

Řešení teplotních polí v materiálech v prostředí FEMLAB

Petr Pluskal

Bakalářská práce
2006



Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně
Fakulta aplikované informatiky

Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně
Fakulta aplikované informatiky
Ústav řízení procesů
akademický rok: 2005/2006

ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení: **Petr PLUSKAL**
Studijní program: **B 2807 Chemické a procesní inženýrství**
Studijní obor: **Automatizace a řídicí technika**

Téma práce: **Řešení teplotních polí v materiálech v prostředí FEMLAB**

Zásady pro vypracování:

1. Vypracujte literární studii týkající se nestacionárního sdílení tepla
2. Pro výpočet vycházejte z popisu teplotních polí pro vzorky vybraných materiálů základních tvarů (deska, válec, koule) pro okrajové podmínky 1 a 3. druhu.
3. Navržené modely řešte analyticky.
4. Úlohu řešte také v prostředí programu FEMLAB.
5. Výsledky analytického a numerického řešení v programu FEMLAB porovnejte.
6. Vypracujte vzorové řešené úlohy pro jednotlivé vzorky.
7. Dosažené výsledky v závěru zhodnoťte

Rozsah práce:

Rozsah příloh:

Forma zpracování bakalářské práce: **tištěná/elektronická**

Seznam odborné literatury:

- 1.. Kolomazník, K. a kol.: **Teorie technologických procesů III, VUT Brno, FT Zlín, I. vydání, 1978**
- 2.. **FEMLAB 2.3, manuál, školení FEMLAB 2.3, 2002**
- 3.. Kolomazník, K.: **Modelování zpracovatelských procesů, VUT Brno, FT Zlín, 1990**
- 4.. Kolat, P.: **Přenos tepla a hmoty, FS, VŠB-TU Ostrava, 2001**

Vedoucí bakalářské práce:

doc. Ing. Dagmar Janáčková, CSc.
Ústav automatizace a řídicí techniky


Datum zadání bakalářské práce:

14. února 2006

Termín odevzdání bakalářské práce:

16. června 2006

Ve Zlíně dne 25. února 2006


prof. Ing. Vladimír Vašek, CSc.
pověřený děkan




prof. Ing. Petr Dostál, CSc.
ředitel ústavu

ABSTRAKT

Bakalářská práce se zabývá řešením teplotních polí v tuhých materiálech v prostředí FEMLAB. V úvodní části je literární studie pojednávající o sdílení tepla a novodobých potřebách technologické praxe. V teoretické části jsou uvedeny analytické metody pro výpočet nestacionárního sdílení tepla vedením. V praktické části jsou popsány funkce programu FEMLAB a základní postup při práci s ním. Dále je uveden příklad, který je spočítán analyticky a porovnán s výsledkem numerického řešení v prostředí FEMLAB. Následuje simulace jiných geometrických prvků. Průběhy teplotních polí jsou znázorněny graficky dvojrozměrně a trojrozměrně v programové aplikaci FEMLAB.

Klíčová slova:

Nestacionární sdílení tepla, teplotní pole

ABSTRACT

This thesis deals with temperature fields in solid materials. It is used FEMLAB software for this thesis. In introductory part is literary study. This literary study is about heat transfer and technological needs. Second part is theoretical analysis. In this part is description of analytic methods of non-linear stationary conductive heat transfer. Third section is computational. In this section is description of difference between analytic and numeric solution. Next part of computational procedure is simulation of other geometrical objects. Course field of temperature are illustration graphically two-dimensional and three-dimensional in program application FEMLAB.

Keywords:

Non-linear stationary, field of temperature

Rád bych touto cestou velice rád poděkoval doc. Ing. Dagmar Janáčové, CSc., vedoucí
mojí bakalářské práce, za odborné vedení, trpělivost a ochotně poskytnuté rady a pomoc
během celého mého studia. Také bych rád poděkoval mým rodičům, kteří mě během studia
podporovali.

Souhlasím s tím, že s výsledky mé práce může být naloženo podle uvážení vedoucího ba-
kalářské práce a ředitele ústavu. V případě publikace budu uveden jako spoluautor.

Prohlašuji, že jsem na celé bakalářské práci pracoval samostatně a použitou literaturu jsem
citoval.

Ve Zlíně dne 16. 6. 2006

.....

podpis

OBSAH

ÚVOD	8
I LITERÁRNÍ STUDIE	9
II TEORETICKÁ ČÁST	13
1 NESTACIONÁRNÍ SDÍLENÍ TEPLA VEDENÍM	14
1.1 NESTACIONÁRNÍ TEPLOTNÍ POLE V ROVINNÉ DESCE	14
1.1.1 Okrajová podmínka prvního druhu	16
1.1.2 Okrajová podmínka třetího druhu	19
1.2 NESTACIONÁRNÍ TEPLOTNÍ POLE V TĚLESECH KULOVITÉHO TVARU	21
1.2.1 Okrajová podmínka prvního druhu	22
1.2.2 Okrajová podmínka třetího druhu	23
1.3 NESTACIONÁRNÍ TEPLOTNÍ POLE V NEKONEČNÉM VÁLCI.....	25
1.3.1 Řešení pro okrajovou podmínku třetího druhu	26
III PRAKTICKÁ ČÁST	29
2 ZÁKLADNÍ POPIS PROSTŘEDÍ FEMLAB	32
2.1 MODEL NAVIGÁTOR	32
2.2 STRÁNKA NEW	32
2.3 STRÁNKA MODEL LIBRARY	33
2.4 STRÁNKA USER MODELS.....	34
2.5 STRÁNKA MULTIPHYSICS	34
2.6 STRÁNKA PREFERENCE.....	34
3 ZÁKLADNÍ POSTUPY PRO PRÁCI V PROSTŘEDÍ FEMLAB	36
3.1 GRAFICKÉ PROSTŘEDÍ FEMLABU, OVLÁDÁNÍ PROGRAMU	37
3.2 GRAFICKÉ ROZHRANÍ PRO PRÁCI VE 2D	38
3.3 GEOMETRICKÁ PRIMITIVA VE 2D.....	40
3.4 NASTAVENÍ PROSTŘEDÍ V GUI	40
3.5 MODELOVÁNÍ GEOMETRIE VE 2D	41
3.6 GRAFICKÉ ROZHRANÍ PRO PRÁCI VE 3D.....	43
3.7 3D FACE OBJEKTY	46
3.8 VIZUALIZACE VE 3D	49
3.9 KVALITA VIZUALIZACE.....	50
3.10 RENDEROVÁNÍ VELKÝCH GEOMETRICKÝCH OBJEKTŮ	51
3.11 VIZUALIZACE SÍTĚ	52
4 SROVNÁNÍ ANALYTICKÉHO A NUMERICKÉHO ŘEŠENÍ V PROSTŘEDÍ FEMLAB	55

4.1	ANALYTICKÉ ŘEŠENÍ PRO SPECIFICKOU DESKU	55
4.2	NUMERICKÉ ŘEŠENÍ PRO SPECIFICKOU DESKU.....	58
4.3	NUMERICKÉ ŘEŠENÍ PRO SPECIFICKOU KOULI	68
4.4	NUMERICKÉ ŘEŠENÍ PRO POTRUBÍ.....	71
ZÁVĚR		72
SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY.....		73
SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK		74
SEZNAM OBRÁZKŮ		76
SEZNAM TABULEK.....		76
SEZNAM PŘÍLOH.....		80

ÚVOD

Ve své práci jsem se zabýval řešením teplotních polí v tuhých materiálech v programovém prostředí FEMLAB. Toto téma jsem zpracoval, jelikož mne zajímaly i jiné metody výpočtu než ty, které jsou doposud známé. Při popisu nestacionárního pole v tělese jde tedy o popis, který odpovídá časově neustálenému sdílení tepla vyvolanému jiným tepelným působením na toto těleso. Velmi často se setkáváme s nestacionárním vedením tepla při ohřevu nebo ochlazování těles, které má v technické praxi značný význam. Ve zpracovatelském průmyslu se velká část výrobních operací provádí při vyšších teplotách. Značná část zpracovatelských pochodů je v rozmezí teplot 100 – 200°C. Jelikož máme v dnešní době k dispozici stále rychleji se rozvíjející informační technologie, neváhal jsem je proto využít. Výpočetní metody v různých oborech umožňují řešit řadu náročných a složitých úloh. V současné době však nestačí „jen“ úlohy řešit, ale je potřeba také modelovat, simulovat a použít různé parametry, abychom tak získali představu o tom, jak by se výsledné řešení změnilo. Proto mne zaujal FEMLAB, jelikož díky svému grafickému vyobrazení řešených úloh ukáže mi, jakožto studentovi jak lépe pochopit a porozumět řešeným úlohám. Další jeho přednost, která mne zaujala je možnost zahrnout do jednoho řešení několik fyzikálních vlivů současně, např. zatěžování silou při současném působení okolní teploty nebo proudění s prostupem tepla.

I. LITERÁRNÍ STUDIE

Sdílení tepla se zabývá procesy přenosu tepla. Přenos tepla je termodynamický děj, který je nerovnovážný, probíhá s konečnou rychlostí v prostoru a čase. Podmínkou sdílení tepla je existence teplotního rozdílu. Ačkoliv sdílení tepla je velmi složité, rozděluje se na:

- sdílení tepla vedením (kondukcí)
- sdílení tepla prouděním (konvekcí)
- sdílení tepla sáláním (radiacím)

Sdílení tepla vedením – tepelná konduktance je kdy se teplo přenáší seskupením atomů a molekul v pevných látkách dvěma rozdílnými přístupy tepelné energie. Prvním způsobem je vibracemi přenášejícími se strukturou látky a druhý je způsoben volnými elektrony, které procházejí látkou. Pro kovy je typický druhý způsob, jehož vliv je o dva řády větší než-li vliv vibrací.

Slitiny, na rozdíl od čistých kovů, obsahují omezený počet volných elektronů, takže oba způsoby přenosu energie mají přibližně stejnou hodnotu. Obecně je tepelná vodivost pevných látek daná součtem obou vodivostí.

V technické praxi se obvykle vyskytují všechny tři druhy sdílení tepla současně. Hovořili bychom tedy např. o čisté tepelné kondukcii předpokládáme, že tepelné toky sáláním a konvekcí jsou tak malé, že je lze v daném případě zanedbat.

Přenos v kapalných látkách se více podobá přenosu tepla v pevných látkách, než-li v plynných. Molekuly však již nezaujímají pevná místa prostoru, jak tomu je u krystalických pevných látek. Přesto mají molekuly kapaliny sklon k tvorbě molekulárních seskupení. Při porovnání s pevnými látkami lze konstatovat, že kapaliny mají také krystalickou strukturu, avšak uspořádání krystalů se každým okamžikem mění. Stejně jako u pevných látek můžeme tepelnou vodivost kapalin rozdělit na dvě složky. První zachycuje vliv fononů l_f a druhá vliv translační složky l_t . U kapalin kromě volných elektronů je ve složce l_t zachycen i vliv transportu tepla ionty. Tento model kapaliny však nevystihuje zcela přesně fyzikální podstatu přenosu tepelné energie, proto se teoreticky zjištěná vodivost od empiricky zjištěné liší. V technické praxi se využívá tepelná vodivost zjištěná empiricky (fyzikální tabulky). Tekuté kovy vedou fonony a navíc volnými elektrony a ionty. Složka l_t je obvykle větší než l_f . Výsledná tepelná vodivost tekutých kovů bývá až 100 krát větší než u ostatních kapalin.

Tepelná vodivost plynů (včetně par vody) se od vodivostí pevných látek a kapalin podstatně liší, neboť každá molekula plynu se na rozdíl od předcházejících dvou případů chová samostatně a vykonává nahodilý pohyb. Vzdálenost mezi molekulami plynu je 100 až 1 000 větší než je průměr molekuly. Podle klasické kinetické teorie závisí vodivost plynů na součinu dynamické viskozity a měrného tepla $l=hcv$. Dosažené hodnoty vodivosti vycházejí poloviční, než-li ukazují experimenty. Proto teoretická bádání v tomto oboru i nadále pokračují.[9]

Řešení nestacionárních polí v pevných tělesech je zvláštní případ řešení energetických bilancí neustálených dějů.

Důvodů provádění operací při zvýšené teplotě je několik a dají se zhruba rozdělit do dvou skupin:

- posunutí rovnováhy daného termodynamického děje
- zvýšení rychlosti zpracovatelského procesu

Jedná se tedy o to daný polotovar zahřát z normální teploty (cca 20°C) na žádoucí teplotu zpracovatelského procesu, provést danou operaci a ochlazení zpět na původní, popřípadě jinou teplotu, která je dána požadavky následující technologie. Z hlediska celkové bilance často bývá tento nestacionární děj klíčový.[1]

Dříve, v době, kdy ještě nebyly tak rozšířené informační technologie se tyto úlohy řešily pouze analyticky tzv. „na papír“. Problémem však vždy bylo, když se měl řešit nějaký vzorek s nestandardními rozměry. To bývalo dosti časově i výpočtově náročné. Díky novým informačním technologiím a s nimi přicházejícím software (FEMLAB) se způsoby výpočtu rozdělily na dva:

- analytický (ručně)
- numerický (FEMLAB)

Proto je v dnešní době díky těmto aplikačním software možné vizuálně modelovat, zadávat vlastnosti materiálu, zadávat okrajové podmínky, simulovat průběhy teplotních polí na povrchu, či uprostřed vzorků v čase a mít tím i lepší představu, jak postupovat při technologickém procesu při výrobě.

Myslím si, že se v dnešní době zmenšování či čím dál přesnějšího dávkování se neobejdeme bez těchto nástrojů. Také jakožto nezbytnost počítačů v řízení technologických procesů. To dokáže simulovat prostředí FEMLAB.

Jeden z jeho způsobů řešení je metoda konečného počtu prvků, kterou v roce 1943 navrhl R. Courant. Tehdy se ještě nepoužívaly elektronické počítače, a proto se na tuto metodu pozapomnělo. Zhruba o deset let později byla znovu objevena americkými leteckými inženýry. U nás se začala používat v šedesátých letech pro výpočet pevnosti přehrad. Jednou předností této metody je to, že umožňuje na počítači simulovat řadu fyzikálních procesů, a tím nahrazuje nákladné technické modely (prototypy) nebo složitá měření. Metoda konečného počtu prvků se používá pro výpočet průběhů chemických reakcí, průhybů nosníků a desek, oteplení vysokonapěťových transformátorů a motorů, obtékání lopatek turbín, zjišťování pevnosti vysokotlakých nádob apod. Její hlavní výhodou je, že na počítači lze celý proces zautomatizovat.

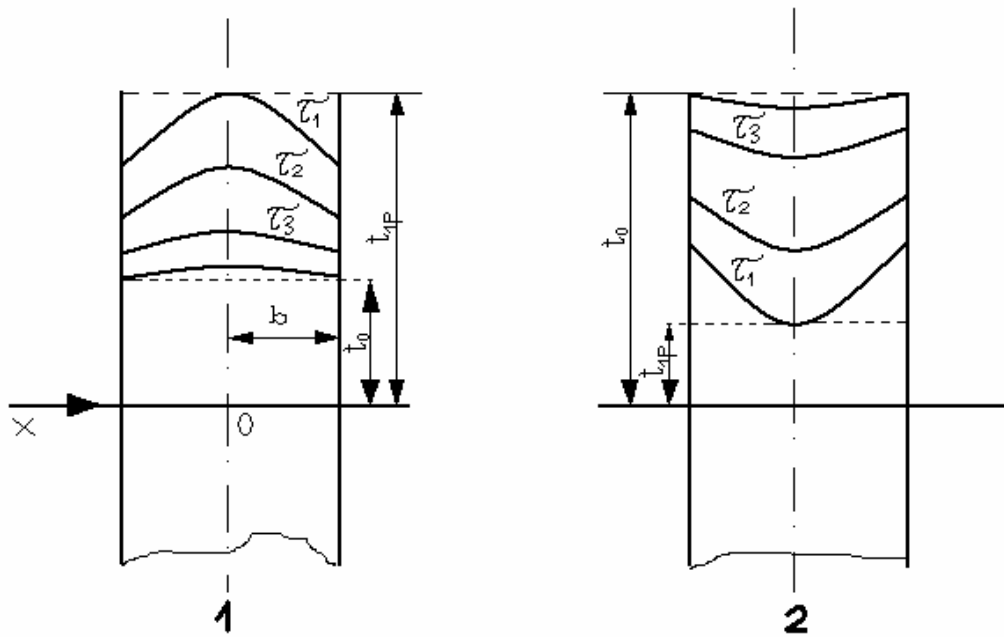
II. TEORETICKÁ ČÁST

1 NESTACIONÁRNÍ SDÍLENÍ TEPLA VEDENÍM

V této kapitole se zavede popis nestacionárních teplotních polí u reprezentativních těles, které mohou být určitým přibližným řešením pro reálný systém, který je velmi složitý a exaktní řešení v celé komplexnosti je ve většině případů nereálné. Avšak v technické praxi v řadě případů nejde o znalost absolutní hodnoty určité sledované veličiny, ale zda se její velikost určitým vnějším zásahem mění žádoucím směrem. V tomto případě mohou značnou službu poskytnout analytická řešení limitních případů skutečných reálných dějů. Neboť když se vnějším zásahem u limitního případu zvětší sledovaná fyzikální veličina 10x, dá se říci, že stejná veličina u reálného systému stejným vnějším zásahem se zvětší. Je-li toto zvětšení žádoucí s ohledem na zpracovatelský proces, je značná naděje na úspěch reálného procesu působením vnějšího zásahu. V této kapitole bude probíráno řešení analytickými postupy na základě některých znalostí matematické analýzy. [1]

1.1 Nestacionární teplotní pole v rovinné desce

Pro tento případ se bude uvažovat stěna zhotovená z materiálu s izotropními vlastnostmi vzhledem ke sdílení tepla vedením, ohraničenou dvěma rovnoběžnými rovinnými povrchy, jejichž lineární rozměry jsou řádově větší než polovina tloušťky stěny b . V daném časovém okamžiku bude stěna náhle vystavena oboustrannému tepelnému působení okolního prostředí, které má časově neměnnou teplotu t_0 . Před začátkem ochlazování nebo ohřevu byla teplota stěny ve všech místech desky stejná a její hodnota se označí, jako t_{1p} (počáteční teplota). Úkolem je zjistit časový průběh teploty v kterémkoli místě desky. Vzhledem ke shora uvedeným podmínkám bude časový průběh teploty napříč stěnou symetrický podle osy stěny, proto je výhodné osu stěny položit do některé osy souřadnicového systému, jak je tomu na následujícím obrázku.



Obr.: 2.1 Průběh teplotních profilů ve stěně(1-ochlazování, 2-ohřev)

Teplotní pole je popsáno řešením rovnice

$$\frac{\partial t_1}{\partial \tau} = a \cdot \nabla^2 t_1 \quad (2.1)$$

Pro popsany případ jednorozměrného sdílení tepla kondukcí přejde rovnice (2.1) do rovnice

$$\frac{\partial t_1}{\partial \tau} = a \cdot \frac{\partial^2 t_1}{\partial x^2} \quad (2.2)$$

kde t_1 je teplota v libovolném místě stěny v daném čase. Řešením rovnice (2.2) lze provést za daných okrajových a počátečních podmínek. Počáteční podmínky jsou dány následovně:

$$t_1(x, \tau = 0) = t_1 \quad (2.3a)$$

$$t_1(x, \tau \rightarrow \infty) = t_0 \quad (2.3b)$$

Okrajové podmínky:

$$\left(-\frac{\partial t_1}{\partial x}\right)_{x=0} = 0 \quad (2.4)$$

Rovnice (2.4) je podmínka osové symetrie teplotního profilu.

Další okrajová podmínka závisí na druhu transportu tepla s povrchu stěny materiálu do okolí. Okrajové podmínky charakterizující vzájemné působení stěny a obklopujícího prostředí, mohou být popsány rozličnými způsoby. [1]

1.1.1 Okrajová podmínka prvního druhu

Tato podmínka charakterizuje dokonalý přestup tepla s povrchu stěny do okolí, kdy teplota povrchu se prakticky okamžitě ustálí na teplotě okolí. Tento stav je teoreticky charakterizován nekonečným součinitelem přestupu tepla α , takže okrajová podmínka potřebná pro řešení rovnice (2.2) má v tomto případě tvar

$$t_1(x = b, \tau) = t_0 \quad (2.5)$$

Je vhodné zavést substituci

$$t = t_1 - t_0 \quad (2.6)$$

což fyzikálně znamená, že se neřeší teplota, ale její rozdíl, v uvažovaném čase od teploty okolí. Substitucí se diferenciální členy rovnic (2.2), (2.4) nezmění a ostatní okrajové a počáteční podmínky přejdou na tvary, které budou pro postup výpočtu výhodnější. Řeší se tedy rovnice sdílení tepla

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \cdot \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} \quad (2.7)$$

s následujícími okrajovými podmínkami.

$$t_1(x, \tau = 0) = t_{1p} - t_0 = t_{1p} \quad (2.7a)$$

$$t_1(x, \tau \rightarrow \infty) = 0 \quad (2.7b)$$

$$\left(\frac{\partial t}{\partial x}\right)_{x=0} = 0 \quad (2.7c)$$

$$t(x = b, \tau) = 0 \quad (2.7d)$$

Řešením rovnice (2.7) se provede separace proměnných, to znamená, že integrál rovnice (2.7) předpokládáný ve tvaru součinu funkce $t(x)$ a $t(\tau)$. Zápisem $t(x)$ se bude rozumět, že tepelný rozdíl je funkcí pouze polohy (souřadnice x) a zápisem $t(\tau)$ rozdíl, který je pouze funkcí času (τ).

$$t(x, \tau) = t(x) \cdot t(\tau) \quad (2.8)$$

Rovnice (2.8) musí splnit diferenciální rovnici (2.7), tj. platí:

$$t'(\tau) \cdot t(x) = a t''(x) \cdot t(\tau) \quad (2.9)$$

kde zápisem $t'(\tau)$ se rozumí první derivace t podle τ a $t''(x)$ druhá derivace t podle x .

Násobí-li se rovnice (2.9) výrazem $\frac{1}{a t(\tau) t(x)}$, dostane se

$$\frac{1}{a} \frac{t'(\tau)}{t(\tau)} = \frac{t''(x)}{t(x)} = -p^2 \quad (2.10)$$

Je vidět, že na jedné straně rovnice (2.10) je výraz, který je pouze funkcí času, na druhé je pouze funkcí polohy. Aby se tyto výrazy mohli sobě rovnat, je to možné jen tehdy, když se budou rovnat konstantně. Z fyzikálního smyslu a dalším postupem o této konstantě se dá říci, že musí být záporná. Za tím účelem stačí vzít záporně vzatou druhou mocninu neznámé konstanty p . Shora uvedenou úpravou se tedy provedla separace proměnných a řeší se dvě následující diferenciální rovnice.

$$\frac{dt(\tau)}{d\tau} = -ap^2 t(x) \quad (2.11)$$

$$\frac{d^2 t(x)}{dx^2} + p^2 t(x) = 0 \quad (2.12)$$

Řešení rovnice (2.11) je snadné. Běžnou separací se dostane

$$t(\tau) = C \cdot e^{-p^2 a \tau} \quad (2.13)$$

Nyní je vidět oprávněnost volby záporné hodnoty $-p^2$, neboť jen takto může být splněna podmínka (2.7b).

Kořeny charakteristické rovnice

$$\beta^2 + p^2 = 0 \quad (2.14)$$

Jsou $\beta = \pm ip$, takže obecný integrál rovnice (2.12) je, jak následuje:

$$t(x) = A_1 \cdot \sin(px) + B_1 \cdot \cos(px) \quad (2.15)$$

Takže celkové řešení podle vztahu (2.8) je rovno:

$$t(x, \tau) = [A \cdot \sin(px) + B \cdot \cos(px)] \cdot \exp(-p^2 a \tau) \quad (2.16)$$

kde $A = A_1 C$

$B = B_1 C$, přičemž A, B, p jsou konstanty, které se určí z počátečních podmínek a okrajových podmínek.

Podle okrajové podmínky (2.7c) bude platit

$$\left(\frac{\partial t}{\partial x} \right)_{x=0} = \exp(ap^2 \tau) [Ap \cdot \cos(px) + B p \cdot \sin(px)]_{x=0} = 0 \quad (2.17)$$

Aby byl výraz (2.18) splněn pro $x = C$, je nutné, aby $A = C$, neboť u konstanty p se předpokládá, že je nenulová. Rovnice (2.17) pak přejde na následující tvar:

$$t(x, \tau) = B \cos(px) \cdot \exp(-p^2 a \tau) \quad (2.18)$$

Je vidět, že osově symetrické problémy (okrajová podmínka (2.19)) jsou splněny pouze pro sudé funkce, tj. v tomto případě $\cos(px)$.

Aplikací okrajové podmínky (2.7d) platí

$$B \cos(px) \cdot \exp(-p^2 a \tau) = 0 \quad \text{pro } x = b \quad (2.19)$$

za předpokladu, že B se nerovná 0, je možno upravit rovnici (2.19) na následující

$$\cos(q) = 0 \quad (2.20)$$

kde $q = p.b$.

Posloupnost kořenů q_n rovnice (2.20) (liché násobky čísla $\pi/2$ $q_n = (2n-1)\pi/2$ tvoří lineárně nezávislý systém funkcí, které jsou dány rovnicí (2.18), proto jejich nekonečný součet je pak hledaný obecný integrál.

$$t = \sum_{n=1}^{\infty} B_n \cdot \cos\left(q_n \frac{x}{b}\right) \cdot \exp(-q_n^2 \cdot F_o), \quad (2.21)$$

kde pro F_o (Fourierovo kritérium) platí

$$F_o = \frac{a \cdot \tau}{b^2}. \quad (2.22)$$

$$\frac{t_1 - t_0}{t_{1p} - t_0} = 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(q_n)}{q_n} \cdot \cos\left(\frac{x}{b}\right) \cdot \exp\left[-\frac{a \cdot \tau}{(b)^2} \cdot q_n^2\right] \quad (2.23)$$

$$\text{kde } q_n = (2n-1)\pi/2 \quad [1] \quad (2.24)$$

1.1.2 Okrajová podmínka třetího druhu

Jestliže přestup tepla z povrchu stěny do okolí není absolutní, tj. součinitel přestupu tepla má konečnou hodnotu, předpokládá se, že sdílení tepla na fázovém rozhraní se řídí rovnicí

$$-\lambda \frac{\partial t}{\partial x} = \alpha \Delta t, \text{ která ve smyslu naší substituce dává } -\lambda \left(\frac{\partial t}{\partial x}\right)_{x=b} = \alpha t_{x=b} \quad (2.25)$$

Analogickým postupem se dostane partikulární integrál rovnice (2.7)

$$t_{(x,\tau)} = A \cos(kx) \cdot \exp(-k^2 a \tau) \quad (2.26)$$

pro $x = b$ platí okrajová podmínka třetího druhu, to znamená dosazením do (2.25) za $x = b$ se dostane:

$$Ak\lambda \sin(kb) \cdot \exp(-k^2 a \tau) = \alpha A \cos(kb) \cdot \exp(k^2 a \tau) \quad (2.27)$$

Za předpokladu, že $A \neq 0$, se dostane:

$$k\lambda \sin(kb) = \alpha \cos(kb) \quad (2.28)$$

$$kb = g. \quad (2.29)$$

Úpravou rovnice (2.28) s využitím vztahu (2.29) se dostane

$$\frac{\lambda}{b \cdot \alpha} \cdot g = \cot g(g) \quad (2.30)$$

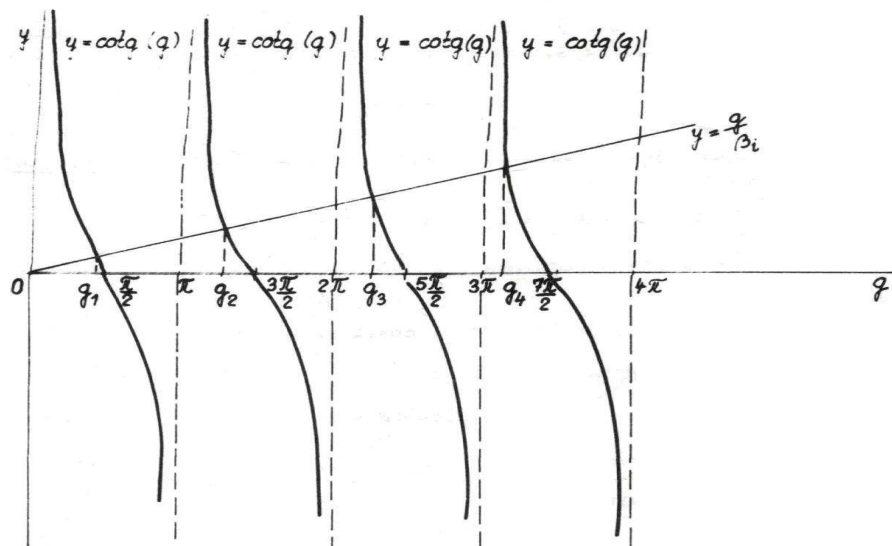
Vidíme, že $b \cdot \alpha / \lambda$ nám připomíná bezrozměrné Nusseltovo kritérium $\alpha \cdot l / \lambda$, kde však l a λ jsou přesně definovány, tj. l je vždy poloviční tloušťka stěny a λ součinitel tepelné vodivosti materiálu stěny. Takto definované bezrozměrné kritérium je pak Biotovo číslo Bi .

$$Bi = \frac{\alpha \cdot b}{\lambda} \quad (2.31)$$

Rovnice (2.30) se upraví pomocí vztahu (2.31)

$$\frac{g}{Bi} = \cot g(g) \quad (2.32)$$

Je vidět, že kořeny transcendentní rovnice (2.32) jsou průsečíky přímky, která má směrnici převrácenou hodnotu Biotova čísla s kotangentou, jak je ukázáno na obrázku.



Obr.: 2.2 Grafické zobrazení kořenů rovnice (2.32)

Opět se snadno určí, že posloupnost kořenů rovnice (2.32) tvoří ortogonální lineárně nezávislý systém goniometrických funkcí $\cos(g_n x/b)$, takže obecný integrál je ve tvaru nekonečného součtu funkcí:

Konečné řešení je pak dáno

$$t^* = \frac{t_{(x)} - t_0}{t_{1p} - t_0} = 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(g_n)}{g_n + \sin(g_n) \cos(g_n)} \cdot \cos\left(g_n \frac{x}{b} \cdot e^{-g_n^2 \frac{a\tau}{b^2}}\right) \quad (2.33)$$

Je tedy vidět, že bezrozměrná teplota je funkcí Fourierova kritéria, Biotova kritéria a bezrozměrné tloušťky v uvažovaném místě stěny x/b . Pro usnadnění výpočtu ve smyslu závislosti

$$t^* = f\left(F_0, Bi \frac{x}{b}\right) \quad (2.34)$$

jsou sestrojeny různé pomocné grafy umožňující výpočet teploty ve středu a na povrchu desky v zadaném čase. Obecnější a mnohdy i výhodnější než použití těchto grafů je použití standardních programů a pomocí nich sestrojít hlavní program pro výpočet jednotlivých profilů. [1]

1.2 Nestacionární teplotní pole v tělesech kulovitého tvaru

Při řešení teplotních polí u těles kulovitého tvaru se budou prakticky předpokládat stejné podmínky jako u nekonečné stěny. To znamená, že uvažuje-li se koule ze stejnorodého materiálu o daném poloměru R , která má ve všech místech stejnou teplotu a bude náhle podrobena v celém rozsahu svého povrchu stejnému ohřívání nebo ochlazování okolním prostředím. Úkolem bude najít rozložení teploty v čase. Vzhledem ke shora uvedeným předpokladům a zavedením sférických souřadnic bude mít diferenciální rovnice popisující nestacionární sdílení tepla vedením následující tvar

$$\frac{\partial t_1}{\partial \tau} = a \left[\frac{\partial^2 t_1}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial t_1}{\partial r} \right] \quad (2.35)$$

Rovnice (2.35) se řeší s následujícími počátečními a okrajovými podmínkami:

$$t_1(r, \tau = 0) = t_{1p} \quad (2.35a)$$

$$t_1(r, \tau \rightarrow \infty) = t_0 \quad (2.35b)$$

$$\left(\frac{\partial t_1}{\partial r}\right)_{r=0} = 0 \quad (2.35c)$$

$$t_{(r=R, \tau)} = t_0 \quad (2.35d)$$

[1]

1.2.1 Okrajová podmínka prvního druhu

Okrajová podmínka prvního druhu je dána rovnicí (2.35d). Jak tomu bylo v předchozím případě zavede se substituce

$$t = t_1 - t_0 \quad (2.36)$$

čímž se rovnice (2.35) přepíše na teplotní rozdíl t .

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \left[\frac{\partial^2 t}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial t}{\partial r} \right] \quad (2.37)$$

$$t(r, \tau = 0) = t_{1p} - t_0 = tp \quad (2.37a)$$

$$t(r, \tau \rightarrow \infty) = 0 \quad (2.37b)$$

$$\left(\frac{\partial t}{\partial r}\right)_{r=0} = 0 \quad (2.37c)$$

$$t_{(r=R, \tau)} = 0 \quad (2.37d)$$

Výsledné řešení, pro popis nestacionárního teplotního pole v tělesech kulovitého tvaru, za platnosti okrajové podmínky prvního druhu, je dáno:

$$\frac{t_1 - t_0}{t_{1p} - t_0} = 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} \sin\left(\frac{r}{R}\right)}{n \cdot \pi \cdot r / R} \cdot \exp\left[\frac{a}{R^2} \pi^2 n^2\right] \quad (2.38)$$

1.2.2 Okrajová podmínka třetího druhu

Ve smyslu zavedené substituce $t = t_1 - t_0$ je okrajová podmínka třetího druhu dána ve stejném tvaru, jako rovnice (2.25)

$$-\lambda \left(\frac{\partial t}{\partial r} \right)_{r=R} = \alpha t_{r=R} \quad (2.39)$$

Ostatní okrajové a počáteční podmínky jsou stejné jako v případě předcházejících, tj. řeší se rovnice (2.37), (2.37a,b,c) stejným postupem, takže se dostane

$$t(r, \tau) = \frac{A \cdot \sin(kr)}{rk} \cdot \exp(-a \tau k^2) \quad (2.40)$$

Pro určení integrační konstanty k se využije rovnice

$$-\frac{A \cdot \exp(-k^2 a)}{k} \frac{Rk \cdot \cos(kR)}{R^2} \lambda = \frac{\alpha A \cdot \exp(-k^2 a \tau) \sin(kR)}{kR} \quad (2.41)$$

Za předpokladu nenulové hodnoty konstanty A je možné vztah (2.43) upravit

$$-\lambda [R \cdot k \cot g(Rk) - 1] = R \cdot k \quad (2.42)$$

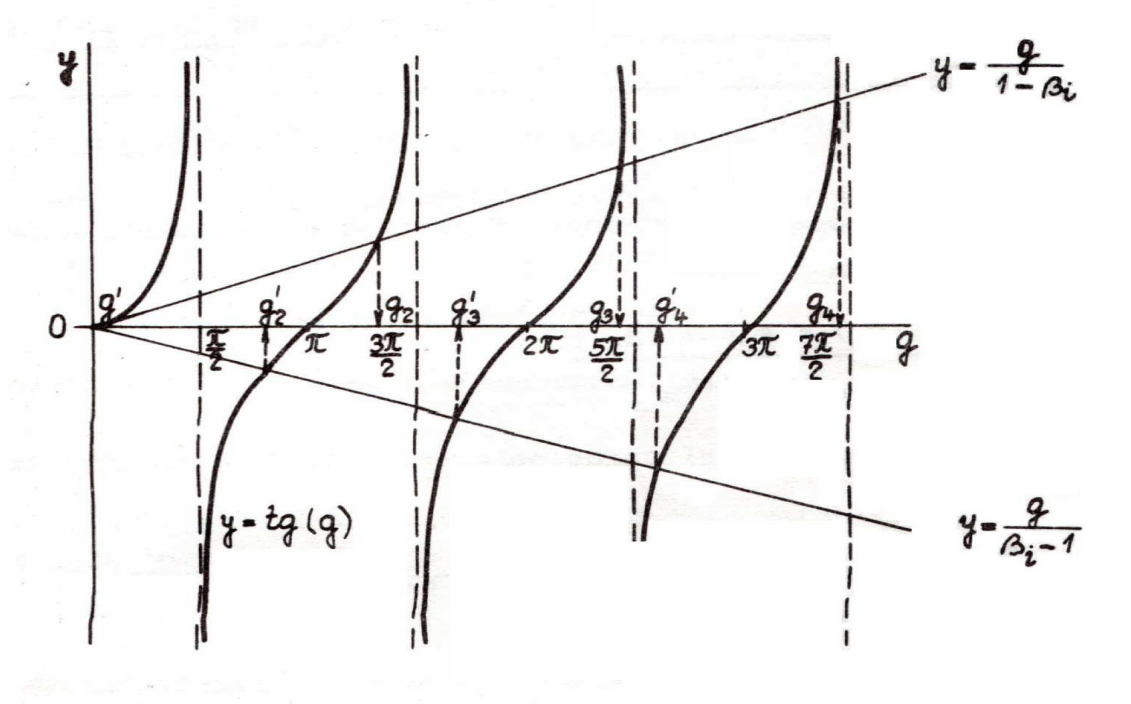
Zavedením Biotova kritéria $Bi = \alpha R / \lambda$ a substituce $g = R \cdot k$ se dostane

$$tg(g) = \frac{g}{1 - Bi} \quad (2.43)$$

Na následujícím obrázku je vidět, že transcendentní rovnice (2.43) má nekonečně mnoho kořenů, které tvoří lineárně nezávislý systém funkcí, a proto jejich nekonečný součet je obecný integrál řešené rovnice. [1]

$$t(r, \tau) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \frac{\sin\left(\frac{r}{R} q_n\right)}{\frac{r}{R} q_n} \exp\left(\frac{a \tau}{R^2} q_n^2\right), \quad (2.44)$$

kde q_n jsou kořeny rovnice (2.44).



Obr.: 2.3 Grafické určení kořenů transcendentní rovnice (2.44)

Konečné řešení nestacionárního teplotního pole pro tělesa kulovitého tvaru je pak dáno:

$$\frac{t_1 - t_0}{t_{1p} - t_0} = 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(g_n) - g_n \cos(g_n)}{g_n - \sin(g_n) \cos(g_n)} \frac{\sin\left(\frac{r}{R} g_n\right)}{g_n \frac{r}{R}} \exp(-g_n^2 F_0) \quad (2.45)$$

kde g_n jsou kořeny rovnice $g \cot g = 1 - Bi$ a pro Fourierovo kritérium F_0 platí:

$$F_0 = \frac{a\tau}{R^2}.$$

Jak je vidět na obrázku (2.3) pro velká Biotova čísla, se hodnoty kořenů rovnice (2.44) blíží celým násobkům čísla π a tím přechází řešení nestacionárního teplotního pole s okrajovou podmínkou třetího druhu na řešení pro okrajovou podmínku prvního druhu, čímž se vztah (2.45) značně zjednoduší. [1]

1.3 Nestacionární teplotní pole v nekonečném válci

Je předpokládán válec o poloměru R , zhotovený ze stejnorodého materiálu, jehož teplota je ve všech místech stejná a je rovna t_{1p} . V daném čase je těleso podrobováno náhlému ohřevu či ochlazení okolním prostředím, které má teplotu t_0 , nezávislou na čase τ . Jedná se opět o symetrickou úlohu a vzhledem k neomezené délce válce se teplo bude šířit pouze radiálním směrem. Počáteční postup při řešení tohoto případu se nijak neliší od předcházejících dvou. Neřeší se teplota, ale z analogických důvodů, jako u desky a koule rozdíl teploty válce od teploty okolí. V cylindrických souřadnicích se tedy řeší parciální diferenciální rovnice

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \left[\frac{\partial^2 t}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial t}{\partial r} \right] \quad (2.46)$$

s následujícími počátečními a okrajovými podmínkami:

$$t(r, \tau = 0) = t_{1p} - t_0 = tp \quad (2.46a)$$

$$t(r, \tau \rightarrow \infty) = 0 \quad (2.46b)$$

$$\left(\frac{\partial t}{\partial r} \right)_{r=0} = 0 \quad (2.46c)$$

$$t(r, \tau) = 0 \quad \text{Okrajová podmínka prvního druhu} \quad (2.46d)$$

$$-\lambda \left(\frac{\partial t}{\partial r} \right)_{r=R} = \alpha t_{(r=R)} \quad \text{Okrajová podmínka třetího druhu} \quad (2.46e)$$

3.3.1 Řešení pro okrajovou podmínku prvního druhu

Běžnou metodou separací proměnných se dostanou dvě jednoduché diferenciální rovnice

$$t'(\tau) + ak^2 t(\tau) = 0 \quad (2.47)$$

$$r^2 t''(r) + rt'(r) + k^2 r^2 t(r) = 0 \quad (2.48)$$

Řešení rovnice (2.48) je známé z předchozích případů

$$t(\tau) = C.e^{-k^2 a \tau} \quad (2.49)$$

Řešením rovnice (2.59) jsou Besselovy funkce nultého řádu

$$t(r) = A_1 J_0(kr) + B_1 Y_0(kr) \quad (2.50)$$

Vzhledem k symetričnosti úlohy $B_l = 0$, takže partikulární integrál diferenciální rovnice (2.46) je následujícího tvaru

$$t(r, \tau) = A J_0(kr) \cdot \exp(-k^2 a \tau) \quad (2.51)$$

Použitím okrajové podmínky prvního druhu se dostane:

$$A J_0(kR) \cdot \exp(-k^2 a \tau) = 0$$

(2.51)

a po úpravě a za předpokladu, že $A \neq 0$ je

$$J_0(q) = 0 \quad (2.53)$$

kde $q = Rk$.

Kořeny rovnice (2.53) pak tvoří lineárně nezávislý ortogonální systém Besselových funkcí a vahou r , jejichž nekonečný součet dává obecný integrál řešení diferenciální rovnice

$$t(r, \tau) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n J_0\left(\frac{r}{R} q_n\right) \exp\left(-\frac{a}{R^2} q_n^2\right) \quad (2.54)$$

kde q_n jsou kořeny rovnice $J_0(q) = 0$. [1]

1.3.1 Řešení pro okrajovou podmínku třetího druhu

Analogickým postupem jako v předchozím případě se dostane partikulární integrál transcendentní rovnice

$$t(r, \tau) = B J_0(kr) \cdot \exp(-k^2 a \tau) \quad (2.55)$$

použitím okrajové podmínky třetího druhu pro $r = R$ plyne (rovnice (2.46e))

$$B \cdot \lambda \cdot k \cdot J_1(kR) \exp(-k^2 a) = \alpha \cdot J_0(kR) \exp(k^2 a) \quad (2.56)$$

Úpravou rovnice (2.56) pro $A \neq 0$ se dostane

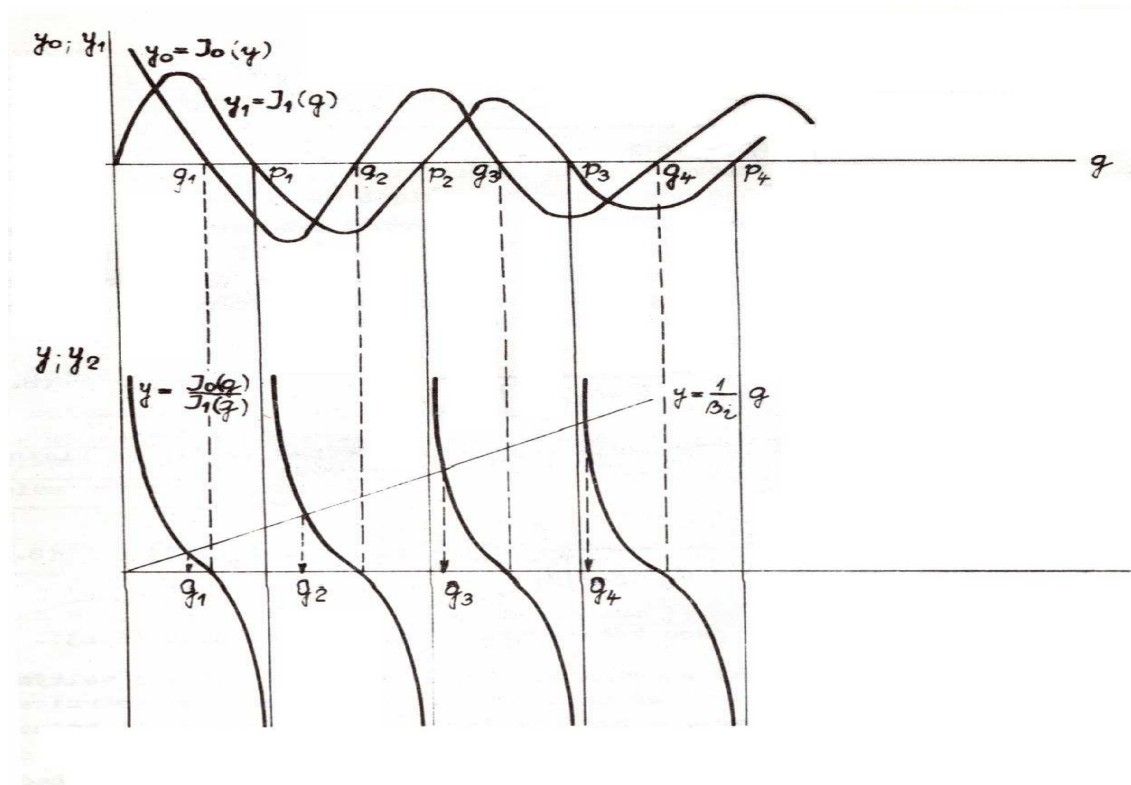
$$\frac{J_0(g)}{J_1(g)} = \frac{g}{Bi} \quad (2.57)$$

kde $g = k \cdot R$ a $Bi = a \cdot R / \lambda$.

Pro určení kořenů rovnice (2.57) je použit následující postup:

$$y = \frac{J_0(g)}{J_1(g)} = \frac{y_0}{y_1}$$

$$y_0 = J_0(g); \quad y_1 = J_1(g); \quad y_2 = \frac{g}{Bi}$$



Obr.: 2.4 Grafické znázornění kořenů transcendentní rovnice (2.57)

Funkce y je nulová pro $J_0(g) = 0$ a má konečnou hodnotu pro $J_1(g) = 0$. Jsou-li označeny kořeny $J_0(g) = 0$ q_n a $J_1(g) = 0$ p_n , lze podle známých průběhů funkcí $J_0(g)$ a $J_1(g)$, sestavit graf funkce y , jak je ukázáno na obr. (2.4).

Řešení je tedy dáno řadou:

$$t(r, \tau) = \sum_{n=1}^{\infty} B_n J_0\left(\frac{r}{R} g_n\right) \exp\left(-\frac{a}{R^2} g_n^2\right) \quad (2.58)$$

konečné řešení pro nestacionární teplotní pole v nekonečném válci, za platnosti okrajové podmínky třetího druhu, je dáno:

$$\frac{t_1 - t_0}{t_{1p} - t_0} = 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_1(q_n)}{[J_1^2(g_n) + J_0^2(g_n)] g_n} \cdot J_0\left(\frac{r}{R} g_n\right) \exp[-F_0 q_n^2] \quad (2.59)$$

kde pro F_0 platí $F_0 = a \cdot \tau / R^2$ a g_n jsou kořeny transcendentní rovnice.

Pro velká Biotova čísla (velký součinitel přestupu tepla, válec s velkým poloměrem, zhotovený z materiálu, který má malou tepelnou vodivost) je směrnice přímky $y = g/Bi$ malá, v limitě nulová a hodnoty kořenů rovnice se blíží hodnotám kořenů rovnice $J_0(g) = 0$, čímž vztah (2.59) přechází na (2.54), který je získán aplikací okrajové podmínky prvního druhu. Je vidět, že i v tomto případě teplotní profil nebude v podstatě ovlivněn podmínkami přestupu tepla s povrchu válce do okolního prostředí. [1]

III. PRAKTICKÁ ČÁST

FEMLAB je program pro vývojáře, vědecké pracovníky a díky široké nabídce funkcí pro zobrazování vypočtených výsledků je určen také i pro studenty. Používá se k modelování a simulaci fyzikálních procesů, které lze popsat parciálními diferenciálními rovnicemi. Takto definované úlohy jsou řešeny metodou konečných prvků. FEMLAB lze využít v oblastech jako je proudění v pórovitých médiích, chemické reakce, difúze, dynamika tekutin, biologie, elektromagnetismus, palivové články, prostup tepla, optika, kvantová mechanika, radiofrekvenční komponenty, mikrovlnná zařízení, polovodiče, pružnost a pevnost, mikroelektromechanické systémy – MEMS a další. Do řešení je možné zahrnout několik fyzikálních vlivů najednou (multifyzikální úlohy) a tak provádět komplexnější analýzu modelu.

Před nedávnem se vědci a inženýři snažili řešit netriviální diferenciální rovnice, které by se daly řešit správně a hlavně rychle. Naštěstí je tu počítačová technologie, která svým neustále se zvyšujícím vývojovým tempem ve všech oblastech především pak v designu a matematických algoritmech pomohla k vývoji tohoto programu. Tento program pracuje pod všemi populárními operačními prostředím jako je Windows či Unix. V tomto prostředí lze efektivně modelovat různé fyzikální jevy které již byly vyjmenovány výše. Tyto modely se dají zobrazovat v 1-D, 2-D a dokonce i ve 3-D spolu s animacemi.

To co tvoří tento software tak výjimečně silný je, že můžeme modelovat tyto různé fyzikální jevy současně přes jedno grafické rozhraní. Ke většímu ocenění tohoto multifunkčního programu jsou k nahlédnutí různé příklady. FEMLAB nám dovoluje spouštět různé simulace a umožňuje vyšetřovat různé aspekty našich experimentů. Různobarevné diagramy a grafy nám usnadňují práci a ukazují směr a oblasti zájmu. [2]

FEMLAB má důležitou výpočetní sílu přes intuitivní grafické rozhraní. Umožňuje řešit problémy komplexně, popisem těchto problémů pomocí obrázků, rovnic či vkládáním různých omezujících či okrajových podmínek. Dále můžeme vkládat různé objekty nakreslené v CADu. Dále ještě můžeme použít reálné objekty předdefinované FEMLABem.

Základní matematická struktura programu FEMLAB je orientována na systém parciálních diferenciálních rovnic (PDE). Mnoho systémů pro fyzikální modelování je odkázáno na textové zapisování těchto rovnic v jiných aplikacích. Ve FEMLABu můžeme tyto jevy modelovat virtuálně i samotné rovnice jako takové podle zákonů vědy. FEMLAB se dá také použít pro programování jednoduchých skriptů. Pokud zrovna běží modelování v nějakém čase, můžeme průběh zastavit v kterémkoli bodě, zhodnotit postup a metodiku a buď pou-

žít standardní postup a nebo odbočit k jinému náhledu na problém. Tato kombinace jednoduchého modelování, přizpůsobování a schopnosti rychlé improvizace, dělá FEMLAB nástroj s nadstandardními výhodami.

Kromě toho je FEMLAB rozšiřitelný o různé moduly a jelikož je stavěn na MATLABu, který je jeho základ, tudíž používá většinu základních standardů v technické praxi. Projekty z MATLABu se dají včlenit do FEMLABu a naopak. To nám dává určitou svobodu v kombinování, modelování, simulování a analýzy velkého množství numerických aplikací ve strojírenství a vědních oborech.

Další výjimečná vlastnost FEMLABu je automatické generování příkazů pro MATLAB.

Tato schopnost je velice užitečná pro mnoho účelů:

- a) V dokumentech mají projekty pochopitelnou podobu
- b) I ostatní se mohou naučit jak pracovat s funkcemi FEMLABu studováním generovaných příkazů, které znají z programu MATLAB.
- c) Uživatelé mohou exportovat příkazy, modifikovat je či dopisovat algoritmy, které zlepší parametry či optimalizují design.
- d) Dále také mohou uživatelé vytvořit model ve FEMLABu, zkonvertovat jej do série příkazů a vylepšit různými způsoby třeba použitím jiných softwarových nástrojů, algoritmů či pouhým experimentováním. [6]

2 ZÁKLADNÍ POPIS PROSTŘEDÍ FEMLAB

2.1 Model Navigátor

Model navigátor je dialogové okno, pomocí kterého uživatel zvolí nastavení FEMLABu tak, aby vyhovovalo jeho řešené úloze. Okno obsahuje pět stránek: *New*, *Model Library*, *User models*, *Multiphysics* a *Preference*.

2.2 Stránka New

New je stránka, ve které zvolíme v jakém geometrickém prostoru chceme pracovat a jaké prostředí pro naši úlohy nastavíme. Geometrie může být 1D, 2D a 3D.

pozn.:

Na této stránce volíme režim práce ve FEMLABu a je zde také přístup k rozšiřujícím modulům, které lze k FEMLABu zakoupit a které rozšiřují moduly v oblastech průmyslové chemie, v elektromagnetismu a v pružnosti a pevnosti.



Obr. 2.1 Model Navigátor (stránka New)

Nastavení aplikačního režimu, který chceme používat. Aplikační režimy mohou být následující:

- Fyzikální režimy v 1D: difúze a prostu tepla
- Fyzikální režimy ve 2D: elektromagnetismus střídavého proudu, vodivost stejnosměrných médií, difúze, elektrostatika, magnetostatika, prostup tepla, nestlačitelné proudění (Navier-Stokesovy rovnice), pružnost-pevnost (rovinná napjatost a rovinná deformace).
- Fyzikální režimy ve 3D: vodivost stejnosměrných médií, difúze, elektrostatika, magnetostatika, prostup tepla, nestlačitelné proudění (Navier-Stokesovy rovnice), pružnost-pevnost.
- PDR režimy pro modelování pomocí PDR
- Klasické režimy PDR (Laplaceova rovnice, Poissonova rovnice, Helmholtzova rovnice, rovnice tepla, vlnová rovnice, Schrödingerova rovnice, rovnice pro difúzní vedení
- Slabé režimy: Subdoména, okrajové podmínky, hrany (ve 3D), body, omezení okrajových podmínek [2]

2.3 Stránka Model Library

Stránka knihovny příkladů (Model Library) obsahuje kolem 80 řešených příkladů z různých oborů a oblastí fyziky. Ke každému příkladu je uveden popis úlohy, podrobný postup při práci v GUI (grafické prostředí) a zadání úlohy také z příkazového řádku. MATLABu. Úlohy jsou rozděleny podle použitých modelů – řešení samotným FEMLABem nebo jednotlivými rozšiřujícími moduly.



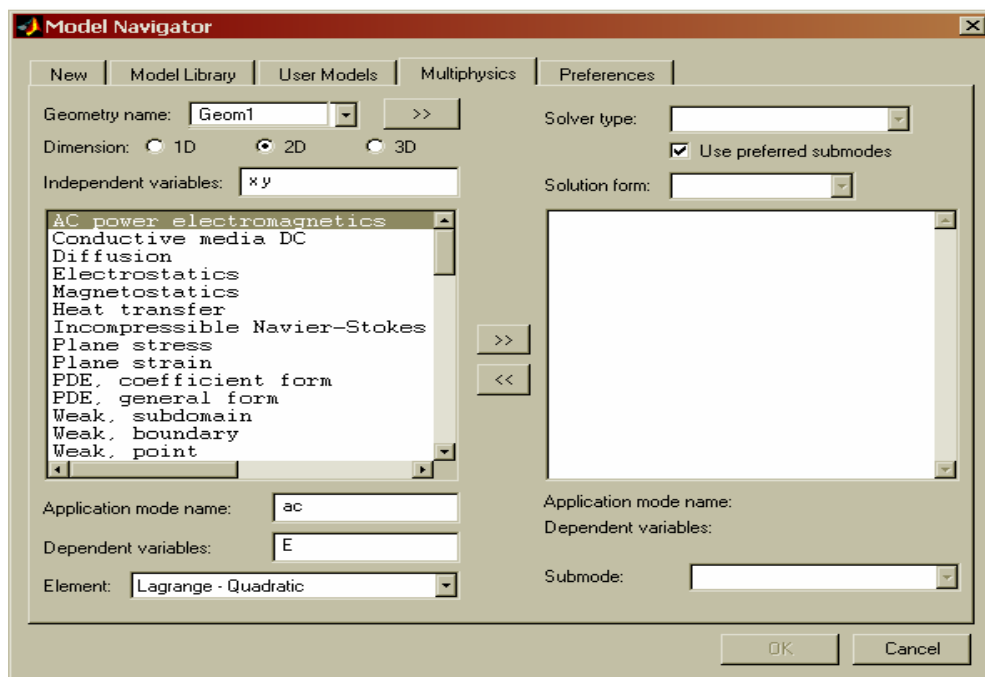
Obr. 2.2 Model Navigátor (stránka Model Library)

2.4 Stránka User Models

Uživatелеm vytvářené úlohy se zobrazují na stránce User Models. Je třeba zadat cestu k adresáři, ve kterém jsou modely uloženy. Zobrazen je binární soubor ve formátu .MAT, lze také vytvářet vlastní dokumentaci v HTML formátu.

2.5 Stránka Multiphysics

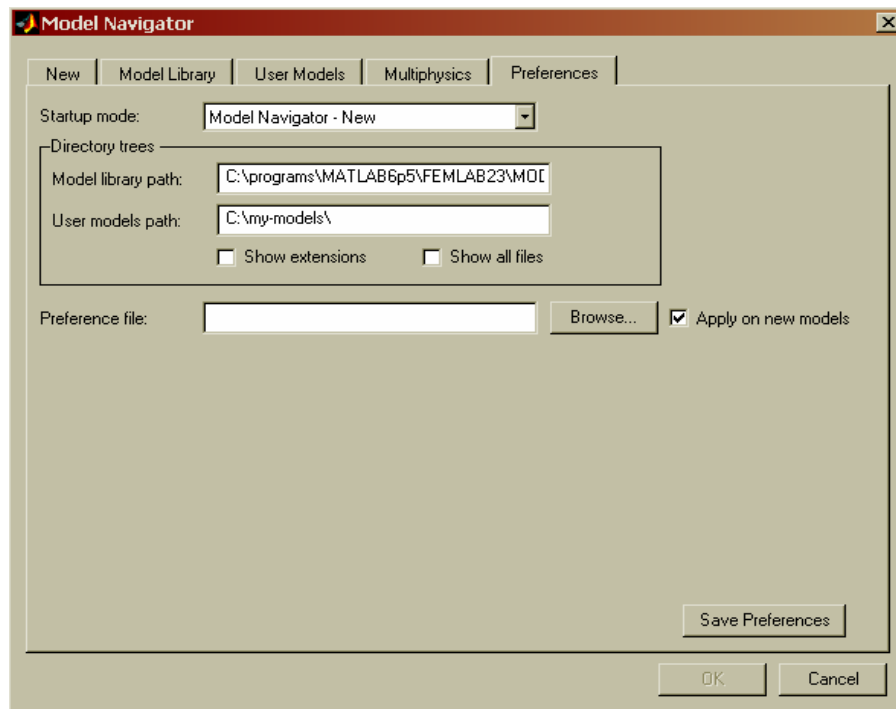
Nastavení multifyzikálního režimu, kdy v jednom geometrickém modelu působí více fyzikálních vlivů najednou.



Obr. 2.3 Model Navigátor (stránka Multiphysics)

2.6 Stránka Preference

Uživatel zde může určit, která stránka Model navigátoru se při spuštění FEMLABu zobrazí. Je zde možnost nastavit adresář se vzorovými příklady. Dále je možné nastavení adresáře ve kterém jsou uloženy modely vytvořené uživatelem. Jejich jména se zobrazí na stránce User Models. [6]



Obr. 2.4 Model Navigátor (stránka Preferences)

3 ZÁKLADNÍ POSTUPY PRO PRÁCI V PROSTŘEDÍ FEMLAB

1) Definování geometrie modelu

Objekty si můžeme kreslit sami. Dále můžeme využívat CAD prostředků pro modelování. solidů, pro 2D a 3D modelování jsou geometrická primitiva jako obdélník, kruh, elipsa, kužel, válec, elipsoid a koule. Bézierovy křivky, oblouky, čáry. Objekty lze skládat (Booleovské operace), geometrické modely lze importovat (DXF, IGES).

2) Definice okrajových podmínek

Okrajové podmínky mohou být zadávány v režimu „hraničním“ (boundary), v režimu hran (oba ve 3D) a v režimu bodů (ve 2D a 3D). Lze zadávat různé typy podmínek v různých doménách. V těchto režimech lze také zadávat počáteční podmínky v časově závislých úlohách. Lze také zadávat měnící se počáteční hodnoty pro různé domény, je zde možnost nastavovat periodické podmínky.

3) Definice vlastností materiálu (PDE koeficienty)

V režimech pro subdomény (geometrické oblasti) zadáváme vlastnosti materiálu nebo prostředí podle řešené úlohy, podle zvoleného aplikačního módu FEMLABu nebo zadáním koeficientů do rovnic v aplikačním režimu PDE. Každé doméně lze nezávisle zadávat rozdílné hodnoty, to znamená, že do jednoho modelu mohou zadávat několik vlastností materiálu. V tomto režimu se mohou také zadávat podmínky pro časově závislé úlohy a je možné nastavovat tyto podmínky v rozdílných subdoménách. [2]

4) Pokrytí modelu sítí

Uživatel má možnosti ovládat automatické pokrytí modelu sítí včetně její viditelnosti.

5) Řešení úlohy

Výběr řešiče a nastavení jeho parametrů, spuštění řešení úlohy.

6) Vykreslení výsledků, postprocessing

Nastavení možností při vizualizaci výsledků řešení. Vizualizovat lze v grafickém prostředí FEMLABu, nebo odděleně v grafickém okně MATLABu. Prostředky k vizualizaci mohou být plochy, kontury, směry proudění nebo toků nebo vektorová pole. V jedné vizualizaci lze kombinovat několik těchto prvků. Výsledky lze také znázorňovat v řezech řešené geometrie nebo ve zvolených bodech. V případě časově závislé úlohy lze volit řešení ve zvolených časových krocích. Řešení lze také animovat (i do externího souboru). Jsou zde také nástroje integraci oblastí (subdomén) a okrajů.

3.1 Grafické prostředí FEMLABu, ovládání programu

Vybírání objektů

- jeden geometrický objekt levým tlačítkem myši na vybíraný objekt
- několik objektů **Shift+klik** nebo **Ctrl+klik** na vybírané objekty
- kliknutím na průsečík několika objektů vybereme všechny
- kliknutím mimo grafické objekty výběr zrušíme
- dvojklik na grafický objekt otevře dialog
- výběr všech objektů buď z dialogu Edit – Select All nebo **Ctrl+a**
- použít lze také výběr oknem

Zobrazování přídavných informací

- v režimu zobrazení sítě lze zobrazit číslo prvku kliknutím na tlačítko na myši
- v **post** režimu ve 2D lze zobrazovat číselné hodnoty v aktuálním vykreslení na ploše nebo v konturách. Stačením tlačítka na myši zobrazíme hodnotu vykreslované vlastnosti v dialogu
- v **post** režimu v 1D lze kliknutím na oblast v hlavních osách zobrazit aktuální hodnotu

Pokud chceme získat hodnoty v několika bodech, lze příslušný model exportovat do pracovního prostoru MATLABu ve FEM struktuře. Použitím funkce `postinterp` v příkazovém okně MATLABu lze spočítat číselné hodnoty libovolného výrazu.

Zadávaní výrazů a vztahů MATLABu přes GUI

V mnoha editačních polích GUI FEMLABu lze zadávat výrazy MATLABu, jako např. nastavování okrajových podmínek nebo oblastí (subdomains). Pokud nastavujeme hodnoty parametrů jako výraz, např. jako funkce souřadnic x , y nebo z hodnot známých jako nezávisle proměnné, musí zápis odpovídat platným syntaktickým zásadám MATLABu.

Každý aplikační režim pracuje se soustavou proměnných oblastí (subdomén) a okrajových podmínek. Proměnné mohou být součástí výrazu MATLABu. Např. v elektrostatickém režimu má uživatel přístup k elektrickému potenciálu jako k proměnné oblasti. Nebo v plain stress aplikaci máme přístup k proměnným povrchovým tahům F_x a F_y jako k proměnným v okrajových podmínkách. [2]

Formát dat ve FEMLABu

FEMLAB může ukládat všechno, co vytvoříme v GUI a může jej kdykoli později znovu načíst. Modely lze ukládat buď v binárních souborech jako MAT-soubory nebo jako M-soubory MATLABu. M-soubory lze v textovém editoru modifikovat nebo rozšiřovat o další funkce MATLABu.

3.2 Grafické rozhraní pro práci ve 2D

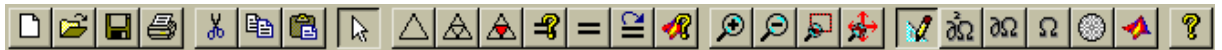
Názvy jednotlivých menu, které se používají v referenčním manuálu:

Menu bar – Horní řádek s názvy roletových menu



Obr. 3.1 Horní řádek s názvy roletových menu

Main toolbar – horní řádek obsahující ikony s některými funkcemi v roletových menu



Obr. 3.2 Ikony s některými funkcemi v roletových menu

Draw toolbar – sloupec s ikonami na levé straně grafického okna, který obsahuje některé funkce pro kreslení obsažené také v roletových menu. Sloupec na levé straně je jiný pro 2D a 3D kreslicí prostor.

Message log – řádky ve spodní části grafického okna, na kterých se zobrazují hlášení při práci s FEMLABem.



Obr. 3.3 Hlášení o provedených operacích

Status bar – spodní řádek v grafickém okně, obsahující přepínače a okno se souřadnicemi pohybujícího se kurzoru.



Obr. 3.4 Přepínače a okno se souřadnicemi kurzoru

V levé části se zobrazují souřadnice kurzoru (x, y), v režimu draw se zobrazují posuvy a rozměry geometrických objektů v editačním režimu. Položka **GRID** dvojklikem myši přepíná rastr na kreslicí ploše. Položka **EQUAL** přepíná rovnost os (např. aby kružnice nebyla zobrazena jako elipsa). **SNAP** přepíná uchopovací režim při vytváření geometrie nebo při editaci modelu. **MULTI** umožňuje opakované vykreslování vybraného grafického objektu. Položka **SOLID** přepíná možnost kreslit grafické objekty jako solidy nebo jako čáry. Použitelné jenom ve Draw režimu. **ORTHO** umožňuje kreslit objekty s čarami v pravoúhlých směrech.


Hlavní kreslicí plocha – grafický prostor pro zobrazování a vytváření řešeného modelu.

Axis scroll bars – rabátka v horní a pravé části Hlavní kreslicí plochy.


3.3 Geometrická primitiva ve 2D

Plochy:

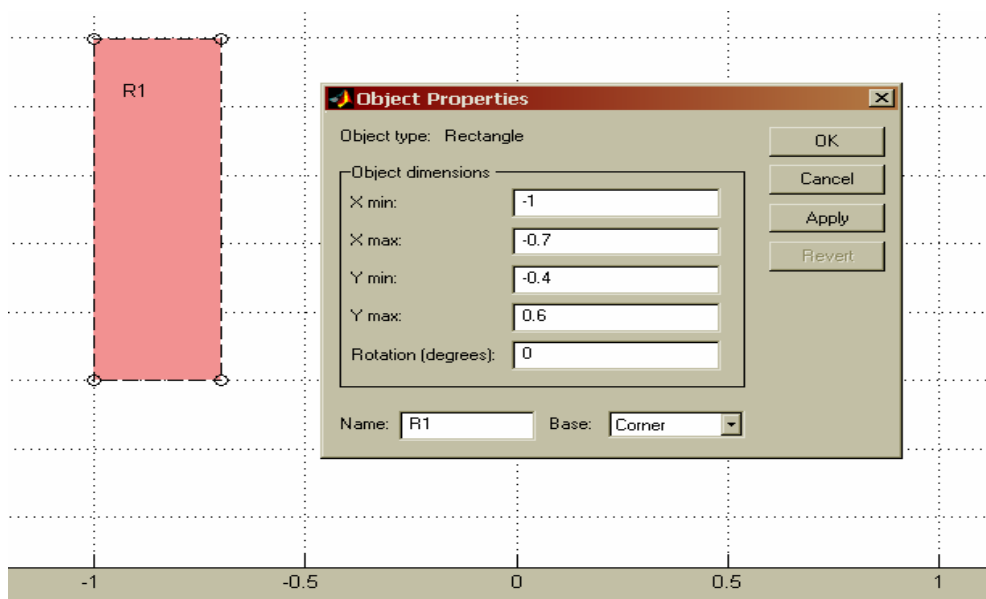
 *Obdélník* – zadání rohových bodů

 *Obdélník* – zadání středu

 *Elipsa* – zadání rohových bodů

 *Elipsa* – zadání středu

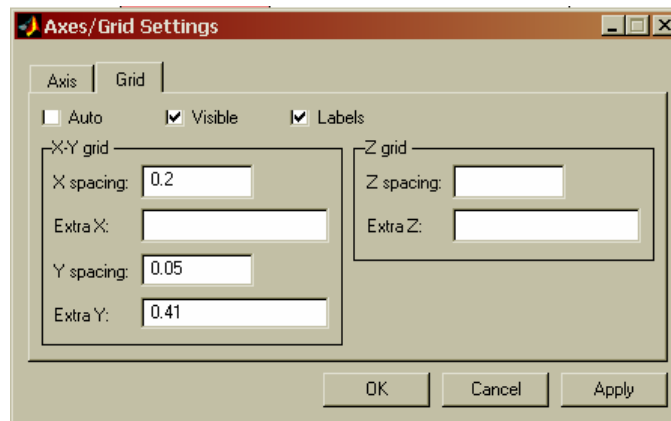
Dvojklikem na vykreslenou plochu se zobrazí dialog, ve kterém můžeme zadávat přesné souřadnice nebo objekt natáčet:



Obr. 3.5 Vlastnosti objektu

3.4 Nastavení prostředí v GUI

Před vytvářením modelu je užitečné nastavit pracovní podmínky v prostředí GUI. Patří k tomu nastavení maximálních hodnot os x a y, nastavení rastru – vzdálenosti mezi osami.

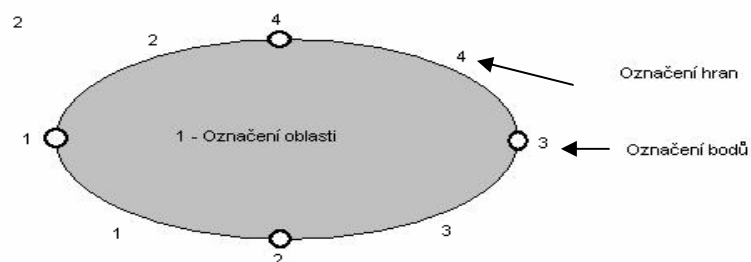


Obr. 3.6 Nastavení rozměrů os

3.5 Modelování geometrie ve 2D

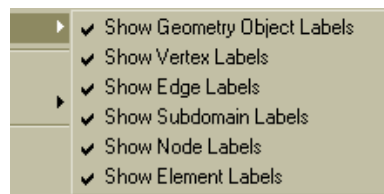
Grafické objekty jsou automaticky označeny unikátním jménem. Solidy obsahují hraniční část a vnitřní část – plochu. Někdy mohou mít solidy také vnitřní hranice, které plochu rozdělují. Tzv. subdomény k například k zadání vlastností materiálu. Body a ohrazení mohou řídit rozložení sítě uvnitř objektu – solidu. To se projeví i v následném zpracování (postprocessing).

Hranice solidů obsahují množství segmentů – hran. Například kružnice nebo elipsa obsahuje ve svých hranicích čtyři kruhové nebo eliptické části a jednu oblast – subdoménu:




Obr. 3.7 Značení hran, oblastí a bodů

Uvedené označování lze řídit z dialogu **Labels** v roletě **Options**.



Obr. 3.8 Zobrazení značení

Pokud pracujeme v tzv. **draw** režimu, ikona , zobrazuje pouze ohraničení objektu. Pracujeme-li v režimech *Point*, *Boundary* nebo *Subdomain*, všechna označení se zobrazí a korespondují s označením v příslušném dialogu.

Booleovské operace

V GUI lze se solidy dále pracovat použitím Booleovských funkcí a vytvářet tak složitější geometrické útvary. Existují tři operace:

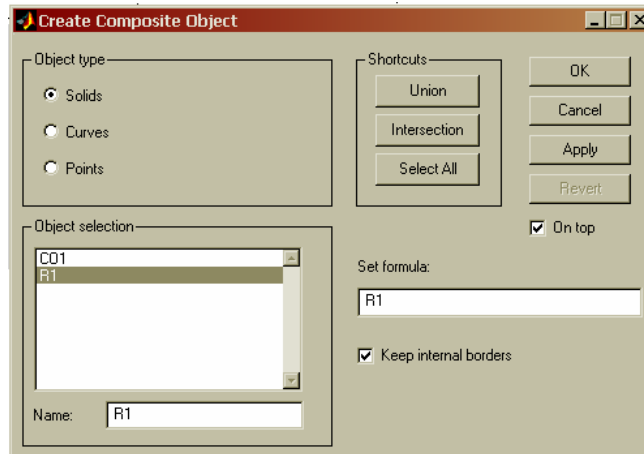
- *unision* (sjednocení)
- *intersection* (průnik)
- *difference* (rozdíl)

Booleovské operace lze provádět dvojím způsobem:

- použitím ikonových menu na levé straně GUI



- použitím dialogu **Create Composite Object** z rolety **Draw**:



Obr. 3.9 Slučování objektů

Ve FEMLABu není speciální příkaz pro ořezávání solidů (trim). K ořezání solidů lze využít jiný vhodný objekt a použít Booleovské operace. Vnitřní oblast nakresleného objektu lze rozšířit připojením dalšího grafického objektu. [2]

3.6 Grafické rozhraní pro práci ve 3D

Hlavní rozdíl mezi grafickým prostředím 2D a 3D je v možnostech při vytváření geometrického modelu, ve vizualizaci 3D geometrie a ikoně souřadnicového systému.

Menu bar – horní řádek s názvy roletových menu. Liší se od 2D roletou **Edge**. Také obsah některých roletových menu je jiný. Například roleta **Draw**, roleta **File** nebo menu **Options** v nástrojích pro vizualizaci ve 3D. Změny jsou také v menu **Boundary**, **Subdomain** a **Mesh**.



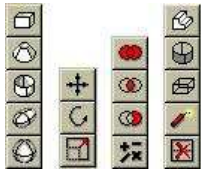
Obr. 3.10 Horní řádek s názvy roletových menu

Main toolbar – horní řádek obsahující ikony s některými funkcemi v roletových menu



Obr. 3.11 Ikony s některými funkcemi v roletových menu

Draw toolbar – sloupec s ikonami na levé straně grafického okna, který obsahuje některé funkce pro kreslení obsažené také v roletových menu. Sloupec na levé straně je jiný pro 2D a 3D kreslicí prostor.



Selection toolbar –



Orbit/Pan/Zoom toolbar –

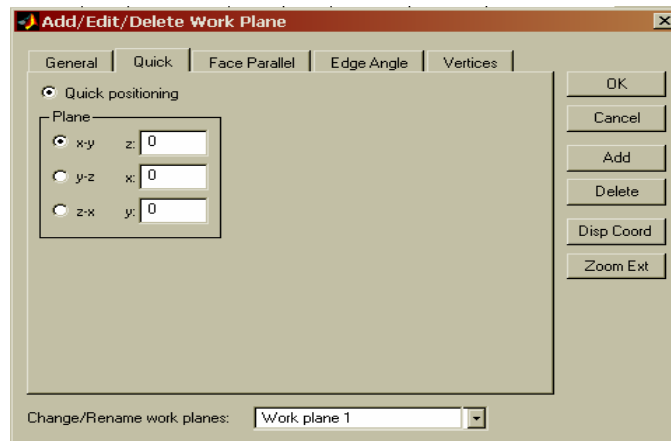


Podobně jako při práci ve 2D, jsou pro modelování ve 3D určeny základní objekty – primitiva: kvádr, kužel, válec, elipsoid a koule.

Další typy těles lze vytvářet protlačováním (Extrude) nebo rotací (Revolve). FEMLAB ještě umožňuje vkládat 2D objekty (Embed).

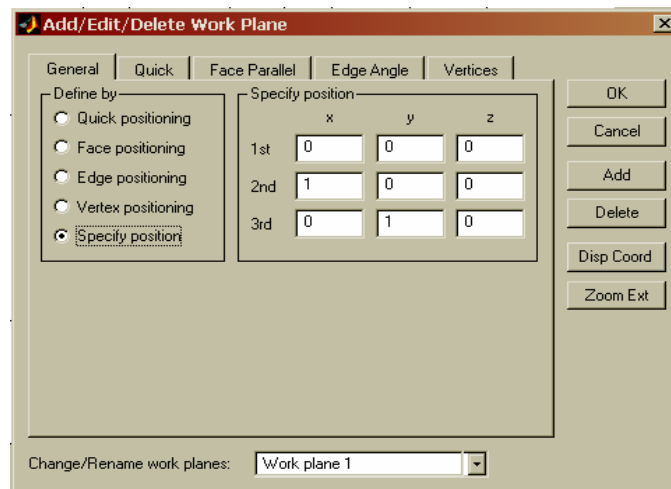
Při vytváření 3D objektů je výhodné používat pracovní roviny – **Work plane** z rolety **Draw**:

Rychlé nastavení roviny:



Obr. 3.12 Nastavení roviny (stránka Quick)

Nastavení tří bodů roviny:



Obr. 3.13 Nastavení roviny (stránka General)

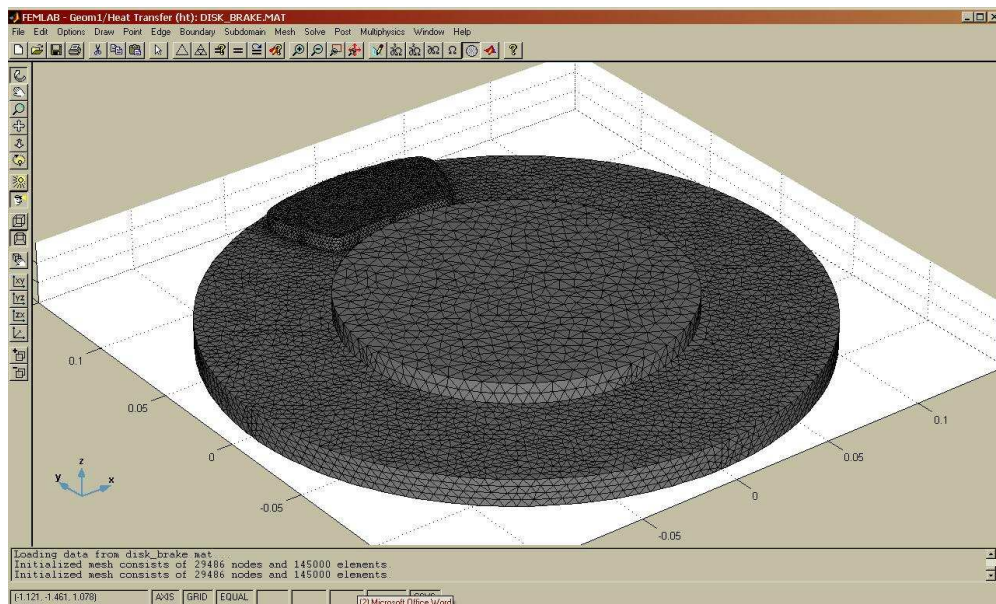
Pracovní rovina může být tvořena v libovolné poloze ve 3D prostoru. Dialog pro vytvoření pracovní roviny má 5 záložek. Na záložce **General** je uveden jejich přehled: **Quick positioning**, **Face positioning**, **Edge positioning**, **Verte positioing** nebo **Specify positionin**.

Quick positioning – vytvoření pracovní roviny xy , yz nebo zx (nebo s nimi rovnoběžné).
Při vytvoření roviny pomocí **Face positioning**, **Face positioning**, **Verte positioning** se

vyberou existující 3D objekty jako referenční body. Poslední možnost **Specify positron** pomáhá vytvořit pracovní rovinu pomocí tří bodů. [2]

Vytváření pracovních rovin je vhodné v případech, kdy např. tvoříme tělesa protlačováním nebo rotací profilu. Nastavením pracovní roviny se mění 3D GUI na 2D se všemi prostředky pro kreslení ve 2D.

Příklad objektu pokrytého sítí:



Obr. 3.14 Objekt pokrytý sítí

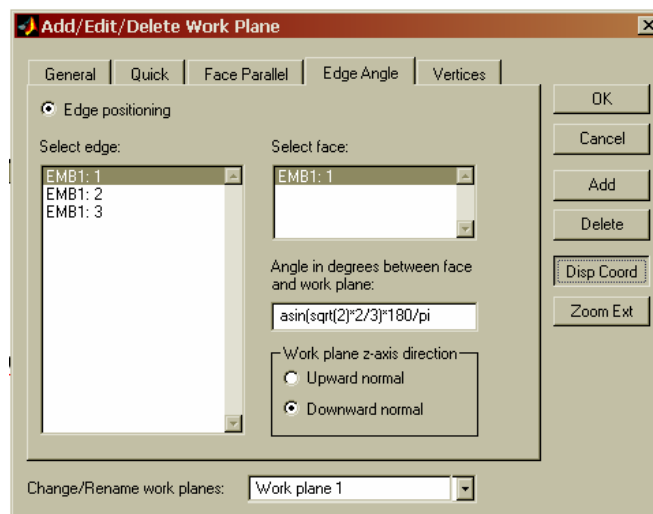
3.7 3D face objekty

Tyto objekty vznikají protlačováním nebo rotací křivkového objektu nebo vytvořením 3D objektu příkazem *embed*.

Příklad na použití pracovní roviny a různých typů grafických 3D objektů:

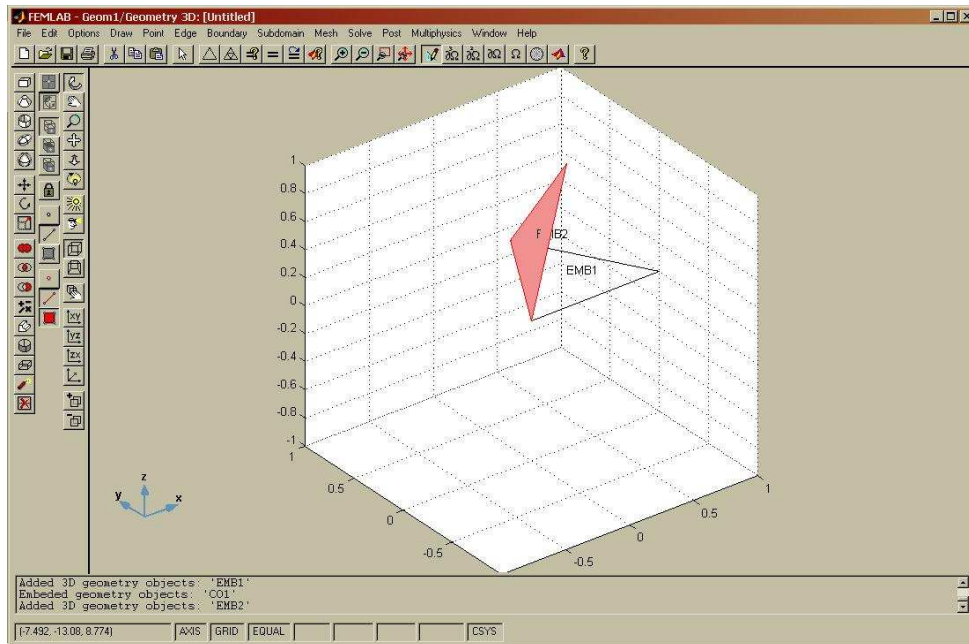
Vytvoříme jehlan z rovnostranných trojúhelníků, které tvoří čtyři plochy – vložené 2D plochy do 3D prostoru (příkaz **embed**) a tohoto dutého jehlanu vytvoříme těleso – solid příkazem **Coerce to solid**.

1. V model navigátoru zvolíme 3D prostor a položku *geometry only*. OK.
2. Z rolety **Draw** zvolíme ve spodní části **Work plane 1** (default je rovina xy)
3. Z dialogu **Axis and Grid settings** z rolety **Option** nastavíme na stránce **Grid** x- a y-settings hodnoty 0,5 a v položce Extra y-grid hodnotu $\sqrt{3}/2$
4. Ve **status bar** zkontrolujeme nastavení SOLID a SNAP.
5. Kreslení čáry z ikony Line z bodu (0,0) do bodů (1,0) a $(0,5(\sqrt{3}/2))$.
6. Otevřít dialog **Embed** z rolety **Draw**. OK.
7. K nakreslení další plochy je třeba nastavit pracovní rovinu. V dialogu **Add/Edit/Delete Work plane** zvolte stránku **Edge Angle**. Vyberte první položku **Edge positioning** a v poli (listboxu) *Select edge* vyberte první položku a do pole *Angle in degrees between face and work plane* zapište výraz $\text{asin}(\sqrt{2} \cdot 2/3) \cdot 180/\pi$. Potom změňte směr osy z na **Downward normal** a pro zobrazení souřadnicového systému použijte tlačítko **Disp Coord**.



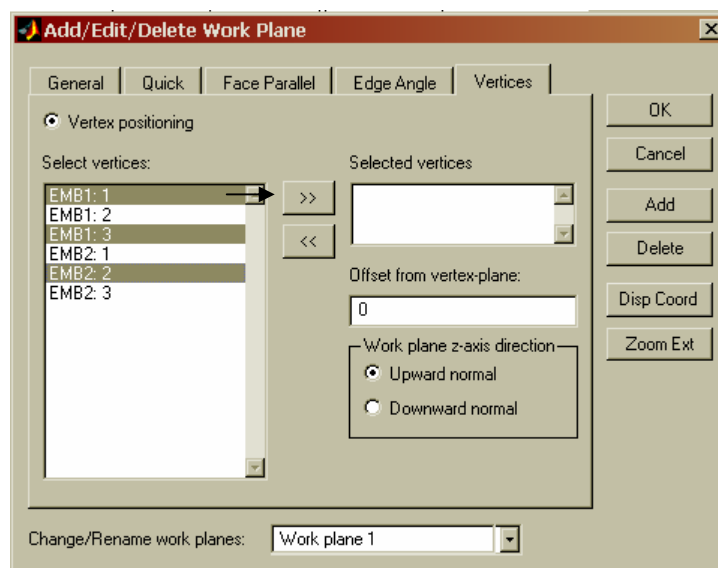
Obr. 3.15 Nastavení roviny (stránka Edge Angle)

8. Z rolety **Draw** vybereme položku *Work plane 1* a opět z rolety **Draw** použijeme příkaz **Embed**.



Obr. 3.16 Skládání 2D objektů do 3D objektu

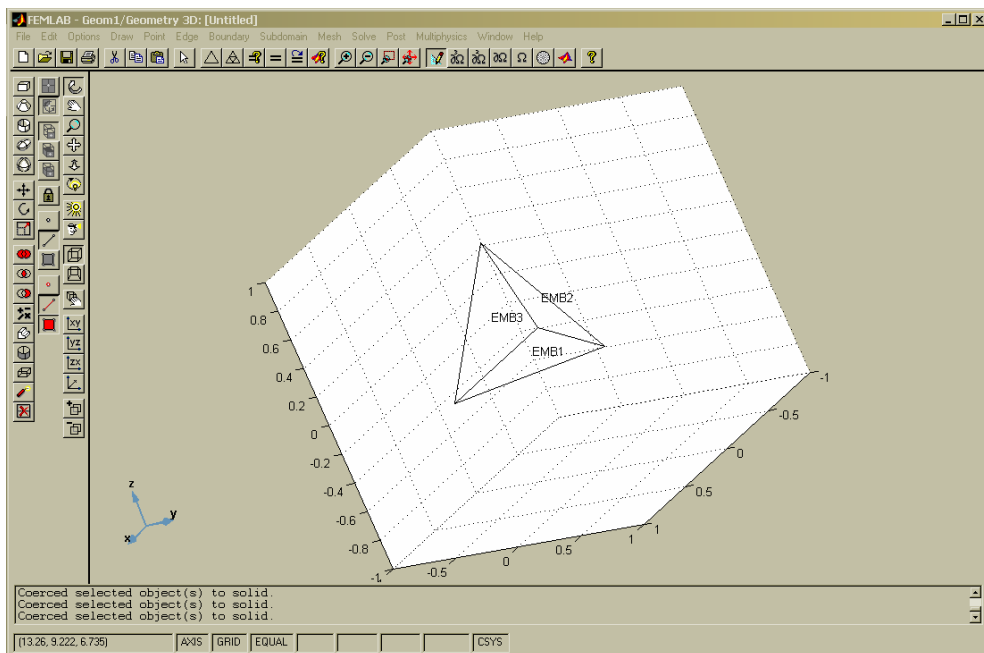
9. Vybereme oba objekty (např. Ctrl-a) a otevřeme dialog **Add/Edit/Delete Work Plane**, ve kterém otevřeme stránku **Verte position**. V seznamu na levé straně vybereme z trojúhelníku EMB1 vrcholy 1 a 3 a z trojúhelníku vrchol 2. (Výběr Ctrl a pravé tlačítko myši). Označené položky přesuneme do pravého seznamu. Tlačítkem **Disp Coord** zkontrolujeme plochu lokálního souřadnicového systému, potom OK. Nezapomeneme **Draw** a **Embed** pro vytvoření třetího trojúhelníku. [2]



Obr. 3.17 Výběr 2D objektů

10. Poslední trojúhelník vytvoříme stejným způsobem jako v kroku 9. – dialog **Add/Edit/Delete Work Plane** stránka Verticles. Z pravé strany odstraníme seznam a provedeme výběr tří bodů určující rovinu: z trojúhelníku EMB1 vrchol 3, z trojúhelníku EMB2 vrchol 1 a z trojúhelníku EMB3 vrchol 2. Kontrola natočení souřadnicového systému a OK.

11. Získali jsme čtyřstranný jehlan ze kterého vytvoříme jedno těleso – solid. Vybereme (Ctrl-a) všechny plochy a z rolety **Draw** položkou **Coerce to Solid** vytvoříme 3D těleso.



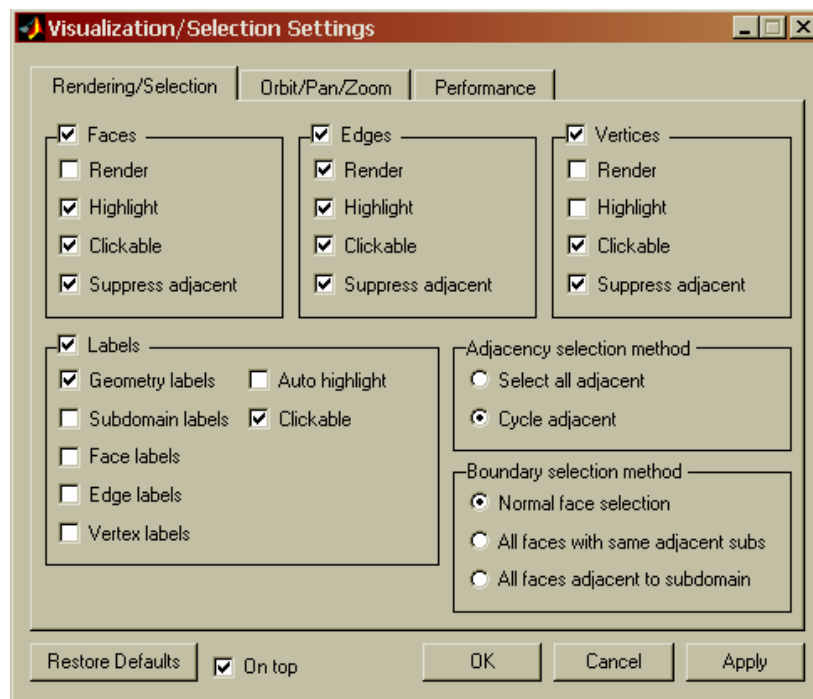
Obr. 3.18 Složení 2D objektů do 3D objektu

3.8 Vizualizace ve 3D

Vizualizace závisí na typu objektu, který se má vystínovat, nebo být osvětlen. Kvalitu vizualizovaného lze řídit přes dialogy v nastavení detailů geometrické sítě, grafického renderingu a volby osvětlení. 3D objekt se skládá z několika dalších objektů. Jsou to plochy, hrany a vertexy (vrcholy nebo uzlové body).

Například jeden válec – v řeči FEMLABu je to **subdoména** – která se skládá z šesti ploch, kdy plochy jsou ohraničeny 12 hranami. Tyto hrany jsou spojeny 8 vrcholy.

Geometrické objekty, které jsou spolu navzájem přímo spojeny, jsou přilehlé objekty. Proto všechny plochy, hrany a vrcholy jsou přilehlé objekty k subdoméně. Pro řízení vizualizace složí v roletě **Options** dialog **Visualization/Selection Settings**. Dialogu jsou další tři stránky: **Rendering Selection**, **Orbit/Pan/Zoom** a **Performance**



Obr. 3.19 Nastavení vizualizace (Stránka Rendering/Selection)

Vlastnosti přilehlých objektů lze potlačit, zobrazit skryté objekty, pokud je složitější geometrický objekt. Ve FEMLABu lze potlačit geometrické objekty, subdomény a plochy (kolonka Suppress adjacent).

3.9 Kvalita vizualizace

Ve FEMLABu lze zlepšovat kvalitu vizualizace. Lze regulovat rozlišení geometrických objektů, nastavovat typ renderu a osvětlení objektu. Dispozici jsou dva světelné zdroje:

Headlight – osvětlení ze směru pohledu na model

Scenlight – osvětlení z dalekého zdroje

Lze měnit odrazivost osvětleného modelu

Flat – stejné osvětlení trojúhelníku na povrchu objektu

Gouraud – osvětlení počítá barvy vrcholů a interpoluje barvy na ploše

Phong – osvětlení interpoluje normály k plochám, počítá i odrazivost pro každý pixel (lepší než Gouraud)

Odrazivost objektu lze řídit volbou materiálu v list-boxu Reflection : *Default, Dull, Metal* a *Shiny*.

Lze volit dva typy renderů. Z-buffer a OpenGL – pracuje několikrát rychleji než Z-buffer a předpokládá podporu instalované grafické karty.

Detaily geometrické sítě

V dialogu **Visualization/Selection Settings** na stránce **Performance** lze specifikovat detaily geometrické sítě.

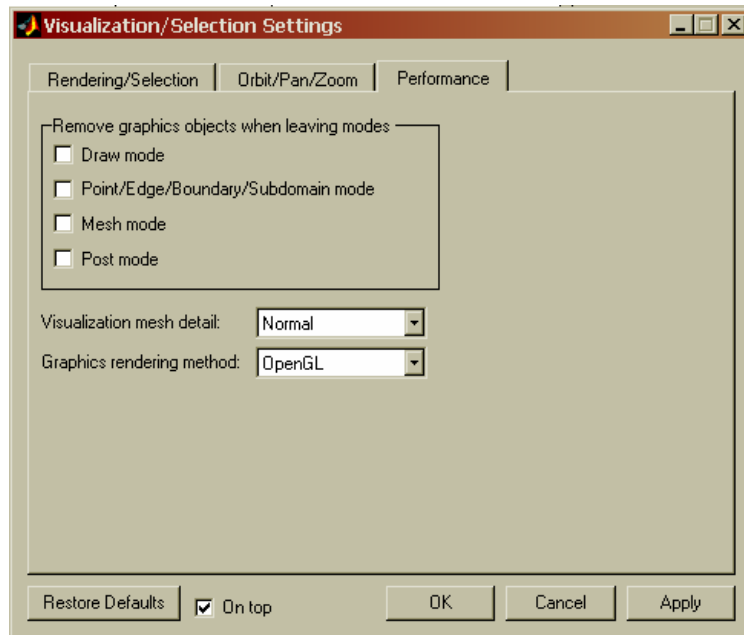
Volby jsou **Fine, Normal, Coarse** a **Extra Coarse**. Ovládá se tím počet polygonů, které FEMLAB použije pro výpočet k renderování povrchů geometrie. Toto nastavení se týká pouze zobrazení a nekoresponduje s nastavením sítě pro řešení úlohy. [2]

3.10 Renderování velkých geometrických objektů

Následuje popis některých technik pro úsporu paměti, pracujeme-li s velkými modely na počítačích s limitovanou pamětí a procesorem.

Plošné objekty vyžadují nejvíce paměti, proto je třeba je pro úsporu paměti eliminovat. V dialogu **Visualization/Selection Settings** na stránce **Rendering/Selection** odstraníme položky **Render, Highlight** a **Clickable** (viz dialog nahoře). K vykreslení drátového modelu musí být vyznačen render ve frejmu **Edges**.

Je třeba mít na paměti, že pokud FEMLAB jednou geometrický model s ploškami vystínuje, udržuje pro vykreslení ploch větší hodnoty geometrické sítě až do regenerace geometrie i když se vypne render všech ploch. Abychom si byli jisti, že pracujeme z co nejmenší sítě, pro jistotu před vytváření modelu vypneme render ploch nebo **Performance**, položka *Visualization Mesh Detail*.



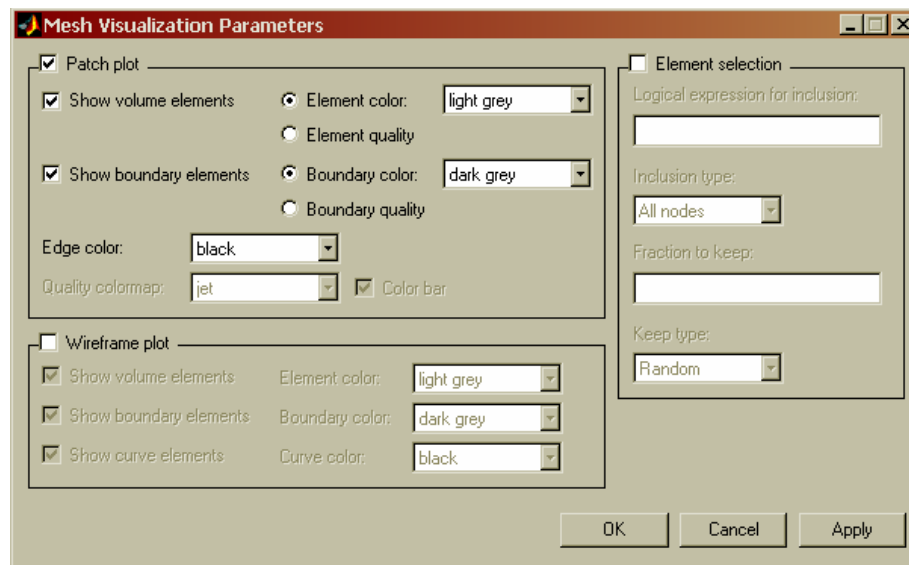
Obr. 3.20 Nastavení vizualizace (Stránka Performance)

Na stejné stránce dialogu pod *Remove graphics objects when leaving modes* jsou vyznačeny grafické objekty. Jejich označením se všechny vymažou, pokud již nepotřebujeme během modelování uvolňovat paměť.

Při použití renderu *OpenGL* je nárok na paměť úměrný velikosti renderovaného okna. Paměť lze také výrazně ušetřit přepnutím renderu na *Z-buffer*. [5]

3.11 Vizualizace sítě

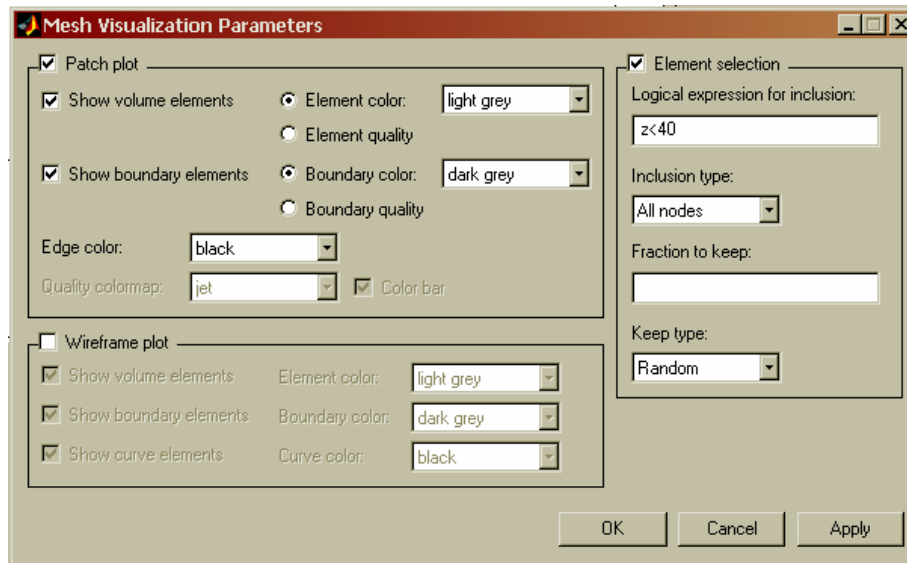
Z rolety **Mesh** otevřeme položku **Vizualization Parameters**. Každý model ve 3D se před výpočtem pokryje sítí. Tato síť se vytváří na povrchu a uvnitř tělesa. Podle toho se rozlišují objemové (volume elements) prvky a hraniční (boundary elements) prvky.



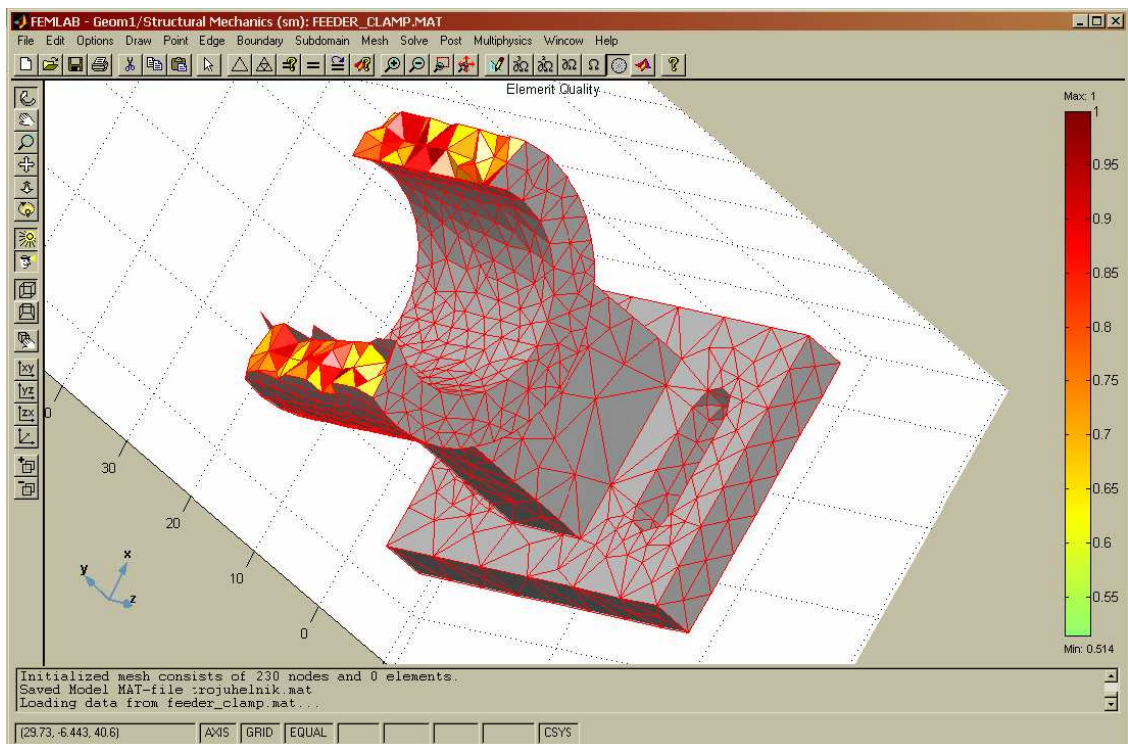
Obr. 3.21 Nastavení vizualizace sítě

Ve frejmu **Patch plot** volíme, jak se vykreslí jednotlivé plošky ohraničené sítí a objemové prvky. Lze nastavovat barvu a zobrazovat tak kvalitu vygenerované sítě. Ve frejmu **Wireframe plot** můžeme vybírat způsoby vykreslování a drátového modelu sítě. Zobrazil lze objemové prvky, prvky na povrchu modelu (boundary elements) a zakřivené prvky (curve elements). Na pravé straně je frejm **Elements selection**. Pole označené jako **Logical expression for inclusion** může obsahovat jakýkoli výraz MATLABu ve vztahu k souřadnicím x , y , z a určuje která část sítě je určena pro zobrazení. Toto pole souvisí s listboxem **Inclusion type** obsahujícím tři možnosti. Položka *All nodes* jakékoli prvky, které splňují zadanou podmínku. Položka *Any node* pokrývá poslední prvky, které tuto podmínku splňují. Podmínky *Xor* vybírá prvky, z nichž některé, ale ne všechny splňují zadanou podmínku.

Editace pole **Fraction to keep** umožňuje specifikovat část z celkového množství objemových prvků, které se mají vykreslit. [2]



Obr. 3.22 Nastavení vizualizace sítě (řez)



Obr. 3.23 Objekt pokrytý sítí (řez)

Dále se objektům zadávají vlastnosti materiálu a okrajové podmínky, ale tomuto tématu se budu podrobněji věnovat níže, proto již nebudou předmětem této základní příručky.

4 SROVNÁNÍ ANALYTICKÉHO A NUMERICKÉHO ŘEŠENÍ V PROSTŘEDÍ FEMLAB

4.1 Analytické řešení pro specifickou desku

Polotovár s polypropylenu o tloušťce 1,2 cm a délce 1,6 m a šířce 0,25 m, o počáteční teplotě 20°C je ohříván v ustalovací komoře o teplotě vzduchu 80°C. Polotovár je v komoře umístěn ve vodorovné poloze a je uchycen za oba konce. Úkolem je určit průběhy teplotních polí pro různé doby ohřevu (5 min, 10 min, 30 min, 1 hod, 4 hod.).

$t_p = 20 \text{ }^\circ\text{C}$	PP – polypropylen	v – vzduch
$t_0 = 80 \text{ }^\circ\text{C}$	$\rho_{PP} = 0,907 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$	$\rho_v = 1,056 \text{ kg/m}^3$
$t_{st} = 50 \text{ }^\circ\text{C}$	$\lambda_{pp} = 0,22 \text{ W/m.K}$	$\lambda_v = 2,72 \cdot 10^{-2} \text{ W/m.K}$
$\tau_1 = 300 \text{ s}$	$C_{pPP} = 2 \cdot 10^3 \text{ J/kg.K}$	$C_{pv} = 1,02 \cdot 10^3 \text{ J/kg.K}$
$\tau_2 = 600 \text{ s}$		$\nu_v = 18,6 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$
$\tau_3 = 1800 \text{ s}$		$Pr = 0,73$
$\tau_1 = 3600 \text{ s}$		$a_v = 2,53 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$

$$Nu = (Gr \cdot Pr)^n$$

$$Gr = \frac{g \cdot l^3}{\nu^2} \beta \cdot \Delta t$$

$$Nu = 0,135(82264078,1 \cdot 0,73)^{0,33}$$

$$Gr = \frac{9,81 \cdot 0,25^3 \cdot 60}{(18,6 \cdot 10^{-6})^2 \cdot 323,15}$$

$$Nu = 52,8662$$

$$Gr = 82264078,1$$

$$t(x, \tau) = t^* (t_p - t_0) + t_0$$

$$\alpha = \frac{Nu \cdot \lambda_v}{l} = \frac{52,8662 \cdot 2,72 \cdot 10^{-2}}{0,25} = 5,7518 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$$

$$Bi = \frac{\alpha \cdot b}{\lambda_{pp}} = \frac{5,7518 \cdot 0,006}{0,22} = 0,1569$$

$$t^* = 2 \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(q_n) \cdot \cos(q_n \cdot \frac{x}{b}) \cdot e^{-((q_n) \cdot F_0)}}{q_n + \sin(q_n) \cdot \cos(q_n)}$$

$$F_0 = \frac{a \cdot \tau}{b^2} \quad a = \frac{\lambda_{pp}}{\rho_{pp} \cdot c_{p_{pp}}} = 1,2128 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2 / \text{s}$$

Určení Fourierovy konstanty

$$\tau_1 = 300 \text{ s} - Fo = 1,017$$

$$\tau_1 = 600 \text{ s} - Fo = 2,0213$$

$$\tau_1 = 1800 \text{ s} - Fo = 6,064$$

$$\tau_1 = 3600 \text{ s} - Fo = 12,128$$

$$\tau_1 = 14400 \text{ s} - Fo = 48,512$$

Kořeny transcendentní rovnice

$$q_1=0,386 \quad q_4=9,4414 \quad q_7=18,8579 \quad q_{10}=28,2799$$

$$q_2=3,1907 \quad q_5=12,5788 \quad q_8=21,9983$$

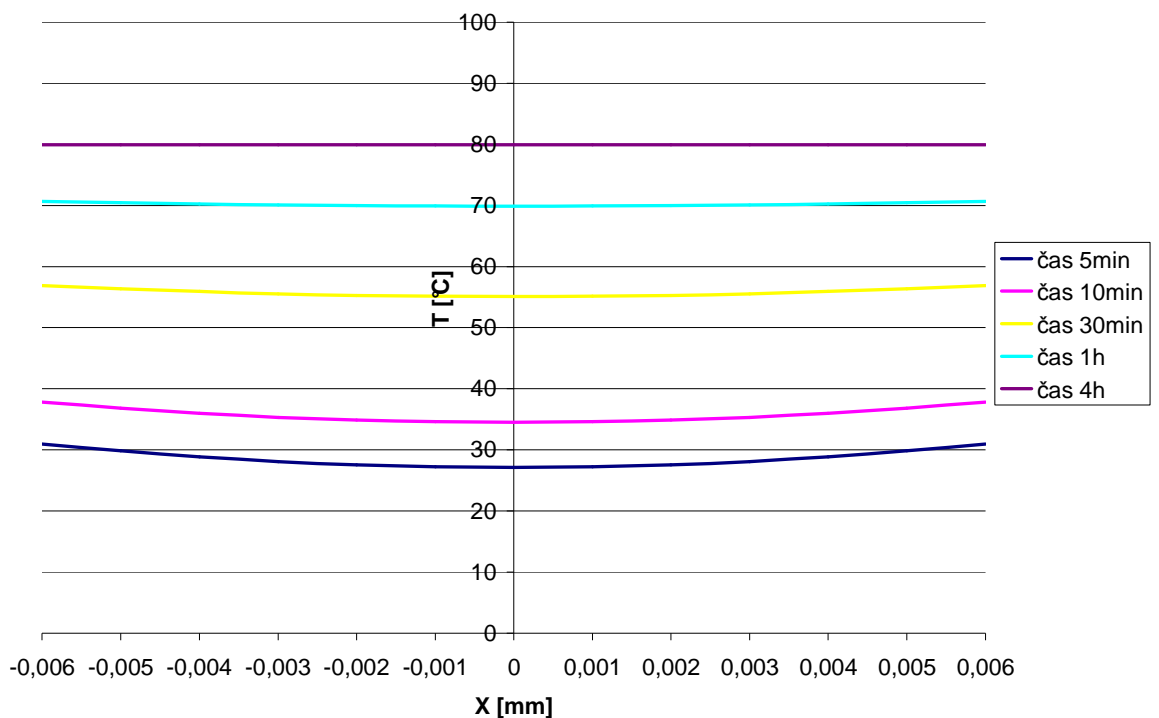
$$q_3=6,308 \quad q_6=15,7179 \quad q_9=25,139$$

Tabulka vypočítaných teplot $t(x, \tau)$ pro různé doby ohřevu pro vypočítané α :

Tab. 1. Teploty v různých místech vzorku v čase

x	0,006	0,0050	0,0040	0,0030	0,0020	0,0010	0,0000
čas 5min	31,001	29,823	28,851	28,092	27,547	27,219	27,110
čas 10min	37,851	36,837	36,002	35,348	34,880	34,598	34,504
čas 30min	56,922	56,367	55,909	55,552	55,295	55,141	55,089
čas 1h	70,650	70,425	70,240	70,095	69,991	69,928	69,907
čas 4h	79,958	79,957	79,956	79,956	79,955	79,955	79,955

Graf vypočítaných průběhů teplotních polí pro různé doby ohřevu pro vypočítané α :



Závěr:

Výpočty $t(x, \tau)$ v tabulkách jsou prováděny pomocí programu Excel pro q_1 až q_6 , které jsem rovněž určil pomocí programu Excel. S více q není potřeba počítat protože na výslednou teplotu $t(x, \tau)$ nemají vliv. Výsledný graf je časová závislost teploty pro různé doby ohřevu v určitých částech desky.

4.2 Numerické řešení pro specifickou desku

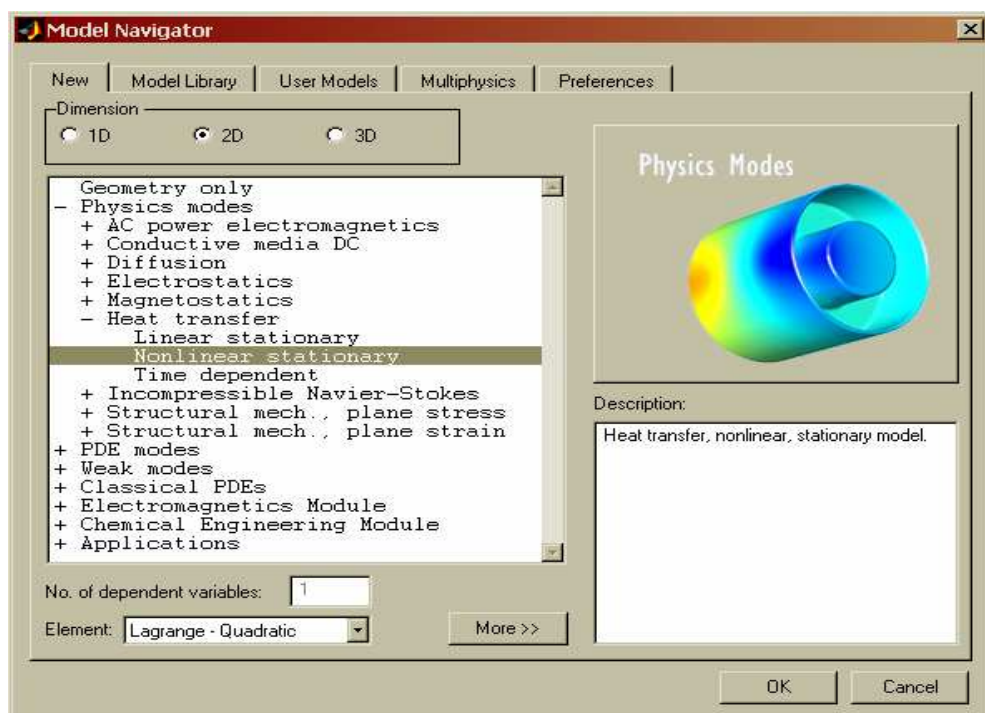
Pokud nemám přímo odkaz na vlastní spuštění FEMLABu, spustím si MATLAB a do příkazového řádku vepíši příkaz

```
femlab
```

Samozřejmě musím mít Software řádně nainstalován a v MATLABu zadanou cestu k domovskému adresáři, kde mám software nainstalován.

Při spuštění FEMLABu se mi automaticky otevře okno s názvem **Model Navigator**. Zde si nastavím parametry FEMLABu tak, aby vyhovovaly mojí úloze. Pro tuto úlohu je nejvhodnější zvolit **Physics modes\Heat transfer\Non-linear stationary**.

Je to fyzikální režim ve 2D pro nestacionární sdílení tepla.

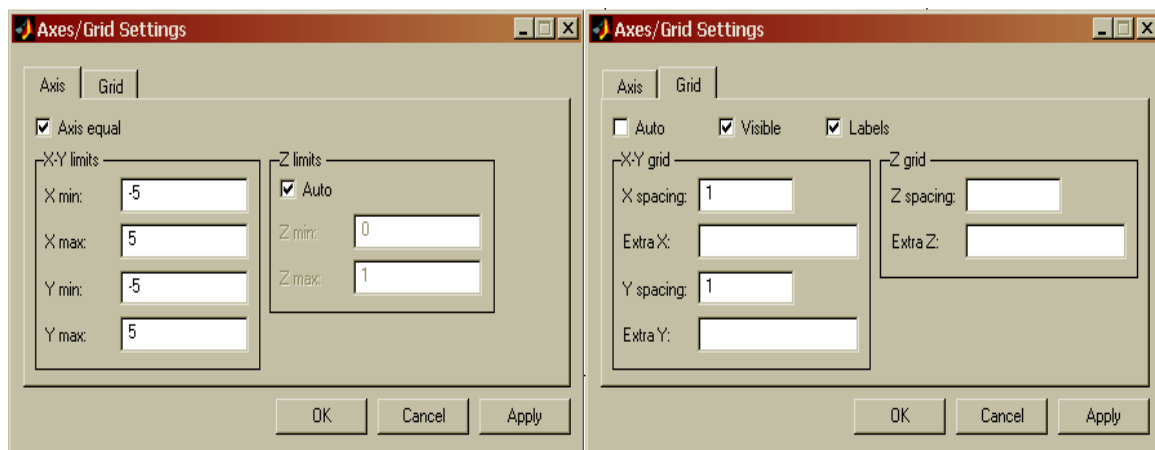


Obr. 4.1 Nastavení módu pro nestacionární sdílení tepla

Pozn.: Je třeba zadat již na začátku řešení problému fyzikální typ úlohy, jelikož program mi nastavuje nástroje pro řešení. Z předchozí zkušenosti mohu potvrdit, že při dodatečném nastavování typu úlohy mohou vyvstat problémy v řádném chodu programu.

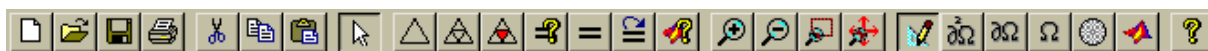
Dále je potřeba si nadefinovat osy a jejich, jejich maximálních a minimálních hodnot, jelikož každý objekt může mít jiný rozměr.

Nastavení os si nadefinuji v menu **Options/Axes/Grid Settings**. Zde si mohu nastavit speciální osy pro přesně stanovené rozměry materiálu, ale já to neudělám, abych mohl ukázat i jiný způsob určení přesných rozměrů. Nastavím rozmezí os od 5 do -5. Dále si přepnu na záložku **Grid** a nastavím rast tak, aby byl od sebe vzdálen na obou osách o jeden krok.



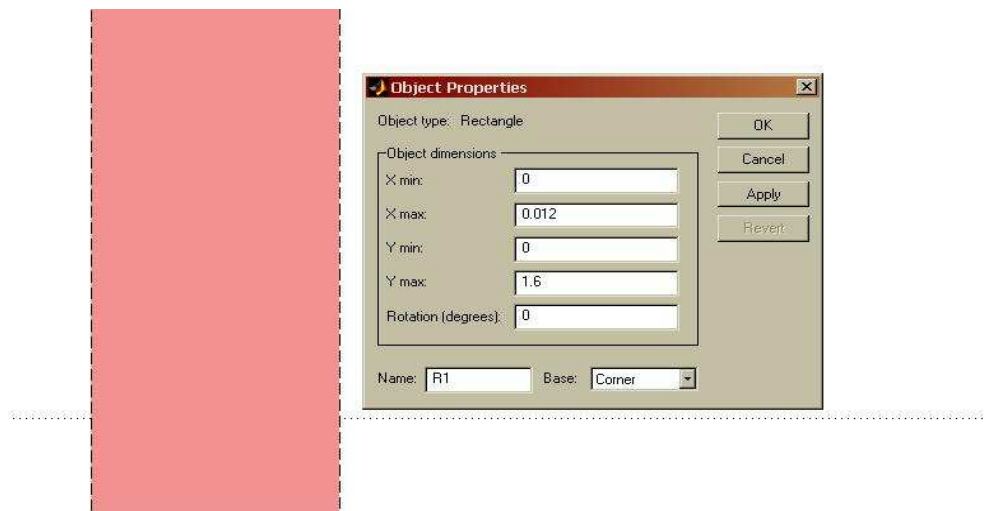
Obr. 4.2 Nastavení rozmezí os

Pozn.: Pro lepší znázornění si použitím symbolu lupy v horní nástrojové liště mohu plochu libovolně přibližovat či zvětšovat.




Nyní přejdu k nakreslení jednoduchého objektu tvaru obdélníku. Z nástrojové lišty na levé straně obrazovky je možno vybrat více způsobů pro nakreslení obdélníku mnou požadovaných rozměrů. Obdélník pro zadání rohových bodů nebo obdélník pro zadání středu. Pro tento příklad použiji například první z nich a nakreslím obdélník o požadovaném rozměru.

Dvojklikem na jednoduše nakreslenou desku se mi otevře okno, kde přesně zadám rozměry.



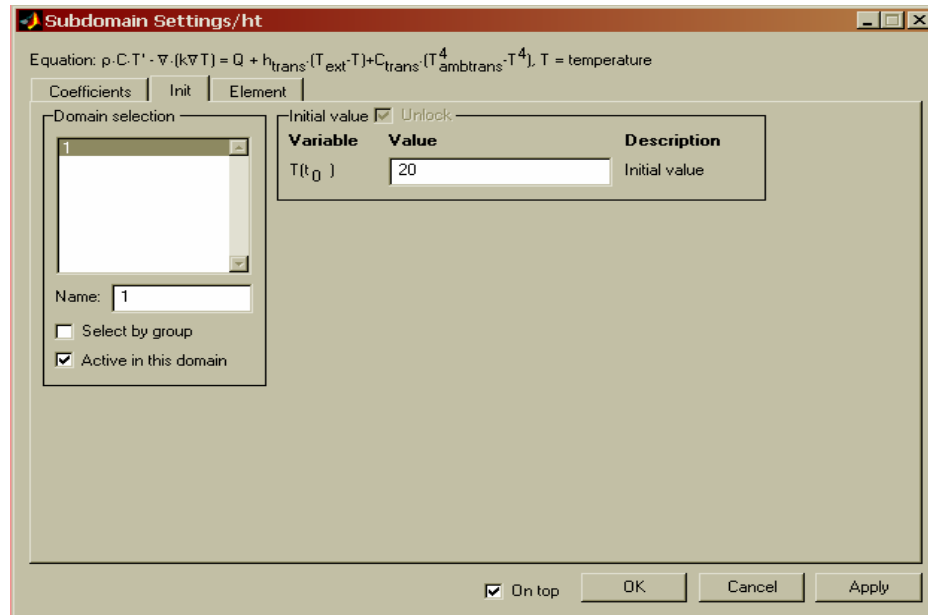
Obr. 4.3 Nastavení přesných rozměrů dle zadání

Nyní mám nakreslen požadovaný objekt ve 2D a jako další krok jsou vlastnosti materiálu. Nyní si určím podmínky pro správný postup řešení jako jsou vlastnosti materiálu, ze kterých má být objekt. Je možné nastavit specifické vlastnosti pro každý objekt či subdoménu v režimu subdomén. V mém případě se jedná o polypropylen, který má své specifické vlastnosti. Bude se jednat o složení materiálu a jeho tepelné vlastnosti.

Vlastnosti materiálu zadám v **Subdomain Settings** v menu **Subdomain** nebo kliknu na ikonu  v nástrojové liště s následným poklepnutím na objekt. Zde zadávám počáteční teplotu objektu, hustotu materiálu, tepelnou kapacitu, koeficienty pro přestup tepla atd. V tomto případě zanedbávám sdílení tepla sáláním, protože to je velmi malý vzorek, a proto část parciální diferenciální rovnice pro „sdílení tepla sáláním“ vynuluji.

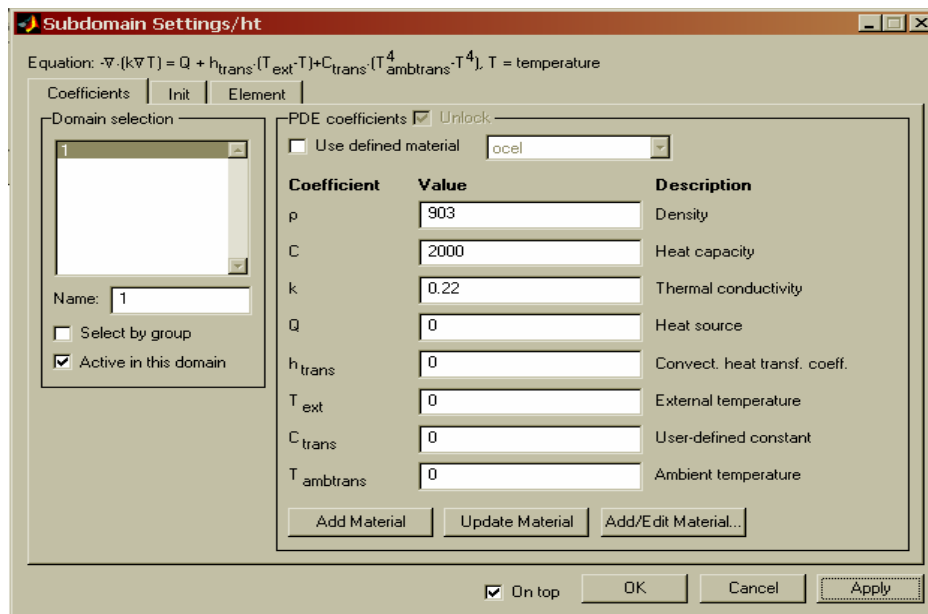
Přepnutím na záložku **Init** a do kolonky **Initial value** vepíši počáteční teplotu objektu. Počáteční teplota v tomto případě je 20°C.

Pozn.: Pozor na správné zadávání koeficientů!!! Součinitel tepelné vodivosti λ se v prostředí FEMLAB značí jako k a součinitel přestupu tepla α se značí jako h !



Obr. 4.4 Zadání počáteční teploty materiálu

Dále zadám příslušné koeficienty náležící materiálu, které jsou jeho hustota, koeficient přestupu tepla a měrná tepelná kapacita.

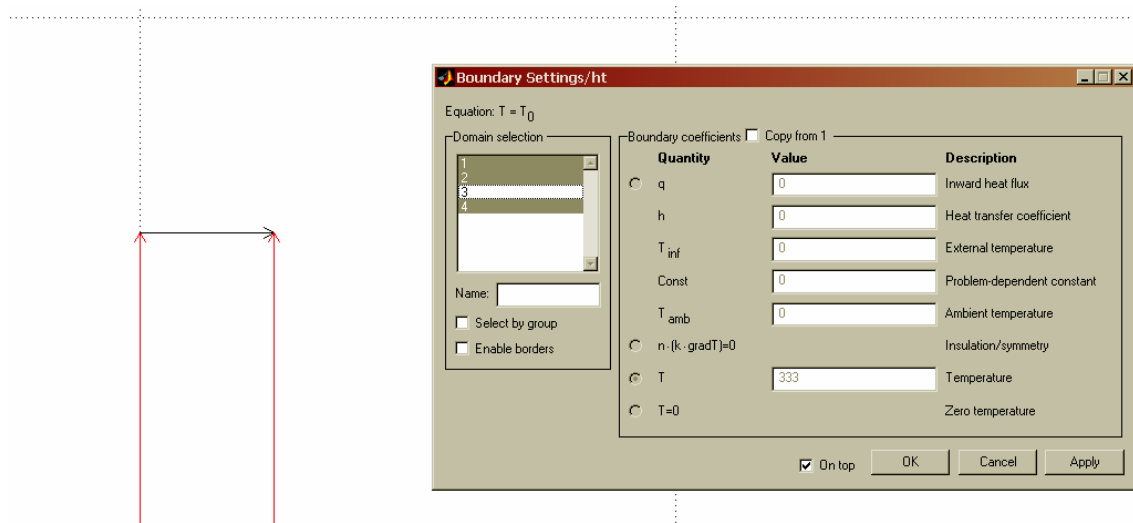


Obr. 4.5 Zadání koeficientů materiálu

Nyní jsem skončil s definováním počáteční teploty a vlastnostmi materiálu z polypropylenu. Provedu tedy další krok a tím jsou okrajové podmínky. Okrajové podmínky hrají velmi důležitou roli, jelikož jsou různé pro různé druhy objektů, materiálů, rozměrů atd.

Na řadě je ustalovací komora vyhřívána vzduchem, se kterou tyto okrajové podmínky souvisejí. Okrajové podmínky zadávám v menu **Boundary** kde vyberu **Boundary Settings...**

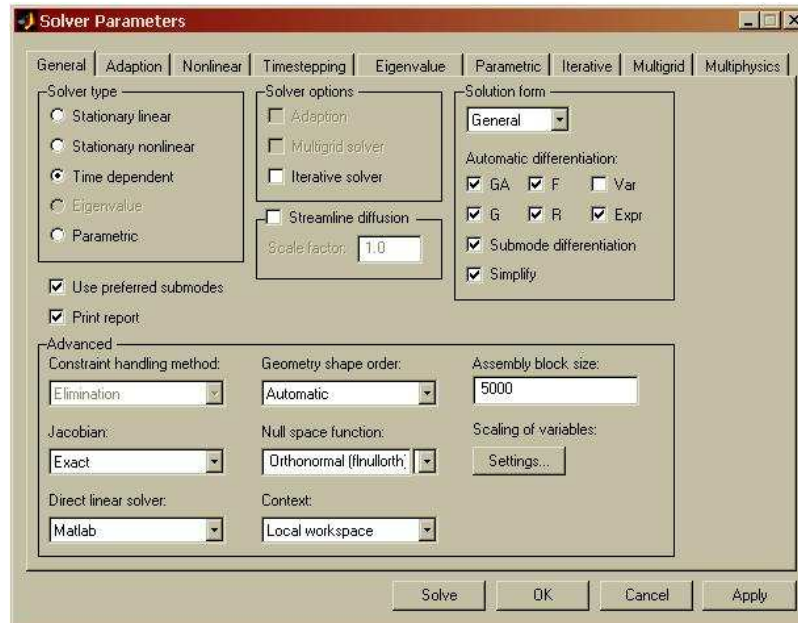
které mi otevře následující dialogové okno. Zde zadám vhodné okrajové podmínky pro můj příklad ze sdílení tepla.



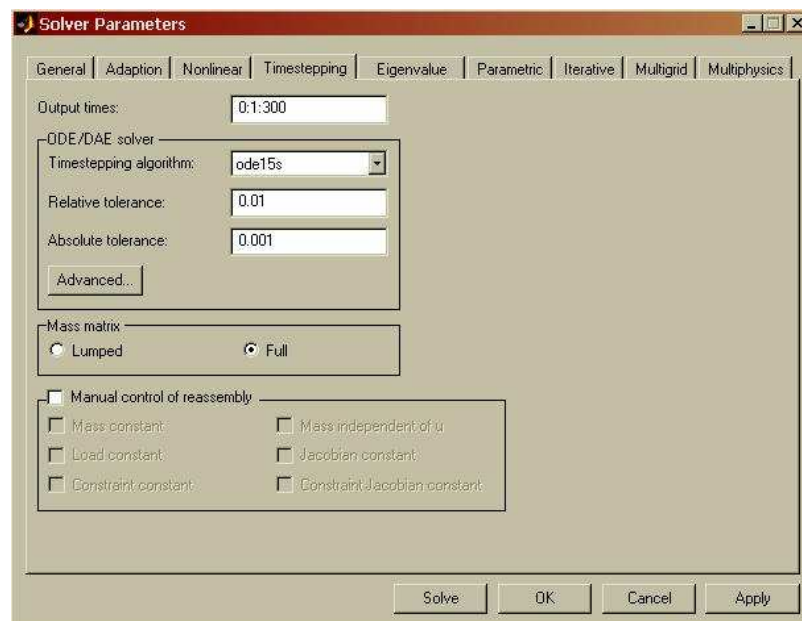
Obr. 4.6 Zadání okrajových podmínek materiálu

Zde jsem uvedl okrajové podmínky jako je teplota v ustalovací komoře a na které okraje materiálu působí. Dále pak za které konce jsou uchyceny. V okénku **Domain Section** jsem si s pomocí klávesy **Ctrl** a pravým tlačítkem myši označil okraje, pro které jsem zadal počáteční teploty a teploty pro okraje za které je uchycen. Označené okraje se vysvětlí červeně či jinou barvou dle počáteční podmínky.


A teď se dostávám k hlavní dynamické části, kterou je čas. Z nabídky **Solve** vyberu **Parameters**. Na záložce **General** přepnu z **non linear stationary** na **time dependent**. Na další záložce s názvem **Timestepping** zadám, v kolonce **Output times**, časy pro řešenou úlohu. Syntaxe zápisu je následující. První číslo značí, ze které časové oblasti budu začínat. Já jsem určil že budu začínat od samého počátku ohřevu, tudíž jsem zapsal nulu. Dále následuje skok. Já jsem určil jednotkový. Poslední číslo je, do jaké časové oblasti se bude ohřev zkoumat. Zde vepíši a následně postupně srovnám všechny hodnoty ze zadání (300, 600, 1800, 3600 a 14400).




Obr. 4.7 Zadání časového řešitele

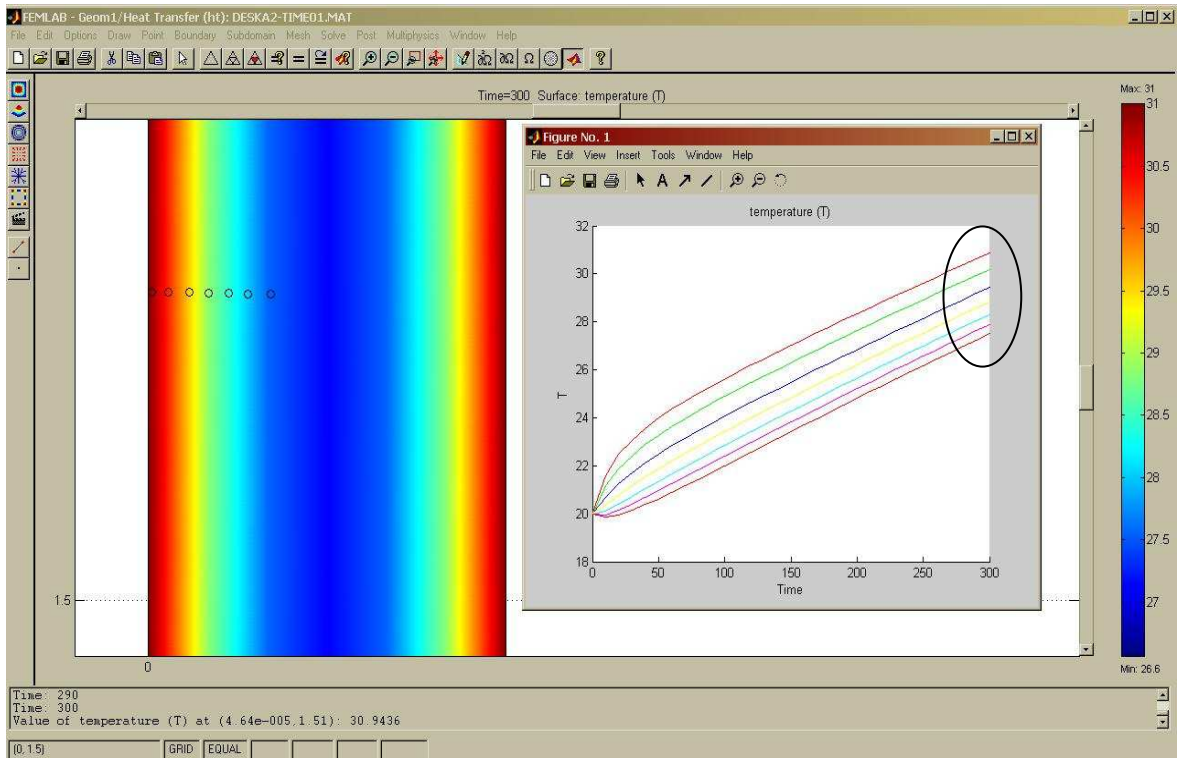


Obr. 4.8 Zadání časové posloupnosti

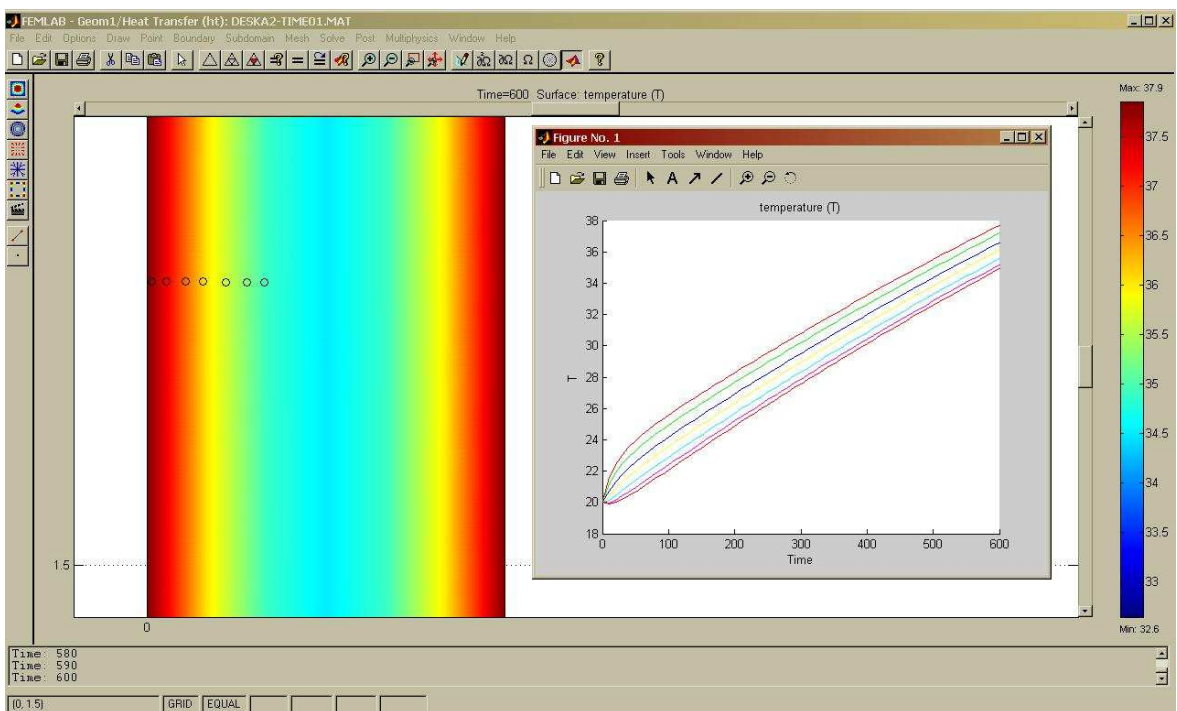
Tlačítkem **Solve problem**  z tlačítkové lišty řeším průběh teplotních polí v tomto materiálu. Pro lepší názornost jsem model zvětšil a upravil rozmezí os x a y výše uvedeným způsobem, pro lepší názornost rozměrů objektu.

Abych mohl porovnat hodnoty analytického řešení zobrazené v tabulce s numerickým, použiji nástroj  z nástrojové lišty nalevo. Tímto nástrojem si nastavím požadované vzdálenosti od povrchu ke středu desky. Po opětovném stlačení této ikony vykreslím graf, ze

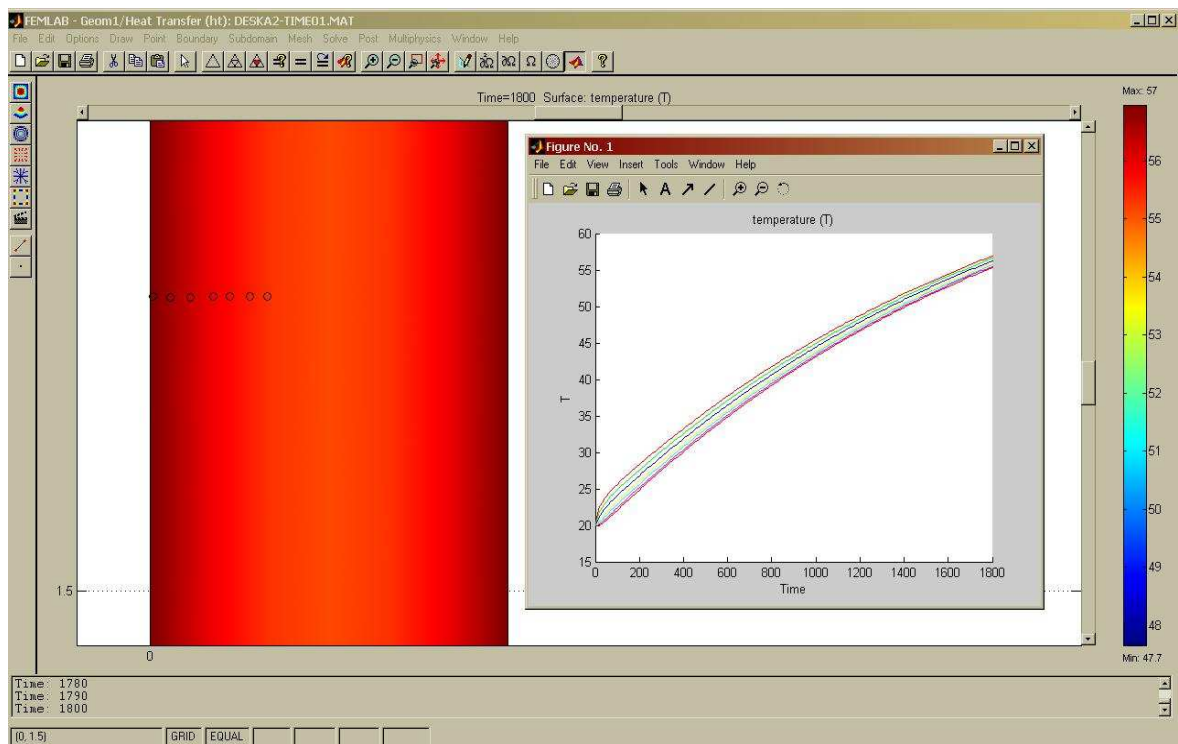
kterého jsou jasně vidět teploty v požadovaných místech pro zadaný čas. Tyto hodnoty jsou shodné s řešením analytickým uvedeným v tabulce výše. Teploty v různých místech jsou v grafu vyznačeny zakroužkováním.



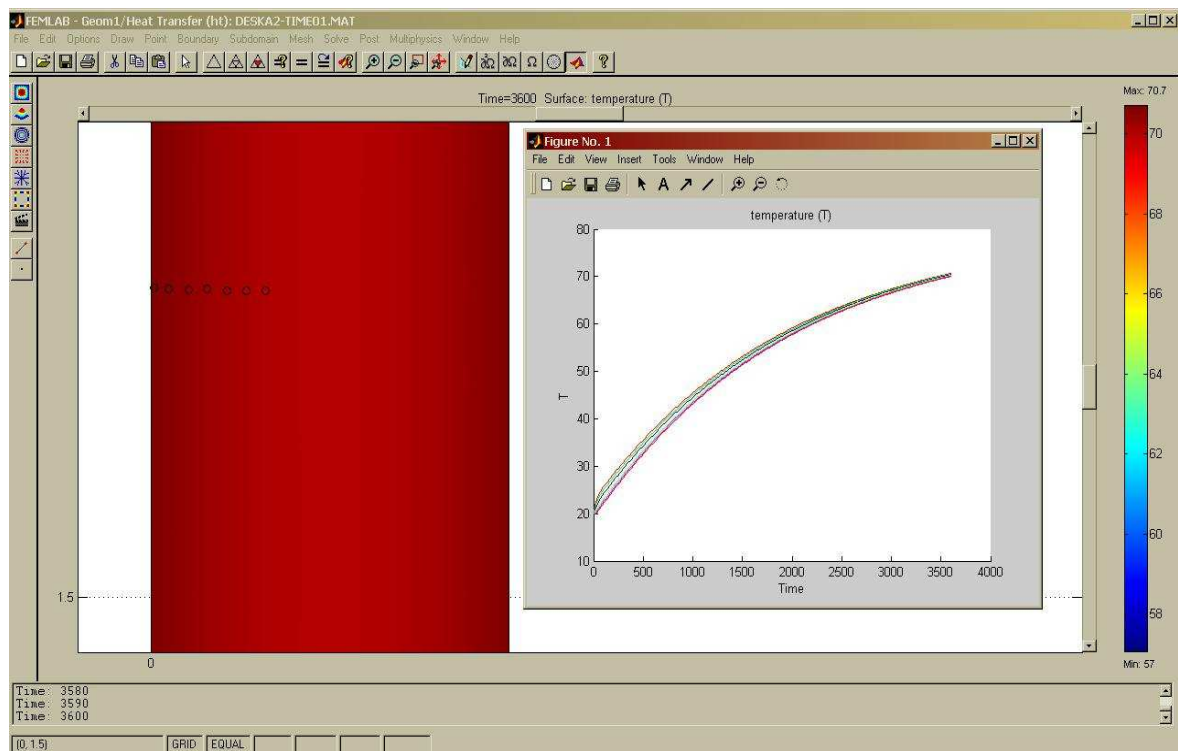
Obr. 4.9 Teplotní pole pro čas 300 s



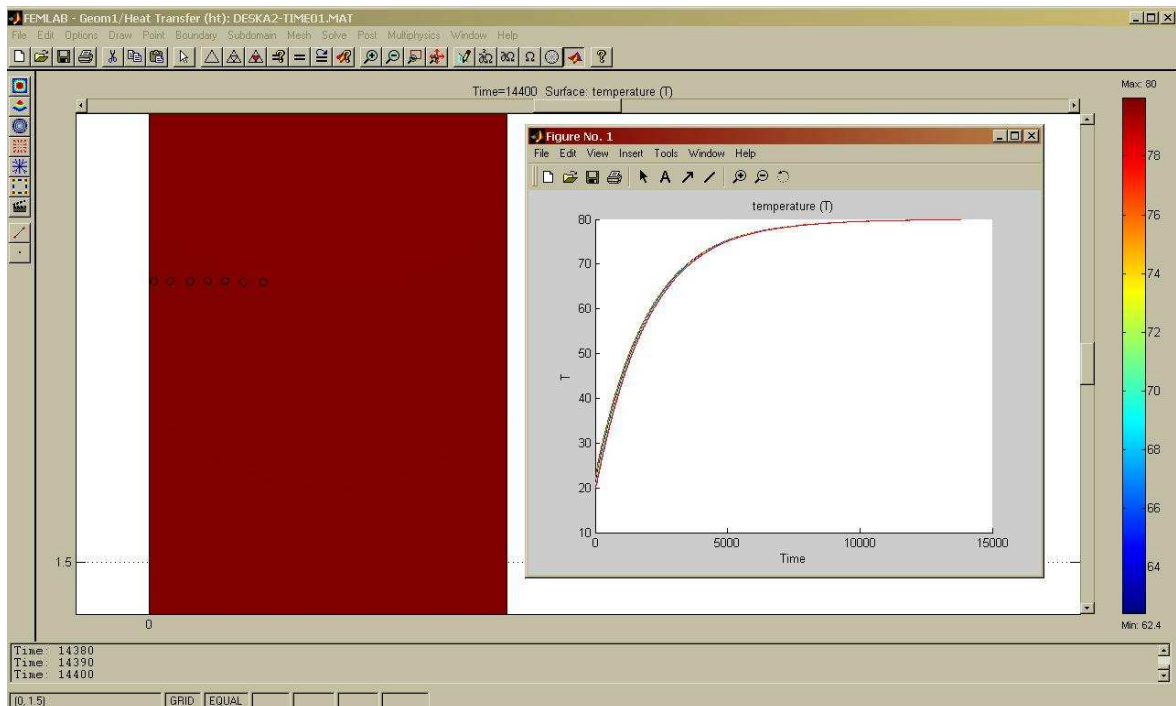
Obr. 4.10 Teplotní pole pro čas 600 s



Obr. 4.11 Teplotní pole pro čas 1800 s

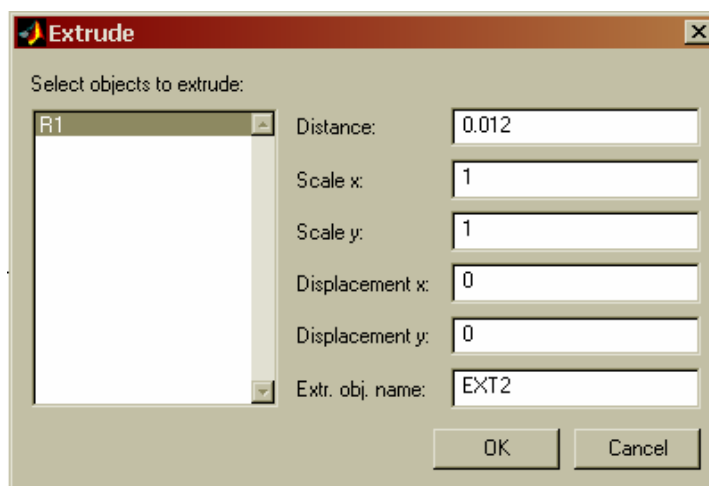


Obr. 4.12 Teplotní pole pro čas 3600 s



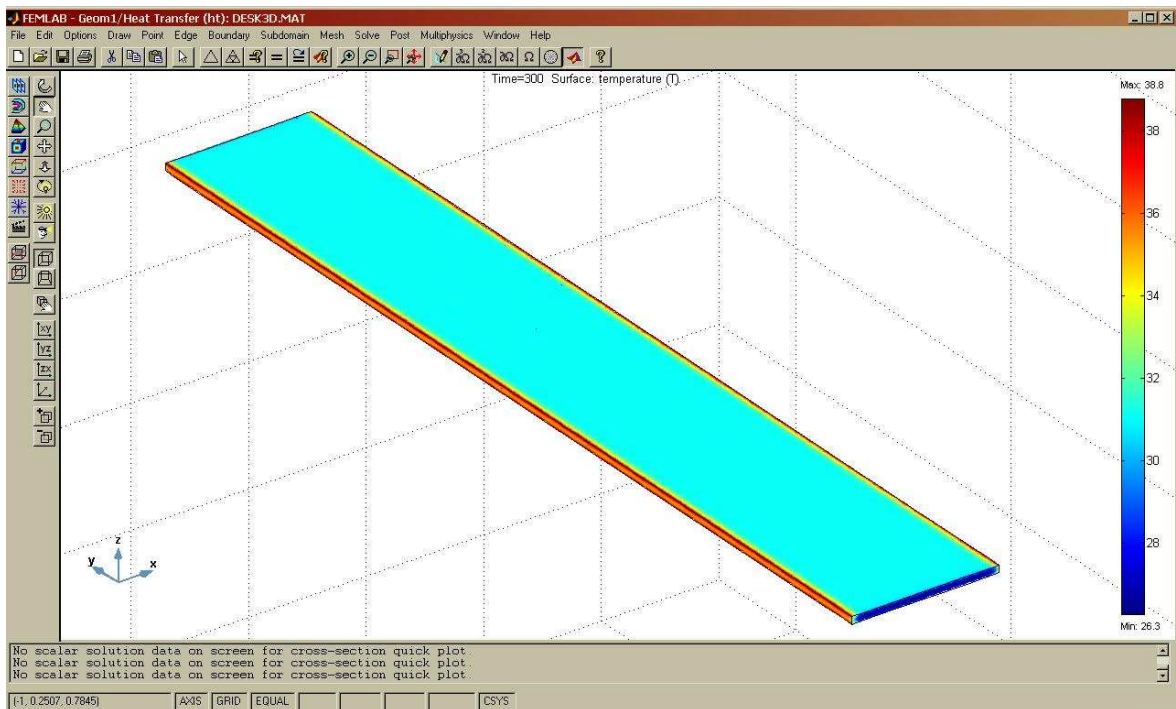
Obr. 4.13 Teplotní pole pro čas 14400 s

Pro 3D modely je postup analogický jako pro 2D. V režimu kreslení je však potřeba doplnit model o jeden rozměr. Pokud již mám nakreslen obdélník o požadovaných rozměrech, tak si z nabídky **Draw** si vyberu **Extrude** což znamená jakési „protlačení“ o další rozměr.

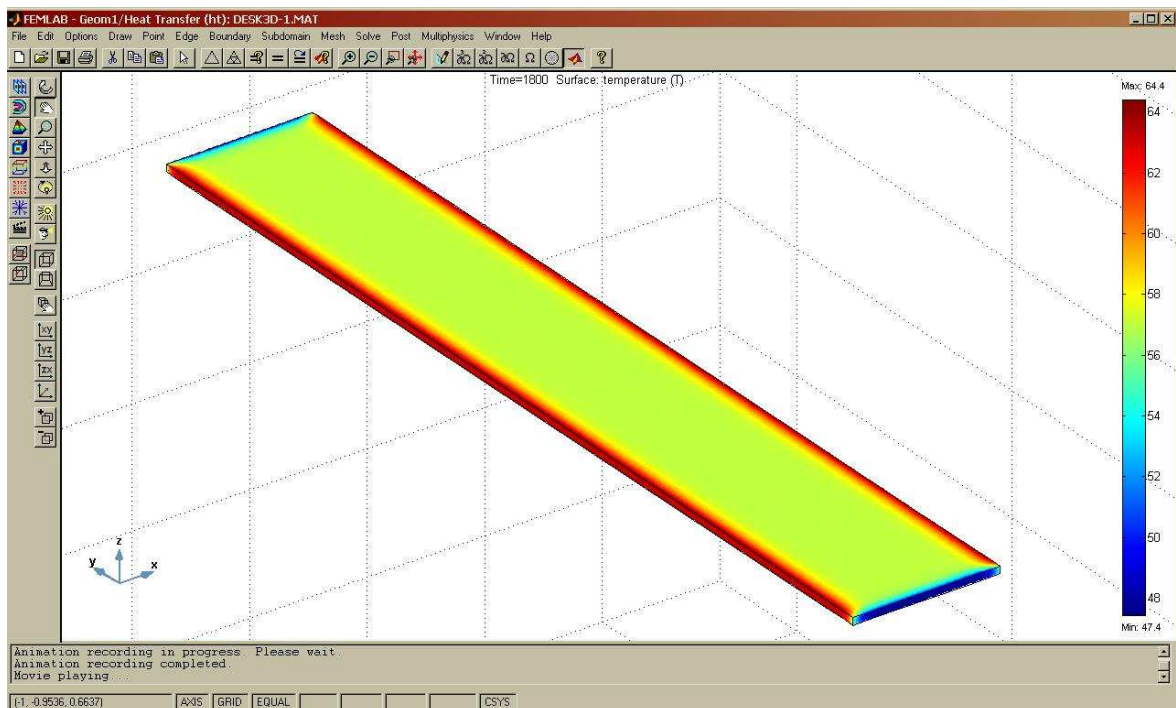


Obr. 4.14 Doplnění objektu o třetí rozměr

Do kolonky **Distance** vepíší třetí rozměr, kterým je tloušťka materiálu ze zadání. Veškeré rozměry jsem si převedl na metry. Analogicky s postupem pro 2D model zadám vlastnosti materiálu, jeho okrajové podmínky a časové posloupnosti.



Obr. 4.15 Teplotní pole pro čas 300 s



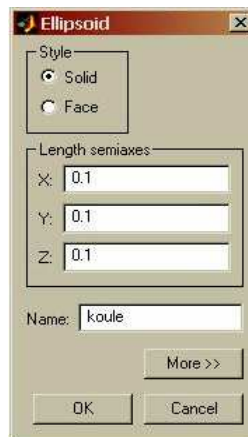
Obr. 4.16 Teplotní pole pro čas 1800 s

Teplotní pole pro další časy již nemohu uvést, jelikož mám omezené hardwarové prostředky a i při zvětšení stránkovacího souboru byl výpočet natolik složitý, že byl mimo rozsah

požadované paměti. Bohužel autorská práva mi nedovolila nainstalovat software na výkonnější počítači.

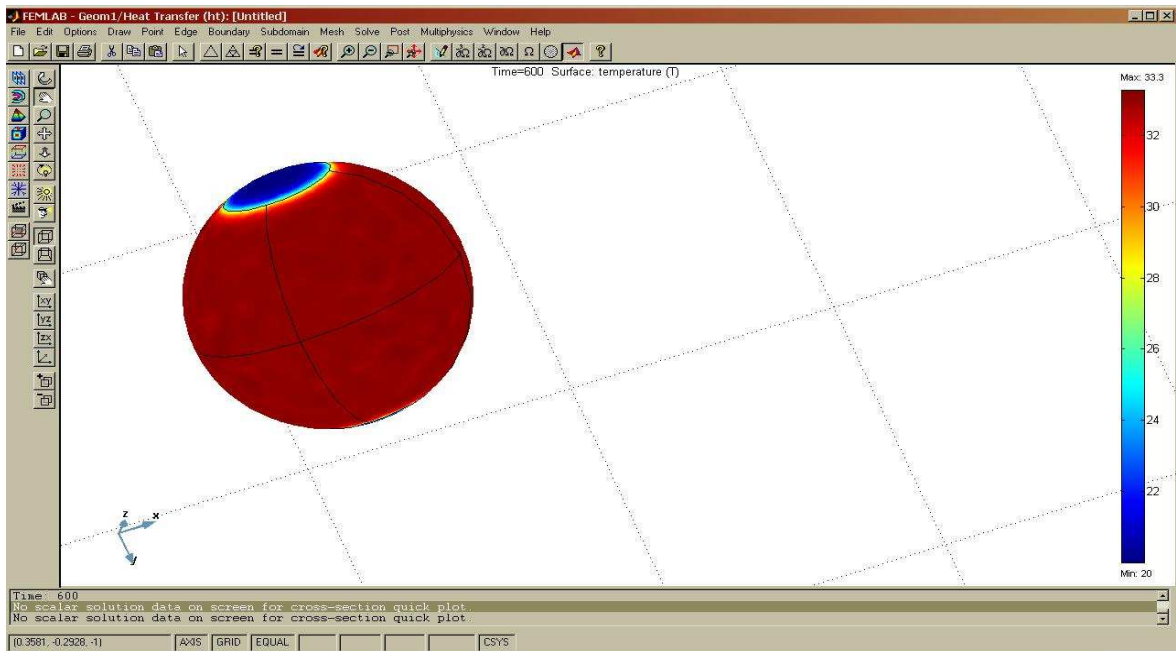
4.3 Numerické řešení pro specifickou kouli

Kouli budu uvažovat, že je taktéž z polypropylenu. Při kreslení objektu mohu postupovat stejně jako v předchozích případech. Nakreslím si kružnici a protlačení o určité rozměry vymodeluji kouli. Jelikož je však koule základní objekt, stačí vybrat z nabídky **Draw/3D primitives/Elipsoid**. Zde si zadám velikost a také si mohu libovolně pojmenovat objekt. To se využívá, pracuje-li se z více stejnými objekty v jednom rozhraní najednou. Dále se zadají vlastnosti materiálu, okrajové podmínky a časová závislost jako tomu bylo u předchozího případu. Objekt bude opět v komoře uchycen za dva konce.




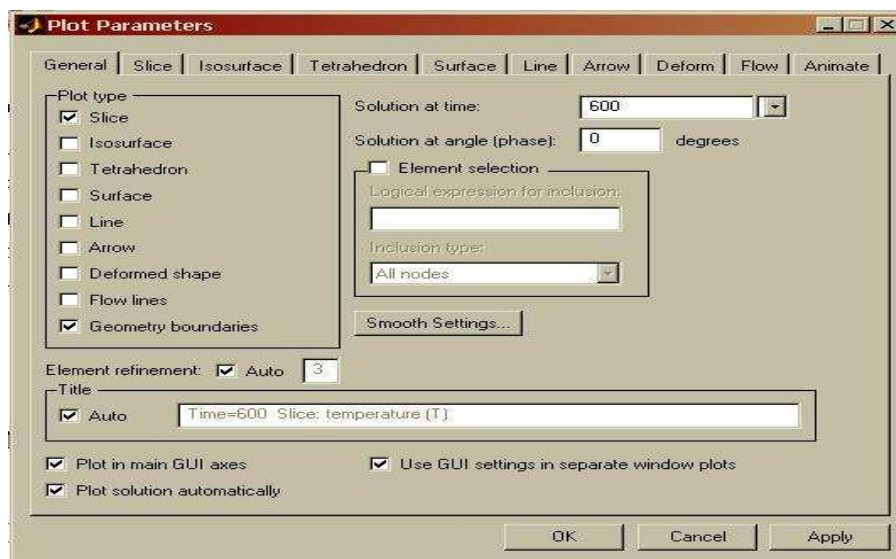
Obr. 4.17 Rozměry
objektu

Rozložení teplotního pole v čase 600 sekund od začátku ohřevu při zobrazení povrchu.

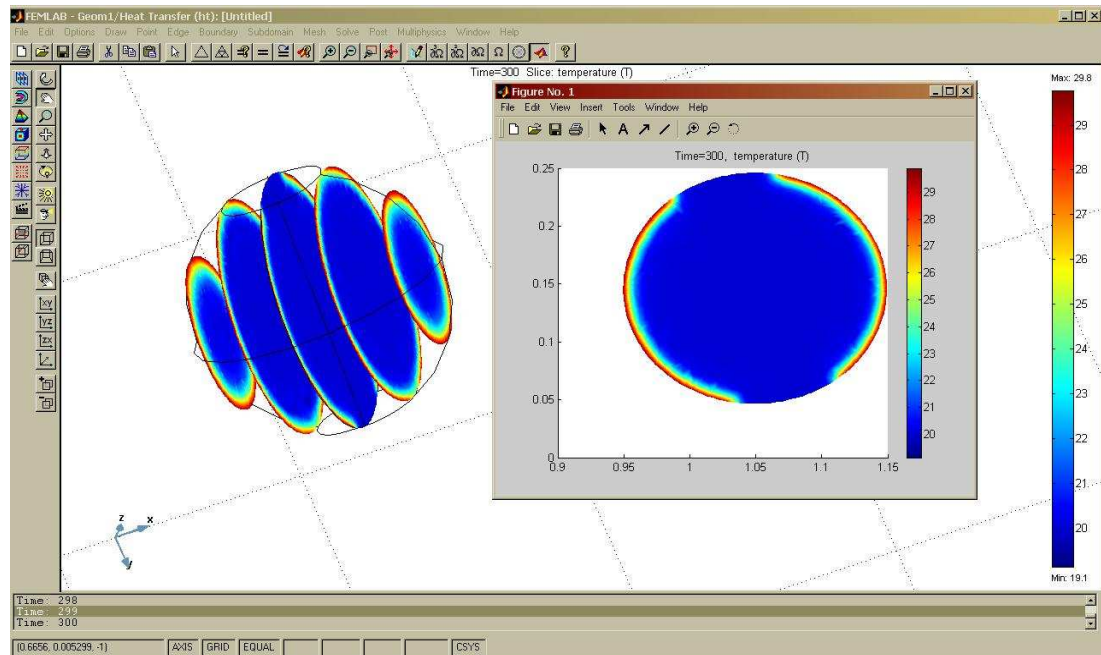


Obr. 4.18 Teplotní pole pro čas 600 s (zobrazení povrchu)

Pro lepší názornost rozložení teplotních polí jsem objekt rozdělil na řezy. Tuto vizualizaci mohu zobrazit tlačítkem  na boční nástrojové liště, avšak je třeba mít toto tlačítko správně nadefinované pro teplotu, jelikož je možno použít i pro například tepelný tok. Správné nastavení těchto tlačítek se provádí v nabídce **Post/Plot Parameters...** Na záložce **General** v okénku **Plot type** zaškrtnu, který typ vizualizace chci zobrazit. Ke každému mám pak záložku ve které zadávám vlastní nastavení.

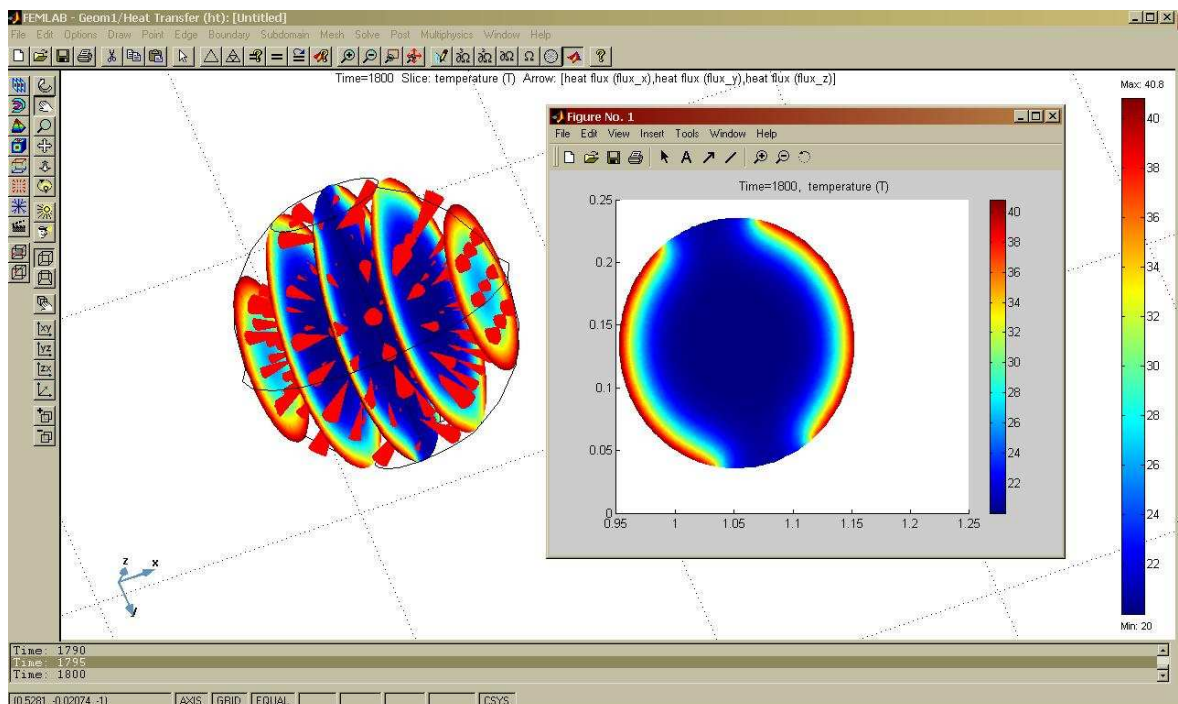


Obr. 4.19 Režimy zobrazení




Obr. 4.20 Teplotní pole pro čas 300 s (zobrazení řezů)

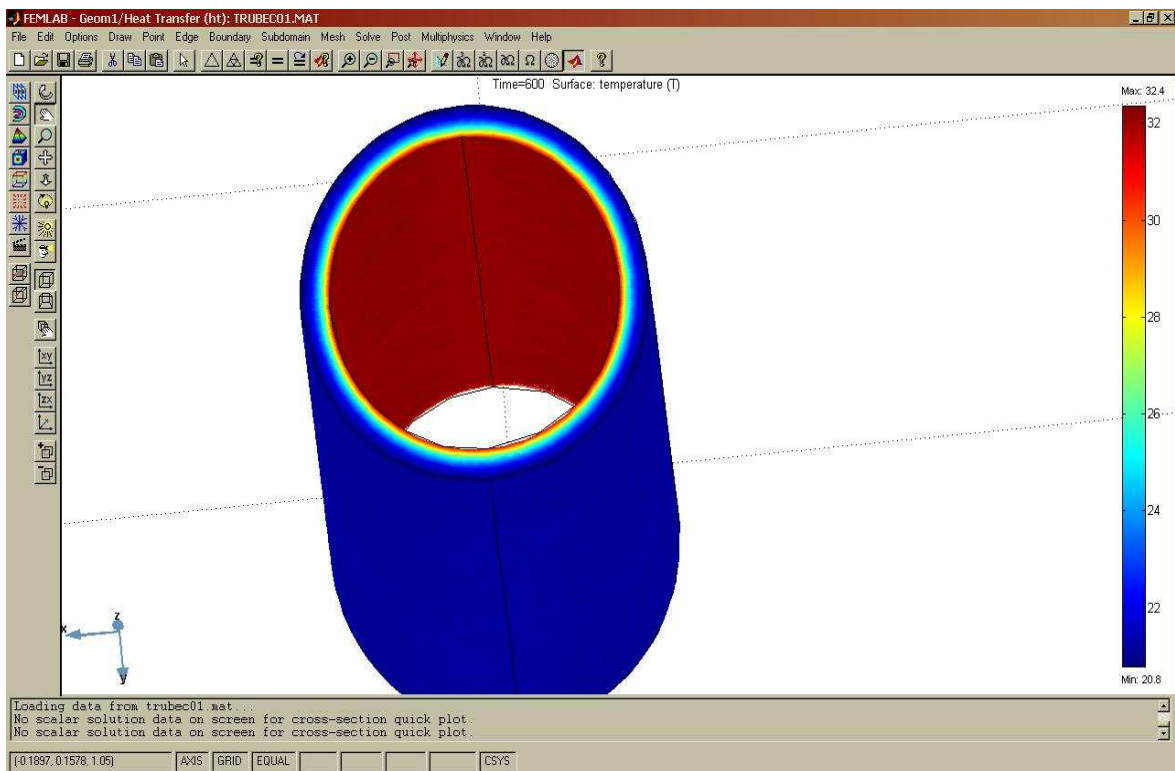
Další možnost představy teplotních polí je například grafické zobrazení tepelného toku v materiálu. Opět v nabídce **Post/Plot Parameters...** Na záložce **General** v okénku **Plot type** zaškrtnu **Arrow** a ve stejnojmenné záložce pro veškeré tři dimenze v rámečku **Arrow data** vyberu pro osy x , y , z z rolovacího menu *heat flux*.



Obr. 4.21 Teplotní pole pro čas 1800 s (zobrazení řezů a tepelného toku)

4.4 Numerické řešení pro potrubí

Abych využil co nejvíce znalostí s tímto softwarovým prostředím, tak jsem se pokusil namísto jednoduchého válce, zpracovat složitější objekt a tím je část potrubí, kterým bude procházet vzduch o teplotě 80°C. Teplota materiálu bude opět 20°C a ten bude opět z polypropylenu. Při vytváření tohoto objektu je postup následující. Chci mít část potrubí o průměru 24 cm a tloušťce 2 cm. Opět v **Model Navigator** zaškrtnu políčko **3D** a vyberu mód pro nestacionární sílení tepla. V nabídce **Draw** vyberu **Work plane 1** a tím se přepnu do 2D režimu kreslení. Osy nadefinuji tak, abych mohl nakreslit vnější kružnici o poloměru 0,12. Dále nakreslíme vnitřní kružnici o poloměru 0,10. Díky funkci **Extrude** z nabídky **Draw** vytvořím z obou kružnic válce. Označím si oba válce **Ctrl+a**. Abych vytvořil potrubí musím tyto dva válce od sebe odečíst. K tomu slouží nástroj na boční nástrojové liště  s názvem **Difference**. Další postup je již analogický s postupem výše, jako je zadání vlastností materiálu, okrajových podmínek a řešení doby ohřevu.



Obr. 4.22 Teplotní pole pro čas 600

ZÁVĚR

První z úkolů, kterými jsem se zabýval byla literární studie na téma sdílení a přestup tepla. V této studii jsem se zabýval především sdílením tepla vedením a základními principy pro přestup tepla v tuhých látkách, kapalinách a plynech. V této části práce jsem také upozornil na rozdíly ve zpracování některých technologických procesů při stále se zvyšujícím tempu rozvoje informačních technologií a jejich využívání v těchto odvětvích. Proto jsem zmínil i rozdíl ve způsobu zpracovávání požadavků mezi bývalou průmyslovou a dnešní elektronickou revolucí. Proto jsem již v této kapitole nahlédl na možnost efektivnějšího zpracování stále se zvyšujících požadavků na přesnost či dávkování v chemicko-technologických procesech. Jako jeden z nástrojů jsem užil softwarové prostředí FEMLAB. Další část této práce je věnována teoretickému rozboru analytických metod pro nestacionární sdílení tepla vedením pro základní tvary těles jako jsou deska, koule a válec. Pro každý objekt jsou uvedeny počáteční a okrajové podmínky. Jedná se o okrajové podmínky prvního a třetího druhu.

Nejpodstatnější kapitolou této bakalářské práce je praktická část. Na začátku je uvedení do programového prostředí FEMLAB. Zde jsem vytvořil stručnou příručku, která svým obsahem dokáže nabídnout základní zručnost v programu i pro laického uživatele. Cílem mojí práce bylo řešit teplotní pole v materiálech pro základní tvary těles. Nejprve jsem daný problém řešil analytickou metodou a dále pak ze získaných poznatků o programovém prostředí FEMLAB jsem analytickou metodu porovnával s numerickou metodou v tomto prostředí. Daný problém se mi podařilo vyřešit, odsimulovat a graficky vyjádřit pro lepší představu o tom, jak probíhá v mém případě ohřev daného materiálu v čase. V rámci této části jsem se snažil postup doplňovat o své poznatky a komentáře, které by měli zjednodušit práci s tímto prostředím nebo se vyvarovat operací, které by mohli vést k neúspěšnému řešení. Zde proto vidím přínos mé práce. Dále jsem v programovém prostředí FEMLAB zpracoval průběhy teplotních polí i pro další základní tvary.

Jelikož prostředí FEMLAB umí modelovat procesy i z jiných oblastí, tak mne zajímalo zpracování některých dalších problémů v tomto prostředí. V příloze jsem přeložil z anglicky psané příručky *Model Library* dva ilustrativní příklady. Jeden je z elektromagnetizmu a pojednává o elektrickém potenciálu mezi dvěma válci a druhý je z oblasti proudění kapalin.

SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY

- [1] Kolomazník, K. a kol.: Teorie technologických procesů III, VUT Brno, FT Zlín, I. vydání, 1978
- [2] FEMLAB 2.3, školení FEMLAB 2.3, 2002
- [3] Kolomazník, K.: Modelování zpracovatelských procesů, VUT Brno, FT Zlín, 1990
- [4] Kolat, P.: Přenos tepla a hmoty, FS, VŠB-TU Ostrava, 2001
- [5] FEMLAB Model Library, Comsol, Inc., 2000
- [6] Model galery,(poslední revize 5. 6. 2006),© 1997-2006 COMSOL, Inc. All Rights Reserved, dostupné z URL: <http://www.comsol.com/showroom/gallery/461.php>
- [7] Model galery, (poslední revize 8.6. 2006),© 1997-2006 COMSOL, Inc. All Rights Reserved, dostupné z URL: <http://www.femlab.com/showroom/gallery/465.php>
- [8] Heat transfer module, (poslední revize 11. 6. 2006), Humusoft, dostupné z URL: <http://www.humusoft.cz/femlab/moduly/htm.htm>
- [9] Pilař, A. a kol.: Chemické inženýrství II, Státní nakladatelství technické literatury Praha, 1964
- [10] Míka V., Neužil L., Vlček J. a kol.: Chemickoinženýrské výpočty I, VŠCHT Praha, vydání 3, 1996
- [11] Kolomazník, K. Sedlář, J.: Teorie technologických procesů pro technologii kůže, plastů a pryže, VUT Brno, FT Zlín, I. vydání, 1983
- [12] Neužil, L., Míka, V., Chemické inženýrství IB, VŠCHT Praha, I. vydání, 1996

SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK

Symbol	Význam	Jednotka
A	Plocha	$[m^2]$
Bi	Biotovo kritérium	[1]
c_p	Měrné teplo za konstantního tlaku	$[J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}]$
d_1	Tloušťka vrstvy	[m]
d_2	Tloušťka vrstvy	[m]
F_0	Fourierovo bezrozměrné kritérium	[1]
g	Tíhové zrychlení	$[m \cdot s^{-1}]$
Gr	Grashofovo kritérium	[1]
J_0	Besselova funkce nultého řádu	-
J_1	Besselova funkce prvního řádu	-
k	Součinitel prostupu tepla	$[W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}]$
l	Délka	[m]
m	Hmotnost	[kg]
n	Počet	[1]
Nu	Nusseltovo kritérium	[1]
Pr	Prandtlovo kritérium	[1]
Q	Množství tepla	[J]
\dot{Q}	Tepelný tok	[W]
q	Hustota tepelného toku	$[W \cdot m^{-2}]$
q_n	Kořen transcendentní rovnice	[1]
R	Vnější poloměr	[m]
r	Vnitřní poloměr	[m]

Re	Reynoldsovo kritérium	[1]
S	Průřez	[m ²]
T	Teplota	[K]
t	Teplota	[°C]
t_{1p}	Počáteční teplota	[°C]
t_0	Teplota okolí	[°C]
Δt	Rozdíl teplot	[°C]
V	Objem	[m ³]
v	Rychlost	[m.s ⁻¹]
v	Výška	[m]
α	Součinitel přestupu tepla	[W.m ⁻² .K ⁻¹]
β	Objemová teplotní roztažnost	[K ⁻¹]
λ	Součinitel tepelné vodivosti	[W.m ⁻¹ .K ⁻¹]
ρ	Hustota	[kg.m ⁻³]
τ	Čas	[s]

SEZNAM OBRÁZKŮ

Obr. 2.1 Průběh teplotních profilů ve stěně(1-ochlazování, 2-ohřev).....	15
Obr. 2.2 Grafické zobrazení kořenů rovnice (2.32).....	20
Obr. 2.3 Grafické určení kořenů transcendentní rovnice (2.44).....	24
Obr. 2.4 Grafické znázornění kořenů transcendentní rovnice (2.57).....	27
Obr. 2.1 Model Navigátor (stránka New).....	32
Obr. 2.2 Model Navigátor (stránka Model Library).....	33
Obr. 2.3 Model Navigátor (stránka Multiphysics).....	34
Obr. 2.4 Model Navigátor (stránka Preferences).....	35
Obr. 3.1 Horní řádek s názvy roletových menu.....	38
Obr. 3.2 Ikony s některými funkcemi v roletových menu.....	39
Obr. 3.3 Hlášení o provedených operacích.....	39
Obr. 3.4 Přepínače a okno se souřadnicemi kurzoru.....	39
Obr. 3.5 Vlastnosti objektu.....	40
Obr. 3.6 Nastavení rozměrů os.....	41
Obr. 3.7 Značení hran, oblastí a bodů.....	41
Obr. 3.8 Zobrazení značení.....	42
Obr. 3.9 Slučování objektů.....	43
Obr. 3.10 Horní řádek s názvy roletových menu.....	43
Obr. 3.11 Ikony s některými funkcemi v roletových menu.....	43
Obr. 3.12 Nastavení roviny (stránka Quick).....	45
Obr. 3.13 Nastavení roviny (stránka General).....	45
Obr. 3.14 Objekt pokrytý sítí.....	46
Obr. 3.15 Nastavení roviny (stránka Edge Angle).....	47
Obr. 3.16 Skládání 2D objektů do 3D objektu.....	48

Obr. 3.17 Výběr 2D objektů.....	48
Obr. 3.18 Složení 2D objektů do 3D objektu.....	49
Obr. 3.19 Nastavení vizualizace (Stránka Rendering/Selection).....	50
Obr. 3.20 Nastavení vizualizace (Stránka Performance).....	52
Obr. 3.21 Nastavení vizualizace sítě.....	53
Obr. 3.22 Nastavení vizualizace sítě (řez).....	54
Obr. 3.23 Objekt pokrytý sítí (řez).....	54
Obr. 4.1 Nastavení módu pro nestacionární sdílení tepla.....	58
Obr. 4.2 Nastavení rozmezí os.....	59
Obr. 4.3 Nastavení přesných rozměrů dle zadání.....	60
Obr. 4.4 Zadání počáteční teploty materiálu.....	61
Obr. 4.5 Zadání koeficientů materiálu.....	61
Obr. 4.6 Zadání okrajových podmínek materiálu.....	62
Obr. 4.7 Zadání časového řešitele.....	63
Obr. 4.8 Zadání časové posloupnosti.....	63
Obr. 4.9 Teplotní pole pro čas 300.....	64
Obr. 4.10 Teplotní pole pro čas 600 s.....	64
Obr. 4.11 Teplotní pole pro čas 1800 s.....	65
Obr. 4.12 Teplotní pole pro čas 3600 s.....	65
Obr. 4.13 Teplotní pole pro čas 14400 s.....	66
Obr. 4.14 Doplnění objektu o třetí rozměr.....	66
Obr. 4.15 Teplotní pole pro čas 300 s.....	67
Obr. 4.16 Teplotní pole pro čas 1800 s.....	67
Obr. 4.17 Rozměry objektu.....	68
Obr. 4.18 Teplotní pole pro čas 600 s (zobrazení povrchu).....	68

Obr. 4.19 Režimy zobrazení.....	69
Obr. 4.20 Teplotní pole pro čas 300 s (zobrazení řezů).....	69
Obr. 4.21 Teplotní pole pro čas 1800 s (zobrazení řezů a tepelného toku).....	70
Obr. 4.22 Teplotní pole pro čas 600.....	71

SEZNAM TABULEK

Tab. 1. Teploty v různých místech vzorku v čase

SEZNAM PŘÍLOH

P1: Vzorově řešené příklady z jiných oblastí FEMLABu

Vzorové příklady z jiných oblastí řešené v prostředí FEMLAB

V této kapitole se budu věnovat popisem některých vzorových příkladů z různých oblastí, jako jsou například elektromagnetismus či proudění.

pozn.: Rád bych se předem omluvil za případné chyby v překladu.

Elektrostatický potenciál mezi dvěma válci (Elektromagnetismus)

Ve FEMLABu je vytváření, modifikování a simulování modelů je docela jednoduché díky důmyslnému grafickému rozhraní. Nyní si provedeme jednu ilustrační úlohu s elektromagnetismu. Jedná se o elektrostatický potenciál mezi dvěma válci ve vakuu. V této úloze budeme vycházet z Gaussova zákona.

Následující procedury fungují pro různá operační prostředí i platformy. První co provedeme je že si spustíme MATLAB. Aktuální adresář nastavíme tam, kde máme nainstalován FEMLAB. Dále v příkazovém okně MATLABu zadáme příkaz

```
femlab
```

Tento příkaz nám nahraje FEMLAB a automaticky nám vyvolá nabídku **Model Navigator**.

Uživatelé používající Microsoft Windows mohou také spustit FEMLAB ze Startovací nabídky systému Windows.

Model library FEMLAB/Electromagnetics/potential_between_cilinders

Volby a nastavení

Když začínáme modelovat, můžeme chtít mít nastaveny různé základní nastavení jako jsou osy nebo mřížky. Toto vše nastavujeme v menu **Options**. Nyní se ujistíme že máme otevřené okno **Model Navigator**, které se otevírá automaticky při spuštění programu

FEMLAB. Pokud jsme si ho omylem zavřeli, nevadí, můžete si jej znovu otevřít v základním menu **File/Open/Model_Navigator** nebo kliknutím na tlačítko

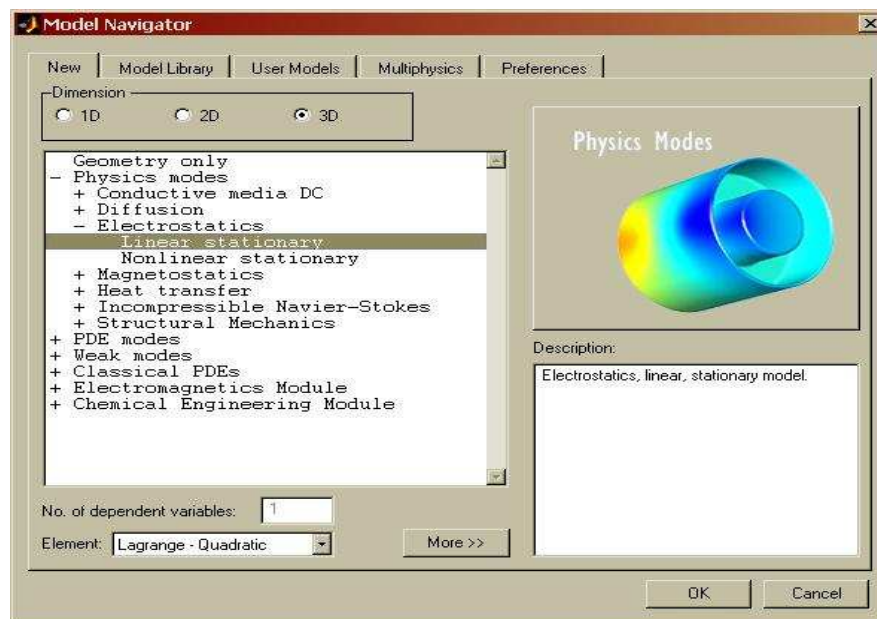
New na základní nástrojové liště.

V **Model Navigator** se ujistíme, že máme záložku **New**, dále pak zaškrtneme tlačítko předvolby **3-D** v rámečku **Dimension**.

Dvojitým kliknutím na **Physics modes** se otevře podmenu. Z nabídky vybereme **Electrostatics** a dvojitým kliknutím na něj se nám rozbalí menu ze kterého vybereme **Linear stationary**.

Základní typ je **Lagrange – Quadratics** (dole). Pokud chceme ušetřit paměť počítače můžete zvolit **Lagrange – Linear**.

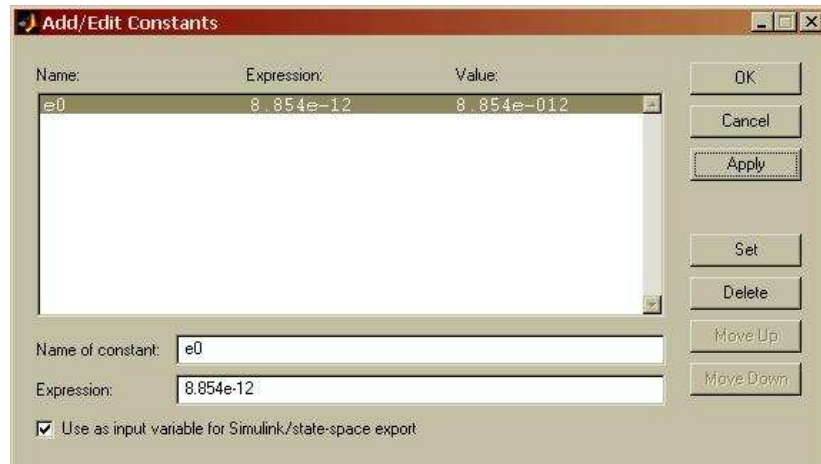
Potvrdíme tlačítkem **OK** které nám zvolí nastavení a zavře **Model Navigator**.



Obr.1 Model Navigátor

Pro definování nezbytných konstant jdeme do **Options** menu a vybereme **Add/Edit Constants...**

Pro tento projekt musíme zadat jednu konstantu a to je permitivita vakua ϵ_0 . Vložíme tento symbol do kolonky **Name of constant**, zapíšeme správnou hodnotu pro tento výraz a potvrdíme tlačítkem **Set**.



Obr. 2 Definování konstant

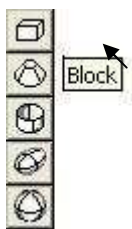
Zmáčkneme **Apply** pro vyčíslení tohoto výrazu.

Potvrdíme a zavřeme okno zmáčknutím tlačítka **OK**.

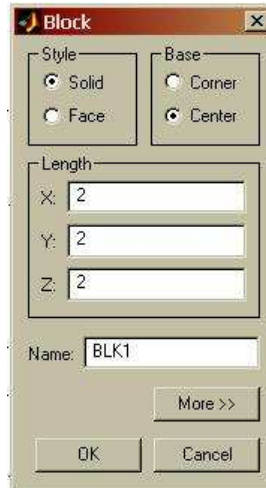
Režim kreslení

Nyní se budeme zabývat geometrií modelu, to znamená, že budeme kreslit fyzické objekty zahrnuté v simulaci. Pro příklad vytvoříme krychli 2 x 2 x 2 a uvnitř umístíme dva válce. Samozřejmě tento model je už předdefinován v **Model Navigator** ale my si jej nakreslíme sami.

Začneme definováním geometrie našeho modelu. Základem bude krychle. Otevřeme dialogové okno kliknutím na tlačítko **Block** na nástrojové liště.



V rámečku **Base** vybereme **Center**. Nastavíme **Length** pro všechny rozměry (X, Y a Z) na hodnotu 2. Potvrdíme tlačítkem **OK**. Program nastaví krychli o rozměrech 2 x 2 x 2 se středem v počátku (0,0,0). Všimněme si, že objekt má nastaveno defaultní označení (BLK1). Toto označení můžeme kdykoli změnit dle našeho uvážení aby mohlo mít určitý smysl třeba při úpravách textového kódu.



Obr. 3 Hlavní objekt

Abychom se ujistili, že program zobrazí geometrii v co největším rozlišení klikneme na tlačítko **Zoom Extents**.

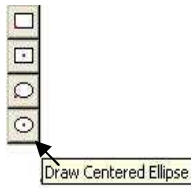


V dalším kroku budeme kreslit válce. Pro vytváření 3-D objektů na 2-D obrazovce nám FEMLAB umožňuje rozhraní, ve kterém můžeme snadněji modelovat objekty. (pomocí příkazů které budou popsány níže).

Pro definování pracovní plochy jdeme do **Draw** menu a vybereme **Add/Edit/Delete Work Plane**. Ujistíme se, že záložka **Quick** je aktivní a jako z hodnotu zapíšeme -0,2 pro **x-y Plane**. Potvrdíme **OK** pro přepnutí do 2-D režimu.

Jelikož nejsou hranice mřížky nastaveny tak jak bychom potřebovali posuneme si je na požadovanou úroveň tím, že jednou zmáčkneme tlačítko **Zoom In** abychom se dostali na hodnotu na ose x 0,2 a na ose y 0,1.

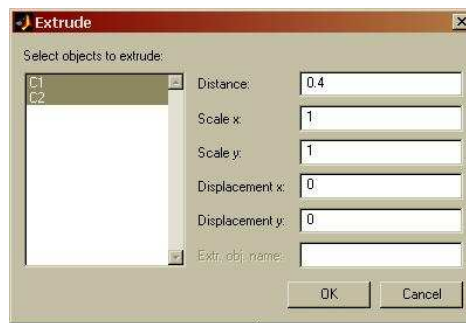
Vytvoříme dva kruhy. Klikneme na tlačítko **Draw Centered Ellipse** na tlačítkové liště. Kurzor umístíme na ose na hodnotu (-0,4, 0); přidržíme pravé tlačítko myši a táhneme směrem dolů (nebo nahoru) dokud nebude mít kruh rozpětí 0,1.



Proces zopakujeme i pro druhou kružnici tentokrát se středem (0,4, 0).

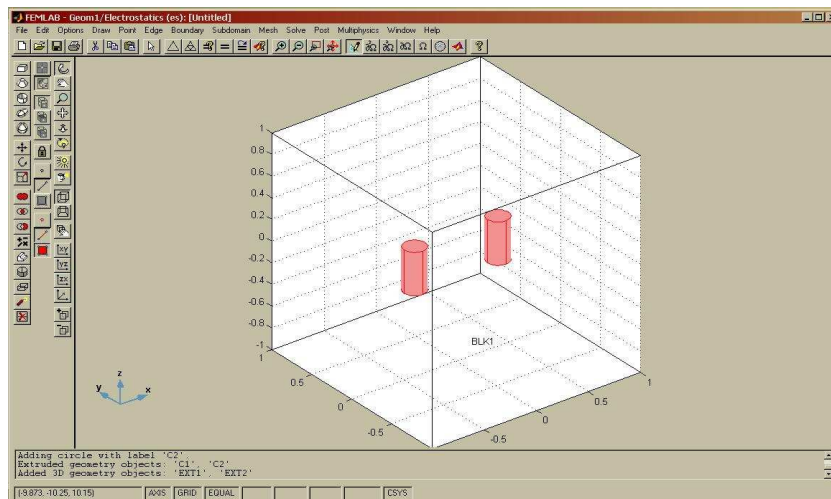
Nyní vytvoříme dva válce. Označíme oba kruhy buďto nám všem známou klávesovou zkratkou **Ctrl-a**, kterou označíme veškeré objekty nebo držíme **Ctrl** a levým tlačítkem myši označíme objekty které chceme.

Přejdeme do **Draw** a vybereme nástroj **Extrude...** Ujistěme se, že máme označeny oba kruhy (vysvítí se nám červeně). Definujme výšku válců kde v **Distance** zapíšeme hodnotu 0,4. Výsledkem budou válce ve směru osy z od -0,2 do 0,2.



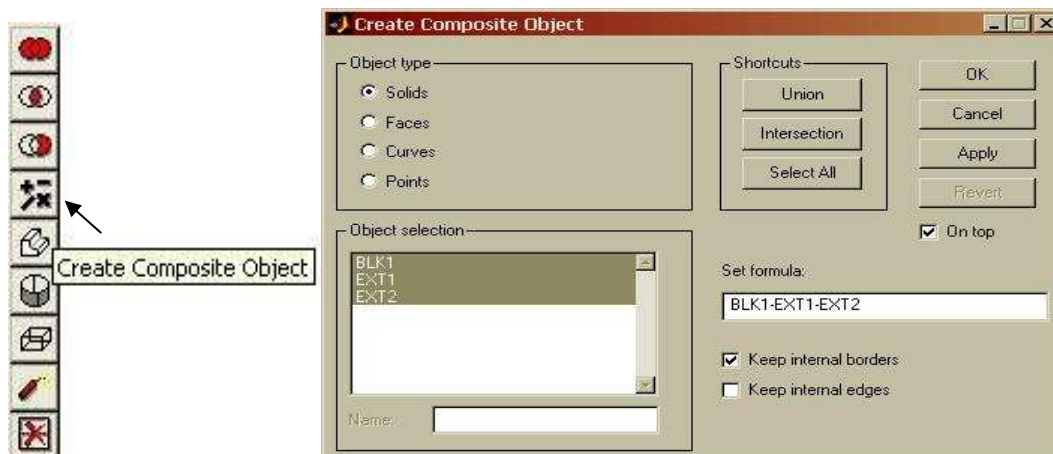
Obr. 4 Roztažení objektu ze 2D do 3D

Kliknutím na **OK** zavřeme dialogové okno. Tato akce nás vrátí do našeho 3-D prostředí kde již máme vykresleny oba válce Tyto válce jsou novými objekty s označeními **EXT1** a **EXT2**.



Obr. 5 Roztažení objektu ze 2D do 3D

Na tlačítkové liště klikneme na tlačítko **Create Composite Object**. Pro odečtení válců od krychle použijeme matematický výraz Boolean, kterým zadáme rovnici **BLK1-EXT1-EXT2** v kolonce **Set formula**.



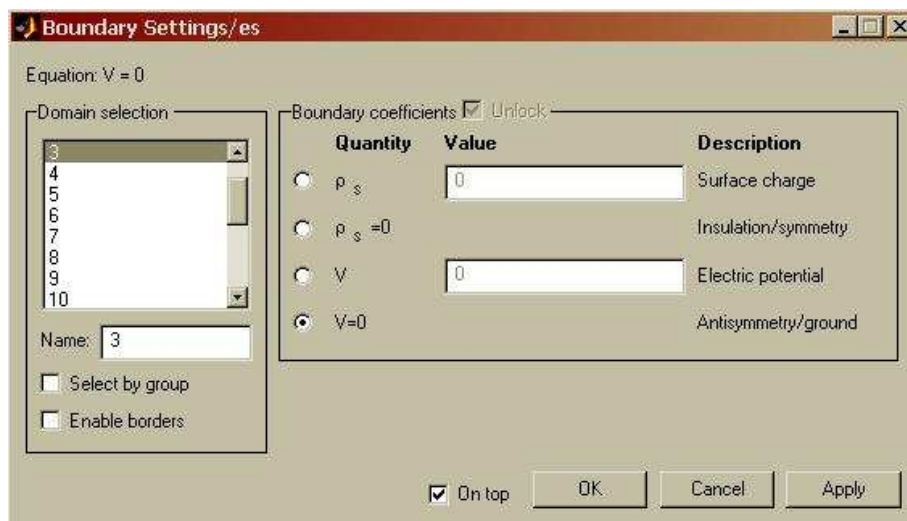
Obr. 6 Slučování objektů

Tlačítkem **OK** potvrdíme výsledek a vytvoří se nám nový složený objekt, který bude vytvořen pod defaultním označením **CO1**.

Režim okrajových podmínek

Pokud jsme skončili s geometrií čeká nás další úkol a tím jsou okrajové podmínky. Okrajové podmínky hrají velmi důležitou roli, jelikož jsou různé pro různé druhy objektů, materiálů, rozměrů atd.

Přejdeme tedy do **Boundary** menu a vyberme **Boundary Settings...** které nám otevře následující dialogové okno. Zde vybereme vhodné okrajové podmínky pro náš ilustrativní příklad z elektromagnetizmu. Zde pro příklad uvedeme okrajové podmínky jako povrch/symetrie, izolace, elektrický potenciál, asymetrie/zem. Nastavíme válec typu elektrický potenciál, použijeme asymetrie/zem pro uzemnění spodní části a dále povrch/symetrie pro vrchní část a stěny.



Obr. 7 Nastavení okrajových podmínek

Pro rychlejší modelování můžeme použít výběr povrchů tlačítkem myši. Další způsob je klikem na **Select All Adjacent** na tlačítkové liště **Boundary**.



Jestliže je tato volba aktivní, můžeme kliknutím na roh objektu označit veškeré povrchy objektu. Při výběru povrchu se nám povrch vysvítí červeně. Chceme-li dále připojit povrchy další, potvrdíme tento červeně označený povrch kliknutím na pravé tlačítko myši a ten se nám vysvítí modře. Pro odznačení použijeme stejný postup. Klikneme levým tlačítkem myši na povrch, který chceme odznačit, ten se nám teď vysvítí zeleně a pravým tlačítkem jej odznačíme.

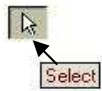
V nabídce **Boundary settings** zadáme podmínky pro jednotlivé povrchy dle následující tabulky.

Tab. 1. Okrajové podmínky pro jednotlivé povrchy

BOUNDARY	6-11	12-17	1-2, 4-5, 18	3
Type	Electric potential	Electric potential	Insulation/symmetry	Antisymmetry/ground
V	1	-1		

Tato tabulka nám udává veškeré potřebné hranice uvažované v tomto modelu. Pro příklad: hranice 6-11 nám definují elektrický potenciál na levém válci na hodnotu 1. Totéž platí i pro válec na straně druhé, pro který je elektrický potenciál nastaven na hodnotu -1. Další určují elektrický potenciál pro krychli. Zapišeme tyto hodnoty dle tabulky jednotlivě nebo pomocí výběru myši, způsobem popsáním níže.

Začneme tedy z levým válcem. Na hlavní tlačítkové liště klikneme na tlačítko **Select** a označíme si levý válec, který se nám vysvítí.

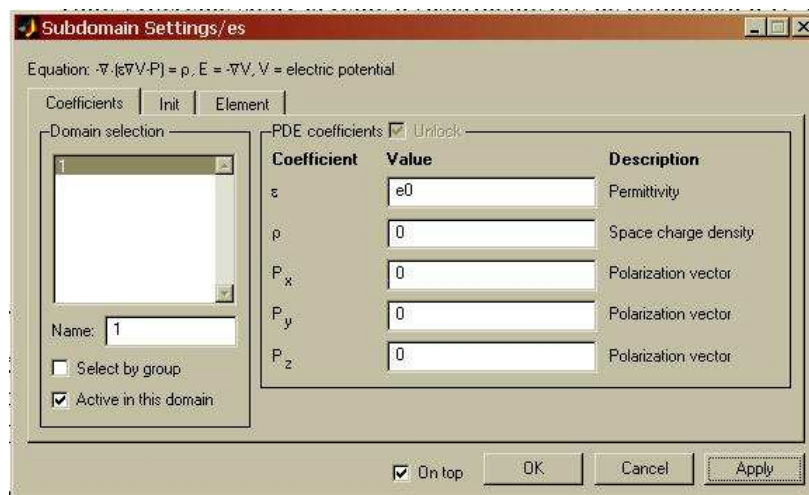


V políčku **Electrostatic potential** zadáme pro hodnotu **V** číslo 1. Totéž zopakujeme pro pravý válec, kde však zadáme hodnotu -1. Dále vybereme stěny krychle a zaškrtneme pro ně podmínku $n \cdot D = 0$, což odpovídá typu **Insulation/symmetry**. Vybereme spodní stranu. Přesvědčíme se, že typ **Antisymmetry/ground** je už defaultně zaškrtnut.

Tlačítkem **OK** potvrdíme.

Režim Subdomén

Z nabídky **Subdomain** vybereme **Subdomain settings**. Režim subdomén se nám automaticky přepne do módu elektromagnetizmu (PDE), který souhlasí s námi zvoleným režimem pro tuto úlohu zahrnující vlastnosti jako **Permittivity** (ϵ), **Space charge density** (ρ) a **Polarization vector** (P).



Obr. 8 Nastavení vlastností materiálu

V tomto případě se ϵ rovná hodnotě $\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{12}$, což je permitivita vakua, kterou jsme si již předdefinovali výše.

Tab. 2. Vlastnosti materiálu

SUBDOMAIN	1
ϵ	e0
ρ	0

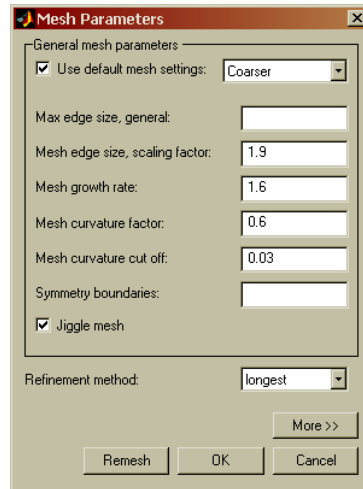
Režim sítí

Jelikož FEMLAB řeší problémy metodou konečného počtu prvků (finite element method – FEM) musí software nejprve rozdělit geometrii do souboru čtyřstěnů (nebo trojúhelníků pro 2-D).

Proces vytváření těchto kvantizovaných popisů geometrie se nazývá síťové vytváření. Čím více síťových prvků, tím více přesný se stává výsledek, bohužel však na úkor systémové paměti.

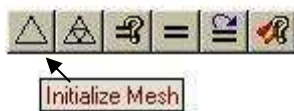
Generování síťového rozložení není nijak složité. V mnoha případech stačí stisknout tlačítka mesh na liště ovládacích prvků. Pokud však potřebujeme speciální požadavky, potřebujeme vybírat z menu **Mesh**.

Otevřeme si dialogové okno **Parametres...** z menu **Mesh** a v rolovacím menu vybereme **Coarser**. Tento proces není nezbytný, ale vybíráme proto, abychom ušetřili operační paměť RAM našeho počítače, potvrdíme **OK**.



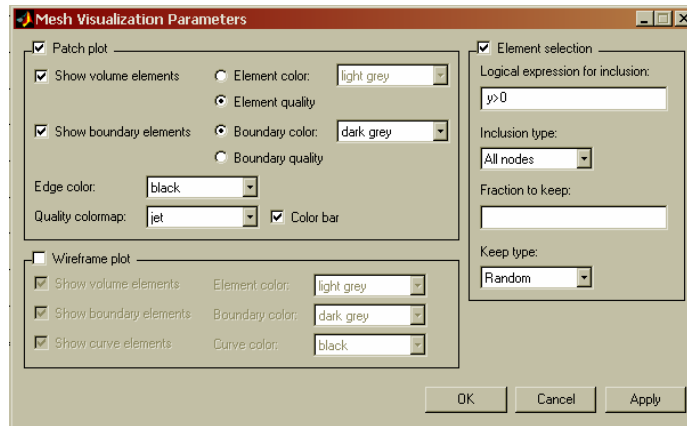
Obr. 9 Nastavení rychlosti
zpracovávání sítí

Pro nastavení počáteční sítě klikneme na tlačítko **Initialize Mesh** na základní tlačítkové liště.



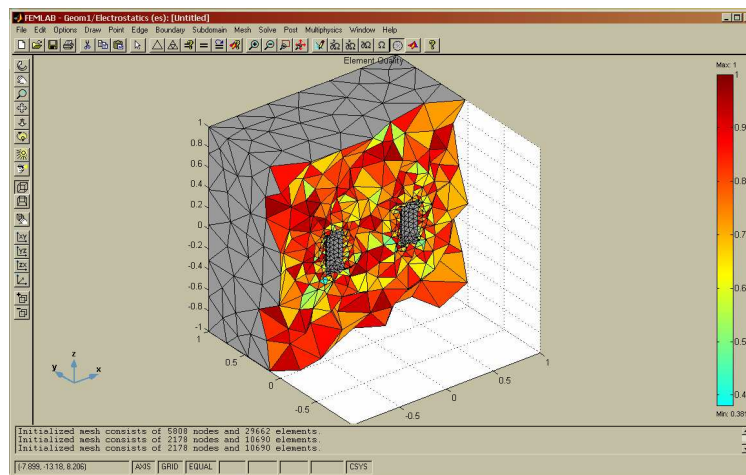
Tento obrázek, který se objevil nám samozřejmě nemůže nic říkat, je to pouze spleť šedých trojúhelníků. Pro zlepšení vizualizace přejdeme do **Mesh** menu a vyberme **Visualisation Parameters**. Abychom byli schopni dostat se dovnitř krychle musíme označit, které prvky chceme, aby nám software zobrazil. Aby se nám zobrazily části, které chceme vidět skrz krychli zaškrtneme **Element selection** a do kolonky **Logical expresion for inclusion** zadáme $y>0$.

Ujistíme se, že rámeček **Patch plot** je stále aktivní. Pokud chceme zobrazované prvky od sebe odlišit, zaškrtneme **Element quality**. Toto nastavení nás automaticky přepne do barevného módu.



Obr. 10 Nastavení barvy sítě

Tlačítkem **OK** potvrdíme výběr a podíváme se na výsledek zobrazení.



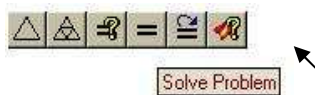
Obr. 11 Barevná vizualizace sítě

Řešení problému

Tomto bodě můžeme buď použít defaultní nastavení, které nám nabízí tento software nebo můžeme použít vlastní nastavení nabízeného řešitele. V podstatě nám stačí jeden klik na tlačítko na nástrojové liště. Abychom ušetřili operační paměť počítače a náš čas, upravíme si řešitele.

V menu **Solve** si otevřeme podnabídku **Solve Parameters**. Klikneme na záložku **Interative** a změníme podmínku z **Incomplete LU** na **AMG**.

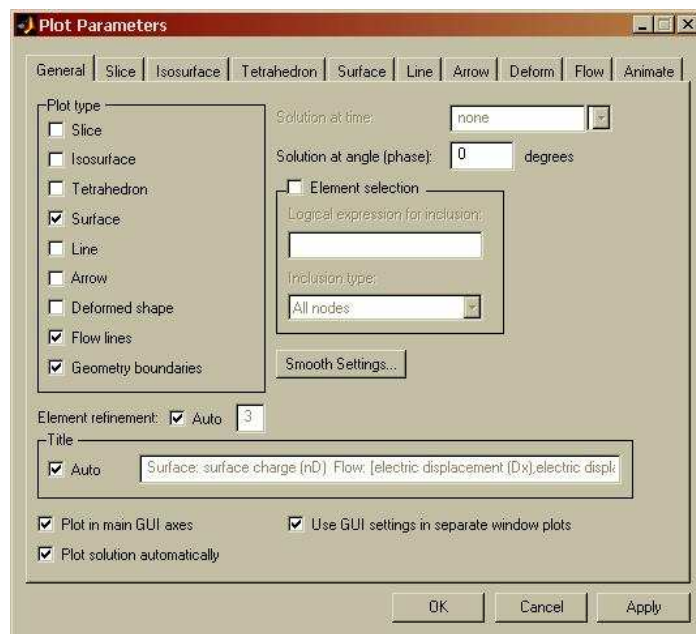
Začneme s řešením procesu kliknutím na tlačítko **Solve Problem** na hlavní tlačítkové liště. Výsledek může trvat poněkud déle, záleží na komplexnosti úlohy.



Režim Post

Po vyřešení problému nás software automaticky přepne do režimu post na defaultní nastavení částí diagramů elektrického potenciálu (V). Avšak tato volba diagramu nám neudělá moc dobrou představu o informacích, které požadujeme. Proto má FEMLAB další nástroje pro lepší grafické znázornění, kde můžeme vybrat mezi rozmanitými mnohobarevnými diagramy a animacemi. Tyto nám pomohou lépe a rychleji najít směry a oblasti zájmu.

V **Post** menu vybereme **Plot Parameters**. Na záložce **Generals** odškrtneme ovládací rámeček **Slice** a zaškrtneme rámečky **Surfaře** a **Flow lines**, které tímto aktivujeme.

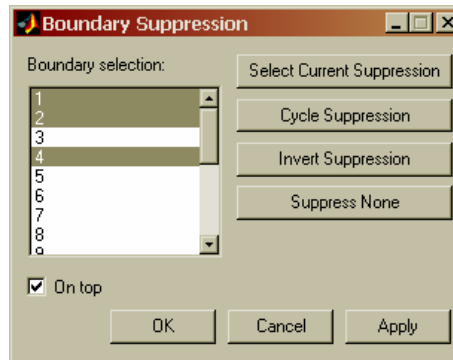


Obr. 12 Grafické znázornění polí

Na záložce **Flow** změníme hodnotu v kolonce **Numer of streamlines** na 30. Potvrdíme a zavřeme **OK**.

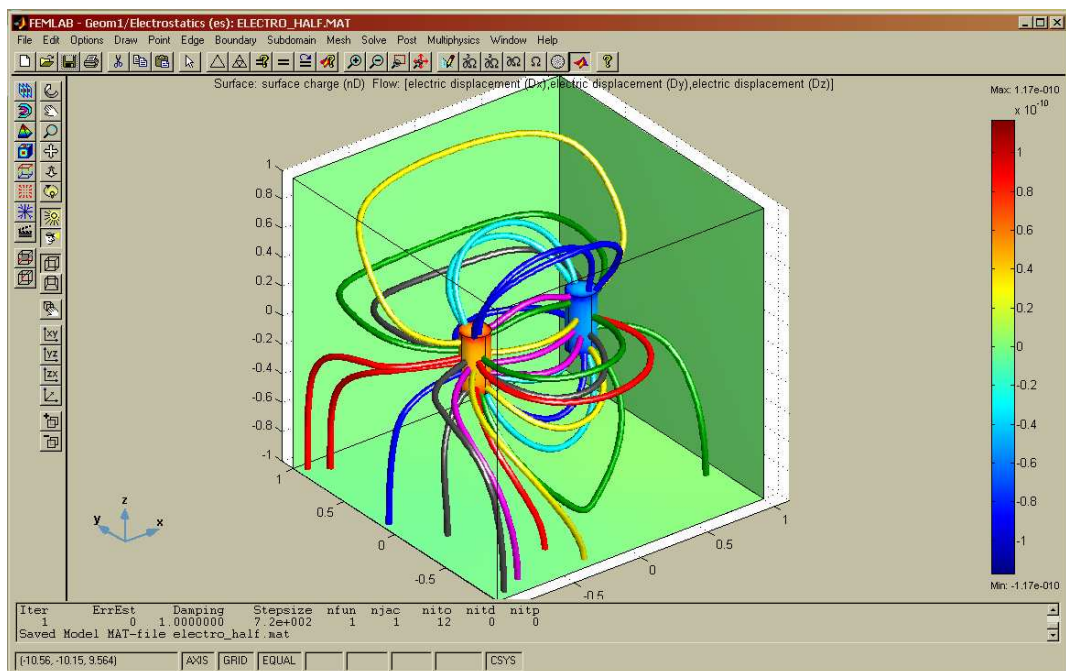
Rádi bychom viděli do krychle ale máme ji označenou, tudíž nic není vidět. Proto potřebujeme zrušit ohraničení.

Z **Boundary** menu proto vybereme podnabídku **Supress Boundaries**. Přidržíme klávesu **Ctrl** a vybereme ohraničení 1,2 a 4. Potvrdíme a zavěme tlačítkem **OK**.



Obr. 13 Potlačení okrajů

Náš model také můžeme různými způsoby osvětlovat kliknutím na tlačítka **Scenelight** a **Headlight**.



Obr. 14 Elektrický potenciál mezi dvěma válci

Nyní můžeme jasně vidět elektrický potenciál mezi dvěma válci. Jelikož jsou boční stěny a vrchní stěna izolovány, neproniká jimi elektrické pole. V tomto bodě jsme s modelem skončili. Povšimněme si, že každý krok se nám vypisuje v příkazovém řádku, proto každý krok, který jsme provedli je možný také zapisovat jako textový kód. Samozřejmě je možné exportovat skupinu příkazů pro případné změny. Dále tyto příkazy můžeme využívat třeba pro nějaký druh dokumentace či dodatečná manipulace s příkazy v příkazovém řádku.

Stacionární nestlačitelný tok (Proudění tekutin)

Tento model nám ukazuje fyzikální model ustáleného nestlačitelného proudění kapaliny. Je to tok se zpátečním krokem bez působení vnějších sil. V tomto modelu kapalina vstupuje zleva. Proudí určitou rychlostí, která má parabolický tvar.

V tomto příkladu jsou zapotřebí složky vektoru rychlosti $u = (u, v)$ ve směrech osy x a y s určitým tlakem p . Tento model používá Navier-Stokesovi rovnice.

$$\begin{aligned} -\eta \nabla^2 u + \rho(u \cdot \nabla)u + \nabla p &= F \\ \nabla \cdot u &= 0 \end{aligned}$$

kde η je parametr pro dynamickou viskozitu $\eta = 1,79 \cdot 10^{-5}$ kg/m.s, dále pak hustota kapaliny ρ , která je $\rho = 1,23 \text{ kg/m}^3$, dále pak tlak okolí F , které však v tomto případě zanedbáváme. Neznámou jsou tedy rychlostní pole $u = (u, v)$ a tlak p . První rovnice je pro rovnovážnou hybnost ze druhého Newtonova zákona. Druhý vztah je rovnice kontinuity, kde nula na pravé straně rovnice značí, že kapalina je nestlačitelná. Tvar profilu proudění závisí na bezrozměrné veličině známé jako *Reynoldsovo číslo*.

$$\text{Re} = \frac{UL\rho}{\eta}$$

Délka L odpovídá velikosti geometrické oblasti, v tomto případě různým šířkám vstupního a výstupního otvoru. Rychlost U odpovídá rychlosti toku kapaliny. V tomto případě je to průměrná rychlost na vstupu.

Dále si určíme okrajové podmínky jako je průměrná rychlost na vstupu $V_{mean} = 0,544m/s$. Abychom získali odpovídající parabolický tvar rychlosti nastavíme $(u,v) = (6.V_{mean}.s.(1-s),0)$. Proměnná s je parametr, který je v rozmezí 0 až 1 kolem okrajů. Kapalina je stacionární na stěnách, proto $(u,v) = (0,0)$, což odpovídá vhodným okrajovým podmínkám. Na konci okrajových podmínek uvedeme konstantní tlak roven 0, tudíž $p = 0$.

Dále se podíváme jak nastavit software. Parametry odpovídající a Reynoldsovým číslem dosadíme a vypočítáme:

$$Re = \frac{0,544.2.0.0052.1,23}{1,79.10^{-5}} \approx 389$$

Přestože pracujeme s modelem pro ustálené proudění, potřebujeme počáteční podmínky, jelikož rovnice Navier-Stokesovi jsou nelineární. K docílení numerického řešení musí nelineární řešitel opakovat operace s rovnicemi

Model navigátor

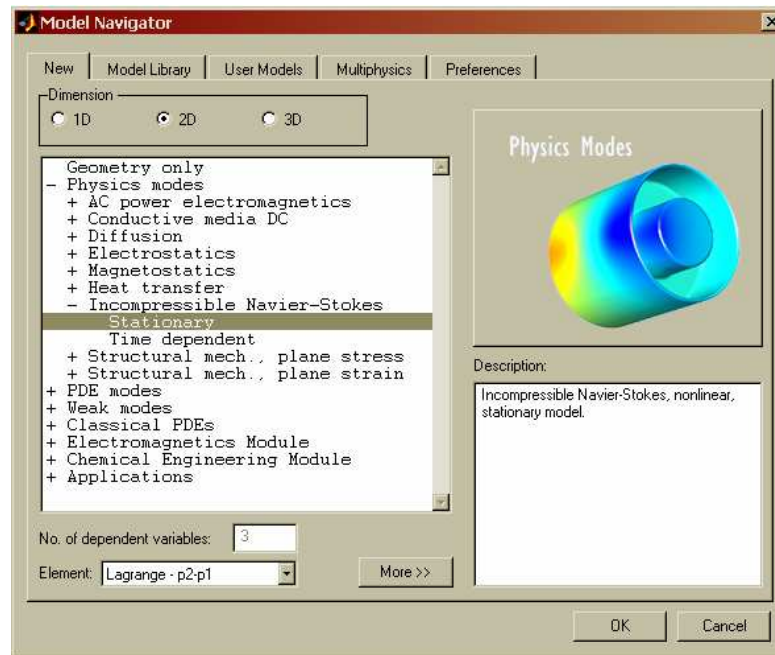
Spustíme FEMLAB z příkazového řádku zadáním:

FEMLAB

Ihned se nám automaticky otevře **Model Navigator**.

Na záložce **New** klikneme rozbalíme menu **Physics modes** a vybereme **Incompressible Navier-Stokes, Stationary**.

Ujistěme se, že rolovací menu **Element** je nastaveno na **Lagrange – p2-p1**, potvrdíme tlačítkem **OK** a zavřeme **Model Navigator**.



Obr. 15 Model Navigátor

Mód nestlačitelný Navier-Stokes je aplikovatelný pro ustálený a neustálený tok tekutiny. Viskozita může záviset na mnoha různých faktorech jako jsou derivace rychlosti, ne-Newtonovské proudění kapalin, nebo pro různé druhy polymerů. V tomto modelu je viskozita konstantní, proto se ztotožňuje s Newtonovským pojetím.

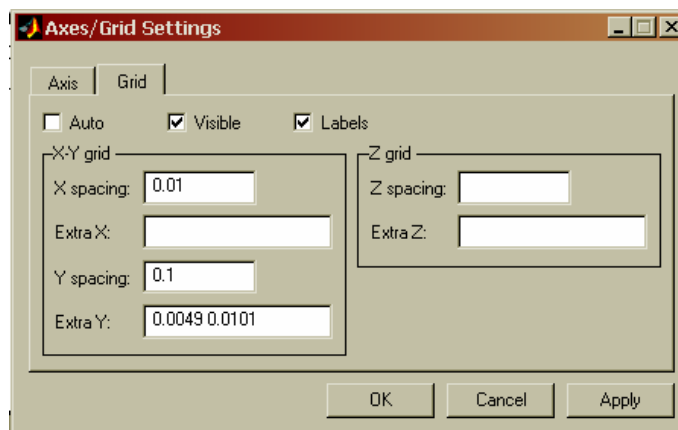
Model library FEMLAB/Fluid_Dynamics/backstep

Volby a nastavení

Z nabídky **Options** vybereme **Axes/Grid Settings**, kde si opět nastavíme osy. Na záložce **Axis** nastavíme do kolonek **X min**, **X max**, **Y min**, **Y max** hodnoty -0,01, 0,09, -0,01.

Na záložce **Grid** odškrtneme políčko **Auto** a do kolonky **X-spacing** zadáme hodnotu 0,01, do kolonky **Y-spacing** hodnotu 0,1 a do kolonky **Extra Y** hodnoty 0,0049 a 0,0101.

Potvrdíme tlačítkem **OK**.



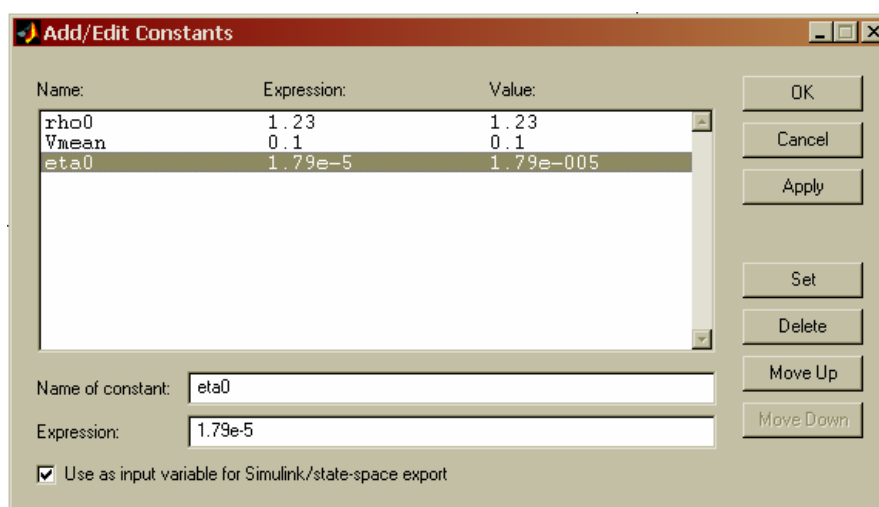
Obr. 16 Vyznačení os

Pro natavení proměnných v modelu otevřeme dialogové okno **Add/Edit Constants...** z nabídky **Options**.

Vložíme následující konstanty představující vlastnosti tekutiny a její rychlost. Hodnoty vepíšeme z tabulky uvedené níže.

Tab. 3. Definice konstant

NAME	EXPRESSION
rho0	1,23
Vmean	0,1
eta0	1,70E-05



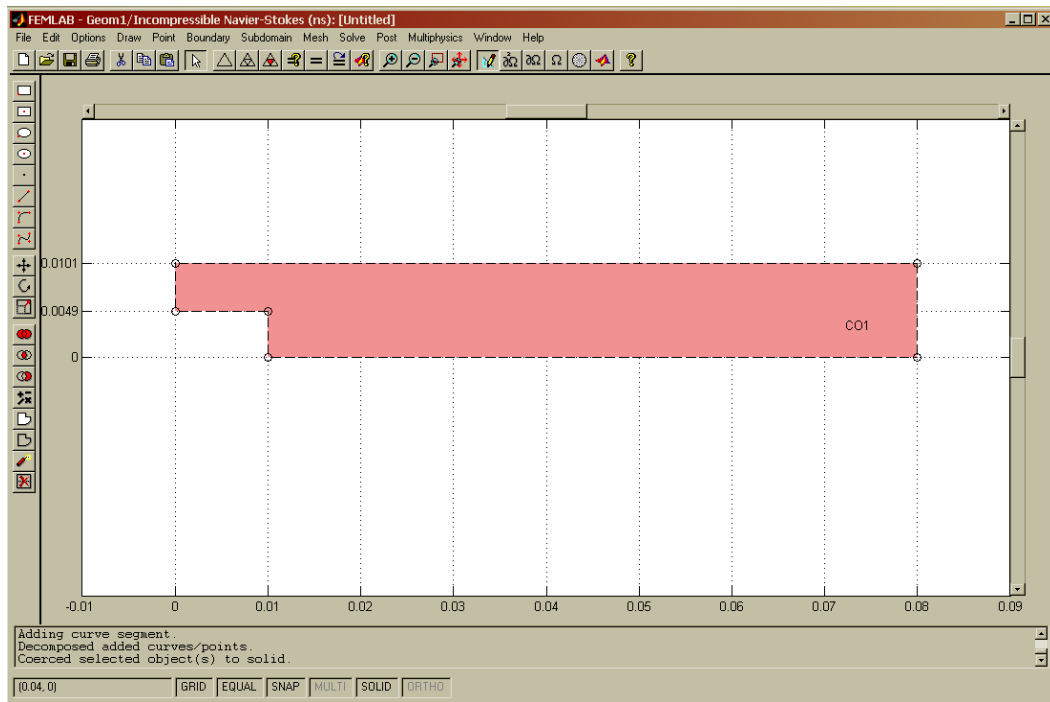
Obr. 17 Definice konstant

Režim kreslení

Na tlačítkové liště vybereme nástroj pro kreslení **Draw Line** kliknutím na toto tlačítko.

Použitím levého tlačítka myši klikneme na polohu (0, 0,0049), (0, 0,0101), (0,08, 0,0101), (0,08, 0), (0,02, 0) a (0,02, 0,0049) v pořadí za sebou.

Oblast uzavřeme kliknutím pravého tlačítka myši. Objekt se nám pojmenuje CO1.



Obr. 18 Nákres objektu

Režim okrajových podmínek

Z nabídky **Boundary** vybereme **Boundary Settings...** Do okna které se nám otevře vepíšeme okrajové podmínky pro náš model dle následující tabulky:

Tab. 4. Definice okrajových podmínek

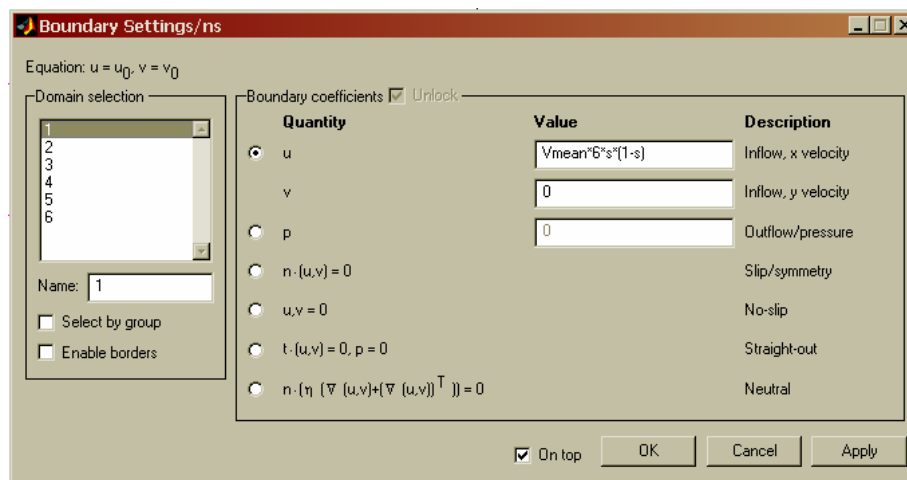
BOUNDARY	1	2-5	6
Type	Inflow	No-slip	Outflow
u	$V_{\text{mean}}*6*s*(1-s)$		
v	0		
p			0

Označíme si okraj č. 1 z **Domain Selection**.

Zaškrtneme tlačítko u a do kolonky **Inflow** vepíšeme $V_{mean} \cdot 6 \cdot s \cdot (1-s)$.

Dále vybereme okraj č. 6, kde zaškrtneme políčko **Outflow/pressure** a ponecháme hodnotu tlaku defaultně nastavenou na nulu. To proto, aby na výstupním okraji nepůsobila žádná síla na kapalinu.

Pro okraje 2 až 5 ponecháme defaultní hodnoty.



Obr. 19 Okrajové podmínky

Režim subdomén

V módu Navier-Stokes jsou vlastnosti materiálu jako například hustota kapaliny ρ , dynamická viskozita η . Tento model používá vlastnosti specifikované v soustavě SI. Jako vhodné měřítko je vhodné nastavit hustotu kapaliny na $\rho = 1$ a viskozitu $\eta = 1/Re$. Informace o hustotě kapaliny, její viskozitě s dalšími detaily jako jsou délka či rychlost jsou svázány s Reynoldsovým číslem.

Vložíme další vlastnosti materiálu (koeficienty PDE):

Tab. 5. Vlastnosti materiálu

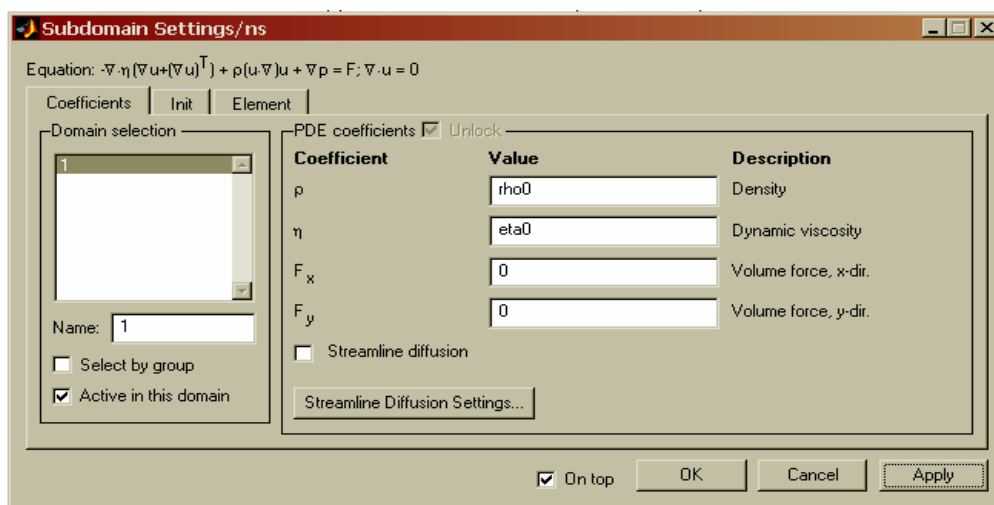
SUBDOMAIN	1
ρ	rho0
η	eta0

Z nabídky **Subdomain** vybereme dialogové okno **Subdomain Settings**. Ujistěme se, že za názvem dialogového okna je **/ns**. To znamená, že máme správně zvolen mód aplikace **Incompressible Navier-Stokes**.

Vybereme subdoménu 1 z rámečku **Subdomain selection**.

V editačním políčku **Density** vepíšeme **rho0** a v políčku **Dynamic viskozity** vepíšeme **eta0**.

Aplikujeme tlačítkem **Apply**.



Obr. 20 Vlastnosti materiálu

Nelineární řešitel také potřebuje počáteční podmínky. Tyto počáteční podmínky zadáme podle tabulky uvedené níže.

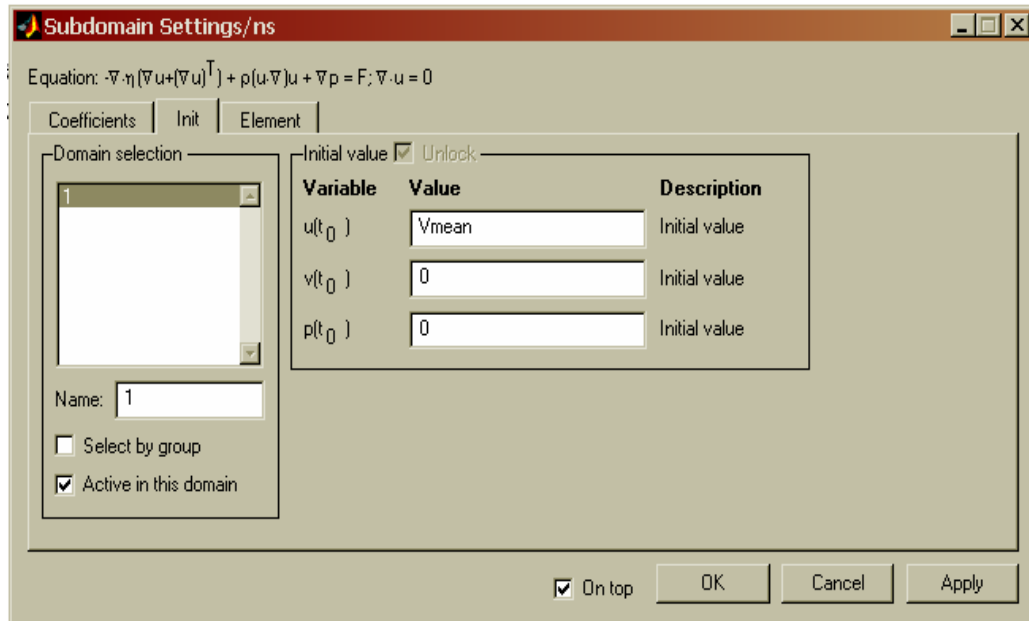
Tab. 5. Vlastnosti materiálu (2)

SUBDOMAIN	1
u	Vmean
v	0
p	0

Jsme-li stále v dialogovém okně **Subdomain Settings**, překlikneme na záložku **Init**.

Vepíšeme počáteční podmínku **Vmean** do editačního políčka **u(t₀)**.

Potvrdíme tlačítkem **OK**.



Obr. 21 Počáteční podmínky materiálu

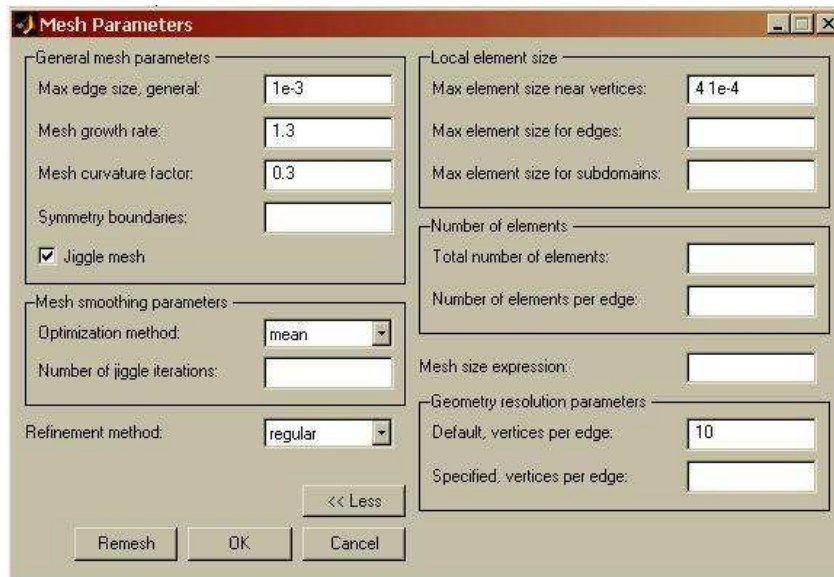
Režim sítí

Výpočet Navier-Stokesových rovnic je poměrně složitý, proto je velice důležité zvolit správné a vhodné síťové rozložení. Jestliže je síťové rozložení příliš hrubé, mohou se vyskytnout velice velké chyby v řešení. Na druhou stranu však jestliže je síťové rozložení příliš jemné potřebuje řešení nelineárních rovnic příliš mnoho paměti a výpočty trvají vcelku dlouho. Abychom se vyhnuli těmto dvěma variantám, zvolíme si optimální režim sítí.

Z nabídky **Mesh** vybereme dialogové okno **Mesh Parameters**.

V rámečku **General mesh parameters** vepíšeme do políčka **Max, edge size general** $1e-3$.

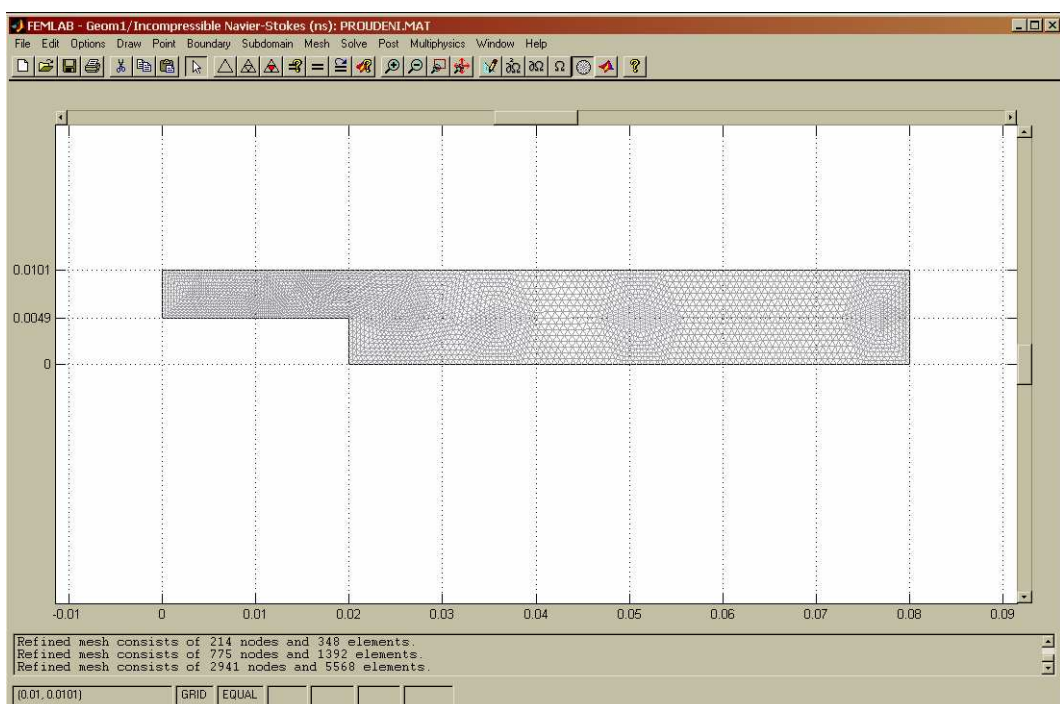
Stiskneme tlačítko **More**, kde se nám rozšíří nabídka tohoto okna a do políčka **Max element size near vertices** vložíme hodnoty $4 \cdot 1e-4$. Tato hodnota nám zjmenu sítíovou strukturu kolem rohů.



Obr. 22 Definice parametrů sítě

Zavřeme dialogové okno kliknutím na **OK**.

Zinicializujeme síťovou strukturu našeho modelu kliknutím na tlačítko **Initialize Mesh** na nástrojové liště.



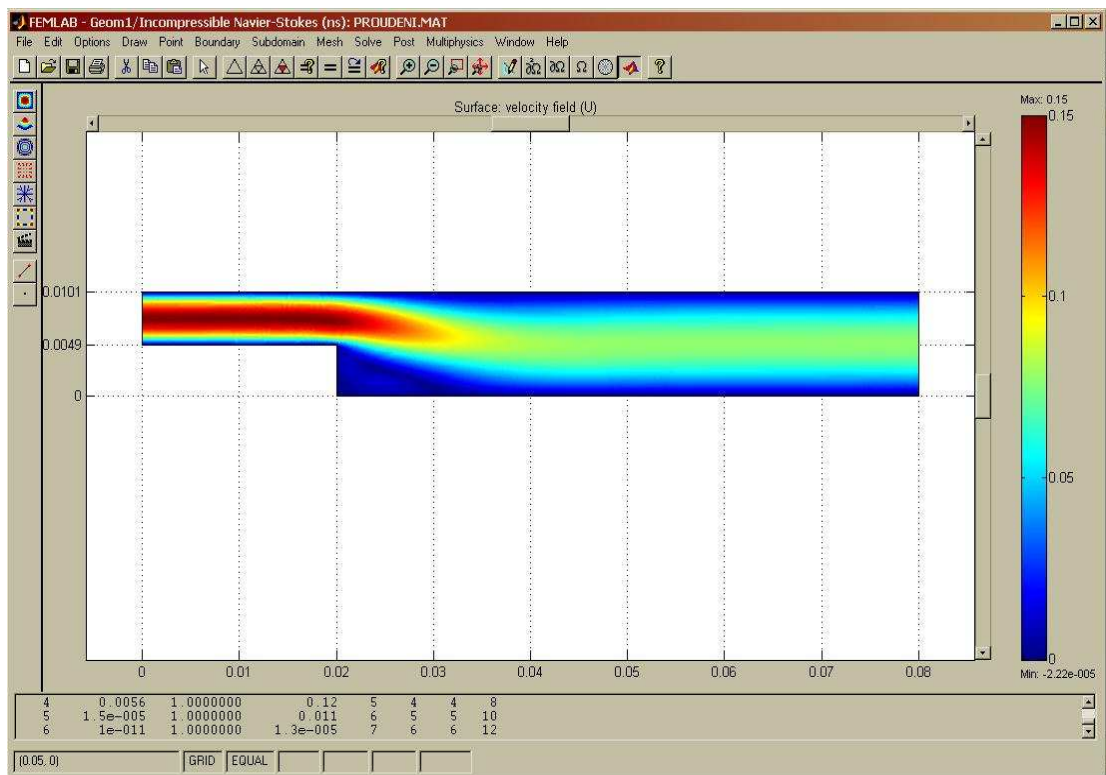
Obr. 23 Objekt pokrytý sítí

Řešení problému

Klikneme na tlačítko **Solve problem**, pro začátek simulace. Tato operace trvá poněkud déle, zde závisí na výkonnosti počítače. Průměrný čas potřebný k řešení bývá kolem 56 sekund.

Režim Post

Zde můžeme vidět základní zobrazení veličin rychlostního pole.

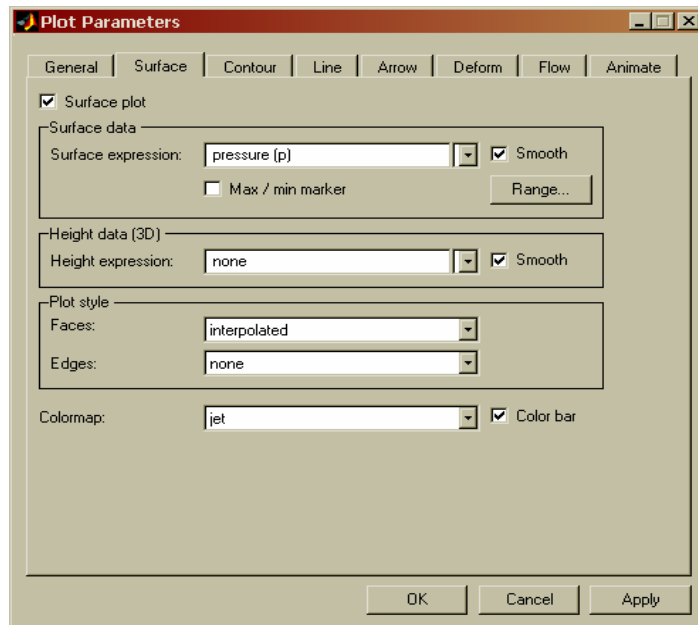


Obr. 24 Zobrazení veličin rychlostního pole

Abychom si mohli lépe představit rychlost proudění a tlak, můžeme také použít různé kombinace šipek či křivek.

Z nabídky **Post** otevřeme dialogové okno **Plot Parameters**. Taktéž je možno použít tlačítko stejného názvu z horní tlačítkové lišty.

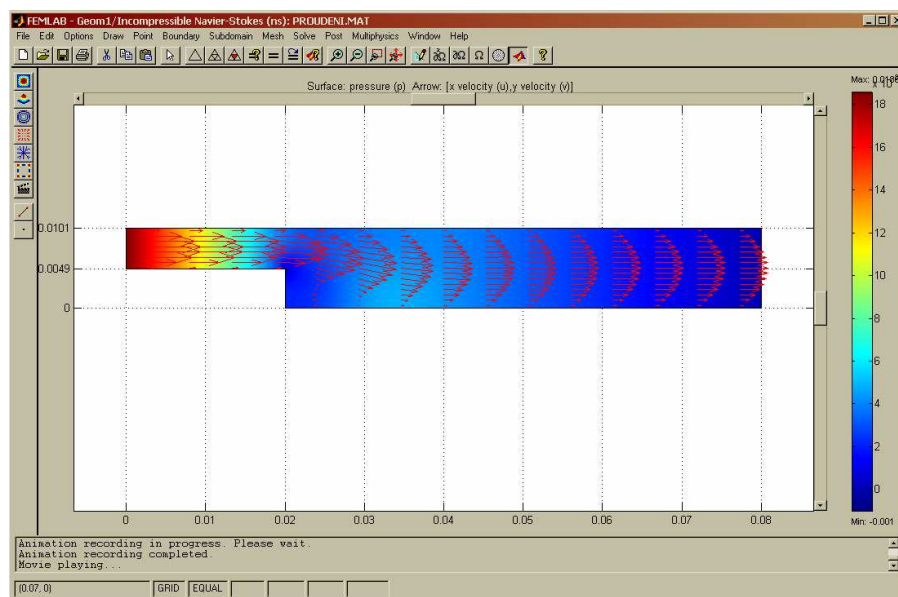
Vybereme záložku **Surface** a v rámečku **Surface data** změníme z rolovacího menu **Surface expression** na **pressure (p)**.



Obr. 25 Režimy zobrazení

Dále v tomto dialogovém okně přepneme na záložku **Arrow** a zaškrtneme rámeček **Arrow plot**.

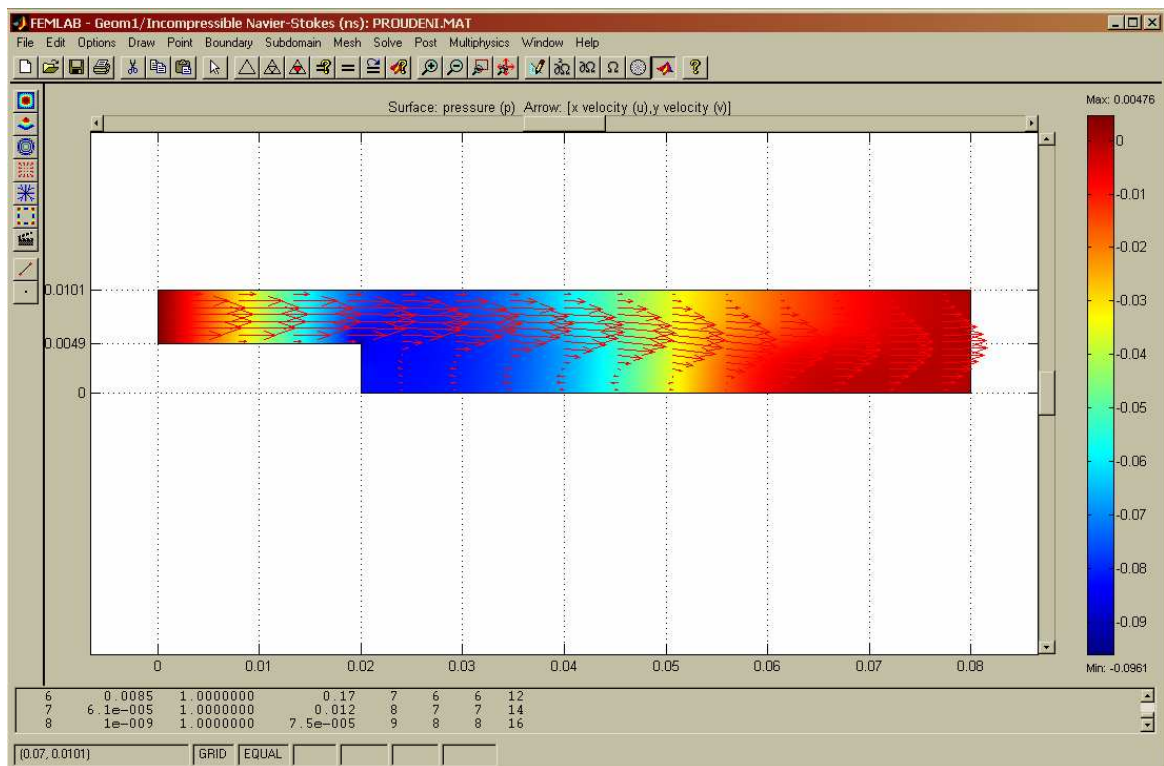
Potvrdíme tlačítkem **OK**.



Obr. 26 Šipkové zobrazení veličin rychlostního pole

Dále změníme hlavní vstupní rychlost na požadovanou 0,544 m/s. Tu změníme v dialogovém okně **Add/Edit Constants**, kde přepíšeme stávající hodnotu proměnné V_{mean} . Reynoldsovo číslo se nám automaticky zvýší zhruba na hodnotu 389.

Tím se nám změní hodnota vstupní rychlosti. Spustíme znovu simulaci kliknutím na tlačítko **Restart**.



Obr. 27 Šipkové zobrazení veličin rychlostního pole (2)

Abychom si mohli prohlédnout oblast zpětné cirkulace použijeme předpokládaný výraz testující složky osy x . Použijeme automatické Max/min značení pro vykreslení velikosti nepohyblivé oblasti.

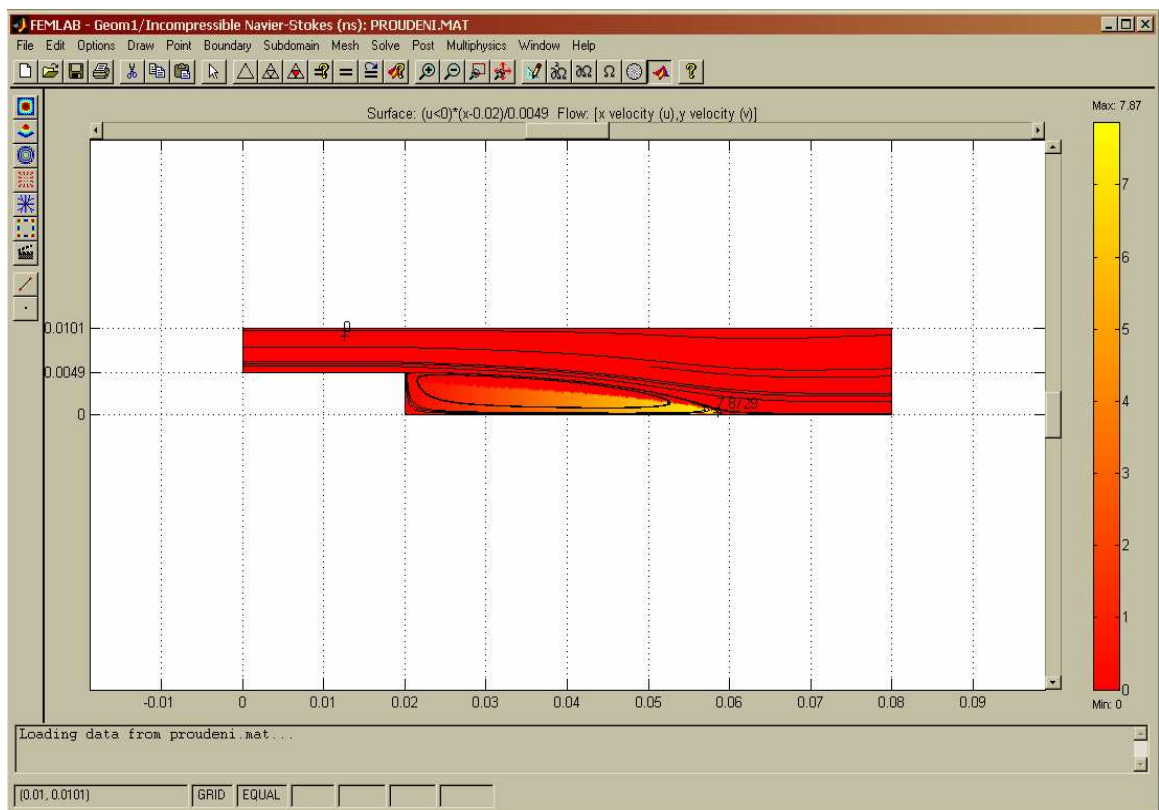
Z nabídky **Post** vybereme dialogové okno **Plot parameters** a vybereme záložku **General**. V rámečku **Plot type** odškrtneme **Arrow** a zaškrtneme **Flow lines**.

Na záložce **Surface** vepíšeme do kolonky **Surface expression** $(u < 0) * (x - 0,02) / 0,0049$. Odškrtneme políčko **Smooth** a zaškrtneme políčko **Max/min marker**. Dále máme na výběr z různých barevných schémat, tak si z rolovacího menu **Colormap** vybereme například

autumn. Dále přepneme na záložku **Flow** kde změníme **Numer of streamlines** ze 20 na 10, dále pak **Stream color** na inverted background a klikneme na tlačítko **Advanced**.

Otevře se nám nové dialogové okno. Změníme **Max. numer of integration steps** na 2000 a potvrdíme tlačítkem **OK**.

Zavřeme dialogové okno **Plot parameters** stiskem tlačítka **OK**. [5]



Obr. 28 Proudění kapaliny s konstantní rychlostí bez přítomnosti okolních vlivů