

# **Výukové simulace pro předmět zpracování signálů - číslicová filtrace**

Educational Simulations for Subject Signal Processing - Digital  
Filtering

Jakub Šenkeřík

---

Bakalářská práce  
2013



Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně  
Fakulta aplikované informatiky

---

## ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení: **Jakub ŠENKERÍK**  
Osobní číslo: **A10064**  
Studijní program: **B3902 Inženýrská informatika**  
Studijní obor: **Informační a řídicí technologie**  
Forma studia: **prezenční**

Téma práce: **Výukové simulace pro předmět Zpracování signálů –  
číslicová filtrace**

### Zásady pro vypracování:

1. Vytvořte prostředí pro simulaci návrhů číslicových FIR a IIR filtrů.
2. Simulujte charakteristiky navržených filtrů.
3. Simulujte filtraci generovaných signálů navrženými filtry a zobrazujte frekvenční spektra filtrovaných a nefiltrovaných signálů.
4. Demonstrujte vliv parametrů navržených filtrů na jejich charakteristiky a filtrované signály.
5. Vypracujte v systému Matlab/Simulink.

Rozsah bakalářské práce:

Rozsah příloh:

Forma zpracování bakalářské práce: tištěná/elektronická

Seznam odborné literatury:

1. Zaplatílek K., Doňar B.: Matlab, začínáme se signály, BEN, 2006.
2. Oppenheim A., Willsky A.: Signals and Systems, N.J. USA: Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1997.
3. Vích R., Smejkal Z.: Číslicové filtry, Academia, 2000.
4. Hlaváč V., Sedláček M.: Zpracování signálů a obrazů, Praha, ČVUT 2000.
5. Davídek V., Laipert M., Vlček M.: Analogové a číslicové filtry, ČVUT, 2006.

Vedoucí bakalářské práce:

doc. Ing. Marek Kubalčík, Ph.D.

Ústav řízení procesů

Datum zadání bakalářské práce:

24. února 2013

Termín odevzdání bakalářské práce:

14. června 2013

Ve Zlíně dne 24. února 2013

prof. Ing. Vladimír Vašek, CSc.  
děkan



prof. Ing. Vladimír Vašek, CSc.  
ředitel ústavu

## ABSTRAKT

Tato bakalářské práce se zabývá tvorbou výukových simulací pro předmět Zpracování signálů – číslicová filtrace v prostředí programu MATLAB. V teoretické části jsou popsány FIR a IIR filtry a toolboxy, které jsou součástí programu MATLAB a jsou v práci využity. V praktické části jsou pak popsány jednotlivé simulace. Simulační programy umožňují návrh číslicových FIR a IIR filtrů, zobrazení a porovnání jejich charakteristik. Dále pak simulace demonstrují vliv parametrů navržených filtrů na jejich charakteristiky a filtrované signály. Všechny simulační programy jsou vytvořeny v prostředí Graphic User Interface (GUI) softwaru MATLAB. Zdrojové kódy aplikace jsou přiloženy na disku CD-ROM.

Klíčová slova: Matlab, FIR filtr, IIR filtr, CS toolbox, SP toolbox

## ABSTRACT

This Bachelor thesis deals with creation of simulations for teaching of the subject Signal processing - Digital filtering in MATLAB software. The theoretical part describes the FIR and IIR filters and toolboxes that are part of the program MATLAB and are used in this work. In the practical part are described the created simulations. Simulation programs enable the design of digital FIR and IIR filters. They also enable to display and compare characteristics of the designed filters. Furthermore, the simulations demonstrate the influence of the proposed filters parameters changes on their characteristics and the filtered signals. All simulation programs are made using Graphic User Interface (GUI) in software MATLAB. The source code of the application is enclosed on the CD-ROM disc.

Keywords: Matlab, FIR filter, IIR filter, CS toolbox, SP toolbox

Děkuji tímto svému vedoucímu bakalářské práce doc. Ing. Marku Kubalčíkovi, Ph.D. za odborné vedení, příkladnou trpělivost, rady a připomínky, ale také za čas, který věnoval mně i mé práci.

**Prohlašuji, že**

- beru na vědomí, že odevzdáním bakalářské práce souhlasím se zveřejněním své práce podle zákona č. 111/1998 Sb. o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších právních předpisů, bez ohledu na výsledek obhajoby;
- beru na vědomí, že bakalářská práce bude uložena v elektronické podobě v univerzitním informačním systému dostupná k prezenčnímu nahlédnutí, že jeden výtisk bakalářské práce bude uložen v příruční knihovně Fakulty aplikované informatiky Univerzity Tomáše Bati ve Zlíně a jeden výtisk bude uložen u vedoucího práce;
- byl/a jsem seznámen/a s tím, že na moji bakalářskou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb. o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon) ve znění pozdějších právních předpisů, zejm. § 35 odst. 3;
- beru na vědomí, že podle § 60 odst. 1 autorského zákona má UTB ve Zlíně právo na uzavření licenční smlouvy o užití školního díla v rozsahu § 12 odst. 4 autorského zákona;
- beru na vědomí, že podle § 60 odst. 2 a 3 autorského zákona mohu užít své dílo – bakalářskou práci nebo poskytnout licenci k jejímu využití jen s předchozím písemným souhlasem Univerzity Tomáše Bati ve Zlíně, která je oprávněna v takovém případě ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které byly Univerzitou Tomáše Bati ve Zlíně na vytvoření díla vynaloženy (až do jejich skutečné výše);
- beru na vědomí, že pokud bylo k vypracování bakalářské práce využito softwaru poskytnutého Univerzitou Tomáše Bati ve Zlíně nebo jinými subjekty pouze ke studijním a výzkumným účelům (tedy pouze k nekomerčnímu využití), nelze výsledky bakalářské práce využít ke komerčním účelům;
- beru na vědomí, že pokud je výstupem bakalářské práce jakýkoliv softwarový produkt, považují se za součást práce rovněž i zdrojové kódy, popř. soubory, ze kterých se projekt skládá. Neodevzdání této součásti může být důvodem k neobhájení práce.

**Prohlašuji,**

- že jsem na bakalářské práci pracoval samostatně a použitou literaturu jsem citoval. V případě publikace výsledků budu uveden jako spoluautor.
- že odevzdaná verze bakalářské práce a verze elektronická nahraná do IS/STAG jsou totožné.

Ve Zlíně

.....  
podpis diplomanta

**OBSAH**

<b>ÚVOD.....</b>	<b>9</b>
<b>I TEORETICKÁ ČÁST.....</b>	<b>10</b>
<b>1 ČÍSLICOVÁ FILTRACE.....</b>	<b>11</b>
1.1 FILTR.....	11
1.2 ŘÁD FILTRU.....	12
1.3 NÁVRH FILTRU .....	12
1.4 ROZDĚLENÍ FILTRŮ PODLE REALIZACE .....	12
1.5 FREKVENČNĚ SELEKTIVNÍ FILTRY .....	12
1.6 FIR FILTR .....	13
1.6.1 Struktury FIR filtrů .....	14
1.7 IIR FILTR .....	15
1.7.1 Struktury IIR filtrů .....	15
1.8 ZÁKLADNÍ CHARAKTERISTIKY ČÍSLICOVÝCH FILTRŮ FIR A IIR .....	17
1.9 FREKVENČNÍ CHARAKTERISTIKA ČÍSLICOVÉHO FILTRU .....	18
1.10 POSTUP NÁVRHU ČÍSLICOVÉHO FILTRU .....	21
1.11 NÁVRH FIR FILTRŮ .....	21
1.11.1 Postup.....	22
1.12 NÁVRH IIR FILTRŮ .....	23
1.12.1 Postup návrhu číslicových filtrů na základě analogových prototypů.....	24
1.12.2 Butterworthova aproximace .....	25
1.12.3 Souvislost mezi rovinou $s$ a rovinou $z$ .....	26
1.12.4 Bilineární transformace .....	26
<b>2 MATLAB .....</b>	<b>28</b>
2.1 PROSTŘEDÍ MATLABU .....	28
2.2 TOOLBOXY .....	29
2.2.1 SP toolbox .....	29
2.2.2 CS toolbox.....	31
2.3 GUIDE .....	32
<b>II PRAKTICKÁ ČÁST .....</b>	<b>33</b>
<b>3 VÝUKOVÉ SIMULACE V PROSTŘEDÍ MATLAB .....</b>	<b>34</b>
3.1 FIR FILTRY.....	34
3.1.1 Popisy bloků programu .....	35
3.1.2 Funkce programu .....	37
3.2 IIR FILTRY.....	40
3.2.1 Popisy bloků programu .....	41
3.2.2 Funkce programu .....	42
3.3 POROVNÁNÍ OKEN .....	46
3.3.1 Popisy bloků programu .....	47
3.3.2 Funkce programu .....	48
<b>ZÁVĚR .....</b>	<b>51</b>
<b>ZÁVĚR V ANGLIČTINĚ.....</b>	<b>52</b>

<b>SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY.....</b>	<b>53</b>
<b>SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK.....</b>	<b>54</b>
<b>SEZNAM OBRÁZKŮ .....</b>	<b>55</b>
<b>SEZNAM TABULEK.....</b>	<b>57</b>
<b>SEZNAM PŘÍLOH.....</b>	<b>58</b>



## ÚVOD

Zpracování signálu je vědeckotechnický obor na pomezí elektrotechniky a aplikované matematiky, který se zabývá analýzou, modifikací i syntézou signálů. Takovým signálem může být obraz, zvuk či jakákoli časově či prostorově proměnná měření. Zpracování signálu se zabývá jak diskrétním, tak spojitým signálem.

Typickými úlohami jsou například rozpoznávání vzorů, komprese, zlepšení signálu nebo obecně jeho filtrace. Číslicová filtrace je významnou oblastí techniky zpracování signálů a obrazů.

Teoretická část se zabývá základy číslicové filtrace. Jsou popsány základní metody návrhu filtrů s konečnou impulsní odezvou (FIR) a nekonečnou impulsní odezvou (IIR). Dále potom základní způsoby implementace filtrů, základní vlastnosti a výhody a nevýhody použití FIR a IIR filtrů.

Dále je zde popis příkazů programu MATLABu, které jsou zejména součástí Signal Processing (SP) toolboxu a Control System (CS) toolboxu a jsou využity při tvorbě simulací. Je zde i popsána aplikace GUIDE, která je též součástí MATLABu a pomocí které byly vytvořeny výukové simulace.

V praktické části bakalářské práce jsou popsány jednotlivé výukové simulace. Výukové simulace nesou názvy FIR filtry, IIR filtry a Porovnání oken. Výukové simulace umožňují návrh číslicových FIR a IIR filtrů, zobrazení a porovnání jejich charakteristik. Dále pak simulace demonstrují vliv parametrů navržených filtrů na jejich charakteristiky a filtrované signály. Podrobně jsou zde popsány bloky jednotlivých simulací. Je zde taky ukázáno, jak výukové simulace fungují a popis jednotlivých charakteristik a průběhů.

Zdrojové kódy aplikace jsou přiloženy na disku CD-ROM.

## **I. TEORETICKÁ ČÁST**

## 1 ČÍSLICOVÁ FILTRACE

Číslicová filtrace je významnou oblastí techniky zpracování signálů a obrazů [3], [4]. Původní oblastí jejich aplikace byla sdělovací technika. Nachází uplatnění i v automatizační technice, při měření, zpracování naměřených dat a v regulaci – zejména pro potlačování šumů a nežádoucích parazitních signálů.

Existuje mnoho souvislostí mezi číslicovými filtry a jinými číslicovými systémy – regulátory, modely, predátory. Formálně stejně jako číslicové filtry jsou popsány systémy, se kterými se setkáváme při řízení, modelování a identifikaci systémů. Stejně jako filtr je popsán tedy např. regulátor realizovaný přenosovou funkcí nebo řízený systém ve formě přenosové funkce.

Číslicová filtrace je nalezení výstupního signálu pro daný vstup a daný filtr. Výstup se získá jako konvoluce vstupu a impulzní odezvy filtru.

Filtrací rozumíme úpravu hodnot vzorků signálu pomocí určitého algoritmu – číslicového filtru tak, aby došlo ke zvýraznění požadovaných složek signálu nebo naopak k potlačení složek nežádoucích.

Číslicový filtr je algoritmus nebo obvod, který požadovaným způsobem mění spektrum vstupního diskrétního signálu.

Na rozdíl od analogových systémů, které zpracovávají spojitě (analogové) signály ve spojitém čase, pracují číslicové systémy v nespojitém čase (obvykle s ekvidistančním krokem) a zpracovávají číslicové hodnoty proměnných.

Návrh číslicových filtrů tvoří spolu se spektrální analýzou pomocí diskrétní nebo rychlé Fourierovy transformace základ klasického číslicového zpracování signálů [1], [2], [5]

### 1.1 Filtr

Filtr pro zpracování signálu představuje model, kterým modelujeme nějaký systém (skutečný, virtuální) popisující relace mezi vstupem a výstupem filtru (tzv. přenosová charakteristika). Filtr pro zpracování signálu (zkráceně jen filtr) je využíván v oborech regulace (automatizace), číslicové zpracování signálu, elektronika (radiotechnika), atd. [8]

## 1.2 Řád filtru

Řád filtru (řád modelu) určuje, s jakou věrností (přesností) jsou modelovány přenosové charakteristiky filtru. [8]

## 1.3 Návrh filtru

Návrh filtru spočívá v nalezení koeficientů filtru, tak aby bylo dosaženo specifických požadavků na filtraci (nejdříve je třeba rozhodnout, jestli to bude FIR nebo IIR a určit řád filtru). Poté je třeba tyto koeficienty implementovat do určité struktury filtru. Cílem návrhu filtru je nejčastěji změna frekvenčních vlastností vstupního signálu.

## 1.4 Rozdělení filtrů podle realizace

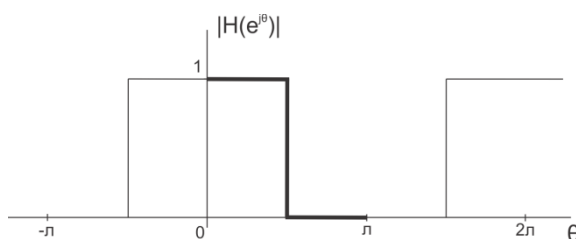
- Analogový
  - Spojitý
    - Analogový pasivní filtr
    - Analogový aktivní filtr
- Číslicový (digitální)
  - Diskrétní filtr
    - Filtr s nekonečnou impulzní odezvou (IIR)
    - Filtr s konečnou impulzní odezvou (FIR) [8]

## 1.5 Frekvenčně selektivní filtry

Frekvenčně selektivní filtry – účelem je propustit nebo potlačit složky signálu v určitém frekvenčním pásmu

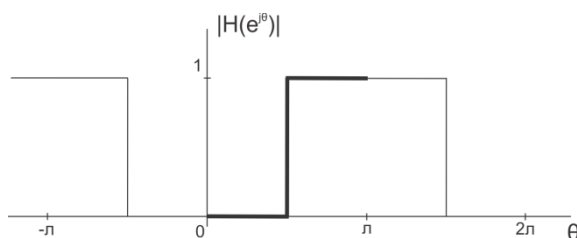
Rozdělení filtrů:

- Dolní propust (anglicky Low-pass filter)



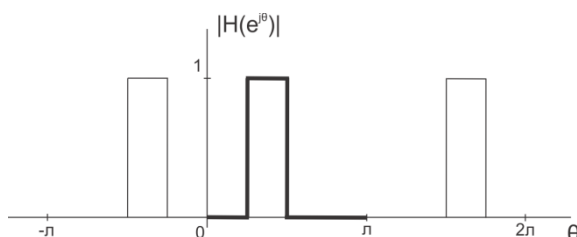
Obr. 1.1: Dolní propust

- Horní propust (anglicky High-pass filter)



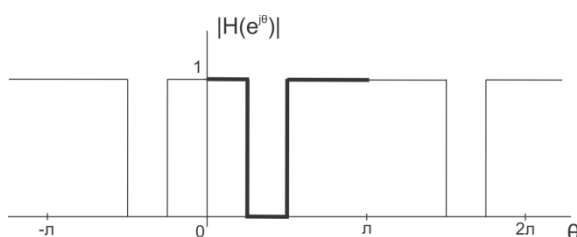
Obr. 1.2: Horní propust

- Pásmová propust (anglicky Band-pass filter)



Obr. 1.3: Pásmová propust

- Pásmová zadrž (anglicky Band-stop filter)



Obr. 1.4: Pásmová zadrž

## 1.6 FIR filtr

Filtr s konečnou impulzní odezvou (FIR, Finite Impulse Response) je diskrétní lineární filtr, který má konečnou impulzní odezvu. [6]

FIR filtr provádí lineární kombinaci (vážený součet) vzorků vstupního signálu.

Diferenční rovnice FIR filtru

$$y(k) = b_0 x(k) + b_1 x(k-1) + \dots + b_m x(k-M) \quad (1.1)$$

Tato rovnice zároveň postihuje konvoluci mezi posloupností hodnot vstupní proměnné a posloupností hodnot impulsní odezvy (odezvy na jednotkový impuls). Hodnoty koeficientů  $b_0, b_1, \dots$  jsou zároveň hodnotami (pořadnicemi) impulsní odezvy.

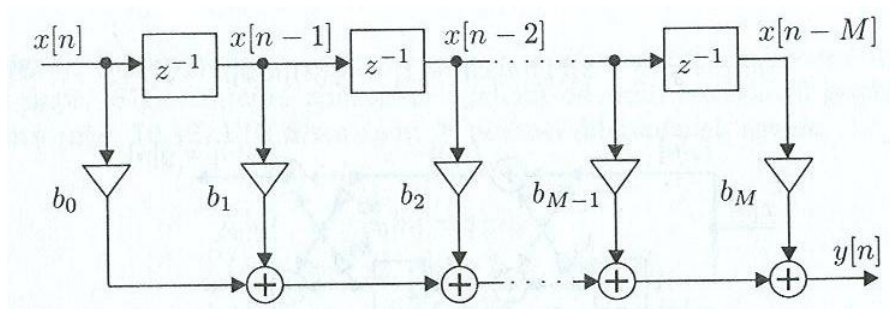
Přenosová funkce FIR filtru

$$G(z^{-1}) = \frac{Y(z^{-1})}{X(z^{-1})} = b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_{M-1} z^{-M+1} + b_M z^{-M} = \sum_{i=0}^M b_i z^{-i} \quad (1.2)$$

Přenos je ve tvaru polynomů. Polynomy mají konečný počet členů, jejich impulzní odezva je tedy konečná.

### 1.6.1 Struktury FIR filtrů

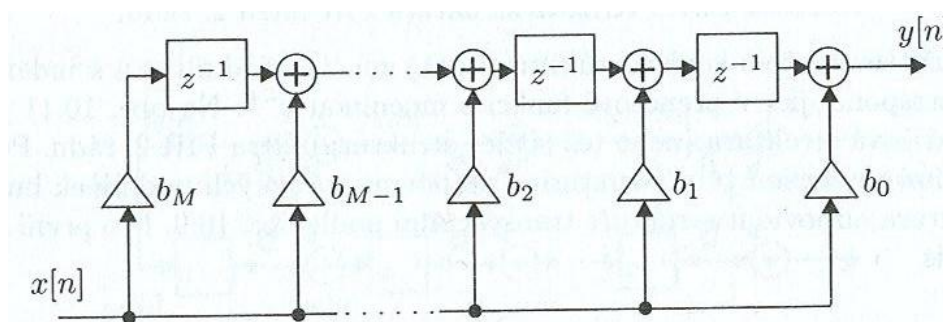
- Přímá (transverzální) struktura filtru FIR



Obr. 1.5: Přímá struktura filtru FIR [5]

Schéma filtru FIR je tvořeno levou polovinou filtru IIR, který je popsán v kapitole 1.7. Vznikne anulováním koeficientů zpětných vazeb  $a_j = 0$ . Filtr FIR má pouze dopředné vazby.

- Duální struktura filtru FIR



Obr. 1.6: Duální struktura filtru FIR [5]

Transpozice přímé struktury do duální struktury spočívá v následujících krocích:

1. Obrátíme směr toku signálů ve všech větvích.
2. Zaměníme vstup filtru za výstup a naopak.
3. Uzly filtru zaměníme za sčítačky a sčítačky za uzly.

Jsou možné i další způsoby implementace filtrů, např. tzv. křížové struktury nebo využití rozkladu filtrů na bikkvady. [5]

## 1.7 IIR filtr

Filtr s nekonečnou impulzní odezvou (IIR, Infinite Impulse Response) je diskrétní lineární filtr, který má nekonečnou impulzní odezvu, vyžaduje minimálně jednu zpětnovazební smyčku. IIR je rekurzivní filtr, přenos je tvořen podílem polynomů. [7]

Diferenční rovnice IIR filtru

$$y(k) = \sum_{i=0}^M b_i x(k-i) - \sum_{j=1}^N a_j y(k-j) \quad (1.3)$$

Proměnná  $x$  v rovnici označuje vstupní a  $y$  výstupní proměnnou číslicového filtru.

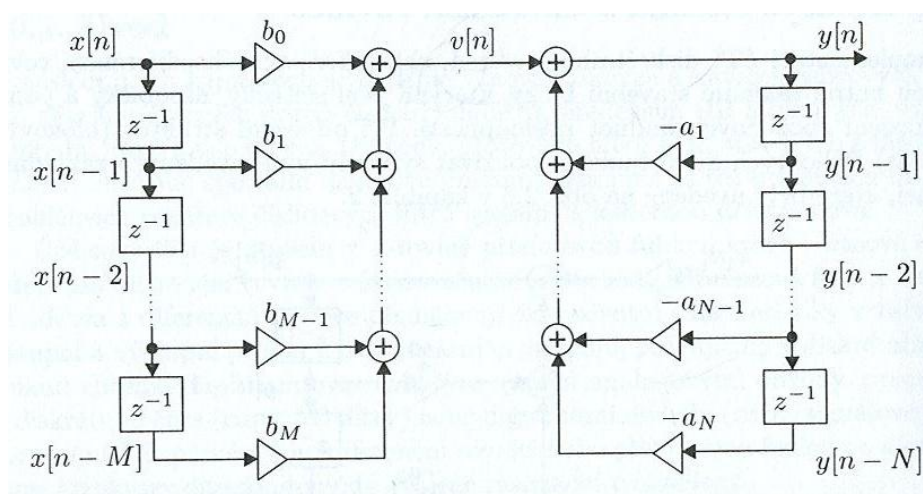
Přenosová funkce IIR filtru

$$G(z^{-1}) = \frac{Y(z^{-1})}{X(z^{-1})} = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_{M-1} z^{-M+1} + b_M z^{-M}}{1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_{N-1} z^{-N+1} + a_N z^{-N}} = \frac{\sum_{i=0}^M b_i z^{-i}}{1 + \sum_{j=1}^N a_j z^{-j}} \quad (1.4)$$

Přenos je prezentován ve tvaru racionální lomené funkce (podíl dvou polynomů), což je v principu nekonečná řada. Jejich impulzní odezva je tedy nekonečná.

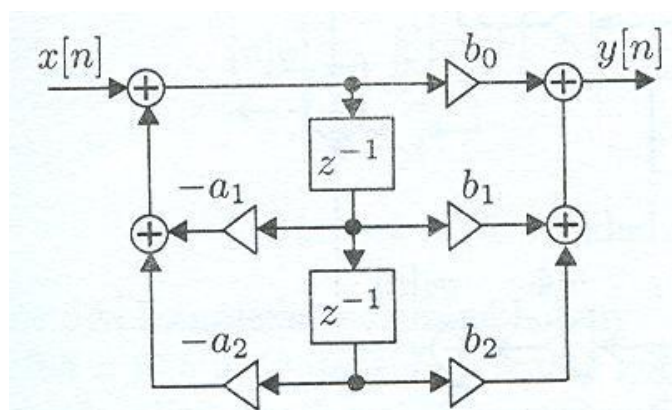
### 1.7.1 Struktury IIR filtrů

- Přímá struktura filtru IIR



Obr. 1.7: Přímá struktura filtru IIR [5]

- 2. Kanonická forma (přímá kanonická forma) filtru IIR

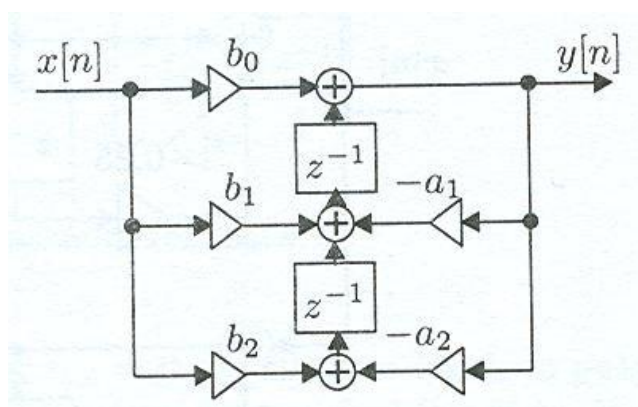


Obr. 1.8: 2. Kanonická forma filtru IIR [5]

Schéma na Obr. 1.8 a 1.9 je pro filtr 2. řádu.

Tato struktura má minimalizovaný počet pamětí (zpožďovacích členů), navíc vykazuje lepší numerické vlastnosti než přímá struktura.

- 1. Kanonická forma (duální struktura) filtru IIR



Obr. 1.9: 1. Kanonická forma filtru IIR [5]

Tato struktura má opět minimální počet pamětí (zpožďovacích členů) a vykazuje dobré numerické vlastnosti.

Transpozice 2. Kanonické formy do duální struktury spočívá v následujících krocích:

1. Obrátíme směr toku signálů ve všech větvích.
2. Zaměníme vstup filtru za výstup a naopak.
3. Uzly filtru zaměníme za sčítačky a sčítačky za uzly.

Podobně jako u FIR filtrů je možná jejich implementace pomocí křížových struktur a bikvadů.



## 1.8 Základní charakteristiky číslicových filtrů FIR a IIR

Tab. 1: Základní charakteristiky číslicových filtrů FIR a IIR

Číslicové filtry typu FIR		Číslicové filtry typu IIR	
Výhody	Nevýhody	Výhody	Nevýhody
Jsou vždy stabilní	Velký řád přenosové funkce	Malý řád přenosové funkce	Nastávají problémy se stabilitou
Mohou mít lineární fázovou kmitočtovou charakteristiku, neboli konstantní skupinové zpoždění.	Velké zpoždění při zpracování vstupního vzorku.	Malé zpoždění při zpracování vstupního vzorku.	Nemohou mít lineární fázovou kmitočtovou charakteristiku v celém rozsahu.
Mají menší citlivost na kvantování koeficientů a stavových proměnných.	Velké nároky na paměť při výpočtu koeficientů a stavových proměnných.	Malé nároky na paměť při výpočtu koeficientů a stavových proměnných.	Vlivem zpětných vazeb větší náchylnost k saturaci aritmetiky procesoru.
Jsou vhodné pro adaptivní algoritmy.	Optimální iterační metody jsou výpočtově náročné.	Jednoduché metody návrhu využívají vlastností analogových filtrů.	S obtížemi je lze použít pro adaptivní zpracování.
Existuje menší riziko saturace aritmetiky procesoru.	Neexistuje plnohodnotný analogový ekvivalent.	K číslicovému filtru lze najít analogový ekvivalent.	Velká citlivost na kvantování zvláště pro selektivní kmitočtové filtry.

## 1.9 Frekvenční charakteristika číslicového filtru

Je definována pomocí ustálené odezvy na harmonický signál za nulových počátečních podmínek. Pro obraz vynucené odezvy platí

$$Y(z) = G(z)X(z) \Leftrightarrow y(k) = g(k) * x(k) = \sum_{n=0}^{\infty} g(n)x(k-n) \quad (1.5)$$

Jestliže je vstupní posloupností komplexní harmonický signál

$$x(k) = e^{j\omega k} = \cos \omega k + j \sin \omega k \quad (1.6)$$

pak pro odezvu (výstup) dostáváme

$$y(k) = \sum_{n=0}^{\infty} g(n)e^{j\omega(k-n)} = e^{j\omega k} \sum_{n=0}^{\infty} g(n)e^{-j\omega n} = e^{j\omega k} H(e^{j\omega}) \quad (1.7)$$

celková ustálená odezva je tedy rovna součinu původního harmonického signálu a  $H(e^{j\omega})$  kde  $H(e^{j\omega})$  je komplexní frekvenční charakteristika filtru, kterou můžeme rozdělit na reálnou a imaginární část

$$H(e^{j\omega}) = \text{Re}\{H(e^{j\omega})\} + j \text{Im}\{H(e^{j\omega})\} = M(\omega)e^{j\varphi(\omega)} = \sum_{n=0}^{\infty} g(n)e^{-j\omega n} \quad (1.8)$$

kde  $M(\omega)$  je modulová a  $\varphi(\omega)$  fázová kmitočtová (frekvenční) charakteristika.

Ustálená odezva číslicového filtru na harmonický vstupní signál je také harmonický signál se stejnou periodou jako vstupní signál, ale s amplitudou a fází určenou číslicovým filtrem. Kmitočtová charakteristika je periodická s periodou  $2\pi$

$$H(e^{j\omega}) = H(e^{j(\omega+2k\pi)}) \quad (1.9)$$

Periodičnost je způsobena exponenciální funkcí v definici kmitočtové charakteristiky

$$H(e^{j\omega}) = \text{Re}\{H(e^{j\omega})\} + j \text{Im}\{H(e^{j\omega})\} = M(\omega)e^{j\varphi(\omega)} = \sum_{n=0}^{\infty} g(n)e^{-j\omega n} \quad (1.10)$$

U analogových filtrů tato periodičnost kmitočtové charakteristiky není. Pro praktické úlohy má smysl uvažovat jen polovinu periody opakování kmitočtové charakteristiky.

Důležitou vlastností FIR filtrů je možnost navrhovat je tak, aby měly lineární fázovou charakteristiku. Fázová frekvenční charakteristika takového filtru je přímka se záporným sklonem.

$$\varphi(\omega) = -\alpha\omega + \gamma \quad \alpha, \gamma \geq 0 \quad (1.11)$$

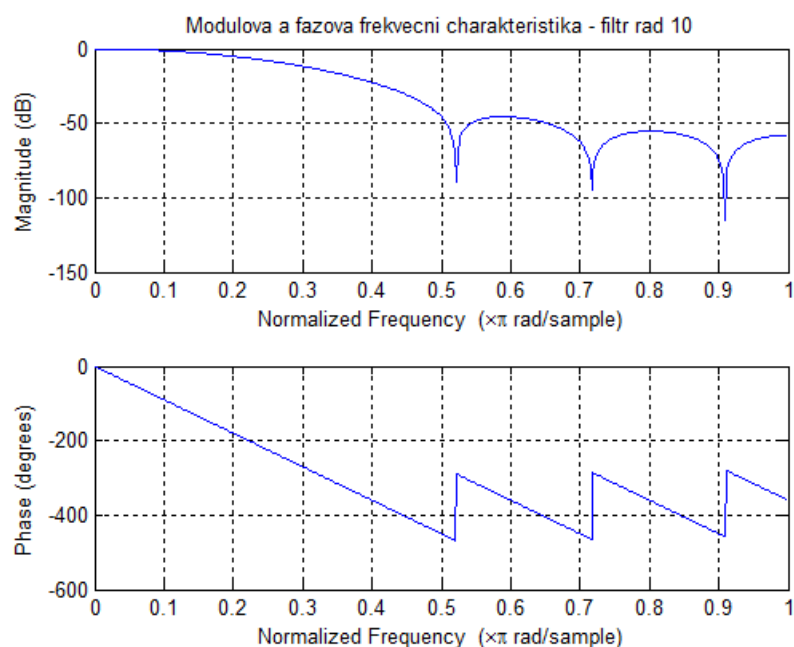
Důležitou frekvenční charakteristikou je skupinové zpoždění, což je záporná derivace fázové frekvenční charakteristiky. V případě lineární fázové frekvenční charakteristiky je skupinové zpoždění konstantní.

$$\tau(\omega) = -\frac{d\phi(\omega)}{d\omega} = \alpha \quad (1.12)$$

Často se pro jednoduchost matematického vyjádření mlčky předpokládá, že diskrétní signály  $x(k)$  a  $y(k)$  závisí pouze na celočíselné proměnné  $k$ . Jinak řečeno se předpokládá, že perioda vzorkování je 1. Pokud ovšem je perioda vzorkování jiná než 1, pak je nutno místo úhlové frekvence  $\omega$  uvažovat relativní úhlovou frekvenci  $\omega_r$  vzhledem k vzorkovací frekvenci  $f_{vz} = 1/T$ .

Příklad fázové a amplitudové charakteristiky FIR filtru s lineární fází je na Obr. 1.10.

Obrázek je použit ze simulace „FIR filtry“. Jedná se o FIR filtru 10. řádu, což je pro FIR filtr řád velmi malý a prakticky se FIR filtry takto nízkého řádu nevyskytují – je zde uvedeno jen jako příklad. Frekvenční osa je zobrazena v normalizovaných frekvencích, kdy 1 odpovídá tzv. Nyquistově frekvenci, což je polovina vzorkovací frekvence. Skoky pilovitého charakteru odpovídají singulárním bodům FIR filtru, tedy jeho nulám.



Obr. 1.10: Modulová a fázová frekvenční charakteristika

Lineární fázovou frekvenční charakteristiku lze získat symetrií nebo antisymetrií impulsní charakteristiky číslicového filtru. Pro impulsní charakteristiku musí platit ze vztahů

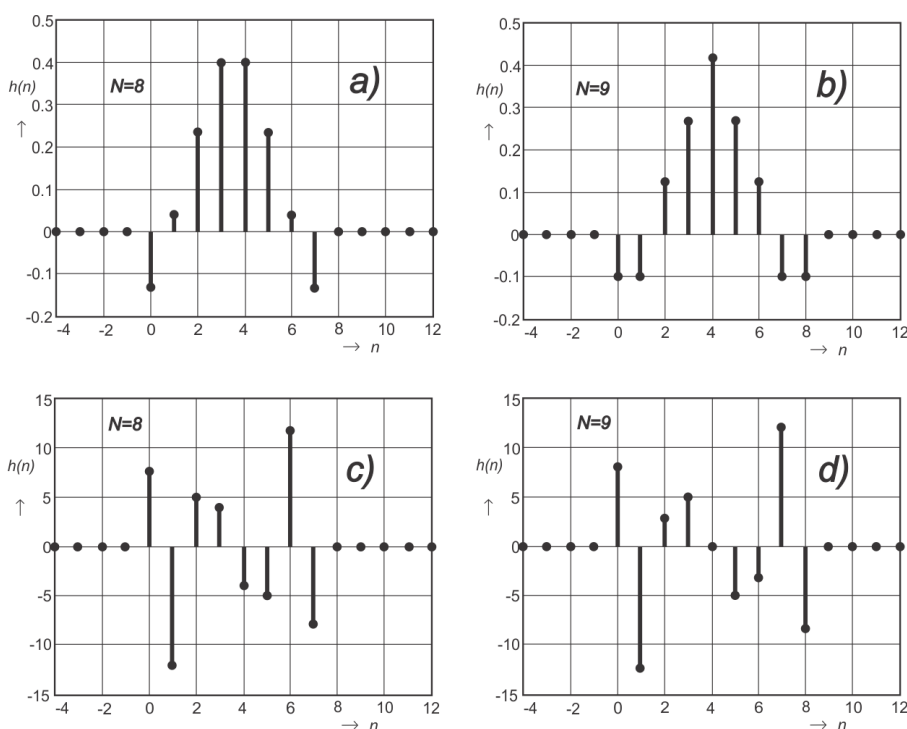
$$g(k) = g(N-k) \quad 0 \leq k \leq N \quad \gamma = 0 \quad \alpha = \frac{N}{2} \quad (1.13)$$

$$g(k) = -g(N-k) \quad 0 \leq k \leq N \quad \gamma = \pm \frac{\pi}{2} \quad \alpha = \frac{N}{2}$$

První vztah vyžaduje impulsní odezvu osově souměrnou podle osy procházející středem impulsní odezvy, tedy hodnotou  $\alpha$ . Druhý vztah vyžaduje impulsní odezvu středově souměrnou podle středu impulsní odezvy, tedy hodnoty  $\alpha$ .

Existují 4 typy FIR filtrů s lineární fází

- Sudá symetrie,  $N$  sudé
- Sudá symetrie,  $N$  liché
- Lichá symetrie,  $N$  sudé
- Lichá symetrie,  $N$  liché



Obr. 1.11: Typy filtrů s lineární fází

FIR filtry s lineární fází se zadávají průběhem amplitudové frekvenční charakteristiky (případně s povoleným tolerančním pásmem okolí ní). Návrh spočívá v určení kauzální Impulsní odezvy tak, aby byla zadaná amplitudová frekvenční charakteristika dostatečně přesně aproximována a impulsní funkce vykazovala požadovanou symetrii. Uvedené impulsní odezvy jsou nekauzální, při návrhu musí být tedy posunuty.

## 1.10 Postup návrhu číslicového filtru

Kroky návrhu filtru:

1. Volba typu filtru - FIR nebo IIR
2. Volba řádu filtru
3. Volba struktury filtru
4. Výpočet koeficientů přenosu
5. Kontrola splnění zadání-výpočet a kontrola frekvenční charakteristiky filtru

Pokud frekvenční charakteristika navrženého filtru nevyhovuje předepsaným tolerancím, návrh se opakuje např. pro vyšší řád filtru.

## 1.11 Návrh FIR filtrů

Zde má základní význam průběh impulsní odezvy. Její hodnoty jsou přímo koeficienty transversálního FIR filtru. Z tvaru impulsní odezvy je také přímo vidět, zda jde o filtr s lineární fází (zda je průběh symetrický nebo antisymetrický).

Protože u FIR filtru prakticky vždy požadujeme lineární fázi, navrhují se tyto filtry tak aby impulsní odezva byla sudá nebo lichá posloupnost  $k$ . Filtr s takovou odezvou je nekauzální (fyzikálně nerealizovatelný). Chceme-li filtrovat signál v reálném čase (tj. dostat vzorek výstupu před odebráním dalšího vzorku vstupu), musíme posunout impulsní odezvu o polovinu její délky doprava. Tím se amplitudová frekvenční charakteristika nezmění a fázová frekvenční charakteristika přejde v přímku se zápornou směrnici.

Metoda Fourierovy transformace a oken – je základní metodou návrhu FIR filtrů. Při návrhu se vyjde z požadované frekvenční charakteristiky filtru. Pomocí inverzní Fourierovy transformace najdeme požadovaný průběh impulsní odezvy. Tato impulsní odezva je nekauzální a nekonečně dlouhá.

Protože navrhujeme filtr s konečnou impulsní odezvou, vezmeme z impulsní odezvy konečný počet členů  $N+1$ , kde  $N$  je požadovaný řád filtru. To odpovídá násobení impulsní odezvy obdélníkovým oknem. Frekvenční charakteristiku filtru tak dostaneme složením konečného počtu členů Fourierovy řady a v místech skokových změn ideální amplitudové frekvenční charakteristiky se projeví překývnutí. Toto překývnutí nezmizí ani při růstu délky posloupnosti – zmenšuje se pouze šířka zákmitů, ale výška maximálního výkyvu

zůstává přibližně stejná. Ve frekvenční oblasti vyvolává toto zakmitávání konvoluce požadované frekvenční charakteristiky se spektrem obdélníkového okna.

### 1.11.1 Postup

Je dána požadovaná frekvenční charakteristika, pro niž platí

$$H_d(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} g(n)e^{-j\omega n} \quad (1.14)$$

Odtud dostaneme požadovanou impulsní odezvu pomocí inverzní Fourierovy transformace

$$g_d(k) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} H_d(e^{j\omega}) e^{j\omega k} d\omega \quad (1.15)$$

Posloupnost impulsní odezvy vynásobíme obdélníkovým oknem

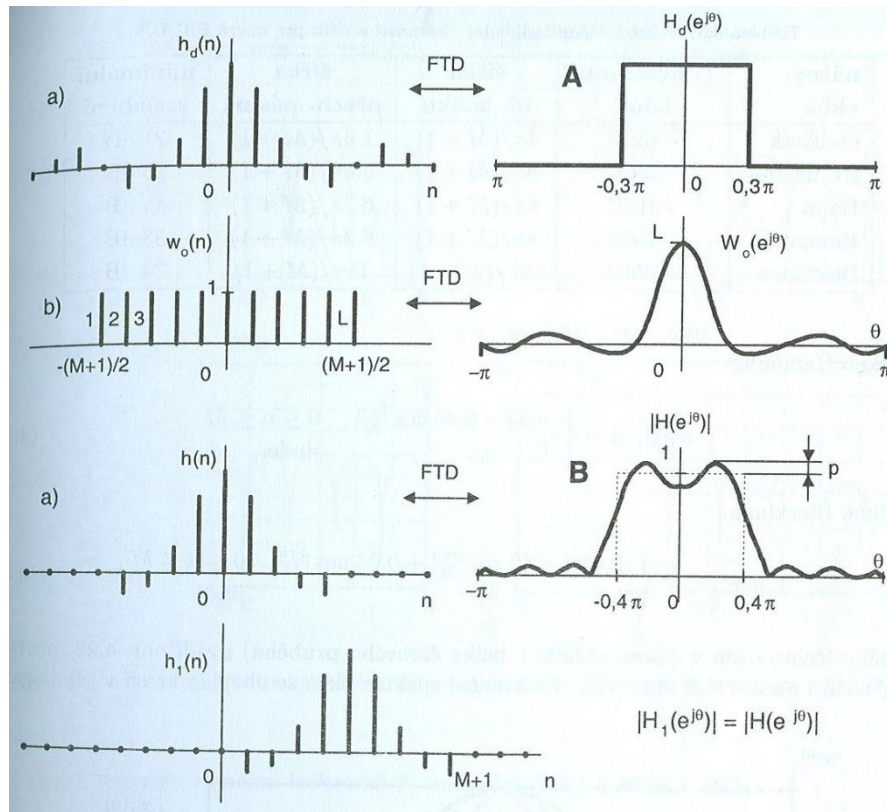
$$w_0(k) = \begin{cases} 1 & \text{pro } -N/2 \leq k \leq N/2 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases} \quad (1.16)$$

Impulsní odezva FIR filtru

$$g(k) = g_d(k)w_0(k) \quad (1.17)$$

Ve frekvenční oblasti konvoluce

$$H(e^{j\omega}) = \frac{1}{2\pi} H_d(e^{j\omega}) * W_0(e^{j\omega}) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} W_0(e^{j(\omega-\xi)}) H_d(e^{j\xi}) d\xi \quad (1.18)$$



Obr. 1.12: Návrh DP metodou Fourierovy transformace a oken [5]

Zvlnění výsledné charakteristiky je výsledkem konvoluce výchozí charakteristiky se spektrem obdélníkového okna. Maximální překmit zůstává zhruba konstantní i při růstu řádu filtru. Potlačení zákmitů na skocích frekvenční charakteristiky lze dosáhnout použitím jiných oken pro násobení požadované impulzní odezvy. Využije se tedy možnost „méně strmého“ useknutí Fourierovy řady. Pravoúhlé okno je nahrazováno jinými typy oken, které mají pozvolnější nástupnou a sestupnou hranu. Hodnota překmitu se ve výsledné charakteristice podstatně zmenší. Cenou za to je ale rozšíření přechodného pásma filtru.

Tato metoda návrhu FIR filtru je použita v simulaci „FIR filtry“. A porovnání použití různých oken pro zobrazení charakteristik je použito v simulaci „Porovnání oken“.

### 1.12 Návrh IIR filtrů

Základní výhoda IIR filtrů je, že zadané specifikace se splní při daleko nižším řádu filtru než u filtru FIR. To je způsobeno tím, že požadovanou charakteristiku lépe aproximujeme racionální lomenou funkcí než polynomem. Proto IIR filtry méně zpožďují signál při filtraci. Jejich fázová charakteristika je nelineární. Při zpracování signálu „off-line“, když jsou všechna data pro filtraci k dispozici před zpracováním, je možno eliminovat nelineární fázové zkreslení vhodným předzpracováním dat.

Při návrhu číslicových filtrů typu IIR se nejvíce používají metody, které vychází z analogových prototypů. Vychází se z ideální normované analogové dolní propusti.

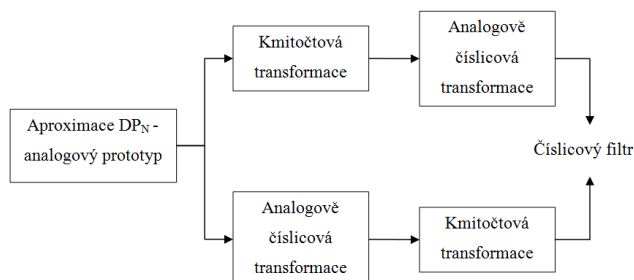
Základní typy analogových prototypů:

- Butterworthova aproximace
- Besselova aproximace
- Čebyševova aproximace
- Caurova (eliptická) aproximace

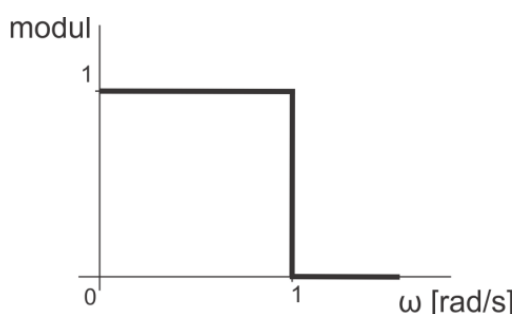
Vychází se z tabulek koeficientů analogového filtru a pomocí konformního zobrazení roviny  $s$ , ve které se pomocí Laplaceovy transformace vyjadřuje přenos analogového filtru. Do roviny  $z$  se najdou koeficienty odpovídajícího číslicového filtru. Použitá transformace musí zobrazovat rovinu  $z$  do roviny  $s$  tak, aby levá část poloroviny odpovídala vnitřku jednotkové kružnice. Pak se při transformaci zachová stabilita filtru.

### 1.12.1 Postup návrhu číslicových filtrů na základě analogových prototypů

Přenosovou funkci číslicového filtru můžeme získat dvěma cestami viz. Obr. 1.13



Obr. 1.13: Schéma návrhu číslicového filtru



Obr. 1.14: Normovaná dolní propust

První možností je po výběru vhodné aproximace normované dolní propusti provést kmitočtovou transformaci. Kmitočtovou transformaci je třeba provést tak, aby propustné pásmo nebo pásma byly posunuty z hodnoty 1 na požadovaný úhlový kmitočet. To vše se děje ještě v analogové oblasti. Potom je teprve použita analogově číslicová transformace (nejčastěji bilineární transformace), která převede spojitou přenosovou funkci na diskrétní.

Druhá možnost je, že se provede nejprve analogově číslicová transformace a poté se přepočítají hraniční kmitočty až v číslicové oblasti.

V následující tabulce jsou shrnuty transformační vztahy, které převedou přenosovou funkci normované dolní propusti  $DP_N$  na dolní propust, horní propust, pásmovou propust nebo pásmovou zadrž. Provádí se to jednoduše substitucí daného převodního vztahu za operátor Laplaceovy transformace v přenosové funkci normované dolní propusti.

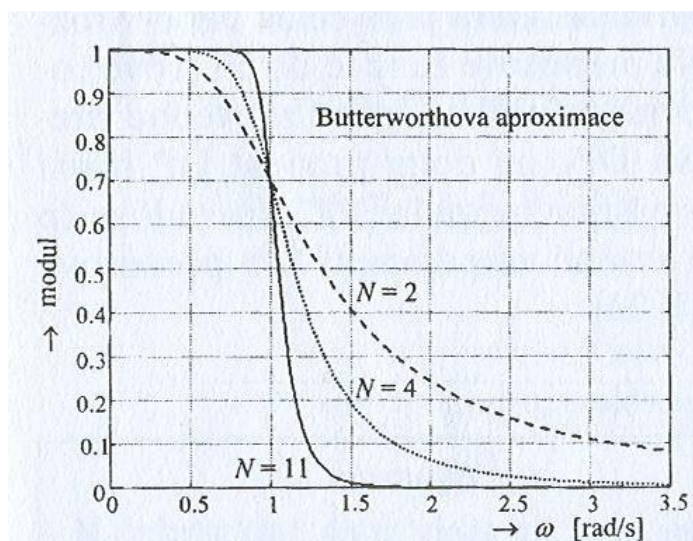


Tab. 2: Transformační vztahy

Typ kmitočtové transformace	Převodní vztahy	Parametry
$DP_N \Rightarrow DP$	$s \Rightarrow \frac{s}{\omega_p}$	$\omega_p$ - mezní úhlový kmitočet propustného pásma DP
$DP_N \Rightarrow HP$	$s \Rightarrow \frac{\omega_p}{s}$	$\omega_p$ - mezní úhlový kmitočet propustného pásma HP
$DP_N \Rightarrow PP$	$s \Rightarrow \frac{s^2 + \omega_0^2}{s\omega_\Delta}$	$\omega_0^2 = \omega_{p1}\omega_{p2}$ , $\omega_\Delta = \omega_{p2} - \omega_{p1}$ $\omega_{p1}, \omega_{p2}$ - hranice propustného pásma
$DP_N \Rightarrow PZ$	$s \Rightarrow \frac{s\omega_\Delta}{s^2 + \omega_0^2}$	$\omega_0^2 = \omega_{n1}\omega_{n2}$ , $\omega_\Delta = \omega_{n2} - \omega_{n1}$ $\omega_{n1}, \omega_{n2}$ - hranice nepropustného pásma

### 1.12.2 Butterworthova aproximace

Je propustným pásmu maximálně plochá, celý její průběh je monotónní a strmost v předchozím pásmu roste s řádem filtru  $N$ . Na Obr. 1.11 je vidět Butterworthova aproximace dolní propusti.



Obr. 1.15: Butterworthova aproximace

### 1.12.3 Souvislost mezi rovinou $s$ a rovinou $z$

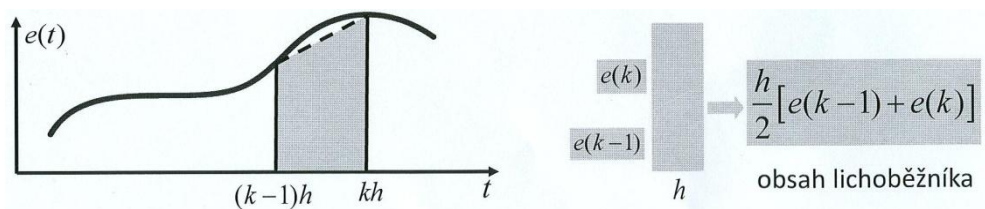
Mezi Laplaceovou a Z transformací je následující souvislost

$$z = e^{sT} = e^{\sigma T} e^{j\omega T} \quad (1.19)$$

kde  $z = \sigma + j\omega$  je proměnná Laplaceovy transformace, která má reálnou i imaginární část.  $T$  je vzorkovací perioda a  $z = re^{j\phi}$  je proměnná Z transformace.

### 1.12.4 Bilineární transformace

Nejdůležitější a nejpoužívanější metodou je bilineární transformace. Bilineární transformace vychází z numerické integrace pomocí lichoběžníkové aproximace. Jedná se o tzv. tustinovu aproximaci. Je při ní menší zkreslení frekvenčních charakteristik než při inverzní Z transformaci s tvarovačem 0. řádu.



Obr. 1.16: Bilineární transformace

Transformace frekvencí z analogové do číslicové oblasti je nelineární.

Vztah mezi obrazy Laplaceovy transformace a Z transformace

$$z = e^{sT} \quad (1.20)$$

Z této rovnice vyjádříme proměnnou  $s$ , a rozvineme logaritmickou funkci v řetězový zlomek. Použijeme-li první člen rozvoje logaritmické funkce v řetězový zlomek, získáme převodní vztah bilineární transformace

$$w = \frac{2}{T} \frac{z-1}{z+1} \quad (1.21)$$

Vyjádříme zpětně proměnnou  $z$

$$z = \frac{\frac{2}{T} + w}{\frac{2}{T} - w} \quad (1.22)$$

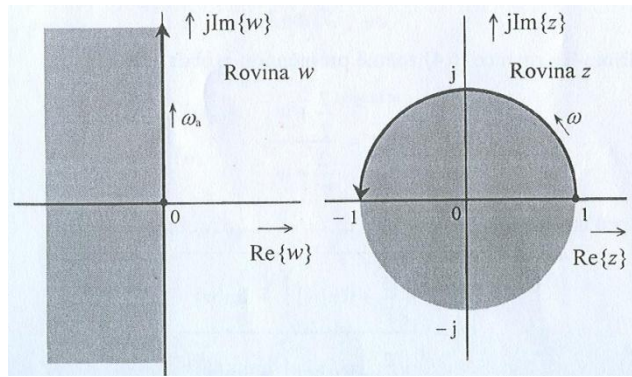
Takže pro modul platí

$$|z| = \sqrt{\frac{\left(\frac{2}{T} + \operatorname{Re}\{w\}\right)^2 + \operatorname{Im}\{w\}^2}{\left(\frac{2}{T} - \operatorname{Re}\{w\}\right)^2 + \operatorname{Im}\{w\}^2}} \quad (1.23)$$

Ze vztahu pro modul vyplývají podmínky

$$\begin{aligned} \operatorname{Re}\{w\} > 0 & \text{ pak } |z| > 1 \\ \operatorname{Re}\{w\} < 0 & \text{ pak } |z| < 1 \\ \operatorname{Re}\{w\} = 0 & \text{ pak } |z| = 1 \end{aligned} \quad (1.24)$$

Protože je levá polovina  $w$  transformuje dovnitř jednotkové kružnice v rovině  $z$ , je splněna první z podmínek, které klademe na analogově číslicové transformace tj. zachování stability systému.



Obr. 1.17: Transformace roviny  $w$  na rovinu  $z$   
metodou bilineární transformace

Druhá podmínka se týká zachování kmitočtových vlastností analogového filtru. Kmitočtová osa v rovině  $s$  je určena nekonečnou kladnou imaginární poloosou. Dosadíme-li tedy  $w = j\omega_a$ , kde  $\omega_a$  je analogový úhlový kmitočet a  $z = e^{j\omega T}$  - jednotková kružnice v rovině  $z$  (kmitočtová osa v rovině  $z$  je určena jednotkovou kružnicí), pak obdržíme

$$e^{j\omega T} = \frac{\frac{2}{T} + j\omega_a}{\frac{2}{T} - j\omega_a} = \sqrt{\frac{\left(\frac{2}{T}\right)^2 + \omega_a^2 T^2}{\left(\frac{2}{T}\right)^2 + \omega_a^2}} e^{j\left(\arctg \frac{\omega_a T}{2} - \arctg \frac{-\omega_a T}{2}\right)} = 1 \cdot e^{j2\arctg \frac{\omega_a T}{2}} \quad (1.25)$$

Porovnáním obou stran této rovnice obdržíme vztah mezi analogovou kmitočtovou osou a číslicovou kmitočtovou osou

$$\omega = \frac{2}{T} \arctg \frac{\omega_a T}{2} \quad \omega_a = \frac{2}{T} \operatorname{tg} \frac{\omega T}{2} \quad (1.26)$$

Je evidentní, že vztah mezi analogovým a číslicovým kmitočtem je nelineární.

Butterworthova aproximace a bilineární transformace je použita v simulaci „IIR filtry“.

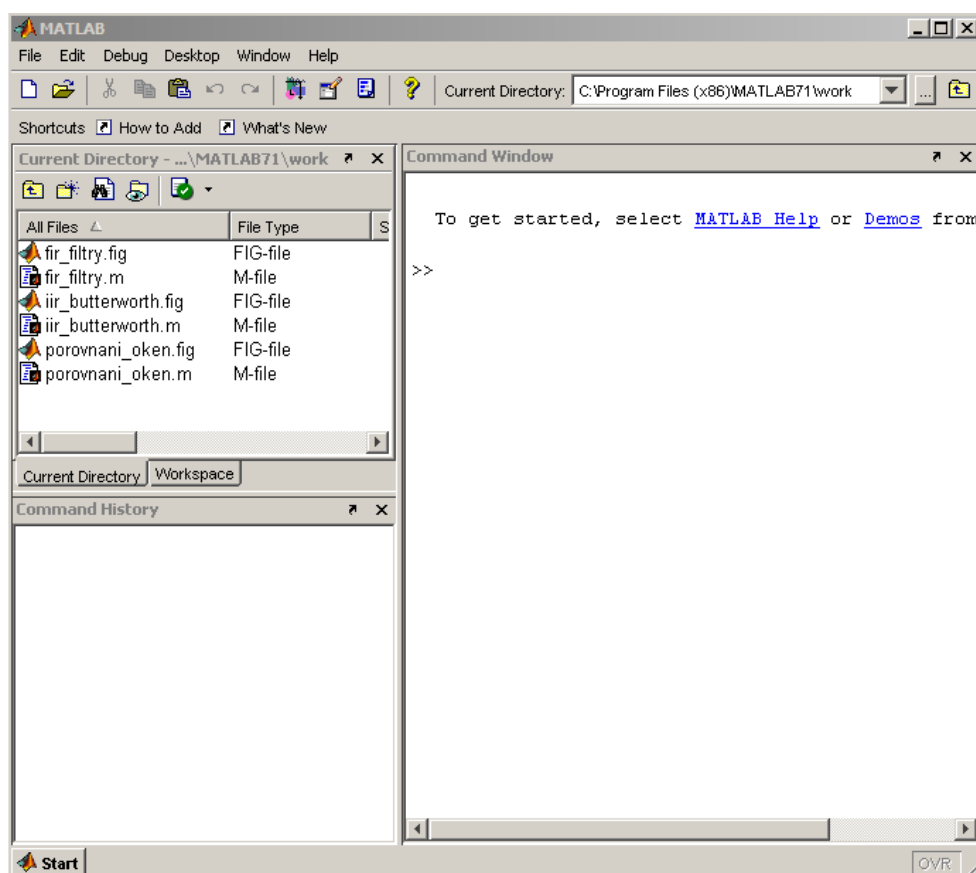
## 2 MATLAB

MATLAB je integrované prostředí pro vědeckotechnické výpočty, modelování, návrhy algoritmů, simulace, analýzu a prezentaci dat, paralelní výpočty, měření a zpracování signálů, návrhy řídicích a komunikačních systémů. MATLAB je nástroj jak pro pohodlnou interaktivní práci, tak pro vývoj širokého spektra aplikací. [9]

Název MATLAB vznikl zkrácením slov MATrix LABoratory (volně přeloženo „maticová laboratoř“), což odpovídá skutečnosti, že klíčovou datovou strukturou při výpočtech v MATLABu jsou matice. Vlastní programovací jazyk vychází z jazyka Fortran. [10]

MATLAB poskytuje svým uživatelům nejen mocné grafické a výpočetní nástroje, ale i rozsáhlé specializované knihovny funkcí spolu s výkonným programovacím jazykem čtvrté generace. Knihovny jsou svým rozsahem využitelné prakticky ve všech oblastech lidské činnosti. [9]

### 2.1 Prostředí MATLABu



Obr. 2.1: Prostředí MATLABu

## 2.2 Toolboxy

Důležitou částí instalace MATLABu jsou knihovny funkcí (adresáře s m a mex soubory), které jsou nazývány toolboxy. Toolboxy obsahují vždy uceleným způsobem, včetně dokumentace a příkladů, zpracovaný určitý obor numerické matematiky, analytické matematiky, statistiky, systémového přístupu k regulacím a další obory, ve kterých nachází Matlab uplatnění. Takovýchto balíků je dnes k dispozici asi 35. [10]

### 2.2.1 SP toolbox

Signal Processing Toolbox je kolekce nástrojů vestavených do numerického výpočetního prostředí MATLAB. Toolbox podporuje širokou škálu operací zpracování signálu, od generace křivek po designování a implementaci filtrů, parametrické modelování a spektrální analýzu. Panel nástrojů obsahuje dvě kategorie nástrojů:

- Funkce zpracování signálu
- Grafické, interaktivní nástroje

První kategorie nástrojů se skládá z funkcí, které můžete volat z příkazového řádku nebo z vašich vlastních aplikací. Mnohé z těchto funkcí jsou MATLAB M-soubory, série MATLABovských příkazů, kterými se provádějí specializované algoritmy zpracování signálu. Lze si prohlédnout kód MATLAB pro tyto funkce pomocí příkazu

type *název\_funkce*

nebo otevřením M-souboru v MATLAB Editor/Debugger. Lze změnit funkce každého nástroje tím, že se kopíruje a přejmenuje M-soubor, pak se upraví kopie. Lze také rozšířit paletu nástrojů přidáním vlastních M-souborů.

Druhá, nástroj nabízí celou řadu interaktivních nástrojů, které umožňují přístup k mnoha funkcím prostřednictvím grafického uživatelského rozhraní (GUI). GUI nástroje poskytují integrované prostředí pro konstrukci, analýzu a implementaci filtrů, stejně jako průzkumu a editaci signálu. Například, s grafickým uživatelským rozhraním můžete:

- Pomocí myši graficky upravit velikost odezvy filtru nebo měřit sklon signálu s pravítkem na obrazovce.
- Přehrát signál na vašem systému výběrem položky nebo stisknutím odpovídající kombinaci kláves.
- Přizpůsobit parametry a metody výpočtu spektra signálu. [11]

Pro Butterworthovu aproximaci u „IIR filtry“ byl použit příkaz, který je součástí SP toolboxu

```
[b,a] = butter(n,Wn,'ftype');
```

- |       |   |
|-------|---|
| b, a  | - proměnné do kterých se ukládá výpočet |
| n     | - řád filtru                            |
| Wn    | - normalizovaný mezní kmitočet          |
| ftype | - výběr typu filtru                     |
- dolní propust, pokud je ftype prázdné a jedna Wn
  - high – horní propust
  - pásmová propust, pokud je ftype prázdné a dvě Wn
  - stop – pásmová zádrž

Pro výpočet FIR filtru u „FIR filtry“ byl použit příkaz, který je součástí SP toolboxu

```
b= fir1(n,Wn,'ftype')
```

- |       |                                       |
|-------|---------------------------------------|
| b     | - proměnná do které se ukládá výpočet |
| n     | - řád filtru                          |
| Wn    | - normalizovaný mezní kmitočet        |
| ftype | - výběr typu filtru                   |
- dolní propust, pokud je ftype prázdné a jedna Wn
  - high – horní propust
  - pásmová propust, pokud je ftype prázdné a dvě Wn
  - stop – pásmová zádrž

### 2.2.2 CS toolbox

Control System Toolbox je aplikační knihovna, která rozšiřuje systém MATLAB o nástroje pro řídicí techniku a teorii systémů.

Funkce z oblasti analýzy a návrhu řídicích systémů využívají jak klasické přechodové charakteristiky, tak i popisy systémů ve stavovém prostoru. Jsou zde zavedeny tzv. lineární časově invariantní objekty (LTI), což jsou struktury popisující jednorozměrové i mnohazměrové lineární systémy. Do LTI lze kromě popisu struktury systému uložit i mnoho dalších vlastností, jako je vzorkovací frekvence, dopravní zpoždění, pojmenování vstupních a výstupních signálů a další uživatelská data. Tyto informace lze editovat a ukládat v kterémkoli časovém okamžiku a tak přehledně dokumentovat jednotlivé stavy systému během experimentu. Operace s LTI jsou podobné maticovým operacím (sčítání, násobení, ...). LTI umožňuje uživateli pracovat s přenosy systémů, se stavovým prostorem i s popisy pomocí pólů a nul systému. Vestavěný grafický LTI Viewer poskytuje nástroje na analýzu odezvy systému, jako jsou přechodová charakteristika, frekvenční charakteristiky v logaritmických souřadnicích i komplexní rovině, zobrazení pólů a nul a další. Pouhým klepnutím na tlačítko myši je možno přecházet z časové do frekvenční oblasti, volit množinu pozorovaných vstupů a výstupů, pozorovat pouze podstatné části charakteristik pomocí funkce "zoom" a podobně. [12]

Pro bilineární transformaci u „IIR filtry“ byl použit příkaz, který je součástí CS toolboxu

```
[b,a] = c2dm(NUM,DEN,Ts,'method')
```

b, a                    - proměnné do kterých se ukládá výpočet

NUM                    - číselník

DEN                    - jmenovatel

Wn                    - normalizovaný mezní kmitočet

method                - výběr metody výpočtu:

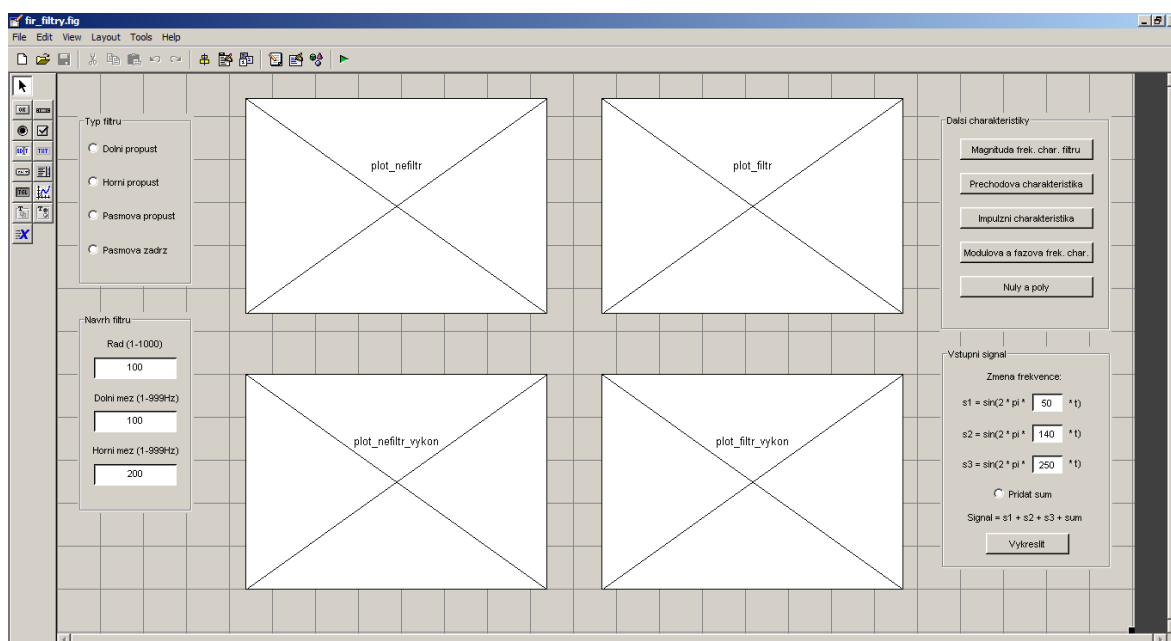
- tustin - bez předkreslení hraničních kmitočtů
- prewarp - s předkreslením hraničních kmitočtů

## 2.3 Guide

Prostředí, které umožňuje vytvářet aplikace s grafickým rozhraním, se nazývá GUIDE (Graphical User Interface Development Environment). Obsahuje následující vlastnosti:

- umožňuje vytvářet a editovat uživatelské rozhraní pomocí základních komponent (checkbox, sliders, tables apod.)
- všechny komponenty, které jsou vytvořeny v tomto prostředí, lze měnit za běhu aplikace
- vzhled vytvořené GUI aplikace je ukládán do souboru s příponou \*.fig a jeho zdrojový kód s příponou \*.m

Spuštění průvodce pro tvorbu GUI aplikací je možné více způsoby. Jedním z nich je využít základní menu File/New/GUI nebo zápisem a potvrzením příkazu `guide` v hlavním prostředí Matlabu. [10]



Obr. 2.2: Ukázka prostředí GUIDE – program `fir_filtr.fig`



## **II. PRAKTICKÁ ČÁST**

### 3 VÝUKOVÉ SIMULACE V PROSTŘEDÍ MATLAB

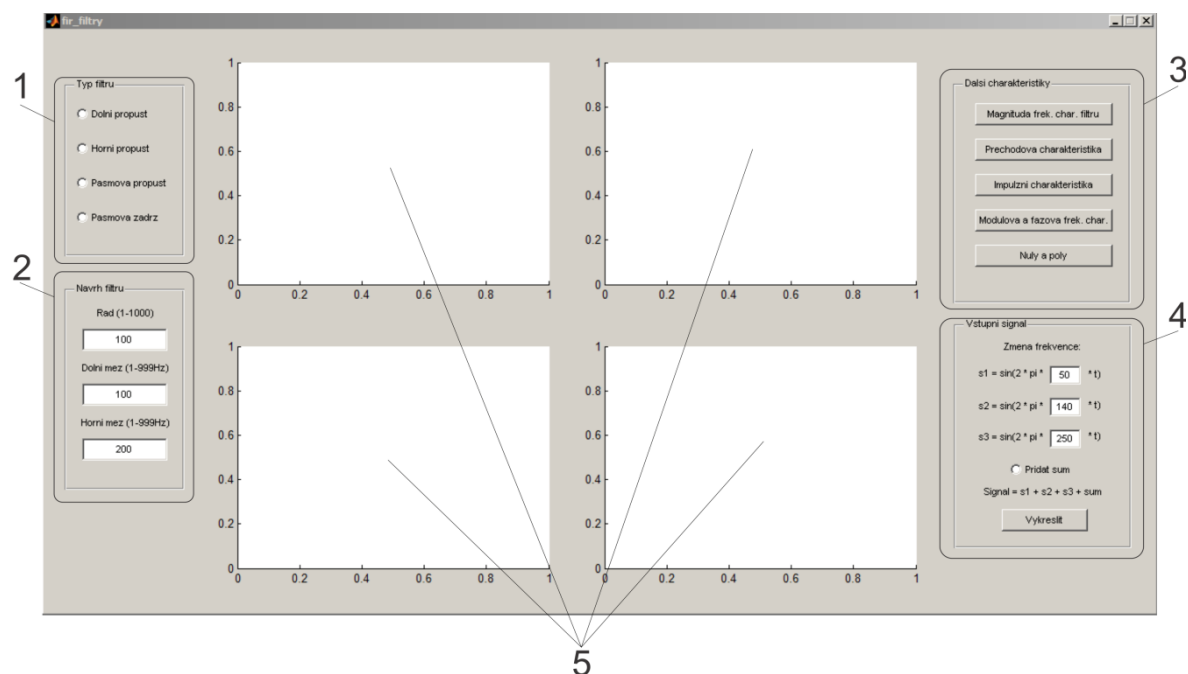
Výukové simulace jsou vytvořeny v programu MATLAB verze 7.1.0.246 (R14) SP3.

Tato verze funguje jen v systému Windows XP. Zvolil jsem ji kvůli kompatibilitě s verzí nainstalovanou na školních PC.

Pro tvorbu grafického prostředí simulace byl použit nástroj GUIDE, který je součástí programu MATLAB. Jednotlivé programy jsou popsány níže.

#### 3.1 FIR filtry

Po spuštění programu *fir\_filtr.fyg* se zobrazí základní okno programu.



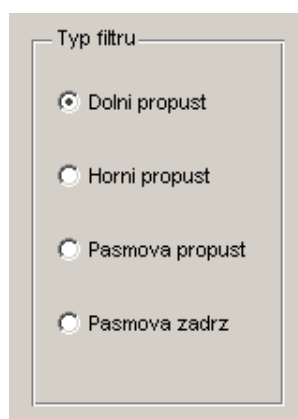
Obr. 3.1: Okno simulace FIR filtrů

Legenda:

- 1 – Typ filtru – výběr typu frekvenčně selektivního filtru
- 2 – Návrh filtru – nastavení hodnoty řádu, dolní meze a horní meze filtru
- 3 – Další charakteristiky – další zobrazitelné charakteristiky
- 4 – Vstupní signál – nastavení jednotlivých složek signálu a přidání náhodného šumu
- 5 – Zobrazovací okna – okna, do kterých se vykreslují průběhy a charakteristiky

### 3.1.1 Popisy bloků programu

Blok „Typ filtru“ slouží k výběru typu frekvenčně selektivního filtru. Na výběr jsou 4 základní typy filtrů (dolní propust, horní propust, pásmová propust a pásmová zadrž). Tlačítka jsou typu radiobutton, což znamená, že pokud jsou vybrány, tak se jak je vidět na obrázku zobrazí černá tečka u textu. Blok je udělán tak, aby bylo možné vybrat jen jeden typ filtru. V dalším bloku jsou nastavitelné mezní frekvence (tzn. Jaké pásmo má filtr propouštět).



Typ filtru

☒ Dolní propust

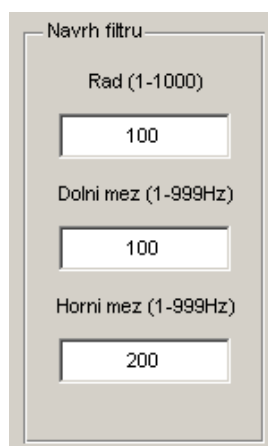
☐ Horní propust

☐ Pásmová propust

☐ Pásmová zadrž

Obr. 3.2: Typ filtru

Blok „Návrh filtru“ slouží k nastavení řádu filtru a dolní a horní mezní frekvence filtru. Řád je nastavitelný od 1 do 1000. Dolní a horní mez jsou nastavitelné od 1 do poloviny vzorkovací frekvence, která je přednastavena na 2000Hz. Pokud za některou z hodnot je zadána jiná než v rozsahu hodnot, tak se zobrazí okno, které oznámí, že hodnota nesedí do rozsahu a je ji potřeba zadat znovu. U jednotlivých filtrů jsou nastavitelné jen potřebné meze.



Návrh filtru

Rad (1-1000)

100

Dolní mez (1-999Hz)

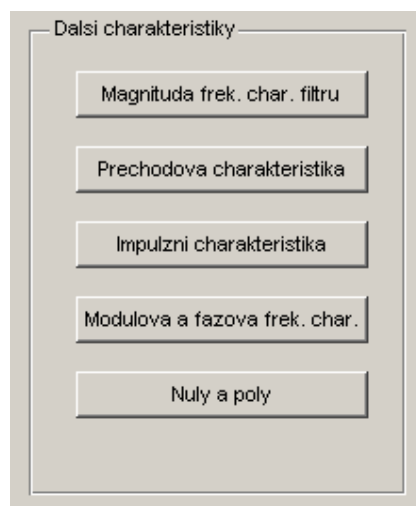
100

Horní mez (1-999Hz)

200

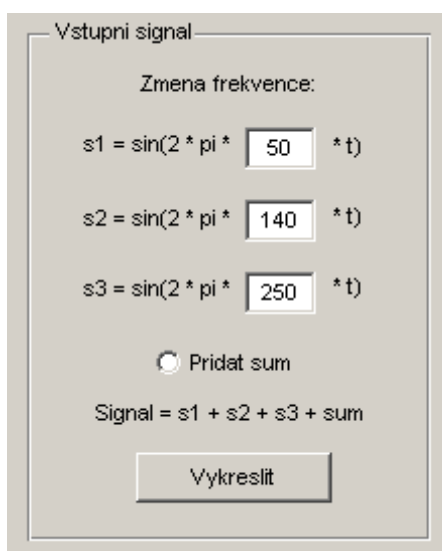
Obr. 3.3: Návrh filtru

Blok „Další charakteristiky“ slouží k zobrazení dalších charakteristik, které kvůli přehlednosti nebyly umístěny na hlavním okně programu. Po kliknutí na tlačítko námi vybrané charakteristiky se v dalším malém okně zobrazí požadovaná charakteristika. Pokud klikneme na další a necháme okno otevřené, tak se v témže okně zobrazí a předchozí se smaže.



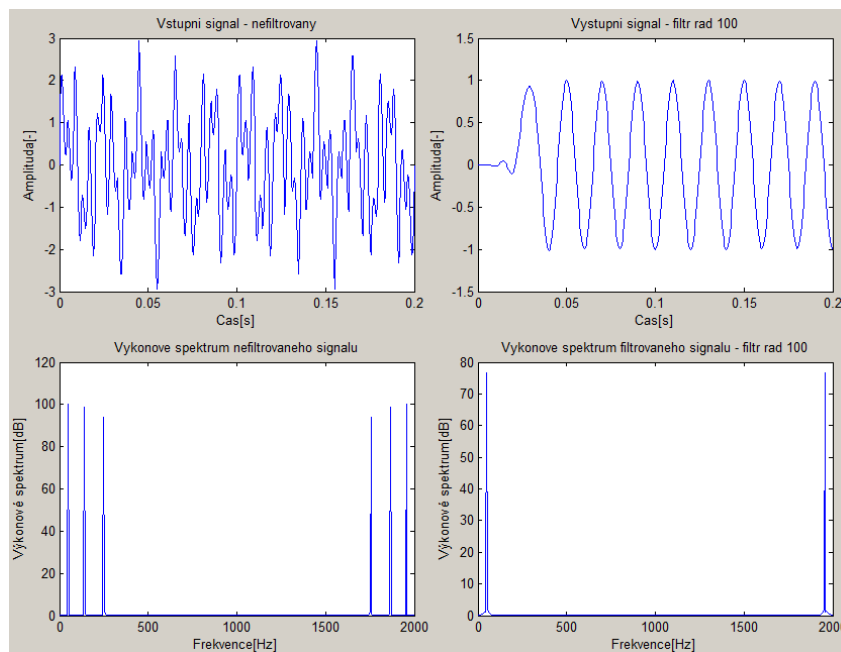
Obr. 3.4: Další charakteristiky

Okno „Vstupní signál“ slouží k nastavení vlastností filtrovaného signálu. Lze zde nastavit frekvence jednotlivých složek signálu a vypnout nebo zapnout náhodný šum. Nachází se zde tlačítko „Vykreslit“, bez kterého by nešlo zobrazit žádné průběhy a charakteristiky.



Obr. 3.5: Vstupní signál

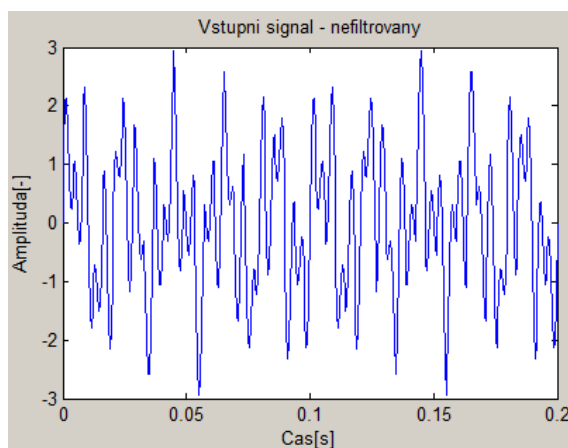
Blok „Zobrazovací okna“ slouží k zobrazení průběhů a charakteristik před filtrací a po filtraci signálu. Pokud je program spuštěn v základním nastavení a je vybrána dolní propust, tak se zobrazí charakteristiky jak je vidět na obrázku Obr. 3.6.



Obr. 3.6: Zobrazovací okna

### 3.1.2 Funkce programu

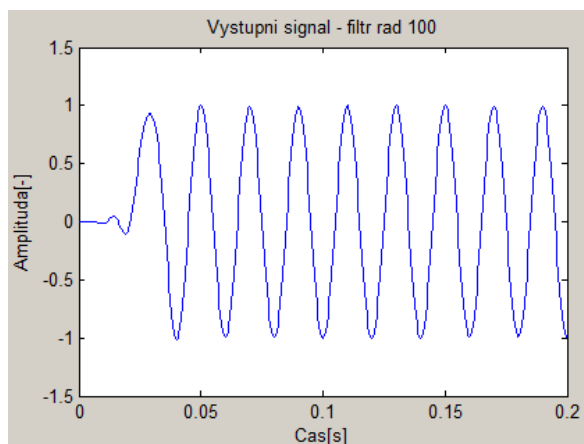
Pokud je v bloku „Typ filtru“ vybrána „Dolní propust“, tak lze měnit jen řád filtru a dolní mez. Horní mez zšedne a nelze použít. Blok „Vstupní signál“ je nastaven v základním nastavení jak je vidět na Obr. 3.1, tak vstupní signál bude potom vypadat následovně.



Obr. 3.7: Vstupní signál - nefiltrovaný

Vstupní signál je složen ze 4 složek, které jsou sečteny ( $\text{Signál} = s_1 + s_2 + s_3 + \text{šum}$ ). Šum lze zapnout podle potřeby. V našem případě je vypnutý.

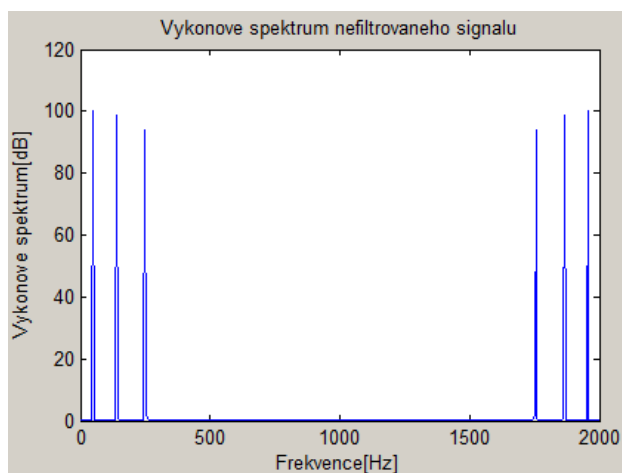
Na obrázku Obr. 3.8 je vidět vstupní signál po průchodu filtrem řádu 100.



*Obr. 3.8: Vstupní signál – filtr řád 100*

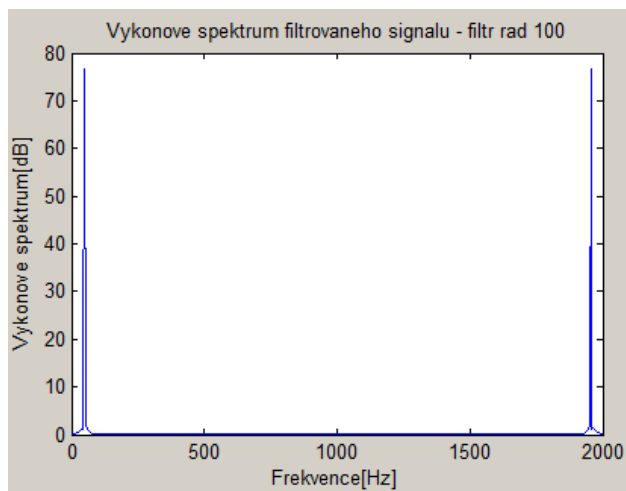
Jak je vidět z obrázku tak tím, že byla nastavena dolní propust s dolní mezí 100Hz, tak složka s2 a s3 se vyfiltrovala, protože byly hodnoty větší než 100Hz. Zůstal jen signál o frekvenci 50Hz.

Na obrázku Obr. 3.9 jsou vidět ve výkonovém spektru nefiltrovaného signálu všechny 3 složky. První je 50Hz, druhá 140Hz a třetí 250Hz.



*Obr. 3.9: Výkonové spektrum nefiltrovaného vstupního signálu*

Na obrázku Obr. 3.10 je vidět ve výkonovém spektru filtrovaného signálu filtrem řád 100 jen složku s1, která je 50Hz. Ostatní složky měly frekvenci větší než 100Hz a proto jsou odfiltrovány, protože byla nastavena dolní propust s dolní mezí 100Hz.

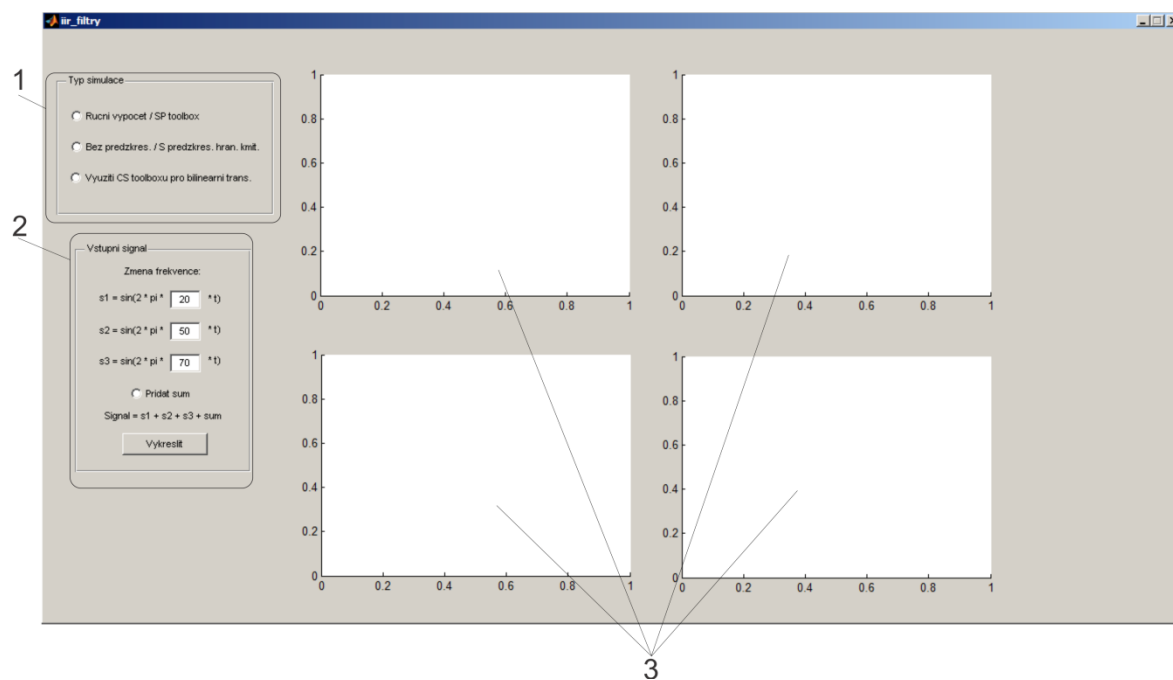


*Obr. 3.10: Výkonové spektrum filtrovaného vstupního signálu filtrem řád 100*

Pokud by v bloku „Typ filtru“ byla vybrána „Horní propust!“, tak lze měnit jen řád filtru a horní mez. Dolní mez zšedne a nelze použít. Pokud by byla vybrána „Pásmová propust“ nebo „Pásmová zádrž“, tak lze použít dolní i horní mez.

## 3.2 IIR filtry

Po spuštění programu *iir\_filtr*.fig se zobrazí základní okno programu.



Obr. 3.11: Okno simulace IIR filtru

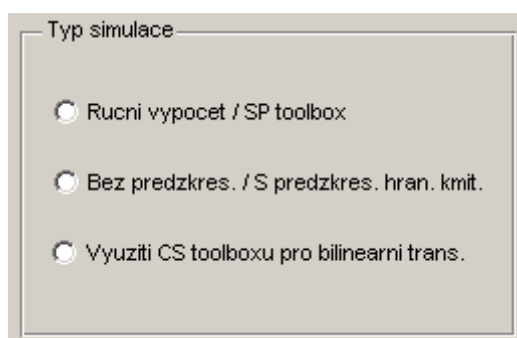
Legenda:

- 1 – Typ simulace – výběr typu simulace
- 2 – Vstupní signál – nastavení jednotlivých složek signálu a přidání náhodného šumu
- 3 – Zobrazovací okna – okna, do kterých se vykreslují průběhy a charakteristiky



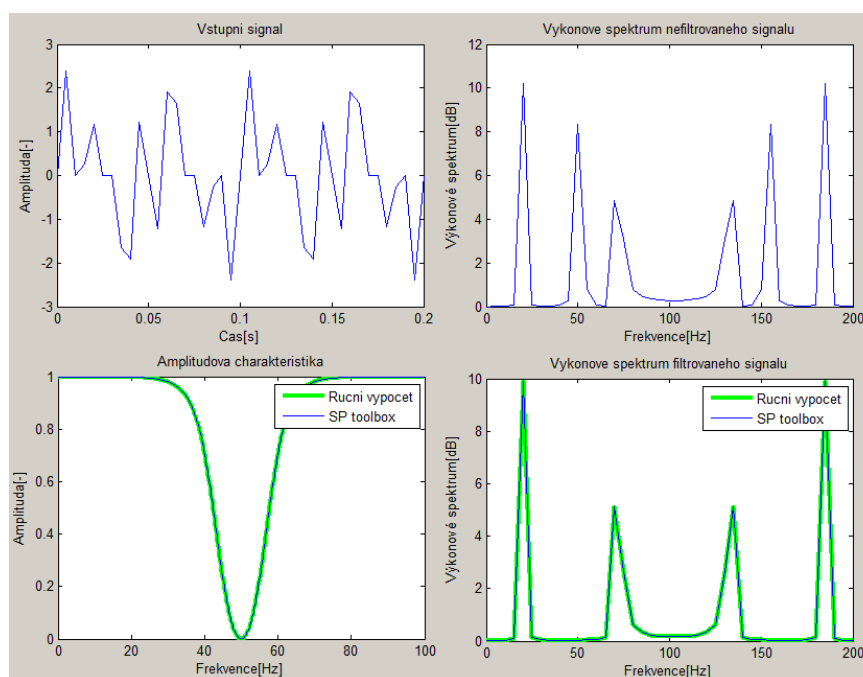
### 3.2.1 Popisy bloků programu

Blok „Typ simulace“ slouží k výběru simulace. Na výběr jsou 3 simulace. První porovnává výpočet butterworthovy aproximace ručně a pomocí SP toolboxu. Druhá porovnává výpočet bez předzkreslených a s předzkreslenými hraničními kmitočty. Třetí porovnává výpočet bilineární transformace s využitím CS toolboxu bez předzkreslených a s předzkreslenými hraničními kmitočty. Tlačítka jsou typu radiobutton, což znamená, že pokud jsou vybrány, tak se jak je vidět na obrázku zobrazí černá tečka u textu. Blok je udělán tak, aby bylo možné vybrat jen jeden typ filtru.



Obr. 3.12: Butterworthova aproximace

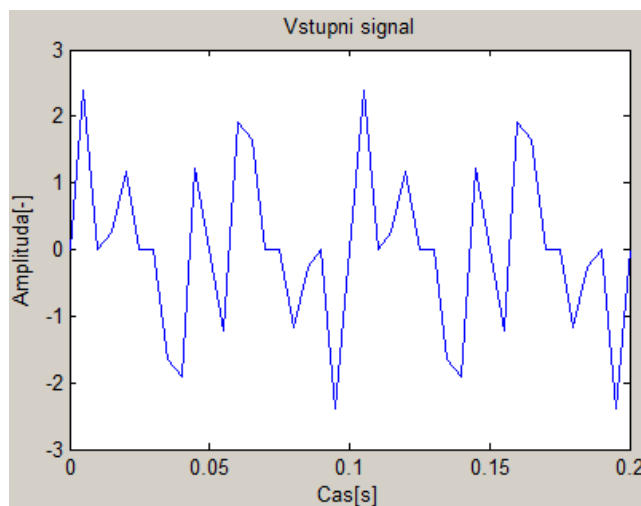
Blok „Zobrazovací okna“ slouží k zobrazení průběhů a charakteristik. Pokud je program spuštěn v základním nastavení a je vybrán Ruční výpočet/SP toolbox, tak se zobrazí charakteristiky jak je vidět na obrázku Obr. 3.13.



Obr. 3.13: Zobrazovací okna

### 3.2.2 Funkce programu

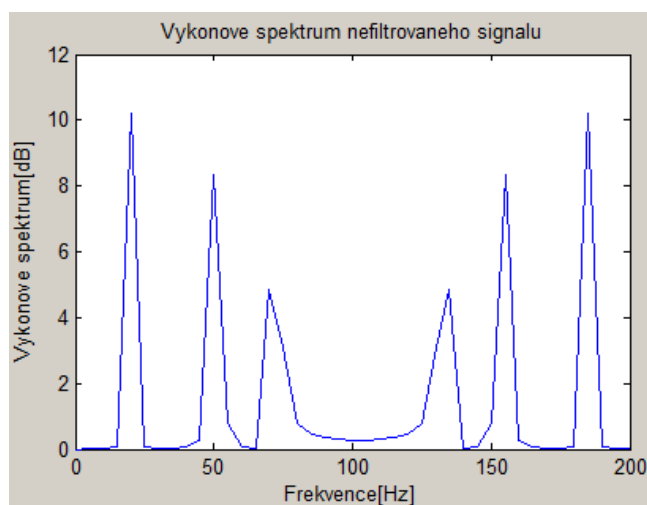
Pokud je v bloku „Typ filtru“ vybráno „Ruční výpočet/SP toolbox“. A blok „Vstupní signál“ je nastaven v základním nastavení jak je vidět na Obr. 3.11, tak vstupní signál bude potom vypadat následovně.



Obr. 3.14: Vstupní signál

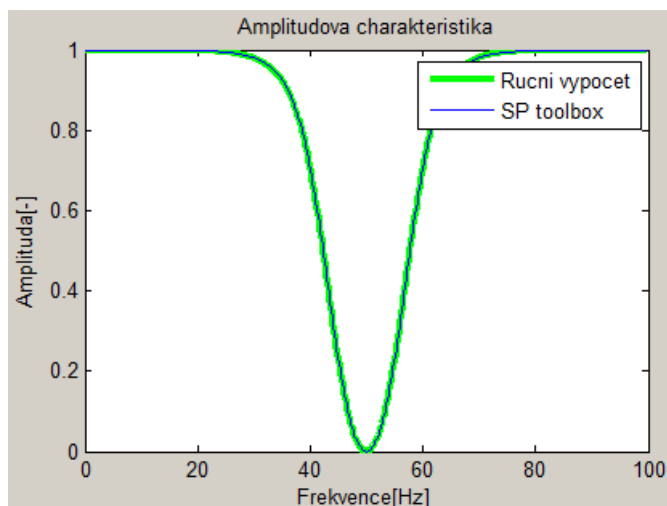
Vstupní signál je složen ze 4 složek, které jsou sečteny ( $\text{Signál} = s_1 + s_2 + s_3 + \text{šum}$ ). Šum lze zapnout podle potřeby. V našem případě je vypnutý.

Na obrázku Obr. 3.15 jsou vidět ve výkonovém spektru nefiltrovaného signálu všechny 3 složky. První je 20Hz, druhá 50Hz a třetí 70Hz.



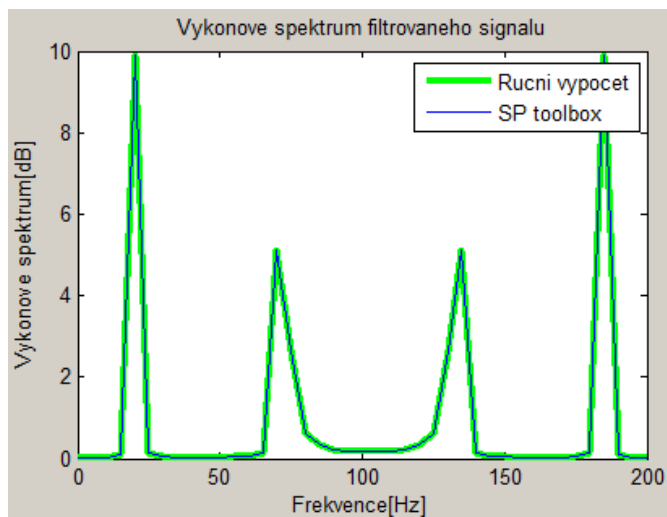
Obr. 3.15: Výkonové spektrum nefiltrovaného vstupního signálu

Na obrázku Obr. 3.16 je vidět amplitudová charakteristika, ve které je ruční výpočet s výpočtem přes SP toolbox. Jak je vidět tak charakteristiky se shodují. Podle obrázku lze poznat, že pro výpočet byla zvolena pásmová zadrž od 40 do 60Hz.



Obr. 3.16: Amplitudová charakteristika

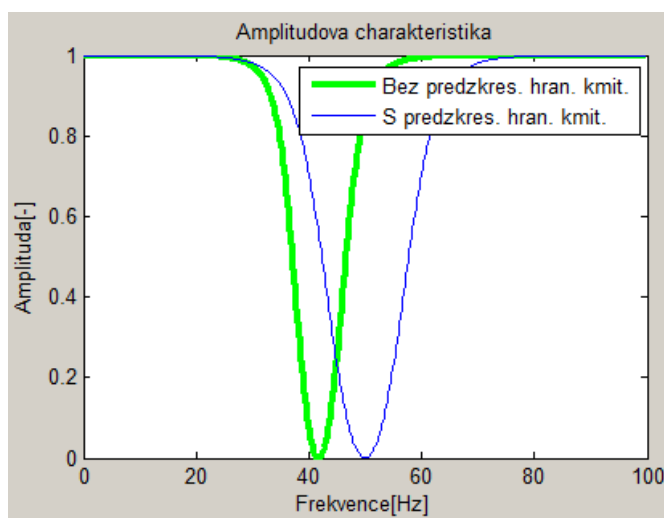
Na obrázku Obr. 3.17 je vidět ve výkonovém spektru filtrovaného signálu pásmovou zadrž. Jak lze vidět na obrázku, tak se vyfiltrovala jen složka s2, která je 50Hz. Ostatní složky měly frekvenci větší než 60Hz nebo menší než 40Hz, a proto ve vstupním signálu zůstaly, protože byla nastavena pásmová zadrž od 40 do 60Hz.



Obr. 3.17: Výkonové spektrum filtrovaného signálu

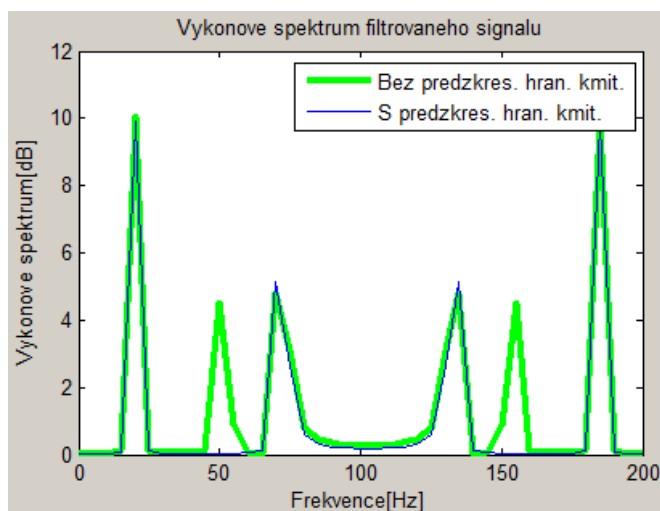
Pokud je v bloku „Typ filtru“ vybráno „Bez předzkres./S předzkres. hran. kmit.“. A blok „Vstupní signál“ je nastaven v základním nastavení jak je vidět na Obr. 3.14, tak vstupní signál bude stejný jako na Obr. 3.14 a výkonové spektrum nefiltrovaného signálu bude taky stejné jako na Obr. 3.15.

Změní se jen amplitudová charakteristika jak je vidět na obrázku Obr. 3.18, ve které se porovnává výpočet s použitím předzkreslených hraničních kmitočtů a bez použití předzkreslených hraničních kmitočtů. Jak je vidět tak charakteristiky se neshodují. Pokud nejsou při výpočtu použity předzkreslené hraniční kmitočty, tak je charakteristika posunutá. Podle obrázku lze poznat, že pro výpočet byla zvolena pásmová zádrž od 40 do 60Hz.



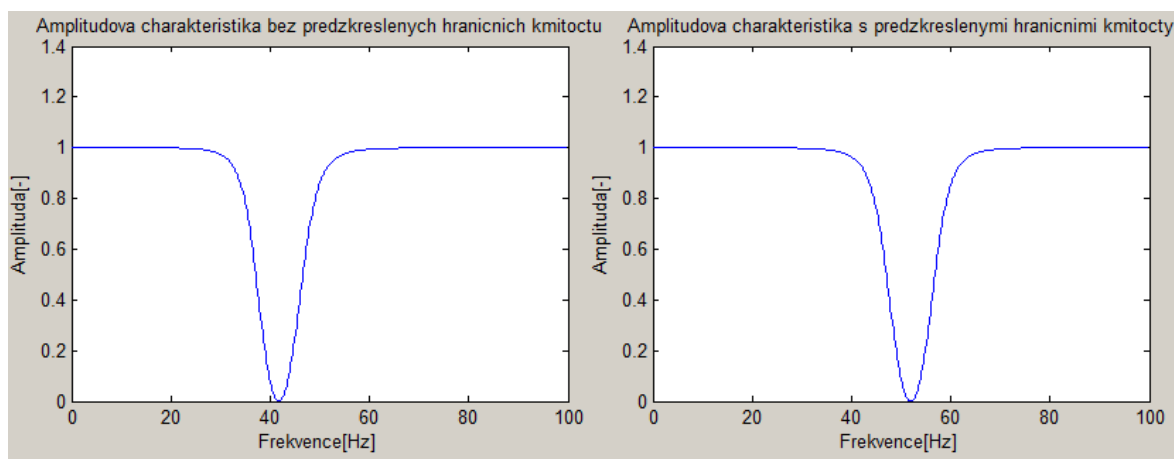
Obr. 3.18: Amplitudová charakteristika

A změní se taky výkonové spektrum filtrovaného signálu pásmovou zádrží. Jak lze vidět na obrázku, tak pokud nejsou při výpočtu použity předzkreslené hraniční kmitočty tak se nevyfiltrovala žádná složka. Naopak pokud jsou při výpočtu použity předzkreslené hraniční kmitočty tak se vyfiltrovala jen složka  $s_2$ , která je 50Hz. Ostatní složky měly frekvenci větší než 60Hz nebo menší než 40Hz, a proto ve vstupním signálu zůstaly, protože byla nastavena pásmová zádrž od 40 do 60Hz.



Obr. 3.19: Výkonové spektrum filtrovaného signálu

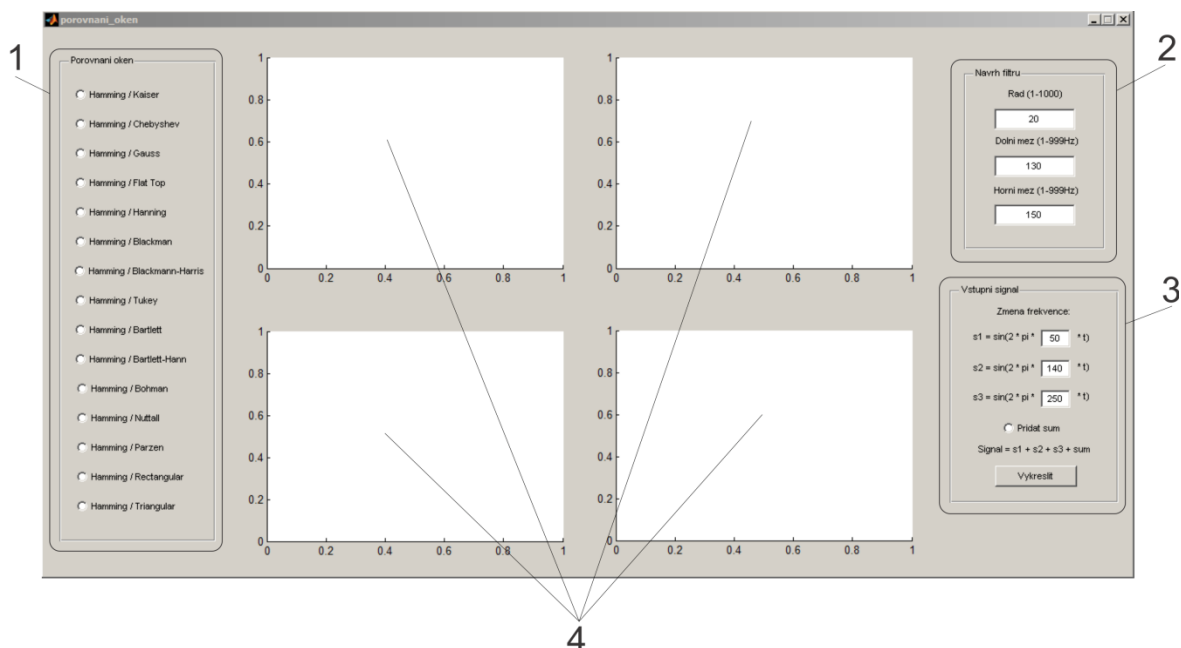
Pokud je v bloku „Typ filtru“ vybráno „Využití CS toolboxu pro bilineární trans.“. A blok „Vstupní signál“ je nastaven v základním nastavení jak je vidět na Obr. 3.14, tak se zobrazí amplitudová charakteristika bez použití předzkreslených hraničních kmitočtů a s použitím předzkreslených hraničních kmitočtů, viz. Obr. 3.20.



Obr. 3.20: Amplitudové charakteristiky

### 3.3 Porovnání oken

Po spuštění programu *porovnani\_oken.fig* se zobrazí základní okno programu.



Obr. 3.21: Okno simulace porovnání oken

Legenda:

- 1 – Porovnání oken – výběr typů oken k porovnání s Hammingovým oknem
- 2 – Návrh filtru – nastavení hodnoty řádu, dolní meze a horní meze filtru
- 3 – Vstupní signál – nastavení jednotlivých složek signálu a přidání náhodného šumu
- 4 – Zobrazovací okna – okna, do kterých se vykreslují průběhy a charakteristiky

### 3.3.1 Popisy bloků programu

Blok „Porovnání oken“ slouží k výběru okna v porovnání s Hammingovým oknem pro zobrazení charakteristik. Na výběr jsou všechna použitelná okna v MATLABu. Tlačítka jsou typu radiobutton, což znamená, že pokud jsou vybrány, tak se jak je vidět na obrázku zobrazí černá tečka u textu. Blok je udělán tak, aby bylo možné vybrat jen jeden typ filtru.

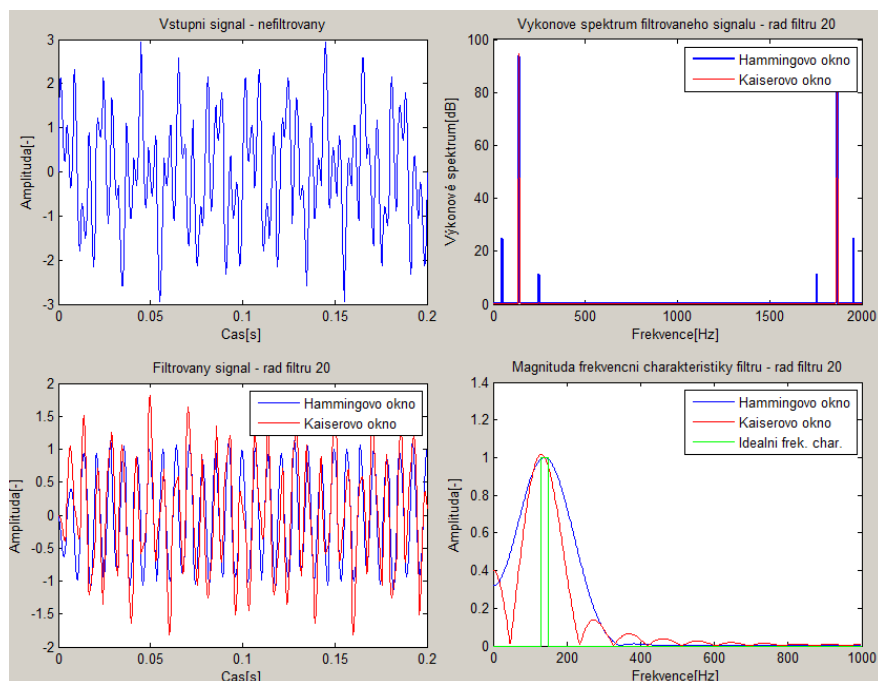


Porovnání oken

- ☐ Hamming / Kaiser
- ☐ Hamming / Chebyshev
- ☐ Hamming / Gauss
- ☐ Hamming / Flat Top
- ☐ Hamming / Hanning
- ☐ Hamming / Blackman
- ☐ Hamming / Blackmann-Harris
- ☐ Hamming / Tukey
- ☐ Hamming / Bartlett
- ☐ Hamming / Bartlett-Hann
- ☐ Hamming / Bohman
- ☐ Hamming / Nuttall
- ☐ Hamming / Parzen
- ☐ Hamming / Rectangular
- ☐ Hamming / Triangular

Obr. 3.22: Porovnání oken

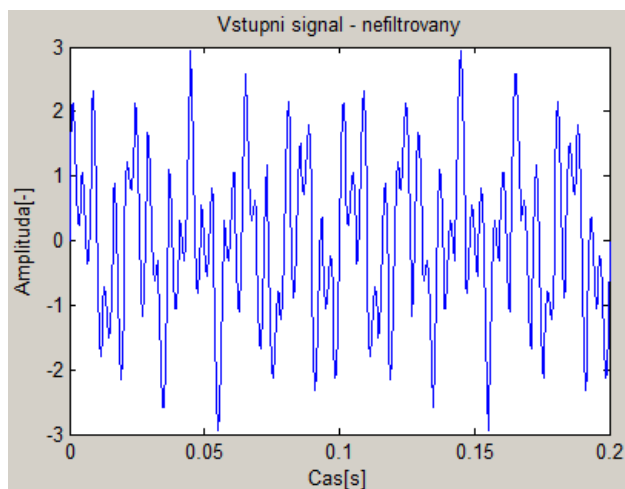
Blok „Zobrazovací okna“ slouží k zobrazení průběhů a charakteristik. Pokud je program spuštěn v základním nastavení a vybere se Hamming/Kaiser, tak se zobrazí charakteristiky jak je vidět na obrázku Obr. 3.15.



Obr. 3.23: Zobrazovací okna

### 3.3.2 Funkce programu

Pokud je v bloku „Porovnani oken“ vybráno „Hamming/Kaiser“, tak lze měnit řád filtru a horní a dolní mez. Blok „Vstupní signál“ je nastaven v základním nastavení jak je vidět na Obr. 3.21, tak vstupní signál bude potom vypadat následovně.

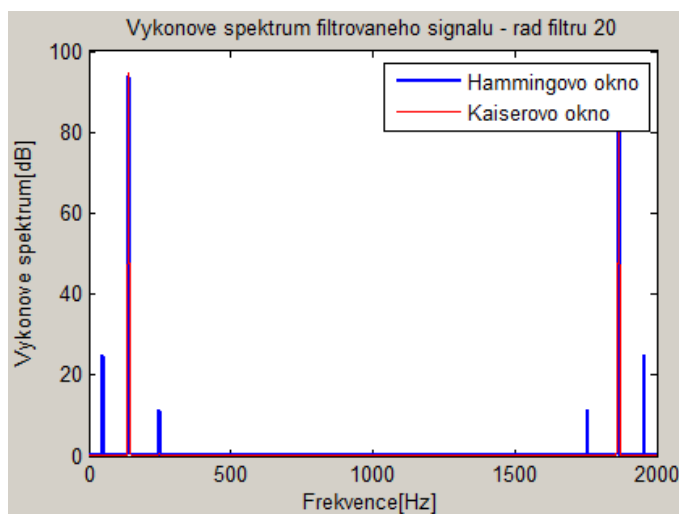


Obr. 3.24: Vstupní signál



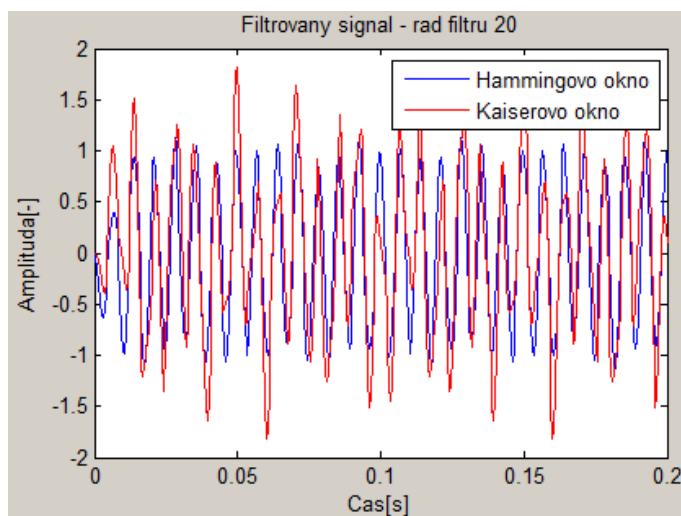
Vstupní signál je složen ze 4 složek, které jsou sečteny ( $\text{Signál} = s_1 + s_2 + s_3 + \text{šum}$ ). Šum lze zapnout podle potřeby. V našem případě je vypnutý.

Na obrázku Obr. 3.25 je vidět ve výkonových spektrech filtrovaného signálu filtrem řád 20, že při použití Kaiserova okna se neodfiltruje jen složka  $s_2$ , která je 140Hz. Ostatní složky měly frekvenci větší než 150Hz nebo menší než 130Hz, a proto se ze vstupního signálu odfiltrovali, protože byla nastavena pásmová propust od 130 do 150Hz. Pokud je použito Hammingovo okno, tak je vidět, že neodfiltrovala složka  $s_2$ , ale i složky  $s_1$  a  $s_3$ .



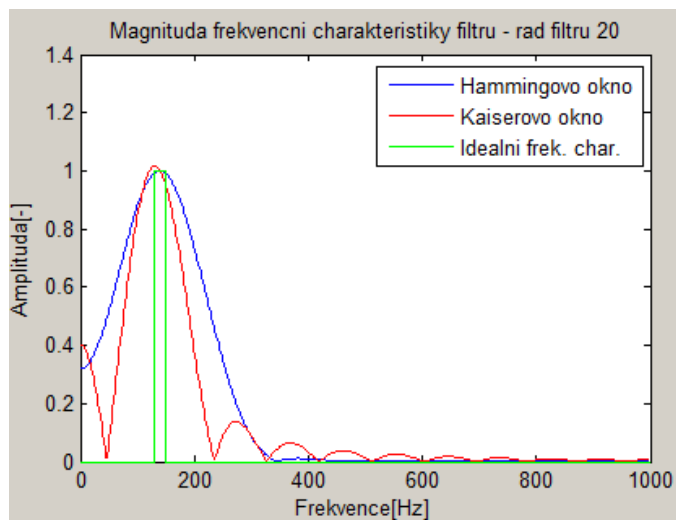
Obr. 3.25: Výkonové spektra filtrovaného vstupního signálu filtrem řád 20

Na obrázku Obr. 3.26 je vidět ve filtrovaných signálech filtrem řádu 20, rozdíly ve filtraci vstupního signálu



Obr. 3.26: Filtrované signály filtrem řád 20

Na obrázku Obr. 3.27 je vidět v magnitudě frekvenční charakteristiky filtrovaného signálu filtrem řád 20, že při použití Kaiserova okna je charakteristika strmější na rozdíl od Hammingova okna.



Obr. 3.27: Magnitudy frekvenčních charakteristik

## ZÁVĚR

Cílem této bakalářské práce bylo vytvořit výukové simulace pro předmět Zpracování signálů – číslicová filtrace v prostředí programu MATLAB. Tyto simulace by měly studentům usnadnit pochopení částí problematiky důležité oblasti zpracování signálů-číslíkové filtrace. Dále by měly studentům demonstrovat postup návrhu FIR a IIR filtrů, porovnání použití různých oken při návrhu FIR filtrů a vliv parametrů navržených filtrů na jejich charakteristiky a filtrované signály. Podrobně jsou zde popsány bloky jednotlivých simulací. Je zde taky ukázáno, jak výukové simulace fungují a popis jednotlivých charakteristik a průběhů.

Pro tvorbu všech simulací byl použit program MATLAB verze 7.1.0.246 (R14) SP3. Tato verze funguje jen v systému Windows XP. Zvolil jsem ji kvůli kompatibilitě s verzí nainstalovanou na školních PC.

Pro tvorbu simulací byla využita aplikace GUIDE, která je součástí programu MATLAB a slouží k tvorbě grafických aplikací.

## ZÁVĚR V ANGLIČTINĚ

The aim of this Bachelor thesis was to create simulations for teaching of the subject Signal processing - Digital filtering in MATLAB environment. These simulations should help students to understand the problems of digital filtering. Further they should demonstrate design of both FIR and IIR filters, comparison of using different windows for design of FIR filters and influence of parameters of the designed filters on their characteristics and filtered signals. The simulation programs are described in detail in the thesis. It is shown how particular simulation work. Examples of obtained results and characteristics are also included.

For the creation of simulation program was used MATLAB version 7.1.0.246 (R14) SP3. This version works only in Windows XP. It was chosen because of its compatibility with the version installed on school PCs.

The application GUIDE, which is a part of the MATLAB environment was used to create the simulations.

## SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY

- [1] Zaplatílek K., Doňar B.: Matlab, začínáme se signály, BEN, 2006
- [2] Oppenheim A., Willsky A.: Signals and Systems, N.J. USA: Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1997
- [3] Vích R., Smejkal Z.: Číslicové filtry, Academia, 2000
- [4] Hlaváč V., Sedláček M.: Zpracování signálů a obrazů, Praha, ČVUT 2000
- [5] Davídek V., Laipert M., Vlček M.: Analogové a číslicové filtry, ČVUT, 2006
- [6] *Wikipedia: Filtr s konečnou impulzní odezvou* [online]. [cit. 2013-06-05]. Dostupné z WWW: <[http://cs.wikipedia.org/wiki/Filtr\\_s\\_konečnou\\_impulzní\\_odezvou](http://cs.wikipedia.org/wiki/Filtr_s_konečnou_impulzní_odezvou)>
- [7] *Wikipedia: Filtr s nekonečnou impulzní odezvou* [online]. [cit. 2013-06-05]. Dostupné z WWW: <[http://cs.wikipedia.org/wiki/Filtr\\_s\\_nekonečnou\\_impulzní\\_odezvou](http://cs.wikipedia.org/wiki/Filtr_s_nekonečnou_impulzní_odezvou)>
- [8] *Wikipedia: Filtr (zpracování signálu)* [online]. [cit. 2013-06-05]. Dostupné z WWW: <[http://cs.wikipedia.org/wiki/Filtr\\_\(zpracování\\_signálu\)](http://cs.wikipedia.org/wiki/Filtr_(zpracování_signálu))>
- [9] *Humusoft: MATLAB* [online]. [cit. 2013-06-05]. Dostupné z WWW: <<http://www.humusoft.cz/produkty/matlab/matlab/>>
- [10] *Wikipedia: MATLAB* [online]. [cit. 2013-05-28]. Dostupné z: <<http://cs.wikipedia.org/wiki/MATLAB>>
- [11] *Signal Processing Toolbox: User's Guide* [online]. [cit. 2013-06-05]. Dostupné z WWW: <[http://www.ling.upenn.edu/courses/ling525/signal\\_tb.pdf](http://www.ling.upenn.edu/courses/ling525/signal_tb.pdf)>
- [12] Humusoft: Control System Toolbox [online]. [cit. 2013-06-05]. Dostupné z WWW: <<http://www.humusoft.cz/produkty/matlab/aknihovny/control/>>

**SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK**

MATLAB	MATrix LABoratory.
FIR	Finite Impulse Response.
IIR	Infinite Impulse Response.
GUIDE	Graphical User Interface Development Environment.
CS	Control system.
SP	Signal processing.
DP <sub>N</sub>	Dolní propust normovaná.
DP	Dolní propust.
HP	Horní propust.
PP	Pásmová propust.
PZ	Pásmová zadrž.
LTI	Linear time-invariant.
FORTTRAN	FORmula TRANslator.

## SEZNAM OBRÁZKŮ

<i>Obr. 1.1: Dolní propust .....</i>	12
<i>Obr. 1.2: Horní propust .....</i>	13
<i>Obr. 1.3: Pásmová propust .....</i>	13
<i>Obr. 1.4: Pásmová zádrž .....</i>	13
<i>Obr. 1.5: Přímá struktura filtru FIR [5] .....</i>	14
<i>Obr. 1.6: Duální struktura filtru FIR [5] .....</i>	14
<i>Obr. 1.7: Přímá struktura filtru IIR [5] .....</i>	15
<i>Obr. 1.8: 2. Kanonická forma filtru IIR [5] .....</i>	16
<i>Obr. 1.9: 1. Kanonická forma filtru IIR [5] .....</i>	16
<i>Obr. 1.10: Modulová a fázová frekvenční charakteristika .....</i>	19
<i>Obr. 1.11: Typy filtrů s lineární fází .....</i>	20
<i>Obr. 1.12: Návrh DP metodou Fourierovy transformace a oken [5] .....</i>	22
<i>Obr. 1.13: Schéma návrhu číslicového filtru .....</i>	24
<i>Obr. 1.14: Normovaná dolní propust .....</i>	24
<i>Obr. 1.15: Butterworthova aproximace .....</i>	25
<i>Obr. 1.16: Bilineární transformace .....</i>	26
<i>Obr. 1.17: Transformace roviny w na rovinu z metodou bilineární transformace .....</i>	27
<i>Obr. 2.1: Prostředí MATLABu .....</i>	28
<i>Obr. 2.2: Ukázka prostředí GUIDE – program fir_filtry.fig .....</i>	32
<i>Obr. 3.1: Okno simulace FIR filtrů .....</i>	34
<i>Obr. 3.2: Typ filtru .....</i>	35
<i>Obr. 3.3: Návrh filtru .....</i>	35
<i>Obr. 3.4: Další charakteristiky .....</i>	36
<i>Obr. 3.5: Vstupní signál .....</i>	36
<i>Obr. 3.6: Zobrazovací okna .....</i>	37
<i>Obr. 3.7: Vstupní signál - nefiltrovaný .....</i>	37
<i>Obr. 3.8: Vstupní signál – filtr řád 100 .....</i>	38
<i>Obr. 3.9: Výkonové spektrum nefiltrovaného vstupního signálu .....</i>	38
<i>Obr. 3.10: Výkonové spektrum filtrovaného vstupního signálu filtrem řád 100 .....</i>	39
<i>Obr. 3.11: Okno simulace IIR filtru .....</i>	40
<i>Obr. 3.12: Butterworthova aproximace .....</i>	41
<i>Obr. 3.13: Zobrazovací okna .....</i>	41

<i>Obr. 3.14: Vstupní signál.....</i>	<i>42</i>
<i>Obr. 3.15: Výkonové spektrum nefiltrovaného vstupního signálu.....</i>	<i>42</i>
<i>Obr. 3.16: Amplitudová charakteristika .....</i>	<i>43</i>
<i>Obr. 3.17: Výkonové spektrum filtrovaného signálu .....</i>	<i>43</i>
<i>Obr. 3.18: Amplitudová charakteristika .....</i>	<i>44</i>
<i>Obr. 3.19: Výkonové spektrum filtrovaného signálu .....</i>	<i>45</i>
<i>Obr. 3.20: Amplitudové charakteristiky .....</i>	<i>45</i>
<i>Obr. 3.21: Okno simulace porovnání oken .....</i>	<i>46</i>
<i>Obr. 3.22: Porovnání oken .....</i>	<i>47</i>
<i>Obr. 3.23: Zobrazovací okna .....</i>	<i>48</i>
<i>Obr. 3.24: Vstupní signál.....</i>	<i>48</i>
<i>Obr. 3.25: Výkonové spektra filtrovaného vstupního signálu filtrem řád 20.....</i>	<i>49</i>
<i>Obr. 3.26: Filtrované signály filtrem řád 20 .....</i>	<i>49</i>
<i>Obr. 3.27: Magnitudy frekvenčních charakteristik.....</i>	<i>50</i>



**SEZNAM TABULEK**

<i>Tab. 1: Základní charakteristiky číslicových filtrů FIR a IIR.....</i>	<i>17</i>
<i>Tab. 2: Transformační vztahy.....</i>	<i>25</i>

## SEZNAM PŘÍLOH

Příloha č. 1: Obsah disku CD-ROM .....	53
--	----

## **Příloha č. 1: Obsah disku CD-ROM**

FIR filtry:

- fir\_filtry.m
- fir\_filtry.fig

IIR filtry:

- iir\_filtry.m
- iir\_filtry.fig

Porovnání oken:

- porovnani\_oken.m
- porovnani\_oken.fig