T + 4b_2T^2 + 2b_1T^3 + b_0T^4 \\ A_3 &= -64a_1 + 4a_0T^4 & B_3 &= -64b_4 + 16b_3T + 4b_1T^3 + 4b_0T^4 \\ A_2 &= 96a_1 + 8a_2T^2 + 6a_0T^4 & B_2 &= 96b_4 + 8b_2T^2 + 6b_0T^4 \\ A_1 &= -64a_1 + 4a_0T^4 & B_1 &= -64b_4 + 16b_3T + 4b_1T^3 + 4b_0T^4 \\ A_0 &= 16a_1 + 4a_2T^2 + a_0T^4 & B_0 &= 16b_4 + 8b_3T + 4b_2T^2 + 2b_1T^3 + b_0T^4 \end{aligned} \quad (36)$$

V programe majú kód:

```
b(1)=16*B(1)+4*B(3)*T^2+B(5)*T^4;
b(2)=-64*B(1)+4*B(5)*T^4;
b(3)=96*B(1)-8*B(3)*T^2+6*B(5)*T^4;
b(4)=b(2);
b(5)=b(1);
```

```
a(1)=16*A(1)+8*A(2)*T+4*A(3)*T^2+2*A(4)*T^3+A(5)*T^4;
a(2)=-64*A(1)-16*A(2)*T+4*A(4)*T^3+4*A(5)*T^4;
a(3)=96*A(1)-8*A(3)*T^2+6*A(5)*T^4;
a(4)=-64*A(1)+16*A(2)*T-4*A(4)*T^3+4*A(5)*T^4;
a(5)=16*A(1)-8*A(2)*T+4*A(3)*T^2-2*A(4)*T^3+A(5)*T^4;
```

Normalizovanie:

```
BB = A / B(1);
AA = B / B(1);
```

5.1.4 Filtrácia signálu

Filtrácia signálu je daná diferenčnou rovnicou IIR filtra

$$y(k) = \sum_{i=0}^M b_i x(k-i) - \sum_{j=1}^N a_j y(k-j) \quad (37)$$

- b - koeficienty IIR filtra (nerekurzívna časť)
- a - koeficienty IIR filtra (spätnoväzbová časť)

V programe má táto funkcia kód:

```
for k=1:L
    B_sum = 0;
    for i=1:Lb
        B_sum = B_sum + BB(i)*x(k-i+1);
        if (k<=i)
            break
        end
    end
    A_sum = 0;
    for j=1:La
        if (k<=j)
            break
        end
        A_sum = A_sum + AA(j)*y(k-j+1);
    end
```

```
y(k) = B_sum-A_sum;
```

```
end
```

L - délka vstupného signálu x

La - počet koeficientov a

Lb - počet koeficientov b

5.1.5 Porovnanie vstavaných a vytvorených funkcií

Pre overenie a porovnanie vytvorených funkcií som doplnil funkcie **butter** a **filter** z toolbox-u.

Kód v programe:

```
[b_tool,a_tool]=butter(2,[NMFd NMFh],'stop');  
y_tool = filter (b_tool,a_tool,x);
```

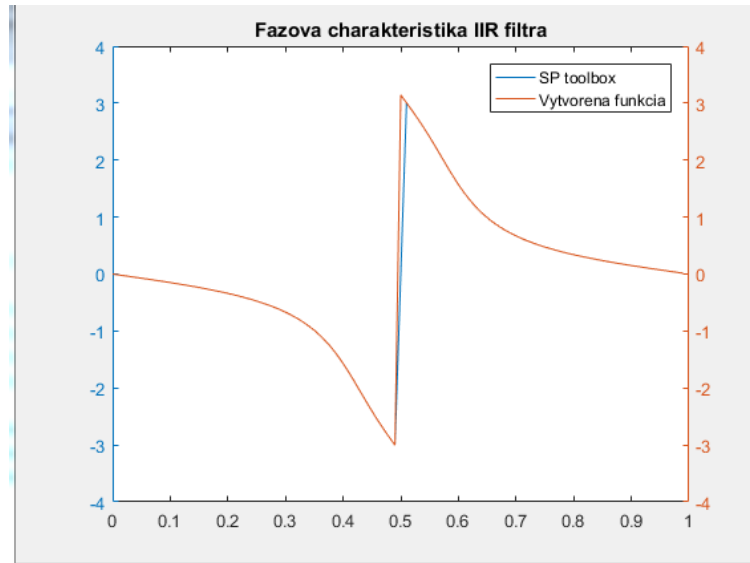
Amplitúdová a fázová charakteristika pre vytvorenú aj vstavanú funkciu IIR filtra je realizovaná príkazom **freqz**.

```
[H,w]=freqz(A,B,Fv/2);  
[H_tool,w_tool]=freqz(b_tool,a_tool,Fv/2);
```

Obe funkcie sú zobrazené v jednom grafe pre amplitúdovú charakteristiku a v jednom pre fázovú charakteristiku.

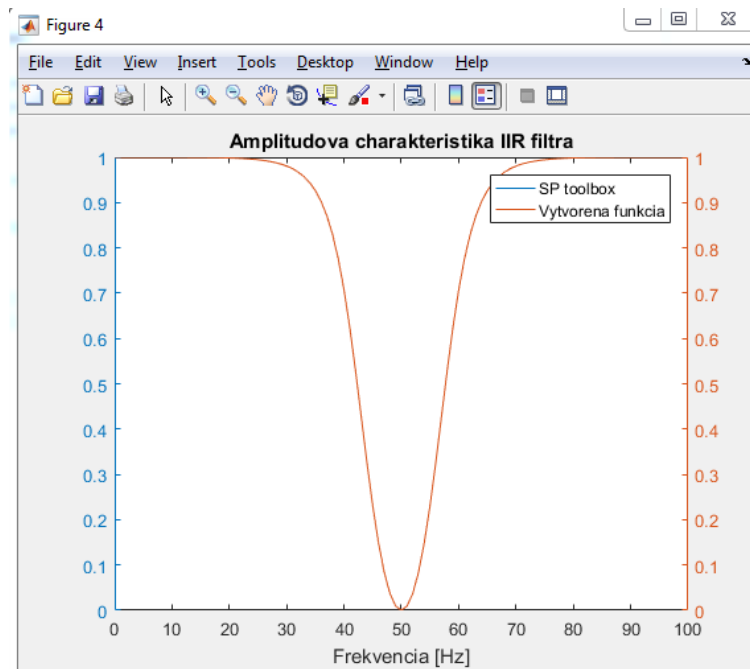
Kód v programe:

```
figure;  
yyaxis left  
plot(w_tool/pi,angle(H_tool));  
yyaxis right  
plot(w/pi,angle(H));  
title('Fazova charakteristika IIR filtra')  
legend('SP toolbox','Vytvorena funkcia');
```



Obr. 45. Fázová charakteristika IIR filtra

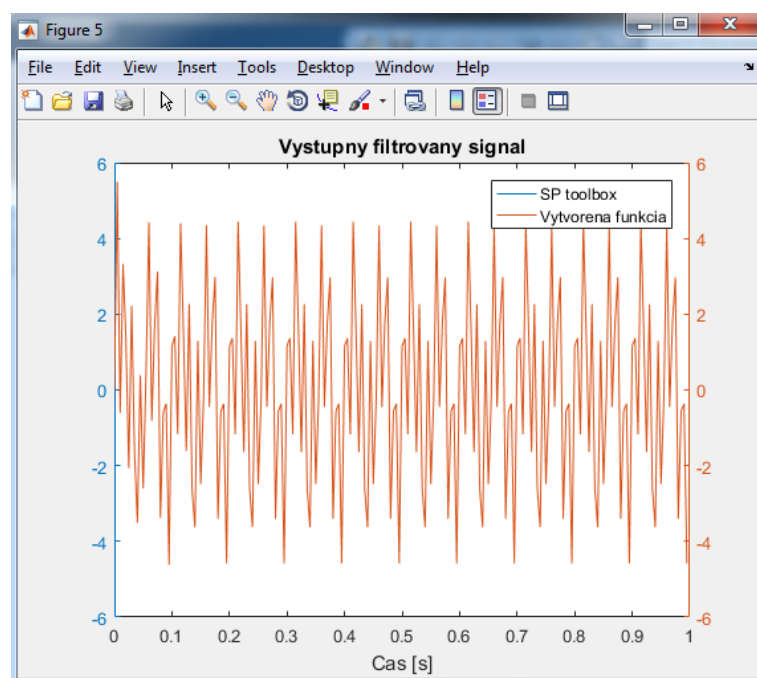
```
figure;
yyaxis left
plot(w_tool*Fv/(2*pi),abs(H_tool));
yyaxis right
plot(w*Fv/(2*pi),abs(H));
title('Amplitudova charakteristika IIR filtra')
legend('SP toolbox','Vytvorena funkcia');
xlabel('Frekvencia [Hz]');
```



Obr. 46. Amplitúdová charakteristika IIR filtra

Kód pre vykreslenie grafu výstupného filtrovaného signálu:

```
figure;  
yyaxis left  
plot(t,y_tool);  
yyaxis right  
plot(t,y);  
title('Vystupny filtrovany signal')  
legend('SP toolbox','Vytvorena funkcia');  
xlabel('Cas [s]');
```



Obr. 47. Časový priebeh výstupného signálu IIR filtra

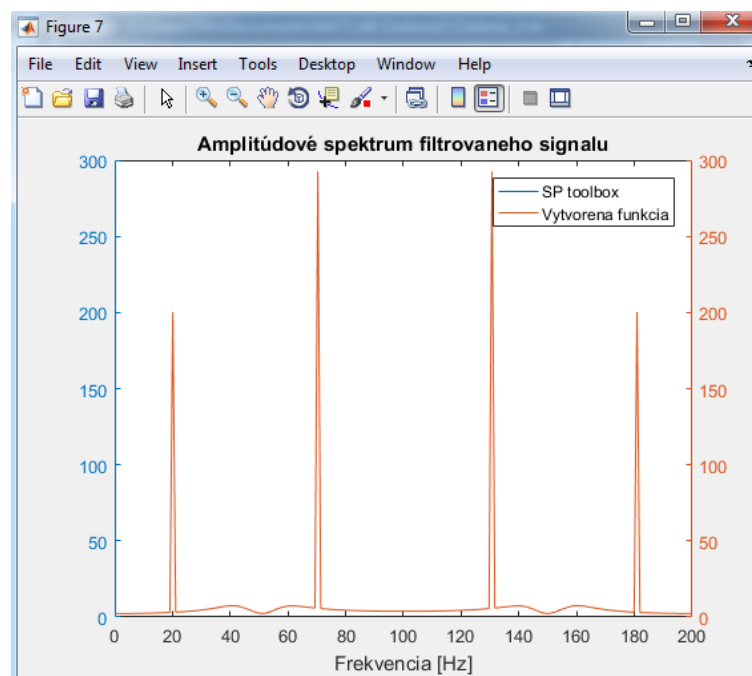
Kód pre vykreslenie grafu výkonového spektra výstupného filtrovaného signálu:

```
fft_signal_y=fft(y);  
fft_signal_y_tool=fft(y_tool);  
  
figure;  
yyaxis left  
plot(f,abs(fft_signal_y_tool));  
yyaxis right  
plot(f,abs(fft_signal_y));  
title('Amplitúdové spektrum filtrovaného signálu');
```

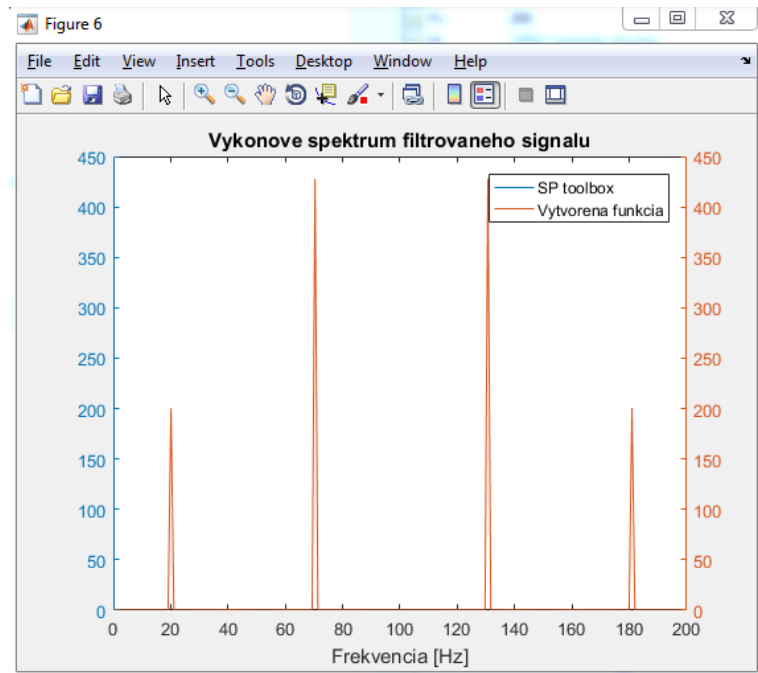


```
legend('SP toolbox', 'Vytvorena funkcia');  
xlabel('Frekvencia [Hz]');  
  
Vy=fft_signal_y.*conj(fft_signal_y)/N;   Vy_tool=fft_sig-  
nal_y_tool.*conj(fft_signal_y_tool)/N;  
  
figure;  
yyaxis left  
plot(f, Vy_tool);  
yyaxis right  
plot(f, Vy);  
title('Vykonove spektrum filtrovaného signálu')  
legend('SP toolbox', 'Vytvorena funkcia');  
xlabel('Frekvencia [Hz]');
```

V grafoch 4 až 8 sú zobrazené hodnoty vytvorenej funkcie (oranžovou farbou) aj hodnoty funkcie z SP toolbox (modrou farbou).



Obr. 48. Amplitúdové spektrum výstupného filtrovaného signálu



Obr. 49. Výkonové spektrum výstupného filtrovaného signálu

5.1.6 Záver

Z grafov amplitúdového a výkonového spektra filtrovaného signálu je možné zistiť, že prechodom vstupného signálu IIR filtrom bola odfiltrovaná harmonická zložka s frekvenciou 50 Hz. Navrhnutý filter typu pásmová zadrž plní svoju úlohu a odfiltruje požadované frekvencie v rozmedzí 40 až 60 Hz.

Hodnoty amplitúdovej a fázovej charakteristiky vytvorenej funkcie pre návrh IIR sa v grafoch prekrývajú s hodnotami amplitúdovej a fázovej charakteristiky funkcie butter z SP toolbox.

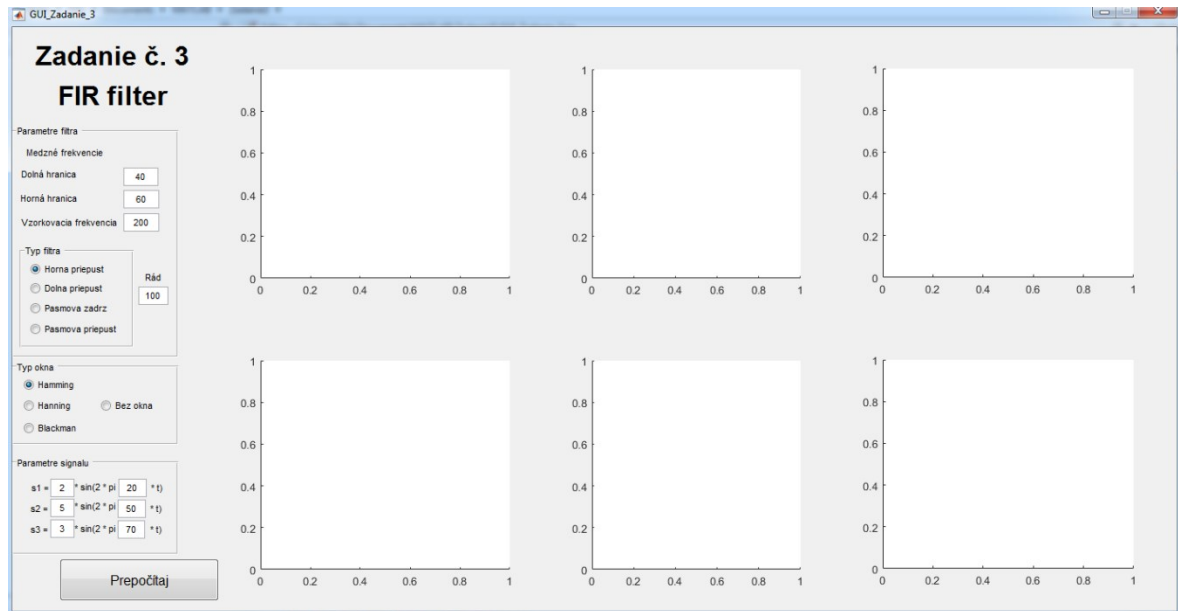
Hodnoty výstupného filtrovaného signálu vytvorenej funkcie pre filtráciu sa v grafoch prekrývajú s hodnotami filtrovaného signálu funkcie filter z SP toolbox.

5.1.7 Kód programu

Kód programu sa nachádza v prílohe č. III.

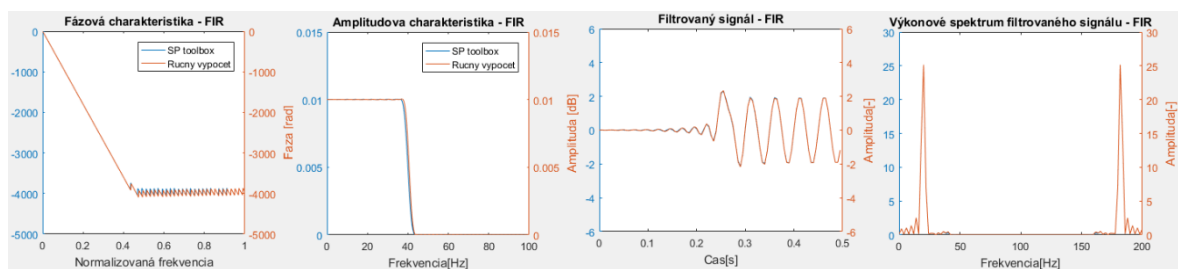
6 NÁVRH FIR FILTRA

Grafické rozhranie programu pre realizáciu IIR filtra s použitím vlastných funkcií vypadá nasledovne:

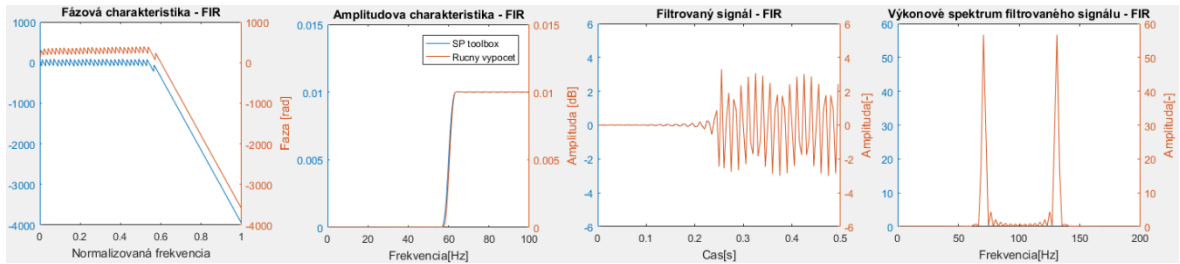


Obr. 50. Grafické rozhranie programu pre Zadanie č. 3

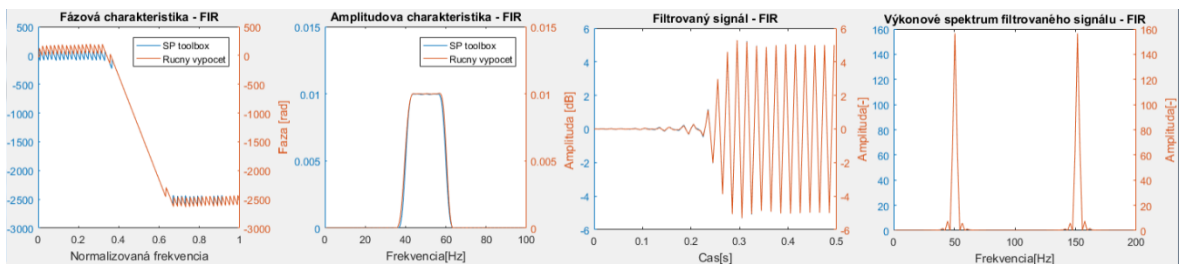
Je v ňom možné vybrať typ filtra (horná priepust', dolná priepust', pásmová zadrž' a pásmová priepust'), definovať medzné frekvencie, typ okna pre ručne vytvorenú funkciu, rád filtra a parametre troch harmonických zložiek vstupného signálu (amplitúdu a frekvenciu). Po kliknutí na tlačidlo „Prepočítaj“ program zobrazí výsledné charakteristiky. Časový priebeh a výkonové spektrum vstupného nefiltrovaného signálu je rovnaké ako v úlohe č. 1. V nasledujúcich charakteristikách sú zobrazené grafy vstavaných funkcií z SP Toolbox (modrou farbou) a ručne vypočítaných funkcií (oranžovou farbou). Keďže hodnoty vstavaných a ručne vypočítaných funkcií sú skoro rovnaké, prekrývajú sa a na grafoch je vidno zväčša iba oranžovú farbu.



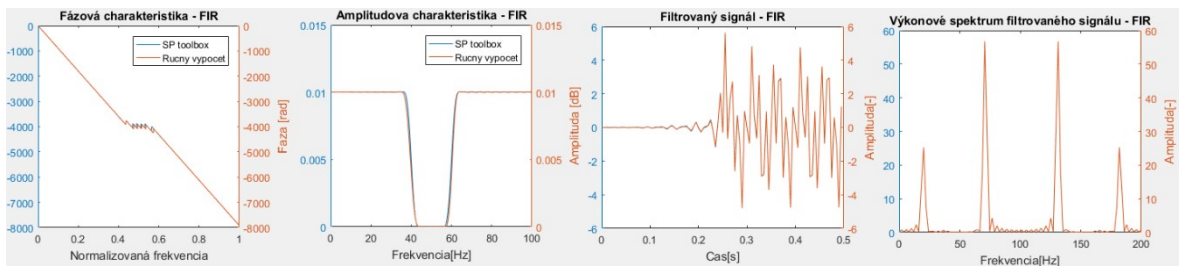
Obr. 51. Vypočítané charakteristiky a časové priebehy pre dolnú priepust'



Obr. 52. Vypočítané charakteristiky a časové priebehy pre hornú priepusť



Obr. 53. Vypočítané charakteristiky a časové priebehy pre pásmovú priepusť



Obr. 54. Vypočítané charakteristiky a časové priebehy pre pásmovú zádrž

6.1 Vzorový protokol

Vo vzorovom protokole je program realizovaný podľa zadania, tj. bez grafického rozhrania.

6.1.1 Zadanie

1. Definujte signál tvorený tromi harmonickými zložkami. Frekvencie zložiek budú 30 Hz, 50 Hz a 70 Hz.
2. Vzorkovaciu frekvenciu zvolte 200 Hz.
3. Navrhните FIR filter typu pásmová zádrž s medznými kmitočtami priepustného pásma 40 Hz a 60 Hz. Pre návrh filtra použite vlastné funkcie. Použite metódu inverznej Fourierovej transformácie a okien.
4. Doplňte možnosť voľby typu okna.

5. Pre filtráciu definovaného signálu z bodu 1. použite vlastnú funkciu.
6. Vytvorené funkcie porovnajte so vstavanými funkciami z SP Toolbox (fir1, filter) a výsledné charakteristiky zobrazte v grafoch.
7. Zobrazte amplitúdové a výkonové spektrum nefiltrovaného a filtrovaného signálu.

6.1.2 Definovanie signálu

Harmonický sínusový signál je definovaný funkciou:

$$x(t) = A \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot f \cdot t + \varphi) \quad (38)$$

Vo vytvorenom programe má táto funkcia kód:

```
signal_1 = A1*sin(2*pi*F1*t);    %Definovanie 1. zložky  
signal_2 = A2*sin(2*pi*F2*t);    %Definovanie 2. zložky  
signal_3 = A3*sin(2*pi*F3*t);    %Definovanie 3. zložky
```

A1 – amplitúda 1. harmonickej zložky

F1 – frekvencia 1. harmonickej zložky

t – diskretný čas.

Definícia časovej osi: $t=0:T:0.5-T$;

Amplitúdy harmonických zložiek majú hodnotu $A1 = 2$, $A2 = 5$, $A3 = 4$.

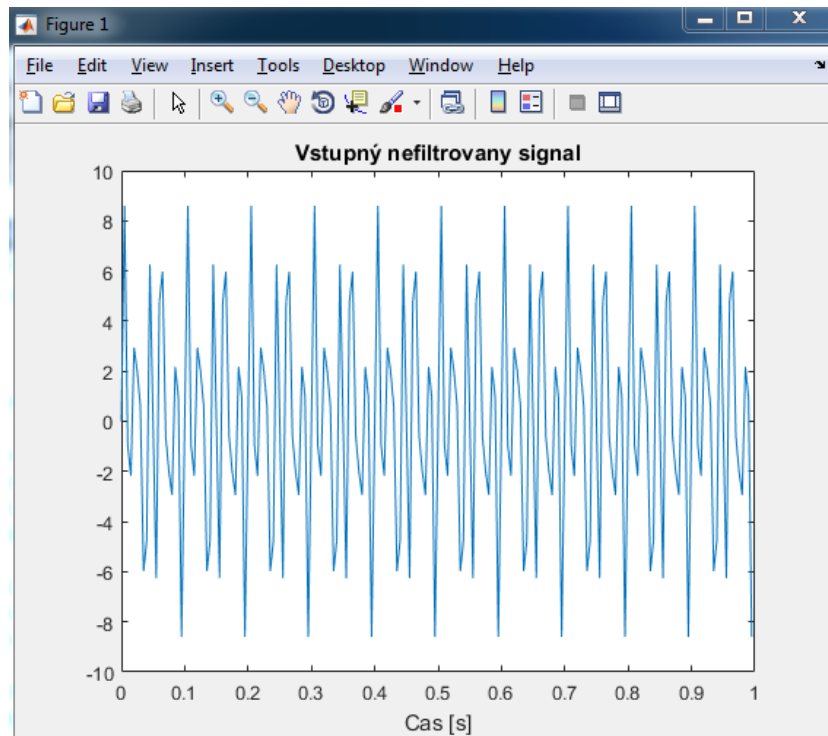
Frekvencie harmonických zložiek majú hodnotu $F1 = 20$, $F2 = 50$, $F3 = 70$.

Výsledný vstupný signál x je súčtom troch harmonických zložiek:

```
x = signal_1 + signal_2 + signal_3;
```

Kód pre vykreslenie grafu časového priebehu vstupného nefiltrovaného signálu x:

```
figure;  
plot(t,x);  
title('Vstupný nefiltrovaný signal');  
xlabel('Cas [s]');
```



Obr. 55. Časový priebeh vstupného nefiltrovaného signálu

Amplitúdové a výkonové spektrum nefiltrovaného vstupného signálu získame pomocou príkazu pre diskretnú Fourierovu transformáciu $X=\text{fft}(x)$ alebo $X=\text{fft}(x,N)$.

x – vzorky vstupného signálu

N – počet vzoriek vstupného signálu. Ak je dĺžka N väčšia ako dĺžka signálu, x je doplnené nulami.

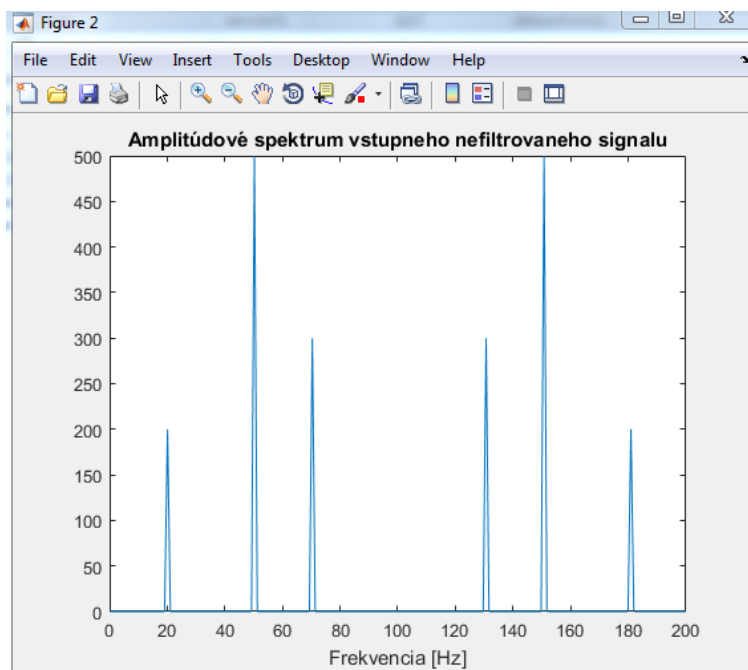
Kód pre vykreslenie amplitúdového spektra nefiltrovaného vstupného signálu:

```
ampl_x=fft(x);
figure;
plot(f,abs(ampl_x));
title('Amplitúdové spektrum vstupneho nefiltrovaného signálu');
xlabel('Frekvencia [Hz]');
```

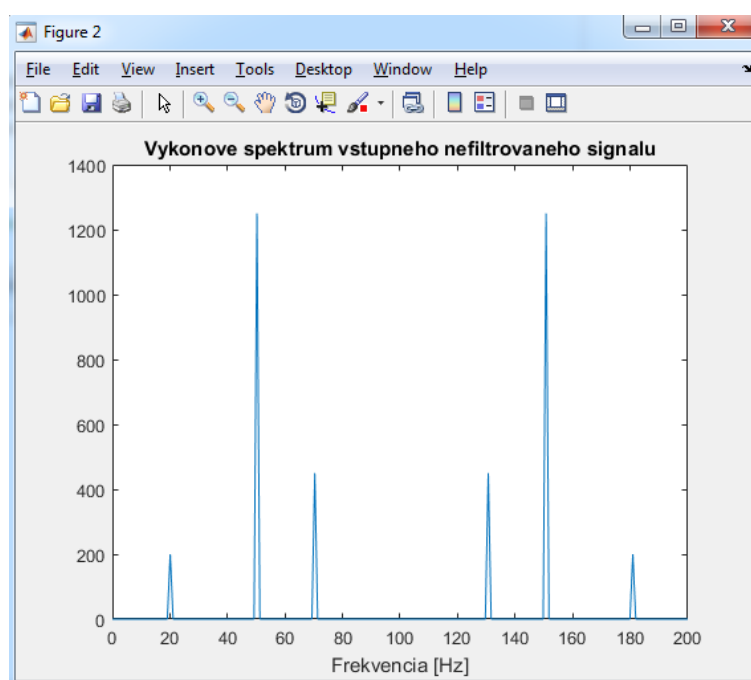
Kód pre vykreslenie výkonového spektra nefiltrovaného vstupného signálu:

```
vykon_signal_x=fft(x);
Vx=vykon_signal_x.*conj(vykon_signal_x)/N;
figure;
plot(f,Vx);
title('Vykonové spektrum vstupneho nefiltrovaného signálu');
xlabel('Frekvencia [Hz]');
```

f – frekvencia je definovaná $f=(0:N-1)/t_{\text{max}}$;



Obr. 56. Amplitúdové spektrum vstupného nefiltrovaného signálu



Obr. 57. Výkonové spektrum vstupného nefiltrovaného signálu

Na grafoch sú vidno 3 harmonické zložky vstupného signálu x s frekvenciami 20, 50 a 70 Hz.

6.1.3 Návrh FIR filtra typu pásmová zadrž

Definované medzné frekvencie sa prepočítajú na kmitočty:

$$\text{omd} = 2 \cdot \pi \cdot F_d / F_v;$$

$$\text{omh} = 2 \cdot \pi \cdot F_h / F_v;$$

F_d - dolná hranica pásmovej zadrž, v našom prípade 40 Hz

F_h - horná hranica pásmovej zadrž, v našom prípade 60 Hz

F_v - vzorkovacia frekvencia, v našom prípade 200 Hz.

Určí sa magnitúdová frekvenčná charakteristika pásmovej zadrž:

```
for i=1:R+1
    vzorka_h(i) = 2*pi/R*(i-1);
    if (vzorka_h(i) < omh+(2*pi/R))
        Hvz_h(i) = 0;
    elseif (vzorka_h(i) > 2*pi-omh)
        Hvz_h(i) = 0;
    else
        Hvz_h(i) = 1;
    end
end
```

```
for i=1:R+1
    vzorka_d(i) = 2*pi/R*(i-1);
    if (vzorka_d(i) < omd)
        Hvz_d(i) = 0;
    elseif (vzorka_d(i) > 2*pi-omd)
        Hvz_d(i) = 0;
    else
        Hvz_d(i) = 1;
    end
end
```

```
Hvz = Hvz_h - Hvz_d;
```

```
for i=1:length(Hvz);
```

```
    Hvz(i) = Hvz(i)+1;
```

```
end
```

R – určuje počet vzoriek. V programe má hodnotu 100.

Inverznou Fourierovou transformáciou sa vypočítajú koeficienty FIR filtra:

```
j = length(Hvz);
for n = 1:j
b(n) = 0;
    for k = 1:j
        b(n) = b(n) + (1/j) * Hvz(k) * exp(1i * 2 * pi * (k-1) * (n-1) / j);
    end
end
b_real = real(b); %odelenie imaginarnej časti
```

Symetrizácia impulzovej charakteristiky:

```
N_Hvz = length(Hvz);
sh = [b_real(ceil(N_Hvz/2)+1:end) b_real(1:ceil(N_Hvz/2))];
```

Vynasobenie impulzovej charakteristiky oknom

```
okno_sh = okno.*sh;
```

6.1.4 Doplnenie ďalších typov okien

Voľba typu okna je realizovaná príkazom switch. Zmenou parametru Typ_okna môžeme prepínať medzi Hammingovim, Hannovim, Blackmanovim oknom alebo žiadnym oknom.

Definícia Hammingovho okna:

$$w(n) = 0,54 - 0,46 \cos\left(2\pi \frac{n}{N-1}\right) \quad 0 \leq n \leq N-1 \quad (39)$$

Definícia Hannovho okna:

$$w(n) = 0,5(1 - \cos\left(2\pi \frac{n}{N-1}\right)) \quad 0 \leq n \leq N-1 \quad (40)$$

Definícia Blackmanovho okna:

$$w(n) = 0,42 - 0,5 \cos\left(\frac{2\pi n}{N-1}\right) + 0,08 \cos\left(\frac{4\pi n}{N-1}\right) \quad 0 \leq n \leq N-1 \quad (41)$$

Vo vytvorenom programe má tento príkaz kód:

```
Typ_okna = 'Hamming';
```

```
switch Typ_okna
    case 'Hamming'
        HAM = 0.54 - 0.46*cos(2*pi*(0:N_Hvz-1)/(N_Hvz-1));
        okno = HAM';

    case 'Hanning'
        HAN = 0.5 - 0.5*cos(2*pi*(0:N_Hvz-1)/(N_Hvz-1));
        okno = HAN';

    case 'Blackman'
        BLCK = 0.42 - 0.5*cos(2*pi*(0:N_Hvz-1)/(N_Hvz-1)) +
        0.08*cos(4*pi*(0:N_Hvz-1)/(N_Hvz-1));
        okno = BLCK';

    case 'Bez okna'
        okno = 1;

    otherwise
        %Code for when there is no match.
End
```

6.1.5 Filtrácia signálu

Filtrácia signálu je daná diferenčnou rovnicou FIR filtra

$$y(k) = \sum_{i=0}^M b_i x(k-i) \quad (42)$$

- b - koeficienty FIR filtra
- x - vstupný signál
- y - výstupný filtrovaný signál

V programe má táto funkcia kód:

```
Lh = length (okno_sh);
```

```
y(Lx)=0;

for k=1:Lx
    sum = 0;
    for i=1:Lh
        sum = sum + okno_sh(i)*x(k-i+1);
        if (k<=i)
            break
        end
    end
end
y(k) = sum;
end
```

L - délka vstupného signálu x

Lh - počet koeficientov FIR filtra

6.1.6 Porovnanie vstavaných a vytvorených funkcií

Pre overenie a porovnanie vytvorených funkcií som doplnil funkcie **fir1** a **filter** z toolbox-u.

Kód v programe:

```
omd_tool = Fd/(Fv/2);
omh_tool = Fh/(Fv/2);
h_tool = fir1(R,[omd_tool omh_tool], 'stop');
y_tool = filter (h_tool,1,x);
```

Amplitúdová a fázová charakteristika pre vytvorenú aj vstavanú funkciu IIR filtra je realizovaná príkazom **freqz**.

```
[H,w]=freqz(okno_sh,1,Fv/2);
[H_tool,w_tool]=freqz(h_tool,1,Fv/2);
```

Obe funkcie sú zobrazené v jednom grafe pre amplitúdovú charakteristiku a v jednom pre fázovú charakteristiku.

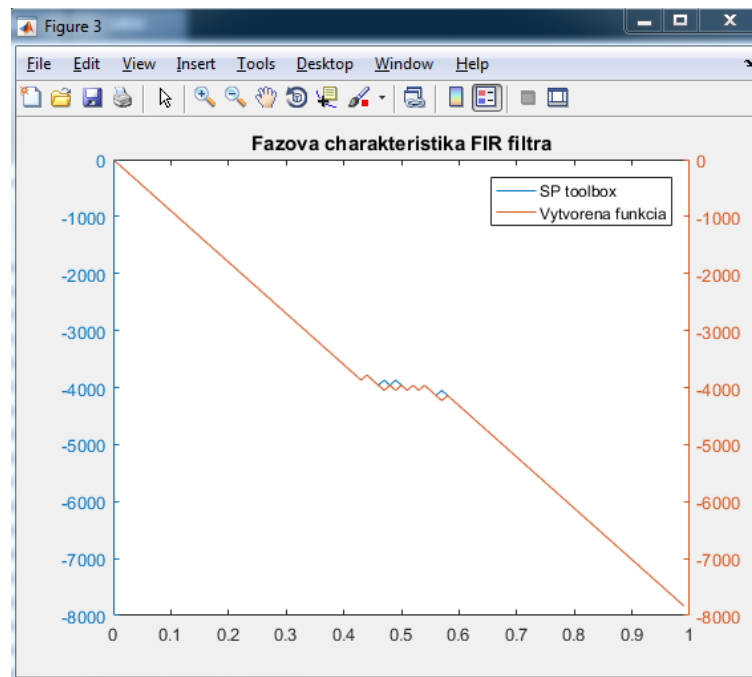
Kód v programe:

```
figure;
```

```

yyaxis left
plot(w_tool/pi,360/(2*pi)*unwrap(angle(H_tool)));
yyaxis right
plot(w/pi,360/(2*pi)*unwrap(angle(H)));
title('Fazova charakteristika FIR filtra')
legend('SP toolbox','Vytvorena funkcia');

```

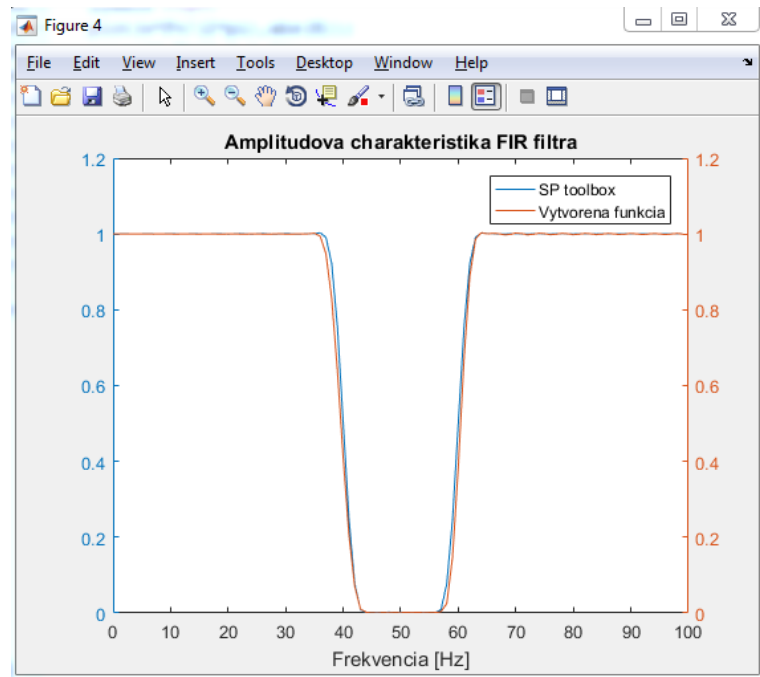


Obr. 58. Fázová charakteristika FIR filtra

```

figure;
yyaxis left
plot(w_tool*Fv/(2*pi),abs(H_tool));
axis([0 Fv/2 0 1.2]);
yyaxis right
plot(w*Fv/(2*pi),abs(H));
axis([0 Fv/2 0 1.2]);
title('Amplitudova charakteristika FIR filtra')
legend('SP toolbox','Vytvorena funkcia');
xlabel('Frekvencia [Hz]');

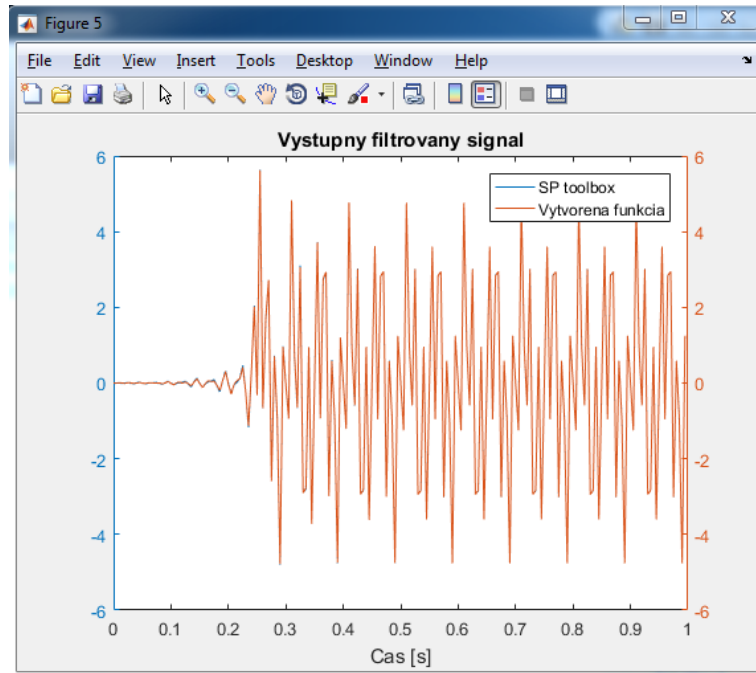
```



Obr. 59. Amplitúdová charakteristika FIR filtra

Kód pre vykreslenie grafu výstupného filtrovaného signálu:

```
figure;  
yyaxis left  
plot(t,y_tool);  
yyaxis right  
plot(t,y);  
title('Vystupny filtrovany signal')  
legend('SP toolbox','Vytvorena funkcia');  
xlabel('Cas [s]');
```



Obr. 60. Časová postupnosť výstupu FIR filtra

Kód pre vykreslenie grafu výkonového spektra výstupného filtrovaného signálu:

```
fft_signal_y=fft(y);
fft_signal_y_tool=fft(y_tool);

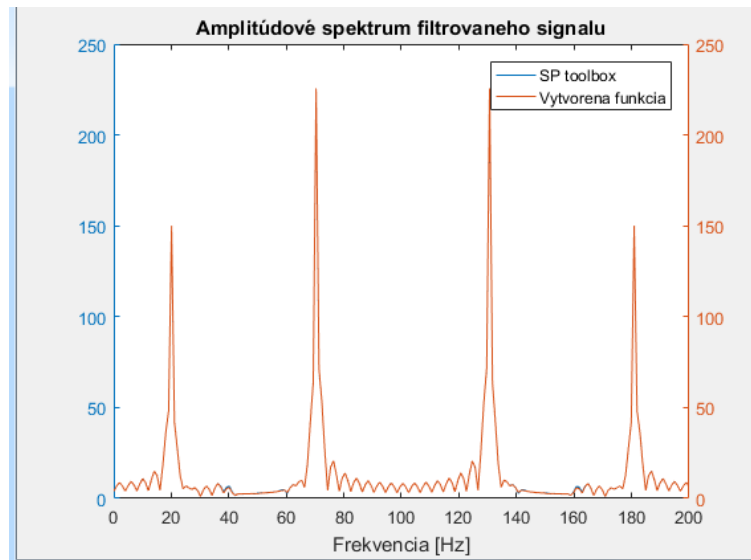
figure;
yyaxis left
plot(f,abs(fft_signal_y_tool));
yyaxis right
plot(f,abs(fft_signal_y));
title('Amplitúdové spektrum filtrovaného signálu')
legend('SP toolbox','Vytvorena funkcia');
xlabel('Frekvencia [Hz]');

Vy=fft_signal_y.*conj(fft_signal_y)/N;    Vy_tool=fft_sig-
nal_y_tool.*conj(fft_signal_y_tool)/N;

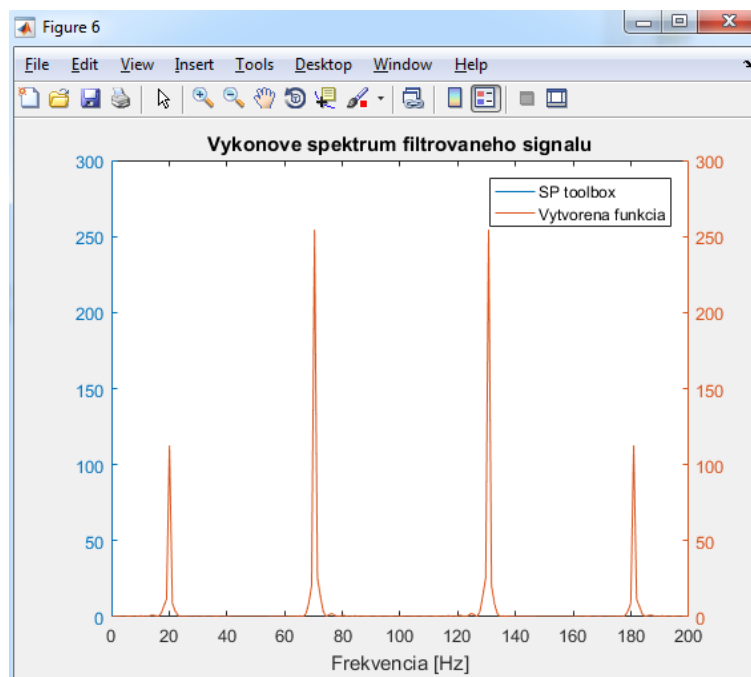
figure;
yyaxis left
plot(f,Vy_tool);
yyaxis right
plot(f,Vy);
```

```
title('Vykonove spektrum filtrovaného signálu')  
legend('SP toolbox', 'Vytvorena funkcia');  
xlabel('Frekvencia [Hz]');
```

V grafoch 3 až 6 sú zobrazené hodnoty vytvorenej funkcie (oranžovou farbou) aj hodnoty funkcie z SP toolbox (modrou farbou).



Obr. 61. Amplitúdové spektrum filtrovaného signálu



Obr. 62. Výkonové spektrum filtrovaného signálu

6.1.7 Závěr

Z grafov amplitúdového a výkonového spektra filtrovaného signálu je možné zistiť, že prechodom vstupného signálu FIR filtrom bola odfiltrovaná harmonická zložka s frekvenciou 50 Hz. Navrhnutý filter typu pásmová zádrž plní svoju úlohu a odfiltruje požadované frekvencie v rozmedzí 40 až 60 Hz.

Hodnoty amplitúdovej a fázovej charakteristiky vytvorenej funkcie pre návrh FIR sa v grafoch prekrývajú s hodnotami amplitúdovej a fázovej charakteristiky funkcie `fir1` z SP toolbox.

Hodnoty výstupného filtrovaného signálu vytvorenej funkcie pre filtráciu sa v grafoch prekrývajú s hodnotami filtrovaného signálu funkcie `filter` z SP toolbox.

6.1.8 Kód programu

Kód programu sa nachádza v prílohe č. IV.

ZÁVER

Cieľom diplomovej práce bolo navrhnuť vzorové úlohy pre predmet Spracovanie signálov. Navrhnuté boli tri úlohy. Každá z troch vytvorených úloh sa skladá z definovania zadania, vzorového protokolu a zo zdrojového kódu v programe MATLAB. Ku každej úlohe je vytvorený doplňujúci program s grafickým rozhraním v ktorom je možné meniť vstupné parametre návrhu filtrov. Pomocou neho je možné porovnať vytvorené programy definované v zadaniach úloh. Ide o nástroj pre učiteľa na kontrolu vypracovania zadaných úloh. Vytvorené zadania sú špecifikované na konkrétne prípady filtrov. V závislosti od zmeny typu filtra a parametrov sa môžu meniť aj vytvorené zadania úloh. Prvá úloha je zameraná na vytvorenie filtrov typu FIR a IIR pomocou vstavaných funkcií z SP Toolbox. Cieľom úlohy bolo zoznámenie sa s vlastnosťami číslicových filtrov, ich porovnanie, funkcia a praktická realizácia v programe MATLAB. Cieľom druhej úlohy bola realizácia filtra typu IIR vlastnou funkciou a jej porovnanie so vstavanou funkciou z SP Toolbox v prostredí MATLAB. Realizáciou vlastnej funkcie sa študent hlbšie oboznámi s návrhom IIR filtra metódou analógových prototypov. Tým pádom vie, čo sa skrýva za vytvorenými funkciami v SP Toolbox a už to viac nie sú preňho iba čierne skrinky v ktorých sa vstup nejakým spôsobom zmení na výstup. V návrhu je použitá Butterworthova aproximácia 2. rádu preto nie je možné ľubovoľne meniť rád navrhnutého IIR filtra. Výsledné charakteristiky filtrov a časových priebehov filtrovaných signálov vytvorenej funkcie sú zhodné s funkciami z SP Toolbox, preto je možné považovať vlastnú vytvorenú funkciu za funkčnú a správnu. Cieľ tretej úlohy bol totožný s úlohou č. 2 ale so zmenou typu filtra. Tretia úloha sa zaoberá realizáciou filtra typu FIR metódou Inverznej Fourierovej transformácie a okien. Výsledné charakteristiky filtrov a časových priebehov filtrovaných signálov vytvorenej funkcie boli porovnané s funkciami z SP Toolbox. Charakteristiky sa v určitých bodoch líšia, čo môže byť spôsobené odlišným postupom výpočtu. Filter realizovaný navrhnutou funkciou je funkčný a plní svoju úlohu.

ZOZNAM POUŽITEJ LITERATURY

- [1] Hlaváč V., Sedláček M.: Zpracování signálů a obrazů, Praha, ČVUT 2000
- [2] Vích R., Smejkal Z.: Číslicové filtry, Academia, 2000
- [3] *Ivankuckir.blogspot: Fourierova transformace srozumitelně* [online]. [cit. 2018-05-05]. Dostupné na WWW: <http://ivankuckir.blogspot.sk/2013/11/fourierova-transformace-srozumitelne.html>
- [4] Oppenheim A., Willsky A.: Signals and Systems, N.J. USA: Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1997
- [5] Davídek V., Laipert M., Vlček M.: Analógové a číslicové filtry, ČVUT, 2006
- [6] Zaplatílek K., Doňar B.: Matlab, začínáme se signály, BEN, 2006
- [7] *Mathworks: Hamming window* [online]. [cit. 2018-05-05]. Dostupné na WWW: https://www.mathworks.com/help/signal/ref/hamming.html?s_tid=doc_ta
- [8] *Mathworks: Hann window* [online]. [cit. 2018-05-05]. Dostupné na WWW: <https://www.mathworks.com/help/signal/ref/hann.html>
- [9] *Stuba: Diskrétna Fourierova transformácia* [online]. [cit. 2018-05-05]. Dostupné na WWW: https://www.ktl.elf.stuba.sk/study/css/materialy_cv/1.DFT.pdf
- [10] *Izmiran: Filter* [online]. [cit. 2018-05-05]. Dostupné na WWW: <http://matlab.izmiran.ru/help/techdoc/ref/filter.html>

ZOZNAM POUŽITÝCH SYMBOLOV A SKRATIEK

SP	Signal processing.
FIR	Finite impulse response.
IIR	Infinite impulse response.
MATLAB	Matrix laboratory.
FT	Fourier transform.
DFT	Discrete Fourier transform.
FFT	Fast Fourier transform.

ZOZNAM OBRÁZKOV

<i>Obr. 1. Horná priepusť</i>	11
<i>Obr. 2. Pásmová priepusť</i>	12
<i>Obr. 3. Pásmová zádrž</i>	12
<i>Obr. 4. Základné bloky a) sčítačka, b) násobička, c) oneskorenie</i>	14
<i>Obr. 5. Modulová (hore) a fázová frekvenčná (dole) charakteristika FIR filtra 10. rádu</i>	14
<i>Obr. 6. Priama štruktúra IIR filtra</i>	16
<i>Obr. 7. Ideálna dolná priepusť</i>	17
<i>Obr. 8. Postup návrhu IIR filtra</i>	18
<i>Obr. 9. Modulová kmitočtová charakteristika Butterworthovej aproximácie [2]</i>	19
<i>Obr. 10. Transformácia w roviny do z roviny</i>	20
<i>Obr. 11. Typy impulzovej charakteristiky</i>	22
<i>Obr. 12. Priama štruktúra FIR filtra</i>	23
<i>Obr. 13. Ideálna frekvenčná charakteristika</i>	23
<i>Obr. 17. Znáznornenie signálu s jednou harmonickou zložkou [3]</i>	24
<i>Obr. 18. Znáznornenie signálu (modrou) s dvomi harmonickými zložkami (dve kružnice)</i> <i>[3]</i>	24
<i>Obr. 19. Znáznornenie signálu (modrou) so štyrmi harmonickými zložkami (4 kružnice)</i> <i>[3]</i>	25
<i>Obr. 14. Impulzová odozva</i>	26
<i>Obr. 15. Impulzová odozva vynásobená obdĺžnikovým oknom</i>	27
<i>Obr. 16. Posun impulzovej charakteristiky</i>	27
<i>Obr. 20. Časový priebeh obdĺžnikového okna</i>	28
<i>Obr. 21. Časový priebeh Hanningovho okna</i>	29
<i>Obr. 22. Časový priebeh Hammingovho okna</i>	30
<i>Obr. 23. Časový priebeh Blackmannovho okna</i>	30
<i>Obr. 24. Grafické rozhranie programu pre Zadanie č. 1</i>	32
<i>Obr. 25. Grafické rozhranie programu pre Zadanie č. 1 s vypočítanými</i> <i>charakteristikami</i>	33
<i>Obr. 26. Časový priebeh vstupného nefiltrovaného signálu</i>	35
<i>Obr. 27. Amplitúdové spektrum vstupného nefiltrovaného signálu</i>	36
<i>Obr. 28 Výkonové spektrum vstupného nefiltrovaného signálu</i>	36

<i>Obr. 29. Amplitúdová a fázová charakteristika FIR filtra.....</i>	<i>38</i>
<i>Obr. 30. Amplitúdová a fázová charakteristika IIR filtra.....</i>	<i>40</i>
<i>Obr. 31. Časový priebeh výstupného filtrované signálu FIR filtrom.....</i>	<i>41</i>
<i>Obr. 32. Amplitúdové spektrum filtrovaného signálu FIR filtrom.....</i>	<i>42</i>
<i>Obr. 33. Výkonové spektrum filtrovaného signálu FIR filtrom</i>	<i>42</i>
<i>Obr. 34. Časový priebeh výstupného signálu IIR filtra</i>	<i>43</i>
<i>Obr. 35. Amplitúdové spektrum výstupného signálu IIR filtra</i>	<i>44</i>
<i>Obr. 36. Výkonové spektrum výstupného signálu IIR filtra</i>	<i>44</i>
<i>Obr. 37. Grafické rozhranie programu pre Zadanie č. 2</i>	<i>46</i>
<i>Obr. 38. Vypočítané charakteristiky a časové priebehy pre dolnú priepusť</i>	<i>46</i>
<i>Obr. 39. Vypočítané charakteristiky a časové priebehy pre hornú priepusť</i>	<i>47</i>
<i>Obr. 40. Vypočítané charakteristiky a časové priebehy pre pásmovú zádrž</i>	<i>47</i>
<i>Obr. 41. Vypočítané charakteristiky a časové priebehy pre pásmovú priepusť</i>	<i>47</i>
<i>Obr. 42. Časový priebeh nefiltrovaného signálu.....</i>	<i>49</i>
<i>Obr. 43. Amplitúdové spektrum vstupného nefiltrovaného signálu.....</i>	<i>50</i>
<i>Obr. 44. Výkonové spektrum vstupného nefiltrovaného signálu</i>	<i>50</i>
<i>Obr. 45. Fázová charakteristika IIR filtra.....</i>	<i>55</i>
<i>Obr. 46. Amplitúdová charakteristika IIR filtra</i>	<i>55</i>
<i>Obr. 47. Časový priebeh výstupného signálu IIR filtra</i>	<i>56</i>
<i>Obr. 48. Amplitúdové spektrum výstupného filtrovaného signálu.....</i>	<i>57</i>
<i>Obr. 49. Výkonové spektrum výstupného filtrovaného signálu</i>	<i>58</i>
<i>Obr. 50. Grafické rozhranie programu pre Zadanie č. 3</i>	<i>59</i>
<i>Obr. 51. Vypočítané charakteristiky a časové priebehy pre dolnú priepusť</i>	<i>59</i>
<i>Obr. 52. Vypočítané charakteristiky a časové priebehy pre hornú priepusť</i>	<i>60</i>
<i>Obr. 53. Vypočítané charakteristiky a časové priebehy pre pásmovú priepusť</i>	<i>60</i>
<i>Obr. 54. Vypočítané charakteristiky a časové priebehy pre pásmovú zádrž</i>	<i>60</i>
<i>Obr. 55. Časový priebeh vstupného nefiltrovaného signálu.....</i>	<i>62</i>
<i>Obr. 56. Amplitúdové spektrum vstupného nefiltrovaného signálu.....</i>	<i>63</i>
<i>Obr. 57. Výkonové spektrum vstupného nefiltrovaného signálu</i>	<i>63</i>
<i>Obr. 58. Fázová charakteristika FIR filtra.....</i>	<i>68</i>
<i>Obr. 59. Amplitúdová charakteristika FIR filtra</i>	<i>69</i>
<i>Obr. 60. Časová postupnosť výstupu FIR filtra</i>	<i>70</i>
<i>Obr. 61. Amplitúdové spektrum filtrovaného signálu.....</i>	<i>71</i>
<i>Obr. 62. Výkonové spektrum filtrovaného signálu</i>	<i>71</i>

ZOZNAM TABULIEK

<i>Tab. 1</i> <i>Prevodové vzťahy</i>	18
---	----

ZOZNAM PRÍLOH

- P I Výpočet koeficientov prenosových funkcií – Butterworthova Aproximácia 2. rádu
- P II Kód programu - protokol č. 1
- P III Kód programu - protokol č. 2
- P IV Kód programu - protokol č. 3
- P V Obsah disku CD-ROM

PRÍLOHA Č I: VÝPOČET KOEFICIENTOV PRENOSOVÝCH FUNKCII – BUTTERWORTHOVA APROXIMÁCIA 2. RÁDU

Horná priepuť

$$H(s) = \frac{1}{s^2 + \sqrt{2}s + 1} \quad s \Rightarrow \frac{\omega_s}{s}$$

$$H(s) = \frac{1}{\left(\frac{\omega_s}{s}\right)^2 + \sqrt{2} \frac{\omega_s}{s} + 1}$$

$$H(s) = \frac{1}{\frac{\omega_s^2}{s^2} + \frac{\sqrt{2}s \omega_s}{s} + \frac{s^2}{s^2}}$$

$$H(s) = \frac{1}{\frac{\omega_s^2}{s^2} + \frac{\sqrt{2}s\omega_s}{s^2} + \frac{s^2}{s^2}}$$

$$H(s) = \frac{1}{\frac{\omega_s^2 + \sqrt{2}s\omega_s + s^2}{s^2}}$$

$$H(s) = \frac{s^2}{\omega_s^2 + \sqrt{2}s\omega_s + s^2}$$

$$a_2 = 1$$

$$b_2 = 1$$

$$a_1 = 0$$

$$b_1 = \sqrt{2}\omega_s$$

$$a_0 = 0$$

$$b_0 = \omega_s^2$$

Dolná priepuť

$$H(s) = \frac{1}{s^2 + \sqrt{2}s + 1} \quad s \Rightarrow \frac{s}{s\omega_s}$$

$$H(s) = \frac{1}{\left(\frac{s}{\omega_s}\right)^2 + \sqrt{2} \frac{s}{\omega_s} + 1}$$

$$H(s) = \frac{1}{\frac{s^2}{\omega_s^2} + \frac{\sqrt{2}\omega_s s}{\omega_s} + \frac{\omega_s^2}{\omega_s^2}}$$

$$H(s) = \frac{1}{\frac{s^2 + \sqrt{2}s\omega_s + \omega_s^2}{\omega_s^2}}$$

$$H(s) = \frac{\omega_s^2}{s^2 + \sqrt{2}s\omega_s + \omega_s^2}$$

$$a_2 = 0 \quad b_2 = 1$$

$$a_1 = 0 \quad b_1 = \sqrt{2}\omega_s$$

$$a_0 = \omega_s^2 \quad b_0 = \omega_s^2$$

Pásmová zadrž

$$H(s) = \frac{1}{s^2 + \sqrt{2}s + 1} \quad s \Rightarrow \frac{s\omega_\Delta}{s^2 + \omega_0^2}$$

$$H(s) = \frac{1}{\left(\frac{s\omega_\Delta}{s^2 + \omega_0^2}\right)^2 + \sqrt{2}\frac{s\omega_\Delta}{s^2 + \omega_0^2} + 1}$$

$$H(s) = \frac{1}{\frac{s^2\omega_\Delta^2}{s^4 + 2\omega_0^2s^2 + \omega_0^4} + \frac{\sqrt{2}s^3\omega_\Delta + \sqrt{2}s\omega_0^2\omega_\Delta}{s^4 + 2\omega_0^2s^2 + \omega_0^4} + \frac{s^4 + 2\omega_0^2s^2 + \omega_0^4}{s^4 + 2\omega_0^2s^2 + \omega_0^4}}$$

$$H(s) = \frac{1}{\frac{1}{s^2\omega_\Delta^2 + \sqrt{2}s^3\omega_\Delta + \sqrt{2}s\omega_0^2\omega_\Delta + s^4 + 2\omega_0^2s^2 + \omega_0^4}}$$

$$H(s) = \frac{s^4 + 2\omega_0^2s^2 + \omega_0^4}{s^2\omega_\Delta^2 + \sqrt{2}s^3\omega_\Delta + \sqrt{2}s\omega_0^2\omega_\Delta + s^4 + 2\omega_0^2s^2 + \omega_0^4}$$

$$a_4 = 1 \quad b_4 = 1$$

$$a_3 = 0 \quad b_3 = \sqrt{2}\omega_\Delta$$

$$a_2 = 2\omega_0^2 \quad b_2 = 2\omega_0^2 + \omega_\Delta^2$$

$$a_1 = 0 \quad b_1 = \sqrt{2}\omega_0^2\omega_\Delta$$

$$a_0 = \omega_0^4 \quad b_0 = \omega_0^4$$

Pásmová priepuť

$$H(s) = \frac{1}{s^2 + \sqrt{2}s + 1} \quad s \Rightarrow \frac{s^2 + \omega_0^2}{s\omega_\Delta}$$

$$H(s) = \frac{1}{\left(\frac{s^2 + \omega_0^2}{s\omega_\Delta}\right)^2 + \sqrt{2}\frac{s^2 + \omega_0^2}{s\omega_\Delta} + 1}$$

$$H(s) = \frac{1}{\frac{s^4 + 2\omega_0^2 s^2 + \omega_0^4}{s^2\omega_\Delta^2} + \frac{\sqrt{2}s^3\omega_\Delta + \sqrt{2}s\omega_0^2\omega_\Delta}{s^2\omega_\Delta^2} + \frac{s^2\omega_\Delta^2}{s^2\omega_\Delta^2}}$$

$$H(s) = \frac{\frac{1}{1}}{\frac{s^4 + 2\omega_0^2 s^2 + \omega_0^4 + \sqrt{2}s^3\omega_\Delta + \sqrt{2}s\omega_0^2\omega_\Delta + s^2\omega_\Delta^2}{s^2\omega_\Delta^2}}$$

$$H(s) = \frac{s^2\omega_\Delta^2}{s^4 + 2\omega_0^2 s^2 + \omega_0^4 + \sqrt{2}s^3\omega_\Delta + \sqrt{2}s\omega_0^2\omega_\Delta + s^2\omega_\Delta^2}$$

$$a_4 = 0$$

$$b_4 = 1$$

$$a_3 = 0$$

$$b_3 = \sqrt{2}\omega_\Delta$$

$$a_2 = \omega_\Delta^2$$

$$b_2 = 2\omega_0^2 + \omega_\Delta^2$$

$$a_1 = 0$$

$$b_1 = \sqrt{2}\omega_0^2\omega_\Delta$$

$$a_0 = 0$$

$$b_0 = \omega_0^4$$

PRÍLOHA Č II: KÓD PROGRAMU - PROTOKOL Č. 1

%PROGRAM ÚLOHY Č. 1 - Práca s funkciami zo Signal processing Toolbox

```
clear all;
```

```
%Definovanie 3 signálov
```

```
F1 = 20;    %Frekvencia 1. zložky  
F2 = 50;    %Frekvencia 2. zložky  
F3 = 70;    %Frekvencia 3. zložky  
Fv = 200;   %Vzorkovacia frekvencia
```

```
A1 = 2;     %Amplitúda 1. zložky  
A2 = 5;     %Amplitúda 2. zložky  
A3 = 3;     %Amplitúda 3. zložky
```

```
T=1/Fv;     %Opakovacia perioda  
t=0:T:1-T;  %Vzorky signálov  
N=length(t); %Počet vzoriek signálu  
tmax=max(t);  
f=(0:N-1)/tmax;
```

```
signal_1 = A1*sin(2*pi*F1*t); %Definovanie 1. zložky  
signal_2 = A2*sin(2*pi*F2*t); %Definovanie 2. zložky  
signal_3 = A3*sin(2*pi*F3*t); %Definovanie 3. zložky
```

```
x = signal_1 + signal_2 + signal_3; %Výsledný vstupný signál x - súčet  
troch harmonických zložiek
```

```
%Vykreslenie vstupného signálu x
```

```
figure;  
plot(t,x);  
title('Vstupný nefiltrovaný signál');  
xlabel('Cas [s]');
```

```
%Vykreslenie amplitúdového spektra nefiltrovaného signálu
```

```
ampl_x=fft(x); %fft(x) - rychla fourierova transformá-
cia
figure;
plot(f,abs(ampl_x));
title('Amplitúdové spektrum vstupneho nefiltrovaného signalu');
xlabel('Frekvencia [Hz]');

%Vykreslenie výkonového spektra nefiltrovaného signalu

vykon_signal_x=fft(x); %fft(x) - rychla fourierova
transformácia
Vx=vykon_signal_x.*conj(vykon_signal_x)/N; %funkcie "conj" určuje zdru-
žené komplexné číslo (xk=conj(x); xk = 1 - 1i)
figure;
plot(f,Vx);
title('Výkonové spektrum vstupneho nefiltrovaného signalu');
xlabel('Frekvencia [Hz]');

%Definovanie medzných frekvencií

Fd = 40; %Frekvencia dolnej hranice zádrže
Fh = 60; %Frekvencia hornej hranice zádrže

NMFd = Fd/(Fv/2); %Normovaná medzná frekvencia
NMFh = Fh/(Fv/2); %Normovaná medzná frekvencia

%FIR filter - pásmová zádrž

R = 100; %Rád filtru (počet koeficientov)
Okno = 'Hamming'; %zmena okna

switch Okno
case 'Hamming'
    h_FIR = fir1 (R, [NMFd NMFh], 'stop');
case 'Chebyshev'
    h_FIR = fir1 (R, [NMFd NMFh], 'stop', chebwin(R+1));
case 'Blackman'
    h_FIR = fir1 (R, [NMFd NMFh], 'stop', blackman(R+1));
case 'Kaiser'
    h_FIR = fir1 (R, [NMFd NMFh], 'stop', kaiser(R+1));
```

```
        case 'Hann'
            h_FIR = fir1 (R, [NMFd NMFh], 'stop', hann(R+1));
        case 'Rectangular'
            h_FIR = fir1 (R, [NMFd NMFh], 'stop', rectwin(R+1));
    end

figure;
freqz (h_FIR,1,100);

y_FIR = filter (h_FIR,1,x);      %Realizácia FIR filtra

figure;
plot(t,y_FIR);
title('Výstupný signál FIR filtra');
xlabel('Cas [s]');

%Vykreslenie amplitúdového spektra filtrovaného signálu FIR filtrom

ampl_y_FIR=fft(y_FIR);          %fft(x) - rýchla fourierova
transformácia
figure;
plot(f,abs(ampl_y_FIR));
title('Amplitúdové spektrum filtrovaného signálu FIR filtrom');
xlabel('Frekvencia [Hz]');

%Vykreslenie výkonového spektra filtrovaného signálu

vykon_signal_y_FIR=fft(y_FIR);  %fft(x) - rýchla fo-
urierova transformácia
Vy_FIR=vykon_signal_y_FIR.*conj(vykon_signal_y_FIR)/N; %funkcie "conj"
určuje združené komplexné číslo (xk=conj(x); xk = 1 - 1i)
figure;
plot(f,Vy_FIR);
title('Výkonové spektrum filtrovaného signálu FIR filtrom');
xlabel('Frekvencia [Hz]');

%IIR filter - pásmová zádrž

R = 10;      %Rád filtru (počet koeficientov)
```

```
[b,a]=butter(R,[NMFd NMFh],'stop');    %Výpočet koeficientov IIR filtra

figure;
freqz (b,a,100);

y_IIR = filter (b,a,x);    %Realizácia IIR filtra

figure;
plot(t,y_IIR);
title('Výstupný signál IIR filtra');
xlabel('Cas [s]');

%Vykreslenie amplitúdového spektra filtrovaného signalu IIR filtrom

ampl_y_IIR=fft(y_IIR);    %fft(x) - rýchla fourierova
transformácia
figure;
plot(f,abs(ampl_y_IIR));
title('Amplitúdové spektrum filtrovaného signalu IIR filtrom');
xlabel('Frekvencia [Hz]');

%Vykreslenie výkonového spektra filtrovaného signalu

vykon_signal_y_IIR=fft(y_IIR);    %fft(x) - rýchla fo-
urierova transformácia
Vy_IIR=vykon_signal_y_IIR.*conj(vykon_signal_y_IIR)/N;    %funkcie "conj"
určuje združené komplexné číslo (xk=conj(x); xk = 1 - 1i)
figure;
plot(f,Vy_IIR);
title('Výkonové spektrum filtrovaného signálu IIR filtrom');
xlabel('Frekvencia [Hz]');
```

PRÍLOHA Č III: KÓD PROGRAMU - PROTOKOL Č. 2

%PROGRAM ÚLOHY Č. 2 - Návrh IIR filtra bez použitia funkcií zo Signal processing Toolbox

```
clear all;
```

```
%Definovanie 3 harmonických zložiek vstupného signálu
```

```
F1 = 20;    %Frekvencia 1. zložky  
F2 = 50;    %Frekvencia 2. zložky  
F3 = 70;    %Frekvencia 3. zložky  
Fv = 200;   %Vzorkovacia frekvencia
```

```
A1 = 2;     %Amplitúda 1. zložky  
A2 = 5;     %Amplitúda 2. zložky  
A3 = 3;     %Amplitúda 3. zložky
```

```
T=1/Fv;     %Opakovacia perioda  
t=0:T:1-T;  %Vzorky signálov  
N=length(t); %Počet vzoriek signálu  
tmax=max(t);  
f=(0:N-1)/tmax;
```

```
signal_1 = A1*sin(2*pi*F1*t); %Definovanie 1. zložky  
signal_2 = A2*sin(2*pi*F2*t); %Definovanie 2. zložky  
signal_3 = A3*sin(2*pi*F3*t); %Definovanie 3. zložky
```

```
x = signal_1 + signal_2 + signal_3; %Výsledný vstupný signál x - súčet  
troch harmonických zložiek
```

```
%Vykreslenie vstupného signálu x
```

```
figure;  
plot(t,x);  
title('Vstupný nefiltrovaný signal');  
xlabel('Cas [s]');
```

```
%Vykreslenie amplitúdového spektra nefiltrovaného signálu
```

```
ampl_x=fft(x);           %fft(x) - rýchla fourierova transformácia
figure;
plot(f,abs(ampl_x));
title('Amplitúdové spektrum vstupneho nefiltrovaného signalu');
xlabel('Frekvencia [Hz]');

%Vykreslenie výkonového spektra vstupného nefiltrovaného signálu

vykon_signal_x=fft(x);           %fft(x) - rýchla fourierova
transformácia
Vx=vykon_signal_x.*conj(vykon_signal_x)/N; %funkcie "conj" určuje zdru-
žené komplexné číslo (xk=conj(x); xk = 1 - 1i)
figure;
plot(f,Vx);
title('Výkonové spektrum vstupneho nefiltrovaného signalu');
xlabel('Frekvencia [Hz]');

%Definovanie medzných frekvencií

Fd = 40;           %Frekvencia dolnej hranice zádrže
Fh = 60;           %Frekvencia hornej hranice zádrže

NMFd = Fd/(Fv/2);   %Normovaná medzná frekvencia
NMFh = Fh/(Fv/2);   %Normovaná medzná frekvencia

omfD = 2*pi*Fd;     %kmitočet
omfH = 2*pi*Fh;     %kmitočet

omAfD = 2/T*tan(omfD*T/2); %prevod medzi analógovou a číslicovou kmitoč-
tovou osou
omAfH = 2/T*tan(omfH*T/2); %prevod medzi analógovou a číslicovou kmitoč-
tovou osou

omd = omAfH-omAfD;
om0 = sqrt(omAfH*omAfD);

%Výpočet koeficientov spojitého filtra

a(1)=1;
a(2)=0;
```



```
a(3)=2*om0^2;
a(4)=0;
a(5)=om0^4;

b(1)=1;
b(2)=sqrt(2)*omd;
b(3)=omd^2+2*om0^2;
b(4)=sqrt(2)*omd*om0^2;
b(5)=om0^4;

A(1)=16+4*a(3)*T^2+a(5)*T^4;
A(2)=-64+4*a(5)*T^4;
A(3)=96-8*a(3)*T^2+6*a(5)*T^4;
A(4)=A(2);
A(5)=A(1);

B(1)=16+8*b(2)*T+4*b(3)*T^2+2*b(4)*T^3+b(5)*T^4;
B(2)=-64-16*b(2)*T+4*b(4)*T^3+4*b(5)*T^4;
B(3)=96-8*b(3)*T^2+6*b(5)*T^4;
B(4)=-64+16*b(2)*T-4*b(4)*T^3+4*b(5)*T^4;
B(5)=16-8*b(2)*T+4*b(3)*T^2-2*b(4)*T^3+b(5)*T^4;

L = length(x);
La = length (B);
Lb = length (A);
y(L)=0;

BB = A / B(1); %Normalizovanie
AA = B / B(1); %Normalizovanie

%Funkcie Toolbox
[b_tool,a_tool]=butter(2,[NMFd NMFh],'stop'); %Výpočet koeficientov IIR
filtra
y_tool = filter (b_tool,a_tool,x); %Realizácia IIR filtra

[H,w]=freqz(A,B,Fv/2);
[H_tool,w_tool]=freqz(b_tool,a_tool,Fv/2);

figure;
yyaxis left
```

```
plot(w_tool/pi,angle(H_tool));
yyaxis right
plot(w/pi,angle(H));
title('Fazova charakteristika IIR filtra')
legend('SP toolbox','Vytvorena funkcia');

figure;
yyaxis left
plot(w_tool*Fv/(2*pi),abs(H_tool));
yyaxis right
plot(w*Fv/(2*pi),abs(H));
title('Amplitudova charakteristika IIR filtra')
legend('SP toolbox','Vytvorena funkcia');
xlabel('Frekvencia [Hz]');

%Diferencna rovnica - funkcia filter

for k=1:L

    B_sum = 0;
    for i=1:Lb
        B_sum = B_sum + BB(i)*x(k-i+1);
        if (k<=i)
            break
        end
    end

    A_sum = 0;
    for j=1:La
        if (k<=j)
            break
        end
        A_sum = A_sum + AA(j)*y(k-j+1);
    end

    y(k) = B_sum-A_sum;

end
```

```
%Vykreslenie filtrovaného signálu
figure;
yyaxis left
plot(t,y_tool);
yyaxis right
plot(t,y);
title('Vystupny filtrovany signal')
legend('SP toolbox','Vytvorena funkcia');
xlabel('Cas [s]');

%Vykreslenie amplitúdového a výkonového spektra filtrovaného signalu

fft_signal_y=fft(y); %fft(x) - rýchla fourierova
transformácia
fft_signal_y_tool=fft(y_tool); %fft(x) - rýchla
fourierova transformácia

figure;
yyaxis left
plot(f,abs(fft_signal_y_tool));
yyaxis right
plot(f,abs(fft_signal_y));
title('Amplitúdové spektrum filtrovaného signalu')
legend('SP toolbox','Vytvorena funkcia');
xlabel('Frekvencia [Hz]');

Vy=fft_signal_y.*conj(fft_signal_y)/N; %funkcie "conj" určuje združené
komplexné číslo (xk=conj(x); xk = 1 - 1i)
Vy_tool=fft_signal_y_tool.*conj(fft_signal_y_tool)/N;

figure;
yyaxis left
plot(f,Vy_tool);
yyaxis right
plot(f,Vy);
title('Vykonove spektrum filtrovaného signalu')
legend('SP toolbox','Vytvorena funkcia');
xlabel('Frekvencia [Hz]');
```

PRÍLOHA Č IV: KÓD PROGRAMU PRE PROTOKOL Č. 3

%PROGRAM ÚLOHY Č. 3 - Návrh FIR filtra bez použitia funkcií Toolbox

```
clear all;
```

```
%Definovanie 3 harmonických zložiek vstupného signálu
```

```
F1 = 20;    %Frekvencia 1. zložky  
F2 = 50;    %Frekvencia 2. zložky  
F3 = 70;    %Frekvencia 3. zložky  
Fv = 200;   %Vzorkovacia frekvencia
```

```
A1 = 2;     %Amplitúda 1. zložky  
A2 = 5;     %Amplitúda 2. zložky  
A3 = 3;     %Amplitúda 3. zložky
```

```
T=1/Fv;     %Opakovacia perioda  
t=0:T:1-T;  %Vzorky signálov  
N=length(t); %Počet vzoriek signálu  
tmax=max(t);  
f=(0:N-1)/tmax;
```

```
signal_1 = A1*sin(2*pi*F1*t); %Definovanie 1. zložky  
signal_2 = A2*sin(2*pi*F2*t); %Definovanie 2. zložky  
signal_3 = A3*sin(2*pi*F3*t); %Definovanie 3. zložky
```

```
x = signal_1 + signal_2 + signal_3; %Výsledný vstupný signál x - súčet  
troch harmonických zložiek
```

```
%Vykreslenie vstupného signálu x
```

```
figure;  
plot(t,x);  
title('Vstupný nefiltrovaný signal');  
xlabel('Cas [s]');
```

```
%Vykreslenie výkonového spektra vstupného nefiltrovaného signálu
```

```
vykon_signal_x=fft(x); %fft(x) - rýchla fourierova  
transformácia
```

```
Vx=vykon_signal_x.*conj(vykon_signal_x)/N; %funkcie "conj" určuje zdru-
ženú komplexné číslo (xk=conj(x); xk = 1 - 1i)
figure;
plot(f,Vx);
title('Vykonove spektrum vstupneho nefiltrovaného signalu');
xlabel('Frekvencia [Hz]');

%Vytvorena funkcia - začiatok

Fd = 40 %Frekvencia dolnej hranice zádrže
Fh = 60 %Frekvencia hornej hranice zádrže

R = 100;
Lx = length(x);
omd = 2*pi*Fd/Fv;
omh = 2*pi*Fh/Fv;

%Vzorkovanie magnitudovej frekvenčnej charakteristiky
for i=1:R+1
    vzorka_h(i) = 2*pi/R*(i-1);
    if (vzorka_h(i) < omh+(2*pi/R))
        Hvz_h(i) = 0;
    elseif (vzorka_h(i) > 2*pi-omh)
        Hvz_h(i) = 0;
    else
        Hvz_h(i) = 1;
    end
end

for i=1:R+1
    vzorka_d(i) = 2*pi/R*(i-1);
    if (vzorka_d(i) < omd)
        Hvz_d(i) = 0;
    elseif (vzorka_d(i) > 2*pi-omd)
        Hvz_d(i) = 0;
    else
        Hvz_d(i) = 1;
    end
end
```

```
Hvz = Hvz_h - Hvz_d;

for i=1:length(Hvz);
    Hvz(i) = Hvz(i)+1;
end

%Inverzna fourierova transformacia - funkcia ifft
j = length(Hvz);
for n = 1:j
    b(n) = 0;
    for k = 1:j
        b(n) = b(n)+(1/j)*Hvz(k)*exp(1i*2*pi*(k-1)*(n-1)/j);
    end
end

b_real=real(b); %odelenie imaginarnej časti

%symetrizacia impulzovej charakteristiky
N_Hvz=length(Hvz);
sh=[b_real(ceil(N_Hvz/2)+1:end) b_real(1:ceil(N_Hvz/2))];

Typ_okna = 'Hamming';

switch Typ_okna
    case 'Hamming'

        HAM = 0.54 - 0.46*cos(2*pi*(0:N_Hvz-1)/(N_Hvz-1));
        okno = HAM'; %zmena pola HAM z vertikálneho na horizontálne

    case 'Hanning'

        HAN = 0.5 - 0.5*cos(2*pi*(0:N_Hvz-1)/(N_Hvz-1));
        okno = HAN'; %zmena pola HAN z vertikálneho na horizontálne

    case 'Blackman'

        BLCK = 0.42 - 0.5*cos(2*pi*(0:N_Hvz-1)/(N_Hvz-1)) +
            0.08*cos(4*pi*(0:N_Hvz-1)/(N_Hvz-1));
```

```
    okno = BLCK'; %zmena pola BLCK z vertikálneho na horizontálne

    case 'Bez okna'

        okno = 1;

    otherwise
        %Code for when there is no match.
end

%vynasobenie impulzovej charakteristiky oknom

okno_sh = okno.*sh;

%Diferencna rovnica - funkcia filter - začiatok
Lh = length (okno_sh);
y(Lx)=0;

for k=1:Lx
    sum = 0;
    for i=1:Lh
        sum = sum + okno_sh(i)*x(k-i+1);
        if (k<=i)
            break
        end
    end
    y(k) = sum;
end

%Vytvorena funkcia - koniec

%Funkcie Toolbox
omd_tool = Fd/(Fv/2);
omh_tool = Fh/(Fv/2);
h_tool = fir1(R,[omd_tool omh_tool], 'stop'); %Výpočet koeficientov FIR
        filtra
y_tool = filter (h_tool,1,x); %Realizácia FIR filtra

[H,w]=freqz(okno_sh,1,Fv/2);
```

```
[H_tool,w_tool]=freqz(h_tool,1,Fv/2);

figure;
yyaxis left
plot(w_tool/pi,360/(2*pi)*unwrap(angle(H_tool)));
yyaxis right
plot(w/pi,360/(2*pi)*unwrap(angle(H)));
title('Fazova charakteristika FIR filtra')
legend('SP toolbox','Vytvorena funkcia');

figure;
yyaxis left
plot(w_tool*Fv/(2*pi),abs(H_tool));
axis([0 Fv/2 0 1.2]);
yyaxis right
plot(w*Fv/(2*pi),abs(H));
axis([0 Fv/2 0 1.2]);
title('Amplitudova charakteristika FIR filtra')
legend('SP toolbox','Vytvorena funkcia');
xlabel('Frekvencia [Hz]');

%Diferencialna rovnica - funkcia filter - začiatok
Lh = length (okno_sh);
y(Lx)=0;

for k=1:Lx

    sum = 0;
    for i=1:Lh
        sum = sum + okno_sh(i)*x(k-i+1);
        if (k<=i)
            break
        end
    end

    y(k) = sum;

end
```



```
%Vykreslenie filtrovaného signálu
figure;
yyaxis left
plot(t,y_tool);
yyaxis right
plot(t,y);
title('Vystupny filtrovany signal')
legend('SP toolbox','Vytvorena funkcia');
xlabel('Cas [s]');

%Vykreslenie výkonového spektra filtrovaného signalu

vykon_signal_y=fft(y); %fft(x) - rýchla fourie-
rova transformácia
Vy=vykon_signal_y.*conj(vykon_signal_y)/N; %funkcie "conj" určuje zdru-
žené komplexné číslo (xk=conj(x); xk = 1 - li)

vykon_signal_y_tool=fft(y_tool); %fft(x) -
rýchla fourierova transformácia
Vy_tool=vykon_signal_y_tool.*conj(vykon_signal_y_tool)/N;

figure;
yyaxis left
plot(f,Vy_tool);
yyaxis right
plot(f,Vy);
title('Vykonove spektrum filtrovaneho signalu')
legend('SP toolbox','Vytvorena funkcia');
xlabel('Frekvencia [Hz]');
```

PRÍLOHA Č V: OBSAH DISKU CD-ROM

Zadanie č. 1

- GUI_Zadanie_1.fig
- GUI_Zadanie_1.m
- Protokol č. 1.doc
- Zadanie_1.m

Zadanie č. 2

- GUI_Zadanie_2.fig
- GUI_Zadanie_2.m
- Protokol č. 2.doc
- Zadanie_2.m

Zadanie č. 3

- GUI_Zadanie_3.fig
- GUI_Zadanie_3.m
- Protokol č. 3.doc
- Zadanie_3.m