

# **Teorie automatického řízení I. studijní opory a návody**

Karel Ševčík

---

Bakalářská práce  
2006



Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně  
Fakulta aplikované informatiky

---

Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně  
Fakulta aplikované informatiky  
Ústav řízení procesů  
akademický rok: 2005/2006

## ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení: **Karel ŠEVČÍK**  
Studijní program: **B 2807 Chemické a procesní inženýrství**  
Studijní obor: **Automatizace a řídicí technika**  
  
Téma práce: **Teorie automatického řízení, studijní opory a návody**

### Zásady pro vypracování:

Práce se bude zabývat vytvořením studijních materiálů pro účely předmětu TAŘ-1. Výsledkem budou ppt prezentace, www materiály, texty, vzorové příklady a protokoly z uvedené oblasti. Vhodné a kvalifikované prostředí pro simulaci a výpočty je MATLAB, Simulink. V práci půjde zejména o následující úkoly:

1. Příprava stránek ppt z přednášek předmětu.
2. Vizualizace schémat a pojmů v teorii automatického řízení.
3. Tvorba www stránek předmětu.
4. Příklady simulací a charakteristik lineárních systémů (MATLAB, Simulink).
5. Vytvoření vzorových protokolů.

Rozsah práce:

Rozsah příloh:

Forma zpracování bakalářské práce: **tištěná/elektronická**

Seznam odborné literatury:

Balátě, J.: Teorie řízení. BEN, Praha 1982.

Šulc, B., Vítečková, M.: Teorie a praxe návrhu regulačních obvodů. ČVUT Praha, 2004.

Levine, W.S.: The control handbook. IEEE Press. Boca Raton, 1996.

Kuo, B.C.: Automatic control systems. Prentice Hall, Englewood Cliffs, 1995.

Prokop, R. a kol.: Teorie automatického řízení. Skriptum FAI UTB, Zlín 2006.

Shahian, B., Hassul, M.: Control system design using MATLAB. Prentice Hall, Englewood Cliffs, 1993.

Vedoucí bakalářské práce:

**prof. Ing. Roman Prokop, CSc.**

Ústav automatizace a řídicí techniky


Datum zadání bakalářské práce:

**14. února 2006**

Termín odevzdání bakalářské práce:

**16. června 2006**

Ve Zlíně dne 25. února 2006

  
prof. Ing. Vladimír Vašek, CSc.  
*pro* **pověřený děkan**



  
prof. Ing. Petr Dostál, CSc.  
**ředitel ústavu**

## **ABSTRAKT**

Práce je příspěvkem a podporou pedagogického procesu v předmětu Teorie automatického řízení I. Hlavním cílem jsou studijní opory, návody pro vypracování protokolů a internetová podpora předmětu formou interaktivních testů. V prvních několika kapitolách jsou vysvětleny základní teoretické pojmy předmětu. Druhou část tvoří soubor vizuální podpory v prostředí PowerPoint. Další částí jsou tři vzorové protokoly charakterizující hlavní obsah teorie automatického řízení. Vypracování protokolů je provedeno v prostředí MATLAB/SIMULINK. Pro ověření znalostí studentů slouží interaktivní test vypracovaný jako internetový protokol.

Klíčová slova: Lineární systémy, Přenos, Stabilita, Regulační obvod, Stavový popis.

## **ABSTRACT**

The work is a contribution and support of educational process in the field of the subject Automatic control theory. The main aim of the work is study sustenance, protocol task guide and internet interactive tests for educational verification. The first parts are devoted to theoretical background of the subject. The second part deals with slides of the subject performed in PowerPoint. Further, a set of conditioning documents are presented with the MATLAB/SIMULINK support. The last part is created by an interactive internet test covering the scope of the linear control theory.

Keywords: Linear systems, Transfer functions, Stability, Feedback loops, State space descriptions.

Rád bych touto cestou poděkoval vedoucímu mé bakalářské práce prof. Ing. Romanu Prokopovi, CSc. za odborné vedení, rady a připomínky, které mi poskytoval při řešení této práce.

Ve Zlíně, 06. 06. 2006

.....

podpis

## OBSAH

<b>ÚVOD</b> .....	7
<b>I TEORETICKÁ ČÁST</b> .....	8
<b>1 TEORETICKÉ POJMY LINEÁRNÍCH SPOJITÝCH DYNAMICKÝCH SYSTÉMŮ (LSDS)</b> .....	9
<b>1.1 VNĚJŠÍ POPIS A ANALÝZA LSDS</b> .....	9
1.1.1 SYSTÉM A JEHO CHARAKTERISTICKÉ FUNKCE.....	9
1.1.2 STABILITA LSDS .....	11
<b>1.2 SYNTÉZA LSDS</b> .....	12
1.2.1 ZPĚTNÁ VAZBA .....	12
1.2.2 SPOJITÉ REGULÁTORY .....	14
1.2.3 REGULAČNÍ OBVODY S DOPRAVNÍM ZPOŽDĚNÍM .....	15
<b>1.3 STAVOVÝ POPIS LSDS</b> .....	17
1.3.1 PŘEVOD MEZI VNĚJŠÍM A VNITŘNÍM POPISEM SYSTÉMU A NAOPAK.....	18
1.3.2 VLASTNOSTI SYSTÉMŮ .....	18
<b>II PRAKTICKÁ ČÁST</b> .....	20
<b>2 TVORBA PPT STRÁNEK</b> .....	21
<b>3 INTERAKTIVNÍ TESTY TAŘ PRO STUDENTY</b> .....	22
3.1 POJEDNÁNÍ.....	22
3.2 UKÁZKA TESTŮ .....	23
<b>4 VZOROVÉ PROTOKOLY TAŘ</b> .....	26
4.1 PROTOKOL 1: VNĚJŠÍ POPIS A ANALÝZA LSDS.....	27
4.2 PROTOKOL 2: SYNTÉZA REGULAČNÍHO OBVODU .....	40
4.3 PROTOKOL 3: STAVOVÝ POPIS LSDS .....	65
<b>ZÁVĚR</b> .....	72
<b>SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY</b> .....	73
<b>SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK</b> .....	74
<b>SEZNAM OBRÁZKŮ</b> .....	76
<b>SEZNAM TABULEK</b> .....	78
<b>SEZNAM PŘÍLOH</b> .....	79

## ÚVOD

Automatické řízení technických, technologických i jiných systémů bez negativní rozhodovací a nedokonalé sensorické činnosti člověka je cílem moderního průmyslu, dopravy a chodu společnosti již mnohá desetiletí. Rozvoj teorie automatického řízení podstatně ovlivnila kybernetika jako věda o obecných zákonech vzniku, přenosu a zpracování informace ve složitých systémech a v obecných zákonech řízení těchto systémů. Kybernetika představuje syntézu poznatků z mnoha vědních disciplin, teorie přenosu a zpracování informace, matematiky, fyziky, logiky atd. Teorie automatického řízení se vykrystalizovala jako důležitá součást kybernetiky, a to studiem zákonitostí a principů automatického řízení. Řízení s použitím zpětné vazby bylo nazváno regulace a v průběhu 20. století se stala hlavní oblastí zkoumání, teorie i aplikací. Po období klasické teorie regulace, která se opírala o popis systémů diferenciálními rovnicemi, nastal rozvoj frekvenčních a operátorových metod používajících k popisu vlastností systému a jeho jednotlivých členů frekvenční a obrazové přenosy. Při řešení nelineárních systémů začal rozvoj metod stavového prostoru použitých s úspěchem i pro popis a řešení lineárních systémů, široké uplatnění našla Ljapunovova teorie stability. Stochastické metody umožnily sledovat i otázky vlivu náhodně se měnících parametrů nebo signálů působících na systém.

Předložená práce je věnována studijním oporám a návodům pro předmět Teorie automatického řízení I, který je přednášen v bakalářském stupni studia. Obsah tohoto předmětu představuje lineární spojité systémy, jejich popis a vlastnosti, zpětnou vazbu a regulátory, mnohorozměrné systémy a úvod do stavové teorie. Cílem bylo vytvořit komplexní multimediální podporu pro studenty prezenční i kombinované formy studia. Pro podporu studia byly vytvořeny ilustrativní prezentace, vzorové protokoly typických zadání předmětu a internetových testů. V teoretické části této práce jsou vysvětleny základní pojmy předmětu, které nejsou detailně popsány v prezentacích. Prezentace v rozsahu cca 160 listů (prostředí PowerPoint) by měly sloužit studentům jako pomůcka pro pochopení pojmů a teorie předmětu. Dalším bodem bylo vytvoření interaktivních testů, kde studenti mohou ověřit získané znalosti a vědomosti. Poslední část práce tvoří tři vzorové protokoly rozdělené podle obsahu předmětu. První protokol se zabývá analýzou jednorozměrných systémů, druhý syntézou s různými metodami nastavení regulátoru a třetí aspekty stavového popisu. Simulační ověřovací experimenty jsou provedeny v prostředí MATLAB/SIMULINK.

# **I                    TEORETICKÁ ČÁST**



# 1 TEORETICKÉ POJMY LINEÁRNÍCH SPOJITÝCH DYNAMICKÝCH SYSTÉMŮ (LSDS)

V této kapitole budou vysvětleny některé teoretické pojmy LSDS, které nejsou detailně popsány v protokolech. Nebude zde popsána celá teorie, protože většina je popsána v nově vytvořených prezentacích, které budou umístěny v příloze.

## 1.1 Vnější popis a analýza LSDS

**Systém** – je soubor prvků, mezi kterými existují vzájemné vazby a zároveň vazby na okolí.

**Analýza systémů** – popis statických a dynamických vlastností systémů.

### 1.1.1 Systém a jeho charakteristické funkce

**LSDS** – jsou lineárně spojité dynamické systémy s jednou vstupní a jednou výstupní veličinou (**SISO** – single output single input).

LSDS je popsán:

1. Lineární diferenciální rovnicí.
2. Přenosovou funkcí.
3. Přechodovou funkcí.
4. Impulsní funkcí.
5. Frekvenčním přenosem.
6. Amplitudovou a fázovou logaritmickou charakteristikou.
7. Rozložením nul a pólů v komplexní rovině.

1. Diferenciální rovnice popisuje chování LSDS:

$$y^{(n)}(t) + a_{n-1}y^{(n-1)}(t) + \dots + a_1y'(t) + a_0y(t) = b_m u^{(m)}(t) + \dots + b_0u(t), \quad (1)$$

kde  $a_i, b_i$  jsou reálné koeficienty,  $y(t)$  je výstupní veličina a  $u(t)$  je vstupní veličina. Z podmínky fyzikální realizovatelnosti platí  $m < n$  (znamená ryzost, kauzalitu systému). Dalšími způsoby jak určit vnější popis LSDS jsou přenos systému, přechodová funkce, impulsní funkce, frekvenční charakteristika, atd.

**2. Přenos systému** (přenosová funkce – transfer function) je poměr Laplaceových obrazů výstupní veličiny ku vstupní veličině při nulových počátečních podmínkách. Přenos lze vyjádřit pomocí koeficientů z diferenciální rovnice (1) nebo lze popsat pomocí kořenů těchto polynomů, tedy pomocí nul a pólů ve tvaru:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b_m s^m + \dots + b_1 s + b_0}{s^n + a_{n-1} s^{(n-1)} + \dots + a_1 s + a_0} = \frac{b_m (s - n_1) \dots (s - n_m)}{a_n (s - s_1) \dots (s - s_n)}, \quad (2)$$

jde racionálně lomenou funkcí, tj. polynom lomeno polynomem, kde póly ( $s_i$ ) jsou kořeny jmenovatel a nuly ( $n_i$ ) jsou kořeny čitatele přenosu.

**3. Přechodová funkce** označovaná jako  $h(t)$ , je odezva systému na jednotkový skok (Heavisideovu funkci) při nulových počátečních podmínkách. Přechodová charakteristika je grafické znázornění přechodové funkce. Výhodou přechodových funkcí či charakteristik je to, že jsou velmi jednoduše experimentálně získány a jsou zde možnosti využití k identifikaci systémů nebo k některým metodám návrhu regulátoru. Časovou přechodovou funkci lze pomocí přenosu vyjádřit:

$$G(s) = \frac{H(s)}{\frac{1}{s}} \Rightarrow H(s) = \frac{G(s)}{s} \Rightarrow h(t) = L^{-1} \left\{ \frac{G(s)}{s} \right\} \quad (3)$$

**4. Impulsní funkce** označovaná jako  $i(t)$ , je odezva systému na jednotkový impuls (Diracovu funkci) při nulových počátečních podmínkách. Mezi přechodovou funkcí a impulsní funkcí platí jednoduchý vztah:

$$i(t) = h'(t) \quad (4)$$

Impulsní charakteristika je grafické znázornění impulsní funkce. Jednotkový (Diracův) impuls je „funkce“, která se jeví jako nekonečně krátký impuls s nekonečně velkou amplitudou.

**5. Frekvenční funkce** označovaná jako  $G(j\omega)$ , je poměr Fourierových obrazů výstupního harmonického signálu ku vstupnímu při nulových počátečních podmínkách. Frekvenční přenos je definován vztahem:

$$G(j\omega) = G(s)|_{s=j\omega} = \frac{Y(j\omega)}{U(j\omega)} = \frac{b_m (j\omega)^m + \dots + b_1 j\omega + b_0}{(j\omega)^n + a_{n-1} (j\omega)^{n-1} + \dots + a_0} \quad (5)$$

Frekvenční charakteristika je grafické znázornění frekvenčních vlastností. Pro její sestavení rozdělíme frekvenční přenos (5) na složkový tvar komplexního čísla:

$$G(j\omega) = A(\omega)e^{j\varphi(\omega)} = \operatorname{Re}(\omega) + j \operatorname{Im}(\omega) \quad (6)$$

6. Amplitudově fázová frekvenční charakteristika je grafické zobrazení  $G(j\omega)$  (Nyquistova křivka).  $A(\omega)$  se nazývá amplitudová frekvenční charakteristika a  $\varphi(\omega)$  fázová frekvenční charakteristika. Logaritmická FCH – grafické znázornění  $A(\omega)$ ,  $\varphi(\omega)$  v dekadických logaritmických souřadnicích (Bodeho křivky). Jestliže vyloučíme mezi amplitudovou a fázovou závislostí explicitně frekvenci a zobrazíme závislost mezi nimi, nazývá se tento graf Nicholsův diagram (Nichols plot).

7. Rozložení nul a pólů stanovuje vlastnosti daného systému. Má-li systém alespoň jednu nulu v pravé části komplexní roviny, jedná se o systém s neminimální fází. V opačném případě jde o systém s minimální fází. Pokud se v čitateli přenosu systému vyskytuje pouze konstanta, je systém minimálně fázový. Řádem systému rozumíme stupeň polynomu ve jmenovateli, relativní řád systému je rozdíl mezi stupněm jmenovatele a čitatele ( $\deg a - \deg b$ ). Poloha pólů rozhoduje o stabilitě či nestabilitě systému.

### 1.1.2 Stabilita LSDS

Stabilita dynamického systému je schopnost vrátit se po vyvedení z rovnovážného stavu vlivem poruchy nebo vlivem změny hodnoty žádané veličiny do původního nebo jiného, ale opět rovnovážného stavu.

LSDS je stabilní, jestliže všechny kořeny jmenovatele přenosu leží v levé části komplexní roviny, tzn. všechny póly mají zápornou reálnou část → postačující podmínka stability.

Nutnou podmínkou stability je, aby všechny koeficienty jmenovatele přenosu (polynomu) měly stejné znaménko a žádný z nich nebyl roven 0.

Rozeznáváme algebraická kritéria:

- Routh – Schurovo,
- Hurwitzovo,

a geometrická kritéria:

- Michajlovovo – Leonhardovo,
- Nyquistovo.

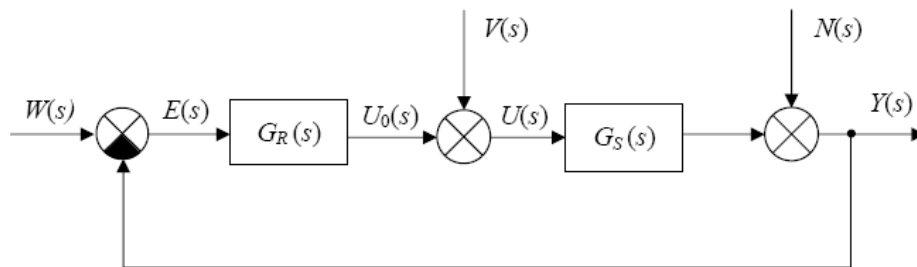
Jednotlivá kritéria jsou vysvětlena v prezentaci TAR1a str. 51 – 59.

## 1.2 Syntéza LSDS

**Syntéza systému** – stanovení struktury a parametrů regulačního obvodu tak, aby byly splněny požadavky, které klademe na regulační pochod.

### 1.2.1 Zpětná vazba

Zpětná vazba je v současnosti nejpoužívanějším prostředkem regulace. Základní zapojení zpětnovazebního regulačního obvodu vidíme na Obr. 1.1. Výstupní veličina  $Y(s)$  je porovnávána se žádanou veličinou  $W(s)$  pomocí rozdílového členu. Výsledkem je regulační odchylka  $E(s)$ , na její základě regulátor, popsaný přenosem  $G_R(s)$ , ovlivňuje regulovanou soustavu, popsanou přenosem  $G_S(s)$ , pomocí akční veličiny  $U(s)$ . Na regulovanou soustavu působí na vstupu poruchová veličina  $V(s)$  a na výstupu  $N(s)$ .



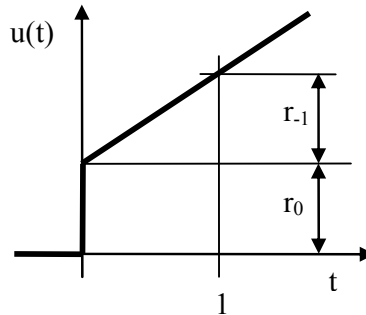
Obr. 1.1 Schéma uzavřeného regulačního obvodu

Cílem řízení je, aby výstupní veličina byla rovna žádané hodnotě, tedy abychom v ustáleném stavu dosáhli nulové regulační odchylky:  $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0$ . Ke známé regulované soustavě  $G_S(s)$  tedy hledáme regulátor  $G_R(s)$  tak, aby celý zpětnovazební obvod byl stabilní. Což je ekvivalentní podmínce, aby jmenovatel přenosu (charakteristický polynom)  $G_{W,Y}(s) = \frac{G_R(s) \cdot G_S(s)}{1 + G_R(s) \cdot G_S(s)}$  byl stabilní. Tedy kořeny jmenovatele tohoto přenosu musí ležet v levé části komplexní roviny.

**Charakteristický polynom** obvodu je kromě testování stability také využíván při syntéze chování regulačního obvodu. Jde o určení hodnot nastavitelných parametrů regulátoru, které ovlivňují hodnoty koeficientů charakteristického polynomu, a tím i polohu jeho kořenů. Regulátory  $G_R(s)$  typu PID se používají nejčastěji. Tento se skládá

z proporcionální, derivační a integrační části nebo jejich kombinací. Proporcionálně integrační regulátor je popsán přenosem:

$$G_R(s) = \frac{1}{k_s} = r_0 + \frac{r_{-1}}{s}, \quad (7)$$



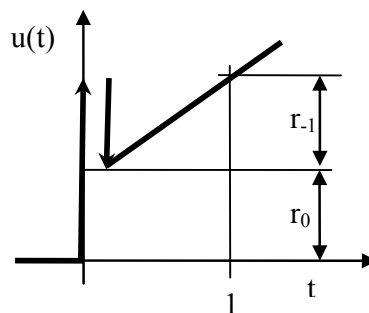
Obr. 1.2 Přechodová charakteristika PI regulátoru

kde  $r_{-1}$  je integrační konstanta. Proporcionálně derivační regulátor je popsán přenosem:

$$G_R(s) = \frac{1}{k} = r_0 + r_1 s, \quad (8)$$

kde  $r_1$  je derivační konstanta. Proporcionálně integrační derivační (PID) regulátor je popsán přenosem:

$$G_R(s) = k_p \left( 1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s \right) = r_0 + \frac{r_{-1}}{s} + r_1 s, \quad (9)$$



Obr. 1.3 Přechodová charakteristika PID regulátoru

a rovnicí:

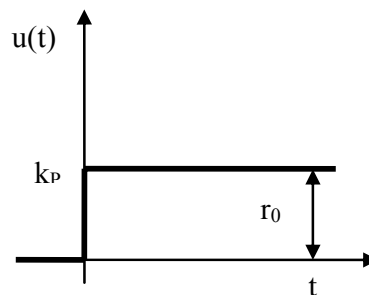
$$u(t) = r_0 e(t) + r_{-1} \int_0^t e(t) dt + r_1 \frac{de(t)}{dt}. \quad (10)$$

### 1.2.2 Spojité regulátory

#### 1)P – proporcionalní regulátor

V uzavřeném obvodu pracuje s trvalou regulační odchylkou. Má dobrou stabilitu. Používá se velmi často např. na stabilizaci pevných bodů, stabilizaci napětí, proudu. Nezáleží na kvalitě. Přenos regulátoru:

$$G_R(s) = k_P = r_0 \quad (11)$$

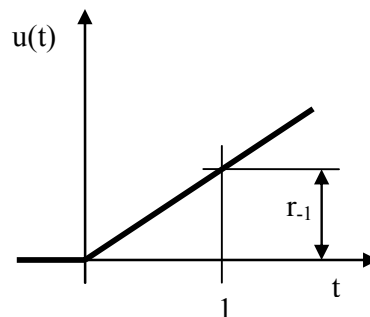


Obr. 1.4 Přečhodová charakteristika P regulátoru

#### 2)I – integrační regulátor

V uzavřeném obvodu pracuje pouze s přečhodovou regulační odchylkou. Regulační pochod se ustálí tehdy, když regulační odchylka  $e(t) = 0$ . Nevyhoví podmínkám stability regulačního obvodu, když by měl regulovat astatickou regulovanou soustavu. Přenos regulátoru:

$$\text{toru: } G_R(s) = \frac{1}{T_I s} \quad (12)$$



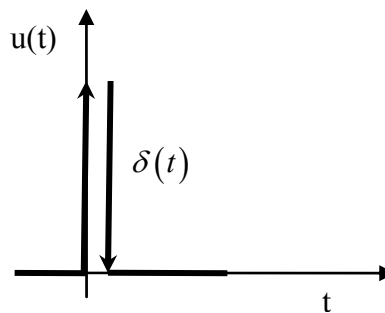
Obr. 1.5 Přečhodová charakteristika I regulátoru

#### 3)D – derivační regulátor

Není schopen samostatné funkce, jako regulátor připojený k regulované soustavě, protože vstupním signálem je derivace regulační odchylky a neví tedy nic o velikosti (hodnotě)

odchylky  $e(t)$ . Připustí libovolně velkou ustálenou regulační odchylku. V kombinovaném regulátoru zlepšuje stabilitu regulačního obvodu. Natáčí fázi amplitudové fázové charakteristiky v komplexní rovině o  $+90^\circ$ . Informuje regulátor o změně regulační odchylky, a tedy regulátor může v "předstihu" na tuto změnu reagovat. V ustáleném stavu rozpojí regulační obvod.

$$G_R(s) = T_D s \quad (13)$$



Obr. 1.6 Přechodová charakteristika D regulátoru

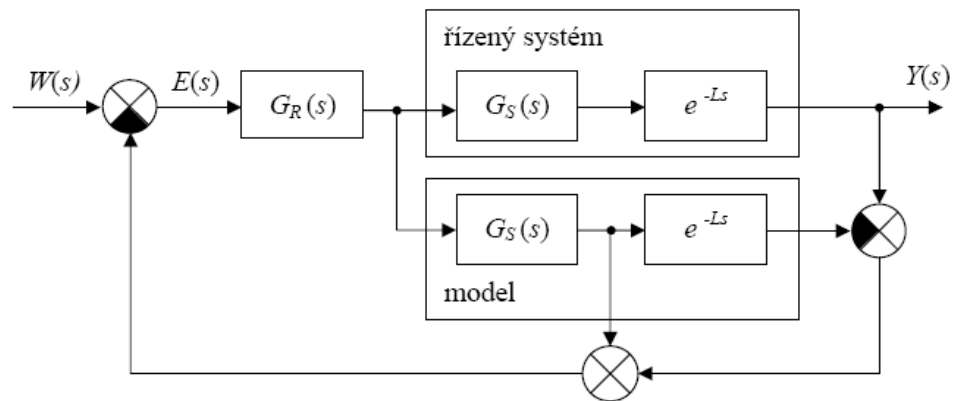
$$r_0 = k_p \quad \text{zesílení analogového regulátoru,} \quad (14)$$

$$T_I = \frac{r_0}{r_{-1}} \quad \text{integrační časová konstanta,} \quad (15)$$

$$T_D = \frac{r_1}{r_0} \quad \text{derivační časová konstanta.} \quad (16)$$

### 1.2.3 Regulační obvody s dopravním zpožděním

V regulačních obvodech se často vyskytuje člen dopravního zpoždění, který představuje exponenciální výraz  $e^{-Ls}$ . Tento člen dopravního zpoždění je zejména vlastností regulované soustavy a zhoršuje stabilitu obvodu. Dopravní zpoždění můžeme kompenzovat a to použitím zapojení, jež je nazýváno jako Smithův prediktor. Mimo kompenzace dopravního zpoždění pomocí níže uvedeného zapojení můžeme použít i klasický zpětnovazební obvod, s tím, že toto zpoždění aproximujeme. Aproximované dopravní zpoždění poté můžeme zahrnout přímo do přenosu regulované soustavy, a pro takto upravenou soustavu využít metod syntézy navržených pro nastavení parametru regulátoru pro soustavy bez dopravního zpoždění. Na obrázku je uveden způsob kompenzace dopravního zpoždění pomocí Smithova prediktoru.



Obr. 1.7 Smithův prediktor

Přenos řízení regulačního obvodu určíme z výše uvedeného obrázku. Dostáváme tedy:

$$\begin{aligned}
 G_{W,Y}(s) &= \frac{Y(s)}{W(s)} = \frac{G_R(s)G_S(s)e^{-sL}}{1 + G_R(s)G_S(s)e^{-sL} - G_R(s)G_S(s)e^{-sL} + G_R(s)G_S(s)} \\
 &= \frac{G_R(s)G_S(s)e^{-sL}}{1 + G_R(s)G_S(s)}
 \end{aligned} \tag{17}$$

Charakteristická rovnice uzavřeného obvodu:

$$1 + G_R(s)G_S(s) = 0 \tag{18}$$

Neobsahuje člen s dopravním zpožděním a je stejná jako u obvodu bez dopravního zpoždění.

### Aproximace dopravního zpoždění

Existuje několik způsobů aproximace dopravního zpoždění, zde jsou uvedeny tři způsoby aproximace dopravního zpoždění:

#### Padeho aproximace

Tato aproximace je vyjádřena poměrem dvou funkcí

$$e^{-Ls} \approx \frac{P_n(s)}{Q_n(s)} \tag{19}$$

kde značí

$$P_n(s) = 1 - \frac{sL}{2} + \frac{n(n-1)}{2n(2n-1)} \frac{s^2 L^2}{2!} - \dots + \frac{(-1)^n n!}{(2n)!} s^n L^n \tag{20}$$



$$Q_n(s) = 1 + \frac{sL}{2} + \frac{n(n-1)}{2n(2n-1)} \frac{s^2 L^2}{2!} + \dots + \frac{n!}{(2n)!} s^n L^n \quad (21)$$

Volbou „ $n$ “ lze ovlivnit přesnost aproximace. Nejčastěji je používána Padeho aproximace ve zjednodušeném tvaru ( $n = 1$ ).

$$e^{-Ts} \approx \frac{1 - \frac{sL}{2}}{1 + \frac{sL}{2}} \quad (22)$$

### Taylorova aproximace čitatele

Tato aproximace je vyjádřena ve tvaru:

$$e^{-Ls} = (1 - Ls + \dots) \approx \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!} (Ls)^n \quad (23)$$

Pro  $n = 1$  platí:

$$e^{-Ls} \approx 1 - Ls \quad (24)$$

### Taylorova aproximace jmenovatele

Tato aproximace je vyjádřena ve tvaru:

$$e^{-Ls} = \frac{1}{e^{Ls}} = \frac{1}{(1 + Ls + \dots)} \approx \frac{1}{\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} (Ls)^n} \quad (25)$$

Pro  $n = 1$  platí:

$$e^{-Ls} \approx \frac{1}{1 + Ls} \quad (26)$$

## 1.3 Stavový popis LSDS

Stavový popis znamená přepis diferenciální rovnice  $n$  – tého řádu na  $n$  diferenciálních rovnic 1. řádu. Stavový popis není jednoznačný – jednomu přenosu odpovídá mnoho stavových popisů. Vnitřní popis chování systémů v časové oblasti vede na tzv. stavový model.

Stavovým popisem (modelem) LSDS budeme rozumět čtveřici reálných matic  $\mathbf{S}=\{\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, \mathbf{D}\}$ , které jsou svázány stavovými rovnicemi:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) \quad (27)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}\mathbf{u}(t), \quad (28)$$

kde  $\mathbf{A}$  – stavová matice,  $\mathbf{B}$  – matice řízení,  $\mathbf{C}$  – matice výstupní,  $\mathbf{D}$  – matice převodová ( $\mathbf{l}$  – počet výstupů,  $\mathbf{m}$  – počet vstupů,  $\mathbf{n}$  – stupeň diferenciální rovnice),  $\mathbf{u}$  – vstupy,  $\mathbf{y}$  – výstupy,  $\mathbf{x}$  – stavové veličiny. Rovnice (27) se nazývá stavová a (28) výstupní. Matice  $\mathbf{D}$  je nulová pro striktně ryzí systémy (stupeň čitatele < stupeň jmenovatele), nenulová pro systémy s relativním řádem 0 (stupeň čitatele = stupeň jmenovatele). Pro SISO systémy platí:  $\mathbf{A}$  ( $n \times n$ );  $\mathbf{B}$  ( $n \times 1$ );  $\mathbf{C}$  ( $1 \times n$ );  $\mathbf{D}$  ( $1 \times 1$ ).

### 1.3.1 Převod mezi vnějším a vnitřním popisem systému a naopak

#### Převod stavového popisu na přenos

(SS => TF – state space => transfer function): je jednoznačný a je definován vztahem:

$$\mathbf{G}(s) = \mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{B} + \mathbf{D} = \frac{b(s)}{a(s)} \quad (29)$$

nebo:

$$\mathbf{G}(s) = \frac{1}{\det(s\mathbf{I} - \mathbf{A})} \text{adj}(s\mathbf{I} - \mathbf{A}) \mathbf{B} \cdot \mathbf{C} + \mathbf{D} \quad (30)$$

#### Převod přenosu na stavový popis

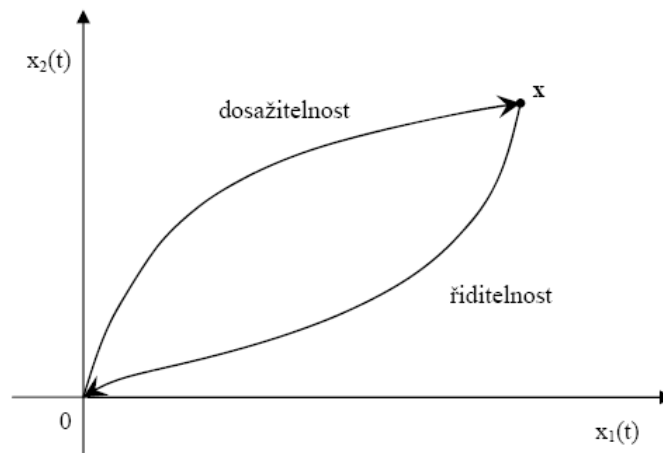
(TF => SS): není jednoznačný a záleží na definici stavových veličin. Obvyklou volbou je  $n$  stavových veličin pro systém popsany diferenciální rovnicí  $n$ -tého stupně a to tak, že stavy definujeme jako výstupní veličinu  $\mathbf{y}(t)$  a  $(n-1)$  jejích derivací. Existují tři metody pro převod přenosu na stavový popis:

- A. Diferenciální rovnice bez derivace na pravé straně,
- B. Diferenciální rovnice s derivací na pravé straně,
- C. Metoda postupné integrace.

Jednotlivé metody jsou detailně popsány v protokolu 3.

### 1.3.2 Vlastnosti systémů

Pro studium vztahu mezi vstupem a stavem slouží pojmy říditelnost a dosažitelnost a pro studium vztahu mezi výstupem a stavem pojmy pozorovatelnost a rekonstruovatelnost.



Obr. 1.8 Řiditelnost a dosažitelnost systému

### ***Řiditelnost a dosažitelnost***

Řiditelnost a dosažitelnost jsou vlastnosti matic **A** a **B**.

Lineární spojité dynamický systém je říditelný, existuje-li vstupní signál  $\mathbf{u}(t)$  a časový interval  $\langle 0; t_1 \rangle$  tak, že ho převede z libovolného nenulového počátečního stavu  $\mathbf{x}(0) \neq \mathbf{0}$  do stavu  $\mathbf{x}(t_1) = \mathbf{0}$ . Lineární spojité dynamický systém je dosažitelný, existuje-li vstupní signál  $\mathbf{u}(t)$  a časový interval  $\langle 0; t_1 \rangle$  tak, že ho převede z nulového počátečního stavu  $\mathbf{x}(0) = \mathbf{0}$  do libovolného nenulového stavu  $\mathbf{x}(t_1) \neq \mathbf{0}$ . Pro LSDS platí říditelnost  $\equiv$  dosažitelnost.

### ***Pozorovatelnost a rekonstruovatelnost***

Pozorovatelnost a rekonstruovatelnost jsou vlastnosti matic **A** a **C**.

Lineární spojité dynamický systém je pozorovatelný, jestliže lze z průběhu výstupní veličiny  $\mathbf{y}(t)$  (z jejích budoucích hodnot) pozorovat všechny stavové veličiny. Lineární spojité dynamický systém je rekonstruovatelný, jestliže lze z průběhu výstupní veličiny  $\mathbf{y}(t)$  (z jejích minulých hodnot) rekonstruovat všechny stavové veličiny. I tady platí pro LSDS pozorovatelnost  $\equiv$  rekonstruovatelnost.

## **II PRAKTICKÁ ČÁST**

## 2 Tvorba ppt stránek

Prvním z úkolů této bakalářské práce bylo vytvoření elektronické prezentace do předmětu *Teorie automatického řízení I*. Doposud byly přednášky prezentovány promítáním textu na ručně psaných fóliích. Obsah fólií byl přepsán pomocí programu Word, tím vzniklo cca 60 stránek. Prezentace byly rozděleny podle náplně předmětu na tři části:

- A. TAŘ1a – vnější popis a analýza LSDS,
- B. TAŘ1b – syntéza LSDS,
- C. TAŘ1c – vnitřní popis LSDS.

Prezentace byly tvořeny v programu PowerPoint. Obsah přednášek tvoří přepsaný text z fólií doplněn o obrázky a simulace z programu MATLAB/SIMULINK. Text byl psán písmem stylu Garamond s velikostí 18. Na obrázku je ukázka jednoho z listů prezentace.

**Pozorovatel stavu (Luennbergův deterministický)**

Obecně nelze úplný stavový vektor na reálném zařízení měřit, obvykle je k dispozici pouze výstup. Ke kontrakci stavových veličin z výstupních veličin slouží rekonstruktory stavu, z nichž nejznámější je Luennbergův pozorovatel (observer) stavu.

**Matematická formulace:**

Je dán SS LSDS:  $\dot{x} = Fx + qu$  z počátečních podmínek  $x(0) = x_0$   
 $y = Hx$   $L = 0$

pozorovatel:  $\hat{x} = F\hat{x} + qu + K(y - \hat{y}); \hat{x}(0)$  libovolné  
 $\hat{y} = H\hat{x}$

Úloha: Nalézt matici  $K$  reálných čísel tak, aby při libovolných počátečních podmínkách.  $\hat{x} \rightarrow x$

Řešení: odchylka  $\tilde{x} = x - \hat{x}$   
 $\dot{\tilde{x}} = Fx + qu - F\hat{x} - qu - K(y - \hat{y})$   
 $\dot{\tilde{x}} = (F - KH)\tilde{x}$

Obr. 2.1 Ukázka jednoho z listů prezentace

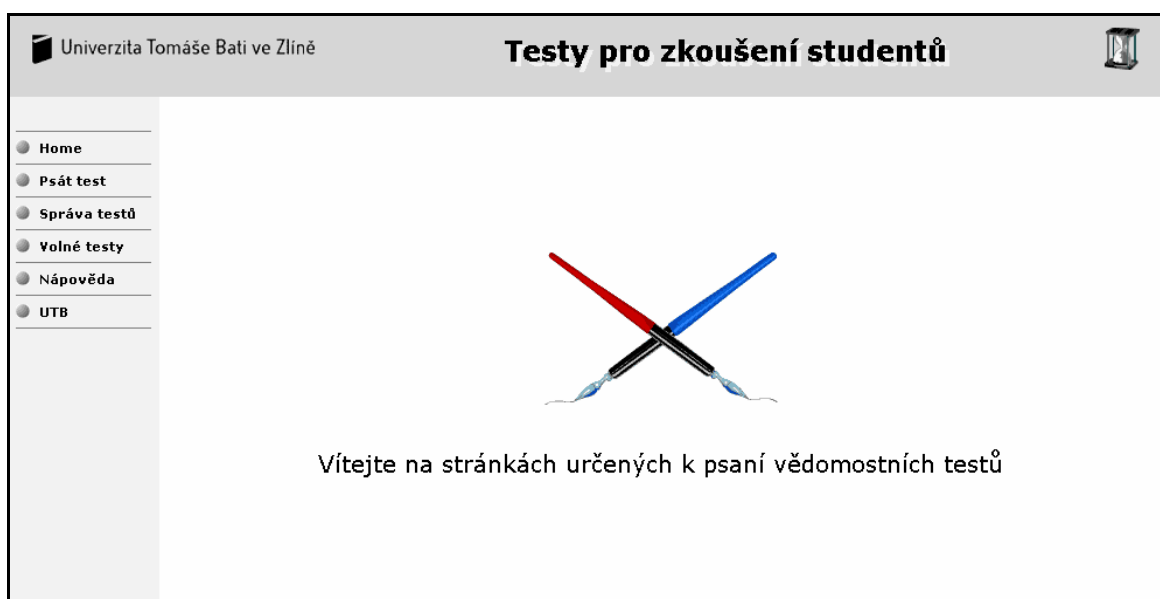
Jednotlivé prezentace mají náplň TAŘ1a 75 listů, TAŘ1b 48 listů a TAŘ1c 38 listů, což je dohromady 161 listů. Prezentace jsou v současnosti umístěny na školních internetových stránkách, kde by měly napomoci studentům k výuce tohoto předmětu.

### 3 INTERAKTIVNÍ TESTY TAŘ PRO STUDENTY

Dalším úkolem bylo vytvoření nových internetových testů v již existujícím konverzačním systému. Stávající testy obsahovaly teoretickou náplň pro předměty *Řízení technologických procesů*, *Teorie automatického řízení I*, *Teorie automatického řízení II*. Z důvodů zrušení *Řízení technologických procesů* byl jeho obsah přesunut do *Teorie automatického řízení I*. Proto bylo nutné tyto testy přepracovat.

#### 3.1 Pojednání

Testy byly tvořeny pomocí skript a přednášek z předmětu *Teorie automatického řízení I*. Prostředím pro tvorbu testů byla již existující databáze [7] na internetové stránce [www.testy.utb.cz](http://www.testy.utb.cz). Tyto stránky umožňují vytvářet, vkládat a používat již vytvořené testy. Prvním z kroků bylo testy *ŘTP* a *TAŘ I* smazat a vytvořit nové, které by obsahovaly náplň obou předmětů.



Obr. 3.1 Ukázka stránky pro testy

Pro vkládání testů je nutné se přihlásit jako správce.

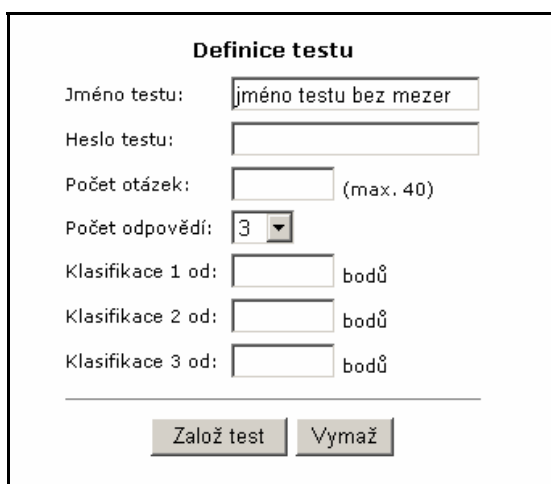


The screenshot shows a web interface for test management. On the left is a vertical navigation menu with the following items: Home, Psát test, Správa testů (highlighted), Volné testy, Náповěda, and UTB. The main content area is titled "Přihlášení ke správě testů" and contains a login form with two input fields: "Jméno správce:" and "Přístupové heslo:". Below the fields is a "Přihlásit >>" button. At the bottom right of the form area, the text "Správa testů ver. 1.0" is displayed.

Obr. 3.2 Přihlášení správce

### 3.2 Ukázka testů

Prvním krokem bylo vytvoření testu, tzn. jeho název, přístupové heslo, počet otázek, odpovědi a hodnocení. Po vyplnění těchto údajů je test vytvořen a můžou se vkládat jednotlivé otázky a odpovědi. Každý z celkem 6 testů má 15 otázek. Jednotlivá otázka má své 4 odpovědi, z nichž pouze jedna je vždy správná.



The screenshot shows a form titled "Definice testu". It contains the following fields and controls:

- Jméno testu:
- Heslo testu:
- Počet otázek:  (max. 40)
- Počet odpovědí:  (dropdown arrow)
- Klasifikace 1 od:  bodů
- Klasifikace 2 od:  bodů
- Klasifikace 3 od:  bodů

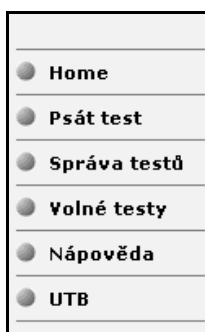
At the bottom of the form are two buttons: "Založ test" and "Vymaž".

Obr. 3.3 Definování testu

Pokud bylo potřeba k nějaké otázce či odpovědi vložit obrázek, bylo nutné ho nejprve převést do formátu GIF nebo JPEG. Vkládání se provádí pomocí tlačítka **vložit obrázek**. Pro potřeby WWW je výhodnější používat formát GIF. Je zde zavedenější a podporují jej všichni klienti pracující v grafickém režimu. Po vytvoření všech otázek je test hotov. Pak jej lze **uvolnit**, což znamená učinit test volně přístupný pro všechny návštěvníky této stránky nebo jej nechat „zamknutý“. Je-li „zamknutý“, mohou jej používat vyučující pro zkou-

šení studentů, člověk neznalý hesla se k testu nedostane. Vytvořené testy nejsou vloženy mezi „volné testy“ je nutno uvést jejich název a heslo.

Přístup pro volné testy je jednoduchý. Na hlavní straně stačí kliknout na **volné testy** a z nich si pak vybrat, ten který si chci vyzkoušet. U „zamknutého“ testu, pak kliknout na **psát test** a po vyplnění názvu a přístupového hesla je možné test vyzkoušet.



Obr. 3.4 Ukázka menu testu

Stránka pro psaní testů vypadá takto:

**Správa testů**

Nastavení uživatele	Testy	Založit test	Výsledky testů	Náповěda	Odhlásit	Přihlášen: PROKOPOVA
---------------------	-------	--------------	----------------	----------	----------	----------------------

Zpět

**Test: TAR1.2**

1. Nulami přenosu rozumíme:

- a) stupeň polynomu ve jmenovateli přenosu
- b) kořeny polynomu ve jmenovateli přenosu
- c) kořeny polynomu v čitateli přenosu
- d) rozdíl mezi stupni polynomů jmenovatele a čitatele přenosu

---

2. Jaký je systém s neminimální fází?

- a) je takový, kterého kořeny čitatele leží v levé části v pravé části komplexní roviny
- b) je takový, u kterého prostý člen polynomu jmenovatele není roven 0
- c) je takový, u kterého prostý člen polynomu jmenovatele je roven 0
- d) je takový, kterého kořeny čitatele přenosu leží v levé části komplexní roviny

---

3. Striktní ryzost přenosu platí, jestliže:

- a)  $\deg b < \deg a$
- b)  $\deg b > \deg a$
- c)  $\deg b = \deg a$
- d)  $\deg b \leq \deg a$

---

4. Jedním ze základních požadavků na systém je vnitřní ryzost systému. Vysvětlete proč!

Obr. 3.5 Ukázka hotového testu

Po vyplnění všech základních údajů (jméno, skupina, ročník,...) můžete psát test. Po zaškrtnutí odpovědí můžeme **odevzdat test**. Systém hned vyhodnotí výsledky a poukáže i známku, kterou byste byli ohodnoceni.



Odpovědi:

Otázka č.	Odpověď
1	správně
2	správně
3	správně
4	správně
5	správně
6	bez odpovědi
7	správně
8	špatně
9	špatně
10	správně
11	špatně
12	správně
13	bez odpovědi
14	správně
15	špatně

Obr. 3.6 Odpovědi a jejich správnost

Zde je ukázán systém hodnocení a výpis vytvořených testů:

Hodnocení:

Dosažený počet bodů:	<b>9/15 , 60%/100%</b>
Klasifikace:	<b>velmi dobře</b>

Obr. 3.7 Vyhodnocení testu

### Správa testů

Nastavení uživatele
Testy
Založit test
Výsledky testů
Nápověda
Odhlásit
Přihlášen: PROKOPOVA

Jméno testu

Jméno testu

Heslo testu

Jméno uživatele

Klasifikace 1

Klasifikace 2

Klasifikace 3

**Výpis testů:** aktualizuj výpis

	Test	Heslo	Otázek	Odpovědí	Klasif. 1	Klasif. 2	Klasif. 3	Stav testu			
1.	database	šifrováno	10	3	30	20	10	dokončen	edit	uvolnit	smazat
2.	tar1.1	šifrováno	15	4	12	9	6	dokončen	edit	uvolnit	smazat
3.	tar1.2	šifrováno	15	4	12	9	6	dokončen	edit	uvolnit	smazat
4.	tar1.3	šifrováno	15	4	12	9	6	dokončen	edit	uvolnit	smazat
5.	tar1.4	volný test	15	4	12	9	6	dokončen	edit	uvolnit	smazat
6.	tar1.5	šifrováno	15	4	12	9	6	dokončen	edit	uvolnit	smazat
7.	tar1.6	šifrováno	15	4	12	9	6	dokončen	edit	uvolnit	smazat
8.	tar2.1	šifrováno	15	4	12	9	6	dokončen	edit	uvolnit	smazat
9.	tar2.2	šifrováno	15	4	12	9	6	dokončen	edit	uvolnit	smazat
10.	tar2.3	šifrováno	15	4	12	9	6	dokončen	edit	uvolnit	smazat
11.	zkušební	šifrováno	3	3	3	2	1	nedokončen	edit	uvolnit	smazat

© 2002 Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně

Obr. 3.8 Výpis testů

Testy pro *Teorie automatického řízení I.* jsou označeny jako **tar1.1 – tar1.6.**

## 4 VZOROVÉ PROTOKOLY TAŘ

Závěrečným úkolem této bakalářské práce bylo vytvoření vzorových protokolů k předmětu *Teorie automatického řízení I*. Protokoly byly rozděleny na tři části stejně jako nově vytvořené prezentace. Obsahem těchto protokolů je náplň seminárních cvičení. Teorie je popsána v první kapitole této práce a místy i v samotných protokolech. Ty byly tvořeny v programu Word. Každý protokol má své zadání, k němuž jsou nejprve vysvětleny teoretické pojmy a následně proveden výpočet, který je nejprve napsán obecně.

V prvním protokolu bylo možné některé výpočty znázornit graficky, k tomu byly použity programy EXCEL a MATLAB 6.5. Tyto grafy jsou umístěny pod sebou, aby bylo možné jejich porovnání. Grafy z programu EXCEL jsou vytvořeny dosazením do dané vypočtené rovnice. Grafy z programu MATLAB jsou vykreslovány pomocí příkazů, kterou jsou vždy umístěny pod příslušným grafem písmem Courier New velikostí 10.

V druhém protokolu byla provedena syntéza regulačního obvodu. Pomocí níže uvedených metod byly vypočteny parametry regulátoru. Pro ověření správnosti výpočtů bylo nutné provést simulace regulačního obvodu pro dané vypočtené parametry. Pro simulace bylo použito programu MATLAB/SIMULINK, který umožňuje nákres vlastních schémat a jejich simulaci. Tyto simulace jsou vkládány jako grafy z programu MATLAB. Má verze MATLABu nepodporuje diakritiku, z toho důvodu bude nyní nadefinováno značení legendy, které bude použito v grafech: **w** – žádaná veličina, **u** – akční zásah, **y** – regulovaná veličina. Pro druhý protokol bylo použito čtyř simulačních schémat, která jsou umístěny před daným grafem. Názvy simulačních schémat jsou opět napsány písmem Courier New velikostí 10 a budou také v příloze na CD. U 1DOF a 2DOF struktury byla provedena kontrola výpočtu matic v MATLABu. Zdrojový kód je v dané kapitole napsán písmem Courier New velikostí 8.

Třetí protokol obsahuje stanovení vnitřního popisu LSDS, zde nebylo nutné žádné simulace provádět. Každý z protokolů je ukončen závěrem, ve kterém jsou zhodnoceny cíle a získané výsledky daného zadání. Tyto protokoly jsou nutnou podmínkou k získání zápočtu z tohoto předmětu a budou umístěny na školních internetových stránkách, kde bude umožněno jejich stažení.

#### 4.1 Protokol 1: Vnější popis a analýza LSDS

Je dán LSDS svojí diferenciální rovnicí:

$$a_2 y'' + a_1 y' + a_0 y = b_0 u \quad y(0) = y'(0) = 0$$

Zadání:  $a_2 = 1$ ,  $a_1 = 3$ ,  $a_0 = 0,2$ ,  $b_0 = 6$

Jednorozměrný lineární spojité dynamický systém je dán diferenciální rovnicí:

$$y''(t) + 3y'(t) + 0,2y(t) = 6u(t)$$

**Úkoly:**

**1. Napište přenos.**

**2. Určete:** a) nuly a póly,

b) řád a relativní řád.

**3. Rozhodněte:** a) o fázovosti,

b) o stabilitě.

**4. Vypočtěte a znázorněte:** a) přechodovou funkci,

b) impulsní funkci.

**5. Vypočtěte a znázorněte:** a) frekvenční charakteristiku,

b) logaritmickou frekvenční charakteristiku.

**1.**

Z diferenciální rovnice  $y''(t) + 3y'(t) + 0,2y(t) = 6u(t)$  vyplývá přenos:

$$G(s) = \frac{Y}{U} = \frac{b_0}{a_2 s^2 + a_1 s + a_0}$$

$$G(s) = \frac{6}{s^2 + 3s + 0,2} = \frac{6}{(s + 2,932)(s + 0,068)}$$

$$G(s) = \frac{k}{(T_1s + 1)(T_2s + 1)} = \frac{30}{(14,662s + 1)(0,341s + 1)}$$

$$T_1 = 14,662 \quad T_2 = 0,341 \quad k = 30$$

**2. a)**

Nuly jsou kořeny čitatele: Nemá konečné nuly

Póly jsou kořeny jmenovatele:

$$s^2 + 3s + 0,2$$

$$s_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{9 - 4 \cdot 0,2}}{2} = \begin{matrix} s_1 = -2,9318 \\ s_2 = -0,0682 \end{matrix}$$

Kontrola pomocí programu MATLAB:

```
p=[1 3 0.2];
roots(p)
sys=tf(6,[1 3 0.2]);
zero(sys)
```

**2. b)**

- relativní řád – stupeň ve jmenovateli – stupeň v čitateli (2 – 0 =2) plyne z toho, že má 2 nekonečné nuly.
- řád – je dán stupněm jmenovatele (2).

**3. a)**

- nekmitavý systém – póly přenosy jsou na reálné ose (neleží na imaginární ose).
- minimální fázový systém – pozná se podle polohy nul, jestliže má alespoň 1 nulu v pravé části reálné osy (je kladný), v čitateli je konstanta.

**3. b)**

- stabilní systém – všechny póly leží v komplexní rovině, tzn. v levé části.

$$\begin{bmatrix} s_1 = -2,9318 \\ s_2 = -0,0682 \end{bmatrix}$$

#### 4. a) Přejchodová funkce

Přejchodová funkce je odezva systému na jednotkový skok (Heavisideovu funkci) při nulových počátečních podmínkách. Přejchodová charakteristika je potom grafické zobrazení této funkce.

$$H(s) = sG(s), \text{ neboli } h(t) = L^{-1} \left\{ \frac{G(s)}{s} \right\}$$

#### I) Výpočet rozkladem na parciální zlomky

$$h(t) = L^{-1} \left\{ \frac{6}{s(s^2 + 3s + 0,2)} \right\} = L^{-1} \left\{ \frac{A}{s} + \frac{B}{s + 2,9318} + \frac{C}{s + 0,0682} \right\}$$

úprava na parciální zlomky a určení koeficientů  $A, B, C$ :

$$\begin{aligned} \frac{6}{s(s^2 + 3s + 0,2)} &= \frac{A}{s} + \frac{B}{s + 2,9318} + \frac{C}{s + 0,0682} \\ 6 &= A(s^2 + 3s + 0,2) + B(s^2 + 0,0682s) + C(s^2 + 2,9318s) \\ s^2 : 0 &= A + B + C \\ s^1 : 0 &= 3A + 0,0682B + 2,9318C \\ s^0 : 6 &= 0,2A \\ A = 30 \quad B = 0,7147 \quad C &= -30,7122 \end{aligned}$$

pomocí Laplaceova slovníku převedeme obraz na originál

$$h(t) = \underline{\underline{30 + 0,7147e^{-2,9318t} - 30,7122e^{-0,0682t}}}$$

#### II) Výpočet pomocí residuí

$$f(t) = \sum_{\substack{i \\ s=p_i}} \text{res} [F(s) \cdot e^{st}] \quad , \text{kde: } s = p_i \dots \text{póly funkce } F(s)$$

pro  $n$  – násobný pól platí:

$$\text{res} [F(s) \cdot e^{st}] = \frac{1}{(n-1)!} = \lim_{s \rightarrow p_i} \frac{d^{n-1}}{ds^{n-1}} [(s - p_i)^n F(s) \cdot e^{st}]$$

$$\begin{aligned}
 f(t) &= \lim_{s \rightarrow 0} \cancel{s} \frac{6}{\cancel{s} (s+2,9318)(s+0,0682)} e^{st} + \\
 &+ \lim_{s \rightarrow -2,9318} \cancel{(s+2,9318)} \frac{6}{s \cancel{(s+2,9318)} (s+0,0682)} e^{st} + \\
 &+ \lim_{s \rightarrow -0,0682} \cancel{(s+0,0682)} \frac{6}{s \cancel{(s+0,0682)} (s+2,9318)} e^{st} = \\
 &= \underline{30 + 0,7147e^{-2,9318t} - 30,7122e^{-0,0682t}}
 \end{aligned}$$

**Určení počáteční a koncové hodnoty:**  $y(0) = ?$ ,  $y(\infty) = ?$

**Limitní věty:**

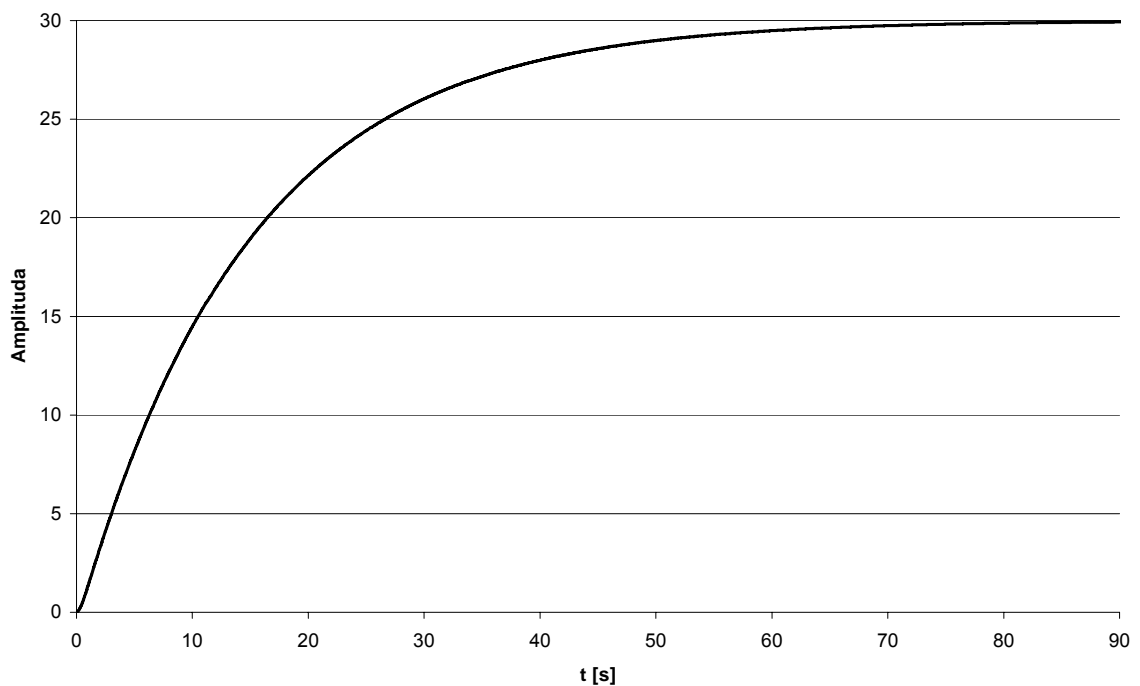
$$y(0) = \lim_{s \rightarrow \infty} s \cdot \frac{G(s)}{s} = \lim_{s \rightarrow \infty} s \frac{6}{s(s^2 + 3s + 0,2)} = \frac{6}{\infty} = \underline{0}$$

$$y(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \frac{G(s)}{s} = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{6}{s(s^2 + 3s + 0,2)} = \frac{6}{0,2} = \underline{30}$$

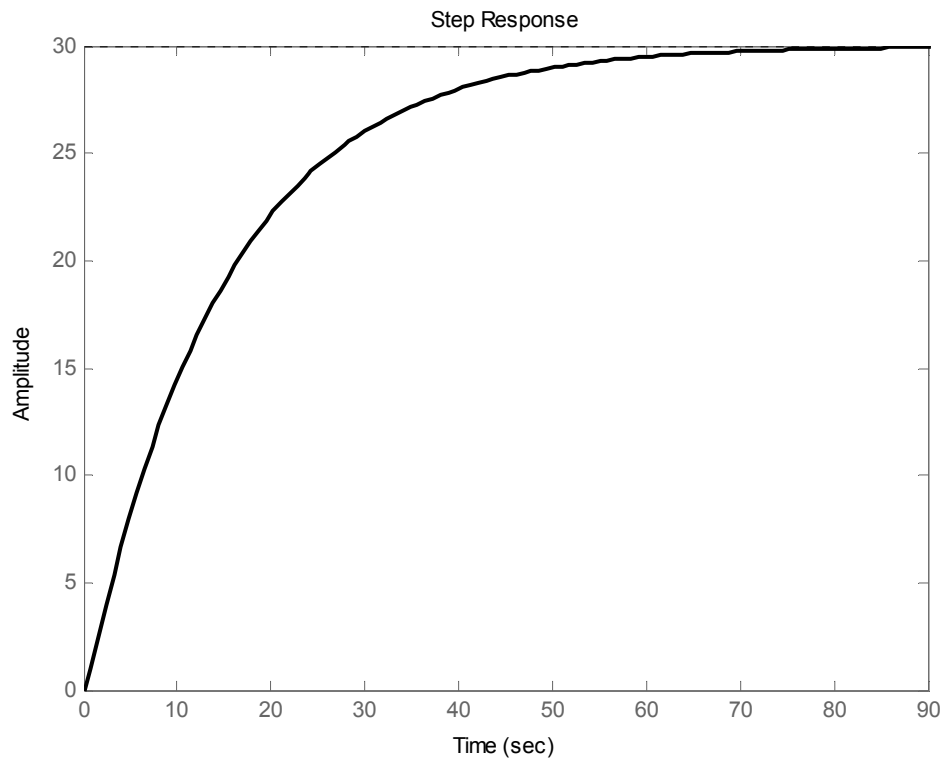
**Dosazením:**

$$y(0) = 30 + 0,7147 - 30,7122 = 0,0025 \doteq \underline{0}$$

$$y(\infty) = 30 + 0,7147 \cdot 0 - 30,7122 \cdot 0 = \underline{30}$$



Obr. 4.1 Přechodová funkce z programu EXCEL



Obr. 4.2 Přejchodová funkce z programu MATLAB

**MATLAB:** `step(sys)`

#### 4. b) Impulsní funkce (je derivace přechodové funkce)

Impulsní funkce je odezva systému na jednotkový impuls (Diracovu funkci) při nulových počátečních podmínkách. Grafem je impulsní charakteristika.

##### I) Impulsní funkce je derivace přechodové funkce

$$i(t) = h'(t)$$

$$i(t) = h'(t) = \left( 30 + 0,7147e^{-2,9318t} - 30,7122e^{-0,0682t} \right)' = 0,7147e^{-2,9318t} \cdot (-2,9318) - 30,7122e^{-0,0682t} \cdot (-0,0682) = \underline{-2,0952e^{-2,9318t} + 2,0952e^{-0,0682t}}$$

##### II) Výpočet rozkladem na parciální zlomky

$$i(t) = L^{-1} \{ G(s) \} = L^{-1} \left\{ \frac{6}{s^2 + 3s + 0,2} \right\} = L^{-1} \left\{ \frac{A}{(s + 2,9318)} + \frac{B}{(s + 0,0682)} \right\}$$

úprava na parciální zlomky a určení koeficientů  $A, B$ :

$$\frac{6}{(s^2 + 3s + 0,2)} = \frac{A}{s + 2,9318} + \frac{B}{s + 0,0682}$$

$$6 = A(s + 0,0682) + B(s + 2,9318)$$

$$s^1 : 0 = A + B$$

$$s^0 : 6 = 0,0682A + 2,9318B$$

$$A = -2,0952 \quad B = 2,0952$$

pomocí Laplaceova slovníku převedeme obraz na originál

$$i(t) = \underline{-2,0952e^{-2,9318t} + 2,0952e^{-0,0682t}}$$

### III) Výpočet pomocí residuí

$$f(t) = \lim_{s \rightarrow -2,9318} \frac{6}{(s + 2,9318)(s + 0,0682)} e^{st} +$$

$$+ \lim_{s \rightarrow -0,0682} \frac{6}{(s + 0,0682)(s + 2,9318)} e^{st}$$

$$i(t) = \underline{-2,0952e^{-2,9318t} + 2,0952e^{-0,0682t}}$$

Určení počáteční a koncové hodnoty:  $y(0) = ?$ ,  $y(\infty) = ?$

Limitní věty:

$$y(0) = \lim_{s \rightarrow \infty} s \cdot G(s) = \lim_{s \rightarrow \infty} s \frac{6}{(s^2 + 3s + 0,2)} = \frac{\infty}{\infty} \xrightarrow{L'H} \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{6}{2s + 3} = \frac{6}{\infty} = \underline{0}$$

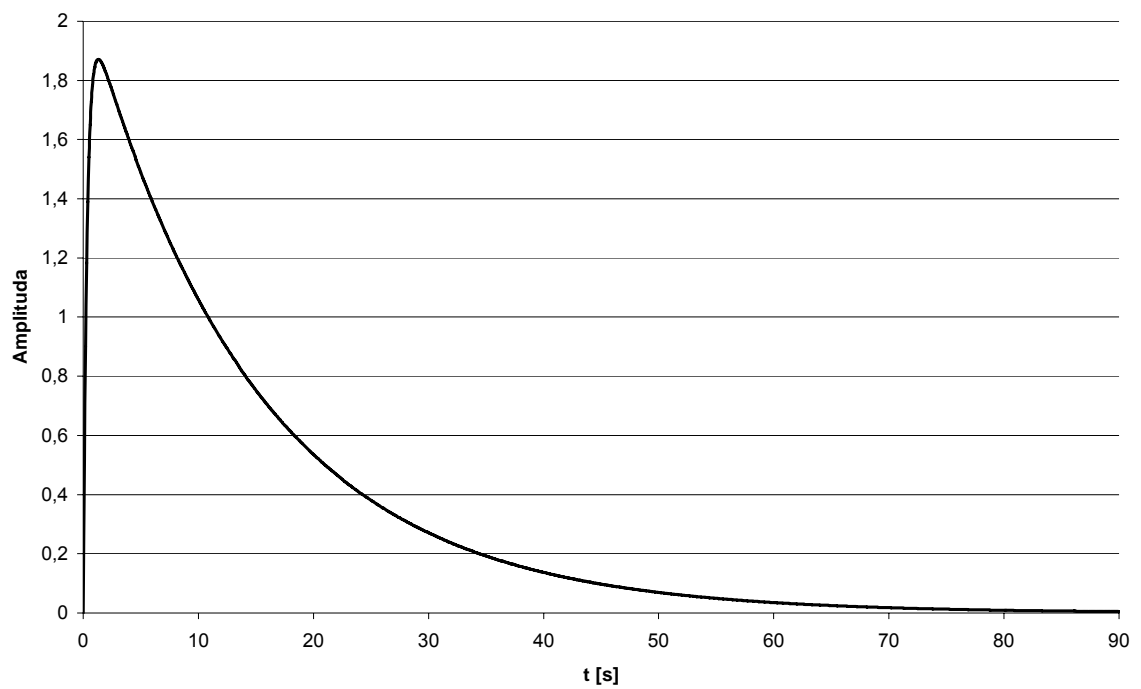
$$y(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot G(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{6}{(s^2 + 3s + 0,2)} = \frac{0}{0,2} = \underline{0}$$

Dosazením:

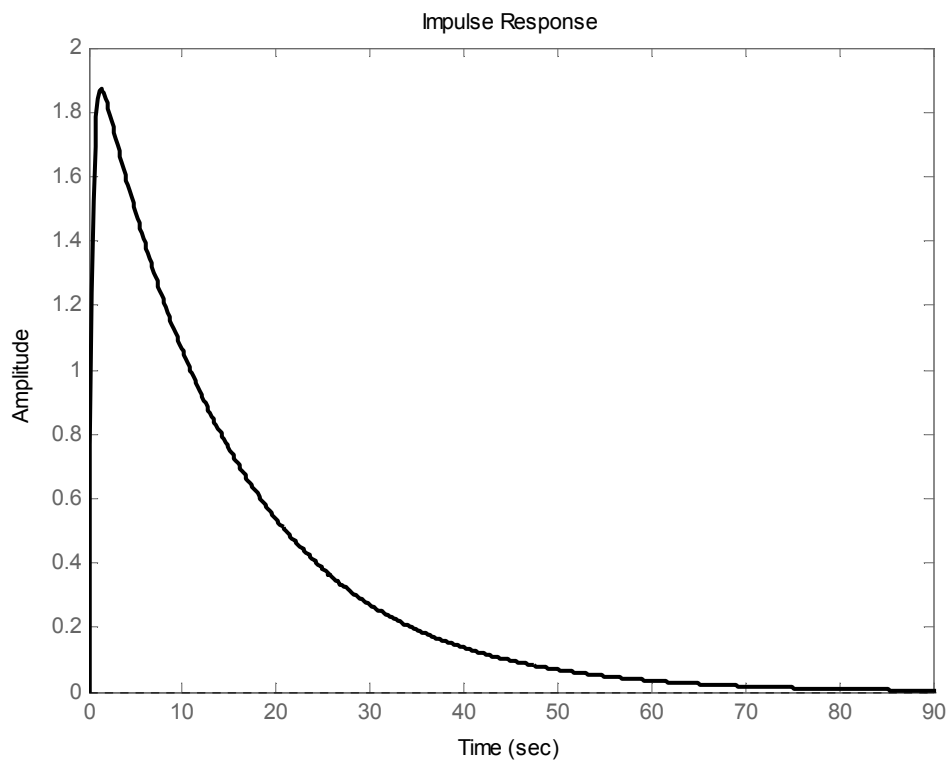
$$y(0) = -2,0952 \cdot 1 + 2,0952 \cdot 1 = \underline{0}$$

$$y(\infty) = -2,0952 \cdot 0 + 2,0952 \cdot 0 = \underline{0}$$





Obr. 4.3 Impulsní funkce z programu EXCEL



Obr. 4.4 Impulsní funkce z programu MATLAB

**MATLAB:** `impulse(sys)`

### 5. a) Frekvenční charakteristika

FCH je grafické zobrazení frekvenčního přenosu  $G(j\omega)$  v komplexní rovině pro  $(\omega \in < 0, \infty)$ . Tzv. amplitudová – fázová frekvenční charakteristika, Nyquistova křivka.

$$G(j\omega) = G(s) \Big|_{s=j\omega} = \frac{Y(j\omega)}{U(j\omega)} = \frac{b_m(j\omega)^m + \dots + b_0}{(j\omega)^n + a_{n-1}(j\omega)^{n-1} + \dots + a_0} = \frac{y_0}{u_0} e^{j\varphi} \approx A(\omega) e^{j\varphi(\omega)},$$

kde  $Y(j\omega), U(j\omega)$  jsou tzv. Fourierovy obrazy vstupních a výstupních signálů.

$$G_s(s) = \frac{6}{s^2 + 3s + 0,2}$$

$$G(j\omega) = \frac{6}{(j\omega)^2 + 3j\omega + 0,2} = \frac{6}{-\omega^2 + 3j\omega + 0,2} \cdot \frac{-\omega^2 - 3j\omega + 0,2}{-\omega^2 - 3j\omega + 0,2} =$$

$$= \frac{-6\omega^2 - 18j\omega + 1,2}{\omega^4 - 8,6\omega^2 + 0,04} = \underbrace{\frac{-6\omega^2 + 1,2}{\omega^4 + 8,6\omega^2 + 0,04}}_{\text{Re}} + j \underbrace{\frac{-18\omega}{\omega^4 + 8,6\omega^2 + 0,04}}_{\text{Im}}$$

**Amplituda:**

$$A(\omega) = \sqrt{\text{Re}^2(\omega) + \text{Im}^2(\omega)} = \sqrt{\left(\frac{-6\omega^2 + 1,2}{\omega^4 + 8,6\omega^2 + 0,04}\right)^2 + \left(\frac{-18\omega}{\omega^4 + 8,6\omega^2 + 0,04}\right)^2} =$$

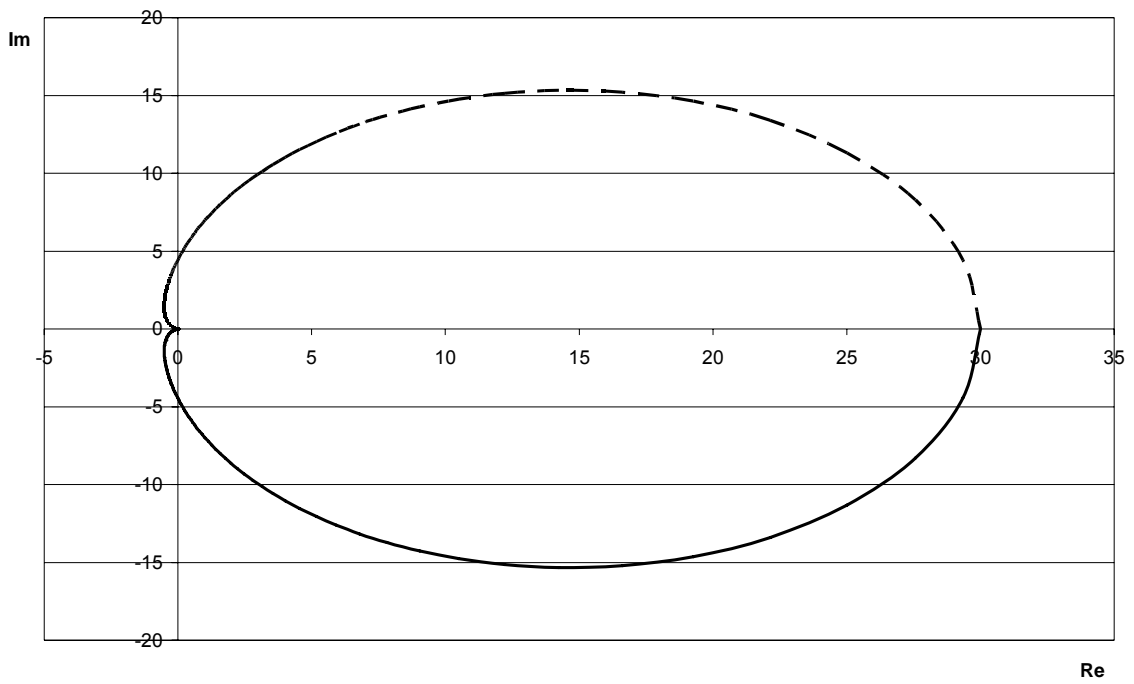
$$= \frac{\sqrt{36\omega^4 + 324\omega^2 + 1,44}}{\sqrt{(\omega^4 + 8,6\omega^2 + 0,04)^2}} = \frac{\sqrt{36\omega^4 + 324\omega^2 + 1,44}}{\sqrt{\omega^4 + 8,6\omega^2 + 0,04}}$$

**Fázový posun:**

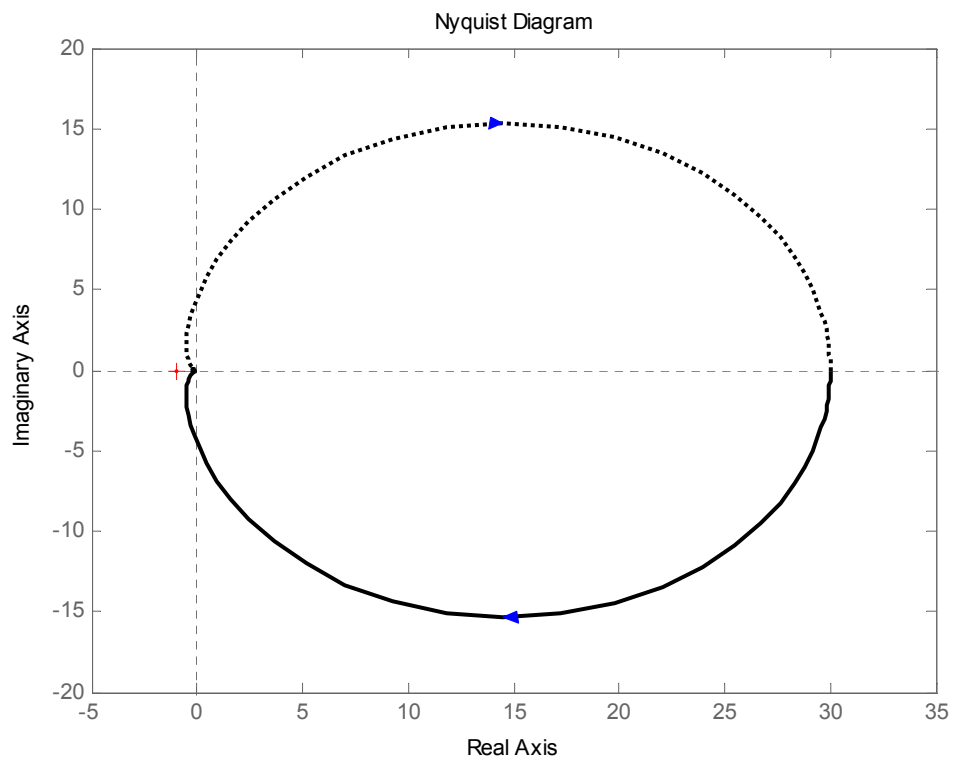
$$\varphi(\omega) = \arctg \frac{\text{Im}(\omega)}{\text{Re}(\omega)} = \arctg \frac{\frac{-18\omega}{\omega^4 + 8,6\omega^2 + 0,04}}{\frac{-6\omega^2 + 1,2}{\omega^4 + 8,6\omega^2 + 0,04}} = \arctg \frac{18\omega}{6\omega^2 - 1,2}$$

Tab. 4.1 Vypočtené hodnoty frekvenční charakteristiky

$\omega$	0	1	2	5	10
Re	30	-0,498	-0,452	-0,177	-0,055
Im	0	-1,867	-0,714	-0,107	-0,017
$A(\omega)$	6	6,123	6,094	6,036	6,011
$\varphi(\omega)$	0°	75,07°	57,65°	31,16°	16,73°



Obr. 4.5 Frekvenční charakteristika (Nyquistova křivka) z programu EXCEL



Obr. 4.6 Frekvenční charakteristika (Nyquistova křivka) z programu MATLAB

**MATLAB:** `nyquist(sys)`

### 5. b) Frekvenční charakteristika (v logaritmických souřadnicích)

Výhodou logaritmických souřadnic je zjednodušení výpočtu charakteristických složených systémů a jejich jednoduché sestrojování. Násobení přenosu při sériovém zapojení systému se v logaritmických charakteristikách zjednodušuje na sčítání charakteristik.

$$G(j\omega) = A(\omega) \cdot e^{j\varphi(\omega)} \xrightarrow{\text{zlogaritmováním}} \ln G(j\omega) = \ln A(\omega) + j\varphi(\omega) = \\ = \ln |G(j\omega)| + j \arg G(j\omega)$$

- **logaritmická amplitudová charakteristika:**

$$A(\omega) = |G(j\omega)| \rightarrow A(\omega)[dB] = 20 \cdot \log_{10} |G(j\omega)|$$

- **logaritmická fázová charakteristika:**

$$\varphi(\omega) = \arg G(j\omega)$$

Přenos lze také rozepsat:

$$G_s(s) = \frac{6}{s^2 + 3s + 0,2} = \frac{k}{(T_1s + 1)(T_2s + 1)} = \frac{30}{(14,662s + 1)(0,341s + 1)}$$

$$T_1 = 14,662 \quad T_2 = 0,341 \quad k = 30$$

$$G(j\omega) = \frac{k}{(T_1j\omega + 1)(T_2j\omega + 1)}$$

$$G(j\omega) = \frac{k}{\sqrt{T_1^2\omega^2 + 1} \cdot \sqrt{T_2^2\omega^2 + 1}} \cdot e^{-j(\arctan(\omega T_1) + \arctan(\omega T_2))}$$

$$A[dB] = 20 \log_{10} k - 20 \log_{10} \sqrt{T_1^2\omega^2 + 1} - 20 \log_{10} \sqrt{T_2^2\omega^2 + 1}$$

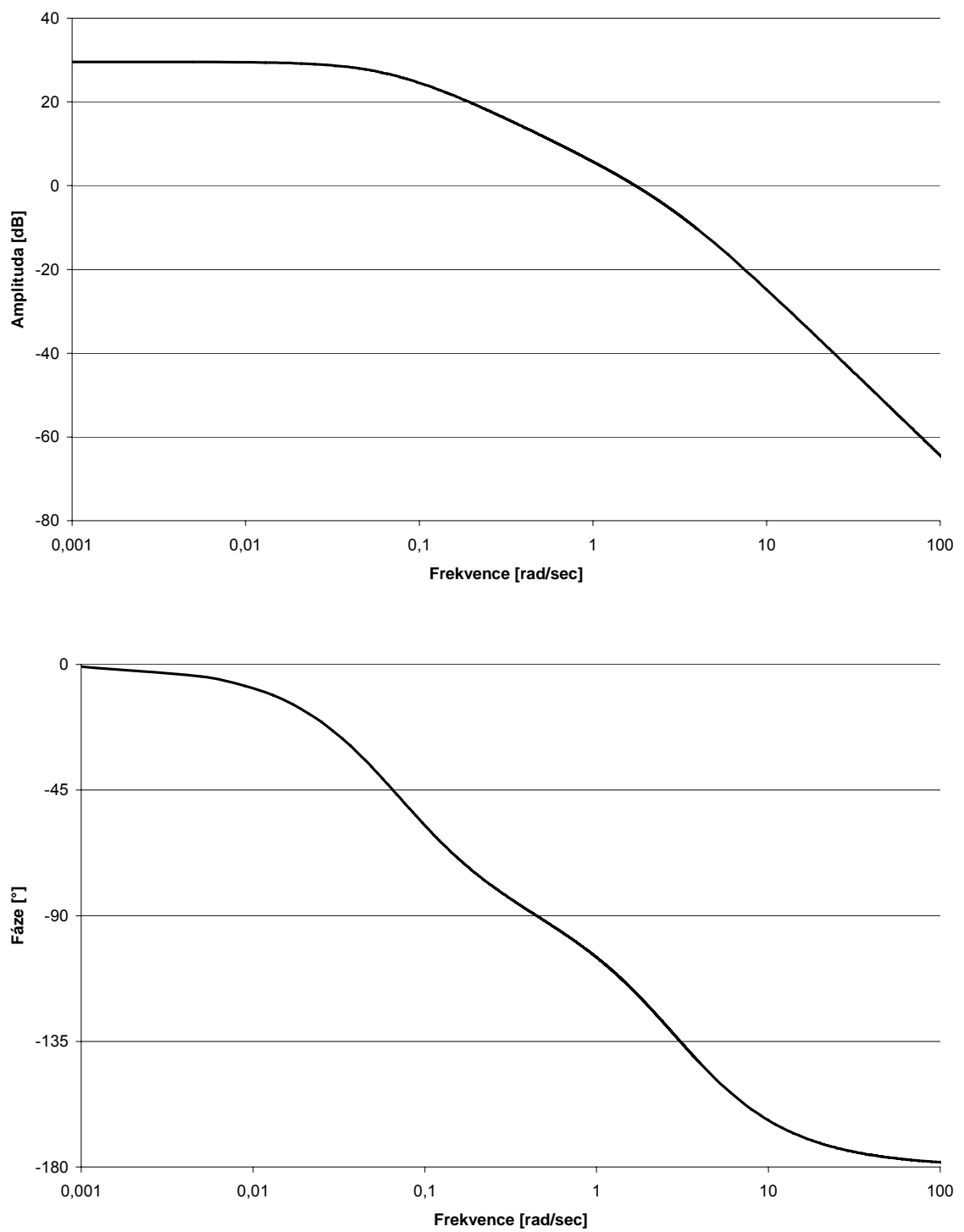
$$A[dB] = \underline{20 \log_{10} 30 - 20 \log_{10} \sqrt{14,662^2\omega^2 + 1} - 20 \log_{10} \sqrt{0,341^2\omega^2 + 1}}$$

$$\varphi = -\arctan(T_1\omega) - \arctan(T_2\omega)$$

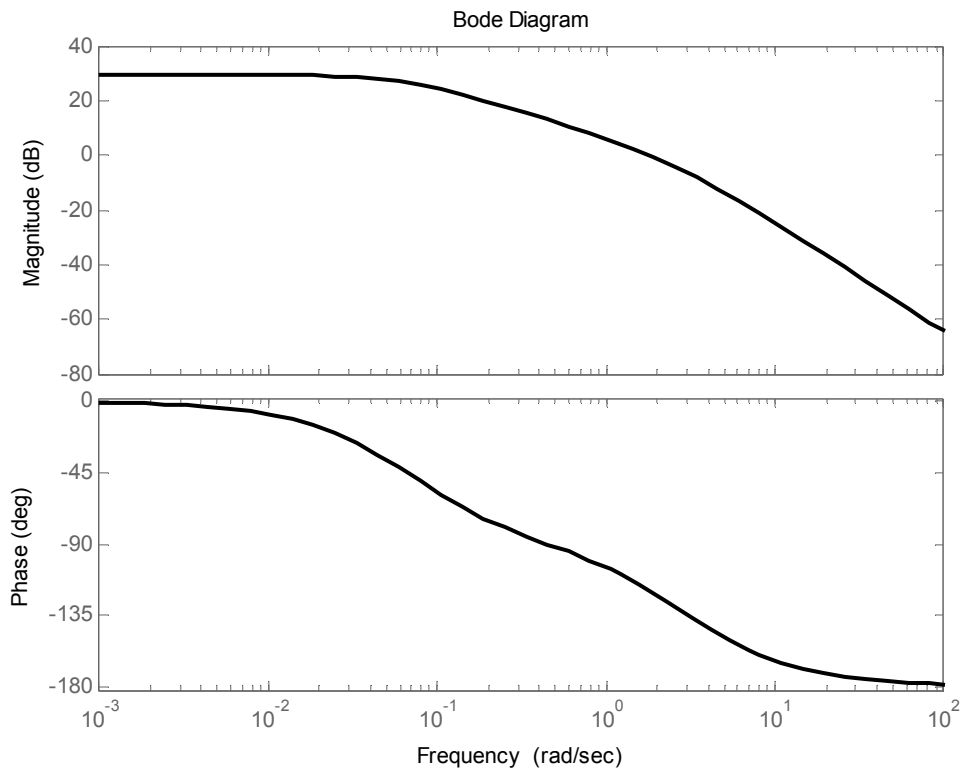
$$\varphi = \underline{-\arctan(14,662\omega) - \arctan(0,341\omega)}$$

Tab. 4.2 Vypočtené hodnoty frekvenční charakteristika v log. souřadnicích

$\omega$	0	1	2	5	10
$A(\omega)$	29,54	5,72	-1,47	-13,68	-24,79
$\varphi(\omega)$	0°	67,27°	53,76°	29,61°	15,95°

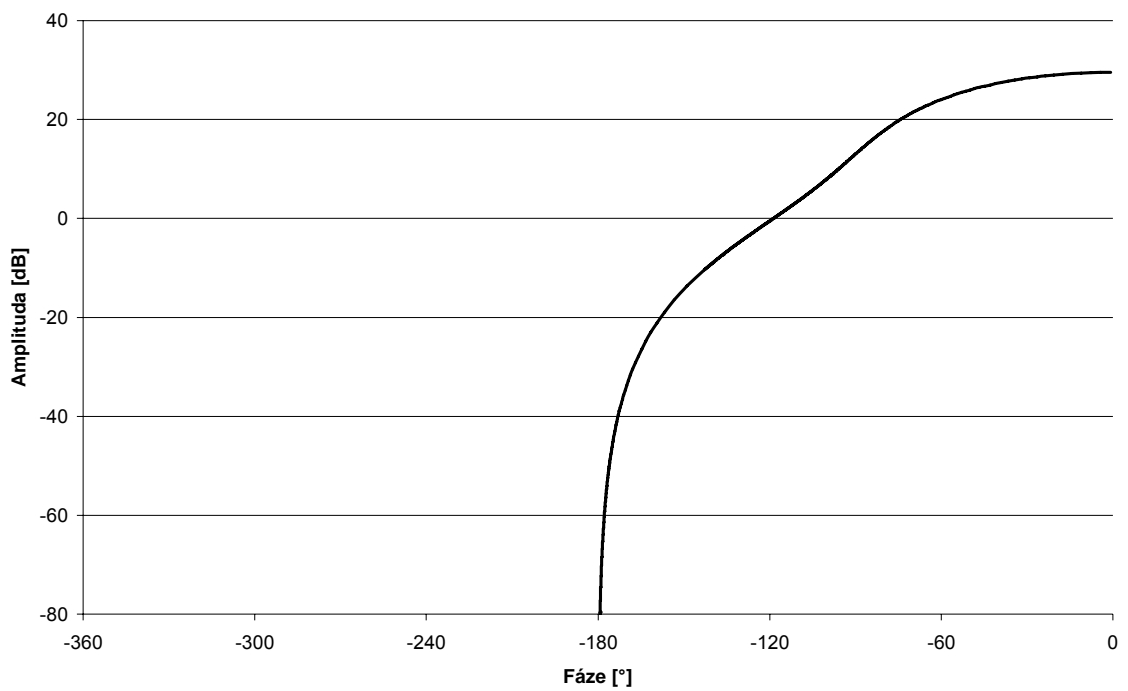


Obr. 4.7 Frekvenční logaritmické charakteristiky (Bodeho křivky) z programu EXCEL

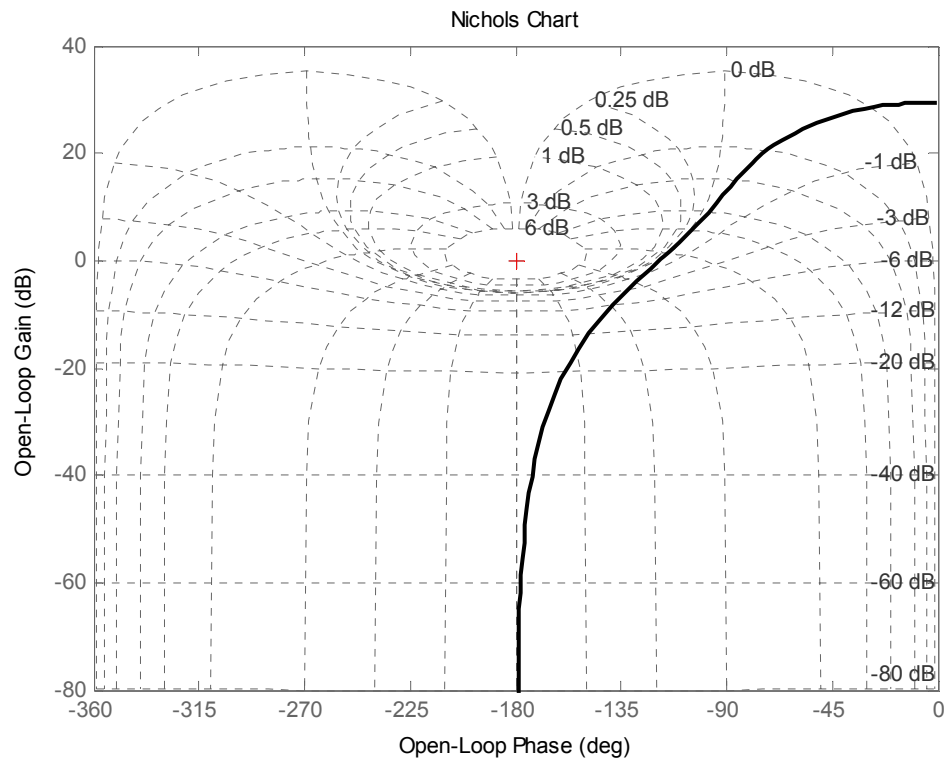


Obr. 4.8 Frekvenční logaritmicke charakteristiky (Bodeho křivky) z programu MATLAB

MATLAB: `bode(sys)`



Obr. 4.9 Nicholsův diagram z programu EXCEL



Obr. 4.10 Nicholsův diagram z programu MATLAB

**MATLAB:**nichols(sys)

ngrid

### Závěr:

Zadaný LSDS je jednorozměrný, stabilní, minimálně fázový s nekmitavou přechodovou a impulsní charakteristikou. Z diferenciální rovnice  $y''(t) + 3y'(t) + 0,2y(t) = 6u(t)$  byl určen

přenos  $G(s) = \frac{6}{s^2 + 3s + 0,2}$ , z něhož bylo dále určeno: že nemá konečné nuly, póly jsou

$s_1 = -2,9318$   $s_2 = -0,0682$ , relativní řád je 2 a řád 2. Dále byla z přenosu vypočtena pře-

chodová funkce  $h(t) = 30 + 0,7147e^{-2,9318t} - 30,7122e^{-0,0682t}$ , impulsní funkce

$i(t) = -2,0952e^{-2,9318t} + 2,0952e^{-0,0682t}$ , frekvenční charakteristika a frekvenční charakteris-

tika v logaritmických souřadnicích. Tyto byly následně znázorněny v programu EXCEL.

Kontrola byla provedena v programu MATLAB. Totožné grafy jsou umístěny pod sebou,

aby bylo možné jejich srovnání.

## 4.2 Protokol 2: Syntéza regulačního obvodu

Jednorozměrný lineární spojité dynamický systém je dán diferenciální rovnicí:

$$y''(t) + 3y'(t) + 0,2y = 6u(t)$$

Tomu odpovídá přenos:  $G(s) = \frac{6}{s^2 + 3s + 0,2}$

**1. Pomocí kritéria stability navrhnete spojité PI regulátor a simulačně ověřte jeho funkčnost.**

**Pomocí Routh-Shurova kritéria stability určíme stabilitu systému:**

Postup spočívá v redukcí koeficientů zleva tak, že každý druhý koeficient podepíšeme pod jeho levého souseda a příslušným odečtením tohoto řádku vynulujeme nejvyšší koeficient. Postupuje se až do posledních tří koeficientů. Polynom je stabilní, pokud jsou poslední tři koeficienty kladné. Vyskytne-li se v průběhu výpočtu nekladný koeficient, je polynom nestabilní.

Přenos soustavy:  $G_S(s) = \frac{6}{s^2 + 3s + 0,2} = \frac{b}{a}$

Přenos regulátoru:  $G_R(s) = \frac{q_1s + q_0}{s} = \frac{r_0s + r_{-1}}{s} = \frac{q}{p} \Rightarrow r_0 = q_1, r_{-1} = q_0$

Přenos řízení:  $G_{W,Y}(s) = \frac{G_R G_S}{1 + G_R G_S} = \frac{6r_0s + 6r_{-1}}{s^3 + 3s^2 + (0,2 + 6r_0)s + 6r_{-1}}$

Charakteristický polynom:  $d = ap + bq$

$$d = \overbrace{(s^2 + 3s + 0,2)}^a \overbrace{s}^p + \overbrace{6}^b \cdot \overbrace{(q_1s + q_0)}^q$$

$$d = s^3 + 3s^2 + (0,2 + 6q_1)s + 6q_0$$

**Routh – Schurovo schéma a první redukce mají tvar:**

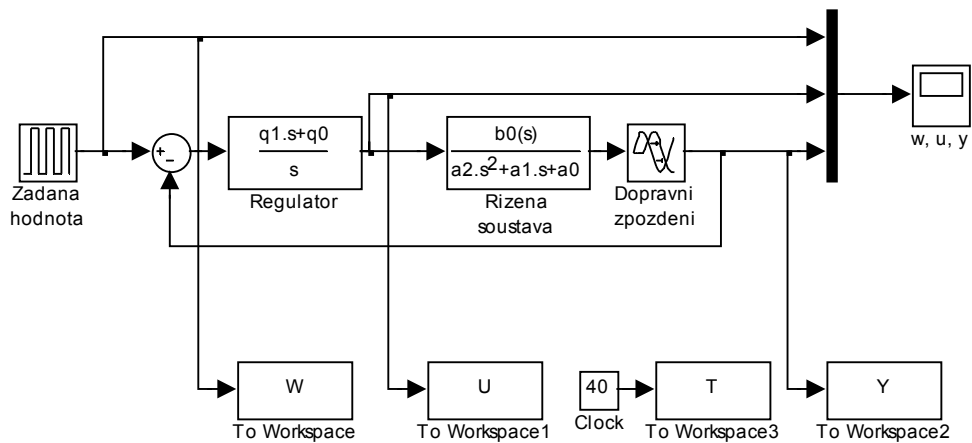
$$\begin{array}{cccc|c} 1 & 3 & 0,2 + 6q_1 & 6q_0 & \\ 3 & & 6q_0 & & \cdot \left( -\frac{1}{3} \right) \\ \hline 0 & 3 & 0,2 + 6q_1 - \frac{6}{3}q_0 & 6q_0 & \end{array}$$



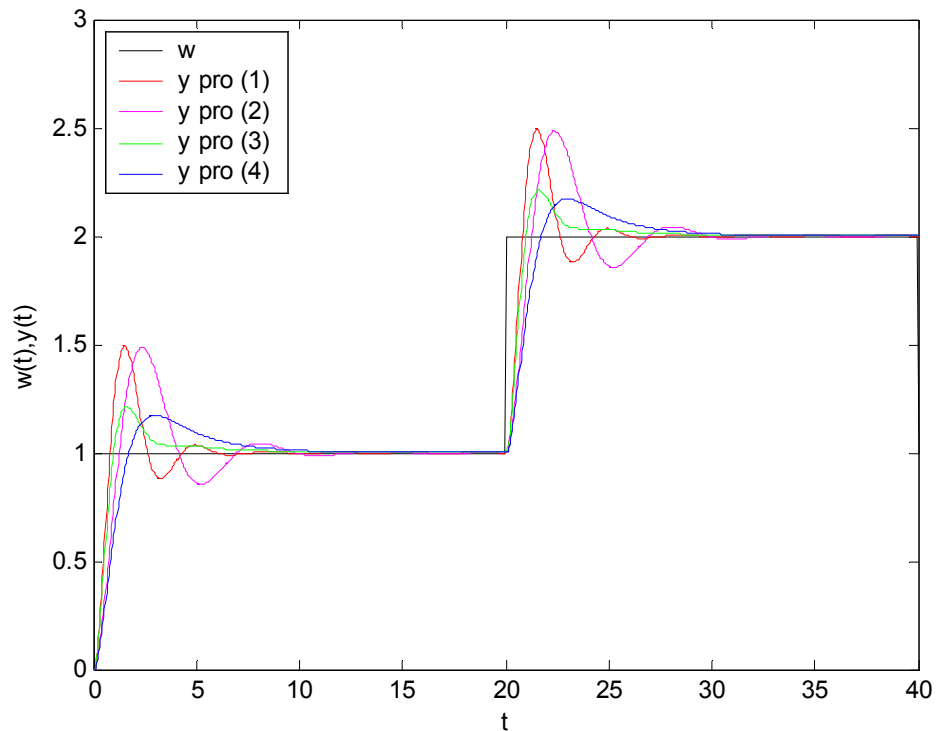
Pro stabilitu musí platit:      a)  $6q_0 > 0$                       b)  $0,2 + 6q_1 - \frac{6}{3}q_0 > 0$   
     $q_0 = 1 = r_{-1}$                        $q_1 > 0,3$        $q_1 = 1 = r_0$

Stabilizujících PI regulátorů může být nekonečně mnoho. Byly vybrány tyto:

(1)  $G_{R1}(s) = 1 + \frac{1}{s}$     (2)  $G_{R2}(s) = 0,5 + \frac{0,5}{s}$     (3)  $G_{R3}(s) = 1 + \frac{0,3}{s}$     (4)  $G_{R4}(s) = 0,5 + \frac{0,15}{s}$



Obr. 4.11 Simulační schéma z programu MATLAB/SIMULINK uro.mdl



Obr. 4.12 Simulace řízení systému pomocí kritéria stability v uro.mdl

2. Libovolnými dvěma „klasickými metodami“ navrhnete spojitý regulátor, který zajistí stabilní regulační pochod a sledování žádané veličiny. Řízení systému simulujte.

a) Naslinova metoda

Předpokládáme charakteristickou rovnicí uzavřeného regulačního obvodu ve tvaru:

$$c_n s^n + \dots + c_2 s^2 + c_1 s + c_0 = 0$$

Pokud pro koeficienty platí nerovnosti:

$$c_i^2 \geq \alpha c_{i-1} c_{i+1}, \text{ pro } i = 1, 2, \dots, (n-1).$$

Potom maximální přeregulování  $\Delta y_{\max}$  [%] (velikost překmitu) závisí na hodnotě  $\alpha$  podle následující tabulky.

Tab. 4.3 Závislost  $\Delta y_{\max}$  [%] na  $\alpha$  dle Naslina

$\alpha$	1,75	1,8	1,9	2	2,2	2,4
$\Delta y_{\max}$	16	12	8	5	3	1

Pro charakteristický polynom  $d$  platí následující nerovnice: pro  $i = 2$  a koeficient  $\alpha = 2$  odpovídá překmit  $\Delta y_{\max} \leq 5\%$  (viz Tab. 4.3)

$$d = c_3 s^3 + c_2 s^2 + c_1 s + c_0 = 0$$

$$d = s^3 + 3s^2 + (0,2 + 6q_1)s + 6q_0 = 0$$

$$c_i^2 \geq \alpha c_{i-1} c_{i+1}$$

$$\text{Pro } i = 1: \quad c_1^2 \geq \alpha \cdot c_0 \cdot c_2 \\ (0,2 + 6q_1)^2 \geq 2 \cdot 6q_0 \cdot 3$$

$$\text{Pro } i = 2: \quad c_2^2 \geq \alpha \cdot c_1 \cdot c_3 \\ 3^2 \geq 2 \cdot (0,2 + 6q_1) \cdot 1$$

Z podmínky pro  $i = 2$  vypočteme  $q_1$ , využijeme mezního případu – rovnosti:

$$9 = 2 \cdot (0,2 + 6q_1)$$

$$9 = 0,4 + 12q_1$$

$$q_1 = 0,716$$

Dosadíme do podmínky pro  $i = 1$ :

$$(0,2 + 6q_1)^2 = 2 \cdot 6q_0 \cdot 3$$

$$20,21 = 36q_0$$

$$q_0 = 0,562$$

Přenos regulátoru (1):  $G_R(s) = \frac{0,716s + 0,562}{s}$

Pro charakteristický polynom  $d$  platí následující nerovnice: pro  $i = 2$  a koeficient  $\alpha = 2,4$  odpovídá překmit  $\Delta y_{\max} \leq 1\%$  (viz Tab. 4.3)

Pro  $i = 1$ :  $c_1^2 \geq \alpha \cdot c_0 \cdot c_2$   
 $(0,2 + 6q_1)^2 \geq 2,4 \cdot 6q_0 \cdot 3$

Pro  $i = 2$ :  $c_2^2 \geq \alpha \cdot c_1 \cdot c_3$   
 $3^2 \geq 2,4 \cdot 1 \cdot (0,2 + 6q_1)$

Z podmínky pro  $i = 2$  vypočteme  $r_0$ , využijeme mezního případu – rovnosti:

$$9 = 2,4 \cdot (0,2 + 6q_1)$$

$$9 = 0,48 + 14,4q_1$$

$$q_1 = 0,592$$

Dosadíme do podmínky pro  $i = 1$ :

$$(0,2 + 6q_1)^2 = 2,4 \cdot 6q_0 \cdot 3$$

$$14,06 = 43,2q_0$$

$$q_0 = 0,326$$

Přenos regulátoru (2):  $G_R(s) = \frac{0,592s + 0,326}{s}$

Pro charakteristický polynom  $d$  platí následující nerovnice: pro  $i = 2$  a koeficient  $\alpha = 1,8$  odpovídá překmit  $\Delta y_{\max} \leq 12\%$  (viz Tab. 4.3)

Pro  $i = 1$ :  $c_1^2 \geq \alpha \cdot c_0 \cdot c_2$   
 $(0,2 + 6q_1)^2 \geq 1,8 \cdot 6q_0 \cdot 3$

Pro  $i = 2$ :  $c_2^2 \geq \alpha \cdot c_1 \cdot c_3$   
 $3^2 \geq 1,8 \cdot 1 \cdot (0,2 + 6q_1)$

Z podmínky pro  $i = 2$  vypočteme  $r_0$ , využijeme mezního případu – rovnosti:

$$9 = 1,8 \cdot (0,2 + 6q_1)$$

$$9 = 0,36 + 10,8q_1$$

$$q_1 = 0,8$$

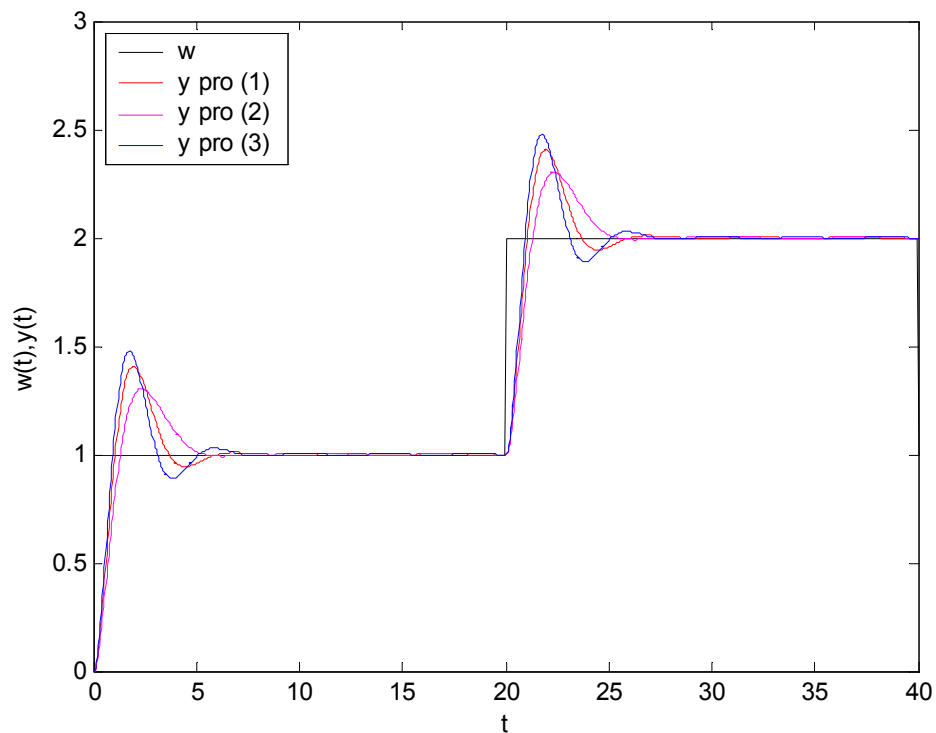
Dosadíme do podmínky pro  $i = 1$ :

$$(0,2 + 6q_1)^2 = 1,8 \cdot 6q_0 \cdot 3$$

$$25 = 32,4q_0$$

$$q_0 = 0,772$$

Přenos regulátoru (3):  $G_R(s) = \frac{0,8s + 0,772}{s}$



Obr. 4.13 Simulace řízení systému pomocí Naslinovy metody v uro.mdl

Ověřili jsme, zda překmitý uvedené v Tab. 4.3 odpovídají skutečným:

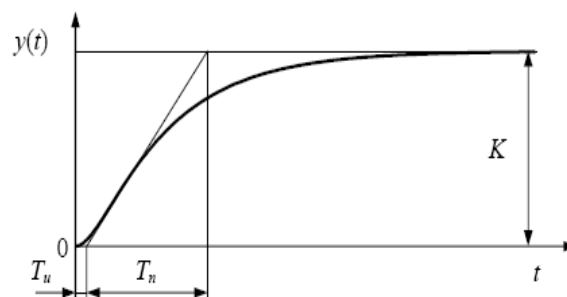
Tab. 4.4 Srovnání skutečných překmitů s uvedenými v tabulkách

Překmitý uvedené v tabulkách	Odpovídající skutečné překmitý
$\Delta y_{\max} \leq 1\%$	$\Delta y_{\max} = 31,2\%$
$\Delta y_{\max} \leq 5\%$	$\Delta y_{\max} = 41,2\%$
$\Delta y_{\max} \leq 12\%$	$\Delta y_{\max} = 48\%$

Z uvedené tabulky je vidět, že Naslinova metoda není zcela přesná. Mohlo to být také způsobeno velkým zesílením soustavy **30**. Naslinova metoda je použitelná pro soustavy se zesílením **1**. Čím více se zesílení liší od jedné, tím více je metoda nepřesná.

*b) Ziegler – Nicholsova (Z – N) metoda – nastavení z přechodové charakteristiky*

Nejprve je třeba určit parametry ze známé přechodové charakteristiky ( $T_n$  – doba náběhu,  $T_u$  – doba průtahu,  $K$  – zesílení). To určíme konstrukcí tečny v inflexním bodě.



Obr. 4.14 Určení doby náběhu a průtahu pomocí tečny v inflexním bodě obecně

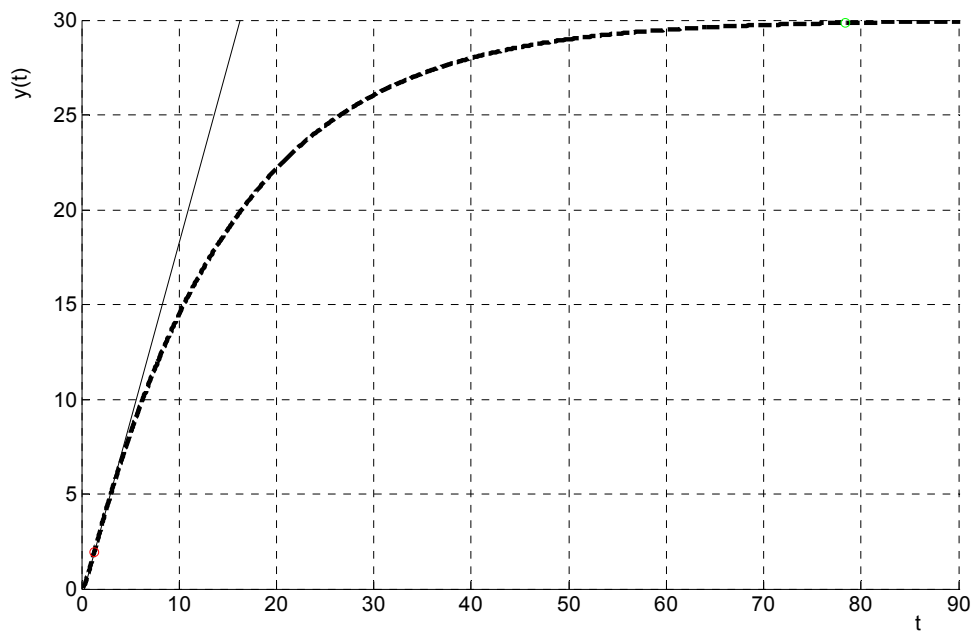
**Určení inflexního bodu:**

$$h(t) = 30 + 0,7147e^{-2,9318t} - 30,7122e^{-0,0682t} = A + Be^{-2,9318t} + Ce^{-0,0682t}$$

$$h'(t) = -2,9318Be^{-2,9318t} - 0,0682Ce^{-0,0682t}$$

$$h''(t) = \underbrace{2,9318^2 B}_{D} e^{-2,9318t} + \underbrace{0,0682^2 C}_{E} e^{-0,0682t} = e^{-2,9318t} \left( \underbrace{D + Ee^{2,8636t}}_{t_{\text{inf}}} \right)$$

$$-\frac{D}{E} = e^{2,8636t} \Rightarrow \frac{\ln -\frac{D}{E}}{2,8636} = t_{\text{inf}} \quad t_{\text{inf}} = \underline{\underline{1,31\text{s}}}$$



Obr. 4.15 Určení  $T_u$ ,  $T_n$  pomocí tečny v inflexním bodě pro zadaný přenos

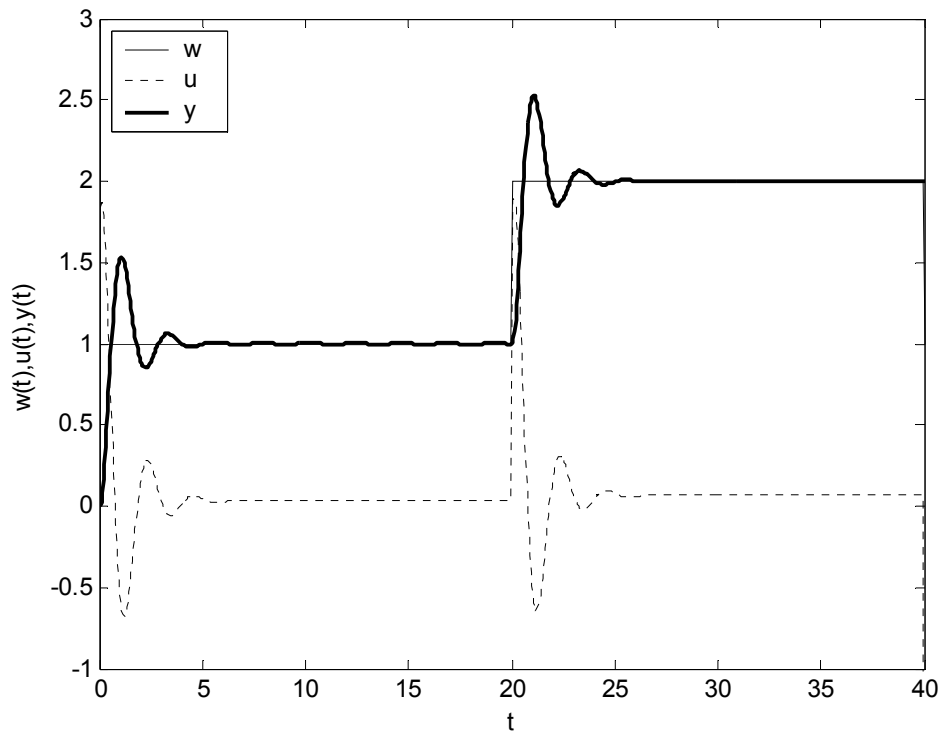
$$T_u = 0,2804 \quad T_n = 16,0321 \quad K = 29,9969 \quad \gamma = \frac{T_n}{T_u} = 58,176$$

Tab. 4.5 Přepočtové vztahy pro výpočet parametrů dle metody Ziegler – Nichols

	$k_P$	$T_I$	$T_D$
P	$\gamma \frac{1}{K}$	-	-
PI	$0,9\gamma \frac{1}{K}$	$3,5 T_u$	-
PD	$1,2\gamma \frac{1}{K}$	-	$0,25 T_u$
PID	$1,25\gamma \frac{1}{K}$	$2 T_u$	$0,5 T_u$

Parametry regulátoru:  $k_p = 1,7155 \quad T_I = 0,9814 \quad \rightarrow r_0 = 1,7155 \quad r_{-1} = \frac{k_p}{T_I} = 1,748$

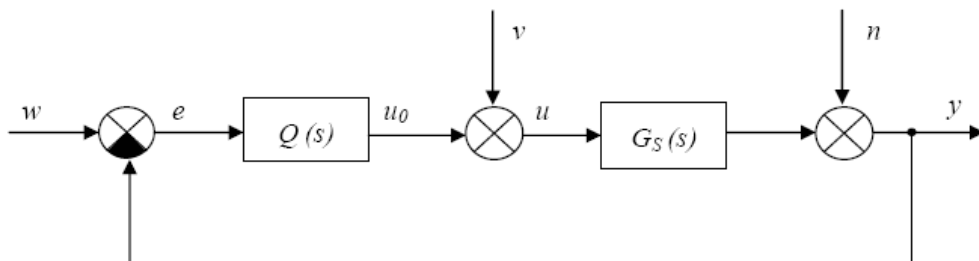
Přenos regulátoru:  $G_R(s) = 1,7155 + \frac{1,748}{s} = 1,7155 \left( 1 + \frac{1}{0,9814s} \right)$



Obr. 4.16 Simulace řízení systému pomocí metody Z – N v `uro.mdl`

**3. Navrhněte regulátor pomocí polynomiální syntézy pro 1DOF i 2DOF strukturu řízení vždy pro tři různé hodnoty násobného pólu  $m$  v charakteristickém polynomu uzavřeného regulačního obvodu a simulačně ověřte funkčnost. Vykreslete regulační pochod pro 1DOF i 2DOF konfiguraci a výsledky porovnejte.**

**a) 1 DOF**



Obr. 4.17 Systém řízení s jedním stupněm volnosti (1DOF)

Kde  $w, u, y, e, v, n$  jsou v pořadí žádaná, akční a výstupní veličina. Dále pak regulační odchylka a porucha na vstupu a výstupu.

Přenos soustavy: 
$$G_s(s) = \frac{b(s)}{a(s)} = \frac{b_0}{a_2s^2 + a_1s + a_0} = \frac{6}{s^2 + 3s + 0,2},$$

kde  $a(s)$ ,  $b(s)$  jsou nesoudělné polynomy, uvažujeme, že  $\deg b \leq \deg a$ , (přenos  $G(s)$  je ryzí).

Přenos regulátoru: 
$$Q(s) = \frac{q(s)}{p(s)} = \frac{q}{f\tilde{p}} = \frac{q_2s^2 + q_1s + q_0}{s(p_1s + p_0)},$$

kde  $q(s)$ ,  $p(s)$  jsou nesoudělné polynomy a polynom  $f(s)$  je dělitelný současně všemi jmenovateli přenosu  $w(s)$ ,  $v(s)$  a  $n(s)$  (nebo všemi polynomy  $f_w, f_v$  a  $f_n$ ).

$$\begin{aligned} w(s) &= \frac{h_w(s)}{f_w(s)} = 1 && \text{referenční signál} \\ v(s) &= \frac{h_v(s)}{f_v(s)} = 0 && \text{porucha na vstupu} \\ n(s) &= \frac{h_n(s)}{f_n(s)} = 0 && \text{porucha na výstupu} \end{aligned}$$

Na obvod nepůsobí žádná porucha.

$$W(s) = 1/s \quad V(s) = N(s) = 0$$

$f_w = s \quad f_v = 1 \quad f_n = 1$  hledáme nejmenší společný násobek těchto tří polynomů. NSN(f) = s

Určení stupňů jednotlivých polynomů:

$$\begin{aligned} \deg q &\leq \deg a + \deg f - 1 \leq 2 + 1 - 1 \leq 2 && q = q_2s^2 + q_1s + q_0 \\ \deg \tilde{p} &\geq \deg a - 1 \geq 2 - 1 \geq 1 && \tilde{p} = p_1s + p_0 \\ \deg d &\geq 2\deg a + \deg f - 1 \geq 2 \cdot 2 + 1 - 1 \geq 4 && d = s^4 + d_3s^3 + d_2s^2 + d_1s + d_0 \end{aligned}$$

$$d = a\tilde{p} + bq = s^4 + d_3s^3 + d_2s^2 + d_1s + d_0$$

$$d = (s^2 + 3s + 0,2)s(p_1s + p_0) + 6 \cdot (q_2s^2 + q_1s + q_0) = s^4 + d_3s^3 + d_2s^2 + d_1s + d_0$$

⋮

$$\begin{aligned} p_1s^4 + (p_0 + 3p_1)s^3 + (3p_0 + 0,2p_1)s^2 + 0,2p_0s + 6q_2s^2 + 6q_1s + 6q_0 &= d_4s^4 + \\ + d_3s^3 + d_2s^2 + d_1s + d_0 \end{aligned}$$



$$d = (s + m)^{\deg d} = (s + m)^4 = s^4 + 4ms^3 + 6m^2s^2 + 4m^3s + m^4$$

$$\begin{array}{lcl} s^4: & p_1 & = d_4 \\ s^3: & 3p_1 + p_0 & = d_3 \\ s^2: & 0,2p_1 + 3p_0 + 6q_2 & = d_2 \\ s^1: & 0,2p_0 + 6q_1 & = d_1 \\ s^0: & 6q_0 & = d_0 \end{array}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0,2 & 3 & 6 & 0 & 0 \\ 0 & 0,2 & 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 6 \end{bmatrix} \quad X = \begin{bmatrix} p_1 \\ p_0 \\ q_2 \\ q_1 \\ q_0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ d_3 \\ d_2 \\ d_1 \\ d_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 4m \\ 6m^2 \\ 4m^3 \\ m^4 \end{bmatrix}$$

$$X = \text{inv}(A) \cdot B$$

$$X = \begin{bmatrix} p_1 \\ p_0 \\ q_2 \\ q_1 \\ q_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -3 & 1 & -5,551 \cdot 10^{-17} & 0 & 0 \\ 1,4667 & -0,5 & 0,1667 & 0 & 0 \\ 0,1 & -0,0333 & 1,735 \cdot 10^{-18} & 0,1667 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,1667 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 4m \\ 6m^2 \\ 4m^3 \\ m^4 \end{bmatrix}$$

Kontrola výpočtu v MATLABU:

```
A=[1 0 0 0 0; 3 1 0 0 0; 0.2 3 6 0 0; 0 0.2 0 6 0; 0 0 0 0 6];
det(A);
B=inv(A);
m=1; %volitelné (1 1.5 2)
E=[1; 4*m; 6*m^2; 4*m^3; m^4];
F=B*E;
p1=F(1);
p0=F(2);
q2=F(3);
q1=F(4);
q0=F(5);
```

Pro  $m = 1$

$$X = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0,4667 \\ 0,6333 \\ 0,1667 \end{bmatrix}$$

$$Q = \frac{q}{f\tilde{p}} = \frac{0,4667s^2 + 0,6333s + 0,1667}{s(s+1)}$$

Pro  $m = 1,5$

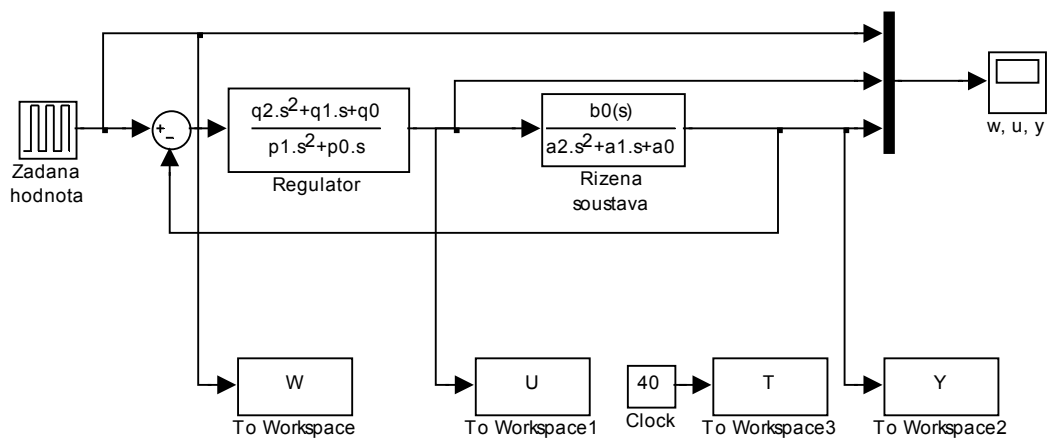
$$X = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 0,7167 \\ 2,1500 \\ 0,8438 \end{bmatrix}$$

$$Q = \frac{q}{f\tilde{p}} = \frac{0,7167s^2 + 2,15s + 0,8438}{s(s+3)}$$

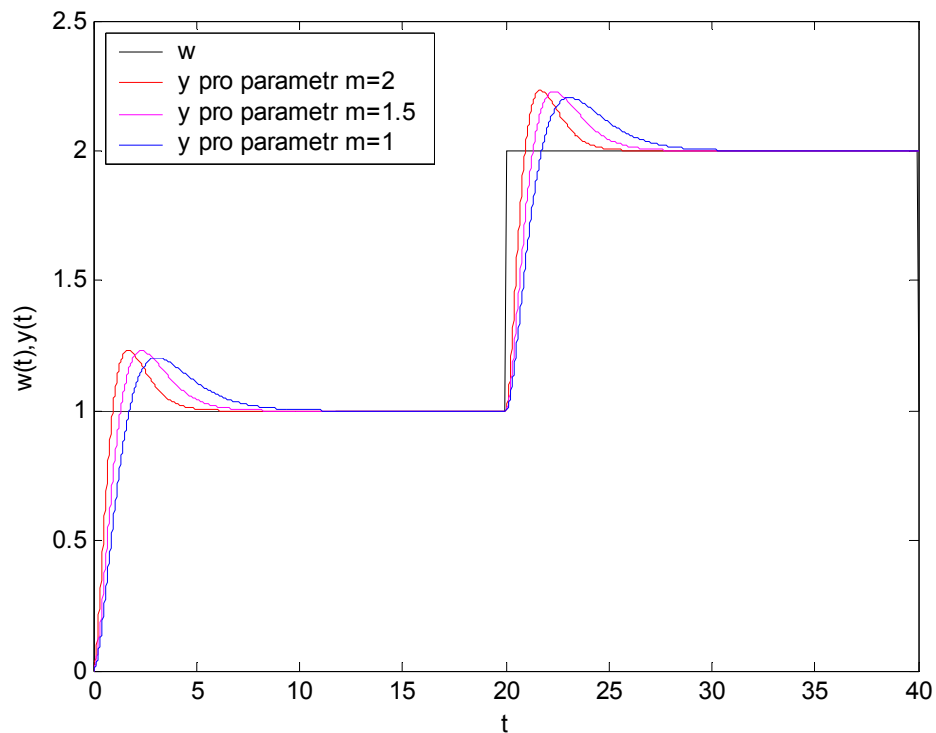
Pro  $m = 2$

$$X = \begin{bmatrix} 1 \\ 5 \\ 1,4667 \\ 5,1667 \\ 2,667 \end{bmatrix}$$

$$Q = \frac{q}{f\tilde{p}} = \frac{1,4667s^2 + 5,1667s + 2,667}{s(s+5)}$$

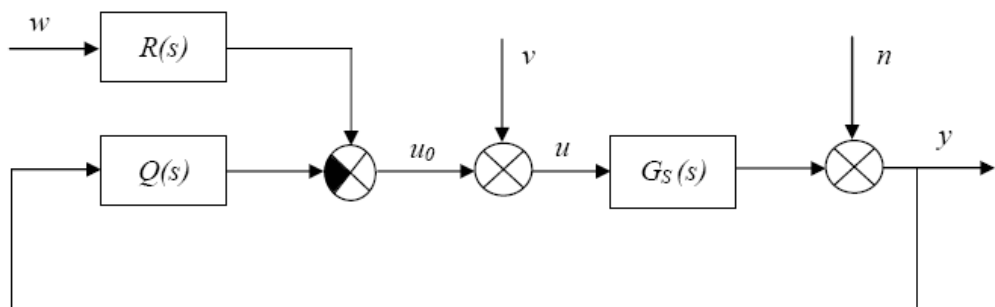


Obr. 4.18 Simulační schéma z programu MATLAB/SIMULINK DOF1 .mdl



Obr. 4.19 Simulace řízení systému 1 DOF obvodu pro různé  $m$  v DOF1 .mdl

**b) 2 DOF**



Obr. 4.20 Systém řízení se dvěma stupni volnosti (2DOF)

Kde  $w, u, y, v, n$ , jsou v pořadí žádaná, akční a výstupní veličina. Dále pak porucha na vstupu a výstupu.  $Q$  – je zpětnovazební část regulátoru a  $R$  – je přímovazební část regulátoru.

Přenos soustavy:

$$G_s(s) = \frac{b(s)}{a(s)} = \frac{b_0}{a_2 s^2 + a_1 s + a_0} = \frac{6}{s^2 + 3s + 0,2}$$

kde  $a(s)$ ,  $b(s)$  jsou nesoudělné polynomy, uvažujeme, že  $\deg b \leq \deg a$ , (přenos  $G_s(s)$  je ryzí).

Přenos zpětnovazební části regulátoru: 
$$Q(s) = \frac{q(s)}{p(s)} = \frac{q(s)}{f_1(s)\tilde{p}(s)} = \frac{q_1s + q_0}{\tilde{p}_1s + \tilde{p}_0}$$

Přenos přímovazební části regulátoru: 
$$R(s) = \frac{r(s)}{p(s)} = \frac{r(s)}{f_1(s)\tilde{p}(s)} = \frac{r_0}{\tilde{p}_1s + \tilde{p}_0},$$

kde  $q(s)$ ,  $p(s)$ ,  $r(s)$ ,  $p(s)$  jsou nesoudělné polynomy a polynom  $f(s)$  je dělitelný současně všemi jmenovateli přenosu  $w(s)$ ,  $v(s)$  a  $n(s)$  nebo všemi polynomy  $f_w, f_v$  a  $f_n$ .

$$w(s) = \frac{h_w(s)}{f_w(s)} = 1 \quad \text{referenční signál}$$

$$v(s) = \frac{h_v(s)}{f_v(s)} = 0 \quad \text{porucha na vstupu}$$

$$n(s) = \frac{h_n(s)}{f_n(s)} = 0 \quad \text{porucha na výstupu}$$

$f_w = s$   $f_v = 1$   $f_n = 1$  hledáme nejmenší společný násobek těchto tří polynomů.

NSN:  $f_1 = 1$   $f_2 = s$  na obvod neposobí žádná porucha.

$$W(s) = 1/s \quad V(s) = N(s) = 0$$

### Určení stupňů jednotlivých polynomů

Nejdříve se určí pomocná konstanta  $K$  (vyjde-li jeho hodnota  $<0$  volíme  $K=0$ ):

$$K = \deg f_2 - \deg f_1 - \deg a = 1 - 0 - 2 = -1 \quad \rightarrow K = 0$$

$$\deg q = \deg a + \deg f_1 - 1 = 2 + 0 - 1 = 1 \quad \rightarrow q(s) = q_1s + q_0$$

$$\deg \tilde{p} = \deg a - 1 + K = 2 - 1 + 0 = 1 \quad \rightarrow \tilde{p}(s) = p_1s + p_0$$

$$\deg d = 2\deg a + \deg f_1 - 1 + K = 2 \cdot 2 + 0 - 1 + 0 = 3 \quad \rightarrow d(s) = s^3 + d_2s^2 + d_1s + d_0$$

$$\deg r = \deg f_2 - 1 = 0 \quad \rightarrow r(s) = r_0$$

$$\deg t = \deg d - \deg f_2 = 3 - 1 = 2 \quad \rightarrow t(s) = t_2s^2 + t_1s + t_0$$

Dosazením do diofantických rovnic  $d_1 = af_1\tilde{p} + bq$  a  $d_2 = br + tf_2$  dostaneme:

$$d_1 = (s^2 + 3s + 0, 2) \cdot 1 \cdot (p_1s + p_0) + 6 \cdot (q_1s + q_0) = p_1s^3 + (p_0 + 3p_1)s^2 + (3p_0 + 0, 2p_1)s + 0, 2p_0 + 6q_1s + 6q_0 = s^3 + d_2s^2 + d_1s + d_0$$

$$d_2 = 6 \cdot r_0 + (t_2 s^2 + t_1 s + t_0) s = 6r_0 + t_2 s^3 + t_1 s^2 + t_0 s = s^3 + d_2 s^2 + d_1 s + d_0$$

$$d_{1,2} = (s + m)^{\deg d} = (s + m)^3 = s^3 + 3s^2 m + 3sm^2 + m^3$$

$$\begin{array}{l} \text{Soustava rovnic 1:} \\ s^3: \quad p_1 \qquad \qquad \qquad = 1 \\ s^2: \quad 3p_1 \quad + p_0 \qquad \qquad = d_2 \\ s^1: \quad 0,2p_1 \quad + 3p_0 \quad + 6q_1 \qquad = d_1 \\ s^0: \qquad \qquad 0,2p_0 \qquad \qquad + 6q_0 = d_0 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{Soustava rovnic 2:} \\ s^3: \quad t_2 \qquad \qquad \qquad = 1 \\ s^2: \quad \quad t_1 \qquad \qquad \qquad = d_2 \\ s^1: \quad \quad \quad t_0 \qquad \qquad = d_1 \\ s^0: \quad \quad \quad \quad 6r_0 \qquad = d_0 \end{array}$$

Soustavu 2 nemusíme celou řešit, neboť jediný parametr, který nás z hlediska regulace zajímá je  $r_0$  a pro něj z poslední rovnice vyplývá:  $r_0 = d_0 / 6 = m^3 / 6$ .

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0,2 & 3 & 6 & 0 \\ 0 & 0,2 & 0 & 6 \end{bmatrix} \qquad X = \begin{bmatrix} p_1 \\ p_0 \\ q_1 \\ q_0 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 1 \\ d_2 \\ d_1 \\ d_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 3m \\ 3m^2 \\ m^3 \end{bmatrix}$$

$$X = \text{inv}(A) \cdot B$$

$$X = \begin{bmatrix} p_1 \\ p_0 \\ q_1 \\ q_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -3 & 1 & -5,5 \cdot 10^{-17} & 0 \\ 1,4667 & -0,5 & 0,1667 & 0 \\ 0,1 & -0,0333 & -1,7 \cdot 10^{-18} & 0,1667 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 3m \\ 3m^2 \\ m^3 \end{bmatrix}$$

Kontrola výpočtu v MATLABU:

```

A=[1 0 0 0; 3 1 0 0; 0.2 3 6 0; 0 0.2 0 6];
B=inv(A);
m=2; %volitelné (1 1.5 2)
E=[1; 3*m; 3*m^2; m^3];
F=B*E;
p1=F(1);
p0=F(2);
q1=F(3);
q0=F(4);
r0=E(4)/b0;

```

Pro  $m = 1$

$$X = \begin{bmatrix} 1 \\ -6,1 \cdot 10^{-16} \\ 0,4667 \\ 0,1667 \end{bmatrix} \quad r_0 = 0,1667$$

$$Q = \frac{q_1 s + q_0}{p_1 s + p_0} = \frac{0,4667s + 0,1667}{s - 6,1 \cdot 10^{-16}}$$

$$R = \frac{r_0}{p_1 s + p_0} = \frac{0,1667}{s - 6,1 \cdot 10^{-16}}$$

Pro  $m = 1,5$

$$X = \begin{bmatrix} 1 \\ 1,5 \\ 0,3417 \\ 0,5125 \end{bmatrix} \quad r_0 = 0,5625$$

$$Q = \frac{q_1 s + q_0}{p_1 s + p_0} = \frac{0,3417s + 0,5125}{s + 1,5}$$

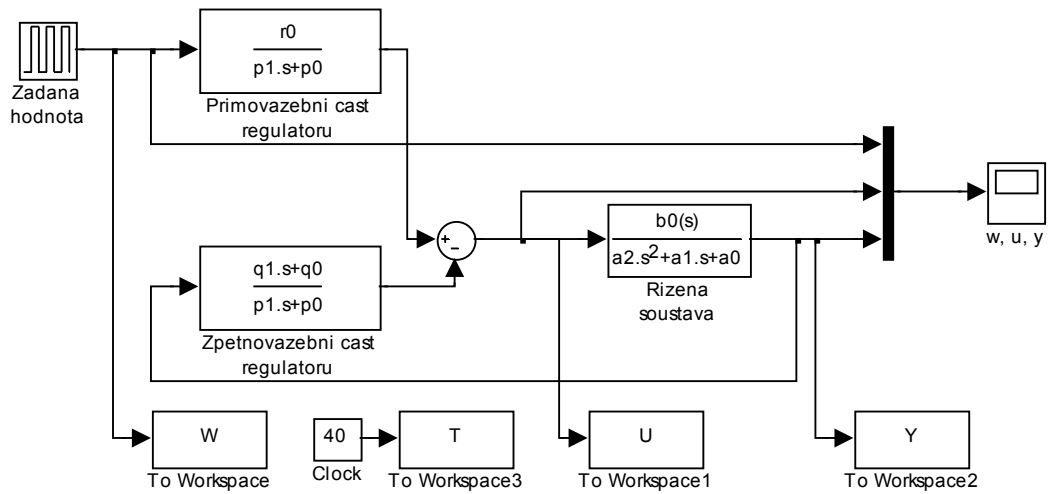
$$R = \frac{r_0}{p_1 s + p_0} = \frac{0,5625}{s + 1,5}$$

Pro  $m = 2$

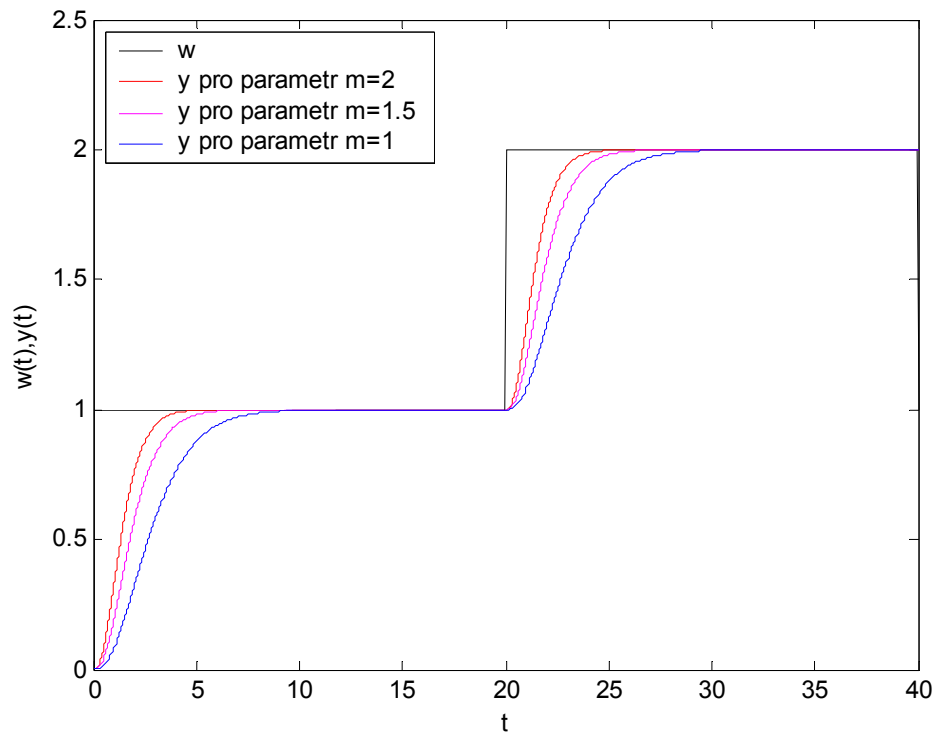
$$X = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 0,4667 \\ 1,2333 \end{bmatrix} \quad r_0 = 1,333$$

$$Q = \frac{q_1 s + q_0}{p_1 s + p_0} = \frac{0,4667s + 1,233}{s + 3}$$

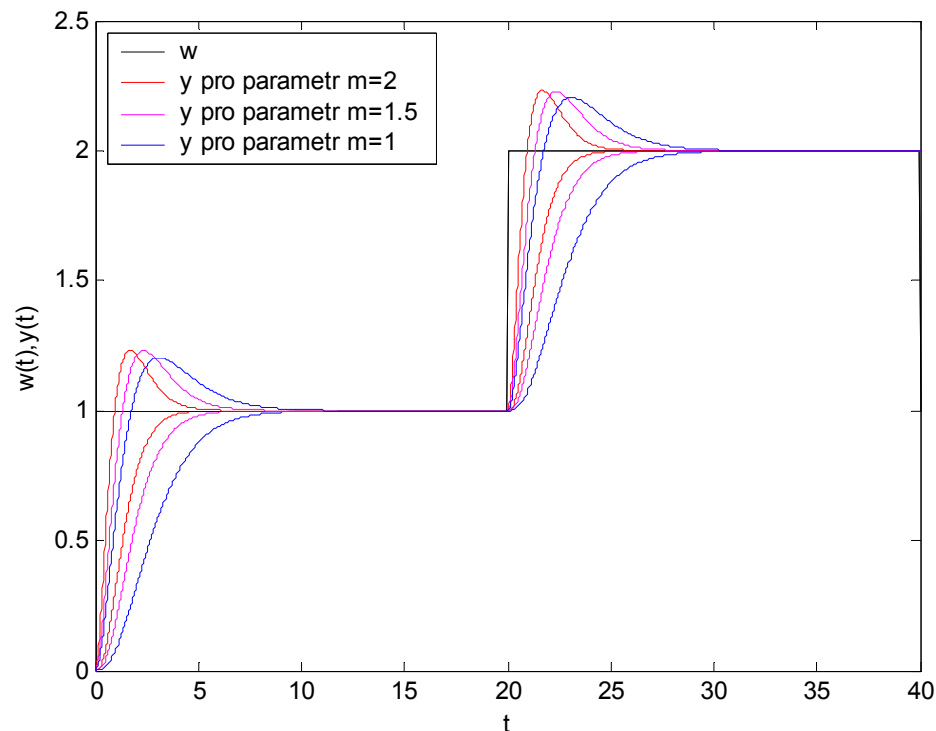
$$R = \frac{r_0}{p_1 s + p_0} = \frac{1,333}{s + 3}$$



Obr. 4.21 Simulační schéma z programu MATLAB/SIMULINK DOF2 .mdl



Obr. 4.22 Simulace řízení systému 2 DOF obvodu pro různé  $m$  v DOF2 .mdl

Obr. 4.23 Porovnání 1DOF a 2DOF struktury pro různé  $m$ 

Na tomto obrázku je znázorněno srovnání 1DOF a 2DOF struktury. Výstupní veličiny s překmitem odpovídají 1DOF struktuře a bez překmitu 2DOF struktuře. Systém řízení se strukturou 2DOF poskytuje regulační pochody s redukovanými překmity, dále je také patrné z grafu, že zvyšováním parametru  $m$  je dříve dosaženo žádané veličiny (u 1DOF je dosaženo i vyššího překmitu).

**4. Přidejte k přenosu dopravní zpoždění  $\Theta \in (1,10)$  a simulujte průběh regulačního pochodu uzavřeného regulačního obvodu bez Smithova prediktoru a se Smithovým prediktorem pro již určené parametry regulátoru, které byly získány jednou vybranou klasickou metodou syntézy (viz. Bod 3). Poté dopravní zpoždění aproximujte a navrhnete regulátor pomocí libovolné metody. Simulačně ověřte funkčnost a dosažené výsledky porovnejte.**

Přenos soustavy s dopravním zpožděním:

$$G_{DZ}(s) = \frac{6}{s^2 + 3s + 0,2} e^{-2s}$$

**a) se Smithovým prediktorem**



Přenos řízení:

$$G_{W/Y} = \frac{G_R G_S}{1 + G_R G_S} = \frac{\frac{6}{s^2 + 3s + 0,2} e^{-2s} \cdot \frac{q_1 s + q_0}{s}}{1 + \frac{6}{s^2 + 3s + 0,2} e^{-2s} \cdot \frac{q_1 s + q_0}{s}} = \frac{6q_1 s + 6q_0}{s^3 + 3s^2 + (0,2 + 6q_1)s + 6q_0}$$

$$d = c_3 s^3 + c_2 s^2 + c_1 s + c_0 = 0$$

$$d = s^3 + 3s^2 + (0,2 + 6q_1)s + 6q_0 = 0$$

Naslinova metoda – volba překmitu 5% >>  $\alpha = 2$  viz Tab. 4.3

$$c_i^2 \geq \alpha c_{i-1} c_{i+1}$$

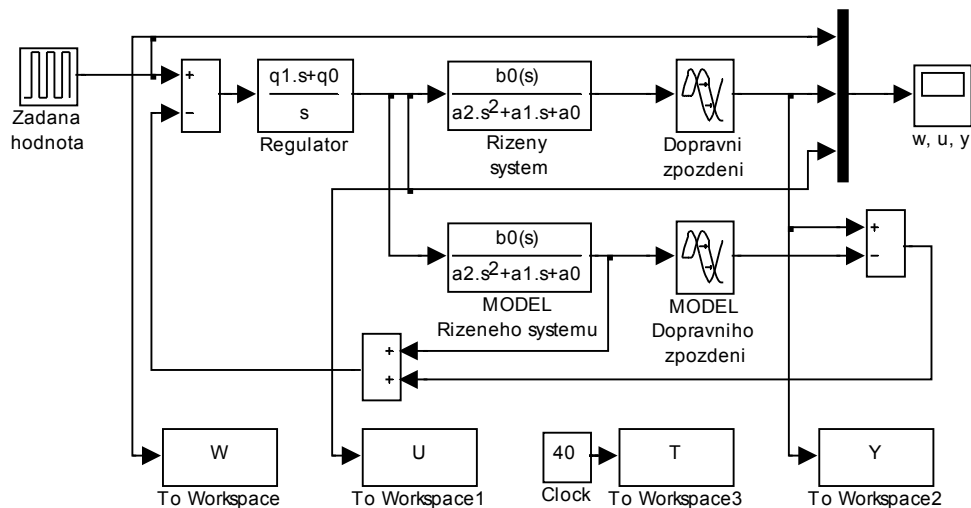
Pro  $i = 1$ :  $c_1^2 \geq \alpha \cdot c_0 \cdot c_2$   
 $(0,2 + 6q_1)^2 \geq 2 \cdot 6q_0 \cdot 3$

Pro  $i = 2$ :  $c_2^2 \geq \alpha \cdot c_1 \cdot c_3$   
 $3^2 \geq 2 \cdot (0,2 + 6q_1) \cdot 1$

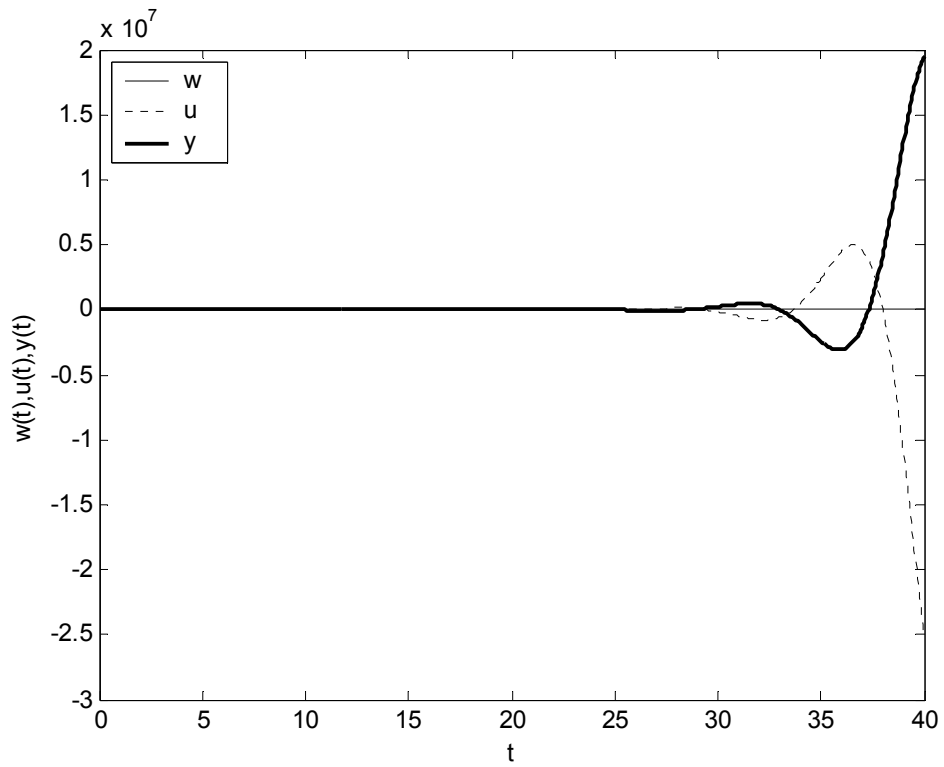
$$q_1 = 0,716$$

$$q_0 = 0,562$$

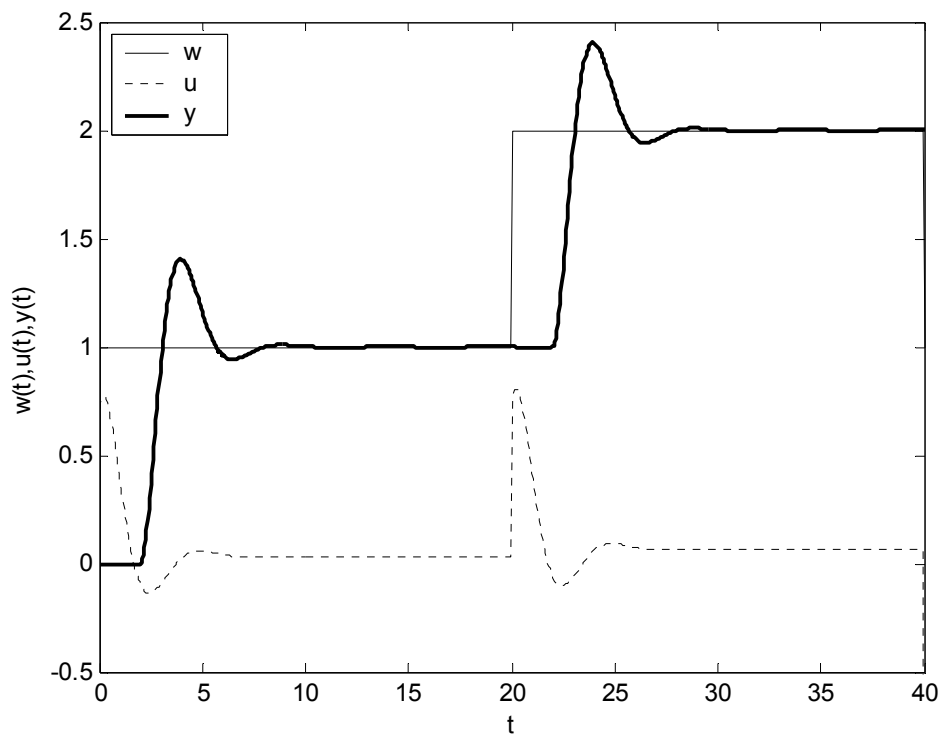
Přenos regulátoru:  $G_R(s) = \frac{0,716s + 0,562}{s}$



Obr. 4.24 Simulační schéma z programu MATLAB/SIMULINK smithuv\_prediktor.mdl



Obr. 4.25 Simulace řízení systému s dopravním zpožděním v uro.mdl



Obr. 4.26 Simulace řízení systému s dopravním zpožděním v smithuv\_prediktor.mdl

**b) bez Smithova predktoru**

Je nutné provést aproximaci dopravního zpoždění.

**1. Taylorova aproximace jmenovatele 1. řádu (1)**

$$e^{-Ls} \approx \frac{1}{1+Ls}$$

Aprox. přenos soustavy:  $G_{SP}(s) = \frac{6}{s^2 + 3s + 0,2} \frac{1}{(1+2s)} = \frac{6}{2s^3 + 7s^2 + 3,4s + 0,2} = \frac{b}{a}$

Přenos regulátoru:  $G_R(s) = \frac{q_1s + q_0}{s} = \frac{q}{p} = r_0 + \frac{r_{-1}}{s}$

Přenos řízení:  $G_{W,Y} = \frac{G_R G_{SP}}{1 + G_R G_{SP}} = \frac{(6q_1s + 6q_0)}{2s^4 + 7s^3 + 3,4s^2 + (0,2 + 6r_0)s + 6r_{-1}}$

Charakteristický polynom:  $d = 2s^4 + 7s^3 + 3,4s^2 + (0,2 + 6r_0)s + 6r_{-1}$

**Naslinova metoda**

Pro charakteristický polynom d platí následující nerovnice: pro  $i = 2$  a koeficient  $\alpha = 2$  odpovídá překmit  $\Delta y_{\max} \leq 5\%$  (viz Tab. 4.3).

$$d = c_4s^4 + c_3s^3 + c_2s^2 + c_1s + c_0 = 0$$

$$c_i^2 \geq \alpha c_{i-1} c_{i+1}$$

Pro  $i = 1$ :  $c_1^2 \geq \alpha \cdot c_0 \cdot c_2$   
 $(0,2 + 6r_0)^2 \geq 2 \cdot 6r_{-1} \cdot 3,4$

Pro  $i = 2$ :  $c_2^2 \geq \alpha \cdot c_1 \cdot c_3$   
 $3,4^2 \geq 2 \cdot (0,2 + 6r_0) \cdot 7$

Pro  $i = 3$ :  $c_3^2 \geq \alpha \cdot c_2 \cdot c_4$   
 $7^2 \geq 2 \cdot 3,4 \cdot 2$  podmínka  $i = 3$  je splněna

Z podmínky pro  $i = 2$  vypočteme  $r_0$ , využijeme mezního případu – rovnosti:

$$11,56 = 2 \cdot (0,2 + 6r_0) \cdot 7$$

$$8,76 = 84r_0$$

$$r_0 = 0,104$$

Dosadíme do podmínky pro  $i = 1$ :

$$(0,2 + 6r_0)^2 = 2 \cdot 6r_{-1} \cdot 3,4$$

$$0,681 = 40,8r_{-1}$$

$$r_{-1} = 0,0167$$

Přenos regulátoru:  $G_R(s) = \frac{0,104s + 0,0167}{s}$

## 2. Taylorova aproximace čitatele 1. řádu (2)

$$e^{-Ls} \approx 1 - Ls$$

Aprox. přenos soustavy:  $G_{SP}(s) = \frac{6}{s^2 + 3s + 0,2} (1 - 2s) = \frac{6 - 12s}{s^2 + 3s + 0,2} = \frac{b}{a}$

Přenos regulátoru:  $G_R(s) = \frac{q_1s + q_0}{s} = \frac{q}{p} = r_0 + \frac{r_{-1}}{s}$

Přenos řízení:  $G_{W,Y} = \frac{(6 - 12s) \cdot (q_1s + q_0)}{s^3 + (3 - 12r_0)s^2 + (0,2 + 6r_0 - 12r_{-1})s + 6r_{-1}}$

Charakteristický polynom:  $d = s^3 + (3 - 12r_0)s^2 + (0,2 + 6r_0 - 12r_{-1})s + 6r_{-1}$

Pomocí **Routh-Shurova** kritéria určíme stabilitu systému.

**Routh – Schurovo** schéma a první redukce mají tvar:

$$\begin{array}{cccc} 1 & 3 - 12r_0 & 0,2 + 6r_0 - 12r_{-1} & 6r_{-1} \\ 3 - 12r_0 & & 6r_{-1} & \\ \hline 0 & 3 - 12r_0 & 0,2 + 6r_0 - 12r_{-1} - \frac{6r_{-1}}{3 - 12r_0} & 6r_{-1} \end{array} \left| \cdot \left( -\frac{1}{3 - 12r_0} \right) \right.$$

Pro stabilitu musí platit:

$$\begin{array}{lll} a) 6r_{-1} > 0 & b) 3 - 12r_0 > 0 & c) 0,2 + 6r_0 - 12r_{-1} - \frac{6r_{-1}}{3 - 12r_0} > 0 \\ r_{-1} = q_0 = 0,5 & r_0 > 0,25 \quad q_1 = 0,3 = r_0 & 1,2 > 0 \end{array}$$

Jeden ze stabilizujících PI regulátorů může mít přenos:  $G_R(s) = 0,3 + \frac{0,5}{s}$

### 3. Padeho aproximace (1. řádu)

$$e^{-Ls} \approx \frac{1 - \frac{sL}{2}}{1 + \frac{sL}{2}}$$

Aprox. přenos soustavy:  $G_{SP}(s) = \frac{6}{s^2 + 3s + 0,2} \frac{1-s}{1+s} = \frac{6-6s}{s^3 + 4s^2 + 3,2s + 0,2} = \frac{b}{a}$

Přenos regulátoru:  $G_R(s) = \frac{q_1s + q_0}{s} = \frac{q}{p} = r_0 + \frac{r_{-1}}{s}$

Přenos řízení:  $G_{W,Y} = \frac{(6-6s) \cdot (r_0s + r_{-1})}{s^4 + 4s^3 + (3,2 - 6r_0)s^2 + (0,2 + 6r_0 - 6r_{-1})s + 6r_{-1}}$

Charakteristický polynom:  $d = s^4 + 4s^3 + (3,2 - 6r_0)s^2 + (0,2 + 6r_0 - 6r_{-1})s + 6r_{-1}$

#### Naslinova metoda

Pro charakteristický polynom  $d$  platí následující nerovnice: pro  $i = 2$  a koeficient  $\alpha = 2$  odpovídá překmit  $\Delta y_{\max} \leq 5\%$  (viz Tab. 4.3).

$$d = c_4s^4 + c_3s^3 + c_2s^2 + c_1s + c_0 = 0$$

$$c_i^2 \geq \alpha c_{i-1} c_{i+1}$$

Pro  $i = 1$ :  $c_1^2 \geq \alpha \cdot c_0 \cdot c_2$   
 $(0,2 + 6r_0 - 6r_{-1})^2 \geq 2 \cdot (3,2 - 6r_0) \cdot 6r_{-1}$

Pro  $i = 2$ :  $c_2^2 \geq \alpha \cdot c_1 \cdot c_3$   
 $(3,2 - 6r_0)^2 \geq 2 \cdot (0,2 + 6r_0 - 6r_{-1}) \cdot 4$

Pro  $i = 3$ :  $c_3^2 \geq \alpha \cdot c_2 \cdot c_4$   
 $4^2 \geq 2 \cdot (3,2 - 6r_0) \cdot 1$

Z podmínky pro  $i = 3$  vypočteme  $r_0$ , využijeme mezního případu – rovnosti:

$$16 = 2 \cdot 1 \cdot (3,2 - 6r_0)$$

$$16 = 6,4 - 12r_0$$

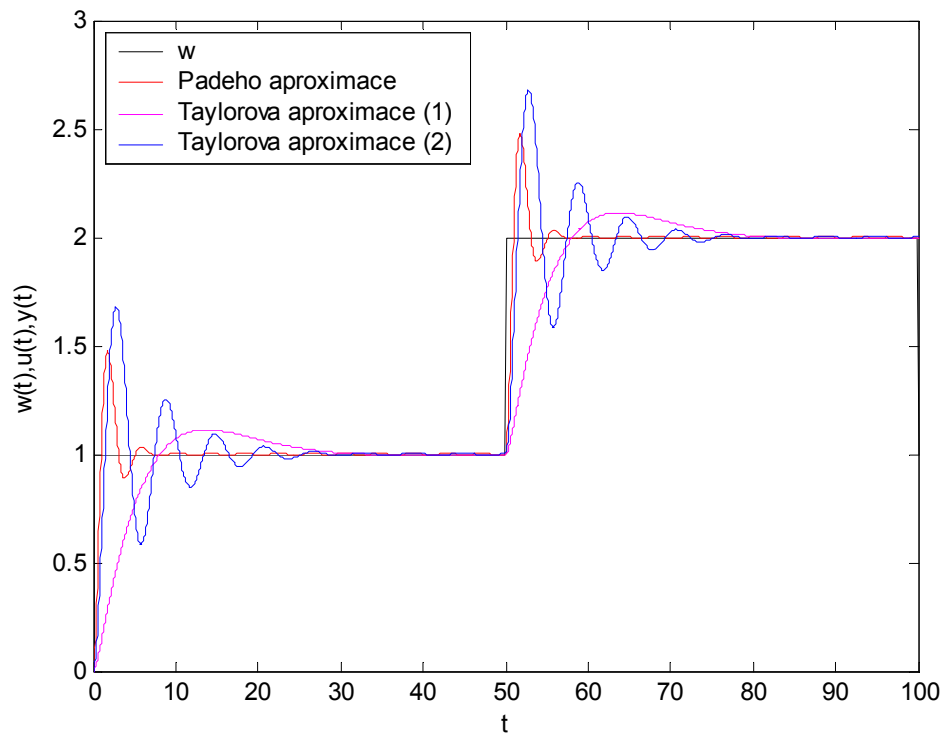
$$r_0 = -0,8$$

Dosadíme do podmínky pro  $i = 2$ :

$$\begin{aligned}(3,2 - 6r_0)^2 &= 2 \cdot (0,2 + 6r_0 - 6r_{-1}) \cdot 4 \\ -37,4 &= -48r_{-1} \\ r_{-1} &= 0,779\end{aligned}$$

Záporné hodnoty nemají z fyzikálního hlediska vliv, proto bereme pouze kladné hodnoty. Stabilní regulace nám vyšla pro následující parametry regulátoru.

Přenos regulátoru:  $G_R(s) = \frac{0,8s + 0,779}{s}$



Obr. 4.27 Regulační pochody systému s aprox. dopr. zpožděním v uro.mdl

### Závěr:

Pro zadaný přenos byl pomocí kritéria stability navržen spojitý PI regulátor. Bylo použito Routh – Shurova kritéria, díky němu bylo získáno nekonečně mnoho stabilizujících PI regulátorů. Byly zvoleny 3, které splňovaly podmínku stability a jeden, který tuto podmínku nesplňoval. Jejich simulace byly porovnány v jednom grafu. Další úkolem bylo libovol-

nými dvěma „klasickými metodami“ syntézy navrhnout spojitý PI regulátor. Jako první byla použita Naslinova metoda pro překmit 1%, 5% a 12%. Výpočtem byly získány přenosy regulátorů. Skutečný překmit však neodpovídal hodnotě uvedené v tabulce a žádané hodnoty bylo dosaženo za 9s. Jako druhá byla použita Ziegler – Nicholsova metoda (nastavení z PCH). Ze známé přechodové charakteristiky byly zjištěny parametry pro výpočet regulátoru.  $G_R(s) = 1,7155 + \frac{1,748}{s}$ . Touto metodou bylo dosaženo překmitu 26,9% a dosažení žádané hodnoty za 8s. Dalším úkolem bylo navrhnout regulátor pomocí polynomiální syntézy pro 1DOF i 2DOF strukturu řízení vždy pro tři různé hodnoty násobného pólu  $m$  v charakteristickém polynomu uzavřeného regulačního obvodu a simulačně ověřit funkčnost. Pro 1DOF i 2DOF jsem zvolil hodnoty parametru  $m$  (1, 1,5, 2). Z charakteristického polynomu byly pro tyto  $m$  vypočteny přenosy regulátoru. Pro  $m = 1$

$Q = \frac{q}{f\tilde{p}} = \frac{0,4667s^2 + 0,6333s + 0,1667}{s(s+1)}$ , pro  $m = 1,5$   $Q = \frac{q}{f\tilde{p}} = \frac{0,7167s^2 + 2,15s + 0,8438}{s(s+3)}$

a pro  $m = 2$   $Q = \frac{q}{f\tilde{p}} = \frac{1,4667s^2 + 5,1667s + 2,667}{s(s+5)}$ . Ze simulací vyplývá, že zvětšováním parametru  $m$  se dříve dosáhne žádané hodnoty (zvětšení akčního zásahu). Naopak zmenšováním parametru  $m$  se obvod stává více nestabilním. Stejný předpoklad platí i pro 2DOF konfiguraci. Pro 2DOF bylo použito stejných hodnot  $m$ . V této konfiguraci je regulátor rozdělen na přímovazební a zpětovazební část. Výsledkem výpočtu byly tedy 2 přenosy  $Q$  a  $R$ . Pro parametr  $m = 1$   $Q = \frac{0,4667s + 0,1667}{s - 6,1 \cdot 10^{-16}}$   $R = \frac{0,1667}{s - 6,1 \cdot 10^{-16}}$ , pro  $m = 1,5$

$Q = \frac{0,3417s + 0,5125}{s + 1,5}$   $R = \frac{0,5625}{s + 1,5}$  a pro  $m = 2$   $Q = \frac{0,4667s + 1,233}{s + 3}$   $R = \frac{1,333}{s + 3}$ . V posledním úkolu mělo být přidáno k přenosu dopravní zpoždění. Zvolil jsem si

$G_S(s) = \frac{6}{s^2 + 3s + 0,2} e^{-2s}$ . Přenos regulátoru byl určen z již dříve vypočtených parametrů

viz 2. a). Následně byla provedena simulace ve dvou různých simulačních schématech. Ve schématu `uro.mdl` se stal obvod nestabilním. Ve schématu `smithuv_prediktor.mdl` byla provedena simulace bez ztráty stability a to díky paralelnímu zapojení modelu k řízenému systému, čímž se vliv dopravního zpoždění kompenzuje. Poté se dopravní zpoždění aproximovalo 3 různými způsoby. Následně pomocí Naslinovy metody a Routh – Schurova kritéria byly vypočteny parametry regulátoru a provedeny simulace v schématu `uro.mdl`,

které byly porovnány v jednom grafu. Padeho a Taylorova aproximace (1) měly téměř stejný čas dosáhnutí žádané veličiny, ale s velkým překmitem oproti Taylorově aproximaci (2). Všechny tři simulace se ustálily v podobnou dobu.



### 4.3 Protokol 3: Stavový popis LSDS

1. Určete libovolný stavový popis zadaného řízeného systému. Poté ověřte získané parametry stavového popisu, tj. proved'te zpětný převod z vnitřního popisu na vnější popis.

#### a) Diferenciální rovnice bez derivace na pravé straně

System je dán přenosem: 
$$G_s(s) = \frac{6}{s^2 + 3s + 0,2} = \frac{Y(s)}{U(s)}$$

Přenos přepíšeme do diferenciální rovnice:  $y''(t) + 3y'(t) + 0,2y(t) = 6u(t)$

Stavový popis znamená přepis této diferenciální rovnice jako soustavu diferenciálních rovnic 1. řádu. Volba stavových veličin může být různá. Tradiční způsob je proveden volbou stavových veličin jako derivací (nultá až  $(n - 1)$  - ní).

Volba stavových proměnných:

$$\begin{aligned}x_1(t) &= y(t) \\x_2(t) &= y'(t)\end{aligned}$$

Po vyjádření derivace  $\Rightarrow x_1'(t) = y'(t) = x_2(t)$

$$\begin{aligned}x_1'(t) &= x_2(t) \\x_2'(t) &= y''(t)\end{aligned} \tag{1}$$

Dosadíme do diferenciální rovnice:

$$x_2'(t) = -3x_2(t) - 0,2x_1(t) + 6u(t) \tag{2}$$

Po přepsání rovnic (1) a (2) do maticově vektorového tvaru dostaneme stavovou rovnici:

$$\underline{\underline{\begin{pmatrix} x_1'(t) \\ x_2'(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -0.2 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} u(t)}}$$

Rovnice výstupní  $y(t) = x_1(t)$

$$\underline{\underline{y(t) = (6 \ 0) \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix} + (0)u(t)}}$$

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -0.2 & -3 \end{pmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \mathbf{C} = (6 \ 0) \quad \mathbf{D} = 0$$

Kontrola pomocí programu MATLAB:

```
[A,B,C,D]=tf2ss([6],[1 3 0.2])
```

**Kontrola (zpětný převod):**

$$\begin{aligned} G_S(s) &= \mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B} + \mathbf{D} = (6 \ 0) \left( \begin{pmatrix} s & 0 \\ 0 & s \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -0.2 & -3 \end{pmatrix} \right)^{-1} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} + 0 = \\ &= (6 \ 0) \begin{pmatrix} s & -1 \\ 0.2 & s+3 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{s^2 + 3s + 0.2} (6 \ 0) \begin{pmatrix} s+3 & 1 \\ -0.2 & s \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \\ &= \frac{1}{s^2 + 3s + 0.2} (6 \ 0) \begin{pmatrix} 1 \\ s \end{pmatrix} = \frac{1}{s^2 + 3s + 0.2} (6 + 0) = \underline{\underline{\frac{6}{s^2 + 3s + 0.2}}} \end{aligned}$$

Kontrola pomocí programu MATLAB:

```
A=[0 1;-0.2 -3] B=[0;1] C=[6 0] D=[0]
```

```
[cit,jmn]=ss2tf(A,B,C,D)
```

```
cit =[0 -0.0000 6.0000] jmn =[1.0000 3.0000 0.2000]
```

**b) Diferenciální rovnice s derivací na pravé straně**

System je dán přenosem:

$$G_S(s) = \frac{s+6}{s^2+3s+0,2}$$

Přenos přepíšeme do diferenciální rovnice:

$$y''(t) + 3y'(t) + 0,2y(t) = u'(t) + 6u(t)$$

Rozdělíme přenos na dvě části:

$$G_s(s) = \frac{s+6}{s^2+3s+0,2} = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{Y(s)}{Z(s)} \frac{Z(s)}{U(s)} = (s+6) \frac{1}{s^2+3s+0,2}$$

Tomu odpovídají dvě diferenciální rovnice:

$$y(t) = z'(t) + 6z(t) \quad u(t) = z''(t) + 3z'(t) + 0,2z(t)$$

Volba stavových proměnných:

$$x_1(t) = z(t)$$

$$x_2(t) = z'(t)$$

Diferenciální rovnice 1. řádu:

$$x_1'(t) = x_2(t)$$

$$x_2'(t) = u(t) - 3x_2 - 0,2x_1$$

Výstupní rovnice:

$$y(t) = x_2(t) + 6x_1(t)$$

Výsledný tvar stavové a výstupní rovnice::

$$\begin{pmatrix} x_1'(t) \\ x_2'(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -0,2 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} u(t)$$

$$y(t) = \begin{pmatrix} 6 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \end{pmatrix} u(t)$$

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -0,2 & -3 \end{pmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \mathbf{C} = \begin{pmatrix} 6 & 1 \end{pmatrix} \quad \mathbf{D} = 0$$

Kontrola pomocí programu MATLAB:

```
[A,B,C,D]=tf2ss([1 6],[1 3 0.2])
```

**Kontrola (zpětný převod):**

$$\begin{aligned} G_s(s) &= \mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B} + \mathbf{D} = (6 \ 1) \left( \begin{pmatrix} s & 0 \\ 0 & s \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -0.2 & -3 \end{pmatrix} \right)^{-1} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} + 0 = \\ &= (6 \ 1) \begin{pmatrix} s & -1 \\ 0.2 & s+3 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{s^2 + 3s + 0.2} (6 \ 1) \begin{pmatrix} s+3 & 1 \\ -0.2 & s \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \\ &= \frac{1}{s^2 + 3s + 0.2} (6 \ 1) \begin{pmatrix} 1 \\ s \end{pmatrix} = \frac{1}{s^2 + 3s + 0.2} (6 + s) = \frac{s + 6}{s^2 + 3s + 0.2} \end{aligned}$$

Kontrola pomocí programu MATLAB:

A=[0 1;-0.2 -3] B=[0;1] C=[1 6] D=[0]

[cit, jmn]=ss2tf(A,B,C,D)

cit =[0 1.0000 6.0000] jmn =[1.0000 3.0000 0.2000]

### c) Metoda postupné integrace (MPI)

System je dán přenosem:  $G_s(s) = \frac{s+6}{s^2+3s+0,2}$

Budeme vycházet z diferenciální rovnice:

$$y''(t) + 3y'(t) + \underbrace{0,2y(t) - 6u(t)}_{x_1'(t)} = u'(t)$$

$$\text{def.: } x_1'(t) = 0,2y(t) - 6u(t) \Rightarrow x_1 = \int [0,2y(t) - 6u(t)] dt$$

Po integraci rovnice dostaneme:

$$y'(t) + \underbrace{3y(t) + x_1(t)}_{x_2'(t)} = u(t)$$

$$\text{def.: } x_2'(t) = 3y(t) + x_1(t) - u(t) \Rightarrow x_2(t) = \int [3y(t) + x_1(t) - u(t)] dt$$

Po další integraci dostaneme:

$$y(t) = -x_2(t)$$

Nyní odvodíme stavové rovnice:

$$\begin{aligned}x_1'(t) &= 0,2y(t) - 6u(t) & \Rightarrow x_1'(t) &= -0,2x_2(t) - 6u(t) \\x_2'(t) &= 3y(t) + x_1(t) - u(t) & \Rightarrow x_2'(t) &= -3x_2(t) + x_1(t) - u(t)\end{aligned}$$

Výsledný tvar stavové a výstupní rovnice::

$$\underline{\underline{\begin{pmatrix} x_1'(t) \\ x_2'(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -0,2 \\ 1 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -6 \\ -1 \end{pmatrix} u(t)}}$$

$$\underline{\underline{y(t) = (0 \quad -1) \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix} + (0)u(t)}}$$

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & -0,2 \\ 1 & -3 \end{pmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} -6 \\ -1 \end{pmatrix} \quad \mathbf{C} = (0 \quad -1) \quad \mathbf{D} = 0$$

**Kontrola (zpětný převod):**

$$\begin{aligned}G_S(s) &= \mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B} + \mathbf{D} = (0 \quad -1) \left( \begin{pmatrix} s & 0 \\ 0 & s \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & -0,2 \\ 1 & -3 \end{pmatrix} \right)^{-1} \begin{pmatrix} -6 \\ -1 \end{pmatrix} + 0 = \\ &= (0 \quad -1) \begin{pmatrix} s & 0,2 \\ -1 & s+3 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} -6 \\ -1 \end{pmatrix} = \frac{1}{s^2 + 3s + 0,2} (0 \quad -1) \begin{pmatrix} s+3 & -0,2 \\ 1 & s \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -6 \\ -1 \end{pmatrix} = \\ &= \frac{1}{s^2 + 3s + 0,2} (-1 \quad -s) \begin{pmatrix} -6 \\ -1 \end{pmatrix} = \underline{\underline{\frac{s+6}{s^2 + 3s + 0,2}}}\end{aligned}$$

**Kontrola pomocí programu MATLAB:**

```
A=[0 -0.2;1 -3] B=[-6;-1] C=[0 -1] D=[0]
```

```
[cit,jmn]=ss2tf(A,B,C,D)
```

```
cit =[0 1.0000 6.0000] jmn =[1.0000 3.0000 0.2000]
```

2. Pro zadaný řízený systém určete matici říditelnosti a pozorovatelnosti a rozhodněte, zda je zadaný systém říditelný a pozorovatelný.

**Říditelnost** – slouží pro studium vztahu mezi vstupem a stavem.

Kritérium říditelnosti zní:

LSDS je říditelný, jestliže matice říditelnosti:

$$\mathbf{R} = [\mathbf{B} \quad \mathbf{AB} \quad \mathbf{A}^2\mathbf{B} \quad \dots \quad \mathbf{A}^{n-1}\mathbf{B}]$$

má plnou hodnost, neboli hodnost  $n$ . Koeficient  $n$  znamená počet stavů, čili vlastně dimenzi matice  $\mathbf{A}$ . Pro jednorozměrné systémy tedy musí platit  $\det \mathbf{R} \neq 0$ .

**Pozorovatelnost** – slouží pro studium vztahu mezi výstupem a stavem.

Kritérium pozorovatelnosti zní:

LSDS je pozorovatelný, jestliže matice pozorovatelnosti:

$$\mathbf{P} = [\mathbf{C} \quad \mathbf{AC} \quad \mathbf{A}^2\mathbf{C} \quad \dots \quad \mathbf{A}^{n-1}\mathbf{C}]^T = \begin{bmatrix} \mathbf{C} \\ \mathbf{AC} \\ \mathbf{A}^2\mathbf{C} \\ \dots \\ \mathbf{A}^{n-1}\mathbf{C} \end{bmatrix}$$

má plnou hodnost, neboli hodnost  $n$ , přičemž  $n$  opět znamená rozměr stavového prostoru. Pro jednorozměrné systémy tedy musí platit  $\det \mathbf{P} \neq 0$ .

Systém je dán přenosem: 
$$G_s(s) = \frac{6}{s^2 + 3s + 0,2} = \frac{Y(s)}{U(s)}$$

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -0.2 & -3 \end{pmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \mathbf{C} = (6 \quad 0) \quad \mathbf{D} = 0$$

$$\mathbf{R} = (\mathbf{B} \quad \mathbf{AB}) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -3 \end{pmatrix} \quad \det \mathbf{R} = -1 \neq 0 \text{ je říditelný}$$

$$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} \mathbf{C} \\ \mathbf{AC} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 1 \\ 0,2 & 3 \end{pmatrix} \quad \det \mathbf{P} = 18 - 0,6 \neq 0 \text{ je pozorovatelný}$$

**Závěr:**

Úkolem tohoto protokolu bylo určit libovolný stavový popis zadaného řízeného systému. Poté ověřit získané parametry stavového popisu a provést zpětný převod z vnitřního popisu na vnější popis. Jako první bylo použito výpočtu diferenciální rovnice bez derivace na pravé straně. Byly vypočteny matice  $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -0,2 & -3 \end{pmatrix}$   $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$   $\mathbf{C} = (6 \quad 0)$   $\mathbf{D} = 0$  díky nimž

je možné převést stavový popis zpět na přenos systému. Jako druhý způsob byl použit výpočet diferenciální rovnice s derivací na pravé straně. Pro tuto metodu bylo nutné přenos upravit do tvaru  $G(s) = \frac{s+6}{s^2+3s+0,2}$ . Opět byly získány matice

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -0,2 & -3 \end{pmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \mathbf{C} = (6 \quad 1) \quad \mathbf{D} = 0, \text{ z nichž je možné převést stavový popis}$$

zpět na přenos systému. Poslední použitou metodou byla metoda postupné integrace, která se liší od metody diferenciální rovnice s derivací na pravé straně pouze způsobem výpočtu.

Byly získány matice  $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & -0,2 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$   $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} -6 \\ -1 \end{pmatrix}$   $\mathbf{C} = (0 \quad -1)$   $\mathbf{D} = 0$  odlišné od předcházející metody ovšem výsledek zpětného převodu je totožný. V posledním bodě mělo být určeno, zda je zadaný systém říditelný a pozorovatelný. Výpočtem bylo rozhodnuto o tom,

že systém je říditelný a pozorovatelný.

## ZÁVĚR

Cílem této bakalářské práce bylo vytvoření multimediální podpory pro předmět *Teorie automatického řízení I*. V teoretické části jsou nejprve vysvětleny vybrané pojmy tohoto předmětu, které nejsou obsaženy ve uvedených prezentacích. Ty pak vytváří první blok praktické části. Byly vytvořeny v prostředí PowerPoint a v současnosti jsou umístěny na školních internetových stránkách pro studenty. Studenti si díky nim mohou prohloubit své znalosti z automatizace, které následně můžou podrobit ověření v podobě internetových testů. Testy byly přepracovány ze starších verzí, protože ve studijním programu došlo k zakomponování předmětu *Řízení technologických předmětů* do *Teorie automatického řízení I*. Z didaktického důvodu je obsahový materiál předmětu rozdělen do tří přibližně stejných celků. Poslední část práce tvoří vzorové protokoly, které jsou nutnou podmínkou k získání zápočtu z tohoto předmětu. Jejich struktura a obsah tvoří vzor a manuál pro vlastní vypracování zadání studentů. Protokoly jsou rozděleny do tří částí stejně jako prezentace a to: a) vnější popis a analýza LSDS, b) syntéza regulačního obvodu a c) stavový popis LSDS. V těchto protokolech se vychází ze zadané diferenciální rovnice. Nejprve je provedena analýza (nuly, póly, přechodová, impulsní, frekvenční funkce...). Grafy těchto funkcí jsou nejprve vykresleny v programu EXCEL z vypočtené rovnice a následně z programu MATLAB pomocí příkazů, které jsou vždy uvedeny pod grafem. Poté je provedena syntéza LSDS. Je zde použito několik metod nastavení parametrů regulátoru (Naslin, Ziegler – Nichols, 1DOF, 2DOF, kritérium stability,...). Jednotlivé regulační pochody byly v závěru tohoto protokolu porovnány z hlediska kmitavosti a doby regulace. Například u Naslinovy metody bylo zjištěno, že překmity uvedené v tabulkách, podle nichž určujeme koeficient  $\alpha$  (potřebný pro výpočet), neodpovídají překmitům skutečným. Simulační ověřovací experimenty jsou provedeny v prostředí MATLAB/SIMULINK. V posledním protokolu byl pro zadaný přenos soustavy vypočten vnitřní stavový popis třemi metodami a následně provedena kontrola pomocí zpětného převodu. Dále pak byly určeny vlastnosti, jako je říditelnost a pozorovatelnost. Výpočty byly kontrolovány v prostředí MATLAB.

Vypracování všech částí práce představuje studijní materiál, který lze libovolně doplňovat a modifikovat. Práce byla koncipována zejména jako podpora pro kombinovanou a distanční formu studia, kdy je omezen osobní kontakt studenta a pedagoga.



**SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY**

- [1] Balátě, J.: *Teorie řízení*. BEN, Praha 1982.
- [2] Šulc, B., Vitečková, M.: *Teorie a praxe návrhu regulačních obvodů*. ČVUT Praha 2004.
- [3] Levine, W. S.: *The control handbook*. IEEE Press. Boca Raton, 1995.
- [4] Kuo, B. C.: *Automatic control systems*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, 1995.
- [5] Prokop, R. a kol.: *Teorie automatického řízení*. Skriptum FAI UTB, Zlín 2006.
- [6] Shahian, B., Hassul. M.: *Control system design using MATLAB*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, 1993.
- [7] Sysala, T.: *Databáze [www.testy.utb.cz](http://www.testy.utb.cz)*. Internetové stránky UTB, 2006.

**SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK**

LSDS – lineární spojitý dynamický systém,

SISO – jednorozměrný systém (jeden vstup jeden výstup),

$a_i, b_i$  – reálné koeficienty,

$y(t)$  – výstupní veličina,

$u(t)$  – vstupní veličina,

$G(s)$  – přenos systému,

$F(s)$  – obraz Laplaceovy transformace,

$m$  – stupeň čitatele přenosu,

$n$  – stupeň jmenovatele přenosu,

$s_i$  – póly (kořeny jmenovatele),

$n_i$  – nuly (kořeny čitatele),

$h(t)$  – přechodová funkce,

$i(t)$  – impulsní funkce,

$G(j\omega)$  – frekvenční přenos,

$\omega$  – frekvence,

$A(\omega)$  – amplitudová frekvenční charakteristika,

$\varphi(\omega)$  – fázová frekvenční charakteristika,

P – proporcionální člen regulátoru,

I – integrační člen regulátoru,

D – derivační člen regulátoru,

$G_R(s)$  – přenos regulátoru (řídícího) systému,

$G_S(s)$  – přenos soustavy,

$G_{W,Y}(s)$  – přenos řízení,

$G_{DZ}(s)$  – přenos soustavy s dopravním zpožděním,

$G_{SP}(s)$  – přenos soustavy s aproximovaným dopravním zpožděním,

$Q(s)$  – zpětnovazební část regulátoru,

$R(s)$  – přímovazební část regulátoru,

$w(t)$  – žádaná veličina,

$n(t)$  – porucha akční veličiny,

$v(t)$  – porucha regulované veličiny,

$e(t)$  – regulační odchylka,

$W(s)$  – přenos žádané veličiny,

$V(s)$  – přenos poruchy,

$T_u$  – doba (čas) průtahu,

$T_n$  – doba (čas) náběhu,

$K$  – finální zesílení,

$T_I$  – integrační časová konstanta,

$T_D$  – derivační časová konstanta,

$q(s), p(s)$  – čitatel a jmenovatel přenosu zpětnovazební části regulátoru,

$r(s)$  – čitatel přímovazební části regulátoru,

$b(s), a(s)$  – čitatel a jmenovatel přenosu řízeného systému,

$\mathbf{m}$  – volitelný parametr pro 1DOF a 2DOF strukturu řízení,

$d$  – charakteristický polynom,

$\Delta y_{\max} [\%]$  – maximální přeregulování,

$k_p$ , resp.  $r_0$  – zesílení proporcionálního regulátoru,

$\mathbf{A}$  – stavová matice,

$\mathbf{B}$  – matice řízení,

$\mathbf{C}$  – matice výstupní,

$\mathbf{D}$  – matice převodová,

$\mathbf{x}$  – stavové veličiny,

$\mathbf{G}(s)$  – přenosová matice,

$\mathbf{R}$  – matice říditelnosti,

$\mathbf{P}$  – matice pozorovatelnosti.

**SEZNAM OBRÁZKŮ**

Obr. 1.1 Schéma uzavřeného regulačního obvodu .....	12
Obr. 1.2 Přejchodová charakteristika PI regulátoru.....	13
Obr. 1.3 Přejchodová charakteristika PID regulátoru.....	13
Obr. 1.4 Přejchodová charakteristika P regulátoru .....	14
Obr. 1.5 Přejchodová charakteristika I regulátoru .....	14
Obr. 1.6 Přejchodová charakteristika D regulátoru .....	15
Obr. 1.7 Smithův prediktor .....	16
Obr. 1.8 Řiditelnost a dosažitelnost systému.....	19
Obr. 2.1 Ukázka jednoho z listů prezentace .....	21
Obr. 3.1 Ukázka stránky pro testy .....	22
Obr. 3.2 Přihlášení správce .....	23
Obr. 3.3 Definování testu.....	23
Obr. 3.4 Ukázka menu testu.....	24
Obr. 3.5 Ukázka hotového testu.....	24
Obr. 3.6 Odpovědi a jejich správnost .....	25
Obr. 3.7 Vyhodnocení testu .....	25
Obr. 3.8 Výpis testů .....	25
Obr. 4.1 Přejchodová funkce z programu EXCEL .....	30
Obr. 4.2 Přejchodová funkce z programu MATLAB .....	31
Obr. 4.3 Impulsní funkce z programu EXCEL .....	33
Obr. 4.4 Impulsní funkce z programu MATLAB.....	33
Obr. 4.5 Frekvenční charakteristika (Nyquistova křivka) z programu EXCEL .....	35
Obr. 4.6 Frekvenční charakteristika (Nyquistova křivka) z programu MATLAB.....	35
Obr. 4.7 Frekvenční logaritmické charakteristiky (Bodeho křivky) z programu EXCEL ..	37
Obr. 4.8 Frekvenční logaritmické charakteristiky (Bodeho křivky) z programu MATLAB	38
Obr. 4.9 Nicholsův diagram z programu EXCEL .....	38
Obr. 4.10 Nicholsův diagram z programu MATLAB .....	39
Obr. 4.11 Simulační schéma z programu MATLAB/SIMULINK uro.mdl .....	41
Obr. 4.12 Simulace řízení systému pomocí kritéria stability v uro.mdl.....	41
Obr. 4.13 Simulace řízení systému pomocí Naslinovy metody v uro.mdl.....	44
Obr. 4.14 Určení doby náběhu a průtahu pomocí tečny v inflexním bodě obecně .....	45

Obr. 4.15 Určení $T_u$ , $T_n$ pomocí tečny v inflexním bodě pro zadaný přenos.....	46
Obr. 4.16 Simulace řízení systému pomocí metody $Z - N$ v <code>uro.mdl</code> .....	47
Obr. 4.17 Systém řízení s jedním stupněm volnosti (1DOF).....	47
Obr. 4.18 Simulační schéma z programu MATLAB/SIMULINK <code>DOF1.mdl</code> .....	50
Obr. 4.19 Simulace řízení systému 1 DOF obvodu pro různé $\mathbf{m}$ v <code>DOF1.mdl</code> .....	51
Obr. 4.20 Systém řízení se dvěma stupni volnosti (2DOF).....	51
Obr. 4.21 Simulační schéma z programu MATLAB/SIMULINK <code>DOF2.mdl</code> .....	55
Obr. 4.22 Simulace řízení systému 2 DOF obvodu pro různé $\mathbf{m}$ v <code>DOF2.mdl</code> .....	55
Obr. 4.23 Porovnání 1DOF a 2DOF struktury pro různé $\mathbf{m}$ .....	56
Obr. 4.24 Simulační schéma z programu MATLAB/SIMULINK <code>smithuv_predikt- or.mdl</code> .....	57
Obr. 4.25 Simulace řízení systému s dopravním zpožděním v <code>uro.mdl</code> .....	58
Obr. 4.26 Simulace řízení systému s dopravním zpožděním v <code>smithuv_predikt- or.mdl</code> .....	58
Obr. 4.27 Regulační pochody systému s aprox. dopr. zpožděním v <code>uro.mdl</code> .....	62

**SEZNAM TABULEK**

Tab. 4.1 Vypočtené hodnoty frekvenční charakteristiky .....	34
Tab. 4.2 Vypočtené hodnoty frekvenční charakteristika v log. souřadnicích .....	36
Tab. 4.3 Závislost $\Delta y_{\max}[\%]$ na $\alpha$ dle Naslina.....	42
Tab. 4.4 Srovnání skutečných překmitů s uvedenými v tabulkách .....	45
Tab. 4.5 Přepočtové vztahy pro výpočet parametrů dle metody Ziegler – Nichols .....	46

## **SEZNAM PŘÍLOH**

P1 – CD ROM

## **PŘÍLOHA P1: CD ROM**

Obsahuje tyto adresáře:

„PREZENTACE“ – TAR1a, TAR1b, TAR1c ve formátu pdf

„VZOROVÉ PROTOKOLY“ – Protokol 1, Protokol 2, Protokol 3 ve formátu pdf

„BAKALÁŘSKÁ PRÁCE“ – Bakalářka ve formátu pdf

„SIMULAČNÍ SCHÉMATA“ – uro, DOF1, DOF2, smithuv\_prediktor ve formátu mdl