

Magnetická levitace - modelování, simulace a řízení

Bc. Radek Pelikán

Diplomová práce
2006



Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně
Fakulta aplikované informatiky

Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně
Fakulta aplikované informatiky
Ústav řízení procesů
akademický rok: 2005/2006

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení: **Bc. Radek PELIKÁN**
Studijní program: **N 2807 Chemické a procesní inženýrství**
Studijní obor: **Automatizace a řídicí technika**

Téma práce: **Magnetická levitace – modelování, simulace a řízení**

Zásady pro vypracování:

1. Odvodte matematický popis reálného modelu "magnetická levitace-CE152"
2. Implementujte vytvořený model v programovém prostředí MATLAB/Simulink
3. Experimentálně porovnejte vlastnosti matematického modelu s reálným protějškem
4. Navrhňte vhodné metody řízení a ověřte je jak simulačně tak experimentálně
5. Porovnejte dosažené výsledky pro vybrané metody řízení

Rozsah práce:

Rozsah příloh:

Forma zpracování diplomové práce: **tištěná/elektronická**

Seznam odborné literatury:


- [1] Wellstead, P.E.: Introduction to physical system modelling. Academic Press Ltd, London, 1979.
- [2] Mikleš, J. a M. Fikar: Modelovanie, identifikácia a riadenie procesov I. Vydavateľstvo STU, Bratislava, 1999.
- [3] Gächter, S.: Optimization of the magnetic levitation process by iterative feedback tuning – thesis, Swiss federal institute of technology, Lausanne, 2000.
- [4] CE 152 Magnetic levitation model – user’s manual, rev. 3.0. Humusoft s.r.o., 2002.
- [5] CE 152 Magnetic levitation model – educational manual. Humusoft s.r.o., 2002.
- [6] [http://www.tq.com/product/cart/pdfs/CE152\(1\).pdf](http://www.tq.com/product/cart/pdfs/CE152(1).pdf).
- [7] Real time toolbox – user’s manual. Humusoft s.r.o., 2003.

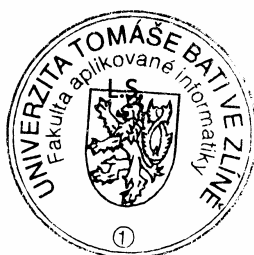
Vedoucí diplomové práce: **Ing. František Gazdoš, Ph.D.**
Ústav řízení procesů

Datum zadání diplomové práce: **14. února 2006**

Termín odevzdání diplomové práce: **26. května 2006**

Ve Zlíně dne 25. února 2006


prof. Ing. Vladimír Vašek, CSc.
pověřený děkan




prof. Ing. Petr Dostál, CSc.
ředitel ústavu

ABSTRAKT

Tato diplomová práce se zabývá modelováním, simulací a řízením reálného modelu magnetická levitace CE152. Cílem je sestavit takový matematický model, který bude z hlediska vstupu a výstupu s reálným protějškem ekvivalentní. Dalším úkolem je navrhnout strukturu a parametry takových regulátorů, které zajistí levitaci kuličky v různých polohách pracovního prostoru a dále pak porovnat kvalitu regulačních pochodů.

Klíčová slova: Magnetická levitace, modelování, simulace, řízení, CE152.

ABSTRACT

This master thesis deals with modelling and control of the magnetic levitation system CE152. The goal is to derive a mathematical model equivalent to the real system in terms of input/output relation. Next goal is to design suitable controllers enabling levitation of the ball in different positions and compare quality of control processes.

Keywords: Magnetic levitation, modelling, simulation, control, CE152.

Děkuji tímto vedoucímu mé diplomové práce Ing. Františkovi Gazdošovi za odborné vedení, rady a připomínky, které mi poskytl během řešení této práce.

Ve Zlíně

.....

Jméno diplomanta

OBSAH

ÚVOD	8
I TEORETICKÁ ČÁST	9
1 MATEMATICKÝ POPIS A MODELOVÁNÍ	10
1.1 VNITŘNÍ STRUKTURA REÁLNÉHO MODELU	10
1.1.1 D/A převodník.....	11
1.1.2 Cívka s kuličkou.....	12
1.1.3 Proudový zesilovač	16
1.1.4 Snímač polohy.....	18
1.1.5 A/D převodník.....	19
1.2 KOMPLETNÍ SIMULAČNÍ SCHÉMA.....	20
II PRAKTICKÁ ČÁST	21
2 IDENTIFIKACE	22
2.1 PARAMETRY D/A A A/D PŘEVODNÍKU	22
2.2 PROUDOVÝ ZESILOVAČ	23
2.3 SNÍMAČ POLOHY.....	24
2.4 CÍVKA S KULIČKOU	25
2.5 ROZSAH SIGNÁLŮ	29
3 LINEARIZACE	30
3.1 LINEARIZACE V PRACOVNÍM BODĚ	30
3.2 VOLBA PRACOVNÍHO BODU	36
3.3 POROVNÁNÍ MODELŮ	38
4 ŘÍZENÍ A SIMULACE	40
4.1 KVALITA REGULAČNÍHO POCHODU.....	40
4.2 PID REGULÁTOR	42
4.2.1 Stabilita zpětnovazebního regulačního obvodu s PID regulátorem	43
4.2.2 Řízení a simulace s PID regulátorem.....	47
4.3 PID REGULÁTOR S FILTRACÍ DERIVAČNÍ SLOŽKY	51
4.4 POLYNOMIÁLNÍ SYNTÉZA	56
4.4.1 1DOF konfigurace řízení.....	56
4.4.2 2DOF konfigurace řízení.....	62
4.4.3 2 zpětnovazební regulátory	67
4.5 DISKUSE VÝSLEDKŮ	72
ZÁVĚR	73
SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY	74
SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK	75
SEZNAM OBRÁZKŮ	78

SEZNAM TABULEK.....	80
SEZNAM PŘÍLOH.....	81

ÚVOD

Laboratorní model magnetická levitace CE152 představuje výukový sériově vyráběný reálný model od firmy HUMUSOFT [1]. Na tomto modelu je možno dobře demonstrovat problémy matematického modelování a řízení reálných procesů. Z hlediska teorie automatického řízení tento model reprezentuje spojitý nelineární nestabilní jednorozměrný systém.

Hlavní částí tohoto modelu je solenoidní cívka s jádrem, ocelová kulička a indukčnostní snímač polohy. Prochází-li cívkou proud, vzniká v okolí cívky magnetické pole. Toto magnetické pole působí na kuličku a vyvolá v ní magnetické pole opačné orientace. Kulička je tedy při průchodu proudu cívkou přitahována k jádru. Základem levitace je rovnováha sil, které na kuličku působí. Model je přes A/D a D/A převodník propojen s PC, kterým se tento model řídí.

Pro vlastní řízení a simulace je použito programové prostředí MATLAB/Simulink s nástavbou Real Time Toolbox. Toto prostředí umožňuje použití různých regulátorů jak předem vytvořených, tak i vlastní konstrukce. Dále zajišťuje komunikaci s modelem magnetické levitace v reálném čase.



I. TEORETICKÁ ČÁST

1 MATEMATICKÝ POPIS A MODELOVÁNÍ

Úkolem této kapitoly je odvodit matematický popis reálného modelu magnetická levitace CE152 a implementovat ho do programového prostředí MATLAB/Simulink. Při modelování se nejdříve provede rozdělení tohoto systému na dílčí podsystémy. Po té se odvodí matematický popis těchto podsystému a jejich odpovídající simulační schémata.

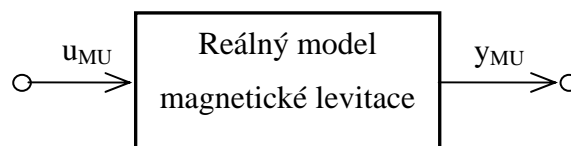
Model je s PC propojen přes A/D a D/A převodníky, které jsou umístěny na PCI kartě. Tato karta je prakticky umístěna v PC. Pro tento případ budou však převodníky považovány za součást modelu.

1.1 Vnitřní struktura reálného modelu

Na Obr. 1. je uvedeno blokové schéma modelu. Vstupem je signál u_{MU} , který z pohledu teorie automatického řízení představuje akční zásah. Výstupním signálem je y_{MU} , což je poloha kuličky (regulovaná veličina).

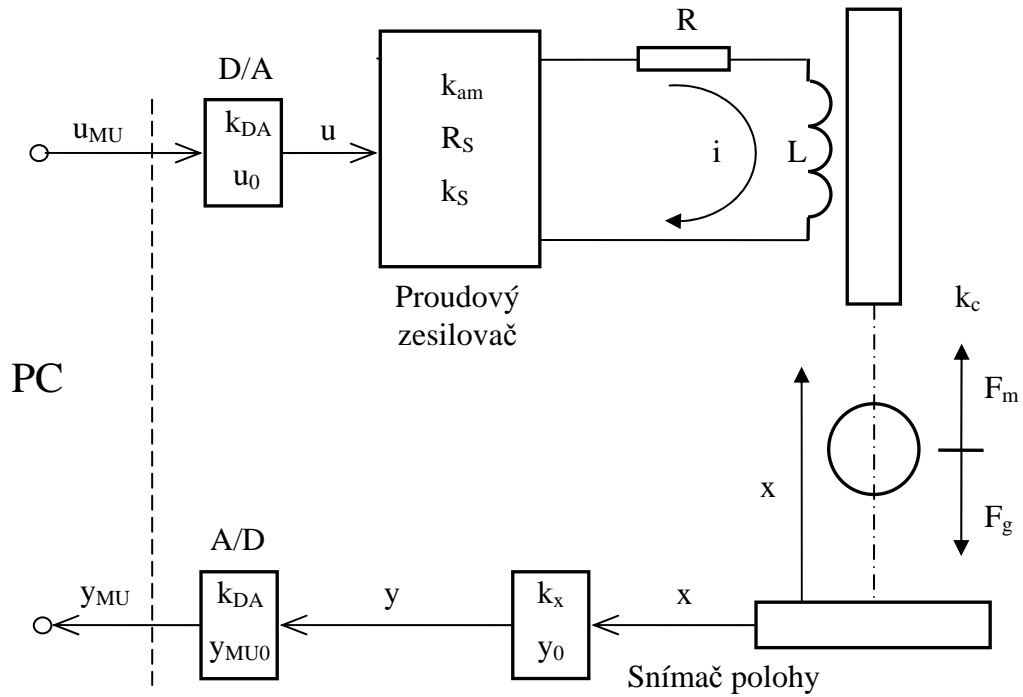
Reálný model se skládá z následujících částí, které budeme považovat za podsystémy.

- D/A převodník
- Proudový zesilovač
- Cívka s kuličkou
- Snímač polohy
- A/D převodník



Obr. 1. Blokové schéma modelu

Reálný model magnetické levitace obsahuje jednotlivé dílčí bloky, které jsou mezi sebou propojeny. Schématické uspořádání je uvedeno na Obr. 2 [1].



Obr. 2. Vnitřní struktura modelu

Vstupní signál u_{MU} se v D/A převodníku transformuje na signál u . Tento signál vstupuje do proudového zesilovače, který ho převádí na proud i . Poloha x je ve snímači převedena na signál y , který se v A/D převodníku transformuje na y_{MU} .

1.1.1 D/A převodník

D/A převodník převádí digitální signál z PC na analogový napěťový signál. Jeho časová konstanta je vůči dynamice systému zanedbatelná, proto můžeme jeho převodní charakteristiku popsat lineární funkcí ve tvaru:

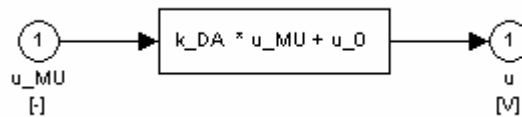
$$u = k_{DA} u_{MU} + u_0 \quad (1)$$

kde: u – výstupní napětí z převodníku [V]

k_{DA} – převodní konstanta [V]

u_{MU} – vstupní signál [-]

u_0 – offset [V]



Obr. 3. Simulační schéma D/A převodníku

Na Obr. 3. je uvedeno simulační schéma D/A převodníku. Toto schéma jsme získali implementací rovnice (1) do simulačního prostředí.

1.1.2 Cívka s kuličkou

Jak již bylo zmíněno, základem levitace kuličky je rovnováha sil, které na ni působí. Jedná se o gravitační sílu F_g a magnetickou sílu F_m . Magnetická síla je funkcí dvou proměnných, a to proudu a polohy kuličky. Gravitační síla je funkcí hmotnosti, a tedy v tomto případě konstantní.

Pohybové rovnice:

$$F_a = F_m - F_g \quad (2)$$

$$F_m = \frac{i^2 k_c}{(x - x_0)^2} \quad (3)$$

$$F_g = m_k g \quad (4)$$

$$F_a = m_k \ddot{x} - k_{fv} \dot{x} \quad (5)$$

$$m_k \ddot{x} - k_{fv} \dot{x} = \frac{i^2 k_c}{(x - x_0)^2} - m_k g \quad (6)$$

kde: F_a – akcelerační síla [N]

F_m – magnetická síla [N]

F_g – gravitační síla [N]

i – proud [A]

x – poloha kuličky [m]

k_c – konstanta cívky a kuličky [Nm^2A^{-2}]

x_0 – offset cívky [m]

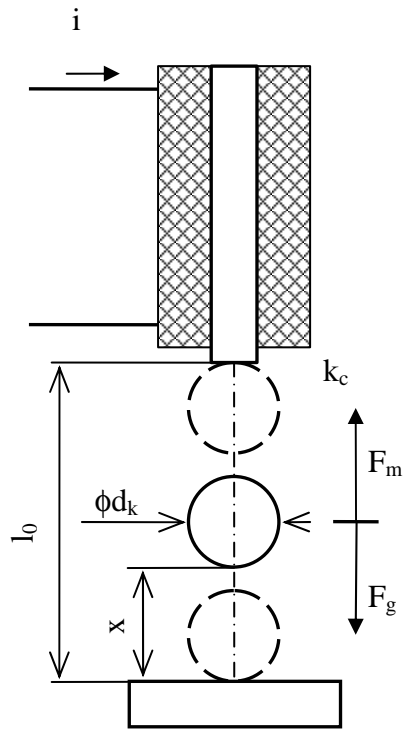
m_k – hmotnost kuličky [kg]

g – gravitační zrychlení [ms^{-2}]

k_{fv} – konstanta tlumení [Nsm^{-1}]

Rovnice (6) popisuje chování kuličky v magnetickém poli cívky. Jedná se o nelineární diferenciální rovnici druhého řádu. Proud i představuje vstupní a poloha x výstupní veličinu.

Na Obr. 4. jsou uvedeny hlavní části modelu a jejich uspořádání. Vertikální pohyb kuličky je shora omezen jádrem cívky a zdola snímačem polohy.



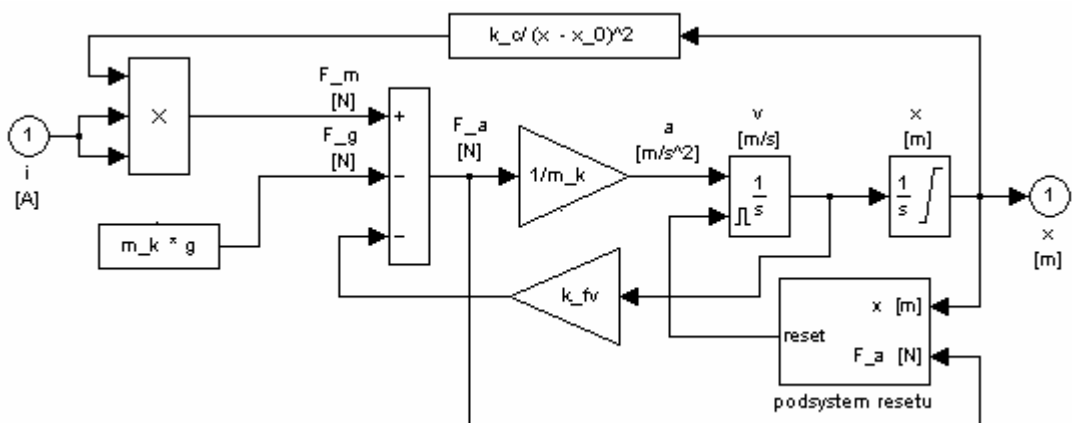
Obr. 4. Cívka s kuličkou

Legenda k Obr. 4.:

d_k – průměr kuličky [m]

l_0 – vzdálenost senzoru polohy a jádra cívky [m]

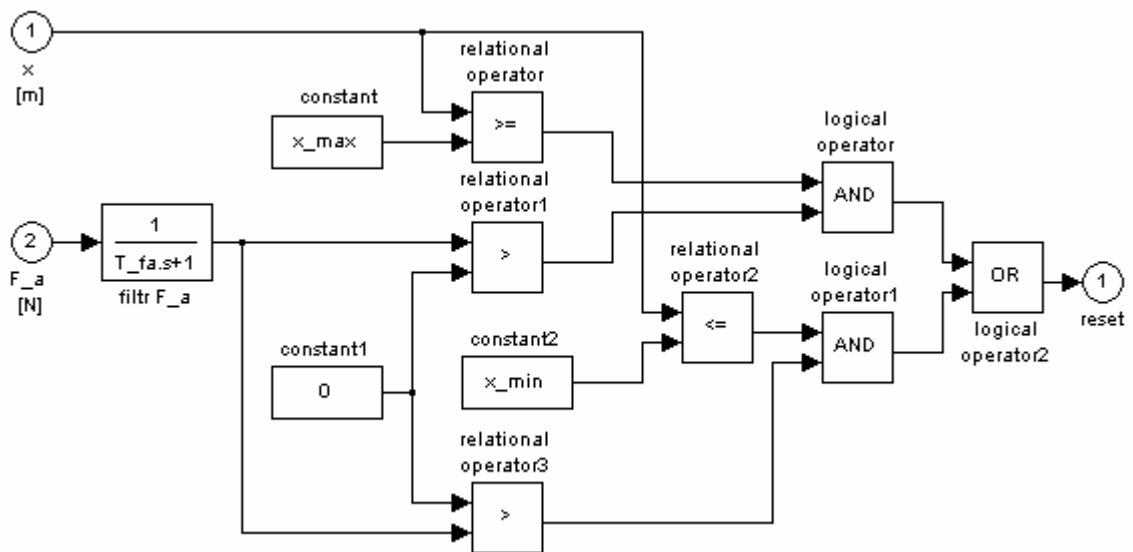
x – poloha kuličky [m]



Obr. 5. Simulační schéma cívky s kuličkou

Na Obr. 5 je uvedeno simulační schéma cívky s kuličkou. Toto schéma reprezentuje diferenciální rovnici (6). Dále obsahuje podsystém, který zajišťuje reset integračního členu, pokud je splněna jedna z těchto podmínek:

- kulička se nachází v dolní krajní poloze a zároveň akcelerační síla je nulová
- kulička se nachází v horní krajní poloze a zároveň akcelerační síla je nulová

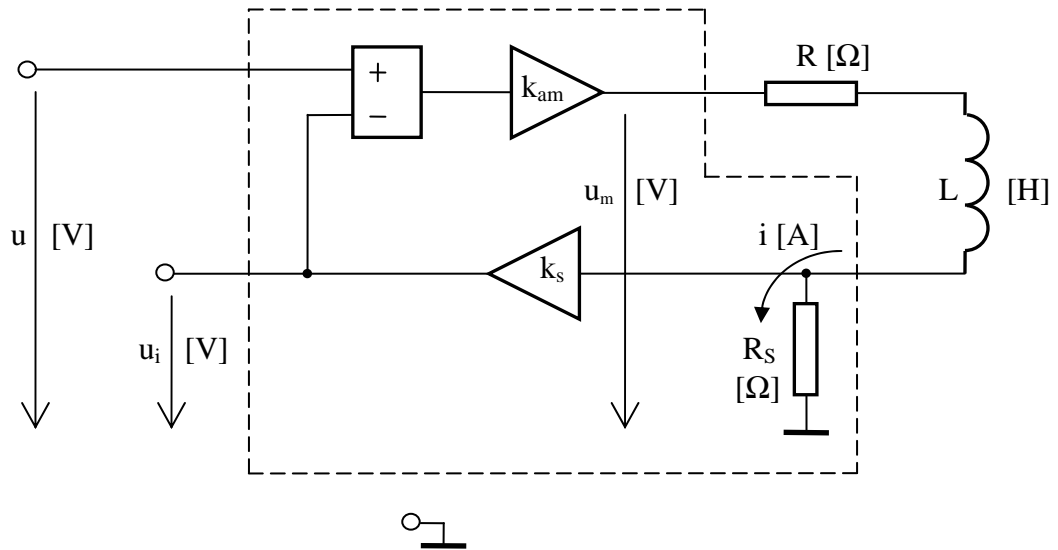


Obr. 6. Simulační schéma podsystému resetu

Simulační schéma podsystému resetu je uvedeno na Obr. 6. Schéma obsahuje blok *filtr* F_a , který zpožďuje akcelerační sílu. Tím je zajištěno, aby se během simulačních výpočtů nevyskytovaly algebraické smyčky. Časová konstanta filtru byla zvolena $T_{fa} = 0.001$ s.

1.1.3 Proudový zesilovač

Na Obr. 7. je uvedena vnitřní struktura proudového zesilovače. V tomto případě se nebudeme zabývat přesným elektrickým zapojením, ale funkcí. Schéma se skládá ze dvou zesilovačů, součtového členu a rezistoru R_S . Rezistor R představuje odpor vodiče cívky.



Obr. 7. Vnitřní struktura proudového zesilovače

Legenda k Obr. 7.

k_{am} , k_s – konstanty zesílení [-]

R – odpor vodiče cívky [Ω]

L – vlastní indukčnost cívky [H]

R_S – zemnicí odpor [Ω]

Nyní odvodíme matematický popis tohoto pod systému se zápornou zpětnou vazbou:

$$u_m = iR + \frac{di}{dt}L + iR_S \quad (7)$$

$$u_m = k_{am}(u - u_i) \quad (8)$$

$$u_i = R_s k_s i \quad (9)$$

$$iR + \frac{di}{dt}L + iR_s = k_{am}(u - R_s k_s i) \quad (10)$$

$$\frac{di}{dt}L + iR + iR_s + k_{am}k_s iR_s = k_{am}u \quad (11)$$

$$\frac{di}{dt}L + (R + R_s + k_{am}R_s k_s)i = k_{am}u \quad (12)$$

Provedeme-li přímou Laplaceovu transformaci za nulových počátečních podmínek, získáme:

$$I(s)sL + (R + R_s + k_{am}R_s k_s)I(s) = k_{am}U(s) \quad (13)$$

$$\frac{I(s)}{U(s)} = \frac{k_{am}}{sL + (R + R_s + k_{am}R_s k_s)} \quad (14)$$

$$\frac{I(s)}{U(s)} = \frac{\frac{k_{am}}{R + R_s + k_{am}R_s k_s}}{\frac{L}{R + R_s + k_{am}R_s k_s} s + 1} \quad (15)$$

Pro zjednodušení vztahu (15) zavedeme substituci:

$$T_a = \frac{L}{R + R_s + k_{am}R_s k_s} \quad (16)$$

$$k_i = \frac{k_{am}}{R + R_s + k_{am}R_s k_s} \quad (17)$$

$$G_A(s) = \frac{I(s)}{U(s)} = \frac{k_i}{T_a s + 1} \quad (18)$$

Chování proudového zesilovače spolu s cívkou můžeme tedy modelovat jako systém 1. řádu se zesílením k_i a časovou konstantou T_a .



Obr. 8. Simulační schéma proudového zesilovače

1.1.4 Snímač polohy

K měření vertikální polohy je použit indukčnostní snímač. Jeho převodní charakteristiku můžeme popsat lineární funkcí ve tvaru [1]:

$$y = k_x x + y_0 \quad (19)$$

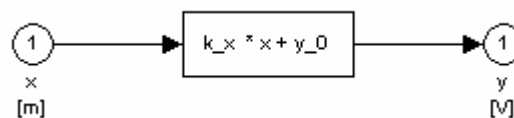
kde: y – výstupní napětí ze snímače [V]

k_x – zesílení [Vm^{-1}]

x – poloha [m]

y_0 – offset [V]

Simulační schéma tohoto snímače je uvedeno na Obr. 9.



Obr. 9. Simulační schéma snímače polohy

1.1.5 A/D převodník

A/D převodník převádí spojitý napěťový signál na digitální. Chování A/D převodníku můžeme popsat lineární funkcí ve tvaru [1]:

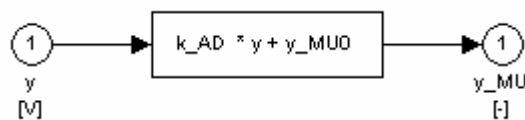
$$y_{MU} = k_{AD}y + y_{MU0} \quad (20)$$

kde: y_{MU} – výstupní signál z převodníku [-]

k_{AD} – převodní konstanta [V^{-1}]

y – vstupní napětí [V]

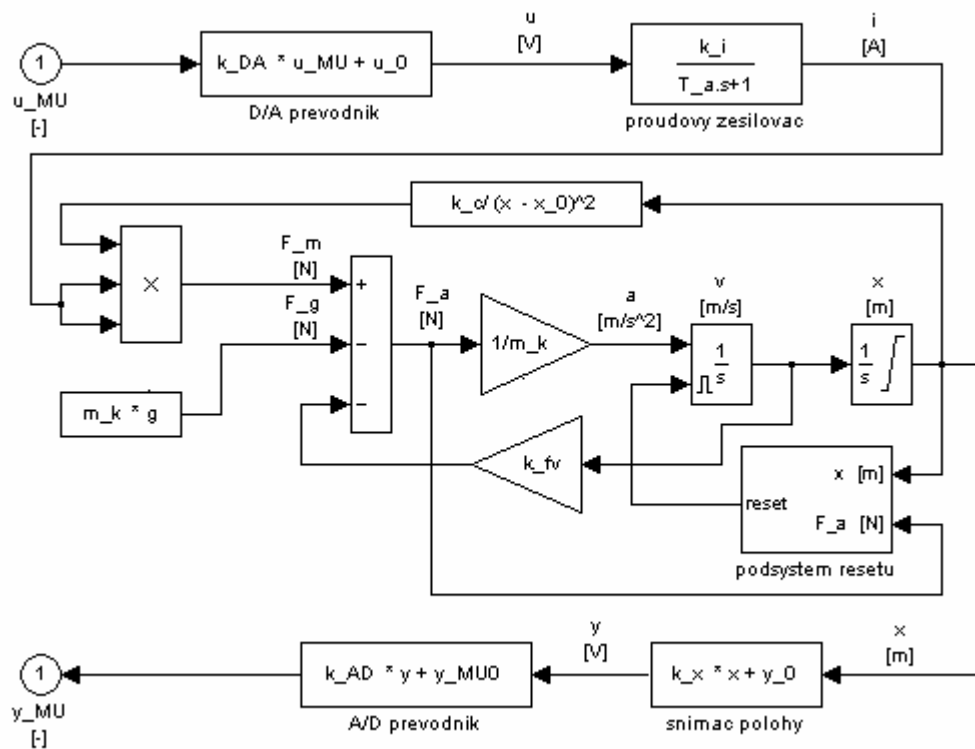
y_{MU0} – offset [-]



Obr. 10. Simulační schéma A/D převodníku

1.2 Kompletní simulační schéma

Na Obr. 11. je uvedeno simulační schéma reálného modelu magnetické levitace. Toto schéma se skládá z je jednotlivých simulačních bloků popisující dílčí podsystémy.



Obr. 11. Simulační schéma magnetické levitace

II. PRAKTICKÁ ČÁST

2 IDENTIFIKACE

Tato kapitola se zabývá identifikací parametrů, jejichž výrobcem uváděné hodnoty neodpovídají dobře zkoumanému modelu. Obdobně jako při modelování se bude postupně provádět identifikace parametrů dílčích podsystémů.

2.1 Parametry D/A a A/D převodníku

Tyto převodníky, které zajišťují propojení modelu a PC, jsou umístěny na PCI kartě. Tato karta má označení MF614.

D/A převodník převádí digitální bezrozměrný signál v rozsahu $u_{MU} = 0$ až $u_{MU} = 0,5$ na napěťový signál $u = 0$ V až $u = 10$ V. Odtud je tedy zřejmé, že převodní konstanta $k_{DA} = 20$ V.

Obdobně lze popsat i chování A/D převodníku, který převádí napěťový signál rozsahu $y = 0$ V až $y = 5$ V na bezrozměrný signál $y_{MU} = 0$ až $y_{MU} = 1$. Převodní konstanta $k_{AD} = 0,2$ V⁻¹. Offsets obou převodníků jsou nulové, tedy $u_0 = 0$ V, $y_{MU0} = 0$.

Oba převodníky umožňují nastavit periodu vzorkování, což je to doba, po které se převádí signály. Při měření a řízení byla perioda vzorkování v D/A a A/D převodníku stejná, $T_s = 0,005$ s.

2.2 Proudový zesilovač

Jak bylo při odvození matematického popisu uvedeno, proudový zesilovač lze chápat jako systém 1. řádu se zesílením k_i a časovou konstantou T_a . Chování tohoto systému popisuje vztah (18).

Tabulka I. Hodnoty parametrů součástek v proudovém zesilovači uváděné výrobcem

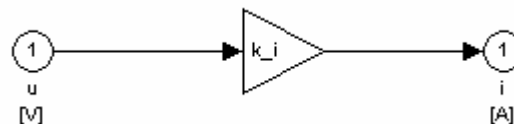
označení	hodnota	rozměr
k_{am}	100	-
k_s	13,33	-
L	0,03	H
R	3,5	Ω
R_s	0,25	Ω

Spočteme nyní časovou konstantu a zesílení proudového zesilovače podle (16) a (17).

$$T_a = \frac{L}{R + R_s + k_{am} R_s k_s} = 9 \cdot 10^{-5} \text{ [s]}$$

$$k_i = \frac{k_{am}}{R + R_s + k_{am} R_s k_s} = 0,3 \text{ [A/V]}$$

Jelikož časová konstanta T_a je v porovnání s dynamikou systému velmi malá, bude blok proudového zesilovače modelován pouze jako zesilovač. To znamená, že simulační schéma na Obr. 8 se zjednoduší na následující:



Obr. 12. Zjednodušené simulační schéma proudového zesilovače

2.3 Snímač polohy

Snímač polohy kuličky má lineární převodní charakteristiku. Pro identifikaci jeho neznámých parametrů k_x a y_0 budou tedy stačit krajní polohy kuličky.

Dosadíme-li rovnici (19) do (20) získáme vztah (21), který popisuje převodní charakteristiku snímače polohy a A/D převodníku.

$$y_{MU} = k_{AD}k_x x + k_{AD}y_0 \quad (21)$$

Tabulka II. Naměřené a vypočtené hodnoty pro výpočet parametrů snímače polohy

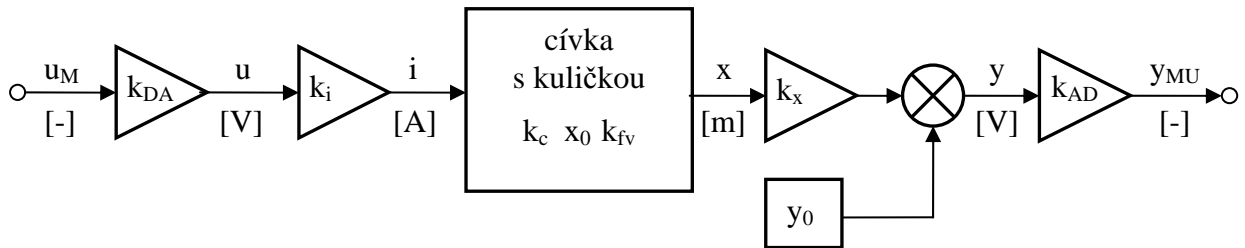
i	$y_{MU(i)}$ [-]	$x_{(i)}$ [m]	$y_{(i)}$ [V]
1	0,0037	0	0,0183
2	0,94	0,0057	4,7

$$y_0 = y_{(1)} = 0,0183 \text{ [V]}$$

$$k_x = \frac{y_{(2)} - y_{(1)}}{x_{(2)} - x_{(1)}} = 821,36 \text{ [Vm}^{-1}\text{]}$$

2.4 Cívka s kuličkou

Na Obr. 13. je uvedeno zjednodušené vnitřní blokové schéma modelu, kde blok *cívka s kuličkou* tvoří hlavní část. Budou zde identifikovány parametry k_c a x_0 .



Obr. 13. Zjednodušené vnitřní blokové schéma modelu

Tabulka III. Naměřené parametry podsystemu cívky s kuličkou

označení	hodnota	rozměr
d_k	12,7	mm
m_k	8,27	g
l_0	18,4	mm
x_{\min}	0	mm
$x_{\max} = l_0 - d_k$	5,7	mm

Při identifikaci těchto dvou konstant se vycházelo z rovnovážného stavu. To znamená, že časové derivace jsou rovny nule. Gravitační síla je rovna magnetické.

$$F_m = F_g \quad (22)$$

$$\frac{i^2 k_c}{(x - x_0)^2} = m_k g \quad (23)$$

Indexem $()^S$ označme hodnoty v rovnovážném stavu.

$$\frac{(i^S)^2}{(x^S - x_0)^2} = \frac{gm_k}{k_c} \quad (24)$$

$$\frac{i^S}{x^S - x_0} = -\sqrt{\frac{gm_k}{k_c}} \quad (25)$$

Při odmocnění bychom měli správně psát $\pm \sqrt{\frac{gm_k}{k_c}}$, pro model vyhovuje pouze $-\sqrt{\frac{gm_k}{k_c}}$, a to z toho důvodu, že s rostoucím proudem kulička klesá.

$$i^S = -\sqrt{\frac{gm_k}{k_c}} x^S + \sqrt{\frac{gm_k}{k_c}} x_0 \quad (26)$$

$$x^S = -\sqrt{\frac{k_c}{gm_k}} i^S + x_0 \quad (27)$$

Rovnovážné stavy jsou tedy popsány lineární rovnicí:

$$x^S = -Ki^S + x_0 \quad (28)$$

$$K = \sqrt{\frac{k_c}{gm_k}} \quad (29)$$

Tabulka IV. Naměřené a vypočtené hodnoty v rovnovážných stavech

č. m.	$u_{MU}^S [-]$	$y_{MU}^S [-]$	$u^S [V]$	$i^S [A]$	$x^S [10^{-3} m]$
1	0,264	0,10	5,28	1,584	0,59
2	0,236	0,19	4,72	1,416	1,13
3	0,213	0,28	4,26	1,278	1,68
4	0,190	0,38	3,80	1,140	2,29
5	0,172	0,47	3,44	1,032	2,84
6	0,152	0,57	3,04	0,912	3,45
7	0,135	0,66	2,70	0,810	3,99
8	0,118	0,75	2,36	0,708	4,54
9	0,097	0,85	1,94	0,582	5,15

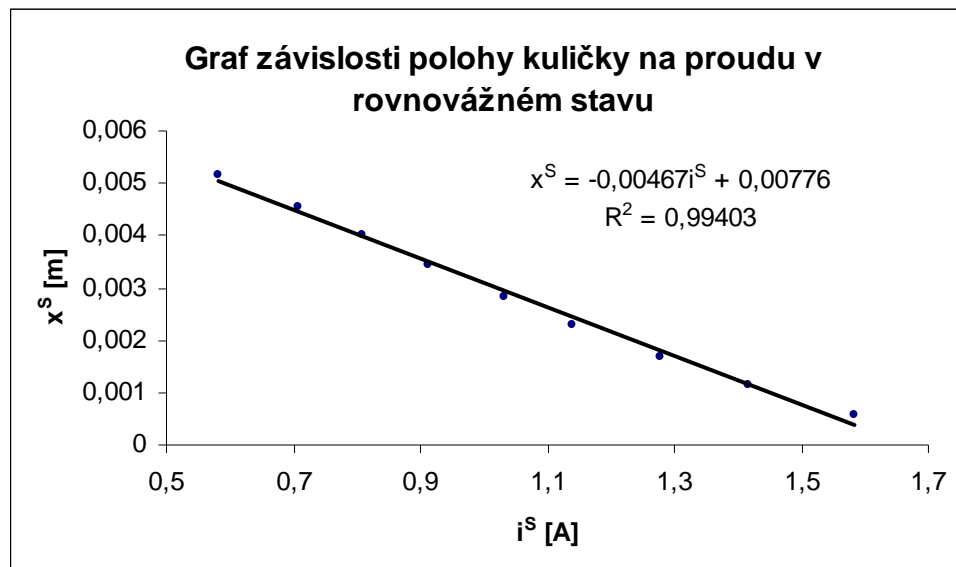
Příklad výpočtu pro první řádek tabulky:

$$u = k_{DA} u_{MU} = 20 \cdot 0,264 = 5,28 \text{ V}$$

$$i = k_i u = 0,3 \cdot 5,28 = 1,584 \text{ A}$$

$$x = \frac{y_{MU} - k_{AD} y_0}{k_{AD} k_x} = \frac{0,1 - 0,2 \cdot 0,0183}{0,2 \cdot 821,36} = 0,59 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

Nyní vyneseme do grafu závislost polohy kuličky na proudu, který prochází cívkou v rovnovážném stavu. Rovnice přímky, která byla získána lineární regresí, obsahuje hledané parametry.



Obr. 14. Graf závislosti polohy kuličky na proudu v rovnovážném stavu

Výpočet k_c a x_0 :

$$x^S = -Ki^S + x_0$$

$$x^S = -0,00467i^S + 0,00776$$

$$x_0 = 0,00776 \text{ m}$$

$$K = 0,00467 \text{ mA}^{-1}$$

Hledaný parametr k_c spočteme z rovnice (31) takto:

$$k_c = K^2 gm_k = 0,00467^2 \cdot 9,81 \cdot 8,27 \cdot 10^{-3} = 1,769 \cdot 10^{-6} \text{ Nm}^2\text{A}^{-2}$$

V tabulce V. jsou uvedeny parametry matematického modelu, které byly použity při simulaci.

Tabulka V. Parametry matematického modelu

označení	hodnota	rozměr	označení	hodnota	rozměr
k_{DA}	20	V	x_0	0,0076	m
k_{AD}	0,2	V^{-1}	x_{\min}	0	m
d_k	$12,7 \cdot 10^{-3}$	m	x_{\max}	$5,7 \cdot 10^{-3}$	m
m_k	$8,27 \cdot 10^{-7}$	kg	k_i	0,3	AV^{-1}
g	9,81	ms^{-2}	k_x	821,36	Vm^{-1}
k_{fv}	0,02	Nsm^{-1}	y_0	0,0183	V
k_c	1,769	Nm^2A^{-2}	T_{fa}	0,001	s

2.5 Rozsah signálů

Akční zásah (vstupní signál) se může pohybovat v rozsahu $u_{MU} = 0$ až $u_{MU} = 0,5$. Tento signál se přes D/A převodník a proudový zesilovač převede na proud, který prochází cívkou a budí magnetické pole. Proud v cívce se pohybuje v rozsahu $i = 0$ A až $i = 3$ A. Přepočtový vztah mezi akčním zásahem a proudem je:

$$i = k_{DA} k_i u_{MU} \quad (30)$$

I kdyby byl akční zásah větší než dovolená horní mez, reálný model obsahuje proudový omezovač, který proud saturuje.

Výstupní signál se pohybuje v rozsahu $y_{MU} = 0$ až $y_{MU} = 1$. Nenulový offset snímače polohy způsobuje, že dolní krajní mez je $y_{MU} = 0,0037$, což je ale v podstatě nulová hodnota. Horní krajní mez je $y_{MU} = 0,94$, což odpovídá horní poloze kuličky $x_{\max} = 5,7 \cdot 10^{-3}$ m. Přepočtový vztah mezi polohou a výstupním signálem popisuje rovnice (21).

3 LINEARIZACE

Tato kapitola se zabývá linearizací nelineárního matematického modelu v okolí zvoleného pracovního bodu. Dále se zkoumá, jak se mění parametry linearizovaného systému v závislosti na volbě tohoto pracovního bodu.

3.1 Linearizace v pracovním bodě

Zavedeme-li do rovnice (6) vliv D/A převodníku, proudového zesilovače (30), snímače polohy a A/D převodníku (21), získáme:

$$\frac{m_k}{k_{AD}k_x} \ddot{y}_{MU} - \frac{k_{fv}}{k_{AD}k_x} \dot{y}_{MU} = \frac{k_{DA}^2 k_i^2 u_{MU}^2 k_c}{\left(\frac{y_{MU} - k_{AD}y_0}{k_{AD}k_x} - x_0 \right)^2} - m_k g \quad (31)$$

Tato rovnice (31) je nelineární diferenciální rovnice 2. řádu. Vhodnou substitucí ji převedeme na soustavu dvou diferenciálních rovnic řádu prvního.

Substituce:

$$z_1 = y_{MU} \quad (32)$$

$$z_2 = \dot{y}_{MU} \quad (33)$$

Obecně lze tedy psát:

$$z = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} \quad (34)$$

což bude reprezentovat vektor stavových veličin, jejichž derivace mohou být vyjádřeny v obecné formě jako:

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= f_1(z, u) \\ \dot{z}_2 &= f_2(z, u) \end{aligned} \quad (35)$$

s počáteční podmínkou

$$z(t_0) = z^S \quad (36)$$

V konkrétním případě budou stavové rovnice vypadat následovně:

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= z_2 \\ \dot{z}_2 &= \frac{k_{fv}}{k_{AD}k_x} z_2 + \frac{k_{AD}k_x k_{DA}^2 k_i^2 u_{MU}^2 k_c}{m_k \left(\frac{z_1 - k_{AD}y_0}{k_{AD}k_x} - x_0 \right)^2} - k_{AD}k_x g \end{aligned} \quad (37)$$

kde proměnná z_1 reprezentuje polohu a z_2 rychlost kuličky.

V rovnovážném stavu jsou časové derivace rovny nule a tedy po úpravě platí:

$$z_1^S = -\sqrt{\frac{k_c}{gm_k}} k_x k_{AD} k_{DA} k_i u_{MU}^S + k_x k_{AD} x_0 + k_{AD} y_0 \quad (38)$$

$$z_2^S = 0 \quad (39)$$

Respektive chceme-li spočítat velikost akčního zásahu u_{MU}^S v rovnovážném stavu, který je potřebný pro levitaci kuličky v požadované rovnovážné poloze z_1^S :

$$u_{MU}^S = -\frac{z_1^S - k_x k_{AD} x_0 - k_{AD} y_0}{\sqrt{\frac{k_c}{gm_k} k_x k_{AD} k_{DA} k_i}} \quad (40)$$

Obecný stavový model lineárního t-invariantního systému má tvar [2]:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t) \end{aligned} \quad (41)$$

s počáteční podmínkou

$$x(t_0) = x^S \quad (42)$$

kde: $u(t)$ – vstupní vektor ($m \times 1$)

$y(t)$ – výstupní vektor ($r \times 1$)

$x(t)$ – vektor stavových veličin ($n \times 1$)

A – stavová matice systému ($n \times n$)

B – matice buzení ($n \times m$)

C – matice výstupní ($r \times n$)

D – matice převodní ($r \times m$)

Zavedme nyní nové stavové i vstupní veličiny jako odchylky původních veličin od jejich ustálených stavů, nejprve obecně:

$$x(t) = x'(t) - x'^S \quad (43)$$

$$u(t) = u'(t) - u'^S \quad (44)$$

Pro náš konkrétní případ:

$$\begin{aligned} x_1(t) &= z_1(t) - z_1^S \\ x_2(t) &= z_2(t) - z_2^S \end{aligned} \quad (45)$$

$$u(t) = u_{MU}(t) - u_{MU}^S \quad (46)$$

Jelikož rychlost kuličky je v rovnovážném stavu nulová, $z_2^S = 0$, můžeme rovnice (45) přepsat do následujícího tvaru:

$$\begin{aligned} x_1(t) &= z_1(t) - z_1^S \\ x_2(t) &= z_2(t) \end{aligned} \quad (47)$$

Ze soustavy rovnic (35) spočítáme nejdříve obecně podle [3] stavovou matici a matici buzení linearizovaného systému.

$$A^S = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial z_1} & \frac{\partial f_1}{\partial z_2} \\ \frac{\partial f_2}{\partial z_1} & \frac{\partial f_2}{\partial z_2} \end{bmatrix} \quad (48)$$

$$B^S = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial u} \\ \frac{\partial f_2}{\partial u} \end{bmatrix} \quad (49)$$

Jednotlivé prvky těchto matic představují parciální derivace funkcí, které popisují chování systému, podle příslušných proměnných v pracovním bodě, a jsou tedy konstantní.

Nyní ze soustavy diferenciálních rovnic (37) spočteme podle (48) a (49) konkrétní matice:

$$A^S = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{k_{fv}} \\ -\frac{2k_{AD}k_x k_{DA}^2 k_i^2 (u_{MU}^S)^2 k_c}{m_k \left(\frac{z_1^S - k_{AD}y_0}{k_{AD}k_x} - x_0 \right)^3} & \frac{1}{m_k} \end{bmatrix} \quad (50)$$

$$B^S = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{2k_{AD}k_x k_{DA}^2 k_i^2 u_{MU}^S k_c}{m_k \left(\frac{z_1^S - k_{AD}y_0}{k_{AD}k_x} - x_0 \right)^2} \end{bmatrix} \quad (51)$$

Jelikož výstupním parametrem ze systému je poloha, bude matice C^S pouze vektor ve tvaru:

$$C^S = [1 \quad 0] \quad (52)$$

Matice převodu D^S je nulová, tedy:

$$D^S = [0] \quad (53)$$

Dosadíme-li do matic (50) a (51) vztah (38), tak po úpravě získáme:

$$A^S = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \frac{2g}{k_{DA}k_i u_{MU}^S \sqrt{\frac{k_c}{m_k g}}} & \frac{k_{fv}}{m_k} \end{bmatrix} \quad (54)$$

$$B^S = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{2k_{AD}k_x g}{u_{MU}^S} \end{bmatrix} \quad (55)$$

Důsledkem zavedení odchylkových veličin (46) a (47) je skutečnost, že počáteční podmínky pro stavové veličiny jsou nulové. Tímto postupem jsme tedy získali linearizovaný stavový popis (56) původně nelineárního systému (31).

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A^S x(t) + B^S u(t) \\ y(t) &= C^S x(t) \end{aligned} \quad (56)$$

s počáteční podmínkou

$$x(0) = 0 \quad (57)$$

Převédeme-li stavový popis (56) na vstupně výstupní podle následujícího vztahu [4]:

$$G(s) = \frac{1}{\det(sI - A^S)} C^S \text{adj}(sI - A^S) B^S + D^S \quad (58)$$

kde s je operátor Laplaceovy transformace a A^S , B^S , C^S , D^S jsou příslušné matice stavového popisu (56).

Podle vztahu (58) získáme přenos:

$$G(s) = \frac{b_0}{s^2 + a_1 s + a_0} \quad (59)$$

kde jednotlivé koeficienty jsou dány vztahy:

$$b_0 = \frac{2k_{AD}k_x g}{u_{MU}^S} \quad (60)$$

$$a_1 = -\frac{k_{fv}}{m_k} \quad (61)$$

$$a_0 = -\frac{2g}{k_{DA}k_i u_{MU}^S \sqrt{\frac{k_c}{m_k g}}} \quad (62)$$

Podle rovnice (63) spočítejme pro kontrolu zesílení, které by v tomto případě mělo být konstantní (nezávislé na volbě pracovního bodu). Konstantní zesílení vychází z rovnovážného vztahu rovnice (31) a popisuje vztah mezi rovnovážnou polohou z_1^S a rovnovážným akčním zásahem u_{UM}^S .

$$k = -\frac{b_0}{a_0} = -\frac{\frac{2k_{AD}k_x g}{u_{MU}^S}}{\frac{2g}{k_{DA}k_i u_{MU}^S \sqrt{\frac{k_c}{m_k g}}}} = -k_{DA}k_x k_{AD}k_i \sqrt{\frac{k_c}{m_k g}} \quad (63)$$

$$k = -20 \cdot 821,36 \cdot 0,2 \cdot 0,3 \sqrt{\frac{1,769 \cdot 10^{-6}}{8,27 \cdot 10^{-3} \cdot 9,81}} = -4,6 [-]$$

3.2 Volba pracovního bodu

Nyní prozkoumáme, jak se mění parametry linearizovaného systému v závislosti na volbě pracovního bodu. Zvolme tři pracovní body, ve kterých provedeme linearizaci. První v polovině dráhy, po které se může kulička pohybovat a další dva $\pm 30\%$ od této hodnoty.

Pracovní bod P_2 :

$$x^S = \frac{x_{\max}}{2} = \frac{5,7}{2} = 2,85 \text{ mm, čemuž odpovídá hodnota výstupu } y_{MU}^S = 0,47 \text{ a akční zásah } u_{MU}^S = 0,175.$$

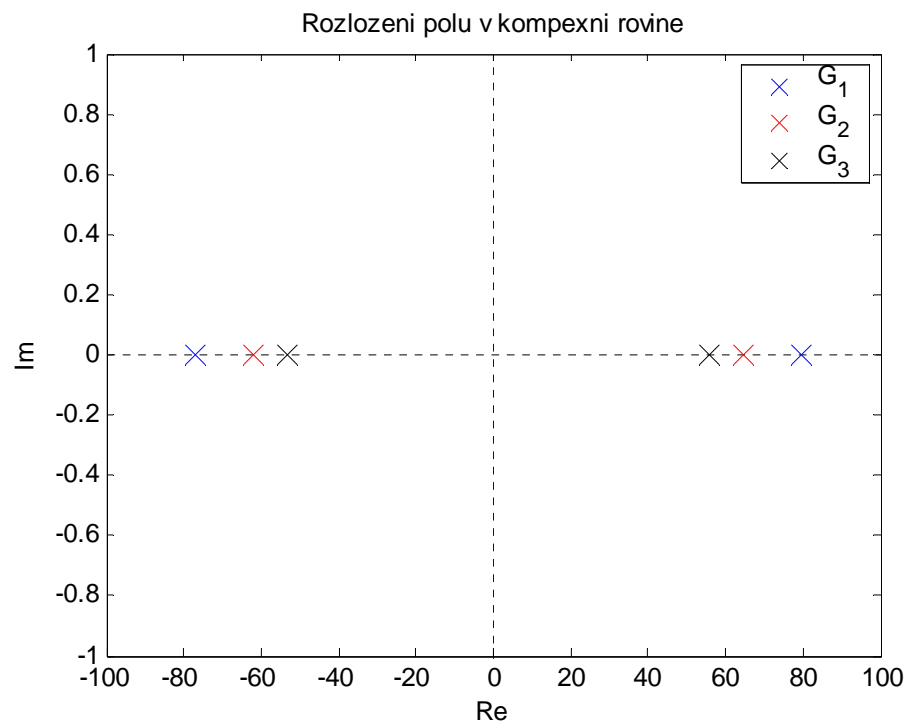
Potom tedy přenos spočtený podle rovnice (59), respektive podle (60), (61) a (62) je:

$$G_2(s) = \frac{8792}{s^2 - 2,418s + 3465} \quad (64)$$

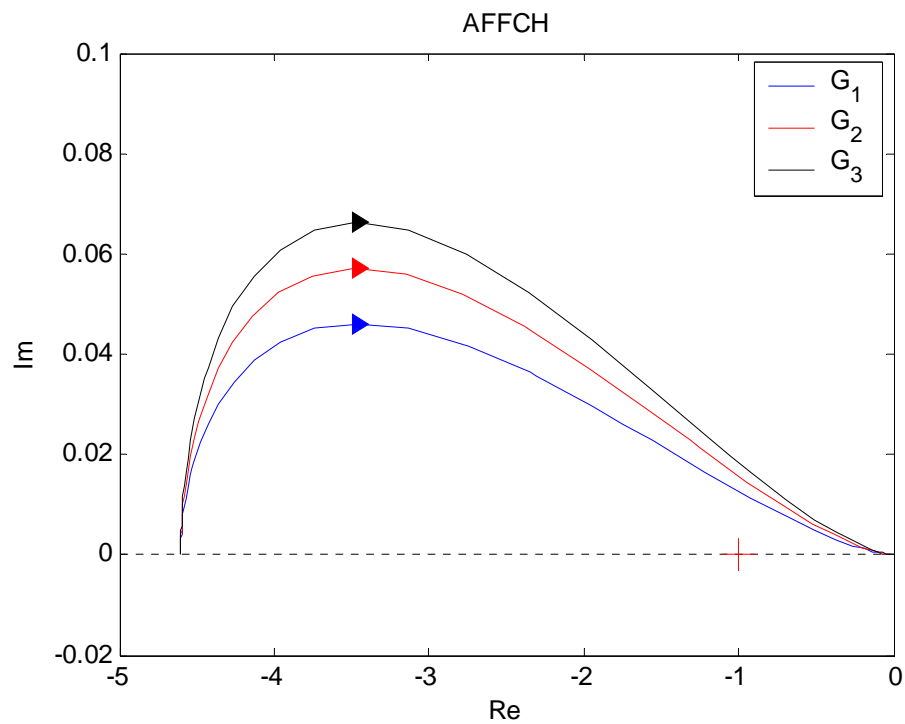
Tabulka VI. Hodnoty pracovních bodů a jim odpovídajících veličin

Pracovní	x^S [mm]	u_{MU}^S [-]	y_{MU}^S [-]	Přenos	póly
$P_1(+30\%)$	4,56	0,1142	0,75	$G_1(s) = \frac{28231}{s^2 - 2,418s - 6134}$	$p_{11} = 79,54$ $p_{12} = -77,12$
P_2	2,85	0,1752	0,47	$G_2(s) = \frac{18400}{s^2 - 2,418s - 3998}$	$p_{21} = 64,45$ $p_{22} = -62,03$
$P_3(-30\%)$	1,14	0,263	0,19	$G_3(s) = \frac{13638}{s^2 - 2,418s - 2963}$	$p_{31} = 55,66$ $p_{32} = -53,24$

Přenos získaný linearizací v pracovním bodě P_i , má 2 reálné kořeny, jeden stabilní a jeden nestabilní. To znamená, že systém je nestabilní. Posouvá-li se pracovní bod k maximální poloze, kořeny přenosu se vzdalují od imaginární osy.



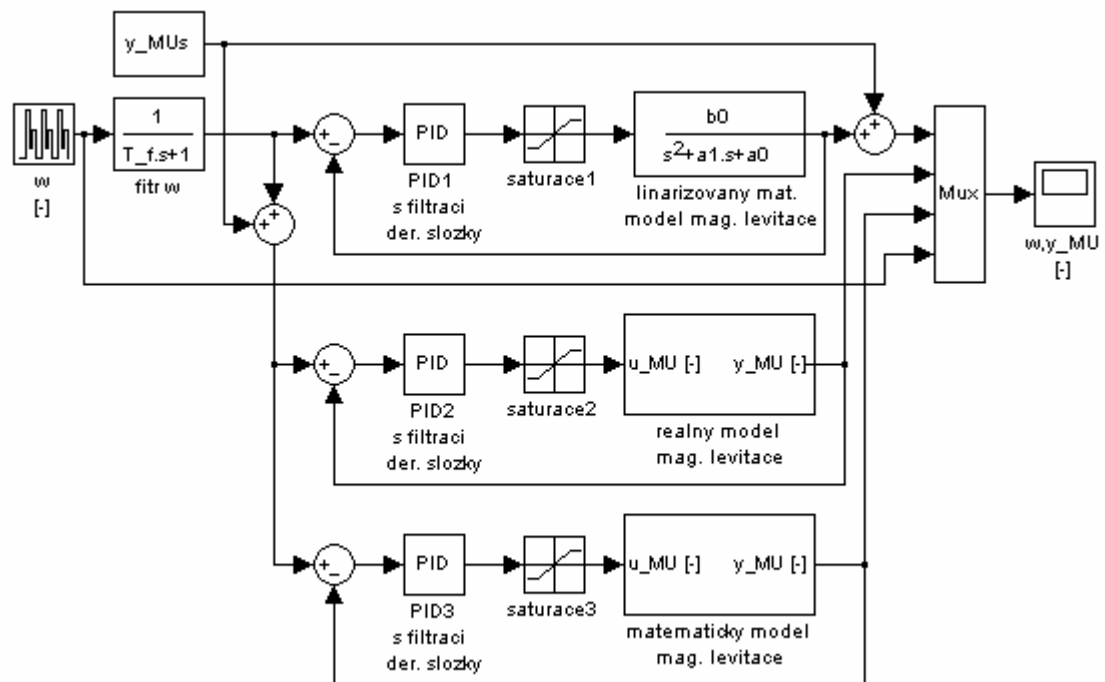
Obr. 15. Rozložení pólů linearizovaného systému v komplexní rovině



Obr. 16. Amplitudová fázová frekvenční charakteristika jednotlivých přenosů

3.3 Porovnání modelů

Porovnejme nyní chování reálného, nelineárního a linearizovaného modelu v okolí pracovního bodu P_2 . Abychom mohli toto srovnání provést, musíme k výstupu linearizovaného systému přičítat hodnotu polohy y_{MU}^S v pracovním bodě P_2 . Simulační schéma pro toto srovnání je uvedeno na Obr. 17.



Obr. 17. Simulační schéma pro porovnání modelů

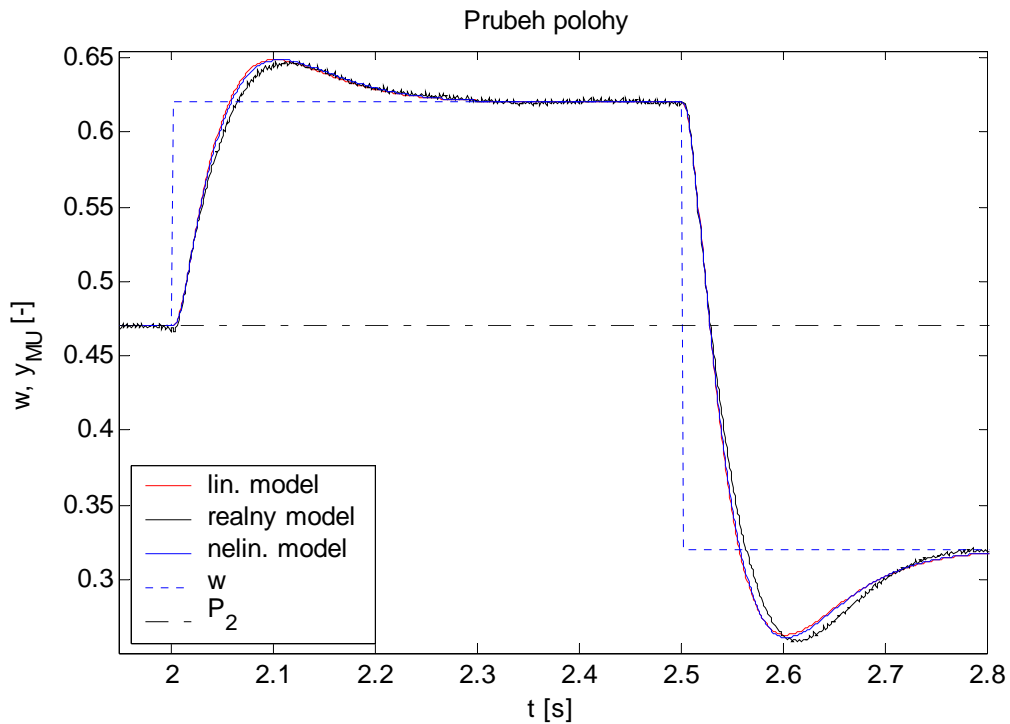
Pro porovnání byl zvolen PID regulátor s filtrací derivační složky [5]. Tento regulátor je popsán přenosem:

$$G_R(s) = P + \frac{I}{s} + \frac{Ds}{\frac{1}{N}s + 1} \quad (65)$$

Porovnání bylo provedeno s parametry, které jsou uvedeny v Tabulce VII. Nastavení je totožné pro všechny tři regulační smyčky. V tomto případě se návrhem parametrů regulátoru nebudeme zabývat. Ten je uveden v kapitole 4.2.1.

Tabulka VII. Parametry PID regulátoru s filtrací der. složky

α	a	P	I	D	N
45	0,11	0,547	4,952	0,0075	670



Obr. 18. Průběh polohy, porovnání jednotlivých modelů

Z průběhu polohy na Obr. 18. je vidět, že jak nelineární tak i linearizovaný matematický model popisuje chování reálného modelu v okolí pracovního bodu P_2 velmi přesně.

Pozn.: Simulační model, tak jak ho uvádí výrobce ve svém manuálu [1], chování zkoumaného reálného modelu vůbec nevystihuje. Parametry jsou nevyhovující, struktura je nepřesná.

4 ŘÍZENÍ A SIMULACE

Tato kapitola se zabývá návrhem lineárních spojitéch regulátorů pro účely řízení daného systému. Všechny typy regulátorů jsou navrženy k přenosu G_2 . Jako referenční, tak i poruchový signál bude brána v úvahu skoková změna.

Nelineární nestabilní systém magnetické levitace bude tedy řízen lineárním robustním regulátorem. Robustností v tomto smyslu chápeme jako necitlivost regulátoru vůči změně parametrů řízeného systému (regulátor je navržen pouze na základě linearizovaného modelu). Dále se porovná chování reálného a matematického modelu. Kvalita regulačního pochodu se vyhodnotí vhodným kriteriem kvality.

4.1 Kvalita regulačního pochodu

Pojem kvalita regulačního pochodu (kvalita řízení) [6] je chápán jako chování regulované (řízené) veličiny v průběhu řízení. Existuje celá řada kriterií, které posuzují regulační pochod z různých hledisek. Pro tento případ byly vybrány dvě následující kriteria.

Kriterium podle maximálního přeregulování

Maximální přeregulování [6] se zpravidla hodnotí v procentech pomocí veličiny definované vztahem:

$$\sigma = 100 \frac{y_M}{w} [\%] \quad (66)$$

kde: y_M – maximální překmit regulované veličiny v daném intervalu
 w – změna žádané veličiny

Integrál kvadrátu regulační odchylky

Kritérium je definováno vztahem [6]:

$$J = \int_0^{\infty} e^2(t) dt \quad (67)$$

kde: $e(t) = w(t) - y(t)$

Pro tento případ budou upraveny meze integrálu na tvar:

$$J = \int_{t_1}^{t_2} e^2(t) dt \quad (68)$$

Určité meze integrálu představují časový interval, ve kterém se kvalita regulace sleduje. Protože pracujeme s vektory diskrétně naměřených dat, upravíme kritérium (68), tak že integrál nahradíme sumací:

$$J = \sum_{k_1}^{k_2} \frac{e(k)^2 + e(k-1)^2}{2} T_s \quad (69)$$

kde: $e(k)^2 = (w(k) - y_{MU}(k))^2$

$$k_1 = t_1 T_s$$

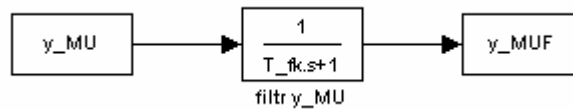
$$k_2 = t_2 T_s$$

Tato náhrada se také v literatuře označuje jako lichoběžníková [7].

Hodnota T_s představuje periodu vzorkování, po které jsou data do příslušných vektorů ukládány. V tomto případě byla pro všechna měření zvolena $T_s = 0,0005$ s, časový interval pak $t_1 = 2$ s a $t_2 = 5$ s.

Pozn.: Před vlastním vyhodnocením kvality regulace dvěma výše uvedenými kritérii, přefiltrujeme regulovanou veličinu. Tuto filtraci provedeme z důvodu odstranění šumu.

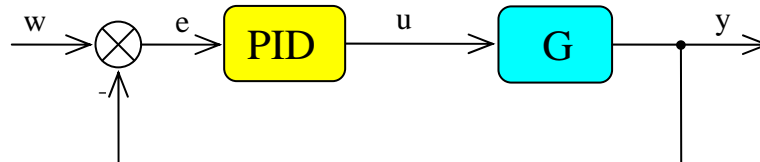
Schéma pro filtrování regulované veličiny je uvedeno na Obr. 19. Časová konstanta filtru byla zvolena $T_{fk} = 0,002$ s.



Obr. 19. Simulační schéma filtru polohy

4.2 PID regulátor

Na Obr. 20. je uvedena obecná struktura zpětnovazebního regulačního obvodu s regulátorem PID [4]. Vstupním signálem tohoto obvodu je žádaná veličina w . Výstupem je regulovaná veličina y . Na základě regulační odchylky e generuje *PID* regulátor akční zásah u , který vstupuje do regulované soustavy G .



Obr. 20. Obecná struktura zpětnovazebního regulačního obvodu
s PID regulátorem

Přenos ideálního PID regulátoru je:

$$G_R(s) = P + \frac{I}{s} + Ds \quad (70)$$

kde P, I, D jsou stavitelné parametry tohoto regulátoru.

4.2.1 Stabilita zpětnovazebního regulačního obvodu s PID regulátorem

Charakteristický polynom uzavřeného regulačního obvodu (URO) se dá podle [4] odvodit jako:

$$s^3 + (a_1 + b_0D)s^2 + (a_0 + b_0P)s + b_0I = d(s) \quad (71)$$

Nutnou podmínkou stability URO je, aby všechny koeficienty měli shodné znaménko, tedy v našem případě kladné. Z tohoto tvrzení plynou následující podmínky:

$$a_1 + b_0D > 0 \quad (72)$$

$$a_0 + b_0P > 0 \quad (73)$$

$$b_0I > 0 \quad (74)$$

kde: $a_1 < 0$, $a_2 < 0$, $b_0 > 0$ a dále předpokládáme že $P, I, D > 0$

Odvoďme nyní podmínky stability zpětnovazebního regulačního obvodu pomocí Hurwitzova kritéria [2]:

$$Hw_2 = \begin{vmatrix} a_1 + b_0D & b_0I \\ 1 & a_0 + b_0P \end{vmatrix} \quad (75)$$

$$Hw_1 = a_1 + b_0D \quad (76)$$

Regulační obvod bude stabilní, když bude platit:

$$Hw_2 > 0 \wedge Hw_1 > 0 \quad (77)$$

Druhá část podmínky (77) je totožná s nerovnicí (72). Odtud plyne omezení na parametr D :

$$D > \frac{|a_1|}{b_0} \quad (78)$$

Z nerovnice (73) plyne omezení na parametr P :

$$P > \frac{|a_0|}{b_0} \quad (79)$$

Omezení na složku I plyne z první části podmínky (77) a je:

$$I < \frac{a_1 a_0 + a_1 b_0 P + a_0 b_0 D - b_0^2 P D}{b_0} \quad (80)$$

Vyčíslíme-li podmínkové nerovnice (78) a (79) pro přenos G_2 , dostaneme konkrétní omezení:

$$D > 1,31 \cdot 10^{-4} \quad (81)$$

$$P > 0,217 \quad (82)$$

Složka I je závislá na volbě P a D .

Nerovnice (78),(79) a (80) vyjadřují podmínky, za kterých bude uzavřený regulační obvod stabilní. Není z nich však patrné, zda-li bude mít charakteristický polynom reálné či komplexní kořeny, tedy nedozvíme se nic o kvalitě řízení.

Experimentováním s modelem bylo zjištěno, že pokud má charakteristický polynom URO (71) jiné než reálné kořeny, regulovaná veličina při regulačním pochodu *netlumeně kmitá* (což je pravděpodobně důsledek zjednodušení původně nelineárního modelu na linearizovaný a následný návrh regulátoru podle něho). Proto při návrhu parametrů PID regulátoru zvolíme trochu netradiční způsob výpočtu, charakteristický spíše pro metody polynomiální syntézy.

Zvolme tedy polynom $d(s)$ na pravé straně polynomiální rovnice (61) takto:

$$d(s) = (s + \alpha)^3 \quad (83)$$

kde: $\alpha > 0$

což by mělo zabezpečit (alespoň v blízkosti zvoleného pracovního bodu) aperiodický, tedy nekmitavý průběh regulované veličiny. Touto volbou se sice poněkud omezí možnosti nastavení regulátoru, nicméně kompenzováno to bude jednoduchostí způsobu ladění regulátoru – pouze jedním parametrem.

Porovnáme-li koeficienty u příslušných mocnin proměnné s získáme následující rovnice:

$$P = \frac{3\alpha^2 - a_0}{b_0} \quad (84)$$

$$I = \frac{\alpha^3}{b_0} \quad (85)$$

$$D = \frac{3\alpha - a_1}{b_0} \quad (86)$$

Tyto rovnice definují hledané parametry PID regulátoru a jsou pouze funkcí α .

Vymezení intervalu volby α

Parametr α , což je vlastně absolutní hodnota trojnásobného kořenu charakteristického polynomu URO, lze teoreticky volit z intervalu $(0; \infty)$. Vyřešme nyní závislost citlivosti regulačního obvodu na volbě α .

Citlivostní funkce [8] uzavřeného regulačního obvodu je definována vztahem:

$$S(s) = \frac{1}{1 + G_R(s)G(s)} \quad (87)$$

Tedy pro náš případ:

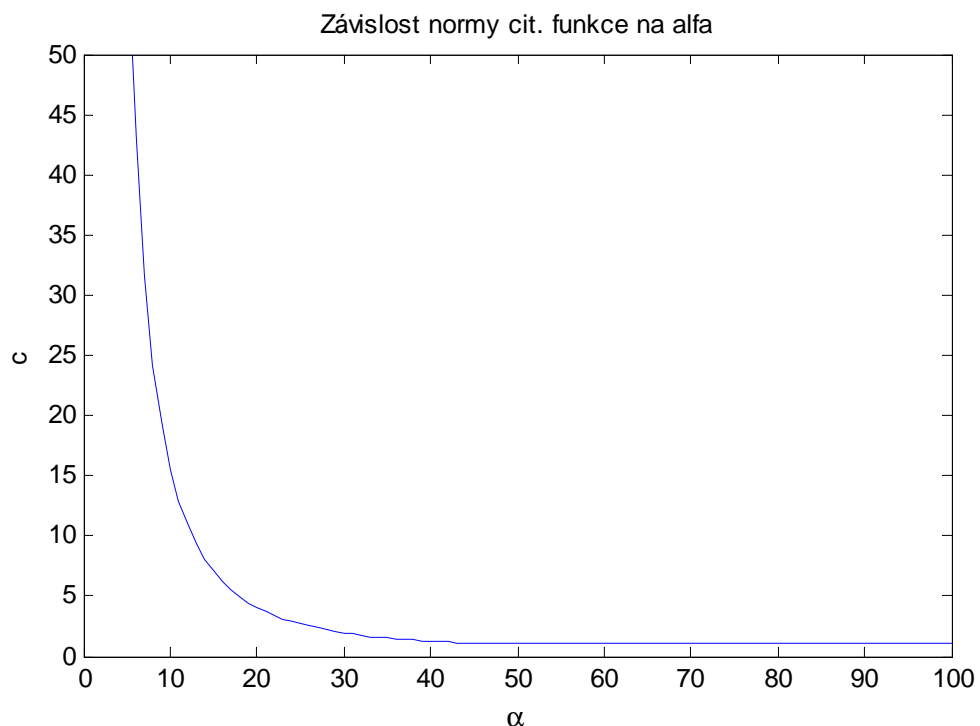
$$S(s) = \frac{s^3 + a_1 s^2 + a_0 s}{s^3 + 3\alpha s^2 + 3\alpha^2 s + \alpha^3} \quad (88)$$

Spočtěme nyní normu H_∞ citlivostní funkce $S(s)$. Podle [8] je norma H_∞ definována takto:

$$|S(j\omega)| \leq c \forall \omega \in R \quad (89)$$

Nejmenší takové c se označuje $\|S\|_\infty$ a je to norma H_∞ . Podle definice $\|S\|_\infty$ je také poloměr nejmenší kružnice opsané kolem amplitudové fázové frekvenční charakteristiky se středem v počátku komplexní roviny. Pro vlastní výpočet byla použita funkce z Matlabu *norm*, tedy:

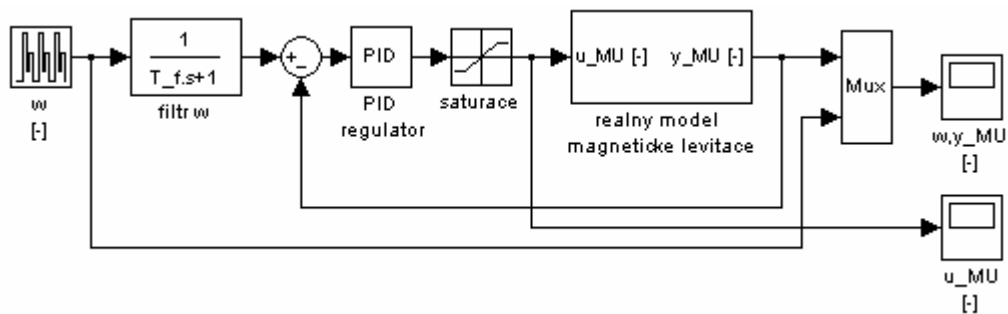
$$c = \text{norm}(S, \text{inf}) \quad (90)$$



Obr. 21 Graf závislost normy citlivostní funkce na parametru α , PID

Z grafu na Obr. 21. je vidět, že s rostoucím parametrem α , klesá norma H_∞ citlivostní funkce. V tomto případě je pro nás norma H_∞ citlivostní funkce jakýmsi číselným vyjádřením citlivosti regulačního obvodu na změnu parametrů řízeného systému. To znamená, že se zvyšuje robustnost regulátoru. Od hodnoty α kolem 45 se norma H_∞ citlivostní funkce výrazně nemění a je konstantní. Z tohoto důvodu byl pro regulaci zvolen parametr α blízký této hodnotě.

4.2.2 Řízení a simulace s PID regulátorem



Obr. 22. Schéma regulačního obvodu s PID regulátorem

Na Obr. 22. je uvedeno schéma pro řízení polohy. Toto schéma je oproti klasickému zpětnovazebnímu regulačnímu obvodu doplněno o blok *filtr w*, který filtruje žádanou veličinu. Časová konstanta tohoto filtru byla zvolena $T_f = 0,05$ s. Tento filtr byl přidán do regulačního obvodu z toho důvodu, aby se zamezilo ostré skokové změně žádané veličiny. Obvod bez tohoto filtru nevykazoval dobré výsledky pro větší skokové změny žádané veličiny.

Protože v literatuře se často setkáváme s přenosem PID regulátoru ve tvaru (91), než s popisem (70), uvedeme parametry PID regulátoru i v tomto vyjádření.

$$G_R(s) = r_0 \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) \quad (91)$$

kde: r_0 – zesílení regulátoru [-]

T_i – integrační časová konstanta [s]

T_d – derivační časová konstanta [s]

Přepočtové vzorce mezi přenosy (70) a (91) jsou následující:

$$r_0 = P \quad (92)$$

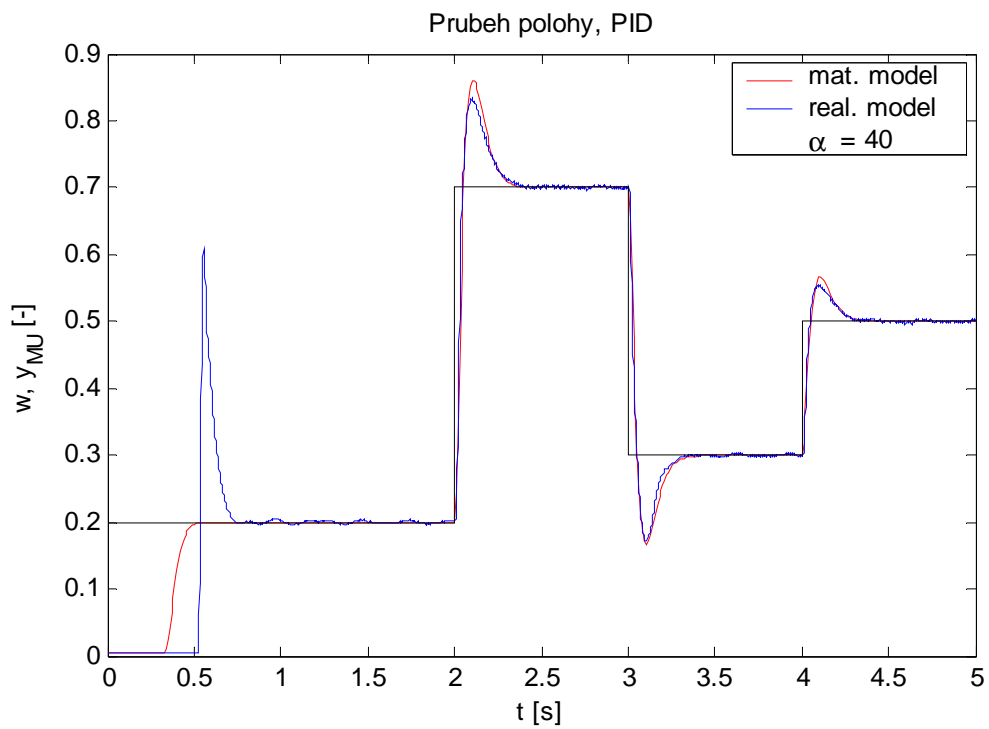
$$T_i = \frac{P}{I} \quad (93)$$

$$T_d = \frac{D}{P} \quad (94)$$

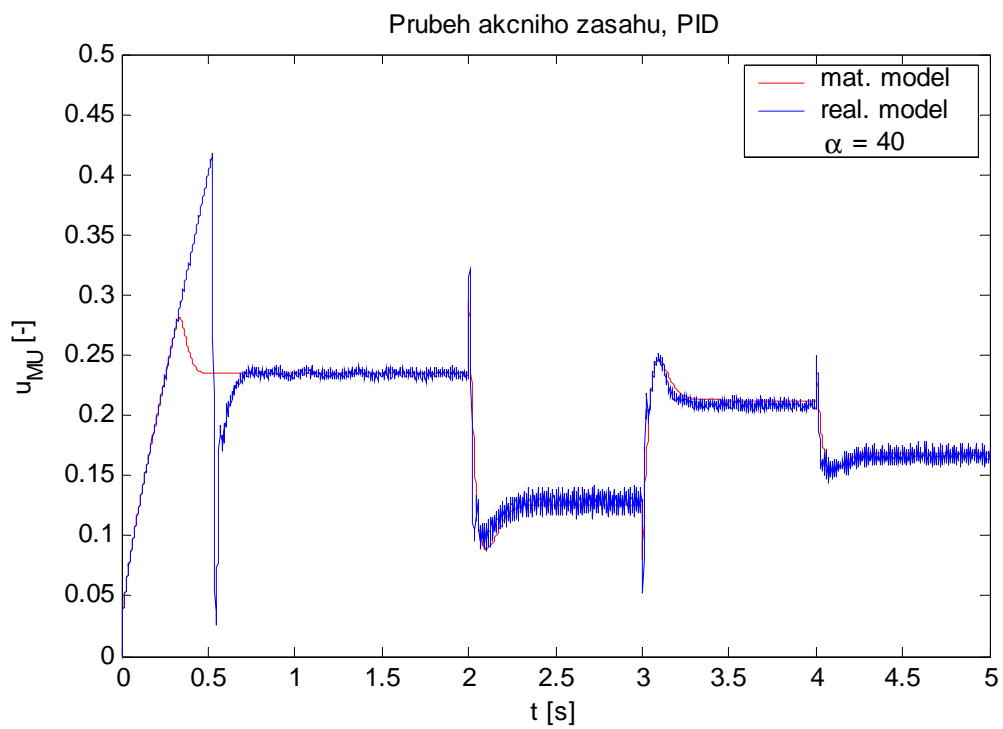
V Tabulce VIII. jsou uvedeny parametry PID regulátoru, které byly při regulaci použity.

Tabulka VIII. Parametry PID regulátoru

α	P	I	D	r_0	T_i	T_d
40	0,478	3,478	0,0067	0,478	0,138	0,0139
45	0,547	4,953	0,0075	0,547	0,111	0,0136
50	0,625	6,797	0,0083	0,625	0,092	0,0133

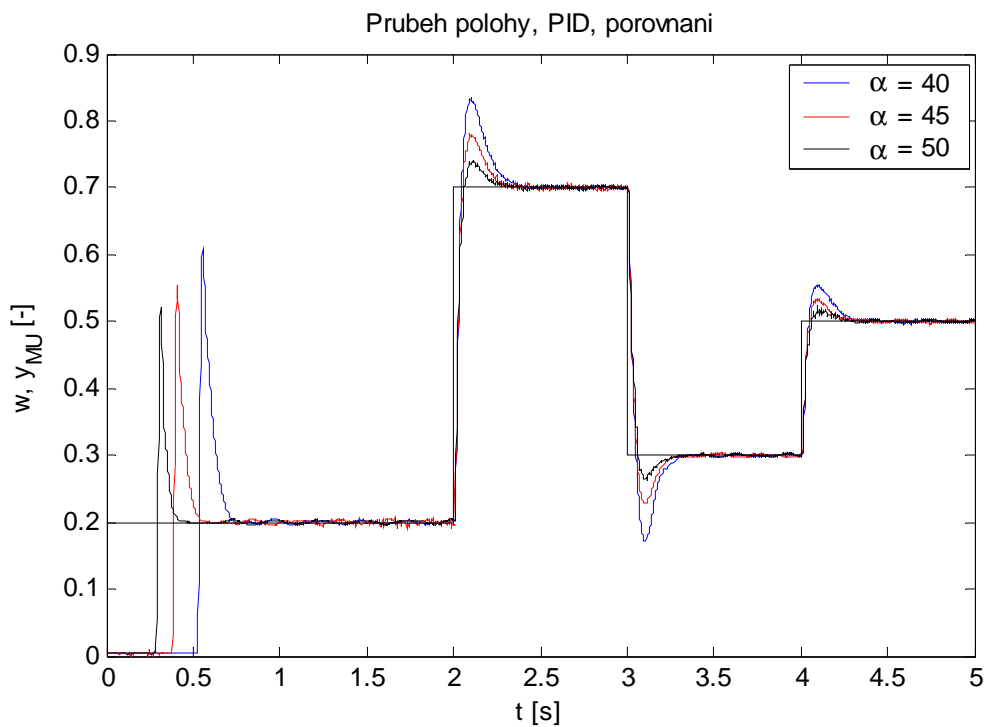


Obr. 23. Průběh polohy, PID, $\alpha = 40$



Obr. 24. Průběh akčního zásahu, PID, $\alpha = 40$

Na Obr. 23. je uvedeno srovnání průběhů polohy reálného a matematického modelu během regulace. Z tohoto průběhu je vidět, že odvozený matematický model popisuje chování reálného modelu velmi přesně. Na Obr. 24. je pak srovnání akčních zásahů pro reálný a matematický model.



Obr. 25. Průběh polohy, PID, porovnání pro různé α

Na Obr. 25. je uveden průběh polohy kuličky reálného modelu během regulace pro různé hodnoty parametru α . Z těchto průběhů je patrné, že s rostoucím parametrem α je regulační pochod rychlejší. Tento parametr totiž představuje převrácenou hodnotu časové konstanty charakteristického polynomu URO. Dále je vidět, že s rostoucím α se zmenšuje překmit regulované veličiny.

Tabulka IX. Kvalita regulace, PID regulátor

α	$J \cdot 10^{-3}$	σ_1 [%]	σ_2 [%]	σ_3 [%]
40	12,6	27	32	27
45	10,5	16	18	16
50	9,5	8	9	10

V Tabulce IX. jsou uvedeny hodnoty kvadratického kritéria J pro různou volbu parametru α . Dále jsou zde uvedeny hodnoty překmitů σ_i pro první (v čase $t = 2$ s), druhou (v čase $t = 3$ s) a třetí (v čase $t = 4$ s) skokovou změnu žádané veličiny.

4.3 PID regulátor s filtrací derivační složky

Obecná struktura regulačního obvodu s tímto regulátorem je totožná s předchozí strukturou, která je uvedena na Obr. 20.

Přenos PID regulátoru s filtrací derivační složky je dán vztahem [5]:

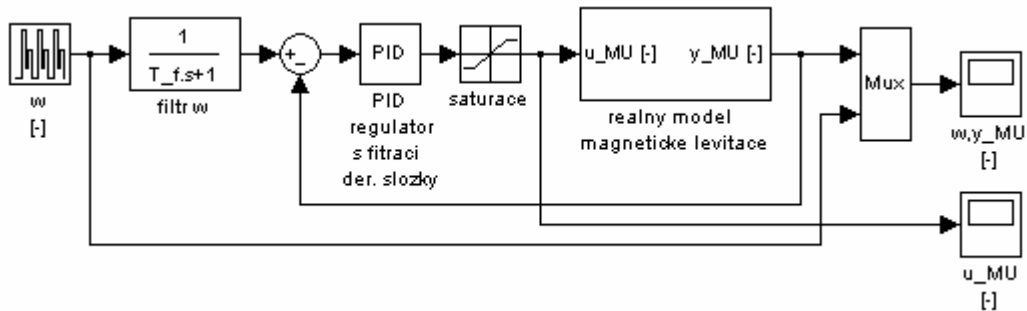
$$G_R(s) = P + \frac{I}{s} + \frac{Ds}{\frac{1}{N}s + 1} \quad (95)$$

kde hodnota $\frac{1}{N}$ představuje časovou konstanta filtru.

$$N = \frac{P}{Da} \quad (96)$$

Parametr a se zpravidla volí v intervalu (0,05 ;0,2).

V tomto případě se nebudeme zabývat stabilitou URO, ani návrhem parametrů regulátoru. Pro regulaci použijeme parametry, které jsou uvedeny v Tabulce VIII., pro $\alpha = 45$. Omezíme se tedy na jediný volitelný parametrem a .



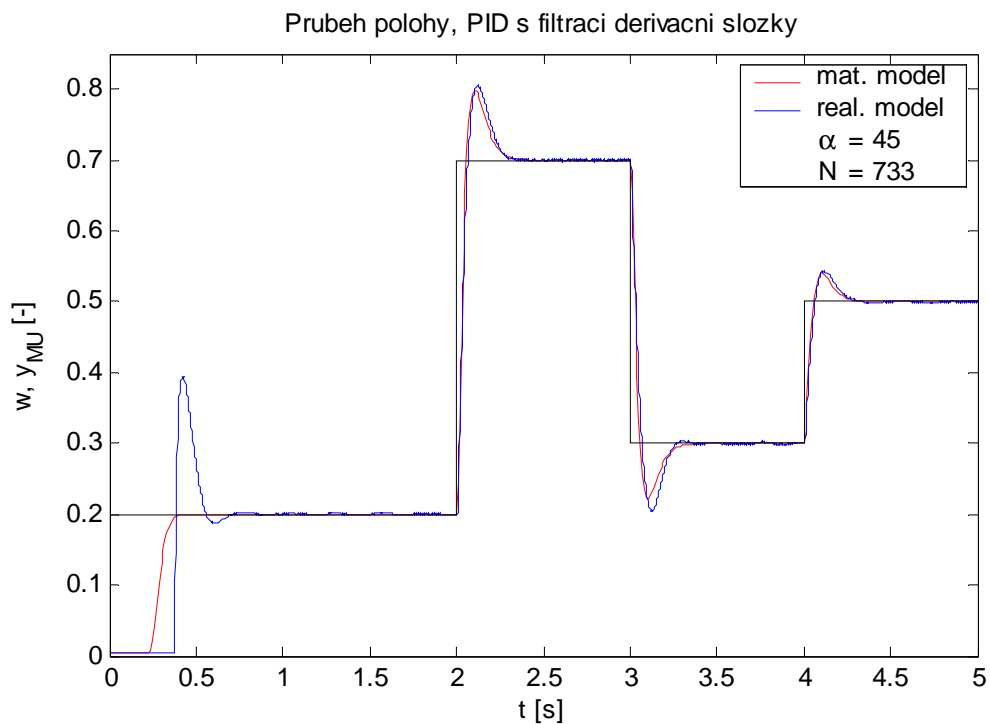
Obr. 26. Schéma regulačního obvodu s PID regulátorem,
filtrace derivační složky

Na Obr. 26. je uvedeno schéma regulačního odbodu s tímto regulátorem. Toto schéma je obdobné jako schéma na Obr. 22.

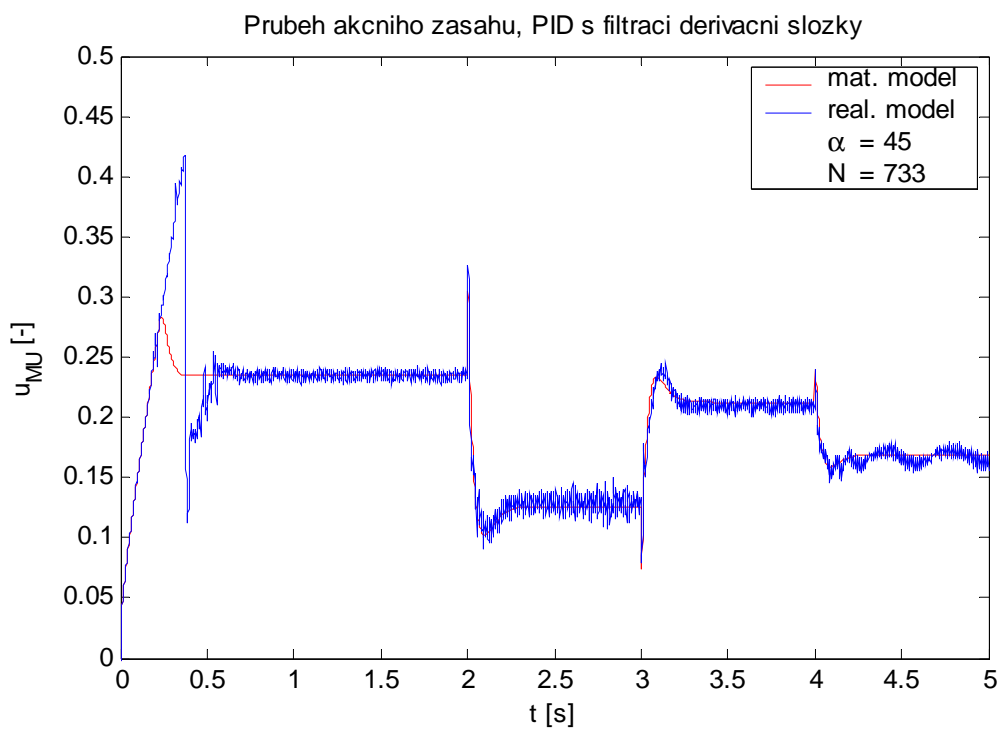
Tabulka X. Parametry PID regulátoru s filtrací derivační složky

α	a	P	I	D	N
45	0,1	0,547	4,95	0,0075	733
45	0,2	0,547	4,95	0,0075	366

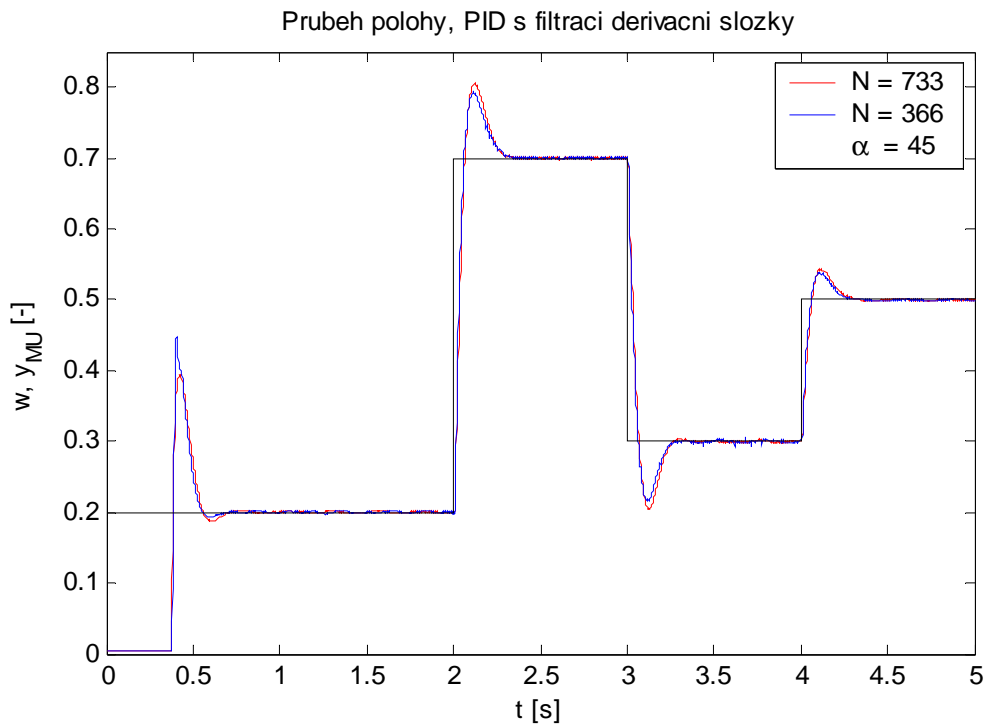
Na Obr. 27. je uvedeno srovnání průběhu polohy kuličky reálného a matematického modelu. Průběhy se téměř kryjí, rozdíl je jen na počátku, kdy se kulička zvedá s nulové polohy. Na Obr. 28. jsou pak uvedeny průběhy akčních zásahů reálného a matematického modelu.



Obr. 27. Průběh polohy, PID s filtrací derivační složky



Obr. 28. Průběh akčního zásahu, PID s filtrací derivační složky



Obr. 29. Průběh polohy, PID s filtrací derivační složky,
porovnání pro různé N

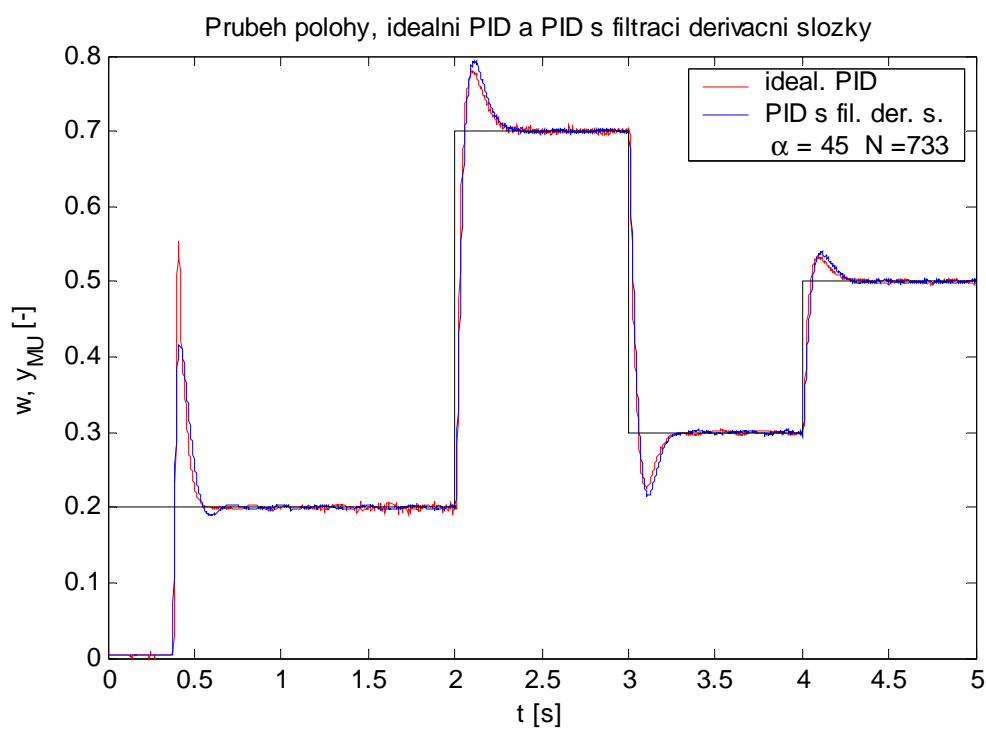
Na Obr. 29. je uvedeno srovnání průběhů polohy kuličky reálného modelu pro různé hodnoty parametru N , respektive a . Z tohoto srovnání jde vidět, parametr a nemá na průběh regulace významný vliv.

Tabulka XI. Kvalita regulace, PID s filtrací der. složky

α	a	$J \cdot 10^{-3}$	σ_1 [%]	σ_2 [%]	σ_3 [%]
45	0,1	12,5	21	24	21
45	0,2	11,3	19	21	19

Z Tabulky XI., kde jsou uvedeny hodnoty kritérií kvality regulace, je vidět, že pro větší a , je kvalita regulace nepatrně lepší. Překmity jsou srovnatelné.

Na Obr.30. je uvedeno srovnání průběhů polohy kuličky reálného modelu při regulaci s ideálním PID a PID regulátorem s filtrací derivační složky. Z obrázku je vidět, že oba průběhy jsou téměř totožné. To znamená, že zavedení filtru do derivační složky PID regulátoru se na kvalitě regulačního obvodu v tomto případě výrazně neprojeví.



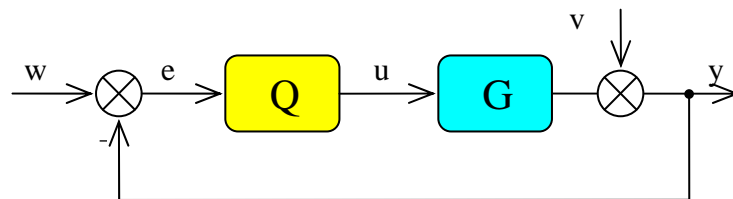
Obr. 30. Průběh polohy, ideální PID a PID s filtrací derivační složky

4.4 Polynomiální syntéza

Na rozdíl od předchozích regulátorů budou v této kapitole navrženy nejen parametry, ale také struktura regulátorů. Teorie návrhů těchto regulátorů je založena na algebraickém přístupu.

4.4.1 1DOF konfigurace řízení

Na Obr. 30 je uvedena obecná struktura regulačního obvodu 1DOF. Tento regulační obvod má jeden stupeň volnosti (z anglického Degree Of Freedom). Popis vstupních a výstupních signálů je stejný jako u regulačního obvodu PID regulátoru. V tomto případě navíc uvažujeme měřitelnou poruchu v , která se na výstupu z regulované soustavy přičítá k regulované veličině y .



Obr. 31. Obecná struktura regulačního obvodu 1DOF

K přenosu G_2 navrheme podle [9] regulátor ve tvaru:

$$Q(s) = \frac{q_2 s^2 + q_1 s + q_0}{s(p_1 s + p_0)} \quad (97)$$

Charakteristický polynom URO:

$$p_1 s^4 + (p_0 + a_1 p_1) s^3 + (a_0 p_1 + a_0 p_1 + b_0 q_2) s^2 + (a_0 p_0 + b_0 q_1) s + b_0 q_0 = d(s) \quad (98)$$

Abychom se vyhnuli kmitavému průběhu regulované veličiny, zvolíme polynom $d(s)$ na pravé straně polynomiální rovnice (98) takto:

$$d(s) = (s + \alpha)^4 \quad (99)$$

kde: $\alpha > 0$

Tím se omezíme na volbu jednoho parametru, který představuje absolutní hodnotu čtyřnásobného kořenu polynomu $d(s)$.

Úpravou a porovnáním koeficientů u stejných mocnin proměnné s , získáme rovnice, které tvoří hledané parametry regulátoru.

$$p_1 = 1 \quad (100)$$

$$q_0 = \frac{\alpha^4}{b_0} \quad (101)$$

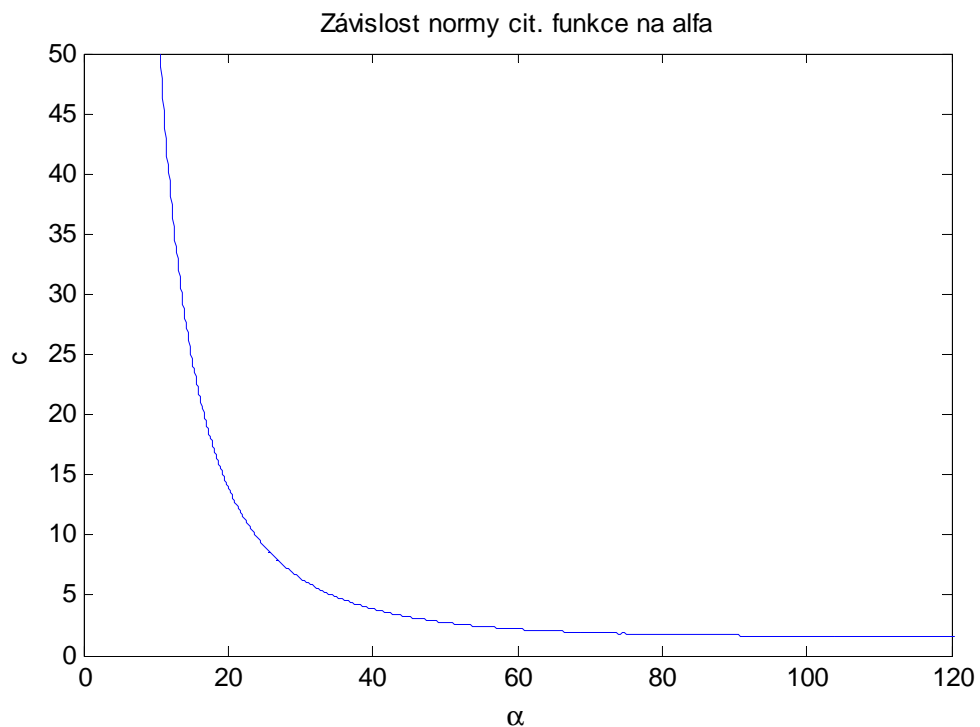
$$p_0 = 4\alpha - a_1 \quad (102)$$

$$q_1 = \frac{4a^3 - a_0 p_0}{b_0} \quad (103)$$

$$q_2 = \frac{6\alpha^2 - a_1 p_0 - a_0}{b_0} \quad (104)$$

Obdobně jako v 4.2.1 vyřešme závislost normy H_∞ citlivostní funkce na α . Citlivostní funkce uzavřeného regulačního obvodu s regulátorem $Q(s)$ je:

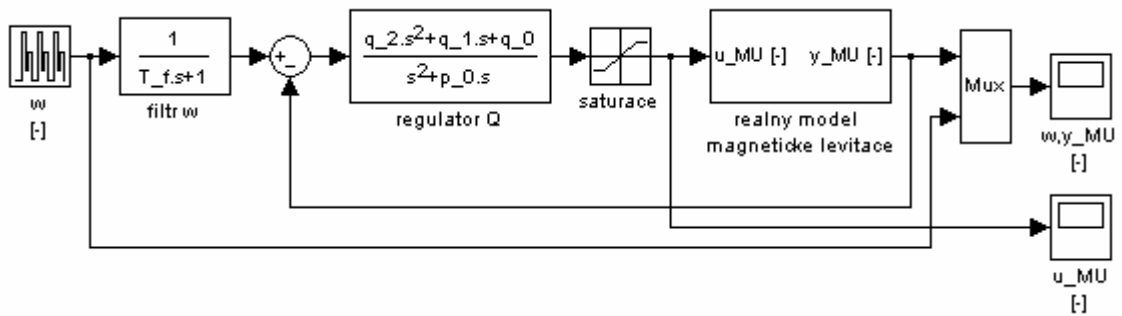
$$S(s) = \frac{s^4 + (a_1 + p_0)s^3 + (a_0 + a_1 p_0)s^2 + a_0 p_0 s}{s^4 + 4\alpha s^3 + 6\alpha^2 s^2 + 4\alpha^3 s + \alpha^4} \quad (105)$$



Obr. 32 Graf závislost normy citlivostní funkce na α ,

1DOF konfigurace řízení

Z grafu na Obr. 32. je vidět, že s rostoucím α klesá norma H_∞ citlivostní funkce. Od hodnoty α kolem 90 se norma H_∞ citlivostní funkce výrazně nemění a je konstantní. Z tohoto důvodu byl pro regulaci zvolen parametr α blízký této hodnotě.



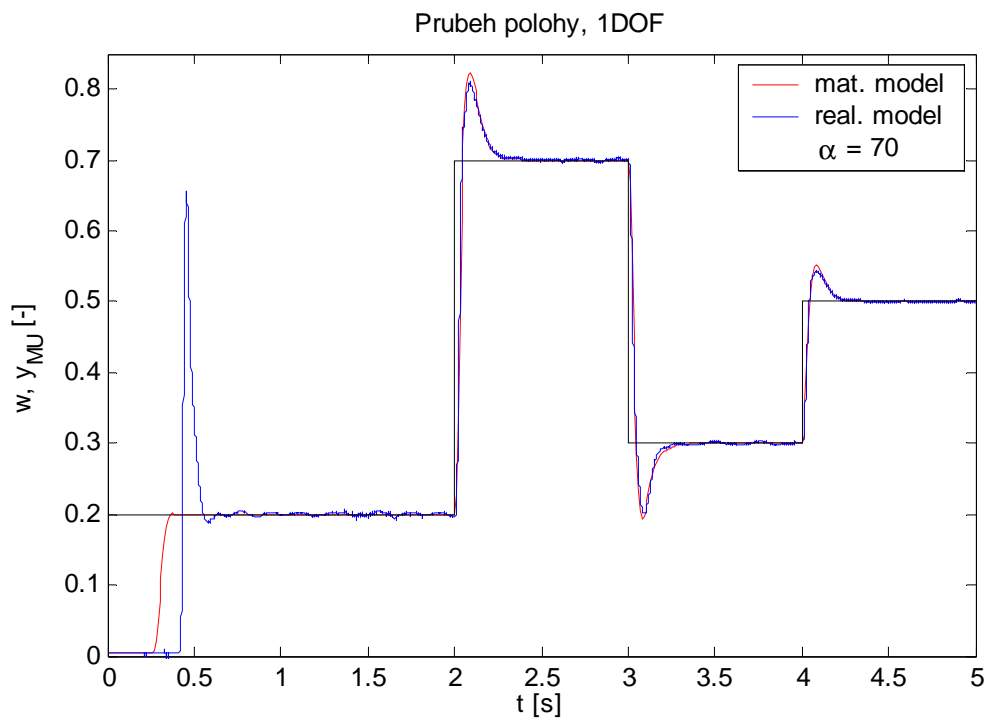
Obr. 33. Schéma regulačního obvodu 1DOF

Na Obr. 33. je uvedeno schéma regulačního obvodu 1DOF. Obdobě jako u regulačního obvodu s PID regulátorem, je toto schéma doplněno a blok *filtr w*.

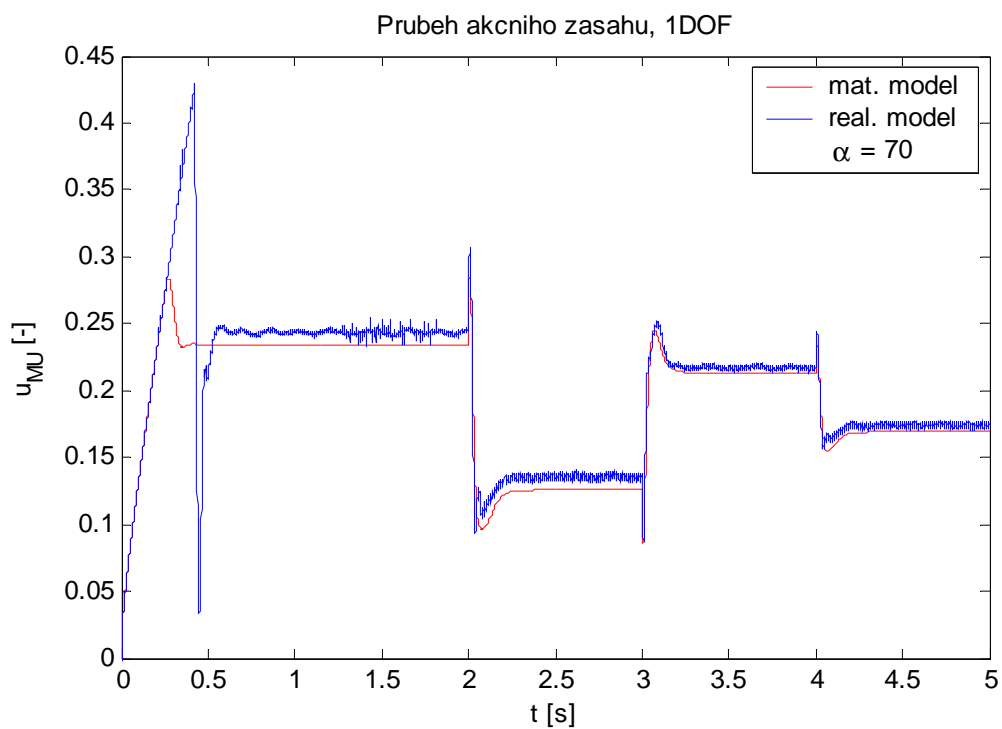
 Tabulka XII. Parametry regulátoru Q

α	q_2	q_1	q_0	p_0
70	1,852	135,93	1304,9	282,42
100	3,531	304,83	5434,9	402,42
130	5,797	591,12	1552,3	522,12

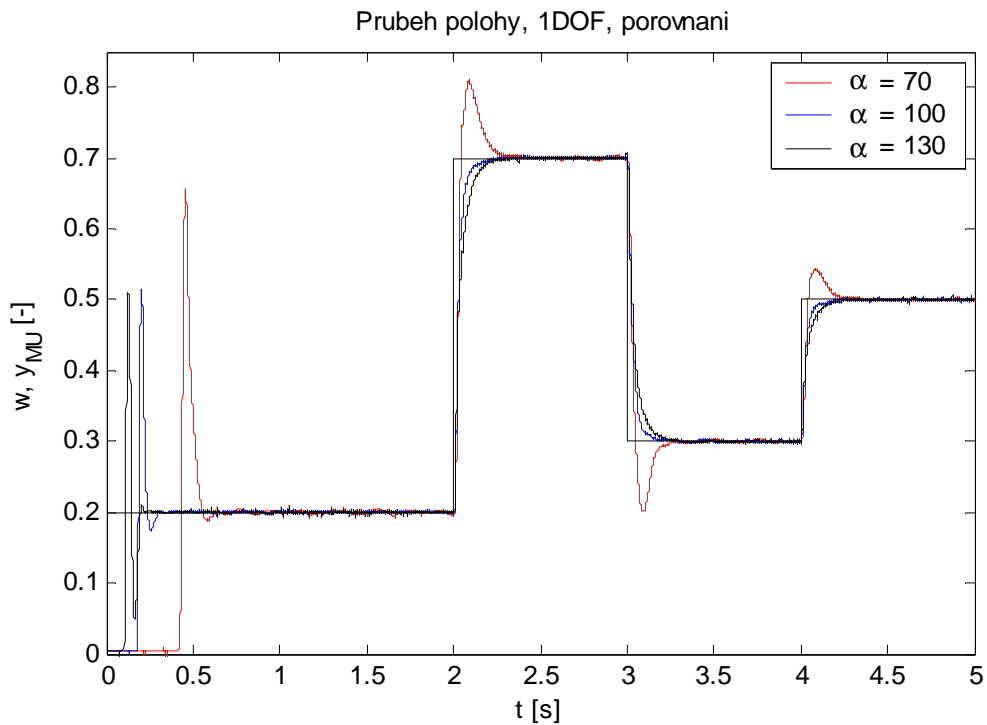
Na Obr. 34. je uvedeno srovnání průběhů polohy reálného a matematického modelu během regulace. Na Obr. 35. je pak srovnání akčních zásahů pro reálný a matematický model.



Obr. 34. Průběh polohy, 1DOF konfigurace řízení



Obr. 35. Průběh akčního zásahu, 1DOF konfigurace řízení



Obr. 36. Průběh polohy, 1DOF konfigurace řízení,
porovnání pro různé α

Na Obr. 36. je uvedeno srovnání průběhů polohy kuličky reálného modelu pro různé hodnoty parametru α . Z obrázku je vidět, že s rostoucím α se zvyšuje rychlost regulačního pochodu se snižuje překmit regulované veličiny.

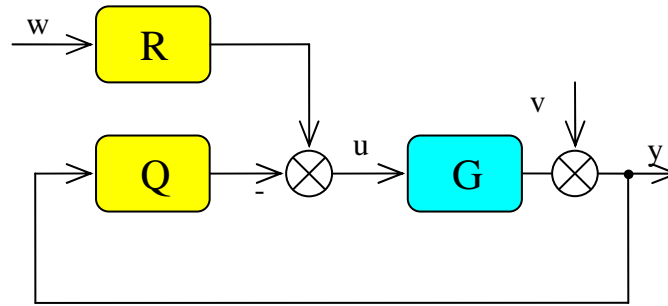
Tabulka XIII. Kvalita regulace, 1DOF konfigurace řízení

α	$J \cdot 10^{-3}$	σ_1 [%]	σ_2 [%]	σ_3 [%]
70	16,0	22	25	22
100	9,9	-	-	-
130	10,7	-	-	-

Z Tabulky XIII je vidět, že nejlepšího průběhu regulačního pochodu je dosaženo při hodnotě parametru $\alpha = 100$.

4.4.2 2DOF konfigurace řízení

Na Obr. 37 je uvedena struktura regulačního obvodu 2DOF. Regulační obvod se skládá z přímovazební a zpětnovazební části. Má dva stupně volnosti.. Popis vstupních a výstupních signálů je stejný jako u regulačního obvodu 1DOF.



Obr. 37. Obecná struktura regulačního obvodu 2DOF

K danému přenosu G_2 navrhne podle [9] zpětnovazební (106) a přímovazební (107) část regulátoru:

$$Q(s) = \frac{q_2 s^2 + q_1 s + q_0}{s(p_1 s + p_0)} \quad (106)$$

$$R(s) = \frac{r_0}{s(p_1 s + p_0)} \quad (107)$$

Charakteristický polynom URO:

$$p_1 s^4 + (p_0 + a_1 p_1) s^3 + (a_0 p_1 + a_0 p_1 + b_0 q_2) s^2 + (a_0 p_0 + b_0 q_1) s + b_0 q_0 = d(s) \quad (108)$$

Stabilitu URO zajišťuje zpětnovazební část, respektive stabilní polynom $d(s)$ na pravé straně polynomiální rovnice (108). Asymptotické sledování referenčního signálu zajišťuje přímovazební část URO. Hledaný parametr r_0 , získáme řešením druhé polynomiální rovnice (109).

$$t_3 s^4 + t_2 s^3 + t_1 s^2 + t_0 s + b_0 r_0 = d(s) \quad (109)$$

Kde t je pomocný polynom, který do regulátorů nevstupuje, ale je nutný pro řešení této rovnice.

Polynom $d(s)$ na pravé straně polynomiálních rovnic (108) a (109) zvolme stejně jako v předchozím případě:

$$d(s) = (s + \alpha)^4 \quad (110)$$

Obdobně jako při 1DOF porovnáme koeficienty jednotlivých mocnin u proměnné s a po úpravě získáme hledané rovnice regulátorů $Q(s)$ a $R(s)$:

$$p_1 = 1 \quad (111)$$

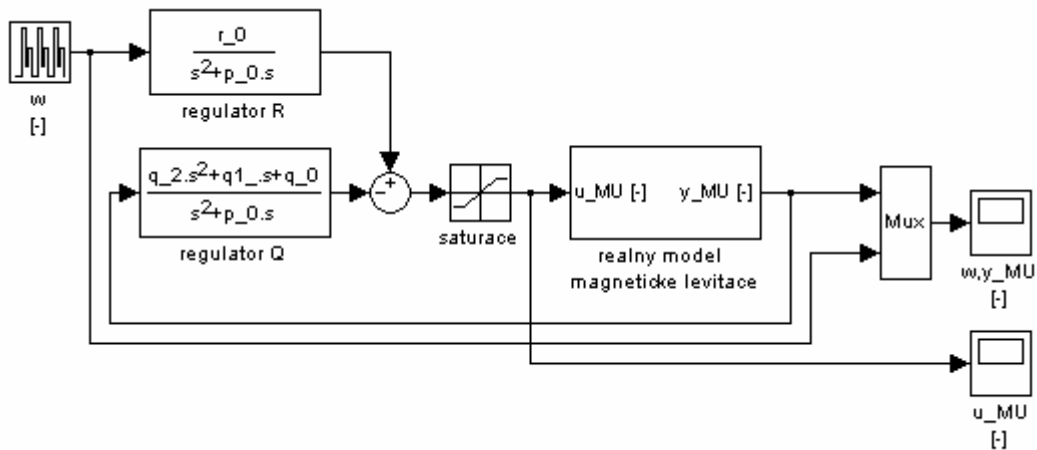
$$q_0 = \frac{\alpha^4}{b_0} \quad (112)$$

$$p_0 = 4\alpha - a_1 \quad (113)$$

$$q_1 = \frac{4\alpha^3 - a_0 p_0}{b_0} \quad (114)$$

$$q_2 = \frac{6\alpha^2 - a_1 p_0 - a_0}{b_0} \quad (115)$$

$$r_0 = \frac{\alpha^4}{b_0} \quad (116)$$



Obr. 38. Schéma regulačního obvodu 2DOF

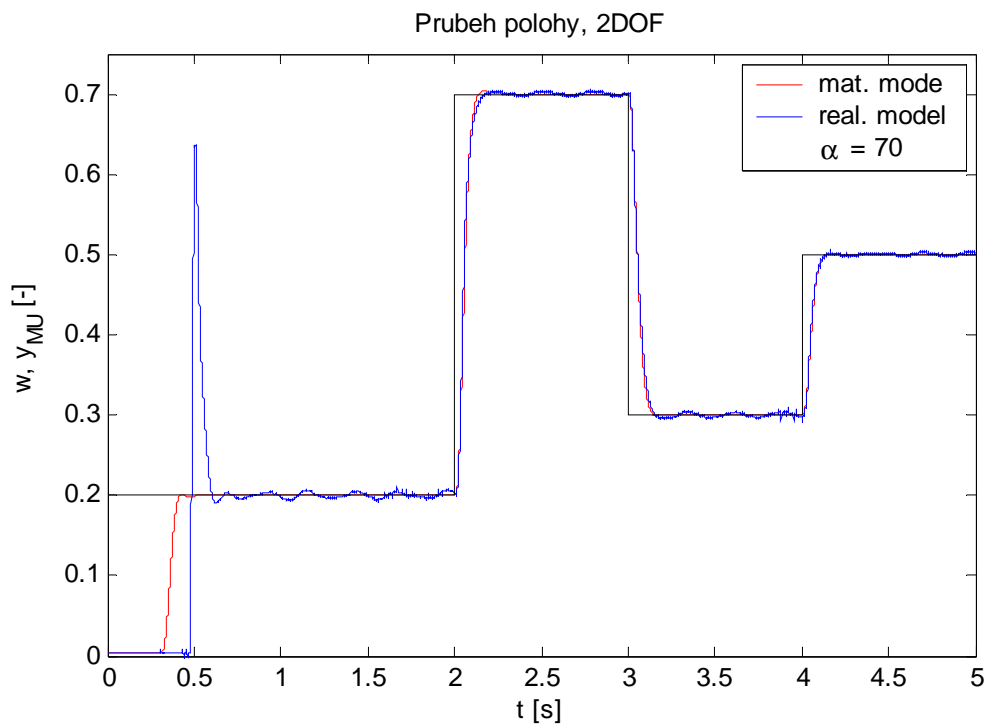
Na Obr. 38. je uvedeno schéma regulačního obvodu 2DOF. Toto schéma již není o blok *filtr w* doplněno, jelikož filtraci žádané veličiny zajišťuje regulátor *R*.

V Tabulce XIV jsou uvedeny parametry regulátorů *Q* a *R*, které byly při jednotlivých regulačních pochodech použity.

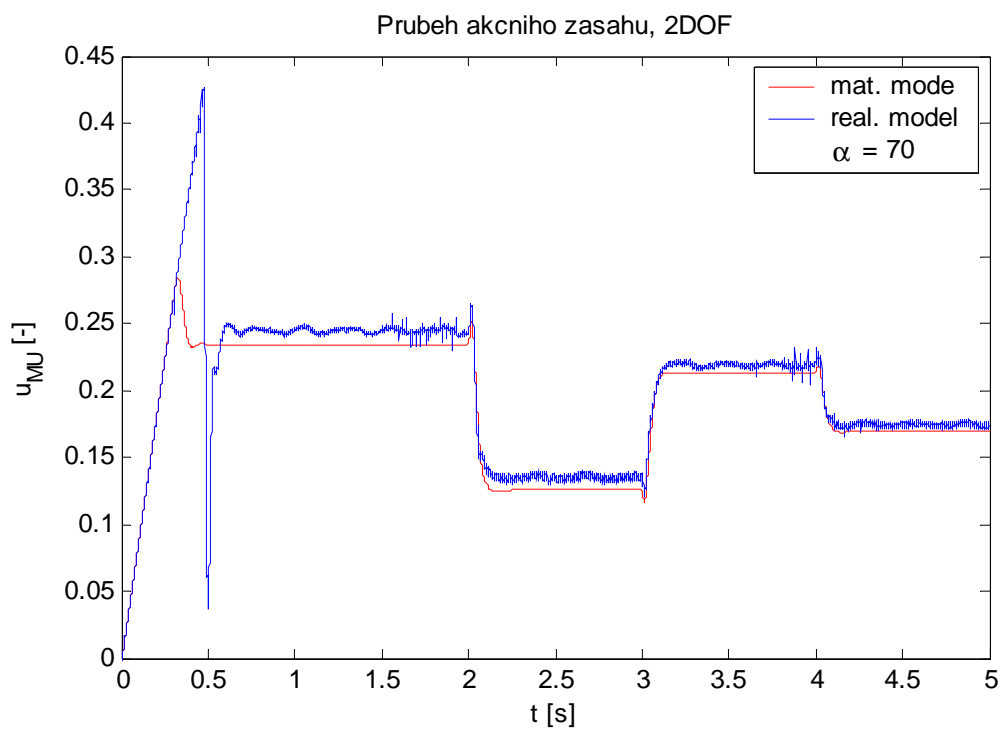
 Tabulka XIV. Parametry *Q* a *R* regulátorů

α	q_2	q_1	q_0	p_0	r_0
70	1,852	135,93	1304,9	282,41	1304,9
100	3,531	304,83	5434,9	402,42	5434,9
130	5,797	591,12	15523	522,42	15523

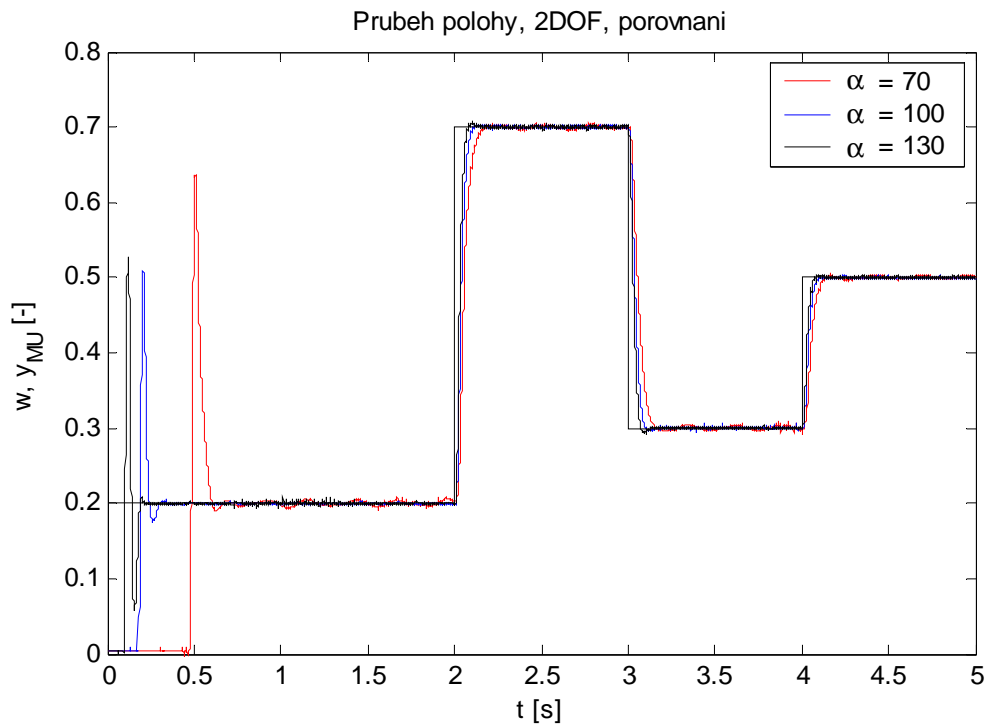
Na Obr. 39. je uvedeno srovnání průběhů polohy reálného a matematického modelu během regulace. Z průběhů je vidět, že regulační pochod má průběh bez překmitu. Na Obr. 40. je pak srovnání akčních zásahů pro reálný a matematický model.



Obr. 39. Průběh polohy, 2DOF konfigurace řízení



Obr. 40. Průběh akčního zásahu, 2DOF konfigurace řízení



Obr. 41. Průběh polohy, 2DOF konfigurace řízení,
porovnání pro různé α

Na Obr. 41. je uvedeno srovnání průběhů polohy kuličky reálného modelu pro různé hodnoty parametru α . Z obrázku je vidět, že s rostoucím α se zvyšuje rychlost regulačního pochodu. Všechny regulační průběhy jsou bez překmitu.

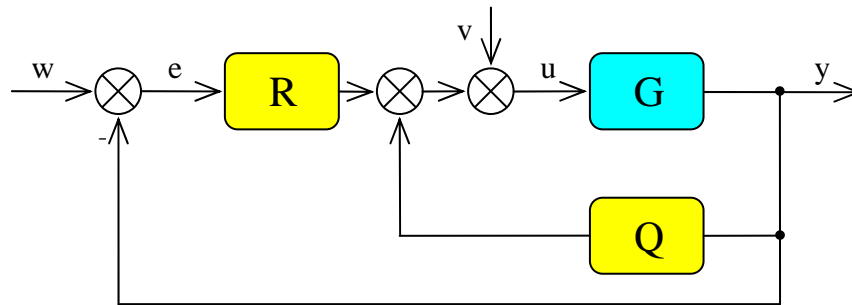
Tabulka XV. Kvalita regulace, 2DOF

α	$J \cdot 10^{-3}$	σ_1 [%]	σ_2 [%]	σ_3 [%]
70	19,5	-	-	-
100	13,9	-	-	-
130	11,0	-	-	-

Z Tabulky XV. je vidět, že minimální hodnotu kritéria kvality regulace, má regulační průběh s parametrem $\alpha = 130$.

4.4.3 2 zpětnovazební regulátory

Na Obr. 42. je uvedeno schéma regulačního obvodu se dvěma zpětnovazebními regulátory. Tento regulační obvod tvoří jakýsi hybrid mezi 1DOF a 2DOF.



Obr. 42. Obecná struktura regulačního obvodu

se dvěma zpětnovazebními regulátory

Podle [9] navrhne strukturu regulátorů:

$$Q(s) = \frac{q_2 s^2 + q_1 s}{p_1 s + p_0} \quad (117)$$

$$R(s) = \frac{r_2 s^2 + r_1 s + r_0}{s(p_1 s + p_0)} \quad (118)$$

Polynomiální rovnice, respektive charakteristický polynom URO je pak ve tvaru:

$$p_1 s^4 + (p_0 + a_1 p_1) s^3 + (a_0 p_1 + a_0 p_1 + b_0 t_2) s^2 + (a_0 p_0 + b_0 t_1) s + b_0 t_0 = d(s) \quad (119)$$

Polynom $d(s)$ je stabilní polynom na pravé straně polynomiální rovnice (119), zvolme ho takto:

$$d(s) = (s + \alpha)^4 \quad (120)$$

Porovnáním koeficientů jednotlivých mocnin u proměnné s a po úpravě získáme hledané parametry regulátorů $Q(s)$ a $R(s)$:

$$p_1 = 1 \quad (121)$$

$$p_0 = 4\alpha - a_1 p_1 \quad (122)$$

$$t_0 = \frac{\alpha^4}{b_0} \quad (123)$$

$$t_1 = \frac{4a^3 - a_0 p_0}{b_0} \quad (124)$$

$$t_2 = \frac{6\alpha^2 - a_1 p_0 - a_0}{b_0} \quad (125)$$

$$r_0 = t_0 \quad (126)$$

$$r_1 = \beta_1 t_1 \quad (127)$$

$$q_1 = (1 - \beta_1) t_1 \quad (128)$$

$$r_2 = \beta_2 t_2 \quad (129)$$

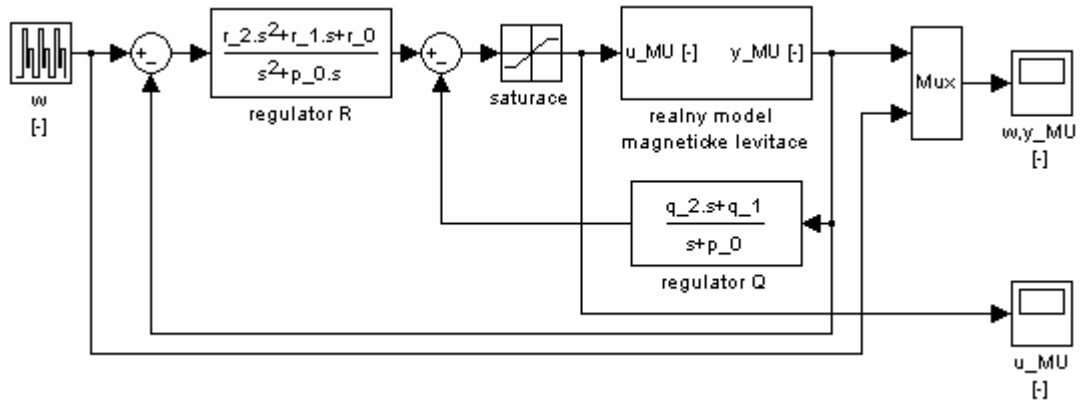
$$q_2 = (1 - \beta_2) t_2 \quad (130)$$

kde: β_1, β_2 jsou volitelné parametry, $\beta_1, \beta_2 \in \langle 0;1 \rangle$.

V tomto případě se omezíme na volbu jednoho parametru.

$$\beta = \beta_1 = \beta_2 \quad (131)$$

Zvolíme-li $\beta = 1$, regulační obvod se chová jako 1DOF a pro $\beta = 0$ se chová jako 2DOF.



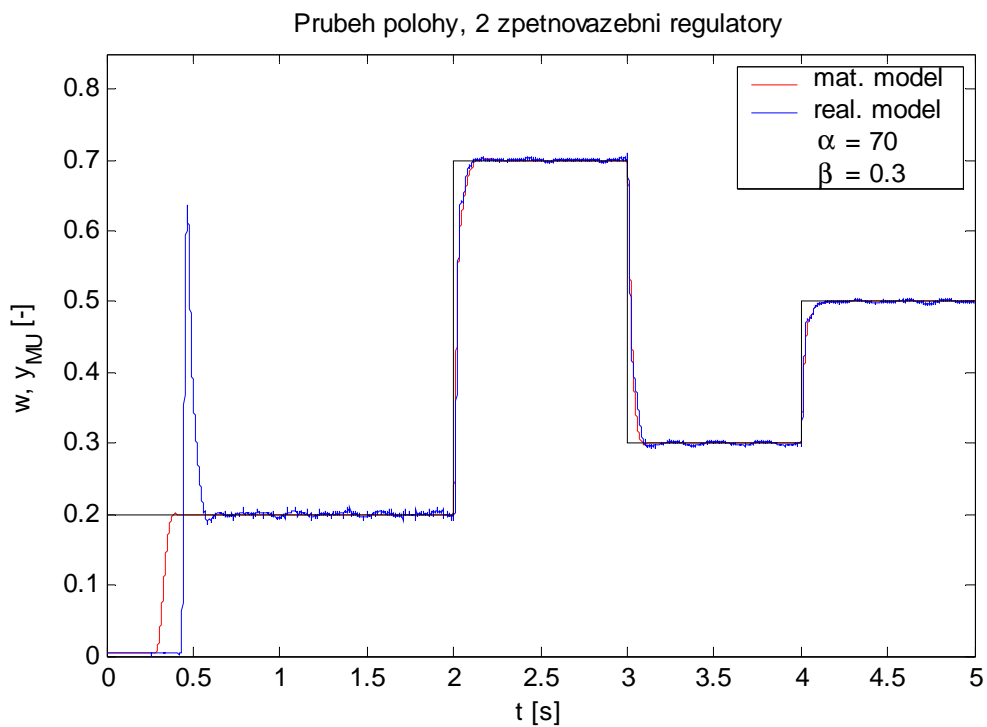
Obr. 43. Schéma regulačního obvodu se dvěma zpětnovazebními regulátory

V Tabulce XVI jsou uvedeny parametry regulátorů Q a R , které byly při jednotlivých regulačních pochodech použity.

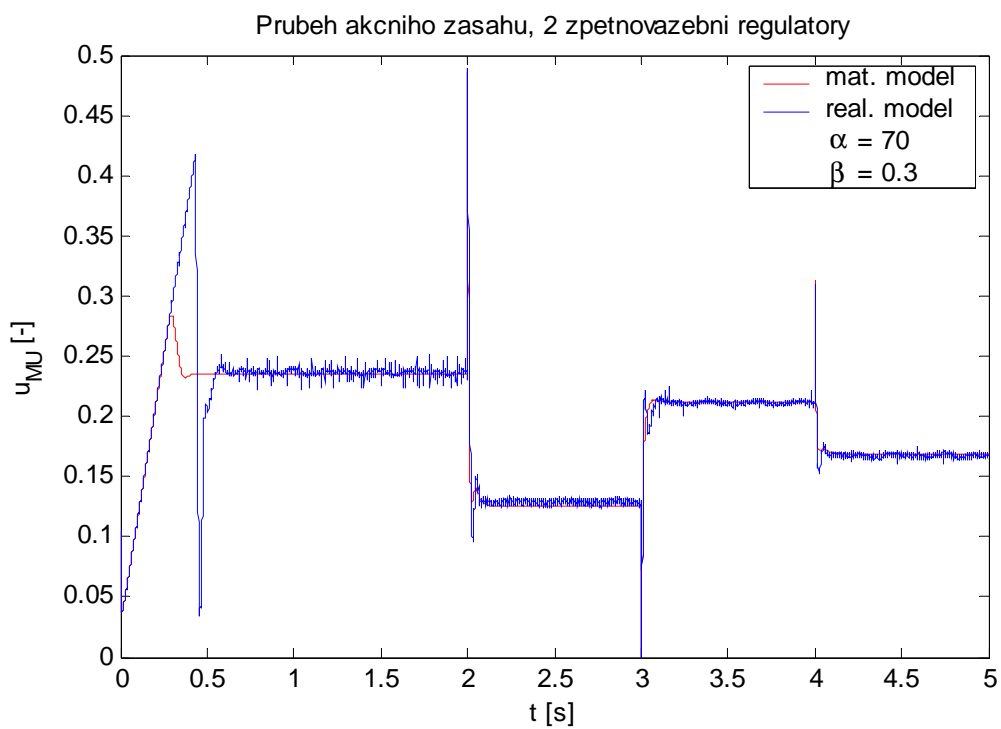
Tabulka XVI. Parametry regulátorů R a Q , 2 zpětnovazební regulátory

α	β	r_2	r_1	r_0	q_2	q_1	p_0
70	0,3	0,5557	40,77	1304,9	1,2966	95,15	282,4
70	0,5	0,9261	67,96	1304,9	0,9261	67,96	282,4
70	0,7	1,2966	95,15	1304,9	0,5557	40,77	282,4

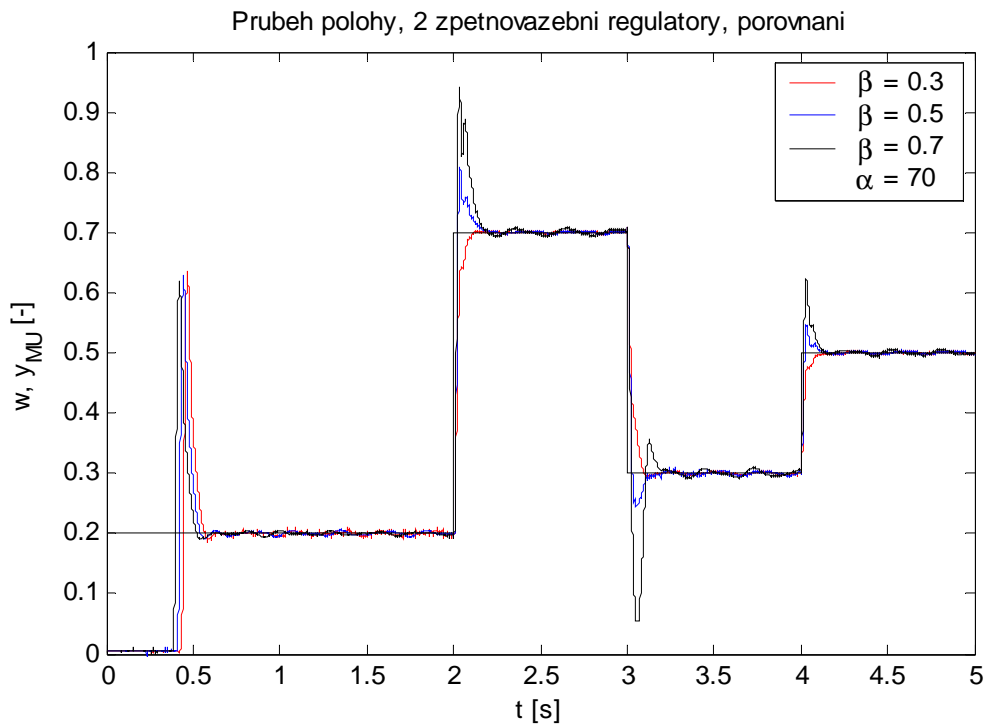
Na Obr. 44. je uvedeno srovnání průběhů polohy reálného a matematického modelu během regulace. Z průběhů je vidět, že regulační pochod má aperiodický průběh bez překmitu. Na Obr. 45. je pak srovnání akčních zásahů pro reálný a matematický model.



Obr. 44. Průběh polohy, 2 zpětnovazební regulátory



Obr. 45. Průběh akčního zásahu, 2 zpětnovazební regulátory



Na Obr. 46. je uvedeno srovnání průběhů polohy kuličky reálného modelu pro různé hodnoty parametru β . Z obrázku je vidět, že s rostoucím β se zvyšuje rychlost regulačního pochodu a taky se zvyšuje překmit regulované veličiny.

Tabulka XVII. Kvalita regulace, 2 zpětnovazební regulátory

α	β	$J \cdot 10^{-3}$	σ_1 [%]	σ_2 [%]	σ_3 [%]
70	0,3	8,2	-	-	-
70	0,5	7,1	21	14	22
70	0,7	11,7	47	62	60

Z Tabulky XVII. je vidět, že minimální hodnotu kritéria kvality regulace, má regulační průběh s parametrem $\beta = 0,5$, i když tento průběh má výrazný překmit. Průběh regulačního pochodu pro parametr $\beta = 0,3$ je bez překmitu.

4.5 Diskuse výsledků

V Tabulce XVIII. je uveden přehled hodnot kritérií kvalit jednotlivých regulačních pochodů. Minimální hodnota kritéria kvality J bylo dosaženo při regulační pochodu se dvěma zpětnovazebními regulátory, při hodnotách volitelných parametrů $\alpha = 70$, $\beta = 0,5$. Tento regulační průběh obsahuje však překmity. Malého kritéria J bylo také dosaženo při volbě parametru $\beta = 0,3$. Tento regulační průběh je navíc bez překmitů. Nejvyšší hodnoty kritéria kvality regulace bylo dosaženo se strukturou regulačního obvodu 2DOF, při nastavení volitelného parametru $\alpha = 70$. Ale zato regulační pochod překmity neobsahuje.

Z tabulky je dále patrné, že pokud požadujeme regulační pochod bez překmitu, je třeba zvolit některou z výše uvedených metod polynomiální syntézy. Pokud ale překmit není nežádoucí, můžeme zvolit pro regulaci i některý z regulátorů s pevně danou strukturou.

Simulace, které jsou uvedeny spolu s regulačními pochody, ukazují, že odvozený matematický model popisuje chování reálného protějšku velmi přesně.

Tabulka XVIII. Kvalita regulace, porovnání jednotlivých regulačních pochodů

Typ regulátoru	α	a	β	$J \cdot 10^{-3}$	σ_1 [%]	σ_2 [%]	σ_3 [%]
PID	40	-	-	12,6	27	32	27
	45	-	-	10,5	16	18	16
	50	-	-	9,5	8	9	10
PID s filtrací der. složky	45	0,1	-	12,5	21	24	21
	45	0,2	-	11,3	19	21	19
1DOF	70	-	-	16,0	22	25	22
	10	-	-	9,9	-	-	-
	13	-	-	10,7	-	-	-
2DOF	70	-	-	19,5	-	-	-
	10	-	-	13,9	-	-	-
	13	-	-	11,0	-	-	-
2 zpětnovazební regulátory	70	-	0,3	8,2	-	-	-
	70	-	0,5	7,1	21	14	22
	70	-	0,7	11,7	47	62	60

ZÁVĚR

Tato diplomová práce se zabývá modelováním, simulacemi a řízením reálného modelu magnetická levitace CE 152. V teoretické části bylo zpracováno matematické modelování tohoto systému.

V experimentální části jsem se zabýval:

- identifikací neznámých parametrů matematického modelu
- linearizací nelineárního matematického modelu v okolí zvoleného pracovního bodu
- porovnáním reálného, nelineárního a linearizovaného modelu v okolí pracovního bodu z hlediska statického a dynamického chování
- návrhem regulátorů, simulacemi a řízením modelu magnetické levitace
- porovnáním a vyhodnocením regulačních pochodů.

Dále byly zjištěny některé specifické vlastnosti tohoto systému, a to, že tento nelineární nestabilní systém má lineární klesající rovnovážnou charakteristiku. To znamená, že má konstantní záporné zesílení.

V této diplomové práci bylo postupováno podle jednotlivých bodů zadání. Hlavního cíle, řízení vertikální polohy kuličky, bylo dosaženo se všemi zvolenými regulátory.

Nejsložitější částí této práce bylo sestavení, identifikace a odladění matematického modelu tak, aby co nejlépe popisoval reálný systém.

K problému řízení polohy kuličky v magnetickém poli elektromagnetu lze přistupovat i jinými způsoby. Například iterativním laděním zpětné vazby [10], fuzzy regulací nebo adaptivním řízením.

Co se týče dalšího zkoumání a práce s modelem, navrhuji změřit a vyhodnotit frekvenční charakteristiky tohoto modelu, nebo dále vyzkoušet adaptivní řízení.

SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY

- [1] CE 152 Magnetic levitation model - educational manual. Humusoft s.r.o., 2002.
- [2] BALÁTĚ, J. Vybrané statě z automatického řízení. UTB ve Zlíně, duben 2003. ISBN 80-7318-120-7.
- [3] Mikleš, J., Fikar, M.: Process Modelling, Identification, and Control I. Models and dynamic characteristics of continuous processes. STU Press, Bratislava, 170pp, 2000. ISBN 80-227-1331-7.
- [4] BALÁTĚ, J.: Automatické řízení. BEN-technická literatura, Praha 2003. 1. vydání. ISBN 80-7300-020-2
- [5] Mikleš, J., Fikar, M.: Modelovani, identifikácia a riadenie procesov II. Identifikácia a optimálne riadene. STU Bratislava. Verzia: 19. mája 2004.
- [6] Robert C. Rice, Rachele R. Jyringi, Douglas J. Cooper: Performace Monitoring Fundamentals: Demystifying Performace Assessment Technique. Dostupné z: <<http://www.controlstation.com>>
- [7] Vašek, V.: Teorie automatického řízení II. Vysoké učení technické v Brně. Fakulta technologická, 1989.
- [8] Robustní řízení: Nestrukturované neurčitosti, 11. Neurčitosti normy. Katedra řídicí techniky ČVUT-FEL Praha. Poslední revise 17.6.2006. Dostupné z: <http://dce.felk.cvut.cz/or/sebkovy_prednasky/ROR11-norma+citlivost.pdf>.
- [9] Dostál, P., Bobál, V., Gazdoš, F.: Adaptive control of nonlinear processes using polynomial approach and LQ control technique. *Proc. of 10th Mediterranean Conference on Control and Automation – MED 02'*, Lisbon, Portugal, 2002. Paper no. TUA2-6, ISBN 972-9027-03-X.
- [10] Gächter, S.: Optimization of the magnetic levitation process by iterative feedback tuning - thesis, Swiss federal institute of technology, Lausanne, 2000.

SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK

A	stavová matice systému
a_i	koeficient jmenovatele přenosu
B	matice buzení
b_0	koeficient čitatele přenosu
C	matice výstupní
c	norma citlivostní funkce H_∞
D	matice převodní
d	stabilní polynom
e	regulační odchylka
F_a	akcelerační síla
F_g	gravitační síla
F_m	magnetická síla
g	gravitační zrychlení
H_W	Hurtwitzův determinant
$hw_{i,j}$	prvky Hurtwitzova determinantu
i	elektrický proud
J	kriterium kvadratické plochy regulační odchylky
k	zesílení systému
k_{AD}	převodní konstanta A/D převodníku
k_{am}	zesílení přímovazebního zesilovače
k_c	konstanta cívky a kuličky
k_{DA}	převodní konstanta D/A převodníku

k_s	zesílení zpětnovazebního zesilovače
k_x	převodní konstanta snímače polohy
k_i	zesílení proudového zesilovače
k_{fv}	konstanta tlumení
L	vlastní indukčnost cívky
l_0	vzdálenost snímače a jádra cívky
m_k	hmotnost kuličky
N	parametr PID regulátoru s filtrací derivační složky
m_k	hmotnost kuličky
p_i	koeficient jmenovatele přenosu polynomiálního regulátoru
q_i	koeficient čitatele přenosu polynomiálního regulátoru
R	odpor vodiče cívky
R_s	zemnicí odpor
r_i	koeficient čitatele přenosu polynomiálního regulátoru
T_f	Časová konstanta filtru žádané veličiny
T_{fa}	Časová konstanta filtru akcelerační síly v podsystému resetu
t	pomocný polynom polynomiální rovnice
u	výstupní napětí z D/A převodníku
u_m	napětí na cívce a zemnicím odporu
u_{MU}	vstupní signál D/A převodníku
u_i	napětí na zemnicím odporu
v	poruchová veličina
w	žádaná veličina

x	poloha kuličky
x_{\max}	maximální poloha kuličky
x_{\min}	minimální poloha kuličky
y	vstupní napětí A/D převodníku
y_{MU}	výstupní napětí A/D převodníku
z_i	pomocné substituenty
α	absolutní hodnota n -násobného pólu polynomu d (volitelný parametr regulátoru)
β	volitelný parametr regulačního obvodu se dvěma zpětnovazebními regulátory
σ_i	překmit regulované veličiny

SEZNAM OBRÁZKŮ

Obr. 1. Blokové schéma modelu.....	10
Obr. 2. Vnitřní struktura modelu	11
Obr. 3. Simulační schéma D/A převodníku.....	12
Obr. 4. Cívka s kuličkou	14
Obr. 5. Simulační schéma cívky s kuličkou.....	14
Obr. 6. Simulační schéma podsystemu resetu	15
Obr. 7. Vnitřní struktura proudového zesilovače.....	16
Obr. 8. Simulační schéma proudového zesilovače	18
Obr. 9. Simulační schéma snímače polohy	18
Obr. 10. Simulační schéma A/D převodníku.....	19
Obr. 11. Simulační schéma magnetické levitace	20
Obr. 12. Zjednodušené simulační schéma proudového zesilovače	23
Obr. 13. Zjednodušené vnitřní blokové schéma modelu	25
Obr. 14. Graf závislosti polohy kuličky na proudu v rovnovážném stavu	28
Obr. 15. Rozložení pólů linearizovaného systému v komplexní rovině.....	37
Obr. 16. Amplitudová fázová frekvenční charakteristika jednotlivých přenosů.....	37
Obr. 17. Simulační schéma pro porovnání modelů	38
Obr. 18. Průběh polohy, porovnání jednotlivých modelů	39
Obr. 19. Simulační schéma filtru polohy.....	42
Obr. 20. Obecná struktura zpětnovazebního regulačního obvodu.....	42
Obr. 21 Graf závislost normy citlivostní funkce na parametru α , PID.....	46
Obr. 22. Schéma regulačního obvodu s PID regulátorem	47
Obr. 23. Průběh polohy, PID, $\alpha = 40$	49
Obr. 24. Průběh akčního zásahu, PID, $\alpha = 40$	49
Obr. 25. Průběh polohy, PID, porovnání pro různé α	50
Obr. 26. Schéma regulačního obvodu s PID regulátorem, filtrace derivační složky.....	52
Obr. 27. Průběh polohy, PID s filtrací derivační složky.....	53
Obr. 28. Průběh akčního zásahu, PID s filtrací derivační složky	53
Obr. 29. Průběh polohy, PID s filtrací derivační složky, porovnání pro různé N	54
Obr. 30. Průběh polohy, ideální PID a PID s filtrací derivační složky.....	55
Obr. 31. Obecná struktura regulačního obvodu 1DOF.....	56

Obr. 32 Graf závislost normy citlivostní funkce na α , 1DOF konfigurace řízení.....	58
Obr. 33. Schéma regulačního obvodu 1DOF.....	59
Obr. 34. Průběh polohy, 1DOF konfigurace řízení.....	60
Obr. 35. Průběh akčního zásahu, 1DOF konfigurace řízení	60
Obr. 36. Průběh polohy, 1DOF konfigurace řízení, porovnání pro různé α	61
Obr. 37. Obecná struktura regulačního obvodu 2DOF.....	62
Obr. 38. Schéma regulačního obvodu 2DOF.....	64
Obr. 39.Průběh polohy, 2DOF konfigurace řízení.....	65
Obr. 40. Průběh akčního zásahu, 2DOF konfigurace řízení	65
Obr. 41. Průběh polohy, 2DOF konfigurace řízení, porovnání pro různé α	66
Obr. 42. Obecná struktura regulačního obvodu.....	67
Obr. 43. Schéma regulačního obvodu se dvěma zpětnovazebními regulátory.....	69
Obr. 44.Průběh polohy, 2 zpětnovazební regulátory	70
Obr. 45.Průběh akčního zásahu, 2 zpětnovazební regulátory.....	70
Obr. 46.Průběh polohy, 2 zpětnovazební regulátory, porovnání pro různé β	71

SEZNAM TABULEK

Tabulka I. Hodnoty parametrů součástek v proudovém zesilovači uváděné výrobcem.....	23
Tabulka II. Naměřené a vypočtené hodnoty pro výpočet parametrů snímače polohy	24
Tabulka III. Naměřené parametry podsystému cívky s kuličkou	25
Tabulka IV. Naměřené a vypočtené hodnoty v rovnovážných stavech.....	27
Tabulka V. Parametry matematického modelu.....	29
Tabulka VI. Hodnoty pracovních bodů a jim odpovídajících veličin	36
Tabulka VII. Parametry PID regulátoru s filtrací der. složky.....	39
Tabulka VIII. Parametry PID regulátoru	48
Tabulka IX. Kvalita regulace, PID regulátor.....	51
Tabulka X. Parametry PID regulátoru s filtrací derivační složky	52
Tabulka XI. Kvalita regulace, PID s filtrací der. složky	54
Tabulka XII. Parametry regulátoru Q	59
Tabulka XIII. Kvalita regulace, 1DOF konfigurace řízení.....	61
Tabulka XIV. Parametry Q a R regulátorů	64
Tabulka XV. Kvalita regulace, 2DOF	66
Tabulka XVI. Parametry regulátorů R a Q , 2 zpětnovazební regulátory.....	69
Tabulka XVII. Kvalita regulace, 2 zpětnovazební regulátory.....	71
Tabulka XVIII. Kvalita regulace, porovnání jednotlivých regulačních pochodů	72

SEZNAM PŘÍLOH

P I: Magnetické siločáry cívky a kuličky

PŘÍLOHA P I: MAGNETICKÉ SILOČÁRY CÍVKY A KULIČKY

