

Overovanie číslicových regulačných obvodov

Verification digital control circuit

Bc. Eliška Kvasnicová

Diplomová práce
2007



Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně
Fakulta aplikované informatiky

Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně
Fakulta aplikované informatiky
Ústav automatizace a řídicí techniky
akademický rok: 2006/2007

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení: **Bc. Eliška KVASNICOVÁ**
Studijní program: **N 3902 Inženýrská informatika**
Studijní obor: **Automatické řízení a informatika**

Téma práce: **Ověřování číslicových regulačních obvodů**

Zásady pro vypracování:

1. Vypracujte literární řešení se zaměřením na číslicové regulační obvody založené na algebraické teorii řízení.
2. Na základě literární řešení vyberte vhodné číslicové regulátory pro řízení spojitého procesu. Zaměřte se na regulátory založené na přiřazení pólů a minimalizaci kvadratického kritéria.
3. Navržené regulační obvody ověřte v programovém prostředí MATLAB/SIMULINK v adaptivních i neadaptivních verzích. Analyzujte vliv stavitelných parametrů regulátorů na dynamické vlastnosti regulačních obvodů.
4. Na základě simulačního ověření pojednejte o kladech a záporech jednotlivých přístupů a jejich vhodnosti pro řízení stabilních a nestabilních soustav a soustav s neminimální fází.
5. Vypracujte podrobnou dokumentaci výsledků simulačního ověření.

Rozsah práce:

Rozsah příloh:

Forma zpracování diplomové práce: **tištěná/elektronická**

Seznam odborné literatury:

1. Drábek, O., Macháček, J. **Adaptivní řízení. Ediční středisko VŠCHT v Pardubicích, Pardubice, 1992.**
2. Havlena, V., Štecha, J. **Moderní teorie řízení. Vydavatelství ČVUT v Praze, Praha, 1994.**
3. Peterka, V. aj. **Algoritmy pro adaptivní mikroprocesorovou regulaci technologických procesů. ÚTIA ČSAV Praha, 1982.**
4. Kučera, V. **Analysis and Design of Discrete Linear Systems. New Jersey, Prentice Hall, Englewood Cliffs 1991.**
5. Bobál, V., Böhm, J., Fessl, J. Macháček, J: **Digital Self-tuning Controllers: Algorithms, Implementation and Applications. Advanced Textbooks in Control and Signal Processing. Springer-Verlag London, 2005.**
6. Bobál, V., Chalupa, P. **Self-tuning Controllers Simulink Library. <http://www.utb.cz/stctool/>. 2003.**

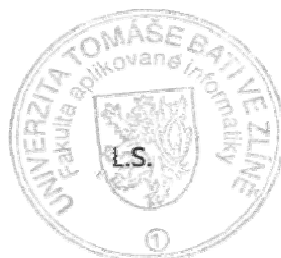
Vedoucí diplomové práce: **prof. Ing. Vladimír Bobál, CSc.**
Ústav řízení procesů

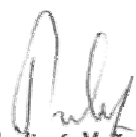
Datum zadání diplomové práce: **13. února 2007**

Termín odevzdání diplomové práce: **24. května 2007**

Ve Zlíně dne 13. února 2007


prof. Ing. Vladimír Vašek, CSc.
děkan




prof. Ing. Vladimír Vašek, CSc.
ředitel ústavu

ABSTRAKT

Táto diplomová práca sa zaoberá simulačným overovaním číslicových regulátorov založených na algebraickej teórii riadenia. Popisuje návrh grafického užívateľského rozhrania GUI pre overenie jednotlivých typov regulátorov. Použitím tejto aplikácie sa sprehladnia mechanizmy algebraickej teórie. Poskytuje možnosť analyzovať vplyv nastaviteľných parametrov regulátorov na dynamické vlastnosti regulačných obvodov. Popisuje simuláciu a analyzuje vplyv nastaviteľných parametrov použitím metódy založenej na minimalizácii kvadratického kritéria.

Kľúčové slová: GUI, GUIDE, algebraická teória riadenia, priradenie pólov, kvadratické kritérium, konečný počet krokov, simulačné overovanie, DB, PP, LQ, 1DOF, 2DOF, jeden stupeň voľnosti, , dva stupene voľnosti.

ABSTRACT

This master thesis deals with simulation verification of digital control circuit for algebraic theory controls. It describes a graphical user interface design for verification of particular types of digital controls. Use of this application brings clear view on the mechanisms of algebraic theory. It describes simulation and analyses the impact of adjusting parameters applying the method of the minimization of quadratic criterion.

Keywords: GUI, GUIDE, Dead – Beat, Pole Placement, Linear Quadratic Control, one degree of freedom , two degrees of freedom, DB, PP, LQ, 1DOF, 2DOF, simulation verification.

Úprimne by som chcela poďakovať prof. Ing. Vladimírovi Bobálovi, CSc. za trpezlivosť, cenné rady a pripomienky, ktoré mi poskytoval pri riešení mojej práce.

Moje poďakovanie patrí aj Ing. Petrovi Chalupovi, Ph.D. a Ing. Milanovi Navrátilovi. A v neposlednej rade ďakujem mojim rodičom, súrodencom a celej rod. Vašíčkovej, ktorí ma počas celého štúdia podporovali a umožnili mi rozvíjať moje schopnosti.

„Kto chce, hľadá spôsoby a kto nechce, hľadá dôvody.“

Prehlasujem, že som na diplomovej práci pracovala samostatne a použitú literatúru som citovala. V prípade publikácie výsledkov, ak to bude umožnené na základe licenčnej zmluvy, budem uvedená ako spoluautor.

V Zlíne

.....
Podpis diplomata

OBSAH

ÚVOD	8
I TEORETICKÁ ČASŤ	9
1 ČÍSLICOVÉ REGULÁTORY ZALOŽENÉ NA ALGEBRAICKEJ TEÓRIÍ RIADENIA	10
1.1 METÓDY ZALOŽENÉ NA KRITÉRIU KONEČNÉHO POČTU KROKOV (DEAD-BEAT).....	10
1.1.1 Silná verzia metódy konečného počtu krokov	10
1.1.2 Slabá verzia metódy konečného počtu krokov	15
1.2 METÓDY ZALOŽENÉ NA PRIRADENÍ PÓLOV (POLE PLACEMENT)	16
1.2.1 Vplyv polohy pólov na priebeh regulačného pochodu	16
1.2.2 Odvodenie algoritmu	19
1.3 METÓDY ZALOŽENÉ NA MINIMALIZÁCIÍ KVADRATICKÉHO KRITÉRIA (LINEAR QUADRATIC CONTROL)	23
II PRAKTICKÁ ČASŤ	27
2 NÁVRH REGULÁTOROV	28
2.1 NÁVRH REGULÁTORA S JEDNÝM STUPŇOM VOENOSTI	29
2.1.1 Výpočet parametrov regulátora s použitím metódy DB - silná verzia	29
2.1.2 Výpočet parametrov regulátora s použitím metódy PP	31
2.1.3 Výpočet parametrov regulátora s použitím metódy LQ	32
2.2 NÁVRH REGULÁTORA S DVOMI STUPŇAMI VOENOSTI	36
2.2.1 Výpočet parametrov regulátora s použitím metódy DB - silná verzia	36
2.2.2 Výpočet parametrov regulátora s použitím metódy DB - slabá verzia.....	37
2.2.3 Výpočet parametrov regulátora s použitím metódy PP	38
2.2.4 Výpočet parametrov regulátora s použitím metódy LQ	39
3 ZOSTAVENIE PROGRAMOV PRE SIMULAČNÉ RIADENIE SÚSTAV DRUHÉHO RÁDU	41
3.1 NÁVRH GRAFICKÉHO UŽÍVATEĽSKÉHO ROZHRAINIA GUI.....	41
3.2 REALIZÁCIA GUI.....	41
3.2.1 Tvorba aplikácie START	43
3.2.2 Tvorba aplikácie STABILNA	47
3.2.3 Tvorba algoritmu regulátora PP1DOF	49
3.2.4 Tvorba algoritmu pre výpočet kvality regulácie.....	50
4 SIMULAČNÉ OVEROVANIE REGULÁTOROV	52
4.1 STABILNÁ SÚSTAVA.....	52
4.2 SÚSTAVA S NEMINIMÁLNOU FÁZOU	56
4.3 NESTABILNÁ SÚSTAVA	60
4.4 DISKUSIA VÝSLEDKOV	64
ZÁVER	65
CONCLUSION	66

ZOZNAM POUŽITEJ LITERATÚRY	67
ZOZNAM POUŽITÝCH SYMBOLOV A SKRATIEK.....	68
ZOZNAM OBRÁZKOV	69
ZOZNAM TABULIEK	71

ÚVOD

V dnešnej dobe je veľkým trendom automatizácia, ktorej cieľom je plynulé samovoľné riadenie rôznych stojov, procesov a práce, bez priamej účasti človeka. K tejto realizácii využíva regulátor - zariadenie, prostredníctvom ktorého sa reguluje, usmerňuje, upravuje stav, činnosť alebo vlastnosti niečoho.

Z pohľadu teórie automatického riadenia je regulátor obyčajne označovaný ako bližšie nešpecifikované zariadenie, ktoré realizuje algoritmus regulácie. Regulátorom na tejto úrovni je obyčajne počítačový program vo vhodnom prostredí, často v matematickom systéme Matlab/Simulink, prípadne iba samotný algoritmus.

Teoretické pojednávania sa obyčajne zaoberajú novými typmi špecifických algoritmov vyspelých regulátorov, prípadne posudzujú ich vlastnosti v porovnaní s inými doterajšími typmi regulátorov alebo popisujú metodické postupy nastavovania tradičných typov regulátorov.

Táto diplomová práca sa zameriava na číslicové regulátory založené na algebraickej teórii riadenia. Zoznámí čitateľa s postupom výpočtu regulátorov pri použití jednotlivých metód. Ukáže návrh a realizáciu grafického užívateľského rozhrania, ktorého cieľom je zjednodušiť výpočet, ušetriť tým čas strávený zdĺhavým výpočtom i zároveň zobrazit' vlastnosti jednotlivých regulátorov. Umožňuje ukázať, ako sa zmení regulačný pochod zmenou vstupných parametrov. Hlavnou myšlienkou je bližšie zoznámenie čitateľa s charakteristickými rozdielom použitia jednotlivých metód, použitím vytvorenej aplikácie.

I. TEORETICKÁ ČASŤ

1 ČÍSLICOVÉ REGULÁTORY ZALOŽENÉ NA ALGEBRAICKEJ TEÓRIÍ RIADENIA

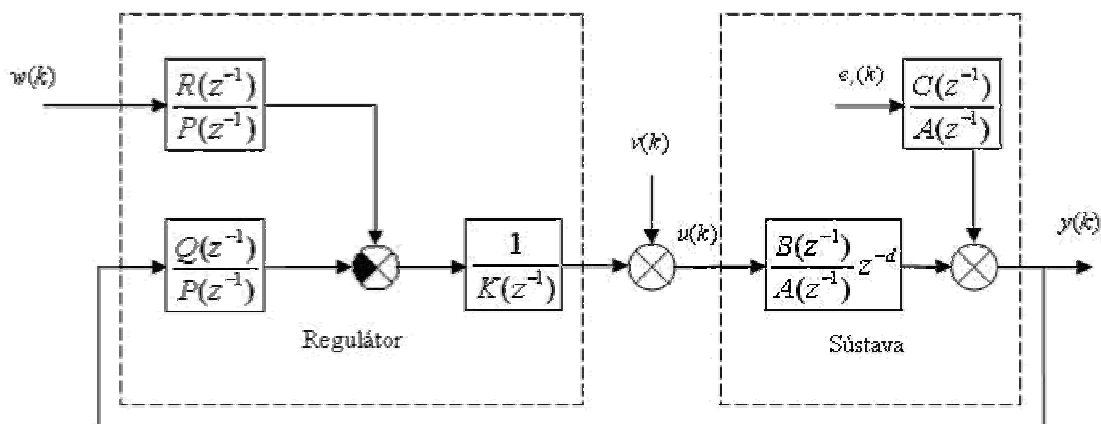
Číslkové regulátory sledujú okamžitú hodnotu regulovanej veličiny a porovnávajú ju s hodnotou požadovanou. Ak rozdiel žiadanej veličiny a regulovanej veličiny prekročí určitú hodnotu, regulátor s danou citlivosťou zahájí regulačný proces, ktorého priebeh a výsledok je daný vlastnosťou regulačného obvodu. Rôzne varianty návrhu regulátorov možno vytvárať podľa zvoleného typu modelu sústavy, podľa kritéria akosti regulácie, podľa matematického postupu pri odvodzovaní rovníc regulátora, apod. Medzi algoritmy založené na algebraickej teórii riadenia zaraďujeme metódy, ktoré spĺňujú rôzne kritéria pre priebeh regulačného pochodu – konečný (minimálny) počet krokov, tvar odozvy daný priradením pólov prenosu uzavretého regulačného obvodu, alebo zaistenie minima kvadratického kritéria.

1.1 Metódy založené na kritériu konečného počtu krokov (Dead-beat)

Rozlišuje sa silná a slabá verzia tohoto kritéria podľa toho, či zhoda regulovanej veličiny s riadiacou veličinou nastáva pre ľubovoľný časový okamžik, alebo či k nej dochádza len v okamžikoch vzorkovania. Z toho plynie rozdiel v priebehu akčnej veličiny, ktorá sa po zmene buď ustáli (silná verzia), alebo sa asymptoticky blíži k ustálenej hodnote (slabá verzia).

1.1.1 Silná verzia metódy konečného počtu krokov

Algoritmus odvodíme ([1], [2]) pre regulačný obvod podľa Obr. 1.1 s nasledujúcimi



Obr. 1.1 Bloková schéma regulačného obvodu s regulátorom s dvomi stupňami voľnosti.

zjednodušeniami: Na sústavu nepôsobí porucha ani šumový signál, sústava neobsahuje dopravné oneskorenie a polynóm $K(z^{-1}) = 1$. Rovnice, ktoré popisujú sústavu a regulátor, majú po transformácií tvar:

$$Y(z^{-1}) = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} U(z^{-1}) \quad (1.1)$$

$$U(z^{-1}) = \frac{R(z^{-1})}{P(z^{-1})} W(z^{-1}) - \frac{Q(z^{-1})}{P(z^{-1})} Y(z^{-1}) \quad (1.2)$$

Po dosadení za $U(z^{-1})$ z rovnice (1.2) do rovnice (1.1) a po úprave získame

$$Y(z^{-1}) = \frac{B(z^{-1})R(z^{-1})}{A(z^{-1})P(z^{-1}) + B(z^{-1})Q(z^{-1})} W(z^{-1}) \quad (1.3)$$

Opačným postupom, keď z rovnice (1.2) vylúčime $Y(z^{-1})$, obdržíme výraz pre vstupný signál:

$$U(z^{-1}) = \frac{A(z^{-1})R(z^{-1})}{A(z^{-1})P(z^{-1}) + B(z^{-1})Q(z^{-1})} W(z^{-1}) \quad (1.4)$$

Polynóm regulačnej odchýlky je po dosadení z rovnice (1.3) rovný

$$E(z^{-1}) = W(z^{-1}) - Y(z^{-1}) = \left[1 - \frac{B(z^{-1})R(z^{-1})}{A(z^{-1})P(z^{-1}) + B(z^{-1})Q(z^{-1})} \right] W(z^{-1}) \quad (1.5)$$

Ak požadujeme, aby po zmene riadiacej veličiny sa regulačná odchýlka vynulovala v konečnom počte regulačných krokov, musí byť polynóm $E(z^{-1})$ čo najjednoduchší. Táto podmienka je splnená, pokiaľ polynóm nieje v tvare zlomku, t.j. pokiaľ platí

$$A(z^{-1})P(z^{-1}) + B(z^{-1})Q(z^{-1}) = 1 \quad (1.6)$$

Rovnica (1.6) má minimálne riešenie, pokiaľ pre stupne polynómov $P(z^{-1})$ a $Q(z^{-1})$ platí

$$\begin{aligned} \partial P(z^{-1}) &= \partial B(z^{-1}) - 1 \\ \partial Q(z^{-1}) &= \partial A(z^{-1}) - 1 \end{aligned} \quad (1.7)$$

a pokiaľ sú polynómy $A(z^{-1})$ a $B(z^{-1})$ nedeliteľné. Výraz (1.6) je súčasne podmienkou stability uzavretého regulačného obvodu. Rovnica (1.5) sa po dosadení podmienky (1.6) zjednoduší na tvar

$$E(z^{-1}) = [1 - B(z^{-1})R(z^{-1})]W(z^{-1}) \quad (1.8)$$

Postupnosť $W(z^{-1})$, popisujúca časový priebeh riadiacej veličiny $w(k)$, možno obecné vyjadriť ako podiel polynómov

$$W(z^{-1}) = \frac{N_w(z^{-1})}{D_w(z^{-1})} \quad (1.9)$$

Ďalšie zjednodušenie polynómu $E(z^{-1})$ je možné, pokiaľ polynóm $D_w(z^{-1})$ delí výraz $[1 - B(z^{-1})R(z^{-1})]$. Označíme tento podiel ako polynóm $S(z^{-1})$

$$S(z^{-1}) = \frac{1 - B(z^{-1})R(z^{-1})}{D_w(z^{-1})} \quad (1.10)$$

a rovnicu (1.10) upravíme do tvaru

$$D_w(z^{-1})S(z^{-1}) + B(z^{-1})R(z^{-1}) = 1 \quad (1.11)$$

Podobne ako pri riešení polynomiálnej rovnice (1.6), i táto rovnica má minimálne riešenie, pokiaľ pre stupne polynómov platí

$$\begin{aligned} \partial R(z^{-1}) &= \partial D_w(z^{-1}) - 1 \\ \partial S(z^{-1}) &= \partial B(z^{-1}) - 1 \end{aligned} \quad (1.12)$$

Polynóm $S(z^{-1})$ je pomocný a nie je treba ho pri výpočte parametrov regulátora vyčísl'ovať. Môže byť ale využitý pri výpočte regulačnej odchýlky:

$$E(z^{-1}) = S(z^{-1})N_w(z^{-1}) \quad (1.13)$$

ako vyplýva z rovnice (1.8) až (1.10).

Polynomiálna rovnica (1.6) a (1.11) sa obvykle rieši metódou neurčitých koeficientov (porovnaním členov u rovnakých mocnín premennej z). Uvedený algoritmus sa využíva pre úlohu sledovania premennej riadiacej veličiny, ktorej priebeh musí byť známy, aby regulátor mohol byť na nej „naladený“. V praxi prichádzajú najčastejšie do úvahy skokové zmeny riadiacej veličiny, ktoré je možné vyjadriť v tvare obrazu skokovej funkcie o veľkosti w_1 :

$$W(z^{-1}) = \frac{N_w(z^{-1})}{D_w(z^{-1})} = \frac{w_1}{1 - z^{-1}} \quad (1.14)$$

Pre zjednodušenie budeme ďalej uvažovať, že skok riadiacej veličiny je jednotkový ($w_1 = 1$). Rovnica (1.11) sa potom zjednoduší na tvar

$$(1 - z^{-1})S(z^{-1}) + B(z^{-1})R(z^{-1}) = 1 \quad (1.15)$$

Podľa rovnice (1.12) je polynóm $R(z^{-1})$ nultého rádu a riešením rovnice (1.15) je vzťah

$$R(z^{-1}) = r_0 = \frac{1}{b_1 + b_2 + \dots + b_n} \quad (1.16)$$

Návrh regulátora sa potom zjednoduší na výpočet koeficientov polynómov $P(z^{-1})$ a $Q(z^{-1})$ z rovnice (1.6) a koeficientu r_0 z rovnice (1.16). Polynóm regulačnej odchýlky je pre skokové zmeny riadiacej veličiny rovný

$$E(z^{-1}) = S(z^{-1}) = [1 - B(z^{-1})r_0] \frac{1}{1 - z^{-1}} \quad (1.17)$$

a má n nenulových koeficientov. Postupnosť hodnôt regulovanej veličiny popisuje rovnica

$$Y(z^{-1}) = W(z^{-1}) - E(z^{-1}) = B(z^{-1})r_0 \frac{1}{1 - z^{-1}} \quad (1.18)$$

ktorá sa dá po vydelení polynómov zapísať ako

$$Y(z^{-1}) = r_0 [b_1 z^{-1} + (b_1 + b_2)z^{-2} + \dots + (b_1 + b_2 + \dots + b_n)z^{-n} + (b_1 + b_2 + \dots + b_n)z^{-(n+1)} + \dots] \quad (1.19)$$

Počínajúc n -tým krokom sú koeficienty postupnosti rovné 1, t.j. $y(k) = w(k)$. Akčná veličina $U(z^{-1})$ je podľa rovnice (1.1) a (1.18) rovná

$$U(z^{-1}) = \frac{A(z^{-1})}{B(z^{-1})} Y(z^{-1}) = A(z^{-1})r_0 \frac{1}{1 - z^{-1}} \quad (1.20)$$

a po rozpísaní

$$U(z^{-1}) = r_0 [1 + (1 + a_1)z^{-1} + \dots + (1 + a_1 + a_2 + \dots + a_n)z^{-n} + (1 + a_1 + a_2 + \dots + a_n)z^{-(n+1)} + \dots] \quad (1.21)$$

Hodnota akčnej veličiny je od n -tého kroku konštantná a je rovná prevrátenej hodnote zosilnenia sústavy. Prenos riadenia pre skokové zmeny riadiacej veličiny odvodíme z rovnice (1.14) a (1.18):

$$G_w(z) = \frac{Y(z)}{W(z)} = B(z^{-1})r_0 \quad (1.22)$$

Po prevode prenosovej funkcie na premennú z je menovateľ rovný z^n a charakteristická rovnica má n -násobný nulový koreň (pól). Nulové póly zaisťujú najrýchlejšie ustálenie regulačného pochodu.

Ak obsahuje sústava dopravné oneskorenie d , zvýši sa rád polynómu $B(z^{-1})$ na $n + d$:

$$B(z^{-1}) = b_1 z^{-(1+d)} + b_2 z^{-(2+d)} + \dots + b_n z^{-(n+d)} \quad (1.23)$$

Postup návrhu regulátora je rovnaký, ku sledovaniu riadiacej veličiny dochádza za $n+d$ intervalov vzorkovania. Charakteristická rovnica prenosu riadenia má $(n + d)$ -násobný pól.

Algoritmus konečného počtu krokov bol navrhnutý pre sledovanie riadiacej veličiny a neobsahuje integračnú (v diskkrétnej verzii sumačnú) zložku. Nieje teda vhodný pre elimináciu vplyvu porúch, alebo pre regulátor s jedným stupňom voľnosti, pretože zanecháva trvalú regulačnú odchýlku. Integračný charakter regulátor získa, pokiaľ obsahuje člen $K(z^{-1}) = 1 - z^{-1}$. Z prenosu riadenia

$$G_w = \frac{Y(z)}{W(z)} = \frac{B(z^{-1})R(z^{-1})}{A(z^{-1})K(z^{-1})P(z^{-1}) + B(z^{-1})Q(z^{-1})} \quad (1.24)$$

vychádza modifikovaná podmienková rovnica (1.6) v tvare:

$$A(z^{-1})K(z^{-1})P(z^{-1}) + B(z^{-1})Q(z^{-1}) = 1 \quad (1.25)$$

Stupeň polynómu $Q(z^{-1})$ sa zvýši o 1

$$\partial Q(z^{-1}) = \partial A(z^{-1}) + \partial K(z^{-1}) - 1 = \partial A(z^{-1}) \quad (1.26)$$

Podmienka (1.11) pre výpočet polynómu $R(z^{-1})$ sa nemení a sledovanie riadiacej veličiny člen $K(z^{-1})$ neovplyvňuje.

Spoločnou nevýhodou metódy konečného počtu krokov je, že pre rýchle ustálenie regulovanej veličiny sú nutné veľké akčné zásahy, najmä v prvom regulačnom kroku. Pri skracovaní intervalu vzorkovania musí akčná veličina narastať, aby sa regulovaná veličina stačila za kratší čas ustáliť. Prakticky realizovaný akčný člen má daný rozsah, takže väčšinou dochádza k obmedzeniu akčnej veličiny, a tým ku zhoršeniu kvality regulácie (zväčšenie počtu krokov, v ktorých sa regulovaná veličina ustáli).

Najjednoduchším spôsobom pre zmenšenie veľkosti akčného signálu je predĺženie intervalu vzorkovania alebo filtrácia skokových zmien riadiacej veličiny.

1.1.2 Slabá verzia metódy konečného počtu krokov

Regulátor pre slabú verziu metódy konečného (minimálneho) počtu krokov pre sústavu (podľa rovnice (1.1)), odvodíme z podmienky, že regulovaná veličina sleduje zmeny riadiacej veličiny s oneskorením jedného vzorkovaného intervalu $y(k) = w(k-1)$, takže prenos riadenia je rovný $G_w(z) = z^{-1}$. Z rovnice (1.1) vypočítame

$$y(k) = B(z^{-1})u(k) - [A(z^{-1}) - 1]y(k) \quad (1.27)$$

po dosadení $y(k) = w(k-1)$ a po posunutí o 1 interval vzorkovania získame rovnicu regulátora

$$u(k) = \frac{1}{b_1} \left[\sum_{i=1}^n a_i y(k-i+1) + w(k) - \sum_{i=2}^n b_i u(k-i+1) \right] \quad (1.28)$$

Z tvaru tejto rovnice je zrejmé, že sa jedná o regulátor s dvomi stupňami voľnosti a s polynómom $K(z^{-1}) = 1$. Pre sústavu 2. rádu má regulátor (1.28) tvar

$$u(k) = \frac{1}{b_1} w(k) + \frac{a_1}{b_1} y(k) + \frac{a_2}{b_1} y(k-1) - \frac{b_2}{b_1} u(k-1) \quad (1.29)$$

a je ďalej označovaný ako **DB2**.

Porovnaním s obecným tvarom regulátora podľa rovnice

$$P(z^{-1})K(z^{-1})u(k) = R(z^{-1})w(k) - Q(z^{-1})y(k) \quad (1.30)$$

môžeme potom rovnicu (1.28) zapísať pomocou polynómov ako

$$\begin{aligned} P(z^{-1}) &= zB(z^{-1}) = b_1 + b_2 z^{-1} + \dots + b_n z^{-(n-1)} \\ Q(z^{-1}) &= z[1 - A(z^{-1})] = -a_1 - a_2 z^{-1} - \dots - a_n z^{-(n-1)} \\ R(z^{-1}) &= 1 \\ K(z^{-1}) &= 1 \end{aligned} \quad (1.31)$$

Po dosadení polynómov do prenosu riadenia vyjde

$$G_w(z) = \frac{Y(z)}{W(z)} = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})zB(z^{-1}) + B(z^{-1})z[1 - A(z^{-1})]} = \frac{B(z^{-1})}{zB(z^{-1})} \quad (1.32)$$

Tento prenos možno zjednodušiť na pôvodný tvar z^{-1} iba za predpokladu, že polynóm $B(z^{-1})$ je stabilný. Metóda teda nieje vhodná pre riadenie neminimálne fázových sústav, pretože krátenie nestabilného polynómu $B(z^{-1})$ vedie na nestabilný regulačný pochod.

Rovnaké polynómy regulátora môžeme odvodiť z podmienkovej rovnice

$$A(z^{-1})P(z^{-1}) + B(z^{-1})Q(z^{-1}) = zB(z^{-1}) \quad (1.33)$$

Stabilita pre neminimálne fázové sústavy sa zaisťuje faktorizáciou polynómu $B(z^{-1})$ podľa

$$A(z^{-1}) = A^+(z^{-1})A^-(z^{-1}) \quad (1.34)$$

Na pravú stranu rovnice (1.33) sa dosadí iba stabilná časť tohto polynómu:

$$A(z^{-1})P(z^{-1}) + B(z^{-1})Q(z^{-1}) = zB^+(z^{-1}) \quad (1.35)$$

a kráti sa iba tieto stabilné časti. Výsledný prenos riadenia je potom rovný

$$G_w(z) = z^{-1}B^-(z^{-1}) \quad (1.36)$$

U slabšej verzii dochádza ku zhode medzi regulovanou a riadiacou veličinou iba v okamžikoch vzorkovania. Priebeh akčnej veličiny je daný pomerom nedeliteľných polynómov, takže sa akčná veličina neustáli. Regulovaná veličina môže kmitať s periódou rovnou dvom vzorkovaným intervalom okolo žiadanej hodnoty.

1.2 Metódy založené na priradení pólov (Pole Placement)

Regulátor založený na priradení pólov uzavretého regulačného obvodu je navrhnutý tak, aby charakteristický polynóm mal dopredu zadané póly. Mimo požiadavky na stabilitu je možno vhodnou voľbou pólov získať požadovaný priebeh prechodového deja uzavretého regulačného obvodu, ako napr. maximálne prekmitnutie, tlmenie, apod.

1.2.1 Vplyv polohy pólov na priebeh regulačného pochodu

Súvislosť polohy pólov s priebehom regulačného pochodu ukážeme na spojitom prenose 2. rádu v tvare

$$G_w(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} \quad (1.34)$$

kde ζ je pomerný koeficient tlmenia a ω_n je vlastná kruhová frekvencia kmitov. Skutočné tlmenie je rovné $\zeta\omega_n$ a skutočná frekvencia kmitov je $\omega_n(1-\zeta^2)^{1/2}$. Charakteristická rovnica prenosu (1.34)

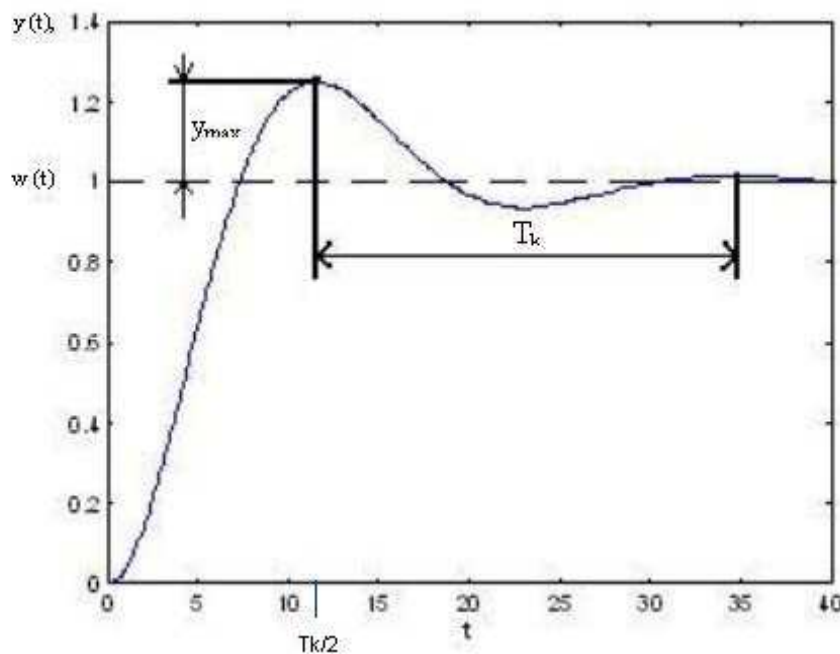
$$s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2 = 0 \quad (1.35)$$

má korene

$$s_{1,2} = -\zeta\omega_n \pm \omega_n\sqrt{\zeta^2 - 1} \quad (1.36)$$

Aby bol regulačný pochod stabilný, musia korene ležať v ľavej časti komplexnej roviny s a musí platiť, že $\zeta > 0$ a $\omega_n > 0$. Kmitavý tlmený regulačný pochod nastane, pokiaľ sú korene komplexné, t.j. pokiaľ je tlmenie v rozsahu $0 < \zeta < 1$. Amplitúda kmitov (v absolútnej hodnote) klesá podľa exponenciály $\exp(-\zeta\omega_n t)$. V tomto prípade prechodová funkcia je v tvare [3]:

$$y(t) = 1 - \frac{e^{-\zeta\omega_n t}}{\sqrt{1-\zeta^2}} \left[\zeta \sin(\omega_n \sqrt{1-\zeta^2} t) + \sqrt{1-\zeta^2} \cos(\omega_n \sqrt{1-\zeta^2} t) \right] \quad (1.37)$$



Obr. 1.2 Kmitavý tlmený regulačný pochod (plná čiara – regulovaná veličina y , čiarkovaná čiara – riadiaca veličina w).

Ako je vidieť z rovnice (1.37), frekvencia kmitov je $\omega_n(1-\zeta^2)^{1/2}$ a odtiaľto plynie vzťah pre periódu kmitov

$$T_k = \frac{2\pi}{\omega_n \sqrt{1-\xi^2}} \quad (1.38)$$

Prvé (maximálne) prekmitnutie regulovanej veličiny nastane v čase, ktorý je rovný polovici doby kmitov, ktorá je daná skutočnou frekvenciou kmitov T_k . Veľkosť regulovanej veličiny v tomto čase je vypočítaná dosadením $t = T_k / 2$ do rovnice (1.37).

$$y_{\max} = y\left(\frac{T_k}{2}\right) = 1 + e^{-\frac{\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}} \quad (1.39)$$

Veľkosť maximálneho prekmitnutia regulovanej veličiny v percentách je potom daná vzťahom

$$\Delta y = 100 e^{-\frac{\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}} \quad (1.40)$$

Na základe vyššie uvedeného rozboru je možno voliť parametre ξ a ω_n tak, aby priebeh regulačného pochodu odpovedal požadovaným vlastnostiam. Reálne korene ($\xi \geq 1$) predstavujú prevrátené hodnoty časových konštánt prenosu a vedú na aperiodický priebeh odozvy.

Ako príklad je na Obr. 1.2 znázornená odozva na jednotkový skok riadiacej veličiny pre prenos (1.34) s koeficientom tlmenia $\xi = 0,4$ a vlastná frekvencia $\omega_n = 0,3 \text{ s}^{-1}$. Podľa rovnice (1.38) je skutočná doba kmitu $T_k = 22,9 \text{ s}$ a prvé prekmitnutie nastane v čase $11,4 \text{ s}$. Regulovaná veličina je v tomto čase rovná $y_{\max} = 1,25$. Vypočítané hodnoty korešpondujú s hodnotami v grafe.

Po prevode prenosu (1.34) do diskretného tvaru je v menovateli prenosu polynóm $D(z^{-1})$ 2. stupňa v obecnom tvare

$$D(z^{-1}) = 1 + d_1 z^{-1} + d_2 z^{-2} \quad (1.41)$$

Korene spojitého prenosu sa prevádzajú do diskretnéj oblasti podľa vzťahu $z_i = \exp(s_i T_0)$, $i = 1, 2$. Z toho možno odvodiť vzťahy pre koeficienty polynómu $D(z^{-1})$:

$$\begin{aligned} d_1 &= -2 \exp(-\xi \omega_n T_0) \cos(\omega_n T_0 \sqrt{1-\xi^2}); & \text{pre } \xi \leq 1; \\ d_1 &= -2 \exp(-\xi \omega_n T_0) \cosh(\omega_n T_0 \sqrt{\xi^2-1}); & \text{pre } \xi > 1; \\ d_2 &= \exp(-2\xi \omega_n T_0). \end{aligned} \quad (1.42)$$

Umiestnenie pólov diskretného prenosu závisí na zvolenom intervale vzorkovania T_0 .

Niektoré možnosti voľby polohy pólov diskretného prenosu uzavretého regulačného obvodu:

- a) pre regulačný pochod s prekmitnutím sa volí dvojica komplexných koreňov,
- b) pre aperiodický regulačný pochod sa volia reálne póly na kladnej osi,
- c) pre konečný počet krokov regulácie sa póly umiestňujú do nuly,
- d) póly sa odvodzujú z prenosu regulovanej sústavy, napr. spektrálna faktorizácia čitateľa a menovateľa.

Vyššie uvedené postupy je tiež možno ďalej vzájomne kombinovať.

Je nutné si uvedomiť, že voľbou pólov nemožno sústave „vnútiť“ ľubovoľné dynamické chovanie. Napr. regulátor nemôže eliminovať dopravné oneskorenie sústavy alebo prekmitnutie v opačnom smere u neminimálne fázovej sústavy.

1.2.2 Odvodenie algoritmu

Odvodenie rovníc pre výpočet parametrov regulátora je podobné, ako pre regulátor s konečným počtom krokov. V podmienkovej rovnici

$$A(z^{-1})P(z^{-1}) + B(z^{-1})Q(z^{-1}) = 1 \quad (1.43)$$

sa nahradí jednotka na pravej strane rovnice, ktorá umiestňuje póly do nuly, polynómom $D(z^{-1})$ so zvolenými pólami:

$$A(z^{-1})P(z^{-1}) + B(z^{-1})Q(z^{-1}) = D(z^{-1}) \quad (1.44)$$

Podobne sa zmení i rovnica (1.25) v prípade, že sa využíva polynóm $K(z^{-1})$:

$$A(z^{-1})K(z^{-1})P(z^{-1}) + B(z^{-1})Q(z^{-1}) = D(z^{-1}). \quad (1.45)$$

Pokiaľ platí rovnica

$$\partial D(z^{-1}) \leq \partial A(z^{-1}) + \partial B(z^{-1}) + \partial K(z^{-1}) - 1 \quad (1.46)$$

sú vzťahy pre určenie minimálneho stupňa polynómov $P(z^{-1})$ a $Q(z^{-1})$ rovnaké, ako podľa kritéria konečného počtu krokov regulácie. Ak je podmienka (1.46) splnená, nemožno jednoznačne určiť stupne polynómov $P(z^{-1})$ a $Q(z^{-1})$. Napr. pre rovnicu (1.44) je počet

určovaných parametrov rovný $\partial P(z^{-1}) + \partial Q(z^{-1}) + 2$, pretože polynóm n -tého stupňa má $n + 1$ parametrov. Počet rovníc, ktoré získame porovnávaním členov u rovnakých mocnín, je buď $\partial A(z^{-1}) + \partial P(z^{-1}) + 1$ alebo $\partial B(z^{-1}) + \partial Q(z^{-1}) + 1$ – vyberie sa väčšia hodnota. Platí teda rovnica

$$\partial P(z^{-1}) + \partial Q(z^{-1}) + 2 = \partial A(z^{-1}) + \partial P(z^{-1}) + 1 \quad (1.47)$$

alebo rovnica

$$\partial P(z^{-1}) + \partial Q(z^{-1}) + 2 = \partial B(z^{-1}) + \partial Q(z^{-1}) + 1. \quad (1.48)$$

Riešenie prvej varianty: z rovnice (1.47) vypočítame

$$\partial Q(z^{-1}) = \partial A(z^{-1}) - 1 \quad (1.49)$$

a z podmienky, že prvý člen na ľavej strane rovnice (1.44) má vyšší stupeň než druhý, vychádza stupeň polynómu $P(z^{-1})$:

$$\partial P(z^{-1}) = \partial D(z^{-1}) - \partial A(z^{-1}). \quad (1.50)$$

Riešenie druhej varianty: z rovnice (1.48) vypočítame stupeň polynómu $P(z^{-1})$:

$$\partial P(z^{-1}) = \partial B(z^{-1}) - 1 \quad (1.51)$$

a z rovnice (1.44) stupeň polynómu $Q(z^{-1})$:

$$\partial Q(z^{-1}) = \partial D(z^{-1}) - \partial B(z^{-1}) \quad (1.52)$$

Parametre polynómov $P(z^{-1})$ a $Q(z^{-1})$ sú rovnaké pre regulátory s jedným i dvomi stupňami voľnosti. Pre regulátor s dvomi stupňami voľnosti navyše odvodíme vzťah pre výpočet koeficientov polynómu $R(z^{-1})$. Do rovnice (1.5) pre polynóm regulačnej odchýlky dosadíme za riadiacu veličinu podiel polynómov podľa (1.9) a menovateľ nahradíme polynómom $D(z^{-1})$ podľa rovnice (1.44) alebo (1.45)

$$E(z^{-1}) = W(z^{-1}) - Y(z^{-1}) = \left[\frac{D(z^{-1}) - B(z^{-1})R(z^{-1})}{D(z^{-1})} \right] \frac{N_w(z^{-1})}{D_w(z^{-1})}. \quad (1.53)$$

Výraz sa zjednoduší, pokiaľ polynóm $D_w(z^{-1})$ delí výraz v čitateli. Ak označíme tento podiel ako polynóm

$$S(z^{-1}) = \frac{D(z^{-1}) - B(z^{-1})R(z^{-1})}{D(z^{-1})}, \quad (1.54)$$

získame druhú podmienkovú rovnicu v tvare

$$D_w(z^{-1})S(z^{-1}) + B(z^{-1})R(z^{-1}) = D(z^{-1}) \quad (1.55)$$

Pre stupeň polynómov $S(z^{-1})$ a $R(z^{-1})$ platia rovnaké podmienky, ako pre polynómy $P(z^{-1})$ a $Q(z^{-1})$ v podmienkovej rovnici (1.44). Rovnica (1.55) platí i pre prípad, že regulátor obsahuje polynóm $K(z^{-1})$. Ak sa mení riadiaca veličina po skokoch, je

$$D_w(z^{-1}) = 1 - z^{-1} \quad (1.54)$$

a riešenie rovnice (1.55) sa zjednoduší. Ak zvolíme stupeň polynómu $\partial R(z^{-1})$ podľa rovnice (1.49)

$$\partial R(z^{-1}) = \partial D_w(z^{-1}) - 1 = 0, \quad (1.55)$$

potom rovnica (1.55) má tvar

$$(1 - z^{-1})S(z^{-1}) + B(z^{-1})r_0 = D(z^{-1}) \quad (1.56)$$

Táto rovnica musí platiť pre všetky premenné z , a teda i pre $z = 1$, takže

$$r_0 = \frac{D(1)}{B(1)} = \frac{1 + d_1 + \dots + d_m}{b_1 + \dots + b_n} \quad (1.57)$$

Ak obsahuje regulátor polynóm $K(z^{-1})$, môžeme koeficient r_0 tiež počítať zo vzťahu

$$r_0 = Q(1) = q_0 + q_1 + q_2 \quad (1.58)$$

Regulátor pre riadenie sústavy 2. rádu bez dopravného oneskorenia s prenosovou funkciou

$$G_P(z) = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} = \frac{b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}}. \quad (1.59)$$

odvodíme z rovnice (1.45), ktorá má pre štyri zvolené póly tvar

$$(1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2})(1 - z^{-1})(p_0 + p_1 z^{-1}) + (b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2})(q_0 + q_1 z^{-1} + q_2 z^{-2}) = 1 + d_1 z^{-1} + d_2 z^{-2} + d_3 z^{-3} + d_4 z^{-4} \quad (1.60)$$

Pomocou metódy neurčitých koeficientov získame sústavu lineárnych rovníc ($p_0 = 1$)

$$\begin{bmatrix} b_1 & 0 & 0 & 1 \\ b_2 & b_1 & 0 & a_1 - 1 \\ 0 & b_2 & b_1 & a_2 - a_1 \\ 0 & 0 & b_2 & -a_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_0 \\ q_1 \\ q_2 \\ p_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_1 + 1 - a_1 \\ d_2 + a_1 - a_2 \\ d_3 + a_2 \\ d_4 \end{bmatrix} \quad (1.61)$$

ktorá má riešenie

$$\begin{aligned} p_1 &= \frac{r_6}{r_1}, & q_1 &= -\frac{r_4 + r_5}{r_1}, \\ q_0 &= \frac{r_2 - r_3}{r_1}, & q_2 &= \frac{d_4 + p_1 a_2}{b_2}. \end{aligned} \quad (1.62)$$

pre pomocné premenné v tvare:

$$\begin{aligned} x_1 &= d_1 + 1 - a_1, & x_3 &= d_3 + a_2, \\ x_2 &= d_2 + a_1 - a_2, & x_4 &= d_4. \end{aligned} \quad (1.63)$$

kde

$$\begin{aligned} r_1 &= (b_1 + b_2)(a_1 b_1 b_2 - a_2 b_1^2 - b_2^2), \\ r_2 &= x_1 (b_1 + b_2)(a_1 b_2 - a_2 b_1), \\ r_3 &= b_1^2 x_4 - b_2 [b_1 x_3 - b_2 (x_1 + x_2)], \\ r_4 &= a_1 [b_1^2 x_4 + b_2^2 x_1 - b_1 b_2 (x_2 + x_3)], \\ r_5 &= (b_1 + b_2) [a_2 (b_1 x_2 - b_2 x_1) - b_1 x_4 + b_2 x_3], \\ r_6 &= b_1 (b_1^2 x_4 - b_1 b_2 x_3 + b_2^2 x_2) - b_2^3 x_1. \end{aligned} \quad (1.64)$$

Podobne, ako u metódy konečného počtu krokov, sa vypočítané parametre dosadia do rovnice regulátora s jedným stupňom voľnosti:

$$u(k) = q_0 e(k) + q_1 e(k-1) + q_2 e(k-2) + (1-p_1)u(k-1) + p_1 u(k-2). \quad (1.65)$$

Ako už bolo uvedené vyššie, zadanému priebehu regulačného pochodu sa viac blíži regulátor s dvomi stupňami voľnosti (ďalej označovaný ako **PP1**) v tvare

$$u(k) = r_0 w(k) - q_0 y(k) - q_1 y(k-1) - q_2 y(k-2) + (1-p_1)u(k-1) + p_1 u(k-2) \quad (1.66)$$

kde sa parameter r_0 vypočíta zo vzťahu

$$r_0 = \frac{1 + d_1 + d_2 + d_3 + d_4}{b_1 + b_2} \quad (1.67)$$

Pokiaľ volíme polynóm $D(z^{-1})$ nižšieho stupňa, napr. druhého, stačí dosadiť nulové hodnoty koeficientov d_3 a d_4 . V prípade, že sú nulové všetky koeficienty d , umiestnia sa póly do nuly a algoritmus PP1 je totožný s algoritmom DB1.

1.3 Metódy založené na minimalizácii kvadratického kritéria (Linear Quadratic Control)

Metódy minimalizujúce kvadratické kritérium s penalizačnou akčnou veličinou

$$J = \sum_{k=0}^{\infty} \{ [w(k) - y(k)]^2 + q_u [u(k)]^2 \} \quad (1.68)$$

kde q_u je tzv. penalizačná konštanta, ktorá udáva podiel akčnej veličiny na hodnote kritéria (konštantu u prvého člena kritéria uvažujeme rovnú jednej). Štandardný postup minimalizácie kritéria (1.68) vychádza zo stavového popisu sústavy a vedie na riešenie Riccatiho rovnice. V tejto kapitole bude minimalizácia kritéria realizovaná pomocou spektrálnej faktorizácie pre vstupno-výstupný popis sústavy. Ak budeme postupnosti hodnôt regulačnej odchýlky $e(k)$ vstupného signálu $u(k)$ považovať za polynómy, možno kritérium (1.68) napísať ako

$$J = \langle E(z)E(z^{-1}) + q_u U(z)U(z^{-1}) \rangle \quad (1.69)$$

kde $\langle x(z) \rangle = x(0)$, t.j. v celom rozsahu je za premennú z resp. z^{-1} dosadená nula. $E(z)$ a $U(z)$ sú združené polynómy k polynómom $E(z^{-1})$ a $U(z^{-1})$, t.j. majú záporné mocniny z nahradené kladnými. Napr. združený polynóm k polynómu

$$E(z^{-1}) = 1 + e_1 z^{-1} + e_2 z^{-2} \quad (1.70)$$

je

$$E(z) = 1 + e_1 z + e_2 z^2. \quad (1.71)$$

Ak roznásobíme polynómy v kritériu (1.69) a vynulujeme členy z resp. z^{-1} , obdržíme sumy kvadrátov v zhode so zápisom kritéria v rovnici (1.68).

Do kritéria (1.69) dosadíme polynóm regulačnej odchýlky

$$E(z^{-1}) = W(z^{-1}) - Y(z^{-1}) = \left[1 - \frac{B(z^{-1})R(z^{-1})}{A(z^{-1})K(z^{-1})P(z^{-1}) + B(z^{-1})Q(z^{-1})} \right] W(z^{-1}) \quad (1.72)$$

a polynóm vstupného signálu

$$U(z^{-1}) = \frac{A(z^{-1})R(z^{-1})}{A(z^{-1})K(z^{-1})P(z^{-1}) + B(z^{-1})Q(z^{-1})}W(z^{-1}) \quad (1.73)$$

a hľadáme podmienku pre minimalizáciu kritéria. Dá sa dokázať ([3]), že kritérium nadobúda minimálne hodnoty, pokiaľ platí rovnica

$$A(z^{-1})K(z^{-1})P(z^{-1}) + B(z^{-1})Q(z^{-1}) = D(z^{-1}) \quad (1.74)$$

kde polynóm $D(z^{-1})$ je výsledkom spektrálnej faktorizácie podľa rovnice:

$$A(z^{-1})q_u A(z) + B(z^{-1})B(z) = D(z^{-1})\delta\mathcal{D}(z) \quad (1.75)$$

kde δ je konštanta zvolená tak, aby parameter $d_0 = 1$.

Spektrálna faktorizácia polynómu ponecháva stabilnú časť bez zmeny, zatiaľ čo nestabilnú časť mení na reciproknú (stabilnú). Jednoducho môžeme riešiť spektrálnu faktorizáciu polynómu 1. a 2. stupňa, u polynómov vyšších stupňov sa faktorizácia prevádza iteračne.

Pri spektrálnej faktorizácii obecného polynómu 2. stupňa $M(z^{-1})$ riešime rovnicu

$$M(z^{-1})M(z) = D(z^{-1})\delta\mathcal{D}(z). \quad (1.76)$$

Súčiny polynómov môžeme rozpísať (pre parameter $d_0 = 1$) ako

$$m_0 + m_1(z + z^{-1}) + m_2(z^2 + z^{-2}) = \delta(1 + d_1^2 + d_2^2) + \delta d_1(1 + d_2)(z + z^{-1}) + \delta d_2(z^2 + z^{-2})$$

$$(1.77)$$

kde na ľavej strane rovnice sú konštanty faktorizovaného polynómu zlúčené do koeficientov m_0 , m_1 a m_2 . Porovnaním ľavej a pravej strany rovnice (1.77) získame rovnice:

$$m_0 = \delta(1 + d_1^2 + d_2^2) \quad (1.78)$$

$$m_1 = \delta d_1(1 + d_2) \quad (1.79)$$

$$m_2 = \delta d_2 \quad (1.80)$$

Z Routh-Shurova kritéria vyplývajú podmienky pre stabilitu polynómu $D(z^{-1})$:

$$1 - d_2^2 > 0 \quad (1.81)$$

$$(1 + d_2)^2 - d_1^2 > 0 \quad (1.82)$$

Riešením rovníc (1.78) až (1.80) odvodíme nasledujúce vzťahy:

$$\delta = \frac{\lambda + \sqrt{\lambda^2 - 4m_2^2}}{2} \quad (1.83)$$

kde

$$\lambda = \frac{m_0}{2} - m_2 + \sqrt{\left(\frac{m_0}{2} + m_2\right)^2 - m_1^2} \quad (1.84)$$

$$d_2 = \frac{m_2}{\delta} \quad (1.85)$$

$$d_1 = \frac{m_1}{\delta + m_2} \quad (1.86)$$

Rovnaké vzťahy môžeme použiť i pre spektrálnu faktorizáciu polynómu 1. stupňa, keď zadáme $m_2 = 0$.

Pri spektrálnej faktorizácii rovnice (1.75) sa dajú použiť rovnaké vzťahy, len je treba previesť ľavú stranu tejto rovnice do tvaru, použitého v rovnici (1.76):

$$m_0 = q_u(1 + a_1^2 + a_2^2) + b_1^2 + b_2^2 \quad (1.87)$$

$$m_1 = q_u(a_1 + a_1a_2) + b_1b_2 \quad (1.88)$$

$$m_2 = q_u a_2 \quad (1.89)$$

Algoritmus riadenia založený na minimalizácii kvadratického kritéria (ďalej označovaný ako **LQ1**) obsahuje nasledujúce kroky:

1. *krok*: Vypočítajú sa parametre polynómu $M(z^{-1})$ podľa rovníc (1.87) až (1.89):

$$m_0 = q_u(1 + a_1^2 + a_2^2) + b_1^2 + b_2^2, \quad m_1 = q_u(a_1 + a_1a_2) + b_1b_2, \quad m_2 = q_u a_2.$$

2. *krok*: Vypočítajú sa parametre polynómu $D(z^{-1})$ podľa rovníc (1.83) až (1.86):

$$\lambda = \frac{m_0}{2} - m_2 + \sqrt{\left(\frac{m_0}{2} + m_2\right)^2 - m_1^2}, \quad \delta = \frac{\lambda + \sqrt{\lambda^2 - 4m_2^2}}{2}, \quad d_1 = \frac{m_1}{\delta + m_2}, \quad d_2 = \frac{m_2}{\delta}.$$

3. *krok*: Vypočítajú sa parametre regulátora pomocou algoritmu **PP1**.

Penalizácia akčnej veličiny sa zadáva voľbou konštanty $q_u \geq 0$. S rastúcou veľkosťou penalizačnej konštanty sa znižuje rozkmitanie akčnej veličiny, a tým sa i ukludňuje priebeh regulovanej veličiny a súčasne sa tlmí prípadné kmitanie alebo nestabilita. Pre $q_u = 0$ je polynóm $D(z^{-1}) = B(z^{-1})$ a metóda prechádza na slabú verziu metódy konečného počtu krokov. Voľbou penalizačnej konštanty možno zásadne meniť priebeh regulačného pochodu.

II. PRAKTICKÁ ČÁST

2 NÁVRH REGULÁTOROV

Návrh regulátorov bude vychádzať z obcej blokovej schémy uzavretého regulačného obvodu: s regulátorom s jedným stupňom voľnosti, s regulátorom s dvomi stupňami voľnosti.

Zadané boli tri typy sústav druhého rádu bez dopravného oneskorenia, a to:

- stabilná sústava - **A**,
- sústava s neminimálnou fázou - **B**,
- nestabilná sústava - **C**.

Tieto zadané spojité prenosy sústav majú tvar:

$$G_A(s) = \frac{1}{(5s+1)(10s+1)} \quad (2.1)$$

$$G_B(s) = \frac{1-4s}{(4s+1)(10s+1)} \quad (2.2)$$

$$G_C(s) = \frac{s+1}{(2s-1)(4s+1)} \quad (2.3)$$

Diskrétny tvar prenosov pre periódu vzorkovania $T_0 = 2$ s:

$$G_A(z) = \frac{0.0329z^{-1} + 0.0269z^{-2}}{1 - 1.4891z^{-1} + 0.54881z^{-2}} \quad (2.4)$$

$$G_B(z) = \frac{-0.1017z^{-1} + 0.1730z^{-2}}{1 - 1.4253z^{-1} + 0.4966z^{-2}} \quad (2.5)$$

$$G_C(z) = \frac{0.6624z^{-1} + 0.0137z^{-2}}{1 - 3.3248z^{-1} + 1.6487z^{-2}} \quad (2.6)$$

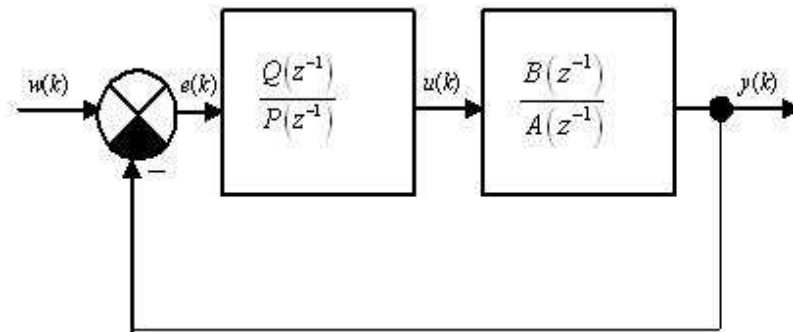
Odvedenie rovníc pre výpočet parametrov regulátorov, pre sústavy druhého rádu bez dopravného oneskorenia, bude s použitím týchto metód:

- DB silná verzia – 1 DOF,
- DB silná verzia – 2 DOF,
- DB slabá verzia – 2 DOF,

- PP – 1 DOF,
- PP – 2 DOF,
- LQ – 1 DOF,
- LQ – 2 DOF.

2.1 Návrh regulátoru s jedným stupňom voľnosti

Pri návrhu regulátoru s jedným stupňom voľnosti, sa bude vychádzať z obecnej blokovej schémy podľa Obr. 2.1.



Obr. 2.1 Bloková schéma regulačného obvodu s regulátorom s jedným stupňom voľnosti

Uvažuje sa:

- nulová porucha $v(k) = 0$,
- žiadaná veličina je v tvare jednotkového skoku, $w_1 = 1$:

$$W(z^{-1}) = \frac{N_w}{D_w} = \frac{w_1}{1 - z^{-1}} = \frac{1}{1 - z^{-1}} \quad (2.1)$$

- sústava neobsahuje dopravné oneskorenie,
- rovnice regulátoru sú v diskkrétnej forme,
- sústava má nulové počiatkové podmienky.

2.1.1 Výpočet parametrov regulátoru s použitím metódy DB - silná verzia

Sústava druhého rádu sa obecné napíše

$$G(z) = \frac{b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}} \quad (2.7)$$

Charakteristický polynóm má tvar:

$$A(z^{-1})K(z^{-1})P(z^{-1}) + B(z^{-1})Q(z^{-1}) = 1 \quad (2.8)$$

$$\partial P(z^{-1}) = \partial B(z^{-1}) - 1 = 2 - 1 = 1 \quad (2.9)$$

$$\partial Q(z^{-1}) = \partial A(z^{-1}) + \partial K(z^{-1}) - 1 = 2 + 1 - 1 = 2$$

$$(1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2})(1 - z^{-1})(p_0 + p_1 z^{-1}) + (b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2})(q_0 + q_1 z^{-1} + q_2 z^{-2}) = 1$$

$$p_0 + p_1 z^{-1} + a_1 p_0 z^{-1} + a_1 p_1 z^{-2} + a_2 p_0 z^{-2} + a_2 p_1 z^{-3} - p_0 z^{-1} - p_1 z^{-2} - a_1 p_0 z^{-2} - a_1 p_1 z^{-3} - a_2 p_0 z^{-3} - a_2 p_1 z^{-4} + b_1 q_0 z^{-1} + b_2 q_0 z^{-2} + b_1 q_1 z^{-2} + b_2 q_1 z^{-3} + b_1 q_2 z^{-3} + b_2 q_2 z^{-4} = 1$$

$$p_0 + (p_1 + a_1 p_0 - p_0 + b_1 q_0) z^{-1} + (a_1 p_1 + a_2 p_0 - a_1 p_0 + b_2 q_0 + b_1 q_1) z^{-2} + (a_2 p_1 + a_1 p_1 + b_2 q_1 + b_1 q_2 - a_2 p_0) z^{-3} + (b_2 q_2 - a_2 p_1) z^{-4} = 1$$

$$z^0 : p_0 = 1$$

$$z^{-1} : p_1 + a_1 p_0 - p_0 + b_1 q_0 = 0$$

$$z^{-2} : a_1 p_1 + a_2 p_0 - a_1 p_0 + b_2 q_0 + b_1 q_1 = 0$$

$$z^{-3} : a_2 p_1 + a_1 p_1 + b_2 q_1 + b_1 q_2 - a_2 p_0 = 0$$

$$z^{-4} : b_2 q_2 - a_2 p_1 = 0 \quad (2.10)$$

Dosadením za $p_0 = 1$ a upravením sa vypočíta:

$$z^0 : p_0 = 1$$

$$z^{-1} : b_1 q_0 + p_1 = 1 - a_1$$

$$z^{-2} : b_2 q_0 + b_1 q_1 + a_1 p_1 = a_1 - a_2 \quad (2.11)$$

$$z^{-3} : b_2 q_1 + b_1 q_2 + (a_2 - a_1) p_1 = a_2$$

$$z^{-4} : b_2 q_2 - a_2 p_1 = 0$$

Potom sa získa matica v tvare:

$$\begin{bmatrix} b_1 & 0 & 0 & 1 \\ b_2 & b_1 & 0 & a_1 - 1 \\ 0 & b_2 & b_1 & a_2 - a_1 \\ 0 & 0 & b_2 & -a_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} q_0 \\ q_1 \\ q_2 \\ p_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - a_1 \\ a_1 - a_2 \\ a_2 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

Rovnica regulátora má potom tvar:

$$U(z^{-1}) = \frac{q_0 + q_1 z^{-1} + q_2 z^{-2}}{(1 - z^{-1})(p_0 + p_1 z^{-1})} \cdot E(z^{-1})$$

$$U(z^{-1}) = \frac{q_0 + q_1 z^{-1} + q_2 z^{-2}}{1 + p_1 z^{-1} - z^{-1} + p_1 z^{-2}} \cdot E(z^{-1})$$
(2.13)

Upravením sa získa tvar:

$$u(k) + (p_1 - 1)u(k-1) + p_1 u(k-2) = q_0 e(k) + q_1 e(k-1) + q_2 e(k-2)$$

$$u(k) = q_0 e(k) + q_1 e(k-1) + q_2 e(k-2) - (p_1 - 1)u(k-1) - p_1 u(k-2)$$
(2.14)

2.1.2 Výpočet parametrov regulátora s použitím metódy PP

Vychádza sa opäť z obecného tvaru sústavy druhého rádu bez dopravného oneskorenia

$$G(z) = \frac{b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}}$$
(2.15)

Charakteristický polynóm má tvar:

$$A(z^{-1})K(z^{-1})P(z^{-1}) + B(z^{-1})Q(z^{-1}) = D(z^{-1})$$
(2.16)

$$\partial P(z^{-1}) = \partial B(z^{-1}) - 1 = 2 - 1 = 1$$

$$\partial Q(z^{-1}) = \partial D(z^{-1}) - \partial A(z^{-1}) = 4 - 2 = 2$$
(2.17)

$$(1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2})(1 - z^{-1})(p_0 + p_1 z^{-1}) + (b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2})(q_0 + q_1 z^{-1} + q_2 z^{-2}) =$$

$$= 1 + d_1 z^{-1} + d_2 z^{-2} + d_3 z^{-3} + d_4 z^{-4}$$

$$p_0 + p_1 z^{-1} + a_1 p_0 z^{-1} + a_1 p_1 z^{-2} + a_2 p_0 z^{-2} + a_2 p_1 z^{-3} - p_0 z^{-1} - p_1 z^{-2} - a_1 p_0 z^{-2} -$$

$$- a_1 p_1 z^{-3} - a_2 p_0 z^{-3} - a_2 p_1 z^{-4} + b_1 q_0 z^{-1} + b_2 q_0 z^{-2} + b_1 q_1 z^{-2} + b_2 q_1 z^{-3} + b_1 q_2 z^{-3} +$$

$$+ b_2 q_2 z^{-4} = 1 + d_1 z^{-1} + d_2 z^{-2} + d_3 z^{-3} + d_4 z^{-4}$$
(2.18)

$$p_0 + (p_1 + a_1 p_0 - p_0 + b_1 q_0) z^{-1} + (a_1 p_1 + a_2 p_0 - a_1 p_0 + b_2 q_0 + b_1 q_1) z^{-2} +$$

$$+ (a_2 p_1 + a_1 p_1 + b_2 q_1 + b_1 q_2 - a_2 p_0) z^{-3} + (b_2 q_2 - a_2 p_1) z^{-4} = 1 + d_1 z^{-1} + d_2 z^{-2} +$$

$$+ d_3 z^{-3} + d_4 z^{-4}$$

$$\begin{aligned}
z^0 &: p_0 = 1 \\
z^{-1} &: p_1 + a_1 p_0 - p_0 + b_1 q_0 = d_1 \\
z^{-2} &: a_1 p_1 + a_2 p_0 - a_1 p_0 + b_2 q_0 + b_1 q_1 = d_2 \\
z^{-3} &: a_2 p_1 + a_1 p_1 + b_2 q_1 + b_1 q_2 - a_2 p_0 = d_3 = 0 \\
z^{-4} &: b_2 q_2 - a_2 p_1 = d_4 = 0
\end{aligned} \tag{2.19}$$

Dosadením za $p_0 = 1$ a upravením sa vypočíta:

$$\begin{aligned}
z^0 &: p_0 = 1 \\
z^{-1} &: b_1 q_0 + p_1 = 1 - a_1 + d_1 \\
z^{-2} &: b_2 q_0 + b_1 q_1 + a_1 p_1 = a_1 - a_2 + d_2 \\
z^{-3} &: b_2 q_1 + b_1 q_2 + (a_2 - a_1) p_1 = a_2 \\
z^{-4} &: b_2 q_2 - a_2 p_1 = 0
\end{aligned} \tag{2.20}$$

Potom sa získa matica v tvare:

$$\begin{bmatrix} b_1 & 0 & 0 & 1 \\ b_2 & b_1 & 0 & a_1 - 1 \\ 0 & b_2 & b_1 & a_2 - a_1 \\ 0 & 0 & b_2 & -a_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} q_0 \\ q_1 \\ q_2 \\ p_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - a_1 + d_1 \\ a_1 - a_2 + d_2 \\ a_2 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{2.21}$$

Rovnica regulátora má tvar:

$$\begin{aligned}
U(z^{-1}) &= \frac{q_0 + q_1 z^{-1} + q_2 z^{-2}}{(1 - z^{-1})(p_0 + p_1 z^{-1})} \cdot E(z^{-1}) \\
U(z^{-1}) &= \frac{q_0 + q_1 z^{-1} + q_2 z^{-2}}{1 + p_1 z^{-1} - z^{-1} + p_1 z^{-2}} \cdot E(z^{-1})
\end{aligned} \tag{2.22}$$

Po upravení má tvar:

$$\begin{aligned}
u(k) + (p_1 - 1)u(k-1) + p_1 u(k-2) &= q_0 e(k) + q_1 e(k-1) + q_2 e(k-2) \\
u(k) &= q_0 e(k) + q_1 e(k-1) + q_2 e(k-2) - (p_1 - 1)u(k-1) - p_1 u(k-2)
\end{aligned} \tag{2.23}$$

2.1.3 Výpočet parametrov regulátora s použitím metódy LQ

Vychádza sa z obecného tvaru sústavy druhého rádu bez dopravného oneskorenia

$$G(z) = \frac{b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}} \tag{2.24}$$

Charakteristický polynóm má tvar:

$$A(z^{-1})K(z^{-1})P(z^{-1}) + B(z^{-1})Q(z^{-1}) = D(z^{-1}) \quad (2.25)$$

kde polynóm $D(z^{-1})$ je výsledkom spektrálnej faktorizácie:

$$A(z^{-1})q_u A(z) + B(z^{-1})B(z) = D(z^{-1})\delta D(z) \quad (2.26)$$

Výpočet polynómu $D(z^{-1})$ pomocou spektrálnej faktorizácie:

$$\begin{aligned} & (1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2})q_u (1 + a_1 z + a_2 z^2) + (b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2})(b_1 z + b_2 z^2) = \\ & = (1 + d_1 z^{-1} + d_2 z^{-2})\delta(1 + d_1 z^1 + d_2 z^2) \\ & q_u + q_u a_1 z + q_u a_2 z^2 + q_u a_1 z^{-1} + q_u a_1^2 + q_u a_1 a_2 z + q_u a_2 z^{-2} + q_u a_1 a_2 z^{-1} + \\ & + q_u a_2^2 + b_1^2 + b_1 b_2 z + b_1 b_2 z^{-1} + b_2^2 = \delta + \delta d_1 z + \delta d_2 z^2 + \delta d_1 z^{-1} + \delta d_1^2 + \\ & + \delta d_1 d_2 z + \delta d_2 z^{-2} + \delta d_1 d_2 z^{-1} + \delta d_2^2 \end{aligned} \quad (2.27)$$

$$\begin{aligned} & q_u (1 + a_1^2 + a_2^2) + b_1^2 + b_2^2 + ((q_u a_1 (1 + a_2)) + b_1 b_2)(z + z^{-1}) + q_u a_2 (z^2 + z^{-2}) = \\ & = \delta(1 + d_1^2 + d_2^2) + (\delta d_1 (1 + d_2))(z + z^{-1}) + \delta d_2 (z^2 + z^{-2}) \end{aligned}$$

Ododenie explicitných vzťahov pre spektrálnu faktorizáciu pre polynóm druhého stupňa:

$$M(z^{-1})M(z) = D(z^{-1})\delta D(z) \quad (2.28)$$

$$(m_0 + m_1 z^{-1} + m_2 z^{-2})(m_0 + m_1 z + m_2 z^2) = (1 + d_1 z^{-1} + d_2 z^{-2})\delta(1 + d_1 z^1 + d_2 z^2)$$

$$\begin{aligned} & m_0^2 + m_0 m_1 z + m_0 m_2 z^2 + m_0 m_1 z^{-1} + m_1^2 + m_1 m_2 z + m_0 m_2 z^{-2} + m_1 m_2 z^{-1} + \\ & + m_2^2 = \delta + \delta d_1 z + \delta d_2 z^2 + \delta d_1 z^{-1} + \delta d_1^2 + \delta d_1 d_2 z + \delta d_2 z^{-2} + \delta d_1 d_2 z^{-1} + \delta d_2^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & m_0^2 + m_1^2 + m_2^2 + (m_0 m_1 + m_1 m_2)(z + z^{-1}) + m_0 m_2 (z^2 + z^{-2}) = \\ & = \delta(1 + d_1^2 + d_2^2) + (\delta d_1 (1 + d_2))(z + z^{-1}) + \delta d_2 (z^2 + z^{-2}) \end{aligned} \quad (2.29)$$

$$\begin{aligned} & m_0 + m_1 (z + z^{-1}) + m_2 (z^2 + z^{-2}) = \\ & = \delta(1 + d_1^2 + d_2^2) + (\delta d_1 (1 + d_2))(z + z^{-1}) + \delta d_2 (z^2 + z^{-2}) \end{aligned}$$

Porovnaním ľavej a pravej strany sa získa:

$$\begin{aligned} z^0 : & \quad m_0 = \delta(1 + d_1^2 + d_2^2) \\ (z + z^{-1}) : & \quad m_1 = \delta d_1 (1 + d_2) \\ (z^2 + z^{-2}) : & \quad m_2 = \delta d_2 \end{aligned} \quad (2.30)$$

kde polynóm $D(z^{-1})$ je stabilný, ak splňuje Routh-Shurovo kritérium.

Ďalej platí rovnica:

$$A(z^{-1})q_u A(z) + B(z^{-1})B(z) = M(z^{-1})M(z) \quad (2.31)$$

$$(1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2})q_u (1 + a_1 z + a_2 z^2) + (b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2})(b_1 z + b_2 z^2) = \\ = (m_0 + m_1 z^{-1} + m_2 z^{-2})(m_0 + m_1 z + m_2 z^2)$$

$$q_u + q_u a_1 z + q_u a_2 z^2 + q_u a_1 z^{-1} + q_u a_1^2 + q_u a_1 a_2 z + q_u a_2 z^{-2} + q_u a_1 a_2 z^{-1} + \\ + q_u a_2^2 + b_1^2 + b_1 b_2 z + b_1 b_2 z^{-1} + b_2^2 = m_0^2 + m_0 m_1 z + m_0 m_2 z^2 + m_0 m_1 z^{-1} + \\ m_1^2 + m_1 m_2 z + m_0 m_2 z^{-2} + m_1 m_2 z^{-1} + m_2^2 \quad (2.33)$$

$$q_u (1 + a_1^2 + a_2^2) + b_1^2 + b_2^2 + ((q_u a_1 (1 + a_2)) + b_1 b_2)(z + z^{-1}) + q_u a_2 (z^2 + z^{-2}) = \\ = m_0^2 + m_1^2 + m_2^2 + (m_0 m_1 + m_1 m_2)(z + z^{-1}) + m_0 m_2 (z^2 + z^{-2})$$

$$q_u (1 + a_1^2 + a_2^2) + b_1^2 + b_2^2 + ((q_u a_1 (1 + a_2)) + b_1 b_2)(z + z^{-1}) + q_u a_2 (z^2 + z^{-2}) = \\ = m_0 + m_1 (z + z^{-1}) + m_2 (z^2 + z^{-2})$$

Porovnaním ľavej a pravej strany sa získa:

$$\begin{aligned} z^0 : \quad m_0 &= q_u (1 + a_1^2 + a_2^2) + b_1^2 + b_2^2 \\ (z + z^{-1}) : \quad m_1 &= (q_u a_1 (1 + a_2)) + b_1 b_2 \\ (z^2 + z^{-2}) : \quad m_2 &= q_u a_2 \end{aligned} \quad (2.34)$$

Riešením rovníc (2.30) sa odvodí nasledujúce vzťahy:

$$\begin{aligned} d_1 &= \frac{m_1}{(\delta + m_2)} & d_2 &= \frac{m_2}{\delta} \\ \delta &= \frac{\lambda + \sqrt{\lambda^2 - 4m_2^2}}{2} & \lambda &= \frac{m_0}{2} - m_2 + \sqrt{\left(\frac{m_0}{2} - m_2\right)^2 - m_1^2} \end{aligned} \quad (2.35)$$

Výpočet parametrov sa získa pomocou algoritmu PP1 nasledujúcim spôsobom:

$$\begin{aligned} \partial P(z^{-1}) &= \partial B(z^{-1}) - 1 = 2 - 1 = 1 \\ \partial Q(z^{-1}) &= \partial A(z^{-1}) + \partial K(z^{-1}) - 1 = 2 + 1 - 1 = 2 \end{aligned} \quad (2.36)$$

$$(1+a_1z^{-1}+a_2z^{-2})(1-z^{-1})(p_0+p_1z^{-1})+(b_1z^{-1}+b_2z^{-2})(q_0+q_1z^{-1}+q_2z^{-2})=$$

$$=1+d_1z^{-1}+d_2z^{-2}$$

$$p_0+p_1z^{-1}+a_1p_0z^{-1}+a_1p_1z^{-2}+a_2p_0z^{-2}+a_2p_1z^{-3}-p_0z^{-1}-p_1z^{-2}-a_1p_0z^{-2}-$$

$$-a_1p_1z^{-3}-a_2p_0z^{-3}-a_2p_1z^{-4}+b_1q_0z^{-1}+b_2q_0z^{-2}+b_1q_1z^{-2}+b_2q_1z^{-3}+b_1q_2z^{-3}+$$

$$+b_2q_2z^{-4}=1+d_1z^{-1}+d_2z^{-2} \quad (2.37)$$

$$p_0+(p_1+a_1p_0-p_0+b_1q_0)z^{-1}+(a_1p_1+a_2p_0-a_1p_0+b_2q_0+b_1q_1)z^{-2}+$$

$$+(a_2p_1+a_1p_1+b_2q_1+b_1q_2-a_2p_0)z^{-3}+(b_2q_2-a_2p_1)z^{-4}=1+d_1z^{-1}+d_2z^{-2}+$$

$$z^0 : p_0 = 1$$

$$z^{-1} : p_1 + a_1p_0 - p_0 + b_1q_0 = d_1$$

$$z^{-2} : a_1p_1 + a_2p_0 - a_1p_0 + b_2q_0 + b_1q_1 = d_2 \quad (2.38)$$

$$z^{-3} : a_2p_1 + a_1p_1 + b_2q_1 + b_1q_2 - a_2p_0 = 0$$

$$z^{-4} : b_2q_2 - a_2p_1 = 0$$

Dosazením za $p_0=1$ a upravením:

$$z^0 : p_0 = 1$$

$$z^{-1} : b_1q_0 + p_1 = 1 - a_1 + d_1$$

$$z^{-2} : b_2q_0 + b_1q_1 + a_1p_1 = a_1 - a_2 + d_2 \quad (2.39)$$

$$z^{-3} : b_2q_1 + b_1q_2 + (a_2 - a_1)p_1 = a_2$$

$$z^{-4} : b_2q_2 - a_2p_1 = 0$$

sa získa matica v tvare:

$$\begin{bmatrix} b_1 & 0 & 0 & 1 \\ b_2 & b_1 & 0 & a_1 - 1 \\ 0 & b_2 & b_1 & a_2 - a_1 \\ 0 & 0 & b_2 & -a_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} q_0 \\ q_1 \\ q_2 \\ p_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - a_1 + d_1 \\ a_1 - a_2 + d_2 \\ a_2 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.40)$$

Rovnica regulátora má potom tvar:

$$U(z^{-1}) = \frac{q_0 + q_1z^{-1} + q_2z^{-2}}{(1-z^{-1})(p_0 + p_1z^{-1})} \cdot E(z^{-1})$$

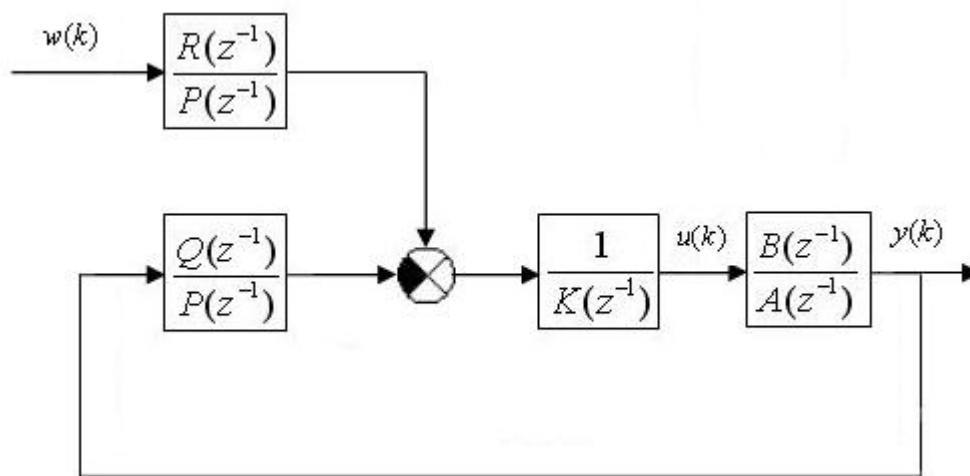
$$U(z^{-1}) = \frac{q_0 + q_1z^{-1} + q_2z^{-2}}{1 + p_1z^{-1} - z^{-1} + p_1z^{-2}} \cdot E(z^{-1}) \quad (2.41)$$

Upravením sa získa tvar:

$$\begin{aligned} u(k) + (p_1 - 1)u(k-1) + p_1 u(k-2) &= q_0 e(k) + q_1 e(k-1) + q_2 e(k-2) \\ u(k) &= q_0 e(k) + q_1 e(k-1) + q_2 e(k-2) - (p_1 - 1)u(k-1) - p_1 u(k-2) \end{aligned} \quad (2.42)$$

2.2 Návrh regulátora s dvomi stupňami voľnosti

Sledovaný bude vplyv zmien riadiacej veličiny w na vstupe sústavy, na priebeh regulovanej veličiny y . Pri návrhu regulátora s dvomi stupňami voľnosti, budeme vychádzať z obecnej blokovej schémy podľa Obr. 2.2.



Obr. 2.2 Bloková schéma regulačného obvodu s regulátorom s dvomi stupňami voľnosti

Uvažuje sa:

- nulová porucha $v(k) = 0$ a nulová hodnota nekorelovaného šumu $e_s(k) = 0$,
- žiadaná veličina je v tvare jednotkového skoku, $w_1 = 1$:

$$W(z^{-1}) = \frac{N_w}{D_w} = \frac{w_1}{1 - z^{-1}} = \frac{1}{1 - z^{-1}} \quad (2.43)$$

- sústava neobsahuje dopravné oneskorenie,
- rovnice regulátora sú v diskrétnnej forme,
- sústava má nulové počiatkové podmienky.

2.2.1 Výpočet parametrov regulátora s použitím metódy DB - silná verzia

Vychádza sa z výpočtu parametrov q_0, q_1, q_2, p_1 pre regulátor podľa rovnice (2.8) a pokračuje sa vo výpočte rovnice

$$D_w(z^{-1})S(z^{-1}) + B(z^{-1})R(z^{-1}) = 1. \quad (2.44)$$

Výpočet stupňov polynómu:

$$\begin{aligned} \partial R(z^{-1}) &= \partial D_w(z^{-1}) - 1 = 1 - 1 = 0 \\ \partial S(z^{-1}) &= \partial B(z^{-1}) - 1 = 2 - 1 = 1 \end{aligned} \quad (2.45)$$

$$(1 - z^{-1})(s_0 + s_1 z^{-1}) + (b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2})r_0 = 1$$

$$s_0 + s_1 z^{-1} - s_0 z^{-1} - s_1 z^{-2} + r_0 b_1 z^{-1} + r_0 b_2 z^{-2} = 1$$

$$s_0 + (s_1 - s_0 + r_0 b_1)z^{-1} + (r_0 b_2 - s_1)z^{-2} = 1 \quad (2.46)$$

$$z^0 : s_0 = 1$$

$$z^{-1} : s_1 - s_0 + r_0 b_1 = 0$$

$$z^{-2} : s_1 - r_0 b_2 = 0$$

Dosadením za $s_0 = 1$ a upravením, sa získa:

$$r_0 = \frac{1}{b_1 + b_2} \quad (2.47)$$

Rovnica regulátora má potom tvar:

$$P(z^{-1})K(z^{-1})u(k) = R(z^{-1})w(k) + Q(z^{-1})y(k) \quad (2.48)$$

Upravením sa získa tvar:

$$\begin{aligned} u(k) + (p_1 - 1)u(k-1) - p_1 u(k-2) &= r_0 w(k) - q_0 y(k) - q_1 y(k-1) - q_2 y(k-2) \\ u(k) &= r_0 w(k) - q_0 y(k) - q_1 y(k-1) - q_2 y(k-2) + (1 - p_1)u(k-1) + p_1 u(k-2) \end{aligned} \quad (2.49)$$

2.2.2 Výpočet parametrov regulátora s použitím metódy DB - slabá verzia

Vychádza sa z obecného tvaru sústavy druhého rádu bez dopravného oneskorenia

$$G(z) = \frac{b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}} \quad (2.50)$$

Regulátor sa odvodí z podmienky, kde regulovaná veličina sleduje zmeny riadiacej veličiny s oneskorením jedného vzorkovaného intervalu $y(k) = w(k-1)$. Vychádza sa z rovnice:

$$A(z^{-1})y(k) = B(z^{-1})u(k) \quad (2.51)$$

kde posunutie o jeden vzorkovaný interval vyjadríme:

$$\begin{aligned}
 (A-1)(z^{-1})y(k) + y(k) &= B(z^{-1})u(k) \\
 y(k) &= B(z^{-1})u(k) - (A-1)(z^{-1})y(k) \\
 w(k-1) &= B(z^{-1})u(k) - (A-1)(z^{-1})y(k) \\
 w(k-1) &= b_1u(k-1) + b_2u(k-2) - a_1y(k-1) - a_2y(k-2) \\
 w(k) &= b_1u(k) + b_2u(k-1) - a_1y(k) - a_2y(k-1)
 \end{aligned} \tag{2.52}$$

Z rovnice (2.52) sa vyjadří rovnica regulátora $u(k)$:

$$u(k) = -\frac{1}{b_1} [b_2u(k-1) - a_1y(k) - a_2y(k-1) - w(k)] \tag{2.53}$$

2.2.3 Výpočet parametrov regulátora s použitím metódy PP

Vychádza sa z výpočtu parametrov q_0, q_1, q_2, p_1 pre regulátor podľa rovnice (2.8) a sa pokračuje vo výpočte rovnice

$$D_w(z^{-1})S(z^{-1}) + B(z^{-1})R(z^{-1}) = D(z^{-1}) \tag{2.54}$$

Výpočet stupňov polynómu:

$$\begin{aligned}
 \partial R(z^{-1}) &= \partial D_w(z^{-1}) - 1 = 1 - 1 = 0 \\
 \partial S(z^{-1}) &= \partial B(z^{-1}) - 1 = 2 - 1 = 1
 \end{aligned} \tag{2.55}$$

$$(1-z^{-1})(s_0 + s_1z^{-1}) + (b_1z^{-1} + b_2z^{-2})r_0 = 1 + d_1z^{-1} + d_2z^{-2} + d_3z^{-3} + d_4z^{-4}$$

$$s_0 + s_1z^{-1} - s_0z^{-1} - s_1z^{-2} + r_0b_1z^{-1} + r_0b_2z^{-2} = 1 + d_1z^{-1} + d_2z^{-2} + d_3z^{-3} + d_4z^{-4}$$

$$s_0 + (s_1 - s_0 + r_0b_1)z^{-1} + (r_0b_2 - s_1)z^{-2} = 1 + d_1z^{-1} + d_2z^{-2} + d_3z^{-3} + d_4z^{-4} \tag{2.56}$$

$$z^0 : s_0 = 1$$

$$z^{-1} : s_1 - s_0 + r_0b_1 = d_1$$

$$z^{-2} : s_1 - r_0b_2 = d_2$$

$$z^{-3} : 0 = d_3$$

$$z^{-4} : 0 = d_4$$

Dosadením za $s_0 = 1$ a upravením sa získa:

$$r_0 = \frac{1 + d_1 + d_2 + d_3 + d_4}{b_1 + b_2} = \frac{1 + d_1 + d_2}{b_1 + b_2} \tag{2.57}$$

Rovnica regulátora má potom tvar:

$$P(z^{-1})K(z^{-1})u(k) = R(z^{-1})w(k) + Q(z^{-1})y(k) \quad (2.58)$$

Upravením sa získa tvar:

$$\begin{aligned} u(k) + (p_1 - 1)u(k-1) - p_1u(k-2) &= r_0w(k) - q_0y(k) - q_1y(k-1) - q_2y(k-2) \\ u(k) &= r_0w(k) - q_0y(k) - q_1y(k-1) - q_2y(k-2) + (1 - p_1)u(k-1) + p_1u(k-2) \end{aligned} \quad (2.59)$$

2.2.4 Výpočet parametrov regulátora s použitím metódy LQ

Vychádza sa z výpočtu parametrov q_0, q_1, q_2, p_1 pre regulátor podľa rovnice (2.25) a pokračuje sa vo výpočte rovnice

$$D_w(z^{-1})S(z^{-1}) + B(z^{-1})R(z^{-1}) = D(z^{-1}) \quad (2.60)$$

Výpočet stupňov polynómu:

$$\begin{aligned} \partial R(z^{-1}) &= \partial D_w(z^{-1}) - 1 = 1 - 1 = 0 \\ \partial S(z^{-1}) &= \partial B(z^{-1}) - 1 = 2 - 1 = 1 \end{aligned} \quad (2.61)$$

$$(1 - z^{-1})(s_0 + s_1z^{-1}) + (b_1z^{-1} + b_2z^{-2})r_0 = 1 + d_1z^{-1} + d_2z^{-2}$$

$$s_0 + s_1z^{-1} - s_0z^{-1} - s_1z^{-2} + r_0b_1z^{-1} + r_0b_2z^{-2} = 1 + d_1z^{-1} + d_2z^{-2}$$

$$s_0 + (s_1 - s_0 + r_0b_1)z^{-1} + (r_0b_2 - s_1)z^{-2} = 1 + d_1z^{-1} + d_2z^{-2} \quad (2.62)$$

$$z^0 : s_0 = 1$$

$$z^{-1} : s_1 - s_0 + r_0b_1 = d_1$$

$$z^{-2} : s_1 - r_0b_2 = d_2$$

Dosadením za $s_0 = 1$ a upravením sa získa:

$$r_0 = \frac{1 + d_1 + d_2}{b_1 + b_2} \quad (2.63)$$

Rovnica regulátora má potom tvar:

$$P(z^{-1})K(z^{-1})u(k) = R(z^{-1})w(k) + Q(z^{-1})y(k) \quad (2.64)$$

Upravením sa získa tvar:

$$\begin{aligned}u(k) + (p_1 - 1)u(k-1) - p_1u(k-2) &= r_0w(k) - q_0y(k) - q_1y(k-1) - q_2y(k-2) \\u(k) &= r_0w(k) - q_0y(k) - q_1y(k-1) - q_2y(k-2) + (1 - p_1)u(k-1) + p_1u(k-2)\end{aligned}\quad (2.65)$$

3 ZOSTAVENIE PROGRAMOV PRE SIMULAČNÉ RIADENIE SÚSTAV DRUHÉHO RÁDU

3.1 Návrh grafického užívateľského rozhrania GUI

Všetky grafické objekty aplikácie tvoria grafické užívateľské prostredie GUI (Graphical User Interface). GUI je možné vytvoriť dvomi spôsobmi:

- Užívateľ si vytvára grafické objekty v GUIDE (Graphical User Interface Development Environment - nástroj pre interaktívnu tvorbu grafického rozhrania).

Výhody: užívateľ si myšou umiestňuje a vyberá grafické objekty. Toto riešenie je časovo nenáročné a univerzálne.

Nevýhody: pri tvorbe grafických objektov sa generuje automatický kód v textovom editore (m-file) a pri odstránení niektorého z vytvorených objektov sa síce z nástroja GUIDE odstráni, ale v zdrojovom kóde tento objekt zostáva. Pri nekorektnom zásahu do zdrojového kódu, dochádza k chybnému pracovaniu tvoreného objektu.

- Užívateľ si sám vytvára grafické objekty priamo v textovom editore.

Výhody: Nevytvárajú sa zbytočné objekty navyše, je kompatibilnejší so staršími verziami programového prostredia Matlab.

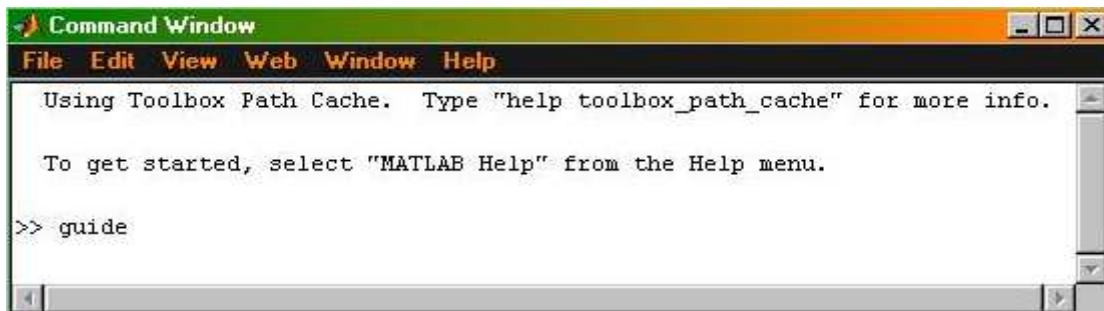
Nevýhody: Tento spôsob vytvárania objektov je časovo náročnejší.

Pri tvorbe grafického užívateľského rozhrania GUI bol zvolený GUIDE nástroj, pretože je časovo menej náročný. Návrh bol vytvorený tak, aby užívateľovi uľahčoval ovládanie aplikácie. Manipulácia s touto aplikáciou je prehľadná, jednoduchá a rýchla.

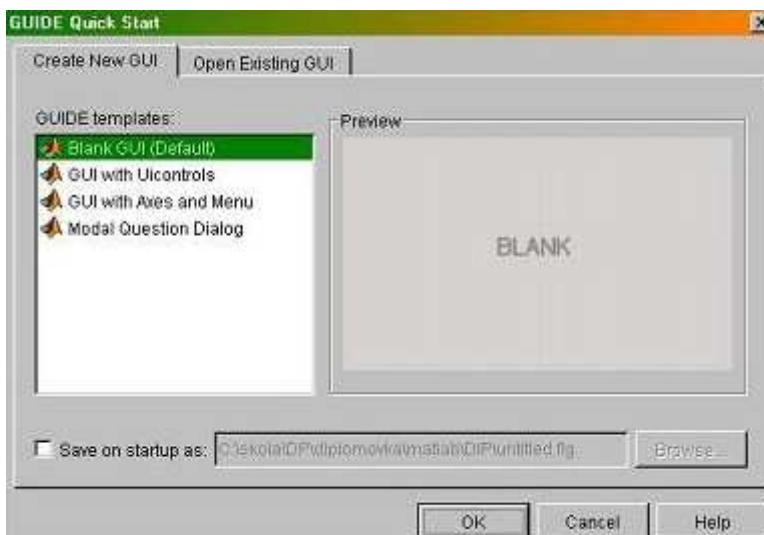
3.2 Realizácia GUI

V programovacom prostredí Matlab, v príkazovom okne *Command Window* (viď Obr. 3.1), spustíme príkazom *guide* nástroj pre interaktívnu tvorbu grafického rozhrania GUIDE. Ako prvé sa zobrazí okno rýchleho štartu, ktoré ponúkne voľbu **vytvoriť nové** alebo **otvoriť** vytvorené GUI. Z ponuky - **vytvoriť nové** GUI nám umožní

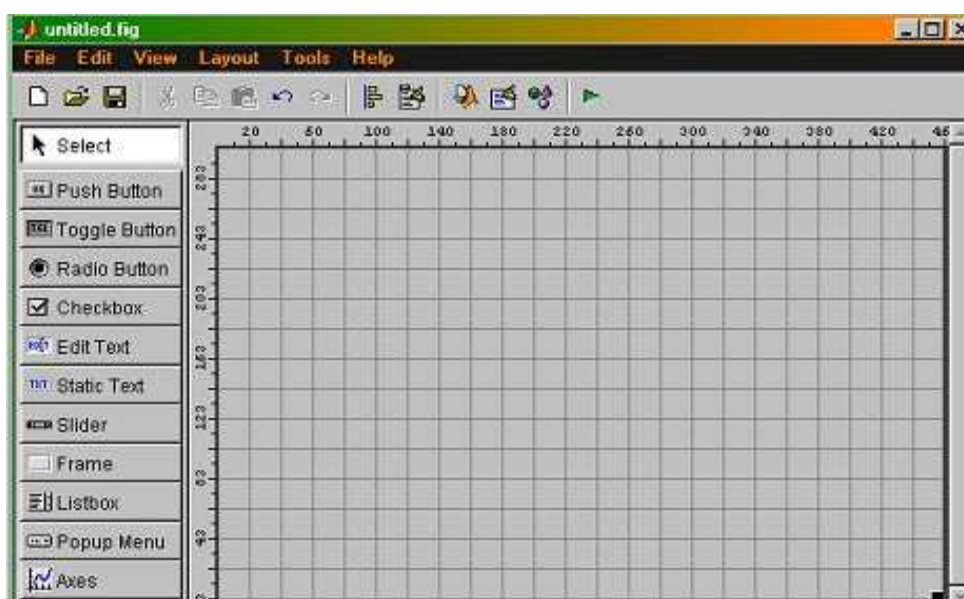
vybrať aj typ šablóny (viď Obr. 3.2). Kliknutím na položku *Blank GUI (Default)*, zvolíme čisté GUI (viď Obr. 3.3).



Obr. 3.1 Príkazové okno Command Window v programovom prostredí Matlab.



Obr. 3.2 Dialógové okno GUIDE Quick Start.



Obr. 3.3 Základný vzhľad Sprievodcu tvorbou GUI (GUIDE) po jeho spustení.

Sprievodca tvorbou GUI má podobu štandardného rozbaľovaného okna, z ktorého sú prístupné všetky možnosti nastavenia. Ďalej, na ľavej strane je paleta komponentov (*Component Palette*), ktorá obsahuje grafické objekty typu *uicontrol*.

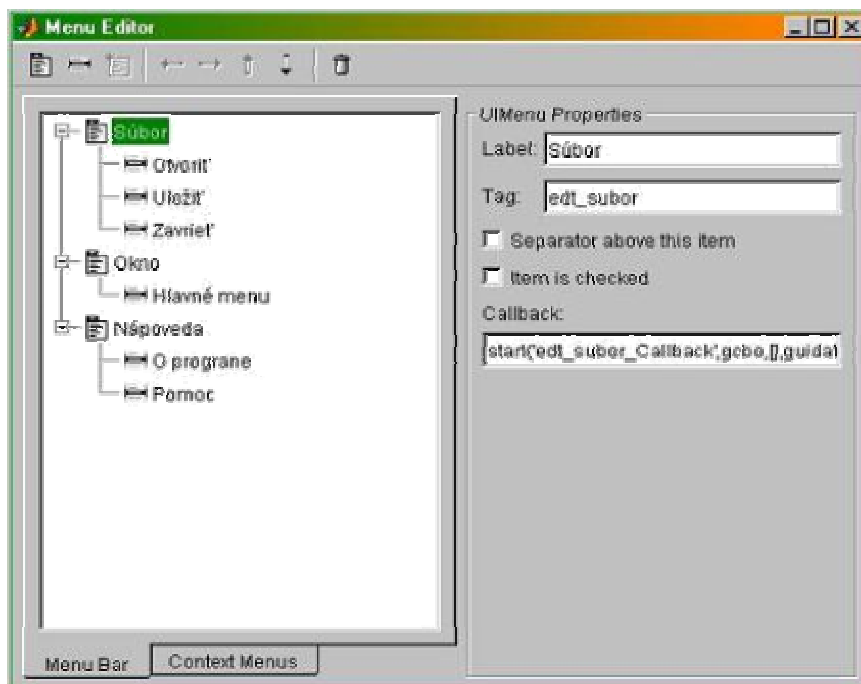
3.2.1 Tvorba aplikácie START

Aplikácia START informuje užívateľa, na čo bol tento program vytvorený a ponúka mu voľbu sústavy druhého rádu bez dopravného oneskorenia.

V nástroji GUIDE bol vytvorený grafický vzhľad nasledujúcim spôsobom: kliknutím na piatu ikonu sprava na hlavnom paneli (viď Obr. 3.4), sa spustí *Menu Editor*. Tu sa vytvorí *Hlavné menu* (viď Obr. 3.5). V tomto kroku je veľmi dôležitá presná predstava hlavného panelu - aká bude jeho štruktúra a aké položky bude obsahovať. Pri neskoršej úprave dochádza k zbytočnému generovaniu kódu a jeho neprehľadnosti. Na Obr. 3.5 v *Menu Editori* sú dva druhy menu, rozdelených do záložiek. Jedna tvorí kontextové menu a druhá je na tvorbu stĺpcového menu – *Menu Bar*. V záložke *Menu Bar* sa klikne na prvú položku *New Menu* a vytvorí sa stĺpcové menu podľa Obr. 3.5.



Obr. 3.4 Tlačidlá (ikony) hlavného panela.



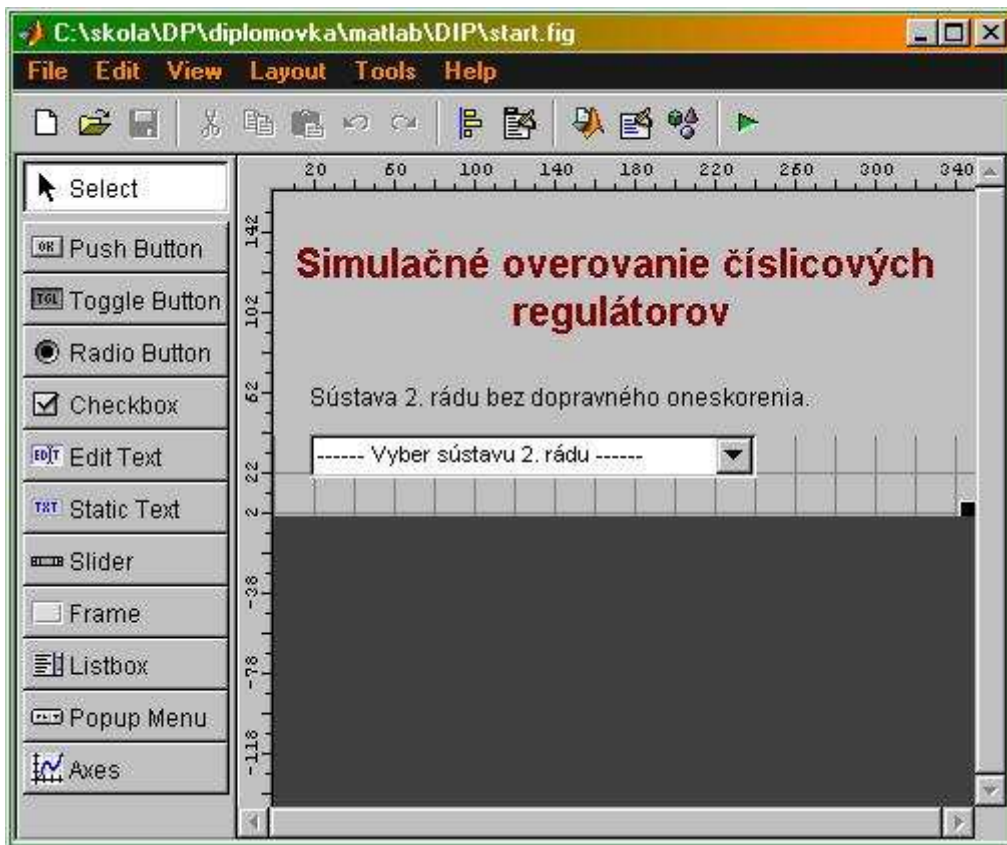
Obr. 3.5 Spustenie Menu Editora

Po vytvorení stĺpcového menu prostredníctvom *GUIDE Menu Editora* vyzerá realizácia nasledovne (viď Obr. 3.6).



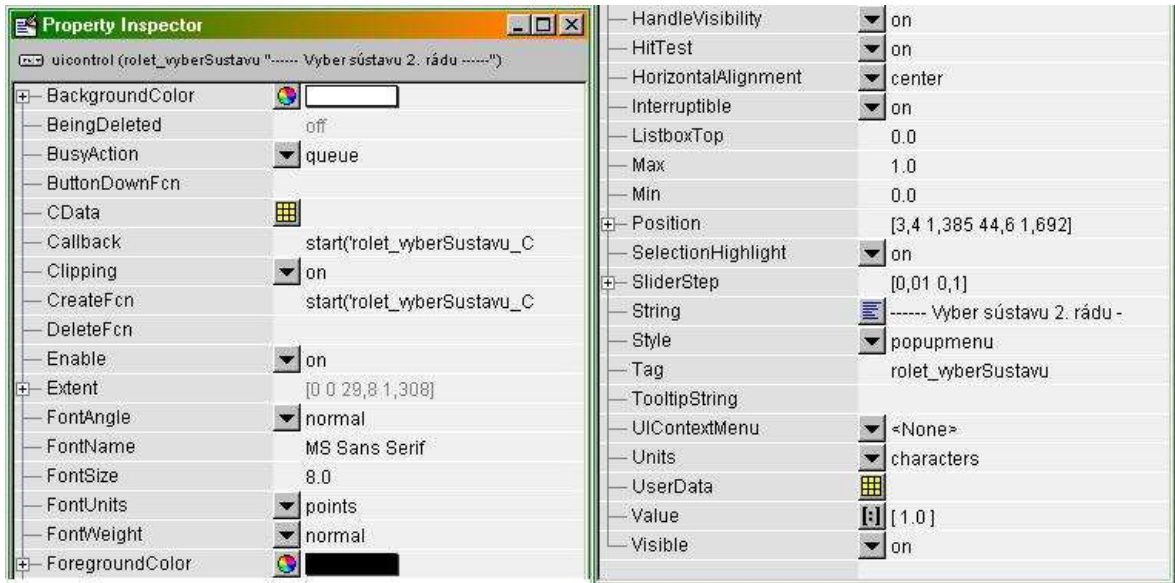
Obr. 3.6 Vytvorenie stĺpcového menu v *Menu Editori*

Prostredníctvom ľavého nástrojového panelu sa vytvoria *uicontrol* objekty (viď Obr. 3.7). Kliknutím na **Static text** sa vytvorí statický text a kliknutím na **Popup Menu** sa vytvorí objekt ponuky, ktorý umožní vybrať si z niekoľkých ponúkaných možností jednu.

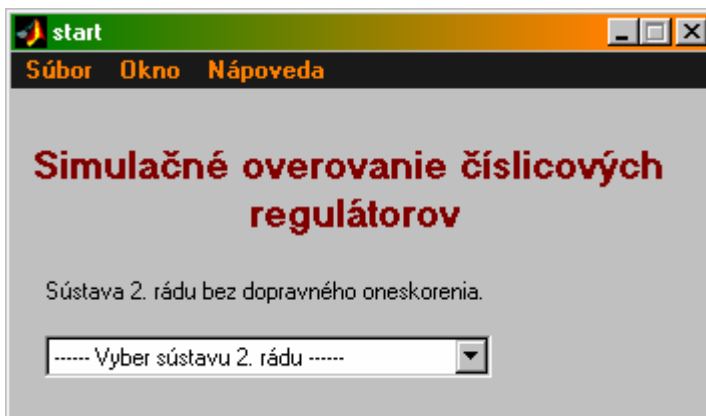


Obr. 3.7 Vytváranie *uicontrol* objektov pomocou ľavého panelu.

Kliknutím na vytvorený *uicontrol* objekt sa zobrazí *Property Inspector*, kde sa nastavujú vlastnosti objektu (viď Obr. 3.8). Pri uložení aplikácie sa generujú súbory *start.fig* a *start.m*, podľa nastavených vlastností. Kliknutím myši na položku *File* sa nastavujú vlastnosti aplikácie. Zo zobrazenej ponuky sa zvolí položka *Preferences/GUIDE*, zaškrtnie sa položka *Show all files in file open dialog*. Toto nastavenie zabráni otváraniu nových okien pri každej zmene stavu.



Obr. 3.8 Okno Property Inspector.



Obr. 3.9 Vytvorená aplikácia START prostredníctvom nástroja GUIDE

Vygenerovaný zdrojový kód v súbore *start.m* obsahuje názvy funkcií vytvorených *uicontrol* objektov. Tento zdrojový kód popisuje zobrazenie objektov, avšak aby bolo možné s nimi pracovať, je ich nutné „oživiť“.

Hlavné menu

- **Súbor**

Otvorenie súboru:

```
function hlv_otvorit_Callback(hObject, eventdata, handles)
[subor,cesta]=uigetfile({'*.*'; '*.mat'; '*.m'; '*.fig'; '*.mdl'; '*.xls'}, 'Otvorenie súboru. ');
if isequal(subor,0) | isequal(cesta,0)
    disp('Súbor nebol nájdený')
```

```

else
    disp(['Súbor ', cesta, subor, ' sa našiel a je otvorený'])
    open(subor);
end

```

Uloženie súboru:

```

function hlv_ulozit_Callback(hObject, eventdata, handles)
[subor,cesta]=uinputfile({'*.*','*.mat','*.m','*.fig','*.mdl','*.xls'},'Uloženie súboru.');
```

```

if (subor==0)
    return;
end;
cele=strcat(cesta,subor,'*.mat');
fid = fopen(cele,'w+');
save(subor);
h = waitbar(0,'Prosím čakajte...');
for i=1:100,
    waitbar(i/100)
end
close(h)

```

Ukončenie programu:

```

function hlv_zavriet_Callback(hObject, eventdata, handles)
button = questdlg('Chcete ukončiť tento program?',...
    'Ukončenie práce v Matlab-e','Ano','Nie','Zrušiť','Ano');
if strcmp(button,'Ano')
    disp('Program sa zatvára, dáta nebudú uložené!')
    exit
elseif strcmp(button,'Nie')
    disp('Program nebol zatvorený!')
elseif strcmp(button,'Zrušiť')
    disp('Zatvorenie práve spusteného programu bolo zrušené!')
end

```

- **Nápoveda**

Informácie o tomto programe:

```

function hlv_oprog_Callback(hObject, eventdata, handles)
helpdlg('Tento program slúži na overovanie číslicových regulátorov pre riadenie sústav 2. rádu. Aplikácia umožňuje výber stabilnej, nestabilnej sústavy a sústavy s neminimálnou fázou. Zvoľte sústavu druhého rádu bez dopravného oneskorenia a získate možnosť pre zvolenú sústavu vidieť priebeh vybraného regulátora.','Pomoc');
```

Pomoc pri problémoch v Matlabe:-

```

function hlv_pomoc_Callback(hObject, eventdata, handles)

```

```
helpwin
```

Ponuka – roletka:

Výber sústavy:

```
function rolet_vyberSustavu_Callback(hObject, eventdata, handles)
val = get(hObject, 'Value');
switch val
    case 1
        warndlg('Nevybrali ste sústavu 2. rádu bez dopravného oneskorenia,
zvolte sústavu.', ...
            'Upozornenie')
    case 2
        stabilna
    case 3
        s_nemin_faz
    case 4
        nestabilna
end
```

3.2.2 Tvorba aplikácie STABILNA

Aplikácia STABILNA umožňuje užívateľovi zobrazit' priebeh zvoleného regulátora pre stabilnú sústavu 2. rádu bez dopravného oneskorenia. Zároveň umožňuje vypočítať diskretný prenos, zobrazí jeho prechodovú a impulznú charakteristiku pre zvolený spojité prenos. Je volaná aplikáciou START.

V nástroji GUIDE bol vytvorený grafický vzhľad, prostredníctvom ľavého nástrojového panelu sa vytvoria *uicontrol* objekty: **Static text, Popup Menu, Frame, Edit Text, Push Button** (viď Obr. 3.10).

Vygenerovaný zdrojový kód v súbore *stabilna.m* obsahuje názvy funkcií vytvorených *uicontrol* objektov. Tento zdrojový kód popisuje zobrazenie objektov. Aby bolo možné s nimi pracovať, je ich nutné „oživiť“. Ako príklad je uvedené tlačidlo **Vypočítaj**. Uvedená je iba časť zdrojového kódu. Celý zdrojový kód je v prílohe (viď príloha na CD, v adresári *aplikacia* súbor *stabilna.m*).

Výpočet diskretného prenosu, stlačením tlačidla vypočítaj.

```
function tl_vypocitaj_Callback(hObject, eventdata, handles)
global kp T1 T2 T0 a1 a2 b1 b2 sys men cit cit_d men_d
cit = [str2num(get(handles.edt_kp, 'String'))];
```

```

men = conv([str2num(get(handles.edt_T1,'String'))
1],[str2num(get(handles.edt_T2,'String')) 1]);
sys=tf(cit,men)
[cit_d,men_d]=c2dm(cit,men,str2num(get(handles.edt_T0,'String')));
sysd=c2d(sys,T0,'zoh')
set(handles.edt_a1,'String',num2str(men_d(2)));
set(handles.edt_a2,'String',num2str(men_d(3)));
set(handles.edt_b1,'String',num2str(cit_d(2)));
set(handles.edt_b2,'String',num2str(cit_d(3)));
a1=men_d(2);
a2=men_d(3);
b1=cit_d(2);
b2=cit_d(3);

```

Konečný vzhľad aplikácie je vidieť na Obr. 3.10.



Obr. 3.10 Vytvorená aplikácia STABILNA prostredníctvom nástroja GUIDE

Podobne bol vytvorený súbor *nestabilna.m* a *s_nemin_faz.m*. Tieto zdrojové kódy sú uvedené v prílohe na CD, v adresári *aplikacia*.

3.2.3 Tvorba algoritmu regulátora PP1DOF

Tento algoritmus slúži na výpočet regulátora PP 1 DOF. Naväzuje na aplikáciu STABILNA (resp. NESTABILNA, S_NEMIN_FAZ). Táto aplikácia si volá program na výpočet parametrov regulátorov, ak si tento program užívateľ zvolí. Na záver sa zobrazí priebeh regulačného pochodu, na základe zvolených parametrov užívateľa. Priebehy regulátorov sa otvárajú vždy v novom okne, a tak umožňujú porovnávať zmeny, spôsobené vstupnými parametrami.

Vstupné parametre z aplikácie STABILNA (resp. NESTABILNA, S_NEMIN_FAZ).

```
global kp T1 T2 T0 a1 a2 b1 b2 sys men cit cit_d men_d
```

Otvorenie okna, ktoré umožňuje zadávať a meniť vstupné parametre ξ a ω_n .

```
prompt = {'Pomerný koeficient tlmenia xi:', 'Vlastná kruhová frekvencia kmitov  
omega_n:'};  
  
dlg_title = 'Vstupné parametre ovplyvňujúce polohu polov.';  
num_lines= 1;  
def      = {'xi > 0', 'omega_n > 0'};  
answer  = inputdlg(prompt,dlg_title,num_lines,def);
```

Podmienka, ktorá porovná vstupné parametre a zahájí výpočet regulátora.

```
XI=str2double(answer(1));  
omega_n=str2double(answer(2));  
if (XI > 1)  
    d1=-2*exp(-XI*omega_n*T0)*cosh(omega_n*T0*(1-XI^2)^0.5);  
    d2=exp(-2*XI*omega_n*T0);  
elseif abs(XI <= 1)  
    d1=-2*exp(-XI*omega_n*T0)*cos(omega_n*T0*(1-XI^2)^0.5);  
    d2=exp(-2*XI*omega_n*T0);  
end  
d3=0;  
d4=0;
```

Výpočet regulátora.

```
krok=300;  
w=[0*ones(ceil(krok/3),1);1*ones(ceil(krok/3),1);0*ones(ceil(krok/3),1)];  
matica=inv([b1 0 0 1; b2 b1 0 a1-1; 0 b2 b1 a2-a1; 0 0 b2 -a2])*[d1+1-a1;  
d2+a1-a2; d3+a2; d4];  
q0=matica(1);  
q1=matica(2);  
q2=matica(3);  
p1=matica(4);  
  
for k=1:krok  
    if(k==1)
```

```

    y(k)=0;
    e(k)=w(k)-y(k);
    u(k)=q0*e(k)+q1*e(k)+q2*e(k);
end
if(k==2)
    y(k)=b1*u(k-1)-a1*y(k-1);
    e(k)=w(k)-y(k);
    u(k)=q0*e(k)+q1*e(k-1)+q2*e(k-1)+(1-p1)*u(k-1)+p1*u(k-1);
end
if(k>=3)
    y(k)=b1*u(k-1)+b2*u(k-2)-a1*y(k-1)-a2*y(k-2);
    e(k)=w(k)-y(k);
    u(k)=q0*e(k)+q1*e(k-1)+q2*e(k-2)+(1-p1)*u(k-1)+p1*u(k-2);
end
end
end

```

Vykreslenie priebehu regulátora.

```

figure
stairs(w,'r')
hold on
plot(y,'b')
stairs(u,'g')
xlabel('k')
ylabel('w(k),u(k),y(k)')
legend('w(k)','y(k)','u(k)')
set(gca,'XLim',[0 krok])

```

Podobne sú vytvorené algoritmy regulátorov *DB silná verzia - 1DOF*, *DB silná verzia - 2DOF*, *DB slabá verzia - 2DOF*, *PP - 2DOF*, *LQ1 - 1DOF*, *LQ1 - 2DOF*. Tieto zdrojové kódy sú v prílohe na CD, v adresári *aplikacia*. Rozdiel medzi nimi je vo vstupných parametroch, v maticovej rovnici a v tvare regulátora (viď kapitola 2, návrh regulátorov).

3.2.4 Tvorba algoritmu pre výpočet kvality regulácie

Algoritmus pre výpočet kritéria založeného na výpočte sumácie kvadrátov regulačnej odchýlky a prírastkov akčnej veličiny bol vytvorený podľa vzťahov:

$$e(k) = w(k) - y(k) \quad (3.1)$$

$$\Delta u(k) = u(k) - u(k-1) \quad (3.2)$$

$$S_y = \frac{1}{k_2 - k_1 + 1} \sum_{k=k_1}^{k_2} e^2(k) \quad (3.3)$$

$$S_u = \frac{1}{k_2 - k_1 + 1} \sum_{k=k_1}^{k_2} \Delta u^2(k) \quad (3.4)$$

Výpočet kvality regulácie.

S_u:

```

k1=2;
k2=length(u(:, :));
suma=0;
for i=k1:k2;
    suma_u=(u(i)-u(i-1))^2;
    suma=suma_u+suma;
end
Su=suma*(1/(k2-k1+1))
u_MAX=max(u(k1:k2));
u_MIN=min(u(k1:k2));

```

S_y:

```

k1=2;
k2=length(e(:, :));
suma_y=0;
suma=0;
for i=k1:k2;
    suma=(e(i))^2;
    suma_y=suma_y+suma;
end
Sy=suma_y*(1/(k2-k1+1))
y_MAX=max(y(k1:k2));
y_MIN=min(y(k1:k2));

```

4 SIMULAČNÉ OVEROVANIE REGULÁTOROV

Navrhnutý *LQI - 2 DOF* regulátor bol overený v programovom prostredí Matlab, v aplikácii START pre sústavu druhého rádu bez dopravného oneskorenia v neadaptívnej verzii. Sledovaná bola závislosť zmeny q_u na póloch charakteristického polynómu $D(z)$. Pre vyhodnotenie kvality regulácie boli použité dve kritéria. Prvým bola sumácia kvadrátov regulačnej odchýlky (S_y) a druhým sumácia prírastkov akčnej veličiny (S_u). Porovnanie je uvedené v príslušných tabuľkách.

4.1 Stabilná sústava

Zadaná sústava druhého rádu:

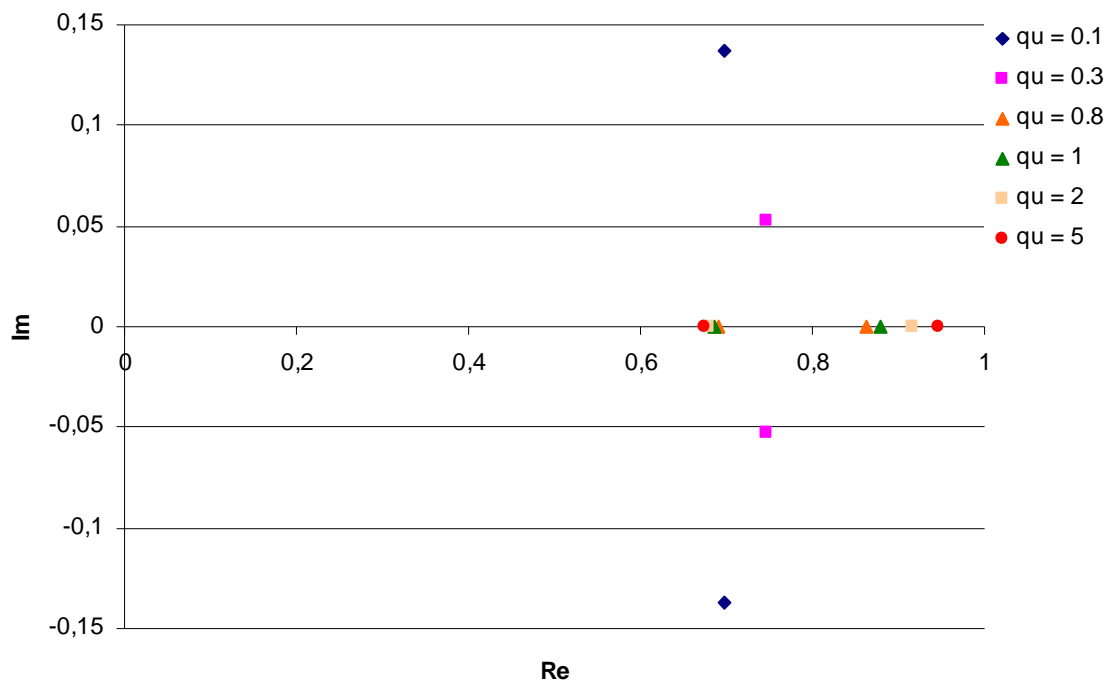
$$G_A(s) = \frac{1}{(5s+1)(10s+1)} \quad (4.1)$$

Diskrétny tvar prenosov pre periódu vzorkovania $T_0 = 2$ s:

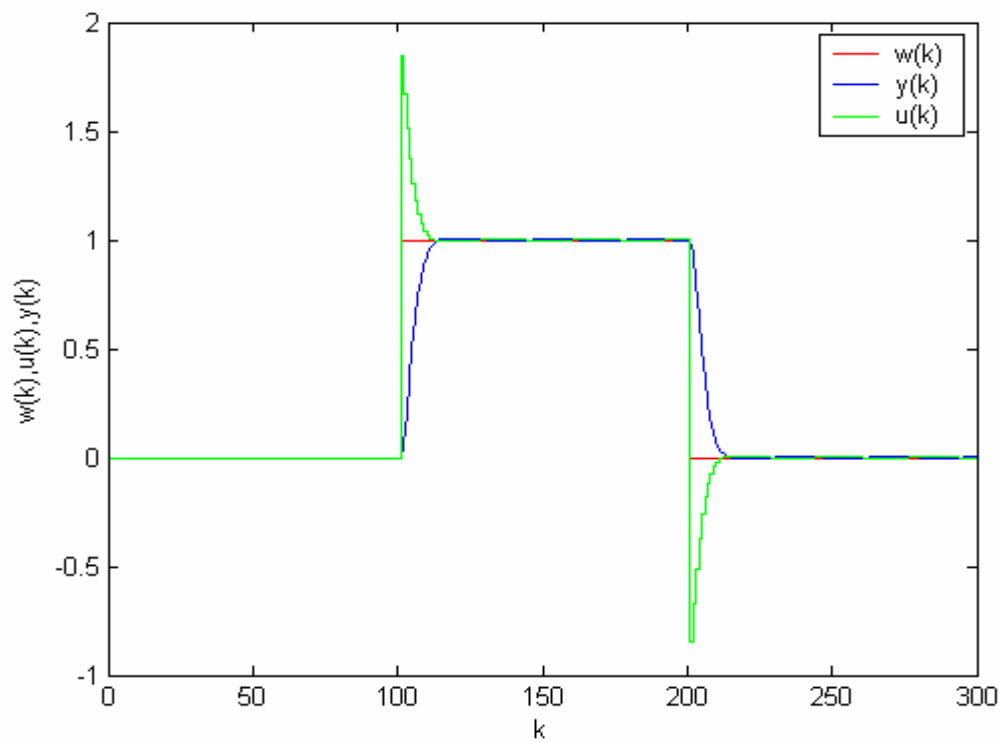
$$G_A(z) = \frac{0.0329z^{-1} + 0.0269z^{-2}}{1 - 1.4891z^{-1} + 0.54881z^{-2}} \quad (4.2)$$

Tab. 1 Grafické rozloženie pólov charakteristického polynómu $D(z)$. z pohľadu ovplyvňovania q_u a výpočet kvality regulátora pre stabilnú sústavu.

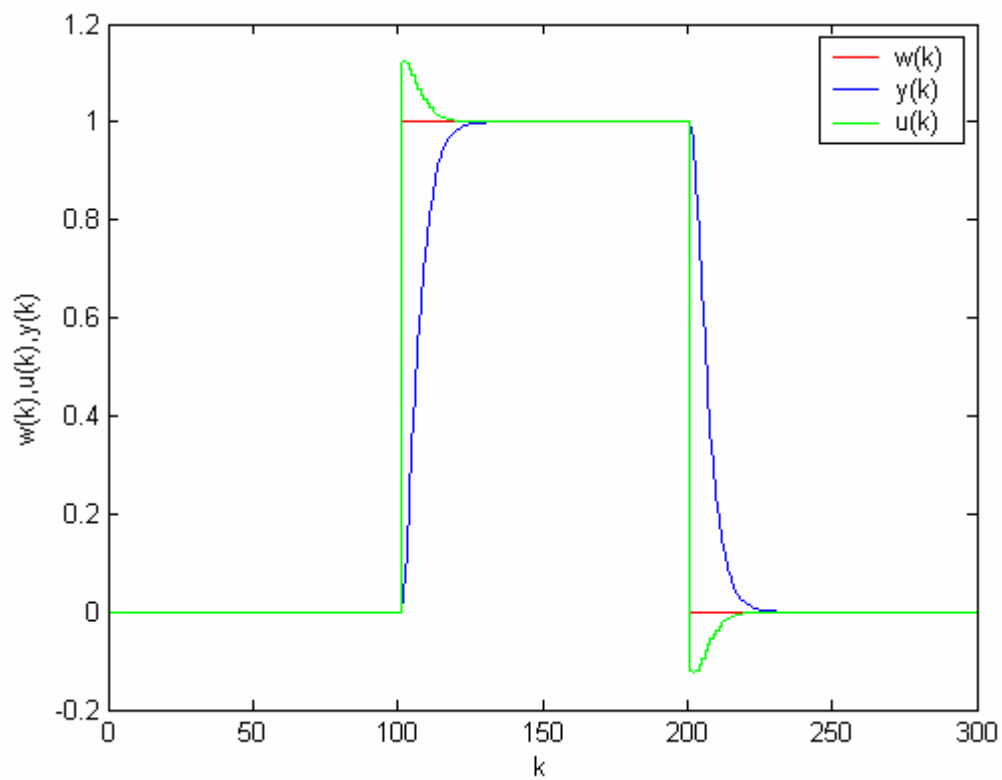
	Stabilná sústava				
	q_u	z_1	z_2	S_u	S_y
1	0,1	0,6979 + 0,1374i	0,6979 - 0,1374i	0,0234	0,0231
2	0,3	0,7467 + 0,0526i	0,7467 - 0,0526i	0,0084	0,0309
3	0,8	0,8632	0,691	0,0034	0,0415
4	1	0,8787	0,6864	0,0028	0,0447
5	2	0,9152	0,6784	0,0015	0,0566
6	5	0,9463	0,6742	0,0007	0,0795



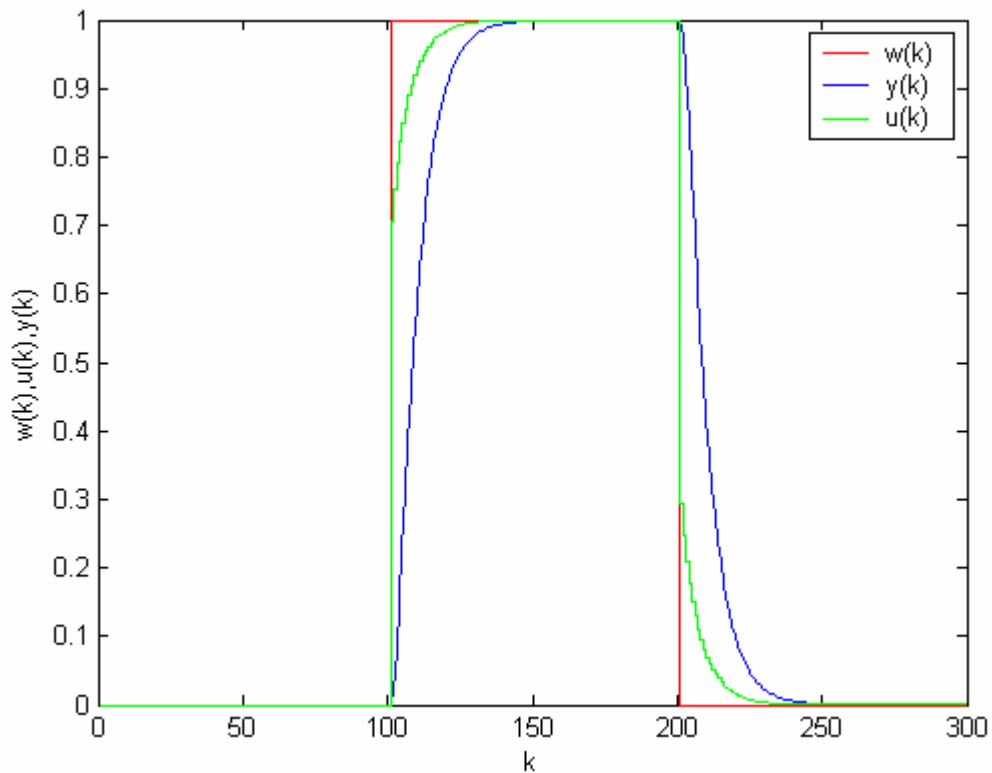
Obr. 4.1 Závislosť rozloženia pólov charakteristického polynómu $D(z)$ na zmene penalizačnej konštanty q_u pre stabilnú sústavu.



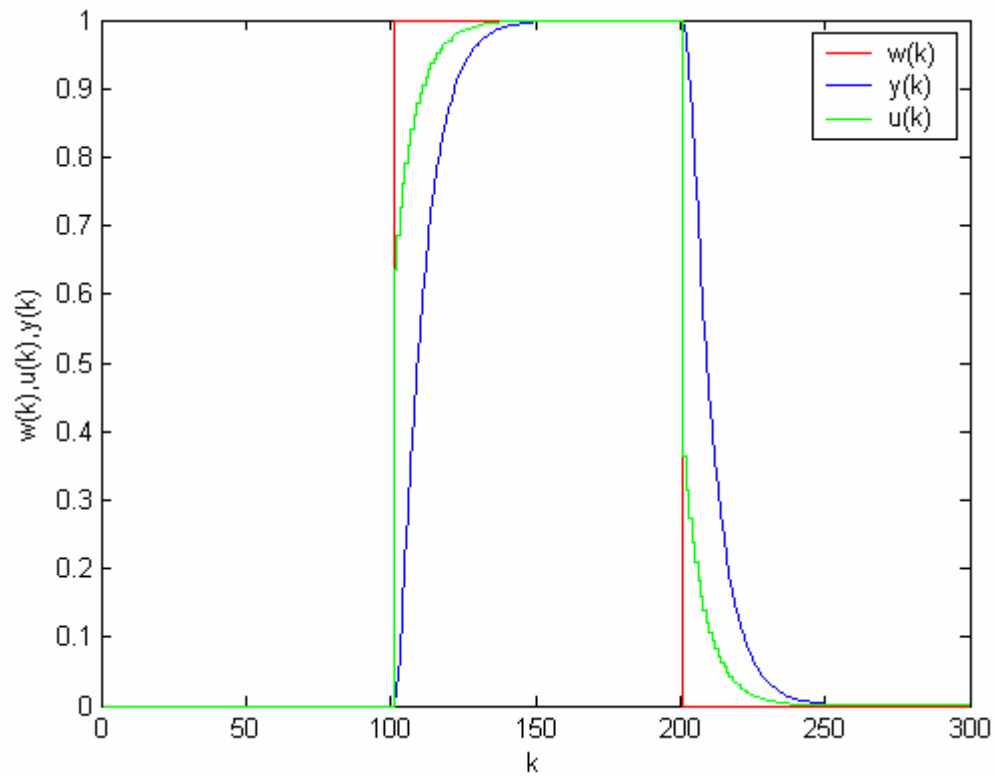
Obr. 4.2 Priebeh regulácie sústavy s penalizačnou konštantou $q_u = 0.1$ pre stabilnú sústavu.



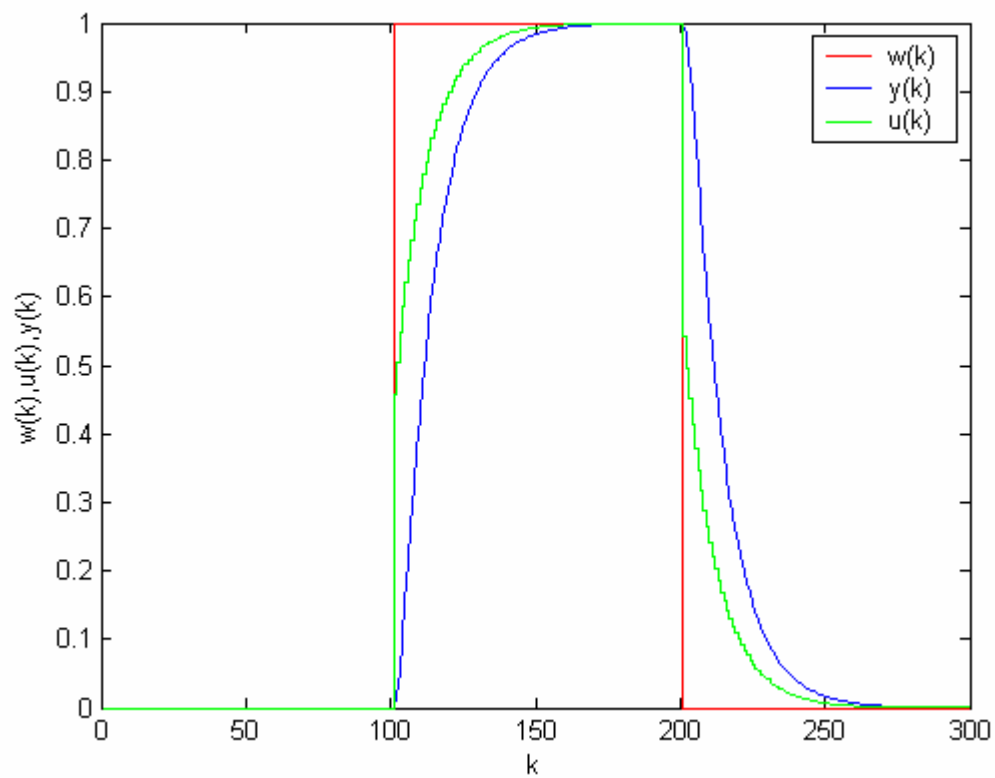
Obr. 4.3 Priebeh regulácie sústavy s penalizačnou konštantou $q_u = 0.3$ pre stabilnú sústavu.



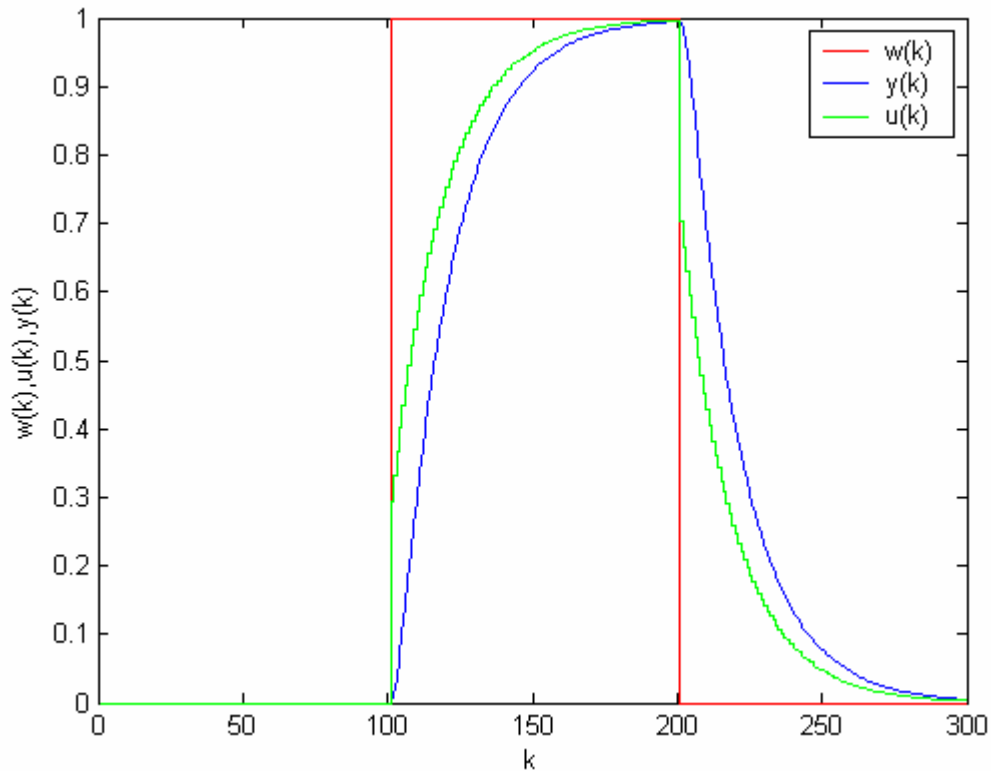
Obr. 4.4 Priebeh regulácie sústavy s penalizačnou konštantou $q_u = 0.8$ pre stabilnú sústavu.



Obr. 4.5 Priebeh regulácie sústavy s penalizačnou konštantou $q_u = 1$ pre stabilnú sústavu.



Obr. 4.6 Priebeh regulácie sústavy s penalizačnou konštantou $q_u = 2$ pre stabilnú sústavu.



Obr. 4.7 Priebeh regulácie sústavy s penalizačnou konštantou $q_u = 5$ pre stabilnú sústavu.

4.2 Sústava s neminimálnou fázou

Zadaná sústava druhého rádu:

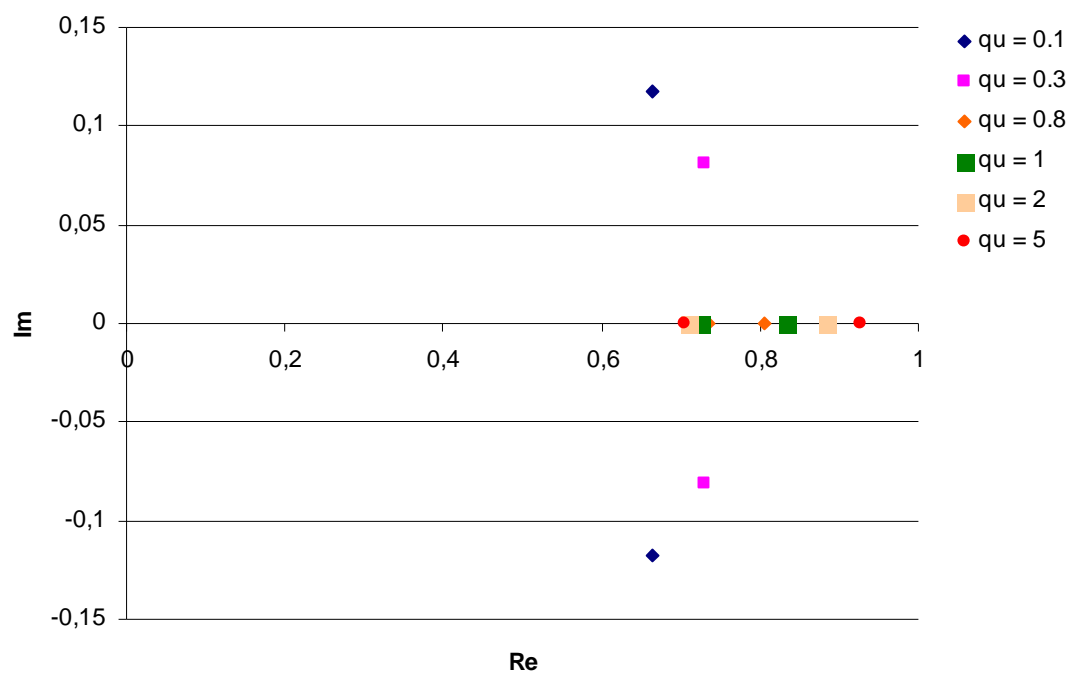
$$G_B(s) = \frac{1 - 4s}{(4s + 1)(10s + 1)} \quad (4.3)$$

Diskrétny tvar prenosov pre periódu vzorkovania $T_0 = 2$ s:

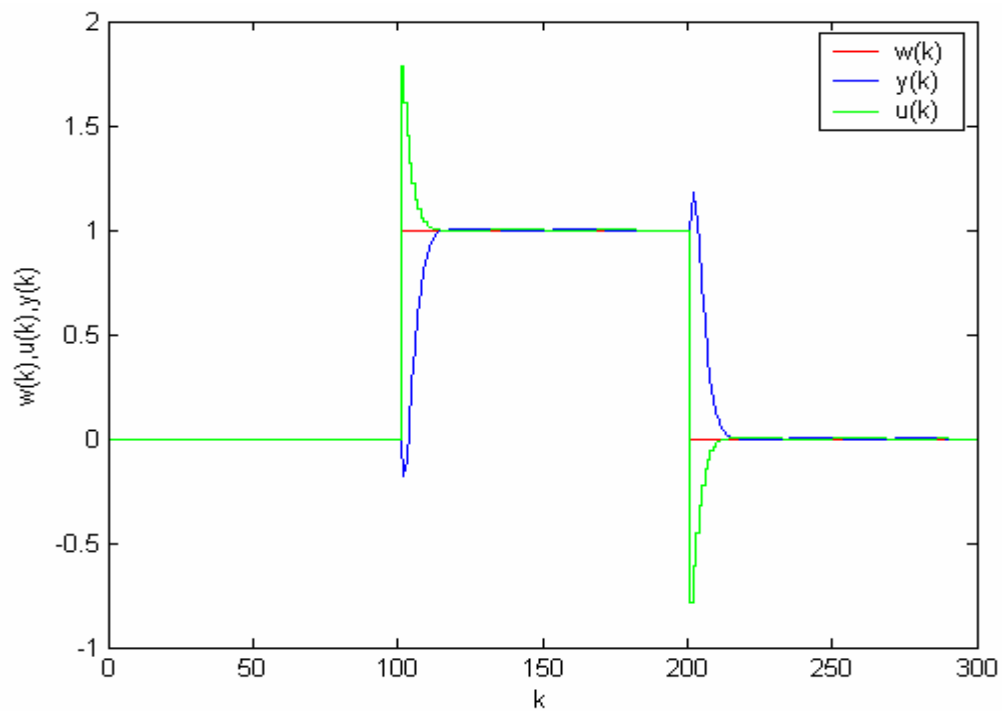
$$G_B(z) = \frac{-0.1017z^{-1} + 0.1730z^{-2}}{1 - 1.4253z^{-1} + 0.4966z^{-2}} \quad (4.4)$$

Tab. 2 Grafické rozloženie pólov charakteristického polynómu $D(z)$ z pohľadu ovplyvňovania q_u a výpočet kvality regulátora pre sústavu s neminimálnou fázou.

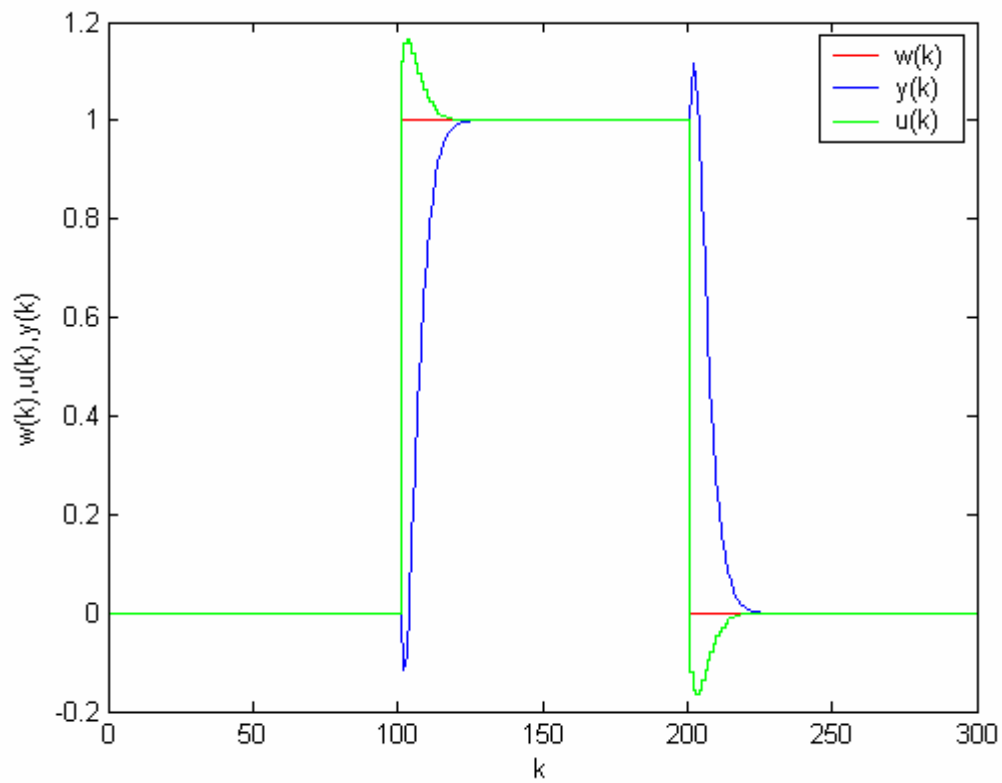
Sústava s neminimálnou fázou					
	q_u	z_1	z_2	S_u	S_y
1	0,1	0,6632 + 0,1175i	0,6632 - 0,1175i	0,0219	0,0381
2	0,3	0,7290 + 0,0810i	0,7290 - 0,0810i	0,0084	0,0433
3	0,8	0,8061	0,7348	0,0036	0,0509
4	1	0,8321	0,7239	0,0029	0,0531
5	2	0,8843	0,7105	0,0016	0,0618
6	5	0,9268	0,7049	0,0007	0,0786



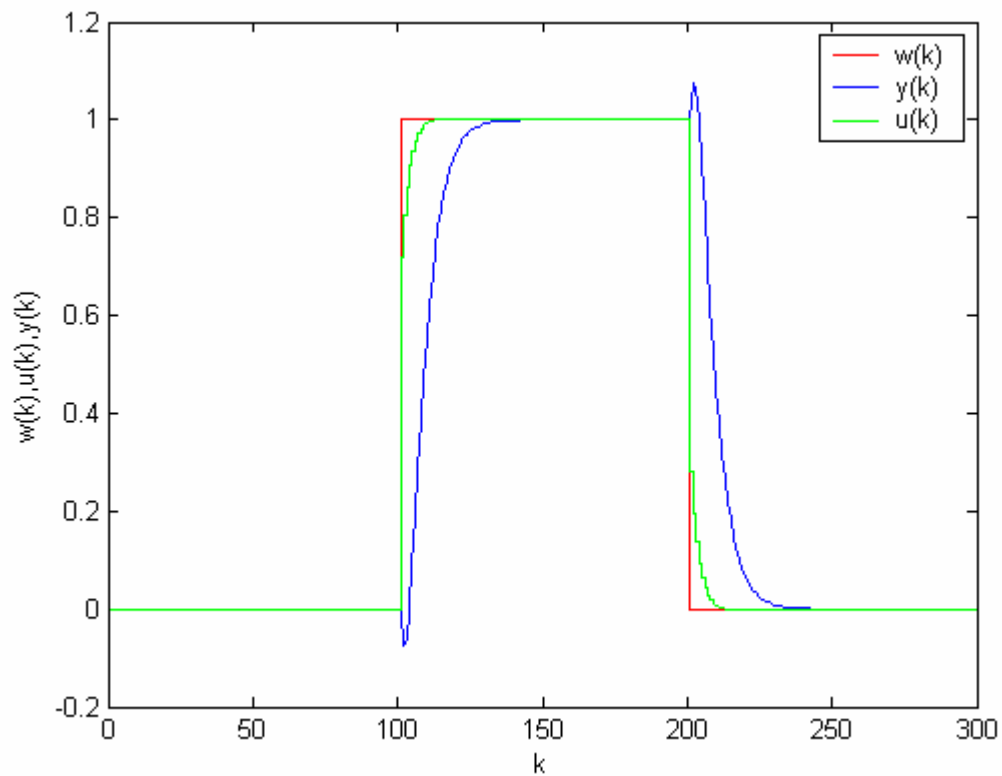
Obr. 4.8 Závislosť rozloženia pólov charakteristického polynómu $D(z)$ na zmene penalizačnej konštanty q_u pre sústavu s neminimálnou fázou.



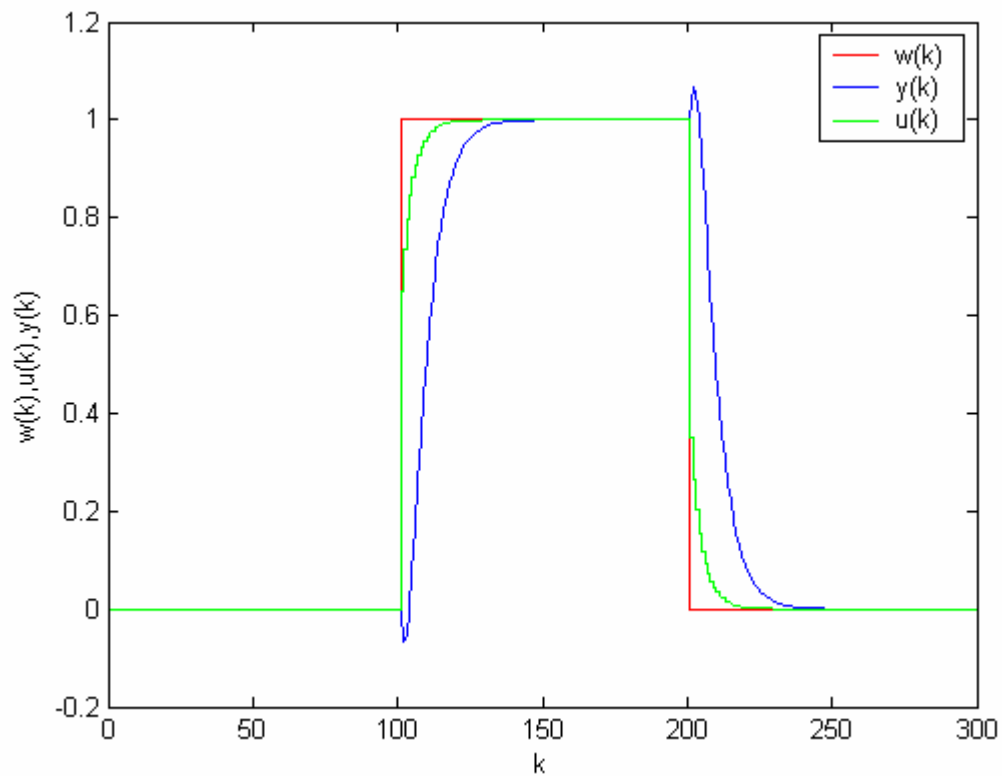
Obr. 4.9 Priebeh regulácie sústavy s penalizačnou konštantou $q_u = 0.1$ pre sústavu s neminimálnou fázou.



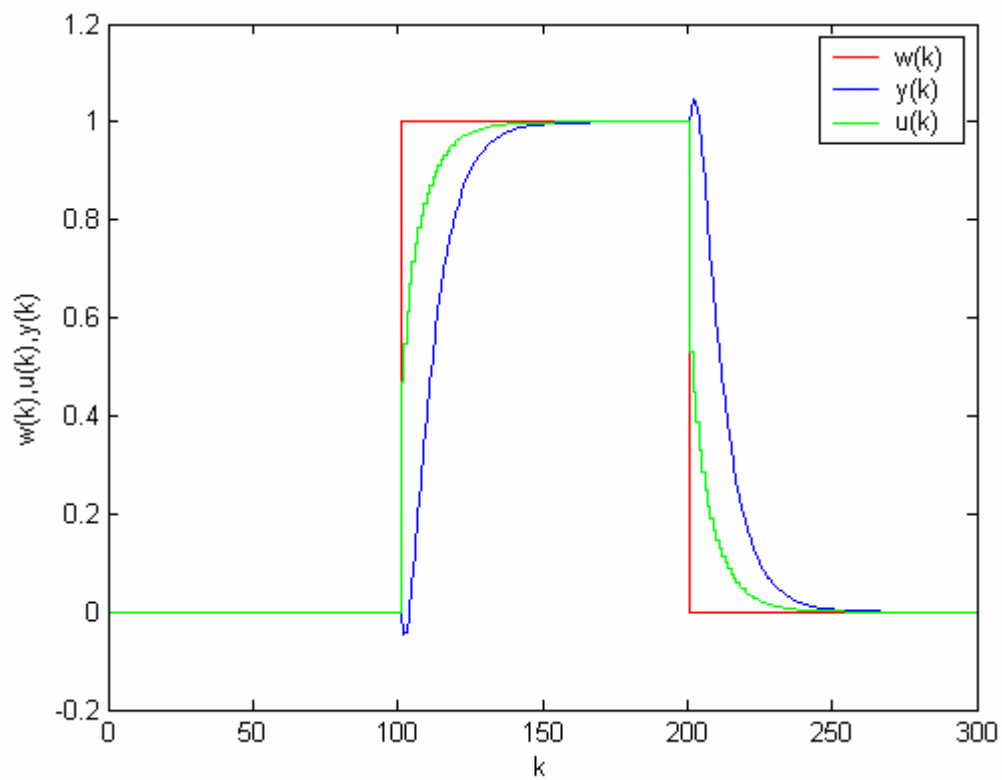
Obr. 4.10 Priebeh regulácie sústavy s penalizačnou konštantou $q_u = 0.3$ pre sústavu s neminimálnou fázou.



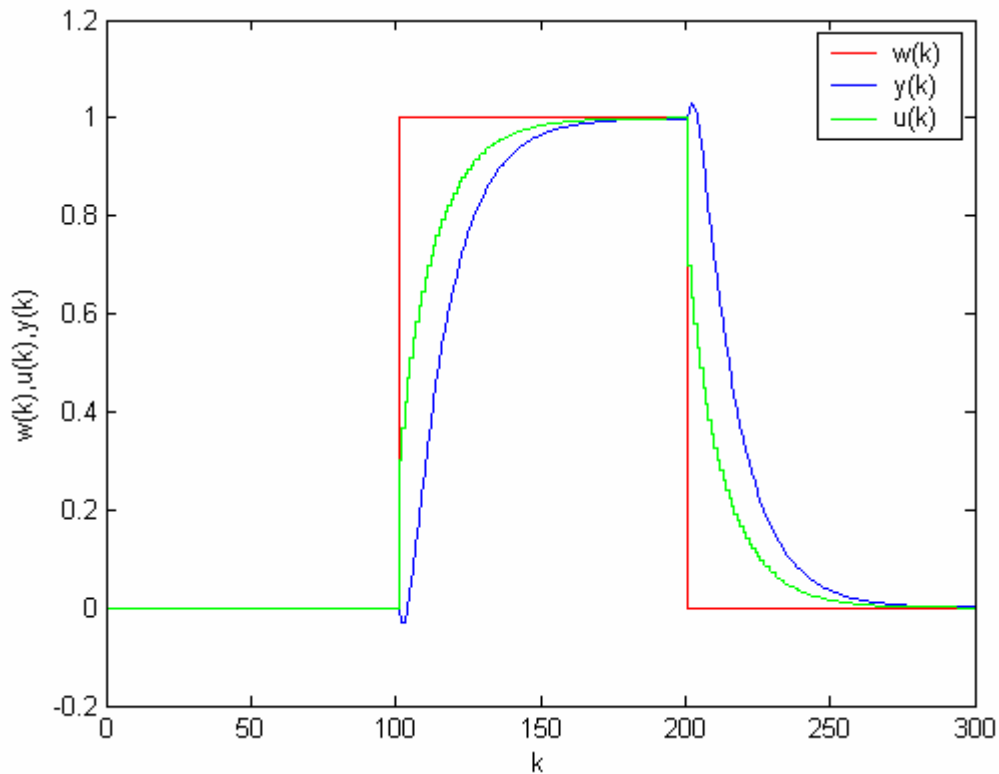
Obr. 4.11 Priebeh regulácie sústavy s penalizačnou konštantou $q_u = 0.8$ pre sústavu s neminimálnou fázou.



Obr. 4.12 Priebeh regulácie sústavy s penalizačnou konštantou $q_u = 1$ pre sústavu s neminimálnou fázou.



Obr. 4.13 Priebeh regulácie sústavy s penalizačnou konštantou $q_u = 2$ pre sústavu s neminimálnou fázou.



Obr. 4.14 Priebeh regulácie sústavy s penalizačnou konštantou $q_u = 5$ pre sústavu s neminimálnou fázou.

4.3 Nestabilná sústava

Zadaná sústava druhého rádu:

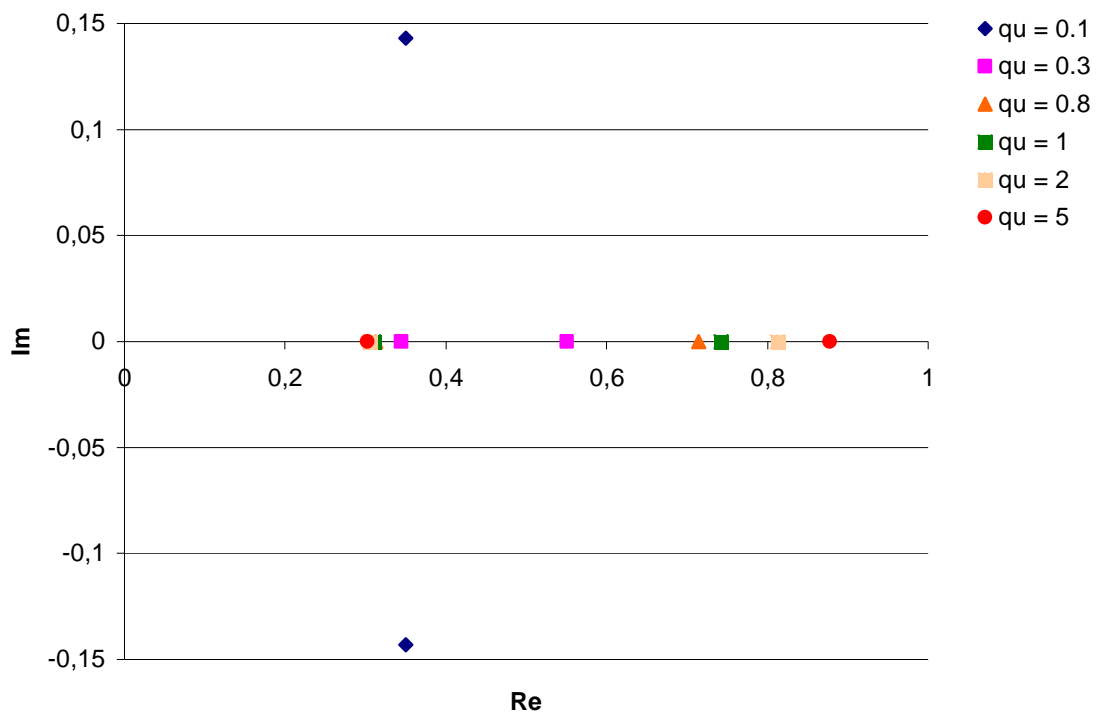
$$G_C(s) = \frac{s+1}{(2s-1)(4s+1)} \quad (4.5)$$

Diskrétny tvar prenosov pre periódu vzorkovania $T_0 = 2$ s:

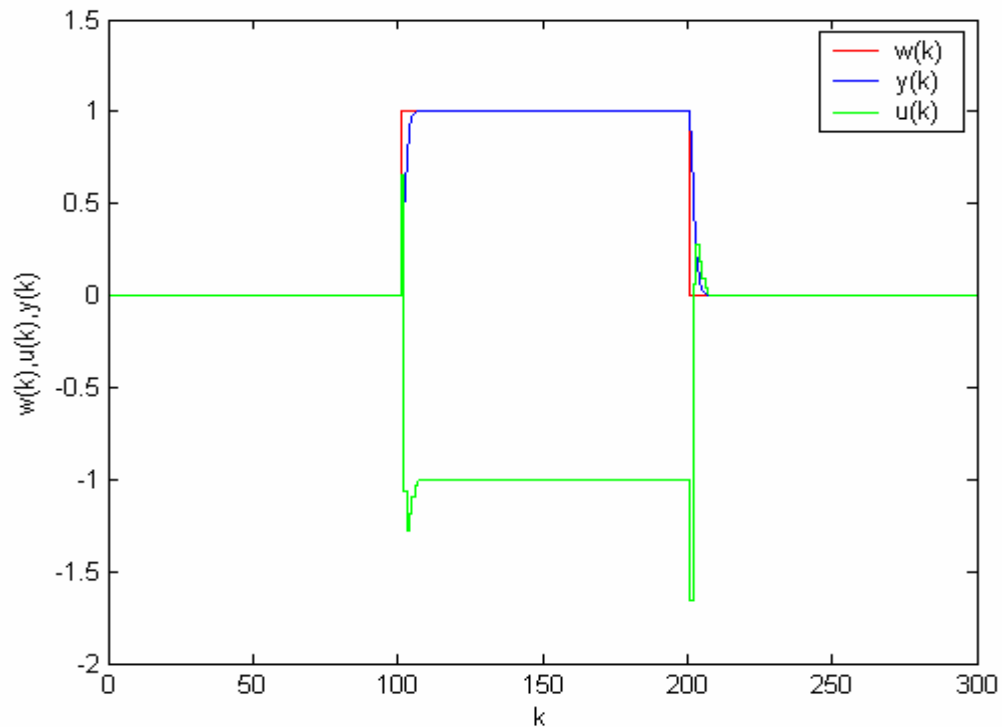
$$G_C(z) = \frac{0.6624z^{-1} + 0.0137z^{-2}}{1 - 3.3248z^{-1} + 1.6487z^{-2}} \quad (4.6)$$

Tab. 3 Grafické rozloženie pólov charakteristického polynómu $D(z)$ z pohľadu ovplyvňovania q_u a výpočet kvality regulátora pre nestabilnú sústavu.

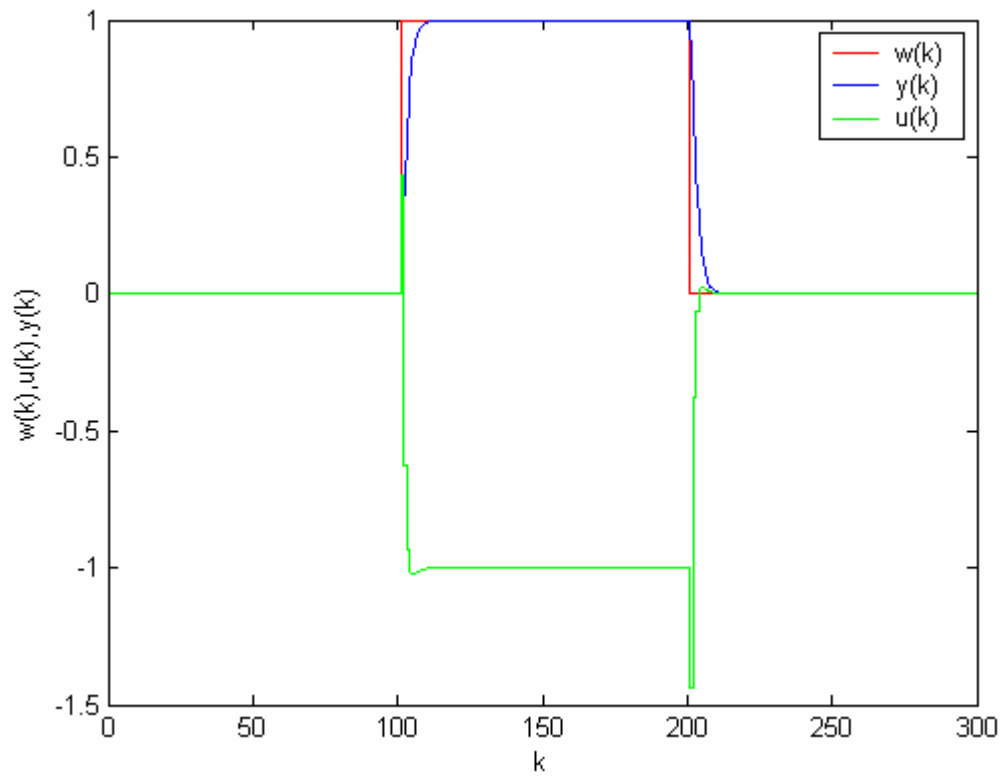
Nestabilná sústava					
	q_u	z_1	z_2	S_u	S_y
1	0,1	0,3498 + 0,1430i	0,3498 - 0,1430i	0,0231	0,0093
2	0,3	0,5507	0,3442	0,0095	0,0121
3	0,8	0,7146	0,313	0,0042	0,0162
4	1	0,742	0,3103	0,0035	0,0175
5	2	0,8121	0,3053	0,002	0,0223
6	5	0,8775	0,3025	0,001	0,0319



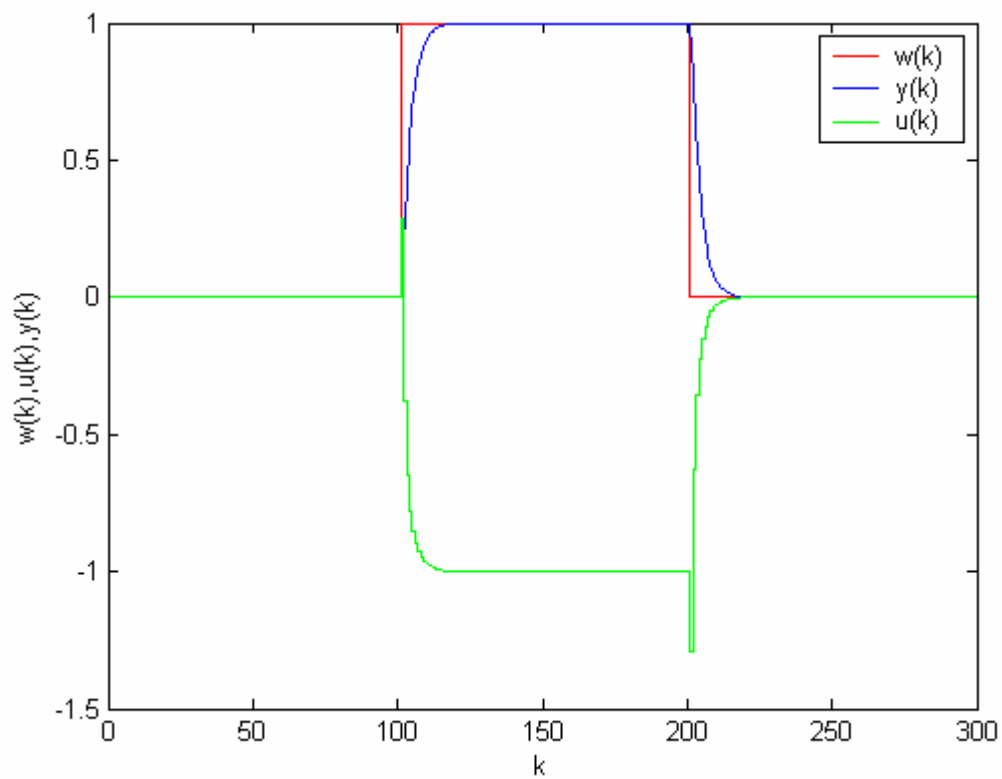
Obr. 4.15 Závislosť rozloženia pólov charakteristického polynómu $D(z)$ na zmene penalizačnej konštanty q_u pre nestabilnú sústavu.



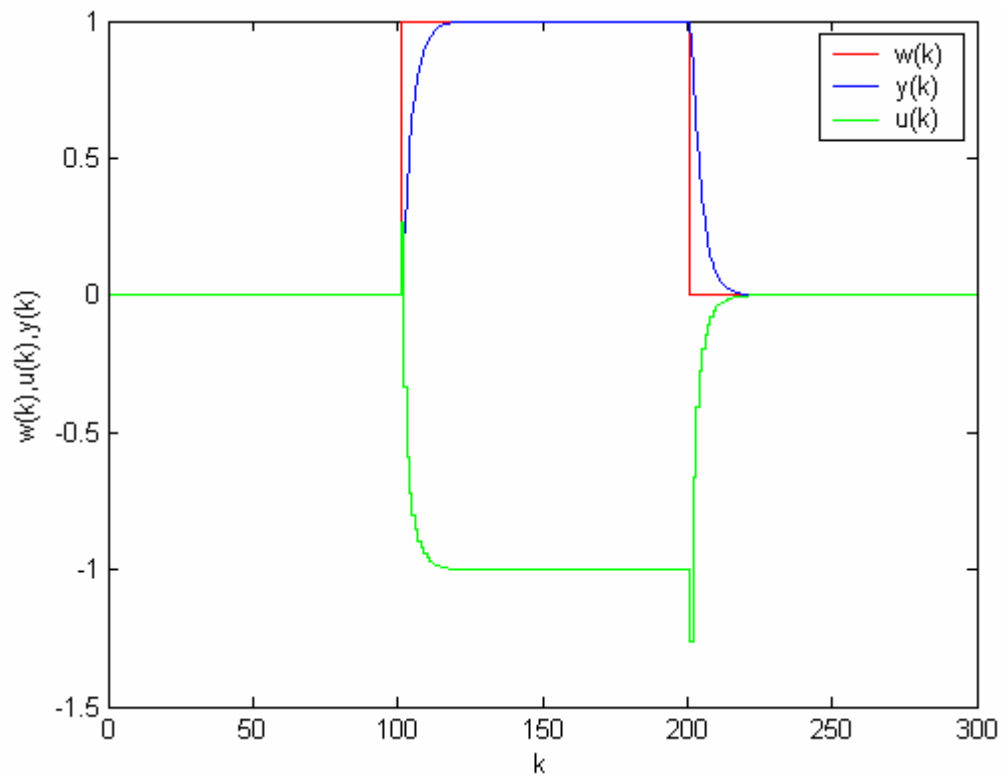
Obr. 4.16 Priebeh regulácie sústavy s penalizačnou konštantou $q_u = 0.1$ pre nestabilnú sústavu.



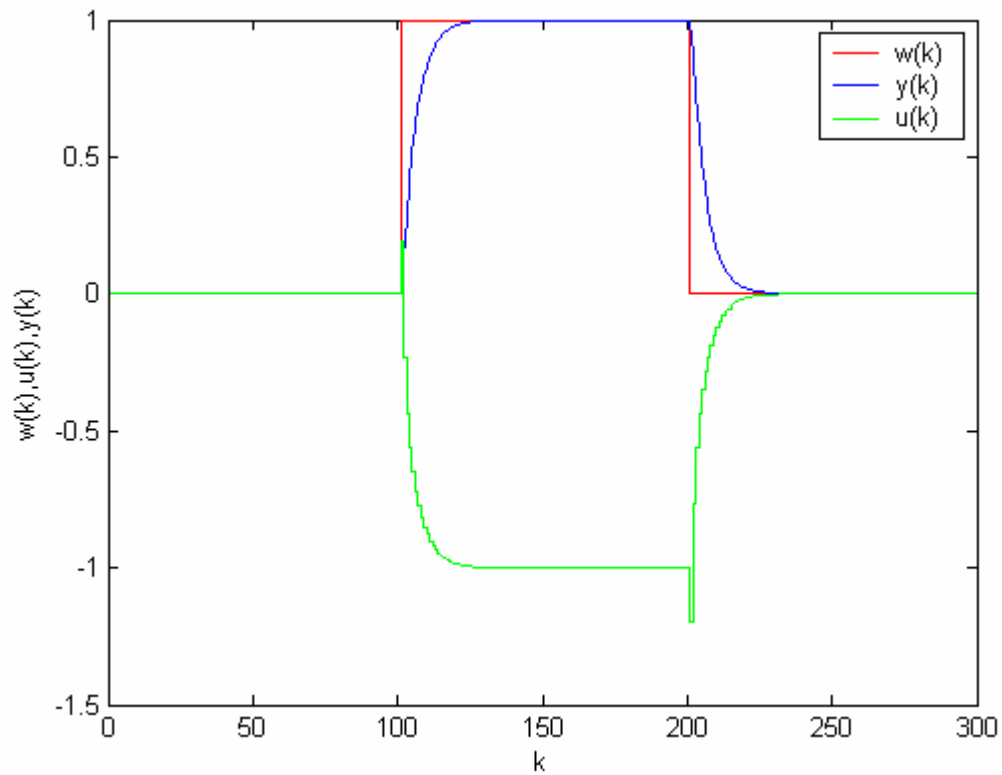
Obr. 4.17 Priebeh regulácie sústavy s penalizačnou konštantou $q_u = 0.3$ pre nestabilnú sústavu.



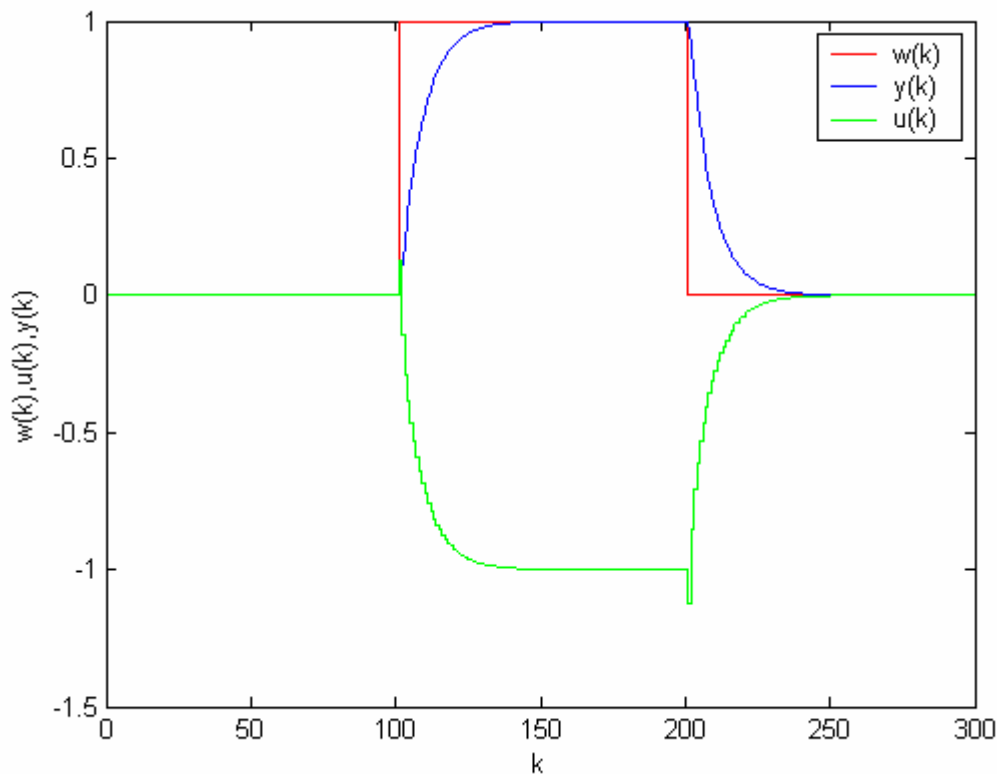
Obr. 4.18 Priebeh regulácie sústavy s penalizačnou konštantou $q_u = 0.8$ pre nestabilnú sústavu.



Obr. 4.19 Priebeh regulácie sústavy s penalizačnou konštantou $q_u = 1$ pre nestabilnú sústavu.



Obr. 4.20 Priebeh regulácie sústavy s penalizačnou konštantou $q_u = 2$ pre nestabilnú sústavu.



Obr. 4.21 Priebeh regulácie sústavy s penalizačnou konštantou $q_u = 5$ pre nestabilnú sústavu.

4.4 Diskusia výsledkov

Cieľom bolo sledovanie závislosti zmeny q_u na póloch charakteristického polynómu $D(z)$. Simuláciu priebehov regulácie môžeme vidieť na Obr. 4.2 - Obr. 4.7. Porovnaním sa zistilo, že vždy dôjde k ustáleniu regulovanej veličiny. Priebehy sú závislé na zmene q_u . Čím je penalizačná konštantka väčšia, tým je menší akčný zásah a väčší čas nábehu regulovanej veličiny. Dochádza tak k útlmu akčného zásahu. Zmenou penalizačnej konštanty sa pól z_1 združuje okolo hodnoty 0,7 a pól z_2 sa blíži k hodnote 1. Komplexne združené póly sa vypočítali iba pri malej penalizačnej konštantke. Z pohľadu kvality má najlepšie výsledky pre regulovanú veličinu $q_u = 0,1$ a pre akčný zásah $q_u = 5$.

ZÁVER

Bolo navrhnuté a zrealizované grafické užívateľské rozhranie GUI v prostredí Matlab, ktoré umožňuje simulačné overovanie číslicových regulátorov založených na algebraickej teórii riadenia. Táto aplikácia (resp. GUI) bola navrhnutá pre sústavu druhého rádu bez dopravného oneskorenia v neadaptívnej verzii., a to pre sústavu stabilnú, nestabilnú a sústavu s neminimálnou fázou.

Bolo prevedené simulačné overovanie metódy založenej na minimalizácii kvadratického kritéria pre sústavu s dvomi stupňami voľnosti. Sledovaná bola závislosť zmeny penalizačnej konštanty q_u na póloch charakteristického polynómu $D(z)$. Vypočítala sa kvalita regulácie, podľa kritéria založeného na výpočte sumácie kvadrátov regulačnej odchýlky (S_y) a sumácie prírastkov akčnej veličiny (S_u). Získané dáta boli vyhodnotené a spracované v tabuľkovom editori Excel. Vzhľadom k časovej náročnosti vytvárania aplikácie, neboli prevedené simulácie, ktoré využívajú metódu založenú na priradení pólov pre výpočet regulátora.

Navrhujem, aby sa v práci pokračovalo s rozšírením tejto aplikácie o sústavu s dopravným oneskorením a doplnením pre adaptívne verzie, prípadne s možnosťou voľby sústav s vyšším rádom.

Použitie tejto aplikácie slúži pre hlbšie pochopenie princípov metód založených na algebraickej teórii riadenia.

CONCLUSION

In this thesis graphical user interface GUI was designed and carried out in Matlab environment which enables simulation verification of digital control circuit for algebraic theory of control. This application was designed for second order processes with no distance delay in un-adaptive version.

Simulation verification of method based on linear quadratic control for two degrees of freedom processes was conducted. The relation of change of penalizing constant q_u and poles of characteristic polynomial $D(z)$ was surveyed. Collected data were evaluated and processed in Excel. Taking into account the time-demanding creation of the application, the simulations using the method based on matching poles in order to count the regulators was not performed.

I suggest that research extending this program of systems with distance delay and the addition of adaptive version was continued, possibly the case of choosing systems with higher degrees was further investigated.

The application of this program helps to better understand the principles of the methods based on the algebraic theory of control.

ZOZNAM POUŽITEJ LITERATURY

- [1] DRÁBEK, O., MACHÁČEK, J. *Adaptivní řízení*. Ediční středisko VŠCHT v Pardubicích, Pardubice, 1992.
- [2] HAVLENA, V., ŠTECHA, J. *Moderní teorie řízení*. Vydavatelství ČVUT v Praze, Praha, 1994.
- [3] PETERKA, V. aj. *Algoritmy pro adaptivní mikroprocesorovou regulaci technologických procesů*. ÚTIA ČSAV Praha, 1982.
- [4] KUČERA, V. *Analysis and Design of Discrete Linear Systems*. New Jersey, Prentice Hall, Englewood Cliffs 1991.
- [5] BOBÁL, V., BÖHM, J., FESSL, J. MACHÁČEK, J: *Digital Self-tuning Controllers: Algorithms, Implementation and Applications. Advanced Textbooks in Control and Signal Processing*. Springer-Verlag London, 2005.
- [6] BOBÁL, V., CHALUPA, P. *Self-tuning Controllers Simulink Library*. [http: //www.utb.cz/stctool/](http://www.utb.cz/stctool/). 2003.

ZOZNAM POUŽITÝCH SYMBOLOV A SKRATIEK

DB	Dead – Beat, metódy založené na kritériu konečného počtu krokov.
PP	Pole Placement, metódy založené na priradení pólov.
LQ	Linear Quadratic Control, metódy založené na minimalizácii kvadratického kritéria.
1 DOF	One degree of freedom, metóda polynomiálnej syntézy (jeden stupeň voľnosti).
2 DOF	Two degrees of freedom, metóda polynomiálnej syntézy (dva stupene voľnosti).
GUI	Graphical User Interface, grafické užívateľské rozhranie.
GUIDE	Graphical User Interface Development Environment, nástroj pre interaktívnu tvorbu grafického rozhrania.
$w(k)$	Žiadaná veličina.
$v(k)$	Poruchová veličina.
$u(k)$	Akčná veličina.
$y(k)$	Regulovaná veličina.
$e(k)$	Regulačná odchýlka.
$e_s(k)$	Nekorelovaný šum.
q_u	Penalizačná konštanta, ktorá udáva podiel akčnej veličiny na hodnote kritéria.

ZOZNAM OBRÁZKOV

Obr. 1.1 Bloková schéma regulačního obvodu s regulátorem s dvěma stupňami volnosti.....	10
Obr. 1.3 Kmitavý tlmený regulační pochod (plná čára – regulovaná veličina y , čárkovaná čára – řadičská veličina w).	17
Obr. 2.1 Bloková schéma regulačního obvodu s regulátorem s jedním stupněm volnosti.....	29
Obr. 2.2 Bloková schéma regulačního obvodu s regulátorem s dvěma stupňami volnosti.....	36
Obr. 3.1 Příkazové okno Command Window v programovém prostředí Matlab.....	42
Obr. 3.2 Dialógové okno GUIDE Quick Start.	42
Obr. 3.3 Základný vzhľad Sprievodcu tvorbou GUI (GUIDE) po jeho spustení.....	42
Obr. 3.4 Tlačidlá (ikony) hlavného panela.	43
Obr. 3.5 Spustenie Menu Editora.....	43
Obr. 3.6 Vytvorenie stĺpcového menu v Menu Editori.....	44
Obr. 3.7 Vytváranie uicontrol objektov pomocou ľavého panelu.....	44
Obr. 3.8 Okno Property Inspector.	45
Obr. 3.9 Vytvorená aplikácia START prostredníctvom nástroja GUIDE	45
Obr. 3.10 Vytvorená aplikácia STABILNA prostredníctvom nástroja GUIDE	48
Obr. 4.1 Závislosť rozloženia pólov charakteristického polynómu $D(z)$. na zmene penalizačnej konštanty q_u pre stabilnú sústavu.....	53
Obr. 4.2 Priebeh regulácie sústavy s penalizačnou konštantou $q_u = 0.1$ pre stabilnú sústavu.	53
Obr. 4.3 Priebeh regulácie sústavy s penalizačnou konštantou $q_u = 0.3$ pre stabilnú sústavu.	54
Obr. 4.4 Priebeh regulácie sústavy s penalizačnou konštantou $q_u = 0.8$ pre stabilnú sústavu.....	54
Obr. 4.5 Priebeh regulácie sústavy s penalizačnou konštantou $q_u = 1$ pre stabilnú sústavu.....	55
Obr. 4.6 Priebeh regulácie sústavy s penalizačnou konštantou $q_u = 2$ pre stabilnú sústavu.....	55

Obr. 4.7	Priebeh regulácie sústavy s penalizačnou konštantou $q_u = 5$ pre stabilnú sústavu.	56
Obr. 4.8	Závislosť rozloženia pólov charakteristického polynómu $D(z)$ na zmene penalizačnej konštanty q_u pre sústavu s neminimálnou fázou.	57
Obr. 4.9	Priebeh regulácie sústavy s penalizačnou konštantou $q_u = 0.1$ pre sústavu s neminimálnou fázou.	57
Obr. 4.10	Priebeh regulácie sústavy s penalizačnou konštantou $q_u = 0.3$ pre sústavu s neminimálnou fázou.	58
Obr. 4.11	Priebeh regulácie sústavy s penalizačnou konštantou $q_u = 0.8$ pre sústavu s neminimálnou fázou.	58
Obr. 4.12	Priebeh regulácie sústavy s penalizačnou konštantou $q_u = 1$ pre sústavu s neminimálnou fázou.	59
Obr. 4.13	Priebeh regulácie sústavy s penalizačnou konštantou $q_u = 2$ pre sústavu s neminimálnou fázou.	59
Obr. 4.14	Priebeh regulácie sústavy s penalizačnou konštantou $q_u = 5$ pre sústavu s neminimálnou fázou.	60
Obr. 4.15	Závislosť rozloženia pólov charakteristického polynómu $D(z)$ na zmene penalizačnej konštanty q_u pre nestabilnú sústavu.	61
Obr. 4.16	Priebeh regulácie sústavy s penalizačnou konštantou $q_u = 0.1$ pre nestabilnú sústavu.	61
Obr. 4.17	Priebeh regulácie sústavy s penalizačnou konštantou $q_u = 0.3$ pre nestabilnú sústavu.	62
Obr. 4.18	Priebeh regulácie sústavy s penalizačnou konštantou $q_u = 0.8$ pre nestabilnú sústavu.	62
Obr. 4.19	Priebeh regulácie sústavy s penalizačnou konštantou $q_u = 1$ pre nestabilnú sústavu.	63
Obr. 4.20	Priebeh regulácie sústavy s penalizačnou konštantou $q_u = 2$ pre nestabilnú sústavu.	63
Obr. 4.21	Priebeh regulácie sústavy s penalizačnou konštantou $q_u = 5$ pre nestabilnú sústavu.	64

ZOZNAM TABULIEK

Tab. 1 Grafické rozloženie pólov charakteristického polynómu $D(z)$. z pohľadu ovplyvňovania q_u a výpočet kvality regulátora pre stabilnú sústavu.....	52
Tab. 2 Grafické rozloženie pólov charakteristického polynómu $D(z)$ z pohľadu ovplyvňovania q_u a výpočet kvality regulátora pre sústavu s neminimálnou fázou.....	56
Tab. 3 Grafické rozloženie pólov charakteristického polynómu $D(z)$ z pohľadu ovplyvňovania q_u a výpočet kvality regulátora pre nestabilnú sústavu.....	60