

Využití umělé inteligence při vytváření testovacích funkcí pro evoluční algoritmy

Bc. Petr Vykoukal

Diplomová práce
2024

 Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně
Fakulta aplikované informatiky

Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně
Fakulta aplikované informatiky
Ústav informatiky a umělé inteligence

Akademický rok: 2023/2024

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

(projektu, uměleckého díla, uměleckého výkonu)

Jméno a příjmení: Bc. Petr Vykoukal
Osobní číslo: A22578
Studijní program: N0613A140022 Informační technologie
Specializace: Softwarové inženýrství
Forma studia: Kombinovaná
Téma práce: Využití umělé inteligence při vytváření testovacích funkcí pro evoluční algoritmy
Téma práce anglicky: Using Artificial Intelligence to Create Test Functions for Evolutionary Algorithms

Zásady pro vypracování

- Vypracujte literární rešerši na dané téma.
- Popište nejpoužívanější sady testovacích funkcí pro benchmarking evolučních algoritmů.
- Prozkoumejte možnosti generování nových testovacích funkcí pomocí vybraných metod umělé inteligence.
- Vytvořte diverzifikovanou sadu testovacích funkcí s ohledem na jejich kvantifikovatelné vlastnosti.
- Otestujte vybrané moderní evoluční algoritmy na vytvořené testovací sadě.
- Proveďte statistické vyhodnocení výsledků.

Forma zpracování diplomové práce: **tištěná/elektronická**

Seznam doporučené literatury:

1. ZELINKA, Ivan, 2009. Evoluční výpočetní techniky: principy a aplikace. Praha: BEN – technická literatura. ISBN 978-80-7300-218-3.
2. GARDEN, Robert W. a ENGELBRECHT, Andries P., 2014. Analysis and classification of optimisation benchmark functions and benchmark suites. In: 2014 IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC). IEEE, s. 1641-1649. ISBN 978-1-4799-1488-3. Dostupné z: <https://doi.org/10.1109/CEC.2014.6900240>.
3. LANG, Ryan Dieter a ENGELBRECHT, Andries Petrus, 2021. An Exploratory Landscape Analysis-Based Benchmark Suite. Algorithms. Roč. 14, č. 3. ISSN 1999-4893. Dostupné z: <https://doi.org/10.3390/a14030078>.
4. ŽEGKLITZ, Jan a POŠÍK, Petr, 2021. Benchmarking state-of-the-art symbolic regression algorithms. Genetic Programming and Evolvable Machines. Roč. 22, č. 1, s. 5-33. ISSN 1389-2576. Dostupné z: <https://doi.org/10.1007/s10710-020-09387-0>.
5. LANGDON, W. B. a POLI, Riccardo, 2007. Evolving Problems to Learn About Particle Swarm Optimizers and Other Search Algorithms. IEEE Transactions on Evolutionary Computation. Roč. 11, č. 5, s. 561-578. ISSN 1089-778X. Dostupné z: <https://doi.org/10.1109/TEVC.2006.886448>.
6. JANÁČEK, Julius. Statistika jednoduše: Průvodce světem statistiky. Grada, 2022. ISBN 978-80-271-1738-3.

Vedoucí diplomové práce: **doc. Ing. Michal Pluháček, Ph.D.**
Ústav informatiky a umělé inteligence

Datum zadání diplomové práce: **5. listopadu 2023**

Termín odevzdání diplomové práce: **13. května 2024**



doc. Ing. Jiří Vojtěšek, Ph.D. v.r.
děkan

prof. Mgr. Roman Jašek, Ph.D., DBA v.r.
ředitel ústavu

Ve Zlíně dne 5. ledna 2024

Prohlašuji, že

- beru na vědomí, že odevzdáním diplomové práce souhlasím se zveřejněním své práce podle zákona č. 111/1998 Sb. o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších právních předpisů, bez ohledu na výsledek obhajoby;
- beru na vědomí, že diplomová práce bude uložena v elektronické podobě v univerzitním informačním systému dostupná k prezenčnímu nahlédnutí, že jeden výtisk diplomové práce bude uložen v příruční knihovně Fakulty aplikované informatiky Univerzity Tomáše Bati ve Zlíně;
- byl jsem seznámen s tím, že na moji diplomovou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb. o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon) ve znění pozdějších právních předpisů, zejm. § 35 odst. 3;
- beru na vědomí, že podle § 60 odst. 1 autorského zákona má UTB ve Zlíně právo na uzavření licenční smlouvy o užití školního díla v rozsahu § 12 odst. 4 autorského zákona;
- beru na vědomí, že podle § 60 odst. 2 a 3 autorského zákona mohu užít své dílo – diplomovou práci nebo poskytnout licenci k jejímu využití jen připouští-li tak licenční smlouva uzavřená mezi mnou a Univerzitou Tomáše Bati ve Zlíně s tím, že vyrovnání případného přiměřeného příspěvku na úhradu nákladů, které byly Univerzitou Tomáše Bati ve Zlíně na vytvoření díla vynaloženy (až do jejich skutečné výše) bude rovněž předmětem této licenční smlouvy;
- beru na vědomí, že pokud bylo k vypracování diplomové práce využito softwaru poskytnutého Univerzitou Tomáše Bati ve Zlíně nebo jinými subjekty pouze ke studijním a výzkumným účelům (tedy pouze k nekomerčnímu využití), nelze výsledky diplomové práce využít ke komerčním účelům;
- beru na vědomí, že pokud je výstupem diplomové práce jakýkoliv softwarový produkt, považují se za součást práce rovněž i zdrojové kódy, popř. soubory, ze kterých se projekt skládá. Neodevzdání této součásti může být důvodem k neobhájení práce.

Prohlašuji,

- že jsem na diplomové práci pracoval samostatně a použitou literaturu jsem citoval. V případě publikace výsledků budu uveden jako spoluautor.
- že odevzdaná verze diplomové práce a verze elektronická nahraná do IS/STAG jsou totožné.

Ve Zlíně dne 13. května 2024

Bc. Petr Vykoukal v.r.

autor

ABSTRAKT

Tato práce je zaměřena na tvorbu nástroje, který je schopen s využitím technik umělé inteligence, konkrétně Analytického Programování (AP) ve spojení s evolučním algoritmem založeným na Diferenciální Evoluci (DE), vytvářet nové testovací funkce. Algoritmus funkce vyvíjí na základě jejich vlastností, zjištěných průzkumnou analýzou krajiny (ELA), s cílem získat diverzifikovanou sadu testovacích funkcí, více pokrývající prostor problémů, ve srovnání s vybranými testovacími sadami.

Klíčová slova: umělá inteligence, metaheuristiky, evoluční algoritmy, optimalizace, diferenciální evoluce, roj částic, testovací funkce, benchmark, analytické programování

ABSTRACT

This work is focused on the creation of a tool that is capable of creating new test functions using artificial intelligence techniques, specifically Analytical Programming (AP) in conjunction with an evolutionary algorithm based on Differential Evolution (DE). The algorithm evolves functions based on their features, measured by Exploratory Landscape Analysis (ELA), in order to obtain a diversified set of test functions, more covering the problem space, compared to the selected test sets.

Keywords: artificial intelligence, metaheuristics, evolutionary algorithms, optimization, differential evolution, particle swarm, test functions, benchmark, analytical programming

Děkuji svému vedoucímu práce doc. Ing. Michalu Pluháčkovi, Ph.D. za jeho podnětné rady a pomoc při řešení problémů. Dále děkuji všem svým blízkým za jejich podporu během mého studia. Zejména pak svým dcerám.

OBSAH

ÚVOD	8
I TEORETICKÁ ČÁST	10
1 EVOLUČNÍ VÝPOČETNÍ TECHNIKY	11
1.1 DIFERENCIÁLNÍ EVOLUCE	12
1.2 OPTIMALIZACE ROJEM ČÁSTIC	17
2 TESTOVACÍ FUNKCE	20
2.1 ANALÝZA STAVEBNÍCH BLOKŮ TESTOVACÍCH FUNKCÍ	22
II ANALYTICKÁ ČÁST	28
3 CHARAKTERISTIKY TESTOVACÍCH FUNKCÍ	29
3.1 PROSTOR PROBLÉMŮ	30
3.2 VLASTNÍ PROSTOR PROBLÉMŮ	33
4 MOŽNOSTI TVORBY FUNCÍ	41
4.1 GENETICKÉ PROGRAMOVÁNÍ	41
4.2 GRAMATICKÁ EVOLUCE	42
4.3 ANALYTICKÉ PROGRAMOVÁNÍ	43
III PROJEKTOVÁ ČÁST	46
5 VLASTNÍ IMPLEMENTACE ANALYTICKÉHO PROGRAMOVÁNÍ .	47
5.1 SECURITY PROCEDURES	48
5.2 DSH	49
5.3 ÚČELOVÁ FUNKCE	49
5.4 SÉRIE POKUSŮ	50
6 GENEROVANÉ TESTOVACÍ FUNKCE	52
7 POROVNÁNÍ EVOLUČNÍCH ALGORITMŮ NA TESTOVACÍCH FUNKCÍCH	56
ZÁVĚR	62
SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY	63
SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK	69
SEZNAM OBRÁZKŮ	70
SEZNAM TABULEK	71
SEZNAM ZDROJOVÝCH KÓDŮ	72
SEZNAM PŘÍLOH	73

ÚVOD

Optimalizace spočívá v nalezení nejlepšího způsobu, jakým lze vyřešit konkrétní úlohu. Tato úloha se nazývá optimalizační problém. Může se jednat například o optimalizaci výroby za účelem snížení nákladů nebo optimalizaci trajektorie chodu stroje za účelem zvýšení produktivity. Obecně se jedná o systém, který chceme optimalizovat. Optimalizační problém lze definovat jako matematickou funkci, která se nazývá účelová funkce. Účelová funkce přiřazuje každému možnému řešení optimalizačního problému jednu nebo více hodnot. Jednotlivá řešení jsou dosazována jako vstupní parametry účelové funkce a výsledná hodnota vyjadřuje určitou kvalitu daného řešení z hlediska optimalizace.

Při optimalizaci je hledána taková kombinace parametrů účelové funkce, při které je výsledná hodnota nejvyšší, nebo nejnižší, v závislosti na tom, zda se jedná o problém maximalizační, nebo minimalizační. [1] Z hlediska počtu výstupních hodnot účelové funkce může tento proces spočívat v optimalizaci jedné (například maximalizace zisku) nebo více hodnot (například maximalizace výkonu a minimalizace ceny). V případě optimalizace jedné hodnoty mluvíme o jednokriteriální optimalizaci a v případě více hodnot pak o vícekriteriální optimalizaci.

Definiční obory parametrů účelové funkce mohou být různé. Stejně tak může být různý počet těchto parametrů a omezení kladená na jednotlivé parametry. Parametry účelové funkce jsou zpravidla omezeny minimální a maximální hodnotou. Tyto hodnoty jsou nazývány jako hraniční a hodnoty mezi hranicemi se označují jako prohledávaný prostor. Prohledávaný prostor tedy zahrnuje všechna platná řešení. Ten může být diskrétní, spojitý nebo spojitý s omezeními. Počet parametrů účelové funkce je označován jako dimenze. Hledání dvou parametrů se tedy označuje jako prohledávání $2D$ prostoru.

K řešení optimalizačních problémů slouží optimalizační algoritmy. Optimalizační problémy diskrétního charakteru s malým prohledávaným prostorem je možné optimalizovat enumerativním přístupem. Výstupem je pak to nejlepší možné řešení. To ale nelze použít u větších prohledávaných diskrétních prostorů nebo spojitých prostorů. Dále je možné použít deterministické algoritmy. Zde existují ale také určitá omezení. Například prohledávaný prostor je malý, souvislý a pokud možno unimodální – má tedy pouze jeden extrém. U větších prohledávaných prostorů je vhodnější použít heuristické algoritmy, které jsou ale spíše vhodné pro unimodální funkce, nebo metaheuristické algoritmy, které jsou natolik robustní, že dokáží úspěšně prohledávat rozsáhlé prostory, jejichž účelová funkce má multimodální charakter. Je zde totiž významně menší pravděpodobnost uváznutí v lokálním extrému. Heuristické a metaheuristické algoritmy pak nemají za cíl najít nejlepší existující řešení a díky tomu, že jsou stochastické, opakovaný průběh může nacházet lepší nebo horší řešení.

Mezi složité optimalizační problémy, řešitelné pomocí metaheuristických algoritmů, může patřit například ladění parametrů v umělé neuronové síti. Ve finančnictví například optimalizace portfolia a řízení rizik [2] nebo, v kombinaci s dalšími algoritmy, pro predikci finanční krize společnosti [3]. V inženýrství může optimalizační problém představovat návrh částí konstrukce letadla [4] nebo konstrukce antény pro vesmírnou družici [5].

Metaheuristických algoritmů je mnoho¹⁾ a nelze říci, že by některý algoritmus byl v globálním měřítku lepší než jiný. Podle tzv. **No Free Lunch Theorem** [6][7] platí, že pokud je nějaký algoritmus lepší pro určitou třídu problémů než jiný, pak pro jinou třídu problémů bude lepší jiný algoritmus. Aby tak bylo možné algoritmy testovat na různých typech problémů a porovnávat jejich výkonnost, používají se různé testovací funkce, nebo celé sady takových funkcí, které se používají při srovnávacích soutěžích. Mezi nejznámější patří **BBOB**²⁾ nebo **IEEE CEC**³⁾. Práce se zabývá oblastí jednokriteriální optimalizace, pro kterou je vyvíjení sad testovacích funkcí typické.

Při bližší analýze se ukazuje, že testovací sady jsou složené z funkcí, které pokrývají podobné charakteristiky a naopak existují charakteristiky, které jsou pokryté nedostatečně [22][23]. Tato práce pojednává o možnosti využití umělé inteligence při tvorbě takových testovacích funkcí, s cílem vytvořit sadu testovacích funkcí, která by tyto charakteristiky pokrývala. Pro syntézu testovacích funkcí bude použito analytické programování ve spojení s algoritmem diferenciální evoluce.

¹⁾V této práci jsou jako příklad uvedeny algoritmy Diferenciální evoluce v kapitole č. 1.1 a Roj částic v kapitole č. 1.2

²⁾BBOB – Black Box Optimization Benchmark

³⁾IEEE Congress on Evolutionary Computation

I. TEORETICKÁ ČÁST

1 Evoluční výpočetní techniky

Jak již bylo naznačeno v úvodu, k řešení optimalizačních problémů slouží optimalizační algoritmy. Ty je možné rozdělit do skupin podle přesnosti získaného řešení. Do první skupiny patří analytické algoritmy. Nevýhodou takového algoritmu jsou jeho omezení. Musí být možné optimalizační problém popsat a vyřešit matematicky nebo musí být prohledávaný prostor dostatečně malý na to, aby bylo možné jej řešit enumerativně. Enumerativním přístupem tak je možné vyřešit jen optimalizaci diskrétního systému s relativně malým prohledávaným prostorem. Výhodou těchto algoritmů je, že pokud existuje optimální řešení, pak je správný algoritmus schopen jej nalézt.

Další skupinou jsou heuristické algoritmy, které jsou, při volbě vhodného algoritmu, schopny nalézt přibližné optimální řešení, tzv. suboptimální řešení. Jejich nevýhodou je, že ve většině případů nenaleznou nejlepší možné řešení ani u diskrétních systémů, jejichž prohledávaný prostor má konečný počet řešení.

Heuristické algoritmy je dále možné rozdělit na deterministické a stochastické. Rozdíl mezi těmito algoritmy spočívá v tom, že deterministický algoritmus dosáhne za stejných podmínek vždy stejného výsledku, zatímco stochastické algoritmy v určitých krocích využívají prvky náhody. Výsledky stochastického algoritmu se tak budou při opakovaném spuštění lišit. Stochastické heuristické algoritmy se označují jako metaheuristiky. [7]

Mezi metaheuristiky se také řadí evoluční výpočetní techniky. Evoluční výpočetní techniky jsou inspirovány zákony dědičnosti G. J. Mendela, základními principy přirozeného výběru Ch. Darwina a jeho teorií evoluce. Evoluční výpočetní techniky tak staví na obecně uznávaných principech evoluce, kdy na základě křížení v jedné generaci, vzniká generace nová, která je ovlivněna mutací a která předchodí generaci nahradí.

Detailněji je možné princip chodu takového algoritmu popsat následovně. Nejdříve je třeba definovat parametry, se kterými bude daný algoritmus pracovat. Některé parametry jsou u různých algoritmů rozdílné, ale některé jsou společné. Mezi obecné parametry, které jsou pro algoritmy společné, patří velikost populace, počet iterací, po kterých algoritmus skončí, a stanovení účelové funkce, kterou jsou jedinci v populaci ohodnoceni.

Na začátku chodu každého algoritmu je vygenerována prvotní populace. Je to matice hodnot o velikosti $D \times N$, kde D je dimenze problému a reprezentuje počet vstupních parametrů účelové funkce – tedy počet parametrů, které je třeba optimalizovat. N je velikost populace. Jednotlivé prvky populace jsou vytvořeny na základě vzoru, jehož příklad je vyjádřen vzorcem 1.1. Jednotlivé hodnoty každého jedince jsou náhodně inicializovány jako reálné, nebo celé číslo v rozsahu $\langle Lo, Hi \rangle$. [7] Pro účely optimalizace

spojitých problémů se používá reálné číslo. Tato populace je ohodnocena účelovou funkcí. To znamená, že parametry každého jedince, reprezentovány vektorem čísel, jsou předány funkci a je získána hodnota účelové funkce. Podle použitého algoritmu je dále zpracována přímo hodnota účelové funkce, případně je podle potřeby algoritmu ještě upravena. Úprava může, v závislosti na použitém algoritmu, zahrnovat i inverzi hodnot vynásobením číslem -1 , nebo normalizaci. Hodnota, se kterou dále algoritmus pracuje, se nazývá **vhodnost** nebo **fitness** hodnota.

$$Specimen = \left\{ \left\{ Real, \{Lo, Hi\} \right\}, \left\{ Integer, \{Lo, Hi\} \right\}, \dots, \left\{ Real, \{Lo, Hi\} \right\} \right\} \quad (1.1)$$

Následuje cyklus, ve kterém se iterativně opakují kroky, ve kterých probíhá samotná evoluce, tedy v každé generaci jsou vybráni jedinci podle jejich vhodnosti a jejichž křížením vznikají potomci. Ti jsou vhodným algoritmem pozměněni, neboli jsou podrobeni procesu **mutace**. Nově vzniklí jedinci jsou opět ohodnoceni účelovou funkcí a nejvhodnější jedinci postupují do další generace. Jedinci, kteří vybráni nebyli, zanikají a proces se opakuje, dokud není splněna ukončující podmínka. Po skončení algoritmu je z populace vybrán jedinec reprezentující nejlepší nalezené řešení z pohledu optimalizace. Princip evolučních výpočetních technik je zobrazen na obrázku (Obr. 1.1).

Hlavní skupinou algoritmů, které spadají mezi evoluční výpočetní techniky, jsou evoluční algoritmy. Další techniky pak mohou být genetické algoritmy, genetické programování, evoluční programování, evoluční strategie a hejnové algoritmy. V kontextu této práce je použit evoluční algoritmus **Diferenciální evoluce** a hejnový algoritmus **PSO**¹⁾, které jsou popsány v následujících kapitolách č. 1.1 a 1.2.

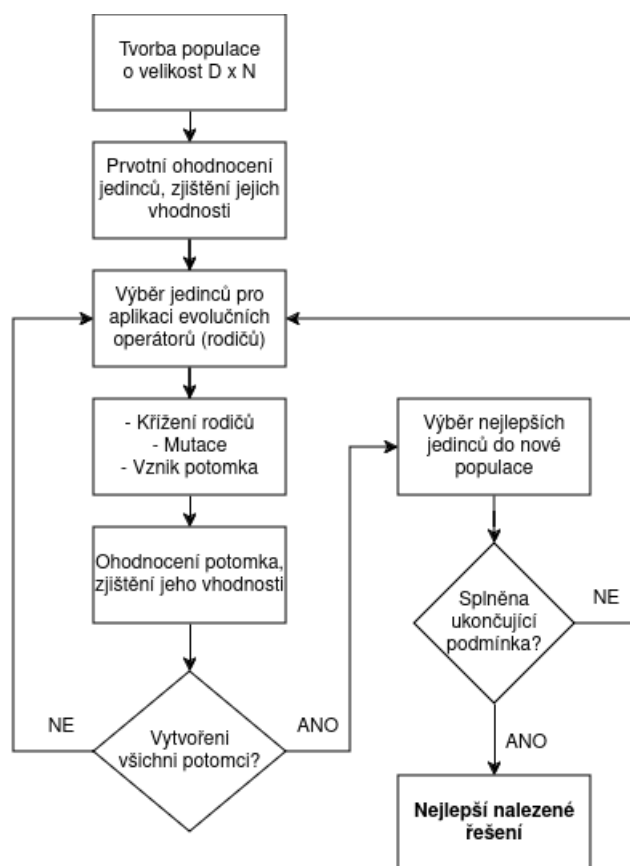
1.1 Diferenciální evoluce

Algoritmus **Diferenciální evoluce** slouží k optimalizaci účelové/testovací funkce na základě její hodnoty **fitness**. Mezi hlavní parametry patří dimenze problému, respektive rozměr jedince D . Dále pak velikost populace NP a vzor jedince, tedy z jakých hodnot se má jedinec skládat. Další důležitou hodnotou je mutační konstanta $F \in (0; 2)$ a práh křížení $CR \in (0; 1)$. Posledním parametrem je ukončující podmínka, která udává, po kolika generacích se má algoritmus zastavit. [7][8]

Velikost parametru D je dána účelovou funkcí a počtem jejích vstupních parametrů. Parametru NP je vhodné volit v rozmezí $5 \times D$ a $10 \times D$ [8]. Vzhledem k principu fungování algoritmu, není možné použít hodnotu nižší než 4.

Pracovní postup algoritmu spočívá v tom, že je vytvořena a ohodnocena prvotní populace velikosti NP jako nultá generace G . Jedinci populace dané generace, repre-

¹⁾PSO – Particle Swarm Optimization



Obr. 1.1 Princip evolučních výpočetních technik

zentování vektory $\vec{x}_{i,G}$, jsou postupně iterováni $i \in \langle 0; NP - 1 \rangle$ a každý z nich se bude postupně ucházet o pozici v následné generaci.

Dále jsou náhodně vybraní další tři nestejní jedinci aktuální generace $\vec{x}_{r_1,G}$, $\vec{x}_{r_2,G}$ a $\vec{x}_{r_3,G}$ pro operaci **mutace**, která je provedena podle vzorce 1.2. Výsledkem této operace je **mutant** $\vec{v}_{i,G+1}$. Jako vhodná prvotní hodnota mutační konstanty F je autory doporučena 0,5. Pokud by populace konvergovala předčasně, pak je doporučeno mutační konstantu zvýšit, nebo zvětšit velikost populace NP . Hodnoty parametru F menší než 0,4 nebo větší než 1,0 mohou být efektivní pouze zřídka [8].

$$\vec{v}_{i,G+1} = \vec{x}_{r_1,G} + F \cdot (\vec{x}_{r_2,G} - \vec{x}_{r_3,G}) \quad (1.2)$$

Pomocí operace **křížení** je pak vytvořen **zkušební vektor** $\vec{u}_{i,G+1}$, který bude s původním vektorem $\vec{x}_{i,G}$ soutěžit o místo v generaci $G + 1$ na pozici i . **Zkušební vektor** vznikne aplikací operace **křížení** na původní vektor $\vec{x}_{i,G}$ a mutantu $\vec{v}_{i,G+1}$. Operaci **křížení** přímo ovlivňuje parametr CR , u kterého je autory doporučena prvotní hodnota 0.1. Tento parametr může urychlit konvergenci k optimu, proto může být vhodné

vyzkoušet hodnoty 0,9 nebo 1,0 ke zjištění, zda nebude algoritmus předčasně konvergovat v případném lokálním optimu [8]. Při nižších hodnotách je upřednostňován jako vzor původní vektor $\vec{x}_{i,G}$, je tedy současně nepřímo potlačena i operace mutace, a to tak, že je snížena pravděpodobnost výběru prvků z *mutanta*.

Obvyklé operace křížení jsou binomiální (BIN) a exponenciální (EXP). Binomiální křížení je provedeno iterací j po jednotlivých složkách zdrojových vektorů a do *zkušebního vektoru* $\vec{u}_{i,j,G+1}$ jsou vkládány složky na základě náhodně vygenerovaného čísla porovnaného s hodnotou CR , jak je uvedeno ve vzorci 1.3. Vždy je na začátku vygenerováno i náhodné číslo v rozsahu D a prvek na tomto indexu j je vždy zkopírován z *mutanta* [8]. V případě exponenciálního křížení je náhodně vybrána počáteční pozice $k \in \langle 1; D \rangle$. Následně je vypočítána délka L , která udává počet prvků použitých z *mutanta* tak, jak je uvedeno v kódu 1.1. Pak se do *zkušebního vektoru* $\vec{u}_{i,j,G+1}$ překopírují z *mutanta* prvky od indexu k po $(k+L-1)\%D$. Všechny ostatní prvky se překopírují z původního vektoru podle vzorce 1.4.

$$\vec{u}_{i,j,G+1} = \begin{cases} \vec{v}_{i,j,G+1} & \text{jetliže } rand_j(0, 1) \leq CR, \text{ nebo } j = rand_j(1, D) \\ \vec{x}_{i,j,G} & \end{cases} \quad (1.3)$$

```

1 import numpy as np
2
3 L = 1
4 while np.random.uniform(0, 1) <= CR and L < D:
5     L += 1

```

Zdrojový kód 1.1 Výpočet parametru L

$$\vec{u}_{i,j,G+1} = \begin{cases} \vec{v}_{i,j,G+1} & \text{pro } j = k, (k+1)\%D, \dots, (k+L-1)\%D \\ \vec{x}_{i,j,G} & \end{cases} \quad (1.4)$$

Zkušební vektor je ohodnocen účelovou funkcí a operací selekce je nakonec vybrán do následné generace na pozici $\vec{x}_{i,G+1}$ původní vektor $\vec{x}_{i,G}$, nebo *zkušební vektor* $\vec{u}_{i,G+1}$ podle toho, který má lepší hodnotu *fitness*. Tím je algoritmus Diferenciální evoluce přirozeně elitistický.

Algoritmus popsaný výše je označován jako DE/RAND/1/BIN, případně DE/RAND/1/EXP. Verzí algoritmu je ale více. V dalších případech již nebude uváděn druh použité operace křížení, ale pouze druh mutační strategie a počet diferenčních váhových vektorů. Algoritmus DE/RAND/2 pro operaci mutace vybírá náhodně celkem 5 nestejných jedinců z populace aktuální generace a výpočet *mutanta* probíhá podle vzorce 1.5. [7]

$$\vec{v}_{i,G+1} = \vec{x}_{r_1,G} + F \cdot (\vec{x}_{r_2,G} - \vec{x}_{r_3,G}) + F \cdot (\vec{x}_{r_4,G} - \vec{x}_{r_5,G}) \quad (1.5)$$

Obdobně fungují i algoritmy DE/BEST/1 a DE/BEST/2, kde je rozdíl pouze v tom, že první jedinec z populace $\vec{x}_{r_1,G}$ není vybrán náhodně, ale je vybrán jedinec s nejlepší hodnotou *fitness*, označován jako $\vec{x}_{best,G}$. Operaci *mutace* lze pak vyjádřit vzorcem 1.6 pro DE/BEST/1 a vzorcem 1.7 pro DE/BEST/2. [7]

$$\vec{v}_{i,G+1} = \vec{x}_{best,G} + F \cdot (\vec{x}_{r_1,G} - \vec{x}_{r_2,G}) \quad (1.6)$$

$$\vec{v}_{i,G+1} = \vec{x}_{best,G} + F \cdot (\vec{x}_{r_1,G} - \vec{x}_{r_2,G}) + F \cdot (\vec{x}_{r_3,G} - \vec{x}_{r_4,G}) \quad (1.7)$$

U dalších variant je nutno přidat další parametr λ . Ten bude, obdobně jako parametr F , určovat váhu diferenčního váhového vektoru, vypočítaného z rozdílu nejlepšího jedince a aktuálního, nebo náhodného jedince. Jedná se o varianty DE/current-to-best/1, DE/current-to-best/2, DE/rand-to-best/1 a DE/rand-to-best/2. [9]

Jednou z pokročilých verzí je algoritmus DISH²⁾, který je v rámci této práce použitý pro evoluci testovacích funkcí v Analytickém programování. Tento algoritmus, na rozdíl od původní verze DE, nevyžaduje nastavení parametrů F a CR , které se přizpůsobují automaticky za chodu algoritmu. Definují se parametry NP pro velikost počáteční populace a $MAXFES$, jako maximální počet ohodnocení účelovou funkcí. Doporučená velikost počáteční populace je $NP = 25 \cdot \log(D) \cdot \sqrt{D}$. Dále je třeba definovat parametr P_f , který učuje velikost konečné populace na konci algoritmu. [10]

V každé iteraci je vybrán p počet nejlepších jedinců z celé populace. Tento počet je definován vzorcem 1.8, kde $p_{max} = 0.25$, $p_{min} = 0.125$ a FES udává počet, kolikrát již byla účelová funkce ohodnocena.

$$p = p_{min} + \frac{FES}{MAXFES} \cdot (p_{max} - p_{min}) \quad (1.8)$$

Z tohoto seznamu nejlepších jedinců je náhodně vybrán jeden, jako x_{pBest} a z celé populace jsou náhodně vybrány další dva vektory x_{r_1} a x_{r_2} tak, že $x_{pBest} \neq x_{r_1} \neq x_{r_2}$, mezi kterými proběhne mutace a jejím výsledkem je mutovaný vektor \vec{v} . Mutace je definována vzorcem 1.9, kde se hodnota F_w v průběhu algoritmu dynamicky mění na $0,7 \cdot F$, pokud $FES < 0,2 \cdot MAXFES$, případně $0,8 \cdot F$, pokud $(0,2 \cdot MAXFES) \leq FES < (0,4 \cdot MAXFES)$, nebo $1,2 \cdot F$, pokud $FES \geq (0,4 \cdot MAXFES)$. Hodnota

²⁾DISH – Distance Based Parameter Adaptation for Succes-History

F se vybírá z paměti úspěšných pokusů a je omezena na hodnoty $F \in (0; 1)$.

$$\vec{v}_i = x_i + F_w \cdot (x_{pBest} - x_i) + F \cdot (x_{r1} - x_{r2}) \quad (1.9)$$

Operace křížení u algoritmu DISH je zvolena binomiální (vzorec 1.3) s tím, že parametr CR není nastavený jako konstanta. Místo toho se vybírá z paměti úspěšných pokusů hodnota, která je použita jako střední hodnota, pomocí které je generováno náhodné číslo z normálního/Gaussova rozdělení s omezením hodnot $CR \in (0; 1)$.

V průběhu algoritmu je v každé iteraci snižována velikost populace a jsou eliminováni jedinci s nejhorší hodnotou **fitness**. Velikost populace v nadcházející generaci NP_{new} je dána vzorcem 1.10. [10]

$$NP_{new} = round \left(NP - \frac{FES}{MAXFES} \cdot (NP - NP_f) \right) \quad (1.10)$$

Další z pokročilých adaptací je algoritmus DbL-SHADE, který mutační konstantu F a práh křížení CR také upravuje během chodu algoritmu. Uživatel tak nastavuje pouze velikost populace NP , účelovou funkci, maximální počet ohodnocení účelové funkce $MAXFES$ a velikost paměti H . Vzhledem k tomu, že algoritmus v průběhu optimalizace redukuje velikost populace, pak je nutné nastavit i nejmenší velikost populace NP_f . [11]

Algoritmus používá paměti M_F a M_{CR} , které obsahují mutační konstanty a prahy křížení, ze kterých si vybírá. Při inicializaci jsou všechny hodnoty v pamětech nastaveny na 0,5. Velikost paměti je nastavena parametrem H . Dále je zde přítomna paměť A , jejíž velikost je také dána parametrem H a jsou v ní uchovávána horší nalezená řešení. Velikost této paměti ovlivňuje rychlost konvergence algoritmu.

Mutace probíhá podle vzorce 1.11, kde vektory \vec{x}_{pbest} , \vec{x}_{r1} , \vec{x}_{r2} a \vec{x}_i nejsou stejné. Index i označuje jedince v populaci, t označuje generaci a vektory s indexem $r1$ a $r2$ jsou náhodně vybraní jedinci. Vektor \vec{x}_{pbest} je náhodně vybrán z nejlepších jedinců populace. Z jakého množství jedinců se bude vybírat, je určeno náhodně s rovnoměrným rozdělením v rozsahu $(\frac{2}{NP}; 0, 2)$. Jedinec \vec{x}_{r1} je vybrán z celé populace a jedinec \vec{x}_{r2} ze sjednocené množiny celé populace a paměti A . Mutační konstanta F_i je generována jako náhodné číslo z Cauchyho rozdělení, kde medián je vybírán z paměti M_F a šířka je stanovena na 0, 1. Výsledná hodnota je navíc omezena rozsahem $(0; 1)$.

$$\vec{v}_{i,t+1} = \vec{x}_{i,t} + F_i \cdot (\vec{x}_{pbest,t} - \vec{x}_{i,t}) + F_i \cdot (\vec{x}_{r1,t} - \vec{x}_{r2,t}) \quad (1.11)$$

Pro křížení je použita binomiální strategie popsaná u původního algoritmu DE s tím

rozdílem, že parametr CR je určen jako náhodně generované číslo z normálního rozdělení se střední hodnotou použitou z paměti M_{CR} a standardní odchylkou 0, 1. Výsledná hodnota je také omezena rozsahem $(0; 1)$.

Během každé iterace je snižována velikost populace a jsou eliminováni jedinci s nejhorší hodnotou **fitness**. Velikost populace v nadcházející generaci NP_{new} je počítána stejně, jako u algoritmu DISH, tedy podle vzorce 1.10.

Vždy, když je nově vytvořený jedinec $\vec{x}_{i,t+1}$ lepší, než jeho rodič $\vec{x}_{i,t}$, jsou hodnoty F a CR , které byly vytvořeny pro jeho vznik, uloženy do paměti. Z těchto hodnot jsou na konci každé iterace vypočítány hodnoty pro uložení do paměti M_F a M_{CR} .

1.2 Optimalizace rojem částic

Algoritmus PSO také slouží k optimalizaci účelové funkce na základě její hodnoty **fitness**. Stejně jako u algoritmu DE, zde mezi hlavní parametry patří dimenze problému D , která je dána parametry účelové funkce. Dále pak ukončující podmínka, po kolika iteracích se má cyklus zastavit. Populace se označuje jako hejno nebo roj, jedinci se nazývají částicemi. Mezi hlavní parametry patří i počet částic. Další důležité parametry jsou **faktory učení** c_1 a c_2 , které se obvykle volí jako kladné číslo v rozsahu $(0; 2)$. S modifikací PSO v roce 1998, se mezi hlavní parametry řadí i setrvačnost w , která se volí jako kladné číslo v rozsahu $(0; 1)$ a může být konstantní, nebo kladný výsledek lineární, nebo nelineární funkce, závislé na počtu provedených iterací. Posledním parametrem je parametr omezující rychlost V_{max} . [7][12][13]

Pracovní postup algoritmu PSO spočívá ve vygenerování hejna dle nastavené velikosti populace. Ta může být $10 \times D$, avšak jako obvyklé jsou udávány hodnoty 20 až 40 částic [7]. Vektory udávající pozici částice v hyperprostoru jsou vytvořeny podle vzoru, jak bylo uvedeno ve vzorci 1.1. Částice mají nastavenou počáteční rychlost $\vec{v}_{i,t}$, kde pořadí částice je symbolizováno indexem i a pořadí iterace indexem t , v tomto případě $t = 0$. Počáteční rychlost může být generována náhodně v rozsahu $\langle -V_{max}; V_{max} \rangle$.

Všechny částice jsou ohodnoceny účelovou funkcí a pozice částice s nejlepší hodnotou **fitness** je uložena do globální paměti hejna $gBest_t$. Kdykoliv nějaká částice nalezne lepší hodnotu, je uložena do této globální paměti. Současně je u všech částic uložena jejich pozice do jejich osobní paměti $pBest_{i,t}$, která se přepíše, kdykoliv daná částice nalezne pozici s lepší hodnotou **fitness**, než při jaké byla pozice zapsána.

Následně je vypočítán vektor rychlosti pohybu pro každou částici $\vec{v}_{i,t+1}$. V původním návrhu algoritmu, kde nebyla zavedena setrvačnost w , proběhl výpočet podle vzorce 1.12. Také zde byla místo parametrů c_1 a c_2 stanovena konstanta 2 [12]. V modifikované verzi algoritmu probíhá výpočet podle vzorce 1.13 [13]. Pokud je zvolena hodnota $w < 0,8$ a algoritmus nalezne globální optimum, proces proběhne poměrně

rychle. Pokud je hodnota $w > 1, 2$, algoritmus prozkoumá více oblastí, ale také se zvýší šance, že globální optimum vůbec nenalezne. Doporučena je hodnota $w \in \langle 0, 9; 1, 2 \rangle$, kde dochází ke kompromisu v počtu provedených iterací, ale je rapidně zvýšena šance na nalezení globálního optima. Nižší hodnoty setrvačnosti jsou doporučeny pro lokální prohledání oblasti, kdy se předpokládá výskyt globálního optima [13]. Z toho vyplývá možnost regulovat hodnotu setrvačnosti pomocí funkce tak, aby postupně hodnota klesala podle počtu provedených iterací [7].

$$\vec{v}_{i,t+1} = \vec{v}_{i,t} + 2 \cdot rand(0, 1) \cdot (p\vec{Best}_{i,t} - \vec{x}_{i,t}) + 2 \cdot rand(0, 1) \cdot (g\vec{Best}_t - \vec{x}_{i,t}) \quad (1.12)$$

$$\vec{v}_{i,t+1} = w \cdot \vec{v}_{i,t} + c_1 \cdot rand(0, 1) \cdot (p\vec{Best}_{i,t} - \vec{x}_{i,t}) + c_2 \cdot rand(0, 1) \cdot (g\vec{Best}_t - \vec{x}_{i,t}) \quad (1.13)$$

S pomocí vektoru rychlosti je aktualizován vektor pozice každé částice podle vzorce 1.14. Částice je ohodnocena účelovou funkcí a osobní a globální paměť jsou aktualizovány v případě, že je výsledek lepší než ten, který obsahují. Cyklus se opakuje, dokud není vyčerpán počet iterací, který byl nastaven na začátku algoritmu.

$$\vec{x}_{i,t+1} = \vec{x}_{i,t} + \vec{v}_{i,t+1} \quad (1.14)$$

Jednou z pokročilých verzí je algoritmus CLPSO³⁾, který byl vybrán na základě jeho dobrého umístění ve srovnání evolučních algoritmů [14]. Algoritmus má řešit předčasnou konvergenci stávajících variant PSO v době svého vzniku. Toho je docíleno novou strategií učení, při níž jsou nevhodnější vektory p_{best} , nalezené každou částicí, použity k určení rychlosti všech částic roje. Na rozdíl od základního PSO je použit jen jeden parametr faktor učení c . Setrvačnost w se dynamicky mění v průběhu algoritmu. [15]

Prvotní populace je vytvořena ve velikosti $NP \times D$ a ohodnocena účelovou funkcí. Částice jsou inicializovány náhodně v rozsahu spodní a horní hranice prohledávaného prostoru. Nová rychlost částice se vypočítá podle vzorce 1.15, kde parametr w je počítán podle vzorce 1.16. Parametr $ITER$, ve druhém ze vzorců, je počet již provedených iterací a $MAXITER$ je cílový počet iterací, po kterých algoritmus skončí.

$$\vec{v}_{i,t+1} = w \cdot \vec{v}_{i,t} + c \cdot rand(0, 1) \cdot (p\vec{Best}_{f_i(d),t} - \vec{x}_{i,t}) \quad (1.15)$$

³⁾CLPSO – Comprehensive Learning Particle Swarm Optimizer

$$w = \frac{0,9 - (0,9 - 0,4) \cdot ITER}{MAXITER} \quad (1.16)$$

Částice algoritmu CLPSO nepoužívají globální optimum celého roje, jako původní PSO, ale každá částice je schopna využívat $pBest$ ostatních částic. Každá částice má svůj vlastní parametr pravděpodobnosti učení Pc , který je definován vzorcem 1.17. Pokud částice vygeneruje náhodné číslo nižší než Pc , pak převezme složku z $pBest$ jiné částice.

$$Pc_i = 0,05 + 0,45 \cdot \frac{\exp\left(\frac{10 \cdot (i-1)}{NP-1}\right) - 1}{\exp(10) - 1} \quad (1.17)$$

2 Testovací funkce

Jak již bylo zmíněno, pro účely porovnání výkonnosti optimalizačních algoritmů nebo testování nového algoritmu slouží testovací funkce, případně sady testovacích funkcí. Během studia problematiky byla sestavena sada 20 čteně využívaných multimodálních funkcí. Jedná se o funkce, které jsou využívány autory studií k provedení srovnávacích testů [15][19], nebo jsou modifikovány a zařazeny do testovacích sad IEEE CEC. Funkce jsou vyjmenovány v tabulce (Tab. 2.1), jejich matematický zápis je uveden v tabulkách (Tab. 2.2 a 2.3) a průběh funkce je zobrazen na obrázcích (Obr. 2.1 a 2.2). Některé funkce byly upraveny přidáním lineární funkce ke sjednocení prohledávaného prostoru všech funkcí v rozsahu $\langle -100; 100 \rangle$. Také bylo nutné přidat funkci sumy k některým testovacím funkcím, aby byly využitelné pro více než dvě dimenze.

Tab. 2.1 Seznam základních testovacích funkcí

Číslo	Název
1	Bukin Function N. 6 [16]
2	Ackley Function [16]
3	Cross-In-Tray Function [16]
4	Drop-Wave Function [16]
5	Eggholder Function [16]
6	Gramacy & Lee (2012) Function [16]
7	Griewank Function [16]
8	Langermann Function [16]
9	Levy Function [16]
10	Levy Function N. 13 [16]
11	Rastrigin Function [16]
12	Schaffer Function N. 2 [16]
13	Schaffer Function N. 4 [16]
14	Schwefel Function [16]
15	Shubert Function [16]
16	Holder Table Function [16]
17	Michalewicz's Function [16]
18	Sine Envelope Function [7]
19	Himmelblau Function [17]
20	Styblinsky-Tang Function [18]

Dále byly vybrány testovací sady IEEE CEC 2017 [20] a IEEE CEC 2022 [21]. Některé funkce se v testovacích sadách opakují, v těchto sadách jsou ale posunuty a natočeny. Tyto posuny a rotace jsou zvlášť uloženy v textových souborech a před vyhodnocením funkce jsou načteny. Pro všechny tyto operace tedy musí být dostupná data, čímž jsou omezeny testovací sady jen na určitý počet dimenzí.

Konkrétně testovací sada IEEE CEC 2017 dokáže vyhodnocovat vstupní vektory, jejichž délka $\in \{2, 10, 20, 30, 50, 100\}$, přitom ne všechny funkce této sady je možné použít na vstupní vektor délky 2¹⁾. Funkce testovací sady IEEE CEC 2022 jsou definovány pro vstupní vektory, jejichž délka $\in \{2, 10, 20\}$.

Posunutím funkce se rozumí, že jsou načtena data posunutí do vektoru $\vec{O}s$ a tento vektor je odečten od vstupního vektoru tak, že výsledný vektor $\vec{x}_{shift} = \vec{x} - \vec{O}s$. Tím se ve výsledku změní souřadnice optima dané funkce, čímž dojde ke ztížení hledání optimálního řešení. Ukázka v jazyce Python je zobrazena jako zdrojový kód 2.1.

```
1 import numpy as np
2
3 def shiftfunc(x, Os):
4     xshift = np.zeros(len(x))
5     for i in range(len(x)):
6         xshift[i] = x[i] - Os[i]
7     return xshift
```

Zdrojový kód 2.1 Ukázka funkce „posunutí“

Při rotaci je pak načtena matice M typu $D \times D$, kde D je velikost vstupního vektoru \vec{x} , tedy počet prvků v něm. Z toho důvodu je pro každou velikost D vytvořen zvlášť soubor dat a není tak možné použít testovací sadu pro jiné velikosti vstupního vektoru, než které jsou předem definované. Rotace je zde počítána jako $x_{rot}[i] = \sum_{j=1}^D x[j] \cdot M[i][j]$. Jedná se tedy o násobení matic $X_{1 \times D} \cdot M_{D \times D}$. N -tý prvek vektoru \vec{x}_{rot} je skalárním součinem vstupního vektoru \vec{x} s n -tým sloupcem matice M . Ukázka v jazyce Python je zobrazena jako zdrojový kód 2.2. Ze zdrojového kódu je patrné, že se skalární součin matice M provádí po řádcích a rotační matice tak musí být uložena jako transponovaná.

```
1 import numpy as np
2
3 def rotatefunc(x, M):
4     xrot = np.zeros(len(x))
5     for i in range(len(x)):
6         for j in range(len(x)):
7             xrot[i] = xrot[i] + x[j] * M[i][j]
8     return xrot
```

Zdrojový kód 2.2 Ukázka funkce „rotace“

¹⁾Konkrétně nelze použít hybridní funkce hf01 až hf06 a kompozitní funkce cf07 a cf08

Cílem posunutí a rotace funkce je vytvoření funkce s rozdílným průběhem, kde může být složitější hledat optima. Rozdíl mezi základní funkcí Rastrigin a její posunutou a rotovanou verzí je patrný z obrázku (Obr. 2.3).

2.1 Analýza stavebních bloků testovacích funkcí

Analýzou použitých testovacích funkcí byly vybrány základní stavební bloky, ze kterých budou pomocí analytického programování skládány testovací funkce. Způsob, jakým jsou ze stavebních bloků tvořeny nové testovací funkce, je vysvětlen v kapitole č. 4.

Základním stavebním kamenem většiny testovacích funkcí je suma, která sčítá průběžné výsedky funkce pro jednotlivé složky vektoru. V několika případech je místo sumy použit produkt. V případech, kdy je produkt použit, násobí hodnoty založené na součinu goniometrické funkce kosinus s hodnotou ze vstupního vektoru. Tím je zajištěno, že nedochází k násobení příliš vysokých hodnot. Pro účely této práce byla vybrána suma, zejména kvůli nižší náchylnosti k chybám způsobených zaokrouhlováním a tendencí pomalejšího růstu hodnot ve srovnání s produktem.

Dále jsou nejčastějším prvkem, používaným v testovacích funkcích, základní aritmetické operace – sčítání, odčítání, násobení, dělení a s dělením související převrácená hodnota.

V testovacích funkcích se často vyskytují mocniny a odmocniny druhého řádu. Mocniny vyšších řádů jsou méně časté. Například ve funkci **Cross-In-Tray**, která je definována vzorcem uvedeným v tabulce (Tab. 2.2) pod číslem 11, se pak vyskytuje odmocnina 10. řádu, respektive mocnina $n^{0,1}$. Jako stavební bloky tak byly vybrány mocnina druhého řádu a odmocnina druhého řádu ve spojení s absolutní hodnotou $\sqrt{|n|}$. Jako další stavební blok je vybrána samotná absolutní hodnota a kombinace mocniny a odmocniny $\sqrt{x_i^2 + x_{i+1}^2}$.

Ve většině testovacích funkcí jsou použity goniometrické funkce sinus a kosinus. Funkce sinus se vyskytuje i v kombinaci s mocninou druhého řádu a u funkce **Michalewicz's Function**, která je definována vzorcem uvedeným v tabulce (Tab. 2.3) pod číslem 17, dokonce s mocninou 20. řádu. Jako stavební bloky tak byly vybrány $\sin(n)$, $\sin^2(n)$ a $\cos(n)$.

Poslední částí vybraných stavebních bloků jsou konstanty. Často jsou používané konstanty π a e . Dále jsou čteně využívány celočíselné konstanty $k \in \mathbb{N}$ v rozsahu $k \in \langle 1, 50 \rangle$ a desetinné konstanty $k \in \mathbb{Q}$, obvykle v hodnotách 0,5, 0,001 a 0,0001. Jako stavební bloky tak byly vybrány právě konstanty π a e . Dále desetinné konstanty, které mohou nabývat hodnot $(0, 1)$ a celočíselné konstanty, které mohou nabývat hodnot $\langle 1, 100 \rangle$. Každá z číselných konstant bude v jedinci reprezentovat individuální hodnotu.

Tab. 2.2 Seznam základních testovacích funkcí (1/2)

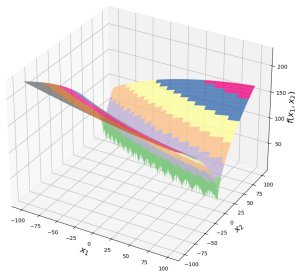
č.	Zápis funkce
1	$f(\vec{x}) = \sum_{i=1}^{D-1} 100 \cdot \sqrt{ x_{i+1} - 0,01(x_i - 10)^2 } + 0,01 \cdot (x_i - 10) + 10 $
2	$f(\vec{x}) = -20 \cdot \exp\left(-0,2 \cdot \sqrt{\frac{1}{D} \cdot \sum_{i=1}^D x_i^2}\right) - \exp\left(\frac{1}{D} \cdot \sum_{i=1}^D \cos(2\pi x_i)\right) + 20 + \exp(1)$
3	$f(\vec{x}) = \sum_{i=1}^{D-1} -0,0001 \cdot \left(\left \sin(x_i) \cdot \sin(x_{i+1}) \cdot \exp\left(\left 100 - \frac{\sqrt{x_i^2 + x_{i+1}^2}}{\pi}\right \right)\right + 1\right)^{0,1}$
4	$f(\vec{x}) = \sum_{i=1}^{D-1} -\frac{1 + \cos(12 \cdot \sqrt{x_i^2 + x_{i+1}^2})}{0,5 \cdot (x_i^2 + x_{i+1}^2) + 2}$
5	$f(\vec{x}) = \sum_{i=1}^{D-1} -(x_{i+1} + 47) \cdot \sin\left(\sqrt{ x_{i+1} + \frac{x_i}{2} + 47 }\right) - x_i \cdot \sin\left(\sqrt{ x_i - (x_{i+1} + 47) }\right)$
6	$f(\vec{x}) = \sum_{i=1}^D \frac{\sin(10\pi x_i)}{2x_i} + (x_i - 1)^4$
7	$f(\vec{x}) = \sum_{i=1}^D \frac{x_i^2}{4000} - \prod_{i=1}^D \cos\left(\frac{x_i}{\sqrt{i}}\right) + 1$
	$\vec{c}_j = (1, 2, 5, 2, 3)$
8	$A_{i,j} = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 2 & 1 & 7 \\ 5 & 2 & 1 & 4 & 9 \end{pmatrix}$ $f(\vec{x}) = \sum_{j=1}^5 c_j \cdot \exp\left(-\frac{\pi}{2} \cdot \sum_{i=1}^D (x_i - A_{i,j})^2\right) \cdot \cos\left(\pi \cdot \sum_{i=1}^D (x_i - A_{i,j})^2\right)$
	$\omega_i = 1 + \frac{x_i - 1}{4}$
9	$\delta = (\omega_D - 1)^2 \cdot [1 + \sin^2(2\pi\omega_D)]$ $f(\vec{x}) = \sin^2(\pi\omega_1) + \delta + \sum_{i=1}^{D-1} (\omega_i - 1)^2 \cdot [1 + 10 \cdot \sin^2(\pi\omega_i + 1)]$
10	$f(\vec{x}) = \sum_{i=1}^{D-1} \sin^2(3\pi x_i) + (x_i - 1)^2 \cdot [1 + \sin^2(3\pi x_{i+1})] + (x_{i+1} - 1)^2 \cdot [1 + \sin^2(2\pi x_{i+1})]$
11	$f(\vec{x}) = 10D + \sum_{i=1}^D (x_i^2 - 10 \cdot \cos(2\pi x_i))$
12	$f(\vec{x}) = \sum_{i=1}^{D-1} 0,5 + \frac{\sin^2(x_i^2 - x_{i+1}^2) - 0,5}{[1 + 0,001 \cdot (x_i^2 + x_{i+1}^2)]^2}$
13	$f(\vec{x}) = \sum_{i=1}^{D-1} 0,5 + \frac{\cos^2(\sin(x_i^2 - x_{i+1}^2)) - 0,5}{[1 + 0,001 \cdot (x_i^2 + x_{i+1}^2)]^2}$
14	$f(\vec{x}) = 418,9829 \cdot D - \sum_{i=1}^D x_i \cdot \sin\left(\sqrt{ x_i }\right)$
15	$f(\vec{x}) = \prod_{i=1}^D \left[\sum_{j=1}^5 j \cdot \cos((j+1) \cdot x_i + j)\right]$
16	$f(\vec{x}) = \sum_{i=1}^D -\left \sin(x_i) \cdot \cos(x_{i+1}) \cdot \exp\left(\left 1 - \frac{\sqrt{x_i^2 + x_{i+1}^2}}{\pi}\right \right)\right $

Tab. 2.3 Seznam základních testovacích funkcí (2/2)

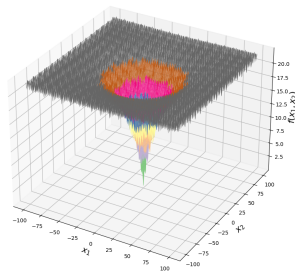
č.	Zápis funkce
17	$f(\vec{x}) = -\sum_{i=1}^D \sin(x_i) \cdot \sin^{20}\left(\frac{i \cdot x_i^2}{\pi}\right)$
18	$f(\vec{x}) = -\sum_{i=1}^{D-1} 0,5 + \frac{\sin^2(\sqrt{x_i^2 + x_{i+1}^2} - 0,5)}{(1 + 0,001 \cdot (x_i^2 + x_{i+1}^2))^2}$
19	$f(\vec{x}) = \sum_{i=1}^{D-1} (x_i^2 + x_{i+1} - 11)^2 + (x_i + x_{i+1}^2 - 7)^2$
20	$f(\vec{x}) = \frac{\sum_{i=1}^D x_i^4 - 16x_i^2 + 5x_i}{2}$

Tab. 2.4 Seznam vybraných operací

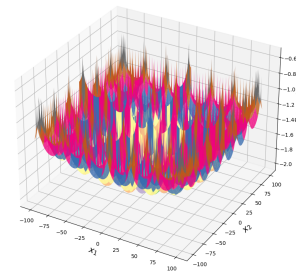
	$\sum_{i=1}^D, x_i, x_{i+1}$
1	x_i
2	x_{i+1}
3	$n + m$
4	$n - m$
5	$n \cdot m$
6	$\frac{n}{m}$
7	$\frac{1}{n}$
8	$ n $
9	n^2
10	$\sin(n)$
11	$\sin^2(n)$
12	$\cos(n)$
13	$\sqrt{ n }$
14	$\sqrt{x_i^2 + x_{i+1}^2}$
15	konstanta e
16	konstanta π
17	konstanta $k \in \mathbb{N}$: $\langle 1, 100 \rangle$
18	konstanta $k \in \mathbb{R}$: $\langle 0, 1 \rangle$



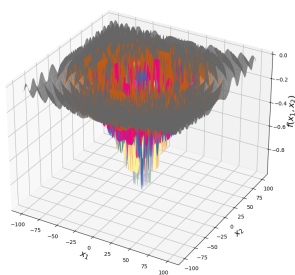
(a) Bukin Function



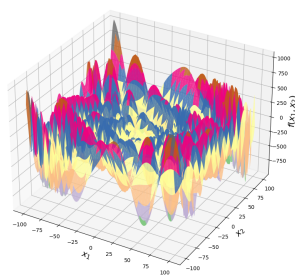
(b) Ackley Function



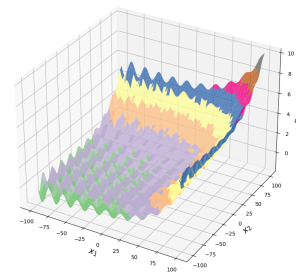
(c) Cross-In-Tray Function



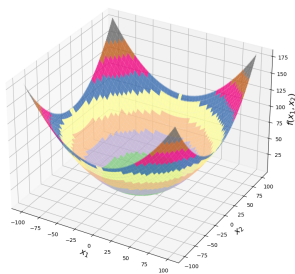
(d) Drop-Wave Function



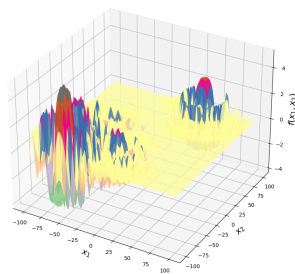
(e) Eggholder Function



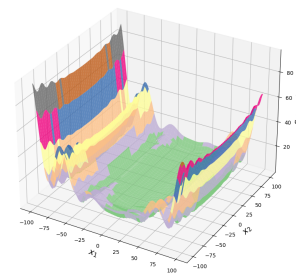
(f) Gramacy & Lee (2012) Function



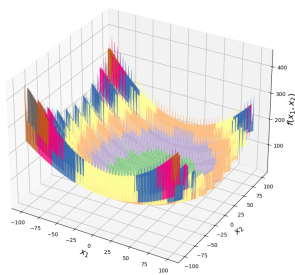
(g) Griewank Function



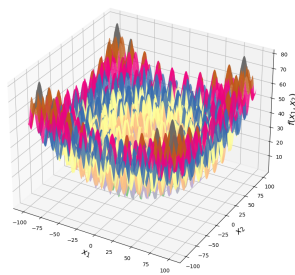
(h) Langermann Function



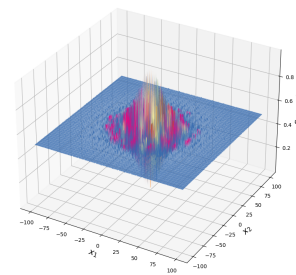
(i) Levy Function



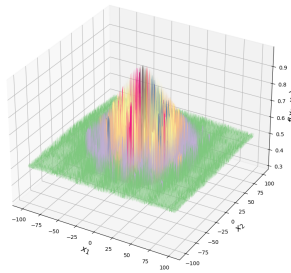
(j) Levy Function N. 13



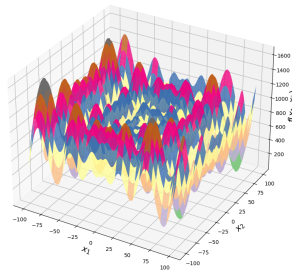
(k) Rastrigin Function



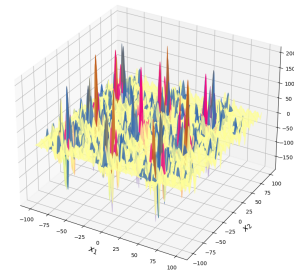
(l) Schaffer Function N. 2



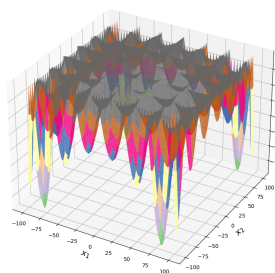
(a) Schaffer Function N. 4



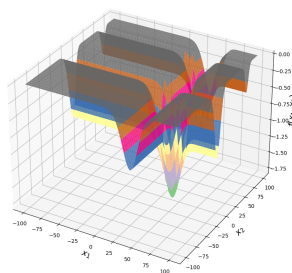
(b) Schwefel Function



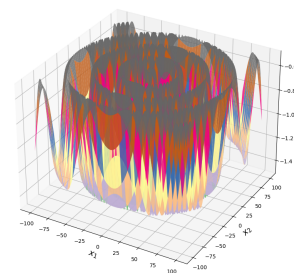
(c) Shubert Function



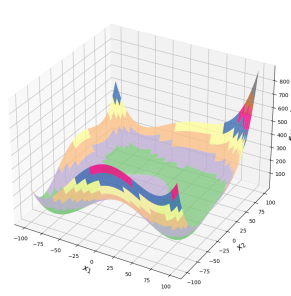
(d) Holder Table Function



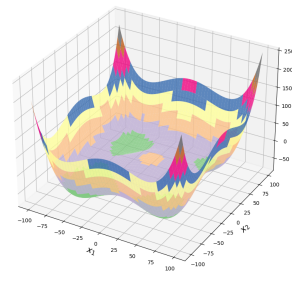
(e) Michalewicz's Function



(f) Sine Envelope Function

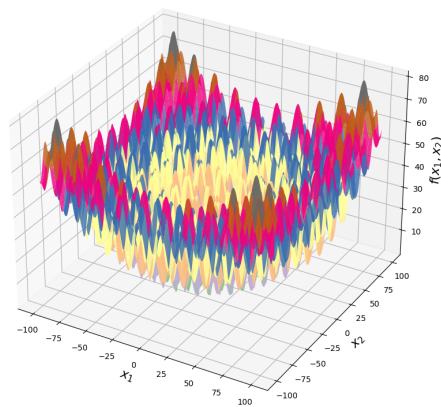


(g) Himmelblau Function

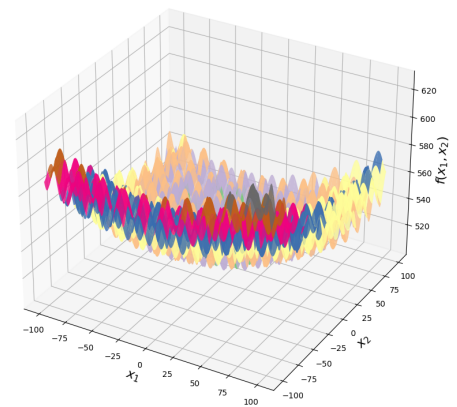


(h) Styblinsky-Tang Function

Obr. 2.2 Průběh základních testovacích funkcí 2/2



(a) Základní funkce



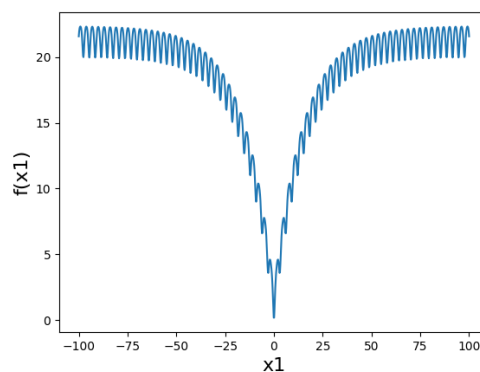
(b) Posunutá a rotovaná funkce

Obr. 2.3 Porovnání základní funkce Rastrigin s posunutou a rotovanou funkcí v sadě IEEE CEC 2017

II. ANALYTICKÁ ČÁST

3 Charakteristiky testovacích funkcí

Každá testovací funkce, reprezentující nějaký optimalizační problém, má svůj vlastní průběh, který je možné zobrazit jako graf. Tento průběh se nazývá „krajina/landscape“. Některé funkce jsou definovány tak, že mohou přijímat vstupní vektor délky 1, hovoříme tedy o $1D$ prostoru. Průběh funkce je možné zobrazit do grafu ve $2D$ prostoru, kde na ose X jsou hodnoty vstupního vektoru a na ose Y je zaznamenána hodnota funkce $f(x)$. Příkladem takové funkce může být například Ackley, jejíž průběh je zobrazen na obrázku (Obr. 3.1).



Obr. 3.1 Průběh funkce Ackley

Většina testovacích funkcí ale vyžaduje minimální délku vstupního vektoru 2, hovoříme pak o $2D$ prostoru. Krajiny takových funkcí je možné zobrazit do grafu ve $3D$ prostoru, kde na osách X a Y jsou hodnoty vstupního vektoru a na ose Z je zaznamenána hodnota funkce $f(x)$. Příkladem takové funkce může být například Rastrigin, která je zobrazena na obrázku (Obr. 2.3).

Vizuální porovnání krajiny funkcí je však poměrně neefektivní a omezené v počtu dimenzí daného problému. Pro strojové porovnání krajiny těchto funkcí slouží Exploratory Landscape Analysis (ELA). ELA zkoumá hodnoty testovací funkce v různých bodech/souřadnicích daných vstupním vektorem a podává informace o určitém vzhladu krajiny. Například zda má více vrcholů, nebo je jeden dominantní, případně zda je plochá a spousta dalších. Pro účely této práce se vzorky bodů určují pomocí LHS¹⁾. Počet vzorků je určen vztahem $n = 50 \times D$, tedy pro $10D$ vstupní vektor se generuje 500 vzorků. To znamená, že celkový prostor je rozdělen na 500 řádků a sloupců. V každém řádku a sloupci je vždy jen jeden prvek [24][25]. Pro analýzu ELA vlastností je použita Python knihovna pflacco, což je adaptace původní knihovny flacco, napsané pro jazyk R.

¹⁾LHS – Latin Hypercube sampling

3.1 Prostor problémů

Každá testovací neboli účelová funkce vyjadřuje jeden konkrétní optimalizační problém. Prostor všech možných problémů je nekonečný. Aby bylo možné prostor problémů definovat, je nejdříve nutné určit, jakým způsobem budou jednotlivé problémy v tomto prostoru umístěny. Toho je docíleno analýzou krajiny testovací funkce. Tím jsou zjištěny různé vlastnosti krajiny testovací funkce jako numerické hodnoty, které je možné použít jako souřadnice v prostoru problémů. Každá zjištěná vlastnost definuje jednu dimenzi hyperprostoru. [22][23]

Garden a Engelbrecht [22] ve své práci „Analysis and Classification of Optimisation Benchmark Functions and Benchmark Suites“, publikované v roce 2014, definují prostor problémů podle 9 měřitelných vlastností testovacích funkcí.

Oddělitelnost (*Separability*), která udává, zda je funkci možné nahradit součtem jedné nebo více funkcí. Tato vlastnost nabývá hodnot 0, kdy nelze funkci takto nahradit, nebo 1, pokud to možné je.

Jako druhá dimenze je použita **FEM**²⁾. Ta se počítá z výsledných hodnot testovací funkce, které jsou získány algoritmem **random walk**. Tyto body se seskupují do objektů sestávajících ze 3 bodů. Dle těchto se určuje, zda je tento objekt neutrální (body mají stejnou hodnotu fitness s definovanou přesností ϵ), hladký (body mají rostoucí, nebo klesající hodnotu fitness), nebo členitý (body mají rostoucí i klesající hodnotu fitness). Výsledná hodnota tohoto parametru je v rozsahu $\langle 0, 1 \rangle$, kde 0 znamená, že krajina je plochá a 1 značí krajinu členitou. [26]

Jako třetí dimenze je vypočítán **rozptyl** (*Dispersion*), který popisuje globální strukturu funkce. Tato míra je používána i v **ELA**. Metrika udává, zda je krajina funkce složena z jednoho trychtýře, který se skládá z více lokálních optim a je charakterizována jako unimodální, nebo se skládá z více trychtýřů a je charakterizována jako multimodální. Pokud je výsledná hodnota této metriky kladná, znamená to, že funkce je multimodální. [27]

Čtvrtou a pátou dimenzi reprezentuje **gradient**, kde se za pomoci algoritmu **random walk** získávají fitness hodnoty testovací funkce a je vypočítán sklon mezi každými dvěma sousedními body. Následně je spočítán aritmetický průměr jednotlivých gradientů a směrodatná odchylka. [19]

Šestá dimenze je reprezentována mírou **FDC**³⁾, která udává korelaci mezi nalezeným řešením a nejbližším optimem. Výsledná hodnota je v rozsahu $\langle -1, 1 \rangle$, kde vyšší hodnota reprezentuje lepší korelaci mezi vzdáleností nalezeného a skutečného optima. [28]

²⁾FEM – First Entropic Measure

³⁾FDC – Fitness-Distance Correlation

Sedmá dimenze zahrnuje metriku IL⁴). Zde je vytvořena matice obsahující vzájemné porovnání mezi hodnotami fitness ve vzorku, který byl náhodně vybrán. Jednotlivé prvky matice pak mohou obsahovat hodnoty 0, 0,5 a 1, podle toho, zda je fitness hodnota prvku na daném řádku větší, stejná, nebo menší než fitness hodnota prvku v daném sloupci. Z matice je vytvořen vektor, ve kterém jsou ignorovány prvky na diagonále, spodní polovina matice a řádek a sloupec optima. Stejným postupem je vytvořen vektor pomocí funkce `Sphere`, která ale musí být posunutá, aby její optimum odpovídalo optimu měřené funkce. Nakonec je vypočítána vzdálenost těchto dvou vektorů a výsledná hodnota poskytuje informaci o obtížnosti hledání optima u této testovací funkce. Může nabývat hodnot v rozsahu $\langle 0, 1 \rangle$, kde 0 reprezentuje snadné prohledávání a 1 reprezentuje prohledávání náročné. [29]

Poslední dvě dimenze reprezentuje FCL⁵). Nejdříve je vybrán vzorek bodů reprezentujících rodiče. Po dvou iteracích algoritmu PSO proběhne porovnání potomků vůči původnímu vzorku. Výslednou hodnotou metriky je poměr potomků, u kterých se podařilo zlepšit hodnotu fitness. Metrika může nabývat hodnot v rozsahu $\langle 0, 1 \rangle$. [30][31]

U těchto metrik nejsou příliš velké rozdíly na škále jejich hodnot, proto se autoři rozhodli hodnoty nenormalizovat. Pomocí umělé neuronové sítě SOM⁶) se 125 neuronů zredukovali dimenzionalitu prostoru problémů z $9D$ do $2D$. Pro tento experiment bylo použito 125 testovacích funkcí, které vyhodnocovaly $10D$ vstupní vektory. Každá zjišťovaná vlastnost byla u každé funkce spočítána $30\times$ kvůli stochastické povaze výpočtů.

Důležitým zjištěním uvedené práce je, že část prostoru problémů je nedostatečně pokrytá. Například 10 funkcí sady IEEE CEC 2005 má měřené charakteristiky natolik podobné, že jsou obsaženy pouze v jednom shluku. Dále bylo zjištěno, že funkce sady BBOB 2009 pokrývají větší část prostoru než IEEE CEC 2005.

Lang a Engelbrecht [23] ve své práci „An Exploratory Landscape Analysis-Based Benchmark Suite“, publikované v roce 2021, definují prostor problémů pomocí 32 metrik zjišťovaných pomocí ELA. Tato analýza byla vybrána, protože nevyžaduje další vyhodnocování testovacích funkcí, než to, které je provedeno na základě počátečního vzorku vybraného metodou LHS. Dále pak tato analýza nevyžaduje znalost definice testovací funkce a je vhodná pro optimalizační problém typu `black box`.

Jednotlivé metriky ELA byly vybrány na základě analýzy vzájemné korelace mezi ostatními metrikami. Výsledný soubor vybraných metrik reprezentuje unikátní vlastnosti testovacích funkcí. Vyřazeny jsou metriky poskytující redundantní data.

Autoři vybrali analýzu rozptylu (*Dispersion*), který byl použit i ve dříve uvedené studii. Z analýzy rozptylu jsou použity metriky `ratio_mean_02` a `diff_mean_02`, které

⁴IL – Information Landscape

⁵FCL – Fitness Cloud Index

⁶SOM – Self Organizing Maps

udávají poměr středních hodnot a rozdíl středních hodnot vzdáleností nejlepších prvků k ostatním prvkům. Jako nejlepší prvky jsou vybrány 2% prvků na základě hodnoty *fitness*.

Přímo ze základních měř ELA [32] byl vybrán *Meta-Model*. Zde jsou vytvořeny lineární a kvadratické modely s jednoduchými interakcemi a bez nich. Získány jsou hodnoty `lin_simple.coef.min` a `lin_simple.coef.max_by_min`, které udávají nejmenší absolutní koeficient lineárního modelu a poměr mezi největším a nejmenším koeficientem. Dále pak `lin_w_interact.adj_r2`, `quad_simple.adj_r2` a `quad_w_interact.adj_r2`, které udávají koeficient determinace R^2 lineárního modelu s interakcemi a kvadratického modelu s interakcemi a bez nich. Nakonec pak `quad_simple.cond` udává poměr největšího a nejmenšího koeficientu kvadratického modelu bez interakcí.

Dále z ELA byla použita analýza *Levelset*, při které se počáteční vzorek rozděluje do dvou skupin a poté se měří výkonnost více klasifikačních algoritmů. Pro rozdělení do skupin slouží kvantily 0, 1; 0, 25; 0, 5. Jako klasifikační algoritmy zde slouží LDA⁷⁾, QDA⁸⁾ a MDA⁹⁾. Výsledkem jsou hodnoty pro každý z algoritmů a každý z uvedených percentilů. Střední hodnoty chyb každé dvojice (algoritmus, percentil) jsou pak výstupem vlastnosti `mmce`.

Poslední míra použitá z ELA je *y-Distribution*, které uvádí, jak moc je povrch funkce šikmý `skewness`, jak moc je špičatý `kurtosis` a odhaduje počet vrcholů `number_of_peaks` na základě statistické metody Gaussovského odhadu hustoty jádra.

Další vybranou metrikou je *Information Content of Fitness Sequences*, která kvantifikuje změny *fitness* hodnot mezi sousedními body ve spojitém prostoru. Podle typu změny nahrazuje hodnoty pomocí symbolů, které jsou po dvou shlukovány do bloků. Informační obsah je odvozen z pozorovaných pravděpodobností bloků, které jsou složeny ze dvou různých symbolů. V práci je použita hodnota H_{max} , která reprezentuje maximální informační obsah. To znamená, že pokud je hodnota H_{max} vyšší, je krajina testovací funkce členitější. Dále je použita hodnota M_0 , která reprezentuje *initial partial information* a udává hladkost krajiny. [33]

Metrika NBC¹⁰⁾, která na základě srovnání nejbližšího sousedního prvku a nejbližšího sousedního prvku s lepší hodnotou *fitness* počítá jednotlivé vlastnosti. První použitou vlastností je `nn_nb.sd_ratio`, která udává poměr standardních odchylek na základě vzdáleností mezi nejbližšími sousedy a nejbližšími sousedy s lepší hodnotou *fitness*. Druhou vlastností je `nn_nb.cor`, která určuje hodnotu korelace mezi vzdáleností nejbližších sousedů a nejbližších sousedů s lepší hodnotou *fitness* na základě Pearsonova korelač-

⁷⁾LDA – Linear discriminant analysis

⁸⁾QDA – Quadratic discriminant analysis

⁹⁾MDA – Mixture discriminant analysis

¹⁰⁾NBC – Nearest-Better Clustering

ního koeficientu. Třetí vlastností je `dist_ratio.coeff_var`, což je variační koeficient poměrů vzdáleností, a poslední `nb_fitness.cor`, která udává korelaci mezi hodnotou fitness a počtem pozorování na základě Pearsonova korelačního koeficientu. [34]

Posledními použitými vlastnostmi jsou metriky zjištěné PCA [35], která je postupně naučena na jednotlivé sady dat a následně se zjišťuje poměr vysvětlitelné variance pro první hlavní složku. V tomto případě jsou používána data získaná sloučením dat vzorků prohledávaného prostoru a dat odpovídajících hodnot fitness. V případě parametru `expl_var.cov_init` je zjištěn podíl vysvětleného rozptylu při aplikaci PCA na kovariační matici sloučených dat. V případě parametrů `expl_var_PC1.cov_init` a `expl_var_PC1.cor_init` je zjištěn podíl rozptylu, který je závislý na první hlavní složce při aplikaci PCA na kovariační a korelační matici sloučených dat.

V uvedené práci bylo použito celkem 340 funkcí, z nichž se zjišťovaly výše uvedené vlastnosti. Vzhledem ke stochastické povaze výpočtů bylo každé měření provedeno $30\times$, čímž vznikla datová sada čítající 10 200 záznamů o velikosti $32D$. Aby se zabránilo dominanci některých vlastností, byly všechny hodnoty normalizovány a pomocí umělé neuronové sítě SOM došlo k redukci dimenzionality ze $32D$ na $2D$, aby bylo možné prostor problémů zobrazit. Dále pak zkoumali míru zastoupení sad testovacích funkcí v jednotlivých shlucích, a tak míru pokrytí prostoru problémů, kdy zjistili, že žádná z testovacích sad nemá současně zastoupení ve všech shlucích prostoru problémů.

3.2 Vlastní prostor problémů

Pro účely této práce bylo vybráno 27 metrik ELA, které jsou vyjmenovány v tabulce (Tab. 3.1). Výběr metrik je inspirován prací Langa a Engelbrechta [23] s přihlédnutím k možnostem knihovny `pflacco`, která byla v rámci této práce použita vzhledem k tomu, že je vytvořena v jazyce Python. V době zpracování této práce není v knihovně `pflacco` implementována analýza MDA, čímž bylo vyřazeno 5 metrik, které byly použity v původní práci. Autoři zmiňované studie provedli analýzu na základě MIC¹¹⁾, která zachycuje míru asociace mezi dvěma metrikami. Míra je vyjádřena hodnotou v rozsahu $\langle 0, 1 \rangle$, kdy hodnota 1 znamená, že jedna metrika dobře vysvětluje druhou, a ta je tak považována za redundantní.

Z obrázku (Obr. 3.2) je patrné, že není možné metriky využívající MDA nahradit jinými, které by je byly schopné vysvětlit. V tomto případě by v úvahu přicházela pouze jediná metrika `ela_meta.lin_simple.intercept`, která je ale v obdobné míře asociována i s ostatními metrikami.

Pro prvotní analýzu byly použity funkce popsané v kapitole 2. Jedná se o 50 testovacích funkcí. Délka vstupních vektorů, a tedy dimenzionalita testovacích funkcí,

¹¹⁾MIC – Maximal Information Coefficient

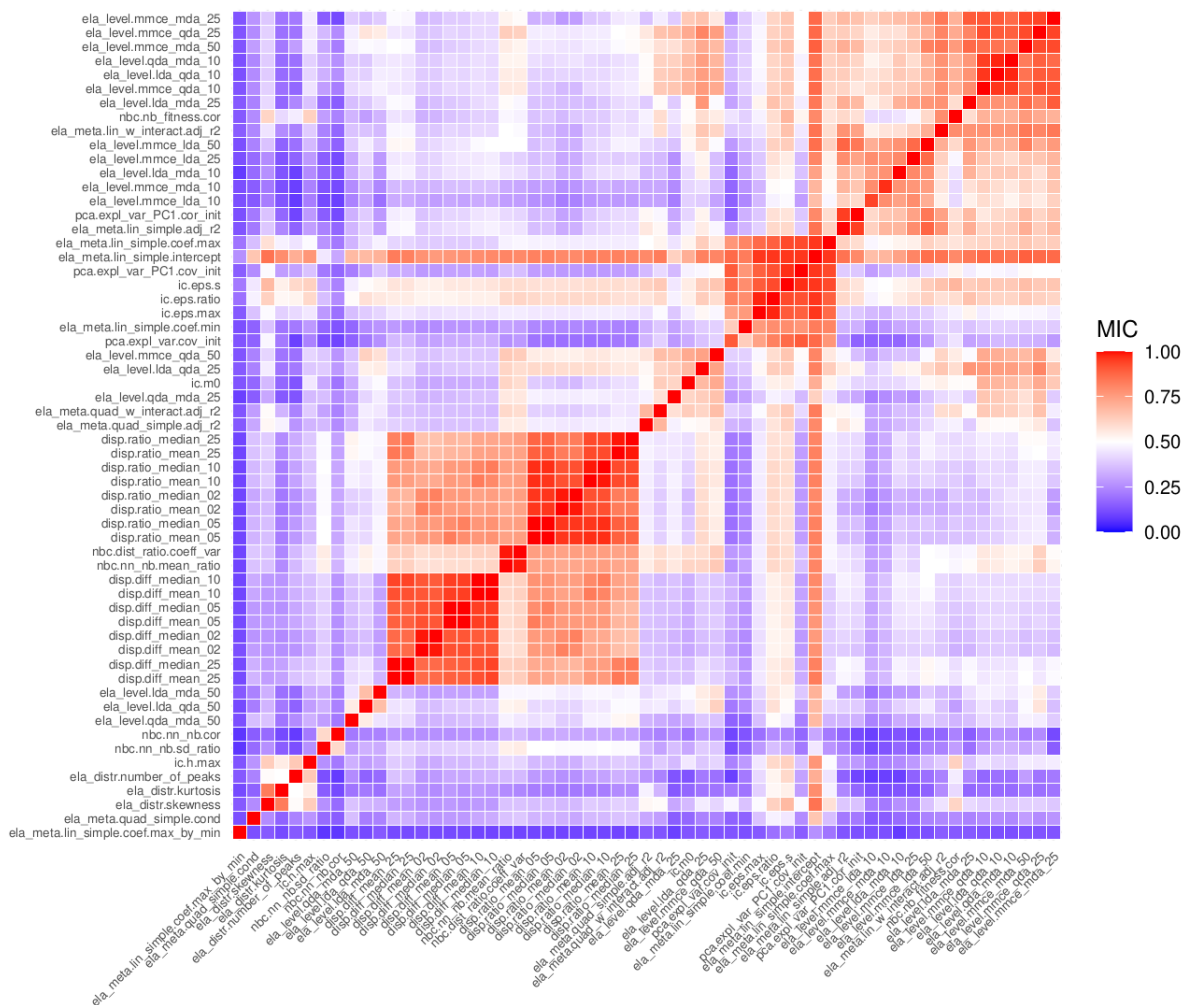
Tab. 3.1 Seznam ELA vlastností

pflacco.classical_ela_features	Vybrané vlastnosti
calculate_dispersion	disp.ratio_mean_02 disp.diff_mean_02
calculate_ela_meta	ela_meta.lin_simple.coef.min ela_meta.lin_simple.coef.max_by_min ela_meta.lin_w_interact.adj_r2 ela_meta.quad_simple.adj_r2 ela_meta.quad_simple.cond ela_meta.quad_w_interact.adj_r2
calculate_ela_level	ela_level.mmce_lda_10 ela_level.lda_qda_10 ela_level.mmce_lda_25 ela_level.lda_qda_25 ela_level.mmce_lda_50 ela_level.mmce_qda_50 ela_level.lda_qda_50
calculate_ela_distribution	ela_distr.skewness ela_distr.kurtosis ela_distr.number_of_peaks
calculate_information_content	ic.h_max ic.m0
calculate_nbc	nn_nb.sd_ratio nn_nb.cor dist_ratio.coeff_var nb_fitness.cor
calculate_pca	pca.expl_var.cov_init pca.expl_var_PC1.cov_init pca.expl_var_PC1.cor_init

byla s ohledem na omezení testovacích sad stanovena na 10, která je pro všechny sady společná. Vzorkování bylo provedeno metodou LHS a z důvodu stochastické povahy získávání informací pomocí ELA a samotného vzorkování LHS, byly výpočty každé funkce opakovány 30×. Při každé iteraci byl pro všechny testovací funkce použit stejný soubor vzorkovacích dat. Získána tak byla data čítající 1 500 vzorků ve 27D prostoru problémů. Aby se zamezilo případné dominanci některých vlastností, byly všechny hodnoty normalizovány pomocí třídy `StandardScaler` knihovny `scikit-learn`. Pro vykreslení 27D prostoru problémů byly dimenze redukovány algoritmem `t-distributed Stochastic Neighbor Embedding` (t-SNE) do 2D.

Algoritmus t-SNE dokáže zobrazit nD ¹²⁾ data (kde $n > 3$) do 2D nebo 3D. t-SNE se snaží zachovat podobnost mezi prvky v původním nD prostoru při redukci dimenziona-

¹²⁾Pojmem nD jsou myšlena n -dimenzionální data



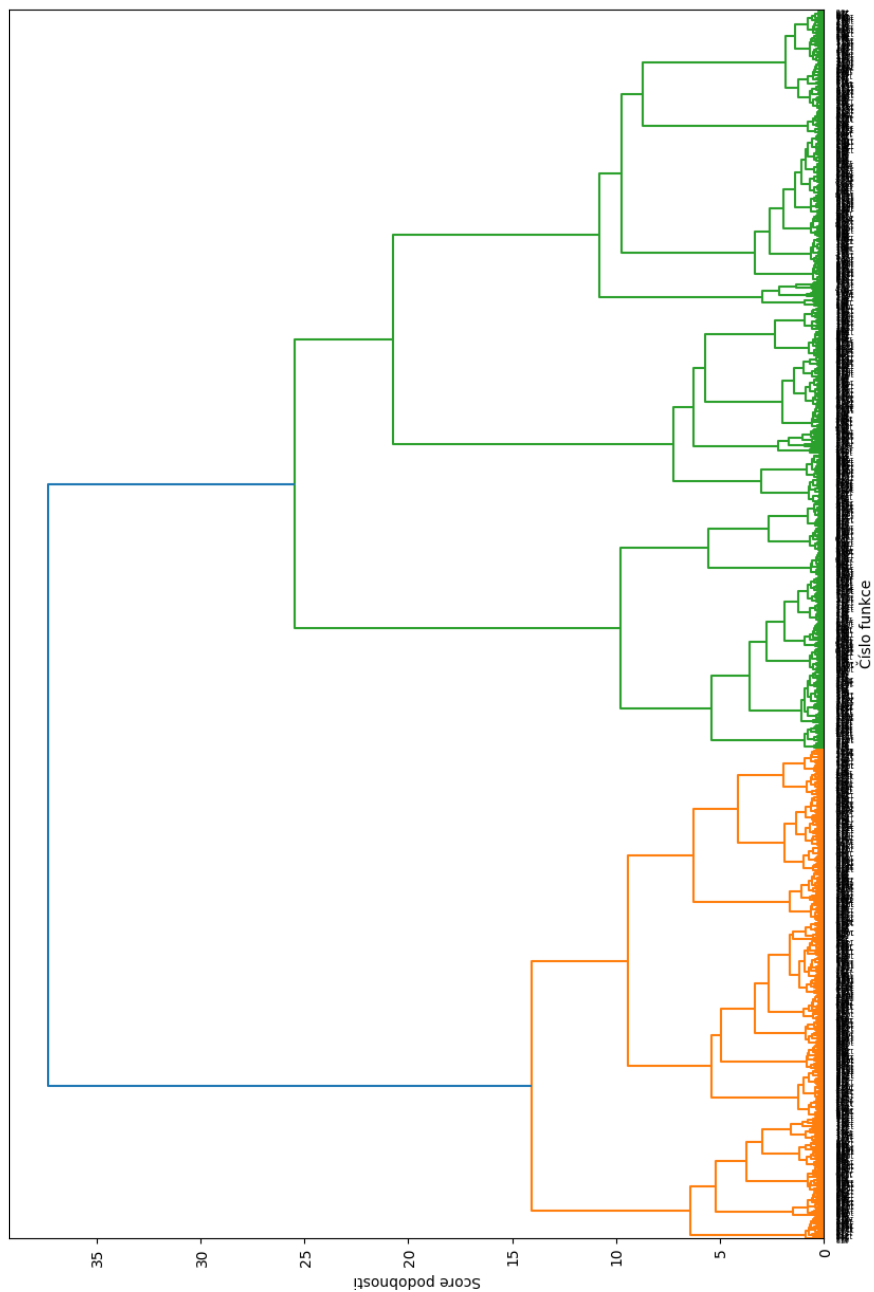
Obr. 3.2 Měření asociace mezi různými metrikami (skóre MIC), převzato z [23]

lity. Algoritmus vypočítá distribuci pravděpodobnosti, která popisuje podobnost mezi páry bodů v původním prostoru, a do $2D$ nebo $3D$ prostoru umístí prvky náhodně podle této distribuce. Metodou gradientního sestupu se snaží minimalizovat rozdíly v zobrazení bodů mezi těmito dvěma prostory. [36]

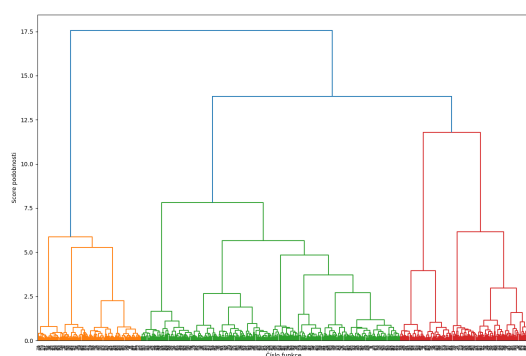
Redukcí dimenzionality pomocí algoritmu t -SNE dochází ke zkrácení celého prostoru a vzdálenost mezi jednotlivými body není lineárně škálovaná, stejně tak vzdálenost mezi shluky, které vznikly. Výsledek redukce dimenzionality je závislý na parametrech **Perplexity** a **Steps** [37]. Parametr **Perplexity** udává odhad maximálního počtu blízkých sousedů, ti jsou bráni v úvahu během optimalizace výstupního prostoru. Doporučená hodnota je v rozsahu $\langle 5; 50 \rangle$ [36]. Parametr **Steps** udává počet iterací, při kterých jsou polohy bodů v redukované dimenzi provedeny. Pro redukci je použita třída TSNE knihovny `scikit-learn`. Po provedení několika pokusů na zkušebních datech byly pro algoritmus t -SNE stanoveny hodnoty **Perplexity** na 30 a **Steps**, který je v použité knihovně reprezentován parametrem `n_iter`, byl ponechán na výchozí hodnotě 1000.

Pro ověření, zda ke shlukování skutečně dochází a nejsou data získaná díky t -SNE jen chybně interpretována, je provedena analýza hierarchického shlukování pomocí funkce `linkage`, obsažené v knihovně `scikit-learn`. Měření Euklidovské vzdálenosti a Wardovi vazby jsou výsledné hodnoty zaneseny do dendogramu (Obr. 3.3). Analýza hierarchického shlukování jednotlivých sad testovacích funkcí je zobrazena na obrázku (Obr. 3.4).

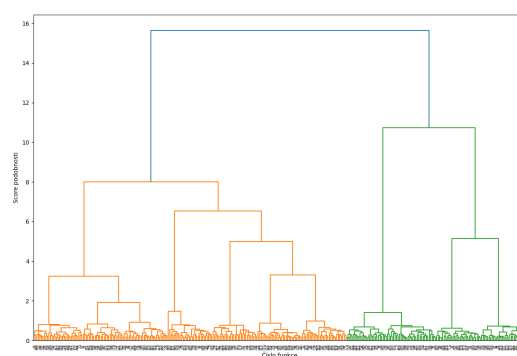
Na obrázku (Obr. 3.5) je prezentován výsledek redukce dimenzionality škálovaných ELA vlastností všech sad testovacích funkcí algoritmem t -SNE. Z obrázku je patrné, že některé testovací funkce jsou si z pohledu jejich ELA vlastností podobné a vytvářejí shluky. Dále je patrné, že některé funkce sady CEC 2017 a CEC 2022 jsou si vzájemně podobné a tvoří shluky v levé části a uprostřed. Sada vlastních funkcí, označená jako `Custom functions`, vytváří shluky převážně v pravé části grafu. Pro lepší vizualizaci jsou na obrázku (Obr. 3.6) zvýrazněny samostatně jednotlivé testovací sady. Každá samostatná funkce je reprezentována shlukem 30 bodů.



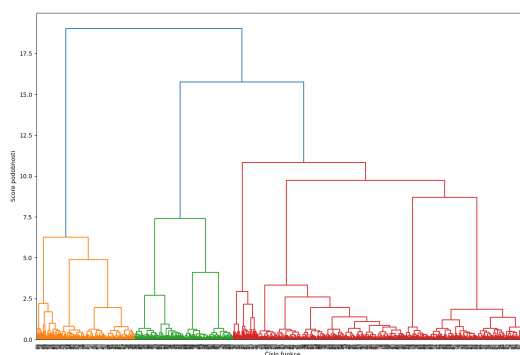
Obr. 3.3 Dendrogram shlukové analýzy normalizovaných vektorů pro všechny funkce 10D



(a) IEEE CEC 2017

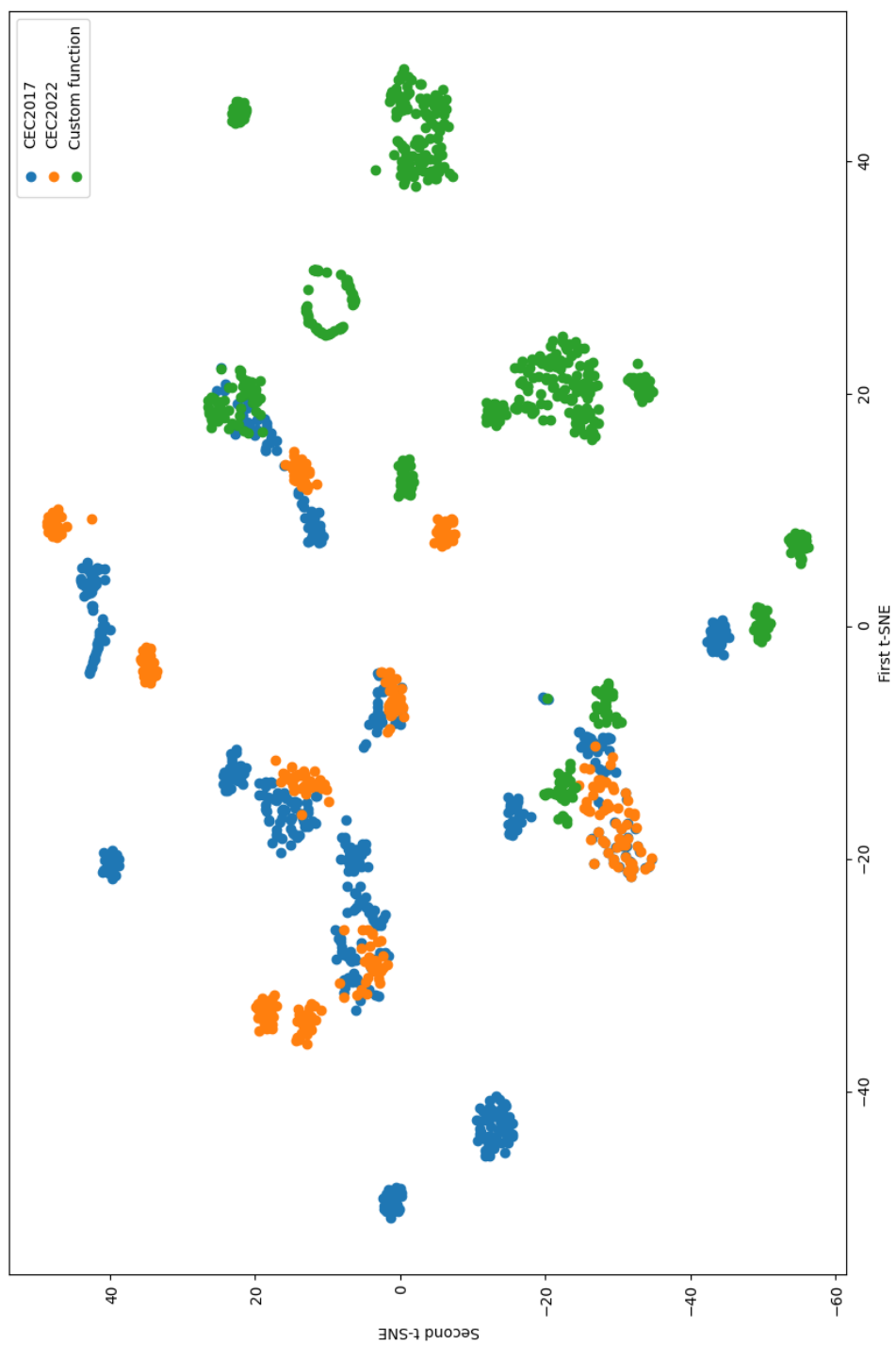


(b) IEEE CEC 2022

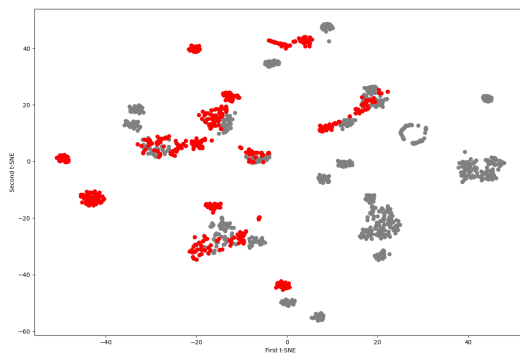


(c) Vlastní

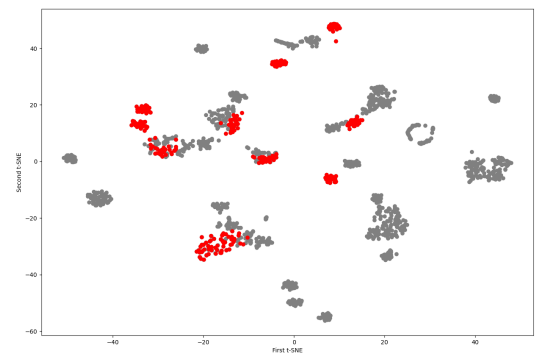
Obr. 3.4 Dendrogram shlukové analýzy normalizovaných vektorů pro jednotlivé funkce 10D



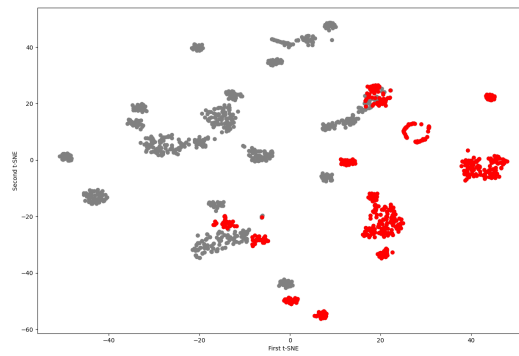
Obr. 3.5 Promítnutí výsledných vektorů do grafu pomocí t-SNE pro funkce 10D



(a) IEEE CEC 2017



(b) IEEE CEC 2022



(c) Custom functions

Obr. 3.6 Promítnutí výsledných vektorů do grafu pomocí t -SNE pro funkce $10D$

4 Možnosti tvorby funkcí

Pro strojovou syntézu matematických funkcí nebo programů je obvyklé použít symbolickou **regresi**. Symbolická regrese neřeší problém numerickým přístupem, ale na úrovni symbolů. Tyto symboly jsou základními stavebními bloky, ze kterých jsou určitým způsobem vytvářeny komplexní celky. Symbolická regrese má spoustu praktických využití. Jak bylo zmíněno, je možné ji využít k sestavení programů nebo matematických funkcí, je také možné pomoci ní řešit inženýrské problémy, jako návrh a optimalizace elektronického obvodu nebo návrh konstrukce. Prakticky všude, kde je možnost reprezentace řadou symbolů, je symbolická regrese využitelná. [7]

Podle stanoveného účelu jsou vybrány stavební bloky. V kontextu této práce tak mohou být stavebními bloky matematické operátory, goniometrické funkce, matematické výrazy, konstanty a proměnné. Komplexním celkem je pak syntetizovaná testovací funkce.

Mezi nejznámější algoritmy využívající symbolickou regresi patří **Genetické programování** a **Gramatická evoluce**. [7] Pro účely této práce byl vybrán algoritmus **Analytické programování**.

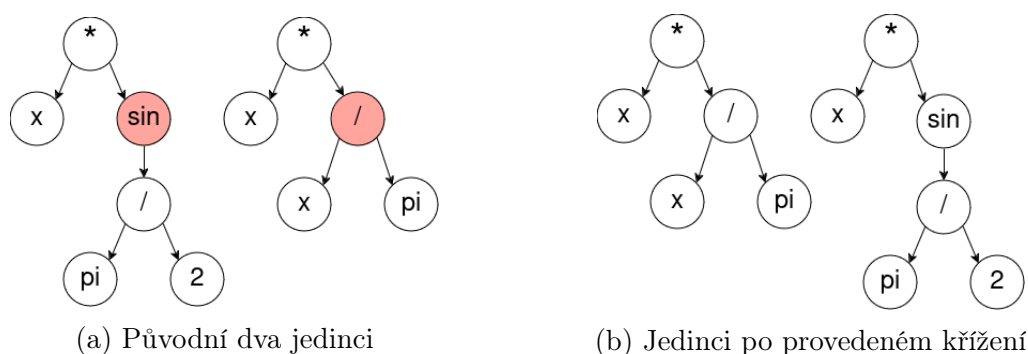
4.1 Genetické programování

Algoritmus **Genetického programování (GP)**¹⁾ byl navržen pro jazyk LISP, který dokáže pracovat se symbolickými výrazy. Tělo jedince je tak reprezentováno funkcí v tomto jazyce. Jedinec je reprezentován stromovou strukturou. Každý parametr jedince se nazývá gen. Tito jedinci jsou tedy stavebními bloky algoritmu a mohou to být generické funkce jazyka LISP, nebo vlastní, uživatelem vytvořené objekty. Tělo jedince je tvořeno stromovou strukturou a každý gen se tak větví podle toho, kolik přijímá argumentů. Kořenem stromu je operace, která se provádí jako první. Vyhodnocení takto reprezentované funkce je průchod stromem do hloubky. [7]

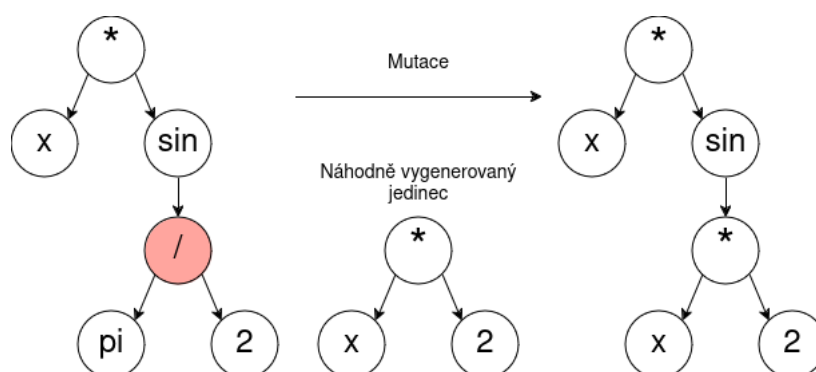
Jako u genetických algoritmů zde probíhají operace **křížení** a **mutace**. Jako první probíhá proces **křížení**, kde jsou vybráni dva jedinci z populace a vybere se jeden gen jako bod křížení. Tento gen je u obou stromů zároveň podstromem, pokud není listem stromu. Tyto dva geny se vzájemně vymění, tedy i s případnými podstromy. Proces **křížení** je znázorněn na obrázku (Obr. 4.1). Na levém obrázku jsou znázorněny geny určené ke křížení a na pravém obrázku výslední jedinci.

Proces **mutace** probíhá obdobně. Je vybrán gen jedince, který reprezentuje podstrom a celý tento podstrom je nahrazen jiným, náhodně vygenerovaným podstromem. Proces je znázorněn na obrázku (Obr. 4.2).

¹⁾GP – Genetic Programming



Obr. 4.1 Křížení v algoritmu Genetické programování



Obr. 4.2 Proces mutace v algoritmu Genetické programování

Původní algoritmus a algoritmy z něj vycházející, které pracují přímo se stromy, jsou nazývány jako „vanilla GP“. Existují také moderní algoritmy, založené na GP, které, kromě manipulace se stromy, mají i jiné vlastnosti. Například vícegenové genetické programování, které je rychlejší a přesnější než původní algoritmus GP [38].

4.2 Gramatická evoluce

V algoritmu Gramatická evoluce (GE)²⁾ jsou generované funkce nebo programy zapisovány do takzvaných kodonů. Ty jsou uloženy jako řada celočíselných hodnot a mají lineární strukturu. Tato čísla jsou pomocí bezkontextové gramatiky, zapsané jako BNF³⁾, převáděna do výsledného programu. Gramatikou je myšlena čtveřice $G = \{N, T, P, S\}$, kde symbol N značí konečnou množinu neterminálních symbolů, symbol T značí konečnou množinu terminálních symbolů, symbol P značí množinu přepisovacích pravidel a symbol S je počáteční symbol, který je součástí množiny N , tedy neterminálních symbolů. Množiny N a T jsou disjunktní.

Právě použití bezkontextové gramatiky umožňuje z celočíselných hodnot vytvá-

²⁾GE – Gramatical Evolution

³⁾BNF – Backus-Naur form

řet platné struktury. Forma, v jaké jsou data uložena v kodonech, je nazývána jako **genotyp**. Po převodu, aplikací pravidel gramatiky, vznikne **fenotyp**. Ten je závislý na kontextu, kde byla hodnota kodonu přečtena. Genotypy jsou převáděny na fenotypy operací MOD nad množinami terminálních a neterminálních symbolů podle toho, jaký symbol je v daném kontextu momentálně očekáván. Terminálními symboly jsou chápány symboly, které se dále již nenahrazují. Neterminální symboly je pak možné chápat jako „proměnné“, které definují, z jaké množiny symbolů mají být nahrazeny. Podle definice prepisovacích pravidel mohou být neterminály nahrazovány terminály i neterminály.

Pokud při čtení sekvence kodonů dojde ke konci a program ještě není kompletní (všechny neterminály ještě nebyly nahrazeny), pokračuje čtení od začátku sekvence kodonů. Převod končí ve chvíli, kdy jsou všechny neterminály nahrazeny pomocí terminálních symbolů.

Při aplikaci **křížení**, které je obvyklé u genetických algoritmů, není zohledňován fenotyp jednotlivých genů. Gen, který určuje například konstantu, by v novém kontextu mohl vyjadřovat například goniometrickou funkci. Aby tomu bylo zabráněno, je možné označit geny párovými značkami, které budou určovat začátek a konec bloku genů, který symbolizuje celý podstrom. Pokud pak dojde k výměně těchto bloků při křížení, zůstane kontext, a tedy i fenotyp jednotlivých genů, zachován. [7]

4.3 Analytické programování

Analytického programování (AP) lze chápat jako nástroj, který umožňuje dalším evolučním algoritmům pracovat se symbolickou regresí. Algoritmus využívá DSH⁴⁾, kterým je řada čísel transformována do symbolických struktur. Tento proces je označován jako mapování na program. Program je ohodnocen účelovou funkcí a hodnota je předána zvolenému evolučnímu algoritmu. Jedinec populace je tedy reprezenován řadou čísel o velikosti D a celá populace je matice o velikosti $NP \times D$. Populace je generována a šlechtěna již v rámci uživatelem zvoleného evolučního algoritmu a má definovanou horní a dolní hranici pro všechny prvky jedince. [7][39]

Hlavní součástí AP je DSH. Je to metoda, kterou jsou jednotlivé prvky jedince převáděny na indexy, které jsou celočíselné. Index pak určuje prvek, který bude vybrán z diskrétní množiny symbolů GFS ⁵⁾. Tato množina obsahuje hierarchicky uspořádané podmnožiny symbolů. Tyto podmnožiny jsou indexovány od 0 podle toho, kolik argumentů symboly v nich vyžadují. Podmnožina GFS_0 obsahuje pouze terminály, tedy symboly, které nevyžadují žádný další argument. Patří sem konstanty a nezávislé pro-

⁴⁾DSH – Discrete set handling

⁵⁾GFS – General Functional Set

měnné. Podmnožina GFS_1 pak obsahuje funkce, které přijímají 1 argument, například absolutní hodnota nebo goniometrické funkce. Podmnožiny GFS_i , kde i je číslo vyšší než jedna, obsahují funkce, které přijímají i argumentů. V takovém případě jsou dané funkci přidávány argumenty zleva doprava. Množina GFS_{all} je pak sjednocením množin $GFS_0 \cup GFS_1 \cup \dots \cup GFS_i$. [7]

Konstanty, které jsou součástí množiny GFS_0 , mohou být mapovány na své hodnoty více způsoby. V původní práci [39] byly testovány tři způsoby a podle použité metody byly pojmenovány verze AP. Ve verzi AP_{basic} jsou všechny konstanty přidány do podmnožiny GFS_0 . Problém je, že podle počtu přidávaných konstant rapidně roste počet možných generovatelných programů, a tak i prohledávaný prostor. V dalších dvou verzích jsou proto konstanty nahrazeny jediným symbolem K v množině GFS_0 a podle pořadí jim jsou přiřazovány hodnoty. Ve verzi AP_{meta} jsou konstanty šlechtěny dalším evolučním algoritmem, proto je verze nazývána jako AP s metaevolucí. Ve třetí verzi, nazvané jako AP_{nf} , se pro odhad konstant používají nástroje `non-linear fitting`. Poslední dvě metody však mohou být časově velmi náročné.

Pro účely této práce byla vybrána metoda AP s rozšířeným jedincem [40]. V tomto přístupu je jedinec populace rozšířen o prostor pro konstanty, které se pak pro symbol K postupně dosazují. Evoluce se pak účastní celý jedinec, včetně prostoru pro konstanty. Velikost jedince je dána součtem $D = l + k$, kde l je délka prostoru pro program a k je rozšíření pro konstanty. Hodnota k je dána vztahem 4.1, kde parametr `max_arg` je nejvyšší číslo indexu GFS_i v množině GFS .

$$k = l - \text{floor} \left(\frac{l - 1}{\text{max_arg}} \right) \quad (4.1)$$

Při transformaci jedince na symbolickou strukturu by mohlo docházet k tvorbě patologických programů. Například by program končil symbolem vyjadřujícím sčítání a neměl by přiřazeny operandy. Aby tomu bylo zabráněno, jsou nedílnou součástí AP také bezpečnostní procedury (SP)⁶⁾. Příkladem SP je funkcionalita, která zjišťuje, kolik prvků v jednici ještě nebylo transformováno na symbol a kolik symbolů je třeba doplnit do uzavření symbolické struktury terminálem. Podle tohoto výpočtu je určována množina symbolů, ze které se symbol vybírá. Na začátku transformace jedince se tedy vybírá z množiny GFS_{all} . Čím blíže je transformovaná hodnota konci jedince, tím se redukuje množiny používaných symbolů na $GFS_1 \cup GFS_0$. V konečné fázi se vybírá pouze z množiny terminálů GFS_0 . Jakmile je symbolická struktura uzavřena posledním terminálem, je transformace ukončena. Je běžné, že nedojde k transformaci všech prvků jedince.

⁶⁾SP – Security Procedures

Algoritmus AP využívá ke zlepšení výsledků techniku Posílené evoluce (RE)⁷⁾ [39]. Tato technika je v literatuře nazývána také jako Posílené hledání [7]. Technika spočívá v tom, že pokud je během evoluce vytvořen jedinec, kterého lze považovat za částečně úspěšného, lze jej používat jako terminál při syntéze dalších programů a tento částečně úspěšný jedinec je zařazen do množiny $GF S_0$. S použitím tohoto postupu je algoritmus schopen syntetizovat konečná řešení rychleji než AP bez RE. Tím, že symbol RE je zařazen do množiny $GF S_0$ a jedná se o terminál, není účasten evoluce v podřízeném evolučním algoritmu, neboť je brán jako hotový podprogram. [39]

⁷⁾RE – Reinforced Evolution

III. PROJEKTOVÁ ČÁST

5 Vlastní implementace Analytického programování

V rámci této práce byl implementován algoritmus AP s posílenou evolucí, popsany v kapitole 4.3. Pro evoluci syntetizovaných funkcí byl použit algoritmus DISH, který je založen na algoritmu DE, oba popsány v kapitole 1.1. Zdrojový kód algoritmu DISH byl převzat ze zdroje [41] a upraven. Veškeré nástroje byly vyvíjeny v jazyce Python. Verze interpretu, použitých knihoven, operačního systému a použitého HW jsou uvedeny v tabulce (Tab. 5.1).

Tab. 5.1 Vývojová platforma

CPU	Intel Core i7-14700
OS	Linux Mint 21.3 Jádro 5.15.0.105-generic
IDE	PyCharm 2024.1
Interpret	Python 3.10.12
Knihovny	numpy 1.24.4 scipy 1.10.1 pandas 2.0.3 pflacco 1.2.2 scikit-learn 1.2.2 matplotlib 3.8.2 yellowbrick 1.5

Na základě analýzy stavebních bloků běžných testovacích funkcí, které jsou vypsány v tabulce (Tab. 2.4), byla sestavena diskrétní množina symbolů GFS . Její podmnožiny jsou uvedeny v tabulce (Tab. 5.2). Symboly $K_{\mathbb{N}}$ a $K_{\mathbb{R}}$ značí celočíselné a desetinné konstanty. V implementaci je použita verze AP s rozšířeným jedincem. Hodnoty konstant jsou při evoluci omezeny prostorem $\langle 0; 1 \rangle$ a pokud jsou přiřazeny symbolu $K_{\mathbb{N}}$, je konstanta vynásobena hodnotou 100 a zaokrouhlena na celé číslo. Tím konstanta vyjadřuje celočíselné hodnoty v rozsahu $\langle 0; 100 \rangle$. Pokud je konstanta přiřazena symbolu $K_{\mathbb{R}}$, zůstává nezměněna a reprezentuje desetinné číslo v rozsahu $\langle 0; 1 \rangle$. Symbol ω pak reprezentuje funkci posílené evoluce. Hranice prohledávaného prostoru v algoritmu DISH byla stanovena pro prostor funkce na $\langle 0; |GFS_{all}| - 1 \rangle$ a pro prostor konstant $\langle 0; 1 \rangle$.

Tab. 5.2 Použitý set GFS

GFS_2	$m + n, m - n, m \cdot n, \frac{m}{n}$
GFS_1	$\frac{1}{n}, n , n^2, \sin(n), \sin^2(n), \cos(n), \sqrt{ n }$
GFS_0	$x_i, x_{i+1}, \sqrt{x_i^2 + x_{i+1}^2}, \pi, e, K_{\mathbb{N}}, K_{\mathbb{R}}, \omega$

Algoritmus DISH byl upraven tak, aby jedinec obsahoval i prostor pro posílenou

evoluci. RE je realizováno jako součást algoritmu DISH tak, že pokud je nalezena nová, platná funkce a má lepší hodnotu `fitness` než funkce uložená v paměti, pak se paměť přepíše novou funkcí. Aby bylo zabráněno rekurzivnímu vytváření RE, musí funkce splňovat podmínku, že sama RE nevyužívá.

5.1 Security procedures

Implementace algoritmu AP obsahuje několik bezpečnostních procedur SP. Při tvorbě populace jsou náhodně generováni jedinci v platném rozsahu hodnot. Při tvorbě populace je každý jedinec generován ve smyčce, dokud nereprezentuje platnou funkci, ověřenou všemi SP. Až následně je zařazen do populace.

Platnost jedince je ověřována v několika krocích. Nejdříve je pomocí DSH, ze symbolů *GFS*, sestaven objekt třídy `Formula`. Součástí DSH je pak procedura redukující počet množin *GFS*, ze kterých se symboly vybírají, aby nemohla být vytvořena patologická funkce, ve které by například operátor neměl všechny operandy.

Pokud sestavená funkce neobsahuje žádný symbol nezávisle proměnných, tedy x_i ani x_{i+1} , pak je označena za neplatnou funkci. Pokud obsahuje pouze symbol x_{i+1} , pak je změněn na symbol x_i . Tato změna proběhne pouze v konkrétní instanci, původní vektor hodnot ovlivněn není. Pokud výsledný jedinec obsahuje na prvním místě pouze terminál, tedy symbol z množiny *GFS*₀, pak je označen za neplatný.

Následně je jedinec ohodnocen účelovou funkcí. V rámci účelové funkce jsou vyhodnocovány vlastnosti ELA a pokud je ve výsledném vektoru vlastností zjištěna hodnota představující ∞ , pak je jedinec označen za neplatnou funkci. Vzhledem k časové náročnosti výpočtu ELA vlastností, je toto prováděno pouze jednou, i když, z důvodu stochastické povahy výpočtu, se daná vlastnost projevit nemusí.

Vzhledem ke skutečnosti, že výpočet ELA je prováděn jako součást účelové funkce a vzhledem k jeho časové náročnosti, je zneplatnění funkce touto SP již započítáno do celkového počtu ohodnocení účelovou funkcí.

Křížení a mutace v rámci algoritmu DISH probíhají obdobně jako generování nových jedinců ve smyčce. Operace se tak opakují, dokud není vytvořen nový, platný jedinec. Pokud není platný jedinec vytvořen během 100 pokusů, je do nové populace automaticky zařazen původní jedinec.

Poslední SP se projeví při vyhodnocování testovací funkce, a to ve chvíli, kdy při dělení vypočítá hodnotu jmenovatele na 0. V takovém případě změní hodnotu jmenovatele na hodnotu `sys.float_info.epsilon`, což je nejmenší rozdíl mezi dvěma reálnými čísly, které může Python reprezentovat jako hodnotu typu `float` (64b). Další možností, při detekci 0 ve jmenovateli, by mohlo být vrácení hodnoty `NaN`¹⁾.

¹⁾NaN – Not a Number

5.2 DSH

V modulu DSH je z původního jedince, který je reprezentován řadou číselných hodnot, vytvářena posloupnost symbolů z množiny GFS . Z těch je vytvořena instance třídy `Formula`, tedy vykonatelná testovací funkce.

Z důvodu použití AP s rozšířeným jedincem, je původní vektor čísel rozdělen na dvě části. Vektor hodnot pro konstanty \vec{v}_c , jehož délka je dána počtem prvků původního jedince D a vypočítána vzorcem jako $\lceil \frac{D}{3} \rceil$. Dále pak vektor hodnot pro funkce \vec{v}_f , jehož délka je rozdíl délky původního vektoru a délky \vec{v}_c .

Hodnoty vektoru \vec{v}_f jsou zaokrouhleny na celočíselné hodnoty, pomocí kterých jsou indexovány symboly množiny GFS a přidávány do instance třídy `Formula`. Tento objekt poskytuje informaci o počtu argumentů, které ještě očekává. Tento počet se zvyšuje přidáváním symbolů množiny GFS_2 a snižuje přidáváním symbolů množiny GFS_0 . Při přidání symbolů množiny GFS_1 se nezmění. Podle zbývajících prvků vektoru \vec{v}_f se pak redukuje sjednocení podmnožin množiny GFS .

Při transformaci hodnoty na symbol reprezentující konstantu, je mu rovnou přidělena i hodnota z vektoru \vec{v}_c , která je v případě symbolu $K_{\mathbb{R}}$ vynásobena hodnotou 100 a zaokrouhlena na celé číslo.

5.3 Účelová funkce

Data získaná analýzou ELA vlastností původní sady testovacích funkcí, která je popsána v kapitole 3.2, byla použita k vytvoření bodů, reprezentovaných vektory v prostoru problémů. Byly vytvořeny dvě sady těchto vektorů, které jsou použity v účelové funkci.

První sada, nazvaná `kmeans_clusters`, obsahuje centroidy shluků získaných algoritmem `k-means`. Počet shluků byl stanoven metodou `Elbow` na 6. K výpočtu byla použita knihovna `yellowbrick`.

Druhá sada, nazvaná `ela_centroids`, obsahuje centroidy ELA vlastností původní sady testovacích funkcí. Každá testovací funkce byla vyhodnocena 30× a centroidy byly vypočítány na základě těchto 30 běhů.

Všechny ELA vlastnosti původních funkcí byly normalizovány pomocí objektu třídy `StandardScaler` knihovny `scikit-learn`, kde byla jako trénovací množina použita právě sada všech zjištěných ELA vlastností. Tím jsou ovlivněny i body v uvedených sadách. V rámci účelové funkce tak byly stejnou metodou normalizovány i zjištěné hodnoty ELA vlastností porovnávané funkce. K natrénování `StandardScaleru` na datech původní sady testovacích funkcí dochází při vytvoření instance `AP`.

Účelová funkce pak vyhledá vektor v použité sadě, který je nejbliž vektoru reprezentujícímu škálované hodnoty ELA vlastností porovnávané funkce a vypočítá vzdálenost

těchto dvou vektorů. Vzhledem k tomu, že není nutné znát přesnou Euklidovskou vzdálenost mezi vektory, je z důvodu optimalizace výkonu vzdálenost vypočítána jen v její druhé mocnině podle vzorce 5.1, kde D je počet získaných ELA vlastností, tedy 27.

$$d = \sum_{i=1}^D (x_i - y_i)^2 \quad (5.1)$$

Algoritmus DISH se snaží hodnotu účelové funkce minimalizovat, proto je vypočítaná vzdálenost vynásobena hodnotou -1 a vrácena jako výsledek účelové funkce algoritmu DISH.

5.4 Série pokusů

V rámci této práce bylo vytvořeno 5 sad. Sady jsou pojmenovány písmeny **A** až **E**. Sady **A** - **D** zahrnují 15 testovacích funkcí a sada **E** se skládá z 10 testovacích funkcí. Jednotlivé sady byly vytvořeny s rozdílným nastavením parametrů AP a DISH. Nastavení těchto parametrů je uvedeno v tabulce (Tab. 5.3).

Při nastavení *MAXFES* na hodnotu 5 000 proběhlo přibližně 24 iterací algoritmu DISH. Při nastavení *MAXFES* na hodnotu 10 000 proběhlo přibližně 67 iterací. Počet iterací není konstantní, protože v některých případech došlo k zásahu SP při vyhodnocení ELA vlastností. V tomto případě není vytvořený jedinec brán jako platný a vytváří se znovu, ačkoliv je započítán do celkového počtu ohodnocení účelovou funkcí, jak bylo popsáno v kapitole 5.1.

Během tvorby těchto sad byly vygenerovány také funkce, které z hlediska optimalizace evolučním algoritmem nemají význam. Jedná se o funkce typu $f(\vec{x}) = \sum_{i=1}^D x_i^2$. Tyto funkce byly zařazeny jako sada **Z** a nebyly na nich provedeny srovnávací testy vybraných algoritmů. Jejich význam by mohl být uplatněn v případě dalších pokusů, kde by jejich vlastnosti ELA mohly sloužit k doplnění sad `kmeans_clusters` a `ela_centroids`, využívaných v účelové funkci.

Dále byly vyřazeny také funkce, kde nebylo možné vypočítat všechny vlastnosti ELA. Některé případy byly zachyceny SP. Vzhledem ke stochastické povaze tohoto výpočtu se ale některé projeví až ve finální fázi, kde jsou výpočty ELA vlastností prováděny 30×.

Tab. 5.3 Nastavení AP a DISH

Sada	Parametr	Hodnota
vše	H	5
	NP_f	5
A	Účelová funkce	kmeans_clusters
	$MAXFES$	5000
	NP	478
	D	31
	$bounds$	$[0; 18]^{20} + [0; 1]^{11}$
B	Účelová funkce	ela_centroids
	$MAXFES$	5000
	NP	478
	D	31
	$bounds$	$[0; 18]^{20} + [0; 1]^{11}$
C	Účelová funkce	kmeans_clusters
	$MAXFES$	5000
	NP	628
	D	44
	$bounds$	$[0; 18]^{30} + [0; 1]^{14}$
D	Účelová funkce	ela_centroids
	$MAXFES$	5000
	NP	628
	D	44
	$bounds$	$[0; 18]^{30} + [0; 1]^{14}$
E	Účelová funkce	kmeans_clusters
	$MAXFES$	10000
	NP	628
	D	44
	$bounds$	$[0; 18]^{30} + [0; 1]^{14}$

6 Generované testovací funkce

V rámci série pokusů, popsané v kapitole 5.4, bylo vygenerováno celkem 70 testovacích funkcí v sadách **A** - **E**. Dalších 9 testovacích funkcí bylo zařazeno do sady **Z** a vyřazeno z dalších experimentů.

Příklad funkce, která byla vyšlechtěna s využitím posílené evoluce, je uveden ve vzorci 6.1. Střední hodnota \bar{x} a standardní odchylka s ELA vlastností jsou uvedeny v tabulce (Tab. 6.1). Symbol ω reprezentuje podprogram, který byl přiřazen v rámci posílené evoluce. Optimum, nalezené v rámci experimentu pro $10D$ prostor, bylo nalezeno na $[99.76; -100; 46.31; -100; -100; -14.39; -2.41; -100; -100; -100]$. Hodnota tohoto optima je $-875\,512\,536\,192\,392.2$.

Sada A, funkce 1

$$f(\vec{x}) = \sum_{i=1}^{D-1} \left(\left(\frac{1}{\cos\left(\frac{\pi}{\sin(\omega)}\right)} \right) \cdot \cos(0.35270892) \right) \quad (6.1)$$

$$\text{kde } \omega = \left(\pi - \cos\left(\sin^2\left(\sqrt{x_i^2 + x_{i+1}^2}\right)\right) \right)$$

Vlastnosti ELA

Tab. 6.1 Střední hodnota a standardní odchylka ELA vlastností funkce A1

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
\bar{x}	9.34E-01	-1.68E+01	6.78E-03	1.14E+02	-5.69E-02	-1.56E-02	5.92E+01	-3.34E-01	1.00E-01
s	1.13E-16	7.23E-15	8.82E-19	4.34E-14	1.41E-17	0.00E+00	0.00E+00	5.65E-17	2.82E-17
	10	11	12	13	14	15	16	17	18
\bar{x}	9.26E-01	2.50E-01	8.80E-01	4.98E-01	4.88E-01	1.02E+00	-2.20E+01	4.86E+02	2.00E+00
s	3.39E-16	0.00E+00	2.26E-16	1.13E-16	1.13E-16	2.26E-16	7.23E-15	1.16E-13	0.00E+00
	19	20	21	22	23	24	25	26	27
\bar{x}	8.37E-01	6.53E-01	6.65E-01	5.35E-01	1.49E-01	-2.20E-01	9.09E-02	9.31E-01	1.08E-01
s	7.86E-03	1.22E-02	1.13E-16	2.26E-16	2.82E-17	5.65E-17	1.41E-17	2.26E-16	1.41E-17

Druhým příkladem je testovací funkce, která techniku posíleného hledání nevyužila. Její matematický zápis je vyjádřen vzorcem 6.2 a v tabulce (Tab. 6.2) jsou uvedeny její vlastnosti ELA. U této funkce je zřejmé, že při vyhodnocení vektoru, kde součet jeho složek je 0, by došlo k vyvolání výjimky dělením nulou. Testovací funkce v takovém případě nahradí jmenovatele hodnotou `sys.float_info.epsilon`. Optimum, nalezené v rámci experimentu pro $10D$ prostor, bylo nalezeno na $[-1.00e+02; -3.79e-56; -5.02e+01; 1.00e+02; -3.95e+01; -1.00e+02; -1.00e+02; -1.00e+02; 1.00e+02; -1.00e+02]$. Hodnota tohoto optima je $-2.084485E^{64}$.

Sada A, funkce 3

$$f(\vec{x}) = \sum_{i=1}^{D-1} \frac{\left(\left(\left(\sin \left(\left((\sqrt{x_i^2 + x_{i+1}^2})^2 \right)^2 \right) + \left((x_{i+1} + 53) \right)^2 \cdot \sqrt{\left| \left(\frac{1}{x_{i+1}} \right) \right|} \right) \right) \cdot x_i \right)^2}{(x_i + x_{i+1})} \quad (6.2)$$

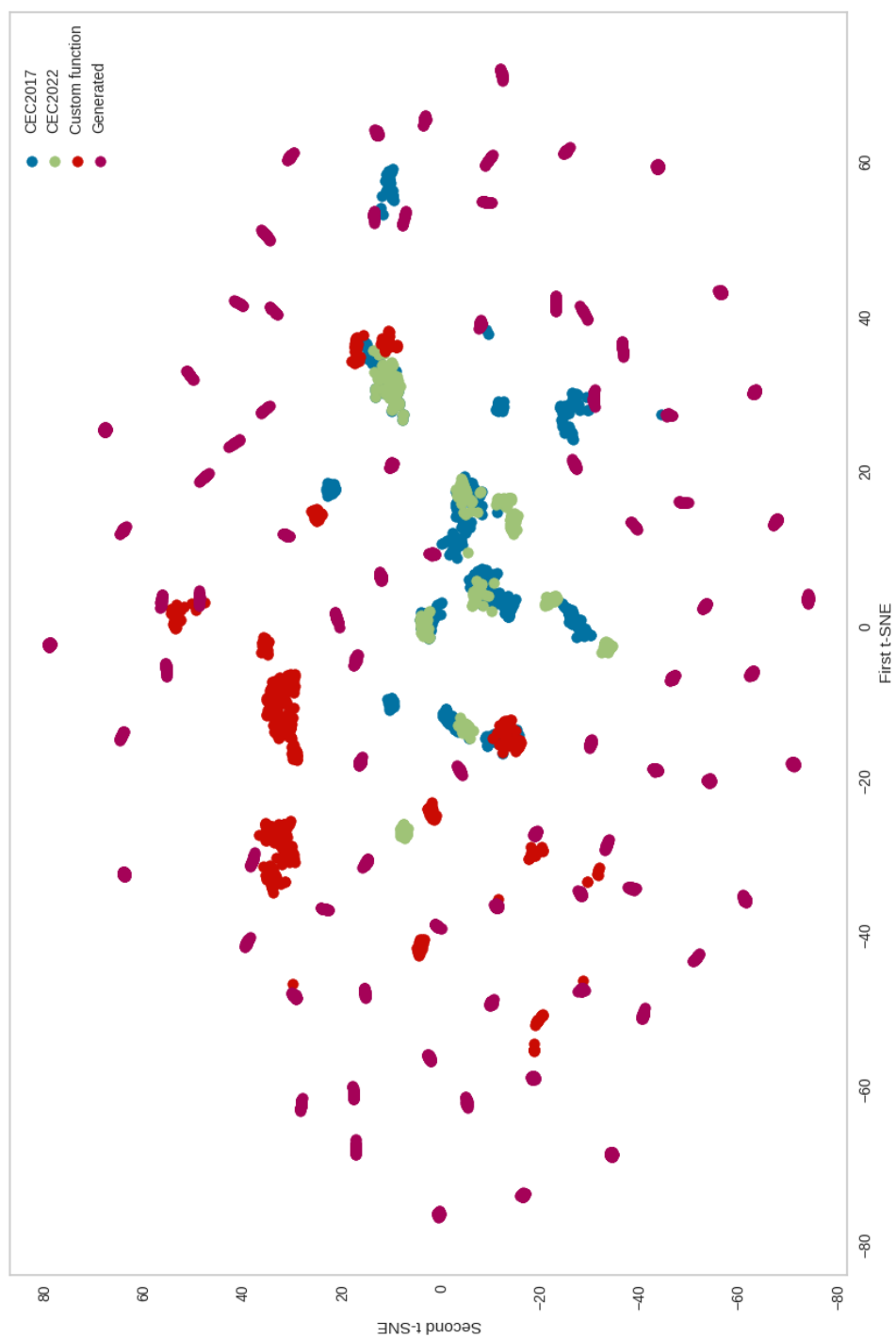
Tab. 6.2 Střední hodnota a standardní odchylka ELA vlastností funkce A3

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
\bar{x}	1.04E+00	1.08E+01	5.20E+06	6.82E+00	7.38E-03	2.08E-02	1.85E+01	-1.05E-01	1.00E-01
s	4.52E-16	5.42E-15	1.89E-09	1.81E-15	0.00E+00	7.06E-18	3.61E-15	1.41E-17	2.82E-17
	10	11	12	13	14	15	16	17	18
\bar{x}	8.77E-01	2.46E-01	9.61E-01	4.00E-01	3.60E-01	1.11E+00	-3.92E-01	8.22E+01	9.00E+00
s	0.00E+00	8.47E-17	0.00E+00	1.13E-16	5.65E-17	0.00E+00	1.13E-16	2.89E-14	0.00E+00
	19	20	21	22	23	24	25	26	27
\bar{x}	8.21E-01	6.56E-01	6.09E-01	4.92E-01	1.63E-01	-3.46E-01	9.09E-02	1.00E+00	1.09E-01
s	1.15E-02	1.25E-02	1.13E-16	5.65E-17	5.65E-17	1.13E-16	1.41E-17	0.00E+00	1.41E-17

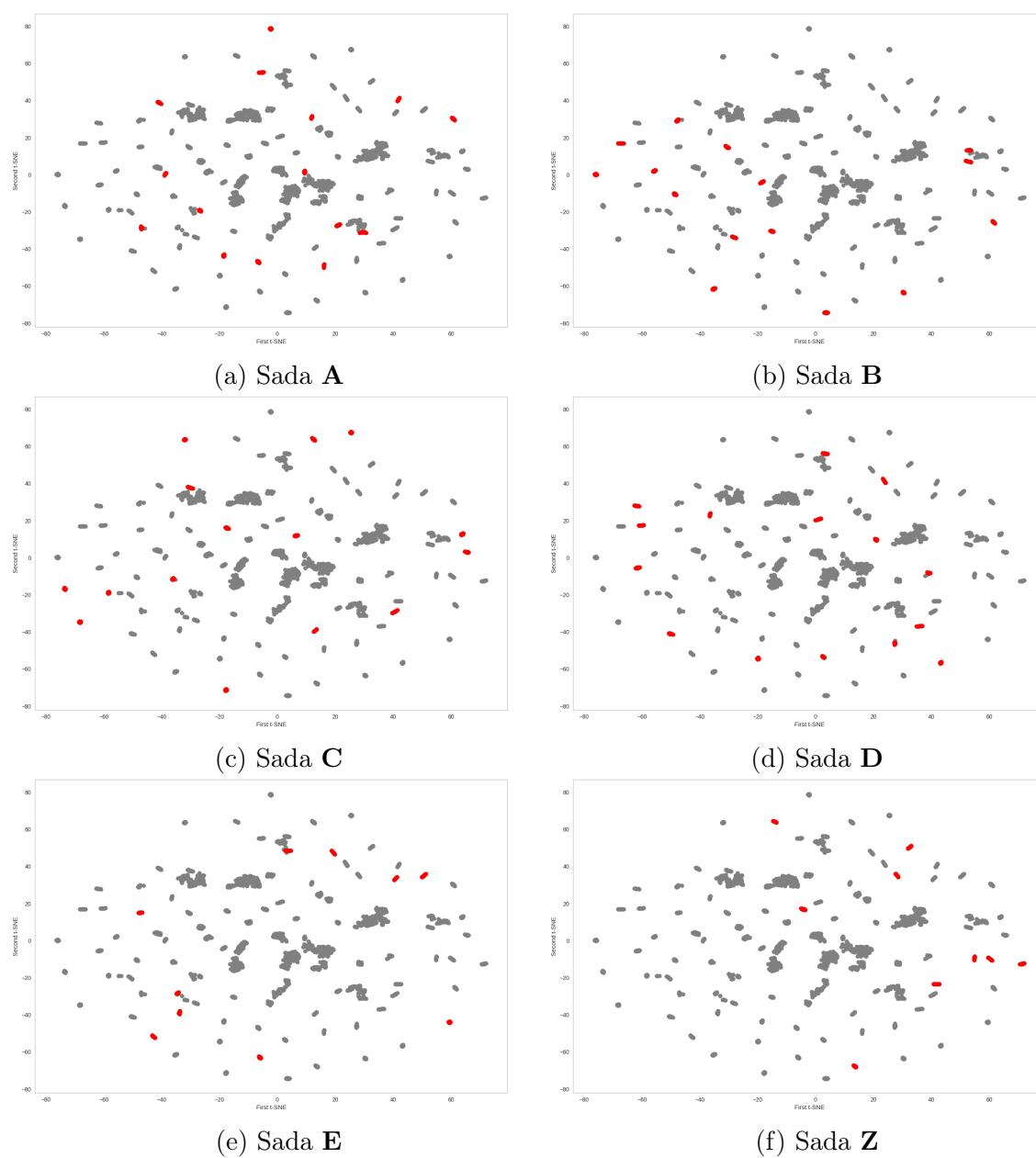
Všechny sady vygenerovaných funkcí, včetně jejich matematického zápisu a ELA vlastností ve zkrácené formě, jsou uvedeny v příloze (P 1).

Na obrázku (Obr. 6.1) je pomocí t -SNE zobrazen prostor problémů, kde jsou zahrnuty původní a nové sady testovacích funkcí. Na obrázku (Obr. 6.2) jsou zvýrazněny jednotlivé sady vygenerovaných testovacích funkcí. Z obrázků je patrné, že algoritmus AP vytvářel všechny nové testovací funkce tak, aby se jejich ELA vlastnosti co nejvíce vzdálily původním sadám, proto je prostor problémů pokrytý výrazně více.

Dále je z obrázků zřejmé, že ve třech případech jsou ELA vlastnosti generované testovací funkce příliš blízko již existujícímu většinu shluku a ve čtyřech případech se ho přímo dotýkají. Rozdíl mezi použitými metodami účelové funkce AP z toho ale patrný není.



Obr. 6.1 Zobrazení ELA vlastností všech sad testovacích funkcí pomocí t-SNE



Obr. 6.2 Zobrazení ELA vlastností generovaných sad testovacích funkcí pomocí t -SNE

7 Porovnání evolučních algoritmů na testovacích funkcích

Byla provedena optimalizace sad generovaných testovacích funkcí **A** - **E** pomocí evolučních algoritmů DISH [41], CLPSO [42] a Db1_SHADE [43]. Nastavení parametrů evolučních algoritmů, které bylo použito, je uvedeno v tabulce (Tab. 7.1). Optima testovacích funkcí, zjištěná během experimentů, jsou uvedena v příloze (P 2).

Tab. 7.1 Nastavení parametrů evolučních algoritmů při provádění srovnávacích testů

Strategie	Parametr	$D = 10$	$D = 30$
vše	<i>bounds</i>	$[-100; 100]^D$	$[-100; 100]^D$
	<i>MAXFES</i>	30 000	200 000
DISH	<i>NP</i>	182	466
	<i>H</i>	5	5
	<i>NP_f</i>	4	4
CLPSO	<i>NP</i>	20	40
	<i>maxIter</i>	1 500	5 000
Db1_SHADE	<i>NP</i>	180	540
	<i>H</i>	10	10
	<i>NP_f</i>	4	4

Experimenty byly provedeny pro každou testovací funkci a pro každý evoluční algoritmus $30\times$. Testy byly provedeny pro optimalizaci $10D$ prostoru a $30D$ prostoru. Střední hodnoty výsledků optimalizace pro $10D$ prostor jsou zobrazeny v tabulce (Tab. 7.2), střední hodnoty výsledků optimalizace pro $30D$ prostor v tabulce (Tab. 7.4). Analýzou výsledků bylo zjištěno, že funkce 1 sady **A** nebyla správně optimalizována algoritmem Db1_SHADE a výsledek není možné brát jako platný. Tento výsledek je v tabulkách označen hvězdičkou. To se projevilo i v rankingu výsledných hodnot, kdy algoritmu pro tuto funkci byla přidělena hodnota 3.

U hodnot zjištěných v $10D$ prostoru byl proveden ranking pro jednotlivé funkce, tyto hodnoty jsou zobrazeny v tabulce (Tab. 7.3). Pro provedení Friedmanova testu byla stanovena hypotéza H_0 : použití algoritmů je srovnatelné při tomto nastavení v $10D$ prostoru. Byla vypočítána hodnota $Fr = 43,457$. To odpovídá hodnotě $\chi^2 = 3,659E^{-10}$. Vzhledem k tomu, že hodnota je menší než hladina významnosti $\alpha = 0,05$, je hypotéza H_0 zamítnuta a platí hypotéza H_1 , tedy že je statisticky významný rozdíl v použití jednotlivých algoritmů při optimalizaci testovacích funkcí v $10D$ prostoru.

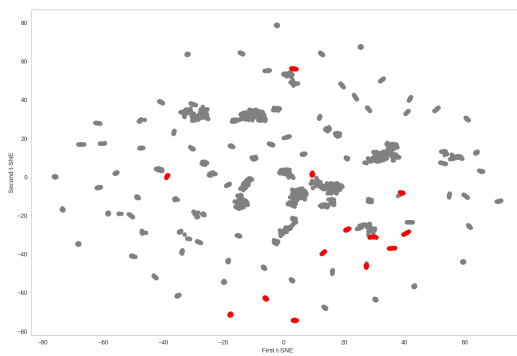
Obdobně byl proveden ranking pro hodnoty zjištěné optimalizací $30D$ prostoru, hodnoty jsou zobrazeny v tabulce (Tab. 7.5). Pro provedení Friedmanova testu byla stanovena hypotéza H_0 : použití algoritmů je srovnatelné při tomto nastavení ve $30D$ pro-

storu. Byla vypočítána hodnota $Fr = 48,736$. To odpovídá hodnotě $\chi^2 = 2,613E^{-11}$. Vzhledem k tomu, že hodnota je menší než hladina významnosti $\alpha = 0,05$, je hypotéza H_0 zamítnuta a platí hypotéza H_1 , tedy že je statisticky významný rozdíl v použití jednotlivých algoritmů při optimalizaci testovacích funkcí ve $30D$ prostoru.

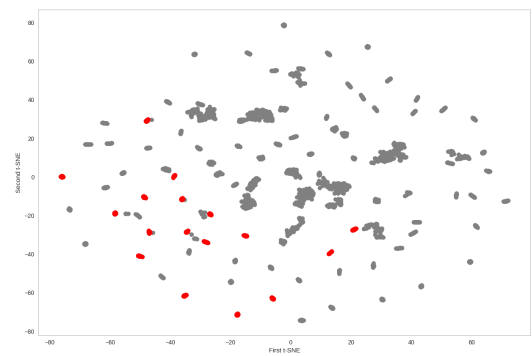
Tab. 7.2 Střední hodnoty optimalizace funkcí v 10D pro jednotlivé algoritmy

Fce	DISH	CLPSO	DbI-SHADE	Fce	DISH	CLPSO	DbI-SHADE
A1	-1.199E+05	-6.493E+13	-6.214E+12*	C6	-4.845E+00	-3.438E+00	-4.869E+00
A2	1.113E-10	6.078E-14	2.922E-22	C7	4.620E-04	1.375E+00	1.913E-21
A3	-6.823E+24	-1.333E+63	-8.619E+24	C8	4.815E+64	4.963E+64	4.495E+64
A4	-1.306E+08	-1.306E+08	-1.306E+08	C9	-8.145E+10	-7.113E+10	-8.145E+10
A5	-1.545E+05	-1.286E+05	-1.545E+05	C10	1.939E+42	4.820E+40	5.786E+16
A6	-1.040E+02	-1.567E+02	-1.613E+02	C11	-6.851E-01	-7.101E-01	-7.273E-01
A7	-1.183E+03	-1.183E+03	-1.183E+03	C12	5.124E+00	5.671E+00	5.114E+00
A8	-3.381E+04	-3.365E+04	-3.395E+04	C13	-3.628E+09	-3.296E+20	-1.943E+18
A9	8.478E-12	5.667E-13	1.926E-27	C14	2.972E+03	1.794E+03	2.211E+03
A10	-1.208E+11	-8.329E+10	-1.301E+11	C15	-9.302E+06	-7.667E+06	-9.727E+06
A11	-1.568E+10	-1.568E+10	-1.568E+10	D1	1.971E+63	3.484E+63	1.838E+62
A12	1.399E-10	7.451E+08	2.537E-33	D2	-1.273E+05	-1.056E+05	-1.273E+05
A13	-7.911E+00	-8.145E+00	-8.333E+00	D3	-7.474E+13	-3.898E+13	-7.593E+13
A14	2.140E-07	6.738E-09	3.989E-18	D4	-5.096E+02	-5.356E+02	-5.502E+02
A15	-6.854E+04	-7.202E+04	-7.905E+04	D5	-2.067E+05	-7.137E+16	-5.050E+05
B1	-1.058E+17	-1.650E+41	-2.166E+17	D6	4.936E+58	5.015E+58	4.911E+58
B2	-1.290E+67	-1.253E+67	-1.402E+67	D7	-1.490E+69	-1.498E+69	-1.498E+69
B3	6.788E-06	7.694E+01	2.082E-13	D8	-9.011E+08	-8.991E+08	-9.021E+08
B4	-4.728E+12	-1.006E+13	-5.952E+12	D9	5.601E-14	3.306E-17	2.063E-34
B5	-5.726E+02	-5.749E+02	-5.932E+02	D10	-6.247E+06	-6.232E+06	-6.247E+06
B6	-4.166E+12	-1.885E+31	-1.493E+13	D11	-1.800E+07	-1.477E+07	-1.800E+07
B7	-9.131E+41	-1.552E+52	-2.896E+80	D12	-1.121E+20	-1.121E+46	-3.200E+57
B8	-3.863E+66	-4.064E+66	-4.267E+66	D13	-8.741E+04	-7.403E+04	-8.940E+04
B9	1.903E+00	-2.547E+00	-1.374E+00	D14	-6.263E+01	-5.663E+01	-6.221E+01
B10	-2.402E+16	-5.098E+17	-4.690E+17	D15	-9.000E+00	-7.875E+00	-9.000E+00
B11	-3.559E+05	-2.882E+05	-3.549E+05	E1	-7.306E+12	-6.434E+12	-7.711E+12
B12	-6.778E+07	-4.728E+16	-6.330E+05	E2	1.929E-07	1.466E+04	1.404E-25
B13	8.906E+01	9.518E+01	2.352E+01	E3	-2.557E+11	-2.557E+11	-2.557E+11
B14	-4.812E+02	-4.555E+02	-5.477E+02	E4	-2.175E+25	-1.342E+57	-7.526E+185
B15	-9.262E+02	-9.261E+02	-9.262E+02	E5	-4.156E+09	-4.156E+09	-4.156E+09
C1	-2.198E+57	-2.198E+57	-2.198E+57	E6	-2.442E+27	-3.807E+114	-5.440E+192
C2	3.190E+02	4.409E+02	2.431E+01	E7	9.145E-04	6.703E+00	5.701E-04
C3	1.151E-14	2.313E-22	1.722E-39	E8	1.348E+03	3.012E+08	1.707E-05
C4	1.617E+00	1.500E+00	7.640E-01	E9	-1.409E+13	-1.315E+32	-1.067E+13
C5	-1.000E+04	-1.000E+04	-1.000E+04	E10	-5.178E+00	-5.178E+00	-5.178E+00

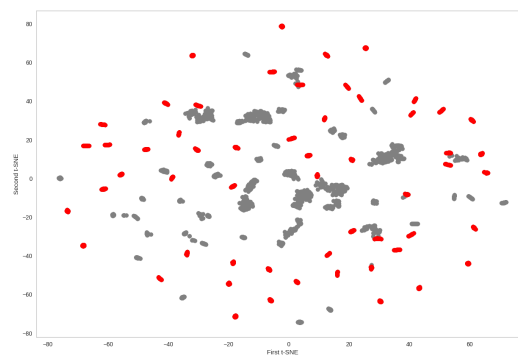
Na obrázku (Obr. 7.1) jsou zvýrazněny generované testovací funkce podle toho, který algoritmus byl při jejich optimalizaci nejúspěšnější a získal rank 1. Zvýrazněny jsou testovací funkce i v případech, kdy se na prvním místě umístilo více evolučních algoritmů.



(a) DISH



(b) CLPSO



(c) Dbl_SHADE

Obr. 7.1 Zobrazení testovacích funkcí na základě dosažení nejlepšího ranku jednotlivých evolučních algoritmů při optimalizaci 10D

Tab. 7.3 Ranking středních hodnot výsledku optimalizace testovacích funkcí v $10D$

Fce	DISH	CLPSO	Dbl-S	Fce	DISH	CLPSO	Dbl-S
A1	2.0	1.0	3.0*	C6	2.0	3.0	1.0
A2	3.0	2.0	1.0	C7	2.0	3.0	1.0
A3	3.0	1.0	2.0	C8	2.0	3.0	1.0
A4	2.0	2.0	2.0	C9	1.5	3.0	1.5
A5	1.5	3.0	1.5	C10	3.0	2.0	1.0
A6	3.0	2.0	1.0	C11	3.0	2.0	1.0
A7	2.0	2.0	2.0	C12	2.0	3.0	1.0
A8	2.0	3.0	1.0	C13	3.0	1.0	2.0
A9	3.0	2.0	1.0	C14	3.0	1.0	2.0
A10	2.0	3.0	1.0	C15	2.0	3.0	1.0
A11	1.5	3.0	1.5	D1	2.0	3.0	1.0
A12	2.0	3.0	1.0	D2	1.5	3.0	1.5
A13	3.0	2.0	1.0	D3	2.0	3.0	1.0
A14	3.0	2.0	1.0	D4	3.0	2.0	1.0
A15	3.0	2.0	1.0	D5	3.0	1.0	2.0
B1	3.0	1.0	2.0	D6	2.0	3.0	1.0
B2	2.0	3.0	1.0	D7	3.0	2.0	1.0
B3	2.0	3.0	1.0	D8	2.0	3.0	1.0
B4	3.0	1.0	2.0	D9	3.0	2.0	1.0
B5	3.0	2.0	1.0	D10	1.5	3.0	1.5
B6	3.0	1.0	2.0	D11	1.5	3.0	1.5
B7	3.0	2.0	1.0	D12	3.0	2.0	1.0
B8	3.0	2.0	1.0	D13	2.0	3.0	1.0
B9	3.0	1.0	2.0	D14	1.0	3.0	2.0
B10	3.0	1.0	2.0	D15	2.0	3.0	1.0
B11	1.0	3.0	2.0	E1	2.0	3.0	1.0
B12	2.0	1.0	3.0	E2	2.0	3.0	1.0
B13	2.0	3.0	1.0	E3	2.0	2.0	2.0
B14	2.0	3.0	1.0	E4	3.0	2.0	1.0
B15	2.0	3.0	1.0	E5	2.0	3.0	1.0
C1	2.0	2.0	2.0	E6	3.0	2.0	1.0
C2	2.0	3.0	1.0	E7	2.0	3.0	1.0
C3	3.0	2.0	1.0	E8	2.0	3.0	1.0
C4	3.0	2.0	1.0	E9	2.0	1.0	3.0
C5	2.0	2.0	2.0	E10	3.0	2.0	1.0

Tab. 7.4 Střední hodnoty optimalizace funkcí v 30D pro jednotlivé algoritmy

Fce	DISH	CLPSO	Dbl-SHADE	Fce	DISH	CLPSO	Dbl-SHADE
A1	-3.990E+06	-3.243E+14	-5.171E+14*	C6	-1.371E+01	-8.656E+00	-1.510E+01
A2	6.400E-09	3.862E+02	3.094E-32	C7	1.725E+00	5.420E+00	1.954E+00
A3	-1.816E+25	-3.853E+196	-4.153E+25	C8	1.876E+65	2.282E+65	1.348E+65
A4	-4.208E+08	-4.189E+08	-4.208E+08	C9	-2.444E+11	-1.700E+11	-2.444E+11
A5	-4.980E+05	-3.121E+05	-4.980E+05	C10	1.922E+47	7.431E+67	3.967E-19
A6	-3.794E+02	-3.660E+02	-5.726E+02	C11	-2.233E+00	4.998E+03	-2.345E+00
A7	-3.811E+03	-3.811E+03	-3.808E+03	C12	1.733E+01	1.872E+01	1.674E+01
A8	-1.085E+05	-1.081E+05	-1.085E+05	C13	-8.127E+06	-9.602E+20	-1.243E+19
A9	2.045E-10	7.099E+02	1.192E-49	C14	1.829E+04	1.991E+04	7.596E+03
A10	-3.491E+11	-2.265E+11	-4.154E+11	C15	-2.776E+07	-2.055E+07	-2.913E+07
A11	-5.054E+10	-5.054E+10	-5.054E+10	D1	2.233E+64	2.018E+64	6.294E+62
A12	1.079E-08	6.706E+09	2.748E-64	D2	-4.102E+05	-2.708E+05	-4.102E+05
A13	-1.718E+01	-2.208E+01	-2.664E+01	D3	-2.430E+14	-9.425E+13	-2.447E+14
A14	9.895E-07	2.890E-05	3.286E-31	D4	-1.280E+03	-1.636E+03	-1.765E+03
A15	-1.969E+05	-2.073E+05	-2.516E+05	D5	-8.671E+06	-2.102E+17	-1.098E+07
B1	-5.378E+18	-7.023E+35	-1.949E+34	D6	1.733E+59	1.656E+59	1.583E+59
B2	-3.917E+67	-4.004E+67	-4.505E+67	D7	-4.766E+69	-4.826E+69	-4.828E+69
B3	1.018E-03	5.014E+02	7.370E-15	D8	-2.902E+09	-2.894E+09	-2.908E+09
B4	-7.367E+12	-3.050E+13	-1.660E+13	D9	1.492E-12	6.408E-10	2.848E-59
B5	-1.619E+03	-1.787E+03	-1.894E+03	D10	-2.002E+07	-1.999E+07	-2.002E+07
B6	-5.253E+15	-6.586E+31	-2.123E+29	D11	-5.800E+07	-3.597E+07	-5.800E+07
B7	-7.606E+60	-3.092E+157	-3.442E+204	D12	-3.230E+35	-3.444E+151	-3.856E+151
B8	-9.376E+66	-1.132E+67	-1.279E+67	D13	-2.555E+05	-1.947E+05	-2.662E+05
B9	1.728E+01	5.069E+00	-8.277E-01	D14	-2.016E+02	-1.591E+02	-2.000E+02
B10	-3.603E+16	-1.597E+18	-9.457E+17	D15	-2.900E+01	-2.022E+01	-2.900E+01
B11	-1.124E+06	-8.419E+05	-1.119E+06	E1	-2.135E+13	-1.710E+13	-2.402E+13
B12	-6.640E+05	-1.460E+17	-8.051E+15	E2	8.618E-06	1.005E+05	3.919E-47
B13	1.238E+03	1.387E+03	6.665E+01	E3	-8.239E+11	-8.114E+11	-8.239E+11
B14	-1.308E+03	-1.335E+03	-1.662E+03	E4	-2.758E+38	-4.094E+87	-5.922E+255
B15	-2.984E+03	-2.984E+03	-2.984E+03	E5	-1.339E+10	-1.336E+10	-1.339E+10
C1	-2.125E+57	-2.198E+57	-2.198E+57	E6	-6.595E+195	-INF	-INF
C2	1.993E+03	2.610E+03	3.695E+02	E7	5.248E-04	8.711E+01	1.651E-15
C3	1.405E-14	5.197E-13	6.063E-81	E8	1.030E+04	1.054E+10	5.931E-16
C4	3.394E+01	4.092E+01	3.012E+00	E9	-4.355E+15	-4.969E+32	-2.194E+31
C5	-3.000E+04	-3.000E+04	-3.000E+04	E10	-1.668E+01	-1.668E+01	-1.668E+01

Tab. 7.5 Ranking středních hodnot výsledku optimalizace testovacích funkcí v 30D

Fce	DISH	CLPSO	DbI-S	Fce	DISH	CLPSO	DbI-S
A1	2.0	1.0	3.0*	C6	2.0	3.0	1.0
A2	2.0	3.0	1.0	C7	1.0	3.0	2.0
A3	3.0	1.0	2.0	C8	2.0	3.0	1.0
A4	1.0	3.0	2.0	C9	1.5	3.0	1.5
A5	1.5	3.0	1.5	C10	2.0	3.0	1.0
A6	2.0	3.0	1.0	C11	2.0	3.0	1.0
A7	1.5	1.5	3.0	C12	2.0	3.0	1.0
A8	2.0	3.0	1.0	C13	3.0	1.0	2.0
A9	2.0	3.0	1.0	C14	2.0	3.0	1.0
A10	2.0	3.0	1.0	C15	2.0	3.0	1.0
A11	1.5	3.0	1.5	D1	3.0	2.0	1.0
A12	2.0	3.0	1.0	D2	1.5	3.0	1.5
A13	3.0	2.0	1.0	D3	2.0	3.0	1.0
A14	2.0	3.0	1.0	D4	3.0	2.0	1.0
A15	3.0	2.0	1.0	D5	3.0	1.0	2.0
B1	3.0	1.0	2.0	D6	3.0	2.0	1.0
B2	3.0	2.0	1.0	D7	3.0	2.0	1.0
B3	2.0	3.0	1.0	D8	2.0	3.0	1.0
B4	3.0	1.0	2.0	D9	2.0	3.0	1.0
B5	3.0	2.0	1.0	D10	1.0	3.0	2.0
B6	3.0	1.0	2.0	D11	1.5	3.0	1.5
B7	3.0	2.0	1.0	D12	3.0	2.0	1.0
B8	3.0	2.0	1.0	D13	2.0	3.0	1.0
B9	3.0	2.0	1.0	D14	1.0	3.0	2.0
B10	3.0	1.0	2.0	D15	2.0	3.0	1.0
B11	1.0	3.0	2.0	E1	2.0	3.0	1.0
B12	3.0	1.0	2.0	E2	2.0	3.0	1.0
B13	2.0	3.0	1.0	E3	1.5	3.0	1.5
B14	3.0	2.0	1.0	E4	3.0	2.0	1.0
B15	2.0	3.0	1.0	E5	2.0	3.0	1.0
C1	3.0	1.5	1.5	E6	3.0	1.5	1.5
C2	2.0	3.0	1.0	E7	2.0	3.0	1.0
C3	2.0	3.0	1.0	E8	2.0	3.0	1.0
C4	2.0	3.0	1.0	E9	3.0	1.0	2.0
C5	2.0	2.0	2.0	E10	2.0	3.0	1.0

Tab. 7.6 Hodnoty F-rank pro jednotlivé algoritmy

D	DISH	CLPSO	DbI-SHADE
10	3	2	1
30	2	3	1

ZÁVĚR

Cílem práce bylo vytvoření sady testovacích funkcí s ohledem na jejich kvantifikovatelné vlastnosti. Bylo vybráno 27 ELA vlastností, kterými byl definován prostor problémů. V něm bylo zkoumáno umístění původních sad testovacích funkcí a sad generovaných. Tím byla vytvořena sada 70 testovacích funkcí pomocí nástroje pro symbolickou regresi AP ve spojení s evolučním algoritmem DISH. Při syntéze testovacích funkcí byly zohledňovány ELA vlastnosti syntetizovaných funkcí v $10D$ prostoru. Analýza ELA vlastností těchto testovacích funkcí, po zobrazení nástrojem pro redukci dimenzionality t -SNE, ukázala, že pokrývají rozsáhlejší prostor problémů, než sady testovacích funkcí CEC 2017, CEC 2022 a vlastní sada testovacích funkcí, která byla nazvána *Custom Functions*. Generované sady testovacích funkcí netvoří shluky a existujícím shlukům se, ve většině případů, vyhýbají.

Analýzou generovaných testovacích funkcí bylo zjištěno, že jsou vytvářeny funkce, jejichž povrch není pro optimalizaci evolučním algoritmem dostatečně komplexní. Z hlediska použitých účelových funkcí jsou ale správné, neboť jejich vlastnosti ELA leží mimo prostor, kde se nachází ELA vlastnosti původních testovacích sad. Jejich ELA vlastností ale může být využito v účelové funkci, aby se systém při šlechtění nových testovacích funkcí snažil těmito vlastnostem vyhnout.

Na vygenerované sadě testovacích funkcí byly otestovány evoluční algoritmy DISH, CLPSO a Db1_DISH. Zjištěné výsledky byly statisticky vyhodnoceny Friedmanovým testem, kde bylo zjištěno, že je statisticky významný rozdíl v použití testovacích algoritmů na testovací sadě. Testy byly provedeny pro $10D$ a $30D$ prostor.

Možným směrem budoucího výzkumu by bylo zkoumání, zda by vytvořením větší testovací sady bylo možné analyzovat prostor problémů z hlediska výkonnosti různých evolučních algoritmů. Tedy zda je nějaký evoluční algoritmus úspěšnější, pokud se testovací funkce nachází v konkrétní oblasti vlastností ELA.

Postup pro použití testovací funkce ze sady generovaných testovacích funkcí je uveden v příloze (P 3). Zdrojové kódy a všechna data, získaná v průběhu experimentů, jsou součástí příloženého CD, jehož obsah je uveden v příloze (P 4).

SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY

- [1] Optimization Problems. Online. *Simon Fraser University* 2024. Dostupný z: https://www.sfu.ca/math-coursenotes/Math%20157%20Course%20Notes/sec_Optimization.html. [cit. 2024-02-10].
- [2] DOERING, Jana; KIZYS, Renatas; JUAN, Angel A.; FITÓ, Àngels a POLAT, Onur. Metaheuristics for rich portfolio optimisation and risk management: Current state and future trends Online. *Operations Research Perspectives*. 2019, Roč. 11, ISSN 2214-7160. Dostupné z: <https://doi.org/10.1016/j.orp.2019.100121>. [cit. 2024-02-10].
- [3] ELHOSENY, Mohamed; METAWA, Noura a EL-HASNONY, Ibrahim M. A new metaheuristic optimization model for financial crisis prediction: Towards sustainable development. Online. *Sustainable Computing: Informatics and Systems*. 2022, Roč. 35, ISSN 2210-5379. Dostupné z: <https://doi.org/10.1016/j.suscom.2022.100778>. [cit. 2024-02-10].
- [4] DONG, Guirong; WANG, Xiaozhe a LIU, Dianzi. Metaheuristic Approaches to Solve a Complex Aircraft Performance Optimization Problem. Online. *Applied Sciences*. 2019, Roč. 19, č. 15, ISSN 2076-3417. Dostupné z: <https://doi.org/10.3390/app9152979>. [cit. 2024-02-10].
- [5] HORNBY, Gregory; GLOBUS, Al; LINDEN, Derek a LOHN, Jason. Automated Antenna Design with Evolutionary Algorithms. Online. *Space 2006*. Reston, Virginia: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2006. Dostupné z: <https://doi.org/10.2514/6.2006-7242>. [cit. 2024-02-14].
- [6] WOLPERT, D.H. a MACREADY, W.G. No free lunch theorems for optimization. Online. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*. 1997, Roč. 1, č. 1, s. 67-82. ISSN 1941-0026. Dostupné z: <https://doi.org/10.1109/4235.585893>. [cit. 2024-02-14].
- [7] ZELINKA, Ivan. *Evoluční výpočetní techniky: principy a aplikace*. PRAHA: BEN - technická literatura, 2009. ISBN 978-80-7300-218-3.
- [8] STORN, Rainer a PRICE, Kenneth. Differential Evolution – A Simple and Efficient Heuristic for global Optimization over Continuous Spaces. Online. *Journal of Global Optimization*. 1997, Roč. 11, č. 4, s. 341-359. ISSN 09255001. Dostupné z: <https://doi.org/10.1023/A:1008202821328>. [cit. 2024-04-19].

- [9] JI, Qiang. A Unified Differential Evolution Algorithm for Global Optimization. Online. *Lawrence Berkeley National Laboratory*. 2014, Dostupné z: <https://escholarship.org/uc/item/41b84414>. [cit. 2024-04-19].
- [10] VIKTORIN, Adam; SENKERIK, Roman; PLUHACEK, Michal; KADAVY, Tomas a ZAMUDA, Ales. Distance based parameter adaptation for Success-History based Differential Evolution. Online. *Swarm and Evolutionary Computation*. 2019, roč. 50. ISSN 22106502 Dostupný z: <https://doi.org/10.1016/j.swevo.2018.10.013>. [cit. 2024-04-27].
- [11] VIKTORIN, Adam; SENKERIK, Roman; PLUHACEK, Michal; KADAVY, Tomas a ZAMUDA, Ales. Distance based parameter adaptation for differential evolution Online. *2017 IEEE Symposium Series on Computational Intelligence (SSCI)*. IEEE, 2017, s. 1-7. ISBN 978-1-5386-2726-6 Dostupný z: <https://doi.org/10.1109/SSCI.2017.8280959>. [cit. 2024-04-27].
- [12] KENNEDY, J. a EBERHART, R. Particle swarm optimization. Online. *Proceedings of ICNN'95 - International Conference on Neural Networks*. IEEE, 1995, s. 1942-1948. ISBN 0-7803-2768-3. Dostupné z: <https://doi.org/10.1109/ICNN.1995.488968>. [cit. 2024-04-19].
- [13] SHI, Y. a EBERHART, R. A modified particle swarm optimizer Online. *1998 IEEE International Conference on Evolutionary Computation Proceedings. IEEE World Congress on Computational Intelligence (Cat. No.98TH8360)*. IEEE, 1998, s. 69-73. ISBN 0-7803-4869-9. Dostupné z: <https://doi.org/10.1109/ICEC.1998.699146>. [cit. 2024-04-19].
- [14] PIOTROWSKI, Adam P.; NAPIORKOWSKI, Jaroslaw J. a PIOTROWSKA, Agnieszka E. Particle Swarm Optimization or Differential Evolution—A comparison Online. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*. 2023, roč. 121. ISSN 09521976 Dostupný z: <https://doi.org/10.1016/j.engappai.2023.106008>. [cit. 2024-04-27].
- [15] LIANG, J.J.; QIN, A.K.; SUGANTHAN, P.N. a BASKAR, S. Comprehensive learning particle swarm optimizer for global optimization of multimodal functions. Online. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*. 2006, roč. 10, č. 3, s. 281-295. ISSN 1089-778X Dostupný z: <https://doi.org/10.1109/TEVC.2005.857610>. [cit. 2024-04-27].
- [16] SURJANOVIC S. a BINGHAM D. Optimization Test Problems. Online. *Virtual Library of Simulation Experiments: Test Functions and Datasets*. 2013. Dostupný z: <https://www.sfu.ca/~ssurjano/optimization.html>. [cit. 2024-02-12].

- [17] Himmelblau's function. Online. *Wikipedia, the free encyclopedia*. 2023. Dostupný z: https://en.wikipedia.org/wiki/Himmelblau%27s_function. [cit. 2024-02-12].
- [18] Test functions for optimization. Online. *Wikipedia, the free encyclopedia*. 2023. Dostupný z: https://en.wikipedia.org/wiki/Test_functions_for_optimization. [cit. 2024-02-12].
- [19] MALAN, Katherine M. a ENGELBRECHT, Andries P. Ruggedness, funnels and gradients in fitness landscapes and the effect on PSO performance. Online. *2013 IEEE Congress on Evolutionary Computation*. IEEE, 2013, s. 963-970. ISBN 978-1-4799-0454-9. Dostupné z: <https://doi.org/10.1109/CEC.2013.6557671>. [cit. 2024-04-14].
- [20] SUGANTAHN P.N. CEC2017-BoundConstrained. Online. *GitHub*. Dostupný z: <https://github.com/P-N-Suganthan/CEC2017-BoundConstrained>. [cit. 2024-02-12].
- [21] SUGANTAHN P.N. 2022-SO-BO. Online. *GitHub*. Dostupný z: <https://github.com/P-N-Suganthan/2022-SO-BO>. [cit. 2024-02-12].
- [22] GARDEN, Robert W. a ENGELBRECHT, Andries P. Analysis and classification of optimisation benchmark functions and benchmark suites. Online. *2014 IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC)*. New York: IEEE, 2014, s. 1641-1649. ISBN 978-1-4799-1488-3. Dostupné z: <https://doi.org/10.1109/CEC.2014.6900240>. [cit. 2024-03-10].
- [23] LANG, Ryan Dieter a ENGELBRECHT, Andries Petrus. An Exploratory Landscape Analysis-Based Benchmark Suite. Online. *Algorithms*. 2021, Roč. 14, č. 3. ISSN 1999-4893. Dostupné z: <https://doi.org/10.3390/a14030078>. [cit. 2024-03-12].
- [24] McKAY, M. D., BECKMAN, R. J. a CONOVER, W. J. A Comparison of Three Methods for Selecting Vales of Input Variables in the Analysis of Output From a Computer Code. Online. *Technometrics*. 1979, Roč. 21, č. 2, 239-249. ISSN 0040-1706. Dostupné z: <https://doi.org/10.1080/00401706.1979.10489755>. [cit. 2024-03-12].
- [25] Latin hypercube sampling. Online. *Wikipedia, the free encyclopedia*. 2024. Dostupný z: https://en.wikipedia.org/wiki/Latin_hypercube_sampling [cit. 2024-04-05].

- [26] VASSILEV, Vesselin K.; FOGARTY, Terence C. a MILLER, Julian F. Smoothness, Ruggedness and Neutrality of Fitness Landscapes: from Theory to Application. Online. *Advances in Evolutionary Computing*. Natural Computing Series. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2003, s. 3-44. ISBN 978-3-642-62386-8. Dostupné z: https://doi.org/10.1007/978-3-642-18965-4_1. [cit. 2024-04-14].
- [27] LUNACEK, Monte, WHITLEY, Darrell. The dispersion metric and the CMA evolution strategy. Online. *Proceedings of the 8th annual conference on Genetic and evolutionary computation*. New York, NY, USA: ACM, 2006, s. 477-484. ISBN 1595931864. Dostupné z: <https://doi.org/10.1145/1143997.1144085>. [cit. 2024-04-14].
- [28] MALAN, Katherine M. a ENGELBRECHT, Andries P. Characterising the searchability of continuous optimisation problems for PSO. Online. *Swarm Intelligence*. 2014, Roč. 8, č. 4, s. 275-302. ISSN 1935-3812. Dostupné z: <https://doi.org/10.1007/s11721-014-0099-x>. [cit. 2024-04-14].
- [29] BORENSTEIN, Yossi a POLI, Riccardo. Information landscapes. Online. *Proceedings of the 7th annual conference on Genetic and evolutionary computation*. New York, NY, USA: ACM, 2005, s. 1515-1522. ISBN 1595930108. Dostupné z: <https://doi.org/10.1145/1068009.1068248>. [cit. 2024-04-14].
- [30] MALAN, Katherine M. *Characterising continuous optimisation problems for particle swarm optimisation performance prediction*. Online. 2014. Thesis (PhD). University of Pretoria. Dostupné z: <https://repository.up.ac.za/handle/2263/37128>. [cit. 2024-04-14].
- [31] VEREL, S.; COLLARD, P. a CLERGUE, M. Where are bottlenecks in NK fitness landscapes? Online. *The 2003 Congress on Evolutionary Computation, 2003*. IEEE, 2003, s. 273-280. ISBN 0-7803-7804-0. Dostupné z: <https://doi.org/10.1109/CEC.2003.1299585>. [cit. 2024-04-14].
- [32] MERSMANN, Olaf; BISCHL, Bernd; TRAUTMANN, Heike; PREUSS, Mike; WEIHS, Claus et al. Exploratory landscape analysis. Online. *Proceedings of the 13th annual conference on Genetic and evolutionary computation*. New York, NY, USA: ACM, 2011, s. 829-836. ISBN 9781450305570. Dostupné z: <https://doi.org/10.1145/2001576.2001690>. [cit. 2024-04-14].
- [33] MUNOZ, Mario A.; KIRLEY, Michael a HALGAMUGE, Saman K. Exploratory Landscape Analysis of Continuous Space Optimization Problems Using Information Content. Online. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*. 2015,

- Roč. 19, č. 1, s. 74-87. ISSN 1089-778X. Dostupné z: <https://doi.org/10.1109/TEVC.2014.2302006>. [cit. 2024-04-14].
- [34] KERSCHKE, Pascal; PREUSS, Mike; WESSING, Simon a TRAUTMANN, Heike. Detecting Funnel Structures by Means of Exploratory Landscape Analysis. Online. *Proceedings of the 2015 Annual Conference on Genetic and Evolutionary Computation*. New York, NY, USA: ACM, 2015, s. 265-272. ISBN 9781450334723. Dostupné z: <https://doi.org/10.1145/2739480.2754642>. [cit. 2024-04-14].
- [35] KERSCHKE, Pascal a TRAUTMANN, Heike. Comprehensive Feature-Based Landscape Analysis of Continuous and Constrained Optimization Problems Using the R-Package Flacco. Online. *Applications in Statistical Computing*. Studies in Classification, Data Analysis, and Knowledge Organization. Cham: Springer International Publishing, 2019, s. 93-123. ISBN 978-3-030-25146-8. Dostupné z: https://doi.org/10.1007/978-3-030-25147-5_7. [cit. 2024-04-14].
- [36] MAATEN, L.; HINTON, G.. Visualizing Data using t-SNE. Online. *Journal of Machine Learning Research* 2008, Roč. 9, s. 2579-2605. Dostupný z: <https://www.jmlr.org/papers/volume9/vandermaaten08a/vandermaaten08a.pdf>. [cit. 2024-04-17].
- [37] WATTENBERG, Martin; VIÉGAS, Fernanda; JOHNSON Ian. How to Use t-SNE Effectively. Online. *Distill* 2016, Roč. 16, č. 10. Dostupný z: <https://distill.pub/2016/misread-tsne/>. [cit. 2024-04-17].
- [38] ŽEGKLITZ, Jan a POŠÍK, Petr. Benchmarking state-of-the-art symbolic regression algorithms. Online. *Genetic Programming and Evolvable Machines*. 2021, Roč. 22, č. 1, s. 5-33. ISSN 1389-2576. Dostupné z: <https://doi.org/10.1007/s10710-020-09387-0>. [cit. 2024-05-04].
- [39] ZELINKA, Ivan; KOMÍNKOVÁ OPLATKOVÁ, Zuzana; NOLLE, Lars. Analytic programming symbolic regression by means of arbitrary evolutionary algorithm. Online. *International Journal of Simulation Systems, Science & Technology*. 2005, Roč. 6, č. 9, s. 44-56. ISSN 1473-804x. Dostupné z: <https://ijssst.info/Vol-06/No-9/paper5.pdf>. [cit. 2024-05-04].
- [40] VIKTORIN, Adam; PLUHACEK, Michal; KOMINKOVA OPLATKOVA, Zuzana a SENKERIK, Roman. Analytical Programming With Extended Individuals. Online. *ECMS 2016 Proceedings edited by Thorsten Claus, Frank Herrmann, Michael Manitz, Oliver Rose*. ECMS, 2016, s. 237-244. ISBN 9780993244025 Dostupné z: <https://doi.org/10.7148/2016-0237>. [cit. 2024-05-06].

-
- [41] KADAVÝ Tomáš. DISH_python. Online. *GitHub*. Dostupný z: https://github.com/TBU-AILab/DISH_python [cit. 2024-04-25].
- [42] VAN Thu Huynh. CLPSO. Online. *GitHub*. Dostupný z: <https://github.com/tuchula6792/CLPSO> [cit. 2024-05-01].
- [43] KADAVÝ Tomáš. Db1_SHADE_python. Online. *GitHub*. Dostupný z: https://github.com/TBU-AILab/Db1_SHADE_python [cit. 2024-05-02].

SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK

ELA	Exploratory Landscape Analysis
LHS	Latin Hypercube sampling
CEC	IEEE Congress on Evolutionary Computation
BBOB	Black Box Optimization Banchmarking
NFL	No Free Lunch Theorem
PCA	Principal Component Analysis
t-SNE	t-distributed Stochastic Neighbor Embedding
PSO	Particle Swarm Optimization
FEM	First Entropic Measure
FDC	Fitness-Distance Correlation
IL	Information Landscape
FCL	Fitness Cloud Index
SOM	Self Organizing Maps
LDA	Linear discriminant analysis
QDA	Quadratic discriminant analysis
MDA	Mixture discriminant analysis
NBC	Nearest-Better Clustering
MIC	Maximal Information Coefficient
DISH	Distance based Parameter Adaptation for Succes-History
CLPSO	Comprehensive Learning Particle Swarm Optimizer
GP	Genetic Programming
GE	Gramatical Evolution
AP	Analytic Programming
BNF	Backus-Naur form
DSH	Discrete set handling
GFS	General Functional Set
SP	Security Procedures
RE	Reinforced Evolution
NaN	Not a Number

SEZNAM OBRÁZKŮ

1.1	Princip evolučních výpočetních technik	13
2.1	Průběh základních testovacích funkcí 1/2	25
2.2	Průběh základních testovacích funkcí 2/2	26
2.3	Porovnání základní funkce <i>Rastrigin</i> s posunutou a rotovanou funkcí v sadě IEEE CEC 2017	27
3.1	Průběh funkce <i>Ackley</i>	29
3.2	Měření asociace mezi různými metrikami (skóre MIC), převzato z [23]	35
3.3	Dendrogram shlukové analýzy normalizovaných vektorů pro všechny funkce $10D$	37
3.4	Dendrogram shlukové analýzy normalizovaných vektorů pro jednotlivé funkce $10D$	38
3.5	Promítnutí výsledných vektorů do grafu pomocí t -SNE pro funkce $10D$	39
3.6	Promítnutí výsledných vektorů do grafu pomocí t -SNE pro funkce $10D$	40
4.1	Křížení v algoritmu Genetické programování	42
4.2	Proces mutace v algoritmu Genetické programování	42
6.1	Zobrazení ELA vlastností všech sad testovacích funkcí pomocí t -SNE	54
6.2	Zobrazení ELA vlastností generovaných sad testovacích funkcí pomocí t -SNE	55
7.1	Zobrazení testovacích funkcí na základě dosažení nejlepšího ranku jednotlivých evolučních algoritmů při optimalizaci $10D$	58

SEZNAM TABULEK

2.1	Seznam základních testovacích funkcí	20
2.2	Seznam základních testovacích funkcí (1/2)	23
2.3	Seznam základních testovacích funkcí (2/2)	24
2.4	Seznam vybraných operací	24
3.1	Seznam ELA vlastností	34
5.1	Vývojová platforma	47
5.2	Použitý set GFS	47
5.3	Nastavení AP a DISH	51
6.1	Střední hodnota a standardní odchylka ELA vlastností funkce A1 . . .	52
6.2	Střední hodnota a standardní odchylka ELA vlastností funkce A3 . . .	53
7.1	Nastavení parametrů evolučních algoritmů při provádění srovnávacích testů	56
7.2	Střední hodnoty optimalizace funkcí v 10D pro jednotlivé algoritmy .	57
7.3	Ranking středních hodnot výsledku optimalizace testovacích funkcí v 10D	59
7.4	Střední hodnoty optimalizace funkcí v 30D pro jednotlivé algoritmy .	60
7.5	Ranking středních hodnot výsledku optimalizace testovacích funkcí v 30D	61
7.6	Hodnoty F-rank pro jednotlivé algoritmy	61

SEZNAM ZDROJOVÝCH KÓDŮ

1.1	Výpočet parametru L	14
2.1	Ukázka funkce „posunutí“	21
2.2	Ukázka funkce „rotace“	21

SEZNAM PŘÍLOH

- P I. Sady vygenerovaných testovacích funkcí
- P II. Nalezená optima generovaných testovacích funkcí
- P III. Postup pro použití funkce ze sady generovaných funkcí
- P IV. Obsah přiloženého CD

PŘÍLOHA P I. SADY VYGENEROVANÝCH TESTOVACÍCH FUNKCÍ

Příloha obsahuje všechny sady vygenerovaných funkcí, včetně tabulky středních hodnot \bar{x} a standardních odchylek s jednotlivých vlastností ELA. Ty jsou ve stejném pořadí, jako jsou uvedeny v tabulce (Tab. 3.1).

Sada A, funkce 1

$$f(\vec{x}) = \sum_{i=1}^{D-1} \left(\left(\frac{1}{\cos\left(\frac{\pi}{\sin(\omega)}\right)} \right) \cdot \cos(0.35270892) \right) \quad (1.1)$$

$$\text{kde } \omega = \left(\pi - \cos\left(\sin^2\left(\sqrt{x_i^2 + x_{i+1}^2}\right)\right) \right)$$

Tab. 1.1 Střední hodnota a standardní odchylka ELA vlastností funkce A1

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
\bar{x}	9.34E-01	-1.68E+01	6.78E-03	1.14E+02	-5.69E-02	-1.56E-02	5.92E+01	-3.34E-01	1.00E-01
s	1.13E-16	7.23E-15	8.82E-19	4.34E-14	1.41E-17	0.00E+00	0.00E+00	5.65E-17	2.82E-17
	10	11	12	13	14	15	16	17	18
\bar{x}	9.26E-01	2.50E-01	8.80E-01	4.98E-01	4.88E-01	1.02E+00	-2.20E+01	4.86E+02	2.00E+00
s	3.39E-16	0.00E+00	2.26E-16	1.13E-16	1.13E-16	2.26E-16	7.23E-15	1.16E-13	0.00E+00
	19	20	21	22	23	24	25	26	27
\bar{x}	8.37E-01	6.53E-01	6.65E-01	5.35E-01	1.49E-01	-2.20E-01	9.09E-02	9.31E-01	1.08E-01
s	7.86E-03	1.22E-02	1.13E-16	2.26E-16	2.82E-17	5.65E-17	1.41E-17	2.26E-16	1.41E-17

Sada A, funkce 2

$$f(\vec{x}) = \sum_{i=1}^{D-1} \frac{\left| \left(\left(\left(\frac{1}{\sqrt{x_i^2 + x_{i+1}^2}} \right) \right)^{-x_i} \right) \right|^2}{\sqrt{|e|}} \quad (1.2)$$

Tab. 1.2 Střední hodnota a standardní odchylka ELA vlastností funkce A2

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
\bar{x}	6.49E-01	-8.92E+01	6.93E-02	3.66E+01	3.30E-02	1.00E+00	2.46E+05	1.00E+00	1.00E-01
s	1.13E-16	2.89E-14	0.00E+00	0.00E+00	7.06E-18	1.13E-16	2.96E-11	2.26E-16	2.82E-17
	10	11	12	13	14	15	16	17	18
\bar{x}	1.11E+00	2.50E-01	1.14E+00	4.78E-01	2.86E-01	1.67E+00	7.06E-02	-3.46E-01	1.00E+00
s	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	5.65E-17	1.13E-16	4.52E-16	2.82E-17	1.69E-16	0.00E+00
	19	20	21	22	23	24	25	26	27
\bar{x}	8.67E-01	6.51E-01	1.02E+00	7.45E-01	1.02E-01	-6.39E-01	9.09E-02	9.89E-01	1.11E-01
s	7.35E-03	1.37E-02	2.26E-16	3.39E-16	1.41E-17	1.13E-16	1.41E-17	2.26E-16	2.82E-17

Sada A, funkce 3

$$f(\vec{x}) = \sum_{i=1}^{D-1} \frac{\left(\left(\left(\sin\left(\left(\sqrt{x_i^2 + x_{i+1}^2}\right)^2\right)\right) \right)^2 + \left((x_{i+1} + 53)^2 \cdot \sqrt{\left|\frac{1}{x_{i+1}}\right|} \right) \right) \cdot x_i}{(x_i + x_{i+1})} \quad (1.3)$$

Tab. 1.3 Střední hodnota a standardní odchylka ELA vlastností funkce A3

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
\bar{x}	1.04E+00	1.08E+01	5.20E+06	6.82E+00	7.38E-03	2.08E-02	1.85E+01	-1.05E-01	1.00E-01
s	4.52E-16	5.42E-15	1.89E-09	1.81E-15	0.00E+00	7.06E-18	3.61E-15	1.41E-17	2.82E-17
	10	11	12	13	14	15	16	17	18
\bar{x}	8.77E-01	2.46E-01	9.61E-01	4.00E-01	3.60E-01	1.11E+00	-3.92E-01	8.22E+01	9.00E+00
s	0.00E+00	8.47E-17	0.00E+00	1.13E-16	5.65E-17	0.00E+00	1.13E-16	2.89E-14	0.00E+00
	19	20	21	22	23	24	25	26	27
\bar{x}	8.21E-01	6.56E-01	6.09E-01	4.92E-01	1.63E-01	-3.46E-01	9.09E-02	1.00E+00	1.09E-01
s	1.15E-02	1.25E-02	1.13E-16	5.65E-17	5.65E-17	1.13E-16	1.41E-17	0.00E+00	1.41E-17

Sada A, funkce 4

$$f(\vec{x}) = \sum_{i=1}^{D-1} \left(\frac{x_i}{\left(\frac{1}{18}\right)} \cdot \left(\sqrt{x_i^2 + x_{i+1}^2} \cdot |57| \right) \right) \quad (1.4)$$

Tab. 1.4 Střední hodnota a standardní odchylka ELA vlastností funkce A4

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
\bar{x}	9.03E-01	-2.45E+01	3.32E+03	3.05E+01	9.52E-01	9.51E-01	1.71E+01	9.99E-01	5.20E-02
s	2.26E-16	0.00E+00	1.39E-12	7.23E-15	2.26E-16	3.39E-16	7.23E-15	2.26E-16	1.41E-17
	10	11	12	13	14	15	16	17	18
\bar{x}	8.39E-01	7.60E-02	9.05E-01	6.60E-02	7.00E-02	9.43E-01	1.87E-01	-1.27E-03	2.00E+00
s	1.13E-16	1.41E-17	1.13E-16	1.41E-17	1.41E-17	0.00E+00	5.65E-17	0.00E+00	0.00E+00
	19	20	21	22	23	24	25	26	27
\bar{x}	8.34E-01	5.36E-01	7.49E-01	5.95E-01	1.35E-01	-4.29E-01	9.09E-02	1.00E+00	1.86E-01
s	9.74E-03	1.36E-02	2.26E-16	0.00E+00	2.82E-17	5.65E-17	1.41E-17	2.26E-16	5.65E-17

Sada A, funkce 5

$$f(\vec{x}) = \sum_{i=1}^{D-1} x_i + \left(\left(\cos \left(\sqrt{x_i^2 + x_{i+1}^2} \right) \right)^2 - \left(\left(\sqrt{x_i^2 + x_{i+1}^2} + \dots \left(\left(\left(\sqrt{x_i^2 + x_{i+1}^2} + x_i \right) - \cos \left(\sin \left(x_i \right) \right) \cdot \sin^2 \left(0.369 \right) \right) \right) \cdot x_i \right) \right) \right) \quad (1.5)$$

Sada A, funkce 6

$$f(\vec{x}) = \sum_{i=1}^{D-1} \sqrt{x_i^2 + x_{i+1}^2} - \left(1 / \left(\frac{1}{\sin \left(\left(\left(\sqrt{\left(\sqrt{\left(\cos \left(0.918 \right) \cdot x_{i+1} \right) \cdot \sin^2 \left(\frac{x_{i+1}}{0.956} \right) \right) - x_{i+1} \right) \right) \right) \right) \right) \right) \right) \quad (1.6)$$

Tab. 1.5 Střední hodnota a standardní odchylka ELA vlastností funkce A5

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
\bar{x}	8.57E-01	-3.62E+01	3.33E-01	3.29E+02	9.40E-01	9.44E-01	9.69E+00	9.99E-01	4.00E-02
s	2.26E-16	0.00E+00	0.00E+00	5.78E-14	2.26E-16	1.13E-16	0.00E+00	0.00E+00	7.06E-18
	10	11	12	13	14	15	16	17	18
\bar{x}	6.25E-01	7.00E-02	7.29E-01	1.02E-01	1.06E-01	9.62E-01	-1.07E-01	3.30E-01	2.00E+00
s	0.00E+00	0.00E+00	1.13E-16	2.82E-17	2.82E-17	2.26E-16	2.82E-17	0.00E+00	0.00E+00
	19	20	21	22	23	24	25	26	27
\bar{x}	8.41E-01	5.50E-01	7.91E-01	6.46E-01	1.29E-01	-4.53E-01	9.09E-02	1.00E+00	1.76E-01
s	9.55E-03	1.98E-02	2.26E-16	2.26E-16	2.82E-17	1.69E-16	1.41E-17	2.26E-16	0.00E+00

Tab. 1.6 Střední hodnota a standardní odchylka ELA vlastností funkce A6

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
\bar{x}	6.52E-01	-8.84E+01	8.06E-03	1.93E+01	4.06E-02	8.49E-01	2.21E+00	8.62E-01	1.00E-01
s	1.13E-16	4.34E-14	1.77E-18	0.00E+00	7.06E-18	2.26E-16	0.00E+00	0.00E+00	2.82E-17
	10	11	12	13	14	15	16	17	18
\bar{x}	9.62E-01	2.50E-01	1.33E+00	5.88E-01	2.82E-01	2.09E+00	-1.03E-01	-4.53E-01	1.00E+00
s	3.39E-16	0.00E+00	4.52E-16	1.13E-16	0.00E+00	4.52E-16	1.41E-17	1.69E-16	0.00E+00
	19	20	21	22	23	24	25	26	27
\bar{x}	8.58E-01	6.33E-01	9.94E-01	7.27E-01	1.06E-01	-6.60E-01	9.09E-01	3.28E-01	1.13E-01
s	1.00E-02	1.34E-02	2.26E-16	0.00E+00	1.41E-17	1.13E-16	1.13E-16	5.65E-17	1.41E-17

Sada A, funkce 7

$$f(\vec{x}) = \sum_{i=1}^{D-1} \left(\left((x_i + \sqrt{|x_i|}) - x_i \right) - \sqrt{x_i^2 + x_{i+1}^2} \right) \quad (1.7)$$

Tab. 1.7 Střední hodnota a standardní odchylka ELA vlastností funkce A7

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
\bar{x}	1.31E+00	7.75E+01	2.91E-03	6.39E+01	-1.80E-03	9.66E-01	2.20E+00	9.81E-01	1.00E-01
s	0.00E+00	1.45E-14	4.41E-19	1.45E-14	0.00E+00	3.39E-16	4.52E-16	1.13E-16	2.82E-17
	10	11	12	13	14	15	16	17	18
\bar{x}	1.11E+00	2.52E-01	1.29E+00	5.32E-01	2.72E-01	1.96E+00	-1.44E-01	-1.56E-01	1.00E+00
s	0.00E+00	5.65E-17	0.00E+00	0.00E+00	5.65E-17	2.26E-16	2.82E-17	2.82E-17	0.00E+00
	19	20	21	22	23	24	25	26	27
\bar{x}	8.74E-01	6.25E-01	4.25E-01	5.33E-01	1.84E-01	-5.46E-01	9.09E-01	2.59E-01	1.17E-01
s	8.37E-03	1.60E-02	1.69E-16	1.13E-16	5.65E-17	0.00E+00	1.13E-16	5.65E-17	0.00E+00

Sada A, funkce 8

$$f(\vec{x}) = \sum_{i=1}^{D-1} \left(\left(\left| \sqrt{\sqrt{x_i^2 + x_{i+1}^2}} \right| \cdot \left(\sin^2 \left(\frac{\sin(\sqrt{|x_i|})}{x_{i+1}} \right) + \pi \right) \right) \cdot x_i \right) \quad (1.8)$$

Tab. 1.8 Střední hodnota a standardní odchylka ELA vlastností funkce A8

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
\bar{x}	9.50E-01	-1.27E+01	5.88E-02	5.37E+02	9.86E-01	9.85E-01	2.64E+01	9.99E-01	2.80E-02
s	1.13E-16	5.42E-15	7.06E-18	1.16E-13	1.13E-16	0.00E+00	3.62E-15	3.39E-16	3.53E-18
	10	11	12	13	14	15	16	17	18
\bar{x}	5.38E-01	4.40E-02	7.86E-01	5.80E-02	7.80E-02	7.44E-01	1.82E-02	1.93E-01	2.00E+00
s	0.00E+00	1.41E-17	1.13E-16	7.06E-18	1.41E-17	1.13E-16	3.53E-18	0.00E+00	0.00E+00
	19	20	21	22	23	24	25	26	27
\bar{x}	8.42E-01	5.34E-01	7.29E-01	5.97E-01	1.30E-01	-4.19E-01	9.09E-02	9.99E-01	1.87E-01
s	9.25E-03	1.79E-02	0.00E+00	1.13E-16	0.00E+00	5.65E-17	1.41E-17	2.26E-16	8.47E-17

Sada A, funkce 9

$$f(\vec{x}) = \sum_{i=1}^D \frac{\left((|x_i|)^2 \cdot \sin^2(0.2832739393906406) \right)}{0.36682048249518895} \quad (1.9)$$

Tab. 1.9 Střední hodnota a standardní odchylka ELA vlastností funkce A9

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
\bar{x}	6.39E-01	-9.17E+01	3.33E-01	6.25E+00	-1.53E-02	1.00E+00	1.00E+00	1.00E+00	1.00E-01
s	1.13E-16	1.45E-14	0.00E+00	2.71E-15	1.77E-18	0.00E+00	2.26E-16	0.00E+00	2.82E-17
	10	11	12	13	14	15	16	17	18
\bar{x}	9.80E-01	2.50E-01	1.14E+00	4.82E-01	2.50E-01	1.93E+00	3.97E-01	3.52E-01	1.00E+00
s	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	1.13E-16	0.00E+00	4.52E-16	1.69E-16	5.65E-17	0.00E+00
	19	20	21	22	23	24	25	26	27
\bar{x}	8.60E-01	6.20E-01	9.72E-01	6.73E-01	1.01E-01	-6.12E-01	9.09E-02	9.92E-01	1.11E-01
s	9.27E-03	1.46E-02	2.26E-16	1.13E-16	0.00E+00	1.13E-16	1.41E-17	3.39E-16	1.41E-17

Sada A, funkce 10

$$f(\vec{x}) = \sum_{i=1}^{D-1} \left(\sin^2(\cos(x_i)) \cdot \sqrt{x_i^2 + x_{i+1}^2} \right) \cdot \left(x_{i+1} \cdot \left(\sqrt{|(e)^2|} - \left((|(e)^2| + x_i \right)^2 \right) \right) \cdot \dots \sqrt{x_i^2 + x_{i+1}^2} \quad (1.10)$$

Tab. 1.10 Střední hodnota a standardní odchylka ELA vlastností funkce A10

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
\bar{x}	1.08E+00	2.10E+01	2.31E+06	9.09E+00	3.52E-01	3.20E-01	3.62E+01	7.16E-01	1.00E-01
s	0.00E+00	3.62E-15	0.00E+00	1.81E-15	1.69E-16	5.65E-17	7.23E-15	2.26E-16	2.82E-17
	10	11	12	13	14	15	16	17	18
\bar{x}	1.00E+00	2.00E-01	8.93E-01	2.96E-01	3.18E-01	9.31E-01	-2.71E-01	2.71E+00	3.00E+00
s	0.00E+00	5.65E-17	1.13E-16	0.00E+00	5.65E-17	2.26E-16	0.00E+00	1.36E-15	0.00E+00
	19	20	21	22	23	24	25	26	27
\bar{x}	8.41E-01	6.49E-01	6.20E-01	5.39E-01	1.52E-01	-5.60E-01	9.09E-02	1.00E+00	1.44E-01
s	7.69E-03	1.22E-02	1.13E-16	1.13E-16	2.82E-17	1.13E-16	1.41E-17	3.39E-16	0.00E+00

Sada A, funkce 11

$$f(\vec{x}) = \sum_{i=1}^{D-1} \left(x_i \cdot \left(\left(\frac{1}{38} \right) + \left(\left(83 - \sqrt{(\sin^2(89))^2} \right) \cdot \sqrt{x_i^2 + x_{i+1}^2} \right) \right) \right) \cdot \dots \left(\left((x_i - e) + \sqrt{x_i^2 + x_{i+1}^2} \right) \right)^2 \quad (1.11)$$

Tab. 1.11 Střední hodnota a standardní odchyška ELA vlastností funkce A11

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
\bar{x}	7.81E-01	-5.57E+01	2.56E+06	5.37E+01	4.26E-01	8.25E-01	4.94E+00	9.87E-01	1.04E-01
s	1.13E-16	7.23E-15	0.00E+00	7.23E-15	1.69E-16	3.39E-16	0.00E+00	2.26E-16	1.41E-17
	10	11	12	13	14	15	16	17	18
\bar{x}	1.08E+00	1.98E-01	1.22E+00	2.66E-01	2.28E-01	1.17E+00	9.96E-01	1.04E+00	2.00E+00
s	2.26E-16	8.47E-17	2.26E-16	0.00E+00	2.82E-17	2.26E-16	1.13E-16	2.26E-16	0.00E+00
	19	20	21	22	23	24	25	26	27
\bar{x}	8.45E-01	6.06E-01	9.17E-01	6.45E-01	1.15E-01	-5.08E-01	9.09E-02	1.00E+00	1.43E-01
s	8.41E-03	1.33E-02	0.00E+00	1.13E-16	1.41E-17	0.00E+00	1.41E-17	0.00E+00	2.82E-17

Sada A, funkce 12

$$f(\vec{x}) = \sum_{i=1}^{D-1} \left(\left(\left(\left(55 \cdot \sqrt{x_i^2 + x_{i+1}^2} \right) \cdot e \right) \right)^2 \cdot |x_i| \right) \quad (1.12)$$

Tab. 1.12 Střední hodnota a standardní odchyška ELA vlastností funkce A12

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
\bar{x}	6.28E-01	-9.45E+01	1.41E+06	2.96E+01	-2.98E-02	9.67E-01	4.24E+00	9.96E-01	1.00E-01
s	0.00E+00	1.45E-14	4.74E-10	3.62E-15	3.53E-18	1.13E-16	9.04E-16	1.13E-16	2.82E-17
	10	11	12	13	14	15	16	17	18
\bar{x}	1.00E+00	2.50E-01	1.12E+00	5.10E-01	2.68E-01	1.90E+00	5.76E-01	7.30E-01	2.00E+00
s	0.00E+00	0.00E+00	2.26E-16	0.00E+00	0.00E+00	6.78E-16	1.13E-16	1.13E-16	0.00E+00
	19	20	21	22	23	24	25	26	27
\bar{x}	8.56E-01	6.03E-01	1.04E+00	7.43E-01	1.05E-01	-6.15E-01	9.09E-02	1.00E+00	1.14E-01
s	5.84E-03	1.05E-02	2.26E-16	3.39E-16	1.41E-17	1.13E-16	1.41E-17	0.00E+00	2.82E-17

Sada A, funkce 13

$$f(\vec{x}) = \sum_{i=1}^{D-1} \cos \left(\left(\left((x_{i+1} + \pi) - \left(\left(\sqrt{|70|} + \sqrt{x_i^2 + x_{i+1}^2} \right) \cdot \pi \right) \right) \right) \right)^2 \quad (1.13)$$

Sada A, funkce 14

$$f(\vec{x}) = \sum_{i=1}^{D-1} \sqrt{\left| \left(x_{i+1} \cdot \left(\sqrt{|0.12319828407167449|} \cdot \frac{(\sqrt{x_i^2 + x_{i+1}^2} \cdot x_i)}{\pi} \right) \right) \right|} \quad (1.14)$$

Tab. 1.13 Střední hodnota a standardní odchylka ELA vlastností funkce A13

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
\bar{x}	1.07E+00	1.69E+01	2.04E-04	1.73E+01	-2.60E-02	-1.11E-02	3.15E+01	-2.27E-02	1.00E-01
s	2.26E-16	3.62E-15	0.00E+00	3.62E-15	3.53E-18	5.30E-18	0.00E+00	7.06E-18	2.82E-17
	10	11	12	13	14	15	16	17	18
\bar{x}	8.77E-01	2.50E-01	8.56E-01	5.18E-01	5.14E-01	1.01E+00	1.74E-01	-3.44E-01	2.00E+00
s	0.00E+00	0.00E+00	1.13E-16	1.13E-16	1.13E-16	0.00E+00	2.82E-17	0.00E+00	0.00E+00
	19	20	21	22	23	24	25	26	27
\bar{x}	8.76E-01	6.89E-01	6.14E-01	4.53E-01	1.52E-01	-6.18E-01	8.18E-01	1.24E-01	1.15E-01
s	7.23E-03	1.36E-02	1.13E-16	1.13E-16	0.00E+00	1.13E-16	3.39E-16	2.82E-17	2.82E-17

Tab. 1.14 Střední hodnota a standardní odchylka ELA vlastností funkce A14

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
\bar{x}	7.20E-01	-7.11E+01	1.25E-01	3.28E+00	1.41E-02	8.89E-01	2.13E+00	9.12E-01	1.00E-01
s	1.13E-16	0.00E+00	4.24E-17	4.52E-16	5.30E-18	3.39E-16	4.52E-16	1.13E-16	2.82E-17
	10	11	12	13	14	15	16	17	18
\bar{x}	9.26E-01	2.50E-01	1.12E+00	4.88E-01	2.64E-01	1.85E+00	2.99E-01	-1.78E-01	1.00E+00
s	3.39E-16	0.00E+00	2.26E-16	5.65E-17	5.65E-17	4.52E-16	5.65E-17	0.00E+00	0.00E+00
	19	20	21	22	23	24	25	26	27
\bar{x}	8.69E-01	6.05E-01	9.41E-01	6.78E-01	1.03E-01	-5.87E-01	5.45E-01	7.98E-01	1.13E-01
s	7.76E-03	1.46E-02	3.39E-16	3.39E-16	2.82E-17	1.13E-16	1.13E-16	3.39E-16	1.41E-17

Sada A, funkce 15

$$f(\vec{x}) = \sum_{i=1}^{D-1} \sin \left(\left(\left(\left(x_i + (|\pi| \cdot 0.554) \right)^2 + |\sin(x_i)| \right) - x_i \right) \right) - \left(\sin^2(x_{i+1}) \cdot (x_i)^2 \right) \quad (1.15)$$

Tab. 1.15 Střední hodnota a standardní odchylka ELA vlastností funkce A15

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
\bar{x}	1.23E+00	5.76E+01	4.14E-01	2.22E+01	1.07E-04	4.75E-01	9.10E+00	5.14E-01	1.00E-01
s	2.26E-16	7.23E-15	0.00E+00	0.00E+00	4.14E-20	1.69E-16	0.00E+00	0.00E+00	2.82E-17
	10	11	12	13	14	15	16	17	18
\bar{x}	9.09E-01	2.48E-01	9.69E-01	4.76E-01	3.50E-01	1.36E+00	-4.27E-01	-2.06E-01	1.00E+00
s	1.13E-16	2.82E-17	0.00E+00	1.69E-16	1.13E-16	2.26E-16	5.65E-17	8.47E-17	0.00E+00
	19	20	21	22	23	24	25	26	27
\bar{x}	8.66E-01	6.54E-01	5.05E-01	4.85E-01	1.89E-01	-5.88E-01	9.09E-02	9.99E-01	1.20E-01
s	9.69E-03	1.61E-02	1.13E-16	1.69E-16	8.47E-17	0.00E+00	1.41E-17	2.26E-16	4.24E-17

Sada B, funkce 1

$$f(\vec{x}) = \sum_{i=1}^{D-1} \left(x_i \cdot \left(\sin^2 \left(\left(\frac{1}{e} \right) \right) + \left(\sqrt{\left| \left(\frac{((x_i - 0.511) + \pi)}{\cos(\sqrt{x_i^2 + x_{i+1}^2 + x_{i+1}})} \right)^2 \right|} \right) \right) \right) \quad (1.16)$$

Tab. 1.16 Střední hodnota a standardní odchylka ELA vlastností funkce B1

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
\bar{x}	1.03E+00	8.29E+00	3.61E+07	2.30E+03	-9.32E-03	-2.71E-03	2.77E+00	-5.30E-02	1.00E-01
s	2.26E-16	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	3.53E-18	8.82E-19	1.36E-15	1.41E-17	2.82E-17
	10	11	12	13	14	15	16	17	18
\bar{x}	8.93E-01	2.44E-01	1.05E+00	2.84E-01	3.04E-01	9.34E-01	-2.22E+01	4.93E+02	1.00E+00
s	1.13E-16	5.65E-17	2.26E-16	0.00E+00	5.65E-17	3.39E-16	7.23E-15	1.16E-13	0.00E+00
	19	20	21	22	23	24	25	26	27
\bar{x}	7.98E-01	6.66E-01	5.98E-01	4.79E-01	1.56E-01	-2.13E-01	9.09E-02	1.00E+00	1.14E-01
s	8.59E-03	1.13E-02	0.00E+00	1.13E-16	5.65E-17	0.00E+00	1.41E-17	0.00E+00	0.00E+00

Sada B, funkce 2

$$f(\vec{x}) = \sum_{i=1}^{D-1} \left(\left(\left(\frac{\| \cos(x_i) \|}{\sin^2(\sin^2(\pi))} + \sin(\cos(x_{i+1})) \right) - 44 \right) \cdot ((\pi + 0.457) \cdot x_i) \right) \quad (1.17)$$

Tab. 1.17 Střední hodnota a standardní odchylka ELA vlastností funkce B2

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
\bar{x}	8.71E-01	-3.26E+01	2.19E+62	5.13E+01	8.23E-01	8.17E-01	6.72E+01	8.19E-01	7.00E-02
s	2.26E-16	7.23E-15	0.00E+00	7.23E-15	2.26E-16	3.39E-16	2.89E-14	1.13E-16	1.41E-17
	10	11	12	13	14	15	16	17	18
\bar{x}	8.14E-01	1.36E-01	9.32E-01	1.20E-01	1.30E-01	9.23E-01	1.63E-01	-2.57E-01	2.00E+00
s	0.00E+00	5.65E-17	1.13E-16	2.82E-17	2.82E-17	1.13E-16	5.65E-17	0.00E+00	0.00E+00
	19	20	21	22	23	24	25	26	27
\bar{x}	4.00E-01	5.74E-01	7.40E-01	6.07E-01	1.35E-01	-4.68E-01	9.09E-02	1.00E+00	1.79E-01
s	1.44E-03	1.06E-02	2.26E-16	0.00E+00	0.00E+00	1.13E-16	1.41E-17	0.00E+00	5.65E-17

Sada B, funkce 3

$$f(\vec{x}) = \sum_{i=1}^{D-1} \left(\sqrt{x_i^2 + x_{i+1}^2} + x_i \right) \quad (1.18)$$

Tab. 1.18 Střední hodnota a standardní odchylka ELA vlastností funkce B3

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
\bar{x}	7.26E-01	-6.96E+01	6.74E-02	1.71E+01	7.00E-01	9.89E-01	2.04E+00	9.92E-01	9.60E-02
s	1.13E-16	0.00E+00	1.41E-17	3.61E-15	1.13E-16	0.00E+00	0.00E+00	2.26E-16	2.82E-17
	10	11	12	13	14	15	16	17	18
\bar{x}	1.14E+00	1.56E-01	1.01E+00	1.84E-01	1.56E-01	1.18E+00	3.27E-01	-3.58E-01	1.00E+00
s	0.00E+00	5.65E-17	4.52E-16	5.65E-17	2.82E-17	0.00E+00	1.13E-16	1.13E-16	0.00E+00
	19	20	21	22	23	24	25	26	27
\bar{x}	8.56E-01	5.61E-01	9.38E-01	6.45E-01	1.22E-01	-4.90E-01	7.27E-01	5.97E-01	1.69E-01
s	1.20E-02	2.35E-02	2.26E-16	2.26E-16	2.82E-17	1.13E-16	2.26E-16	0.00E+00	5.65E-17

Sada B, funkce 4

$$f(\vec{x}) = \sum_{i=1}^{D-1} \left(x_i \cdot \left(\left(\left(\frac{x_{i+1}}{\sqrt{|\sin^2((\sin^2(\sqrt{x_i^2 + x_{i+1}^2)) - \sin(\cos(71)))|}} \right) \right) \right) \right)^2 \quad (1.19)$$

Tab. 1.19 Střední hodnota a standardní odchylka ELA vlastností funkce B4

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
\bar{x}	1.09E+00	2.37E+01	1.07E+08	6.77E+00	1.22E-01	1.20E-01	3.43E+01	4.50E-01	1.02E-01
s	2.26E-16	1.08E-14	0.00E+00	0.00E+00	4.23E-17	2.82E-17	7.23E-15	1.13E-16	2.82E-17
	10	11	12	13	14	15	16	17	18
\bar{x}	9.62E-01	2.44E-01	8.84E-01	3.48E-01	3.88E-01	8.97E-01	1.09E+00	1.02E+01	4.00E+00
s	2.26E-16	5.65E-17	2.26E-16	1.69E-16	0.00E+00	1.13E-16	0.00E+00	1.81E-15	0.00E+00
	19	20	21	22	23	24	25	26	27
\bar{x}	8.22E-01	6.63E-01	5.60E-01	4.35E-01	1.61E-01	-5.26E-01	9.09E-02	1.00E+00	1.30E-01
s	8.43E-03	1.30E-02	2.26E-16	1.13E-16	5.65E-17	2.26E-16	1.41E-17	0.00E+00	0.00E+00

Sada B, funkce 5

$$f(\vec{x}) = \sum_{i=1}^{D-1} \left(67 \cdot \cos \left(\left(\frac{x_i}{\sqrt{x_i^2 + x_{i+1}^2}} \cdot \frac{x_{i+1}}{\left(\sin^2 \left(\sin^2 \left(\sqrt{x_i^2 + x_{i+1}^2} \right) \right) + \pi \right) \right) \right) \right) \quad (1.20)$$

Tab. 1.20 Střední hodnota a standardní odchylka ELA vlastností funkce B5

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
\bar{x}	9.42E-01	-1.48E+01	4.38E-02	7.99E+00	5.82E-02	7.40E-03	4.59E+00	1.74E-01	1.00E-01
s	1.13E-16	5.42E-15	0.00E+00	9.03E-16	1.41E-17	2.65E-18	0.00E+00	0.00E+00	2.82E-17
	10	11	12	13	14	15	16	17	18
\bar{x}	9.43E-01	2.52E-01	9.77E-01	4.88E-01	4.82E-01	1.01E+00	2.38E-02	-4.69E-01	1.00E+00
s	2.26E-16	5.65E-17	3.39E-16	1.13E-16	1.13E-16	0.00E+00	3.53E-18	1.13E-16	0.00E+00
	19	20	21	22	23	24	25	26	27
\bar{x}	8.77E-01	6.96E-01	6.76E-01	5.31E-01	1.48E-01	-6.08E-01	8.18E-01	4.66E-01	1.12E-01
s	1.01E-02	1.25E-02	2.26E-16	2.26E-16	2.82E-17	0.00E+00	3.39E-16	1.13E-16	2.82E-17

Sada B, funkce 6

$$f(\vec{x}) = \sum_{i=1}^{D-1} \frac{x_i}{\sin^2(\sqrt{x_i^2 + x_{i+1}^2})} \quad (1.21)$$

Sada B, funkce 7

$$f(\vec{x}) = \sum_{i=1}^D \frac{\sqrt{\left| \frac{\sin^2 \left(\left(\left(\frac{1}{0.247} \right) \cdot 39 \right) - \left((\pi \cdot e) + (98)^2 \right) \right) \right)}{\left(\sin^2(e) + x_i \right)}}{x_i} \quad (1.22)$$

Tab. 1.21 Střední hodnota a standardní odchylka ELA vlastností funkce B6

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
\bar{x}	1.08E+00	2.08E+01	7.16E+02	1.20E+01	-6.48E-03	-1.59E-02	1.14E+01	9.92E-02	1.00E-01
s	0.00E+00	1.08E-14	2.31E-13	1.81E-15	8.82E-19	7.06E-18	3.61E-15	0.00E+00	2.82E-17
	10	11	12	13	14	15	16	17	18
\bar{x}	8.47E-01	2.40E-01	8.28E-01	3.50E-01	4.26E-01	8.22E-01	-1.80E+01	3.70E+02	5.00E+00
s	1.13E-16	5.65E-17	1.13E-16	1.13E-16	5.65E-17	1.13E-16	0.00E+00	1.16E-13	0.00E+00
	19	20	21	22	23	24	25	26	27
\bar{x}	8.08E-01	6.56E-01	6.15E-01	4.26E-01	1.61E-01	-2.15E-01	9.09E-02	1.00E+00	1.13E-01
s	8.89E-03	1.60E-02	2.26E-16	1.13E-16	0.00E+00	5.65E-17	1.41E-17	3.39E-16	0.00E+00

Tab. 1.22 Střední hodnota a standardní odchylka ELA vlastností funkce B7

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
\bar{x}	9.79E-01	-5.24E+00	5.85E-04	2.05E+01	2.49E-02	2.46E-03	2.93E+01	1.19E-01	1.00E-01
s	3.39E-16	0.00E+00	2.21E-19	7.23E-15	3.53E-18	8.82E-19	1.08E-14	4.23E-17	2.82E-17
	10	11	12	13	14	15	16	17	18
\bar{x}	9.09E-01	2.50E-01	8.62E-01	4.62E-01	5.18E-01	8.92E-01	-1.55E+00	8.31E+01	1.00E+01
s	2.26E-16	0.00E+00	2.26E-16	5.65E-17	1.13E-16	1.13E-16	4.52E-16	0.00E+00	0.00E+00
	19	20	21	22	23	24	25	26	27
\bar{x}	8.09E-01	6.57E-01	6.91E-01	5.09E-01	1.55E-01	-2.49E-01	8.18E-01	1.16E-01	1.10E-01
s	8.94E-03	1.27E-02	1.13E-16	1.13E-16	2.82E-17	5.65E-17	3.39E-16	0.00E+00	2.82E-17

Sada B, funkce 8

$$f(\vec{x}) = \sum_{i=1}^D \left(\left(\left\| \left(\frac{1}{\sin^2(\sin^2(\pi))} \right) \right\| - \cos(e) \right) \cdot \left(\frac{97}{\sin(x_i)} \cdot \sin^2(x_i) \right) \right) \quad (1.23)$$

Tab. 1.23 Střední hodnota a standardní odchylka ELA vlastností funkce B8

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
\bar{x}	1.00E+00	7.15E-01	8.68E+61	1.01E+01	-1.10E-02	-8.64E-03	1.09E+01	3.72E-02	1.00E-01
s	2.26E-16	0.00E+00	2.32E+46	3.61E-15	3.53E-18	0.00E+00	0.00E+00	7.06E-18	2.82E-17
	10	11	12	13	14	15	16	17	18
\bar{x}	9.43E-01	2.50E-01	8.99E-01	4.84E-01	5.10E-01	9.49E-01	1.79E-01	6.36E-02	1.00E+00
s	2.26E-16	0.00E+00	1.13E-16	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	2.82E-17	0.00E+00	0.00E+00
	19	20	21	22	23	24	25	26	27
\bar{x}	4.10E-01	7.00E-01	6.68E-01	4.54E-01	1.64E-01	-5.89E-01	9.09E-02	1.00E+00	1.13E-01
s	4.26E-04	1.46E-02	2.26E-16	1.13E-16	2.82E-17	1.13E-16	1.41E-17	0.00E+00	1.41E-17

Sada B, funkce 9

$$f(\vec{x}) = \sum_{i=1}^{D-1} \cos \left(\frac{(\pi)^2}{\left(\sqrt{\left| \left(\frac{\sin(x_i) \cdot x_i}{0.2632380472090439} + \frac{e}{0.366886629445377} \right) \right|} \cdot (x_{i+1} - x_i) \right)} \right) \quad (1.24)$$

Tab. 1.24 Střední hodnota a standardní odchylka ELA vlastností funkce B9

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
\bar{x}	9.12E-01	-2.24E+01	4.13E-05	1.59E+01	-3.35E-03	2.42E-04	1.42E+02	6.13E-02	1.00E-01
s	2.26E-16	7.23E-15	1.38E-20	1.81E-15	1.32E-18	0.00E+00	2.89E-14	1.41E-17	2.82E-17
	10	11	12	13	14	15	16	17	18
\bar{x}	8.33E-01	2.50E-01	8.68E-01	4.50E-01	4.50E-01	1.00E+00	-3.71E+00	1.64E+01	4.00E+00
s	2.26E-16	0.00E+00	3.39E-16	1.13E-16	1.13E-16	0.00E+00	9.03E-16	7.23E-15	0.00E+00
	19	20	21	22	23	24	25	26	27
\bar{x}	7.48E-01	6.45E-01	6.54E-01	4.65E-01	1.51E-01	-5.86E-01	8.18E-01	1.20E-01	1.12E-01
s	1.16E-02	1.38E-02	2.26E-16	1.69E-16	2.82E-17	0.00E+00	3.39E-16	1.41E-17	0.00E+00

Sada B, funkce 10

$$f(\vec{x}) = \sum_{i=1}^{D-1} \left(\frac{1}{\frac{10 \cdot ((|x_{i+1}| - \sqrt{\sin^2(0.1390514517264285)}) \cdot \sqrt{x_i^2 + x_{i+1}^2})}{(\sqrt{x_i^2 + x_{i+1}^2})^2}} \right) \quad (1.25)$$

Tab. 1.25 Střední hodnota a standardní odchylka ELA vlastností funkce B10

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
\bar{x}	1.10E+00	2.44E+01	3.90E-03	1.53E+01	-5.06E-02	-1.33E-02	1.44E+01	-1.39E-01	1.00E-01
s	0.00E+00	1.08E-14	0.00E+00	3.61E-15	2.12E-17	1.76E-18	1.81E-15	0.00E+00	2.82E-17
	10	11	12	13	14	15	16	17	18
\bar{x}	9.80E-01	2.50E-01	9.12E-01	5.02E-01	4.92E-01	1.02E+00	-1.11E+01	2.59E+02	6.00E+00
s	0.00E+00	0.00E+00	1.13E-16	1.13E-16	1.69E-16	2.26E-16	1.81E-15	0.00E+00	0.00E+00
	19	20	21	22	23	24	25	26	27
\bar{x}	8.14E-01	6.87E-01	5.42E-01	4.94E-01	1.63E-01	-3.37E-01	9.09E-01	1.49E-01	1.08E-01
s	6.71E-03	1.05E-02	1.13E-16	1.69E-16	5.65E-17	1.13E-16	2.26E-16	0.00E+00	1.41E-17

Sada B, funkce 11

$$f(\vec{x}) = \sum_{i=1}^{D-1} \left(\cos \left(\sin \left(\cos \left(\sqrt{x_i^2 + x_{i+1}^2} \right) \right) \right) \cdot \frac{(x_i - \sqrt{x_i^2 + x_{i+1}^2})}{\sqrt{\left| \frac{1}{\left(\frac{\sqrt{x_i^2 + x_{i+1}^2}}{(x_{i+1} + x_i)} \right) \right|}}} \right) + \sqrt{x_i^2 + x_{i+1}^2} \quad (1.26)$$

Sada B, funkce 12

$$f(\vec{x}) = \sum_{i=1}^{D-1} \frac{((e + \sin^2(0.2201279844729343)) + x_i) + x_{i+1}}{\left(x_{i+1} - \left(\left(\frac{\sqrt{x_i^2 + x_{i+1}^2}}{x_i} + 0.9251918518618295 \right) \cdot x_i \right) \cdot x_i \right)} \quad (1.27)$$

Tab. 1.26 Střední hodnota a standardní odchyška ELA vlastností funkce B11

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
\bar{x}	9.05E-01	-2.41E+01	6.96E+00	1.63E+01	6.60E-01	8.40E-01	3.97E+00	9.69E-01	8.00E-02
s	0.00E+00	1.08E-14	0.00E+00	3.61E-15	2.26E-16	1.13E-16	0.00E+00	1.13E-16	1.41E-17
	10	11	12	13	14	15	16	17	18
\bar{x}	9.30E-01	1.58E-01	1.11E+00	2.08E-01	1.72E-01	1.21E+00	-1.18E+00	2.11E+00	3.00E+00
s	3.39E-16	2.82E-17	2.26E-16	5.65E-17	2.82E-17	0.00E+00	0.00E+00	4.52E-16	0.00E+00
	19	20	21	22	23	24	25	26	27
\bar{x}	8.48E-01	5.88E-01	6.56E-01	5.83E-01	1.51E-01	-5.23E-01	9.09E-02	1.00E+00	1.64E-01
s	9.37E-03	1.29E-02	2.26E-16	1.13E-16	2.82E-17	2.26E-16	1.41E-17	1.13E-16	5.65E-17

Tab. 1.27 Střední hodnota a standardní odchyška ELA vlastností funkce B12

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
\bar{x}	8.83E-01	-2.96E+01	3.70E-04	8.89E+00	-5.01E-02	-8.43E-03	2.58E+01	-1.82E-01	1.00E-01
s	2.26E-16	7.23E-15	1.10E-19	0.00E+00	1.41E-17	0.00E+00	3.61E-15	2.82E-17	2.82E-17
	10	11	12	13	14	15	16	17	18
\bar{x}	9.26E-01	2.70E-01	9.85E-01	4.08E-01	4.10E-01	9.95E-01	4.20E+00	9.68E+01	8.00E+00
s	3.39E-16	1.13E-16	2.26E-16	1.13E-16	5.65E-17	2.26E-16	9.03E-16	0.00E+00	0.00E+00
	19	20	21	22	23	24	25	26	27
\bar{x}	8.36E-01	6.71E-01	8.10E-01	5.58E-01	1.45E-01	-3.29E-01	8.18E-01	1.20E-01	1.09E-01
s	7.92E-03	1.27E-02	3.39E-16	1.13E-16	0.00E+00	5.65E-17	3.39E-16	1.41E-17	1.41E-17

Sada B, funkce 13

$$f(\vec{x}) = \sum_{i=1}^{D-1} \sqrt{x_i^2 + x_{i+1}^2} \cdot \left(\sin^2 \left(\frac{\left(\left(\left(91 + (\pi)^2 \right) \right)^2 \cdot \sqrt{|x_{i+1}|} \right)}{18} \right) \cdot \left((e - \sin(x_{i+1})) \right)^2 \right) \quad (1.28)$$

Tab. 1.28 Střední hodnota a standardní odchyška ELA vlastností funkce B13

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
\bar{x}	8.57E-01	-3.62E+01	6.74E-03	1.99E+02	1.34E-02	2.02E-01	4.03E+00	2.05E-01	1.00E-01
s	0.00E+00	0.00E+00	2.65E-18	2.89E-14	3.53E-18	5.65E-17	0.00E+00	0.00E+00	2.82E-17
	10	11	12	13	14	15	16	17	18
\bar{x}	9.26E-01	2.50E-01	8.87E-01	5.22E-01	3.84E-01	1.36E+00	4.85E-01	2.44E-01	2.00E+00
s	3.39E-16	0.00E+00	3.39E-16	0.00E+00	1.13E-16	0.00E+00	5.65E-17	0.00E+00	0.00E+00
	19	20	21	22	23	24	25	26	27
\bar{x}	8.74E-01	6.68E-01	7.07E-01	5.16E-01	1.43E-01	-6.00E-01	9.09E-02	9.69E-01	1.09E-01
s	8.25E-03	1.28E-02	2.26E-16	1.13E-16	0.00E+00	1.13E-16	1.41E-17	0.00E+00	4.23E-17

Sada B, funkce 14

$$f(\vec{x}) = \sum_{i=1}^{D-1} x_i - \left(\left(\frac{\sin^2 \left(\sqrt{\left| \left(\frac{1}{x_i} \right) \right|} \right)}{(\pi)^2} - \sqrt{x_i^2 + x_{i+1}^2} \right) + |(\cos(|x_{i+1} + 0.009|)) \cdot x_i| \right) \quad (1.29)$$

Tab. 1.29 Střední hodnota a standardní odchylka ELA vlastností funkce B14

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
\bar{x}	7.58E-01	-6.15E+01	5.72E-02	1.91E+01	8.10E-01	9.16E-01	3.81E+00	9.27E-01	8.80E-02
s	2.26E-16	1.45E-14	1.41E-17	7.23E-15	3.39E-16	0.00E+00	9.03E-16	3.39E-16	2.82E-17
	10	11	12	13	14	15	16	17	18
\bar{x}	1.22E+00	1.20E-01	9.52E-01	1.40E-01	1.34E-01	1.04E+00	2.63E-01	-3.05E-01	1.00E+00
s	2.26E-16	2.82E-17	0.00E+00	0.00E+00	2.82E-17	2.26E-16	1.13E-16	1.13E-16	0.00E+00
	19	20	21	22	23	24	25	26	27
\bar{x}	8.42E-01	5.71E-01	8.65E-01	6.05E-01	1.24E-01	-4.74E-01	7.27E-01	5.78E-01	1.80E-01
s	9.89E-03	1.31E-02	2.26E-16	1.13E-16	4.23E-17	1.69E-16	2.26E-16	0.00E+00	5.65E-17

Sada B, funkce 15

$$f(\vec{x}) = \sum_{i=1}^{D-1} (x_{i+1} - (\pi - \sin^2(x_i))) \quad (1.30)$$

Tab. 1.30 Střední hodnota a standardní odchylka ELA vlastností funkce B15

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
\bar{x}	8.17E-01	-4.64E+01	5.95E-04	1.69E+03	1.00E+00	1.00E+00	2.88E+01	1.00E+00	4.40E-02
s	0.00E+00	1.45E-14	1.10E-19	4.63E-13	2.26E-16	2.26E-16	3.61E-15	1.13E-16	1.41E-17
	10	11	12	13	14	15	16	17	18
\bar{x}	6.11E-01	3.40E-02	4.86E-01	3.80E-02	4.20E-02	9.05E-01	-2.12E-02	-1.05E-01	2.00E+00
s	1.13E-16	7.06E-18	0.00E+00	7.06E-18	1.41E-17	0.00E+00	1.06E-17	0.00E+00	0.00E+00
	19	20	21	22	23	24	25	26	27
\bar{x}	8.29E-01	5.11E-01	7.51E-01	6.37E-01	1.30E-01	-4.27E-01	7.27E-01	5.28E-01	1.84E-01
s	8.94E-03	1.37E-02	3.39E-16	1.13E-16	5.65E-17	0.00E+00	2.26E-16	1.13E-16	0.00E+00

Sada C, funkce 1

$$f(\vec{x}) = \sum_{i=1}^{D-1} \left(x_i - \left(\sin^2((e - x_i)) + \left(\frac{x_i}{\frac{(((x_i - 89) \cdot e)^2)}{|55|}} + x_{i+1} \right) \right) \right) \quad (1.31)$$

Tab. 1.31 Střední hodnota a standardní odchylka ELA vlastností funkce C1

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
\bar{x}	9.77E-01	-5.91E+00	1.35E+03	7.33E+00	8.99E-02	3.15E-02	2.13E+01	3.91E-01	1.00E-01
s	2.26E-16	0.00E+00	0.00E+00	2.71E-15	0.00E+00	1.41E-17	3.61E-15	1.13E-16	2.82E-17
	10	11	12	13	14	15	16	17	18
\bar{x}	8.62E-01	1.34E-01	8.93E-01	1.38E-01	1.48E-01	9.32E-01	-2.01E+01	4.21E+02	3.00E+00
s	2.26E-16	2.82E-17	2.26E-16	2.82E-17	0.00E+00	2.26E-16	3.61E-15	1.16E-13	0.00E+00
	19	20	21	22	23	24	25	26	27
\bar{x}	8.54E-01	5.90E-01	6.30E-01	5.10E-01	1.59E-01	-2.16E-01	9.09E-02	1.00E+00	1.10E-01
s	8.16E-03	1.48E-02	2.26E-16	2.26E-16	2.82E-17	5.65E-17	1.41E-17	0.00E+00	2.82E-17

Tab. 1.34 Střední hodnota a standardní odchylka ELA vlastností funkce C4

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
\bar{x}	8.88E-01	-2.85E+01	8.94E-04	3.93E+01	-3.99E-04	1.16E-01	4.29E+00	1.88E-01	1.00E-01
s	2.26E-16	1.08E-14	0.00E+00	0.00E+00	1.10E-19	2.82E-17	9.03E-16	5.65E-17	2.82E-17
	10	11	12	13	14	15	16	17	18
\bar{x}	8.77E-01	2.50E-01	8.68E-01	5.00E-01	4.50E-01	1.11E+00	5.92E-01	2.47E-01	2.00E+00
s	0.00E+00	0.00E+00	3.39E-16	0.00E+00	1.13E-16	2.26E-16	0.00E+00	8.47E-17	0.00E+00
	19	20	21	22	23	24	25	26	27
\bar{x}	8.63E-01	6.64E-01	7.49E-01	5.02E-01	1.52E-01	-5.49E-01	9.09E-01	1.27E-01	1.20E-01
s	1.00E-02	1.76E-02	1.13E-16	1.13E-16	5.65E-17	1.13E-16	2.26E-16	0.00E+00	1.41E-17

Sada C, funkce 5

$$f(\vec{x}) = \sum_{i=1}^D x_i \cdot \left(\left(\left(\left(\frac{1}{\left(\frac{1}{\sqrt{\left\| \left(\sqrt{\sqrt{|x_i|}} \right\|} \right)^2 \right\|}} \right) \right) \right) \right)^2 \right) \quad (1.35)$$

Tab. 1.35 Střední hodnota a standardní odchylka ELA vlastností funkce C5

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
\bar{x}	8.21E-01	-4.55E+01	8.32E+00	1.07E+00	9.83E-01	9.83E-01	6.32E+00	9.99E-01	3.80E-02
s	0.00E+00	1.45E-14	0.00E+00	2.26E-16	2.26E-16	2.26E-16	0.00E+00	2.26E-16	7.06E-18
	10	11	12	13	14	15	16	17	18
\bar{x}	5.76E-01	4.40E-02	5.79E-01	6.20E-02	7.40E-02	8.38E-01	3.04E-02	-1.13E-01	2.00E+00
s	0.00E+00	1.41E-17	0.00E+00	7.06E-18	0.00E+00	1.13E-16	3.53E-18	0.00E+00	0.00E+00
	19	20	21	22	23	24	25	26	27
\bar{x}	8.38E-01	5.47E-01	7.63E-01	5.60E-01	1.41E-01	-4.29E-01	9.09E-02	9.89E-01	1.94E-01
s	7.69E-03	1.66E-02	1.13E-16	0.00E+00	2.82E-17	1.13E-16	1.41E-17	0.00E+00	5.65E-17

Sada C, funkce 6

$$f(\vec{x}) = \sum_{i=1}^{D-1} \frac{x_i}{\frac{\sqrt{x_i^2 + x_{i+1}^2}}{\cos(\pi + \cos(\sqrt{|e| \cdot 61}))}} \quad (1.36)$$

Sada C, funkce 7

$$f(\vec{x}) = \sum_{i=1}^{D-1} \frac{1}{\left(29 + \left((x_{i+1} - \sin(\left((\sin^2(e) - 59) - \pi \right)))^2 \right) \right)^2} \cdot \left(\sqrt{x_i^2 + x_{i+1}^2} \cdot \left(\frac{1}{\left(\left(\frac{1}{x_i} \right) - \pi \right)} \right) \right)^2 \quad (1.37)$$

Tab. 1.36 Střední hodnota a standardní odchylka ELA vlastností funkce C6

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
\bar{x}	6.82E-01	-8.08E+01	5.33E-04	1.21E+01	8.71E-01	8.73E-01	8.90E+00	9.58E-01	6.20E-02
s	2.26E-16	2.89E-14	0.00E+00	5.42E-15	0.00E+00	3.39E-16	0.00E+00	1.13E-16	1.41E-17
	10	11	12	13	14	15	16	17	18
\bar{x}	7.05E-01	9.00E-02	8.33E-01	1.16E-01	1.22E-01	9.51E-01	8.13E-02	-2.22E-01	2.00E+00
s	2.26E-16	1.41E-17	1.13E-16	4.23E-17	2.82E-17	2.26E-16	1.41E-17	8.47E-17	0.00E+00
	19	20	21	22	23	24	25	26	27
\bar{x}	8.63E-01	5.67E-01	8.34E-01	6.54E-01	1.18E-01	-4.08E-01	8.18E-01	1.14E-01	1.78E-01
s	1.01E-02	1.47E-02	1.13E-16	3.39E-16	2.82E-17	1.13E-16	3.39E-16	2.82E-17	0.00E+00

Tab. 1.37 Střední hodnota a standardní odchylka ELA vlastností funkce C7

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
\bar{x}	1.17E+00	4.38E+01	3.08E-03	8.45E+00	1.20E-02	5.92E-03	1.08E+01	-7.04E-02	1.00E-01
s	4.52E-16	0.00E+00	0.00E+00	1.81E-15	3.53E-18	1.76E-18	3.61E-15	1.41E-17	2.82E-17
	10	11	12	13	14	15	16	17	18
\bar{x}	9.43E-01	2.50E-01	9.40E-01	5.02E-01	4.66E-01	1.08E+00	1.37E+01	2.47E+02	3.00E+00
s	2.26E-16	0.00E+00	2.26E-16	1.13E-16	1.13E-16	0.00E+00	3.61E-15	5.78E-14	0.00E+00
	19	20	21	22	23	24	25	26	27
\bar{x}	8.39E-01	6.67E-01	5.86E-01	4.61E-01	1.79E-01	-2.31E-01	8.18E-01	1.22E-01	1.12E-01
s	8.74E-03	1.61E-02	0.00E+00	1.13E-16	5.65E-17	8.47E-17	3.39E-16	1.41E-17	2.82E-17

Sada C, funkce 8

$$f(\vec{x}) = \sum_{i=1}^D \left(\frac{1}{((\sin(x_i) \cdot \sin^2(\pi)))^2} \right) \quad (1.38)$$

Tab. 1.38 Střední hodnota a standardní odchylka ELA vlastností funkce C8

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
\bar{x}	1.03E+00	6.57E+00	1.01E+64	1.31E+02	-4.47E-02	-1.35E-02	1.68E+01	-1.74E-01	1.00E-01
s	0.00E+00	0.00E+00	2.97E+48	5.78E-14	1.41E-17	3.53E-18	3.61E-15	5.65E-17	2.82E-17
	10	11	12	13	14	15	16	17	18
\bar{x}	9.09E-01	2.50E-01	8.28E-01	5.64E-01	5.54E-01	1.02E+00	2.05E+01	4.39E+02	4.00E+00
s	1.13E-16	0.00E+00	1.13E-16	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	3.61E-15	0.00E+00	0.00E+00
	19	20	21	22	23	24	25	26	27
\bar{x}	4.09E-01	6.68E-01	6.34E-01	4.62E-01	1.64E-01	-4.67E-02	9.09E-02	1.00E+00	1.13E-01
s	8.04E-04	1.45E-02	1.13E-16	5.65E-17	2.82E-17	0.00E+00	1.41E-17	0.00E+00	1.41E-17

Sada C, funkce 9

$$f(\vec{x}) = \sum_{i=1}^D \left(x_i \cdot \left(e - \left(41 + \left((95)^2 \right)^2 \right) \right) \right) \quad (1.39)$$

Tab. 1.39 Střední hodnota a standardní odchylka ELA vlastností funkce C9

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
\bar{x}	8.05E-01	-4.94E+01	8.15E+07	1.00E+00	1.00E+00	1.00E+00	9.09E+01	1.00E+00	3.80E-02
s	2.26E-16	0.00E+00	0.00E+00	4.52E-16	0.00E+00	0.00E+00	1.45E-14	0.00E+00	7.06E-18
	10	11	12	13	14	15	16	17	18
\bar{x}	6.79E-01	4.60E-02	6.76E-01	4.00E-02	6.20E-02	6.45E-01	2.90E-02	-3.07E-01	1.00E+00
s	2.26E-16	1.41E-17	1.13E-16	7.06E-18	1.41E-17	1.13E-16	3.53E-18	0.00E+00	0.00E+00
	19	20	21	22	23	24	25	26	27
\bar{x}	8.25E-01	5.22E-01	8.05E-01	6.47E-01	1.23E-01	-3.91E-01	9.09E-02	1.00E+00	1.91E-01
s	1.01E-02	1.63E-02	1.13E-16	2.26E-16	1.41E-17	5.65E-17	1.41E-17	0.00E+00	2.82E-17

Sada C, funkce 10

$$f(\vec{x}) = \sum_{i=1}^D \left| \left(\left(\left(\left(\sqrt{|(x_i)^2|} \right)^2 \cdot \left(\frac{1}{(0.982 \cdot ((\sin^2(\pi) \cdot 0.704) \cdot (\sin(x_i) + 45)))} \right) \right) \right) \right) \right|^2 \quad (1.40)$$

Tab. 1.40 Střední hodnota a standardní odchylka ELA vlastností funkce C10

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
\bar{x}	6.03E-01	-1.01E+02	1.25E+64	4.01E+01	3.41E-03	9.06E-01	1.21E+00	9.08E-01	1.00E-01
s	1.13E-16	4.34E-14	2.97E+48	7.23E-15	1.32E-18	2.26E-16	0.00E+00	2.26E-16	2.82E-17
	10	11	12	13	14	15	16	17	18
\bar{x}	1.00E+00	2.50E-01	1.11E+00	5.16E-01	2.82E-01	1.83E+00	4.42E-01	3.57E-02	1.00E+00
s	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	4.52E-16	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
	19	20	21	22	23	24	25	26	27
\bar{x}	4.04E-01	6.10E-01	1.02E+00	6.92E-01	1.16E-01	-6.08E-01	9.09E-02	1.00E+00	1.11E-01
s	1.22E-03	1.16E-02	2.26E-16	3.39E-16	0.00E+00	1.13E-16	1.41E-17	0.00E+00	0.00E+00

Sada C, funkce 11

$$f(\vec{x}) = \sum_{i=1}^{D-1} \left(\frac{1}{\left(e + \left((x_i)^2 + (0.342 - \pi) + \sqrt{\sin^2 \left(\left(\left(\frac{\sin(x_{i+1})}{x_i} \cdot \sin(\sqrt{x_i^2 + x_{i+1}^2}) \cdot \sqrt{x_i^2 + x_{i+1}^2} \right) \right) \right) \right) \right) \right)} \right) \quad (1.41)$$

Tab. 1.41 Střední hodnota a standardní odchylka ELA vlastností funkce C11

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
\bar{x}	6.89E-01	-7.88E+01	6.61E-01	2.08E+01	1.57E-02	1.00E+00	9.26E+04	1.00E+00	1.00E-01
s	3.39E-16	1.45E-14	2.26E-16	3.61E-15	3.53E-18	3.39E-16	2.96E-11	2.26E-16	2.82E-17
	10	11	12	13	14	15	16	17	18
\bar{x}	1.02E+00	2.50E-01	1.11E+00	4.68E-01	2.76E-01	1.70E+00	3.32E-01	-2.35E-01	1.00E+00
s	2.26E-16	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	4.52E-16	1.13E-16	2.82E-17	0.00E+00
	19	20	21	22	23	24	25	26	27
\bar{x}	8.75E-01	6.19E-01	1.02E+00	7.19E-01	1.17E-01	-6.15E-01	9.09E-02	1.00E+00	1.18E-01
s	8.67E-03	1.30E-02	0.00E+00	0.00E+00	2.82E-17	1.13E-16	1.41E-17	2.26E-16	4.23E-17

Sada C, funkce 12

$$f(\vec{x}) = \sum_{i=1}^{D-1} \cos \left(\cos \left(\cos \left(\left((e - 69) + \frac{x_{i+1}}{\sqrt{x_i^2 + x_{i+1}^2}} \right) \right) \right) \right) \quad (1.42)$$

Tab. 1.42 Střední hodnota a standardní odchyłka ELA vlastností funkce C12

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
\bar{x}	8.32E-01	-4.27E+01	1.50E-04	9.98E+00	8.35E-01	8.59E-01	7.01E+01	9.27E-01	7.60E-02
s	2.26E-16	1.45E-14	5.51E-20	1.81E-15	2.26E-16	0.00E+00	1.45E-14	2.26E-16	1.41E-17
	10	11	12	13	14	15	16	17	18
\bar{x}	8.09E-01	1.18E-01	9.83E-01	1.40E-01	1.48E-01	9.46E-01	1.26E-01	-5.49E-01	1.00E+00
s	2.26E-16	2.82E-17	1.13E-16	0.00E+00	0.00E+00	2.26E-16	2.82E-17	1.13E-16	0.00E+00
	19	20	21	22	23	24	25	26	27
\bar{x}	8.54E-01	5.48E-01	7.89E-01	6.14E-01	1.33E-01	-4.28E-01	8.18E-01	1.17E-01	1.82E-01
s	8.78E-03	1.13E-02	0.00E+00	1.13E-16	2.82E-17	5.65E-17	3.39E-16	2.82E-17	5.65E-17

Sada C, funkce 13

$$f(\vec{x}) = \sum_{i=1}^{D-1} \frac{1}{\left(\left(\sin^2 \left(\left(\frac{1}{\left(\left(\sin^2 \left(\sqrt{|\sqrt{x_i^2 + x_{i+1}^2}|} \cdot x_i \right) - |0.966| \right) - \pi \right) \right) \right) - x_{i+1} \right) \cdot \sqrt{|x_{i+1}|} \right)} \quad (1.43)$$

Tab. 1.43 Střední hodnota a standardní odchyłka ELA vlastností funkce C13

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
\bar{x}	9.39E-01	-1.56E+01	1.18E-03	5.94E+01	-7.42E-02	-1.82E-02	2.14E+01	-3.63E-01	1.00E-01
s	3.39E-16	0.00E+00	0.00E+00	1.45E-14	1.41E-17	3.53E-18	0.00E+00	1.13E-16	2.82E-17
	10	11	12	13	14	15	16	17	18
\bar{x}	9.26E-01	2.50E-01	9.12E-01	4.62E-01	4.90E-01	9.43E-01	2.22E+01	4.91E+02	2.00E+00
s	3.39E-16	0.00E+00	1.13E-16	5.65E-17	5.65E-17	1.13E-16	7.23E-15	1.16E-13	0.00E+00
	19	20	21	22	23	24	25	26	27
\bar{x}	8.08E-01	6.70E-01	6.57E-01	4.80E-01	1.53E-01	-4.66E-02	9.09E-01	1.57E-01	1.14E-01
s	8.96E-03	1.27E-02	0.00E+00	1.69E-16	2.82E-17	2.12E-17	2.26E-16	2.82E-17	2.82E-17

Sada C, funkce 14

$$f(\vec{x}) = \sum_{i=1}^{D-1} \left(\frac{56}{\sin^2 \left(\sqrt{x_i^2 + x_{i+1}^2} \right)} \cdot \frac{\sqrt{x_i^2 + x_{i+1}^2}}{\sqrt{|\sqrt{x_i^2 + x_{i+1}^2}|}} \right) \quad (1.44)$$

Sada C, funkce 15

$$f(\vec{x}) = \sum_{i=1}^{D-1} x_i \cdot \left(x_{i+1} \cdot \left| \pi + \left(\sqrt{|\sin(e)|} \cdot x_i \right) - \frac{\left(\sqrt{|x_i|} + ((e \cdot e) - x_i) \right)}{\left(\sin^2(0.126) \cdot \sqrt{x_i^2 + x_{i+1}^2} \right)} \right| \right) + 30 \quad (1.45)$$

Tab. 1.44 Střední hodnota a standardní odchylka ELA vlastností funkce C14

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
\bar{x}	1.07E+00	1.69E+01	3.18E+04	1.11E+02	-5.89E-02	-1.99E-02	1.15E+01	-3.89E-01	1.00E-01
s	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	2.89E-14	1.41E-17	3.53E-18	0.00E+00	1.13E-16	2.82E-17
	10	11	12	13	14	15	16	17	18
\bar{x}	8.77E-01	2.50E-01	8.87E-01	5.00E-01	4.72E-01	1.06E+00	2.22E+01	4.93E+02	1.00E+00
s	0.00E+00	0.00E+00	3.39E-16	0.00E+00	1.13E-16	2.26E-16	7.23E-15	5.78E-14	0.00E+00
	19	20	21	22	23	24	25	26	27
\bar{x}	7.75E-01	6.71E-01	6.36E-01	5.01E-01	1.57E-01	-3.11E-02	9.09E-02	1.00E+00	1.17E-01
s	8.18E-03	1.27E-02	0.00E+00	0.00E+00	5.65E-17	7.06E-18	1.41E-17	1.13E-16	2.82E-17

Tab. 1.45 Střední hodnota a standardní odchylka ELA vlastností funkce C15

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
\bar{x}	1.14E+00	3.57E+01	8.31E+01	2.09E+01	9.60E-01	2.67E-02	1.19E+01	9.61E-01	1.00E-01
s	2.26E-16	1.45E-14	2.89E-14	1.08E-14	1.13E-16	7.06E-18	1.81E-15	1.13E-16	2.82E-17
	10	11	12	13	14	15	16	17	18
\bar{x}	1.19E+00	2.52E-01	2.52E+00	4.88E-01	1.54E-01	3.17E+00	-5.81E-02	2.98E-01	2.00E+00
s	2.26E-16	5.65E-17	4.52E-16	1.13E-16	2.82E-17	1.36E-15	1.41E-17	1.13E-16	0.00E+00
	19	20	21	22	23	24	25	26	27
\bar{x}	8.52E-01	5.46E-01	6.91E-01	5.11E-01	1.37E-01	-4.91E-01	9.09E-02	1.00E+00	1.16E-01
s	6.42E-03	1.41E-02	2.26E-16	1.13E-16	0.00E+00	0.00E+00	1.41E-17	2.26E-16	1.41E-17

Sada D, funkce 1

$$f(\vec{x}) = \sum_{i=1}^D \frac{(\sin(x_i))^2}{|\sin^2(\sin^2(\pi))|} \quad (1.46)$$

Tab. 1.46 Střední hodnota a standardní odchylka ELA vlastností funkce D1

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
\bar{x}	9.52E-01	-1.21E+01	5.09E+59	1.13E+01	1.05E-02	1.97E-02	2.11E+01	1.23E-02	1.00E-01
s	0.00E+00	5.42E-15	1.81E+44	1.81E-15	1.76E-18	7.06E-18	0.00E+00	3.53E-18	2.82E-17
	10	11	12	13	14	15	16	17	18
\bar{x}	9.43E-01	2.50E-01	9.19E-01	4.96E-01	4.88E-01	1.02E+00	-4.49E-02	-2.29E-01	1.00E+00
s	2.26E-16	0.00E+00	1.13E-16	5.65E-17	5.65E-17	4.52E-16	1.41E-17	0.00E+00	0.00E+00
	19	20	21	22	23	24	25	26	27
\bar{x}	4.08E-01	6.51E-01	6.36E-01	4.56E-01	1.53E-01	-5.93E-01	9.09E-02	1.00E+00	1.11E-01
s	2.26E-16	0.00E+00	1.13E-16	5.65E-17	5.65E-17	4.52E-16	1.41E-17	0.00E+00	0.00E+00

Sada D, funkce 2

$$f(\vec{x}) = \sum_{i=1}^{D-1} \left((0.6601106719129948 - \pi) - \left(x_i \cdot \sqrt{x_i^2 + x_{i+1}^2} \right) \right) \quad (1.47)$$

Tab. 1.47 Střední hodnota a standardní odchylka ELA vlastností funkce D2

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
\bar{x}	8.60E-01	-3.54E+01	3.73E+00	2.62E+01	9.58E-01	9.57E-01	1.13E+01	9.99E-01	4.40E-02
s	2.26E-16	0.00E+00	0.00E+00	1.08E-14	2.26E-16	2.26E-16	0.00E+00	1.13E-16	1.41E-17
	10	11	12	13	14	15	16	17	18
\bar{x}	6.88E-01	9.00E-02	8.18E-01	5.40E-02	7.40E-02	7.30E-01	1.24E-01	-7.67E-05	1.00E+00
s	0.00E+00	1.41E-17	2.26E-16	1.41E-17	0.00E+00	0.00E+00	1.41E-17	0.00E+00	0.00E+00
	19	20	21	22	23	24	25	26	27
\bar{x}	8.43E-01	5.46E-01	7.76E-01	6.12E-01	1.25E-01	-4.05E-01	9.09E-02	1.00E+00	1.96E-01
s	7.89E-03	1.83E-02	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	1.69E-16	1.41E-17	2.26E-16	2.82E-17

Sada D, funkce 3

$$f(\vec{x}) = \sum_{i=1}^{D-1} x_{i+1}^2 \cdot \left[x_i + \frac{1}{77} - \left[\left(\left(\sqrt{0.911} \right)^2 + \left(\left(\sqrt{|x_{i+1}|} + x_{i+1} \right) \cdot \right. \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. \left. \dots \left(\left(\sqrt{x_i^2 + x_{i+1}^2} + x_{i+1} + e \right) \cdot 1 \right) \right) \right) \cdot x_{i+1} \right) \cdot x_i \right] \right] \cdot \pi \quad (1.48)$$

Tab. 1.48 Střední hodnota a standardní odchylka ELA vlastností funkce D3

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
\bar{x}	1.01E+00	2.55E+00	4.90E+08	2.05E+01	4.59E-01	1.99E-01	1.37E+01	8.58E-01	9.20E-02
s	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	3.61E-15	1.13E-16	2.82E-17	1.81E-15	1.13E-16	2.82E-17
	10	11	12	13	14	15	16	17	18
\bar{x}	1.12E+00	2.20E-01	1.22E+00	3.20E-01	3.16E-01	1.01E+00	-7.00E-01	2.31E+00	1.00E+00
s	0.00E+00	2.82E-17	2.26E-16	1.13E-16	5.65E-17	4.52E-16	1.13E-16	4.52E-16	0.00E+00
	19	20	21	22	23	24	25	26	27
\bar{x}	8.37E-01	6.20E-01	6.96E-01	5.74E-01	1.47E-01	-5.19E-01	9.09E-02	1.00E+00	1.40E-01
s	8.97E-03	1.52E-02	1.13E-16	0.00E+00	2.82E-17	0.00E+00	1.41E-17	0.00E+00	0.00E+00

Sada D, funkce 4

$$f(\vec{x}) = \sum_{i=1}^{D-1} \left(\sin \left(\left(x_{i+1} + \left| \left(\frac{\left(\sqrt{x_i^2 + x_{i+1}^2} - |x_{i+1}| \right)}{x_i} \right)^2 \right| \right) \right) \right) \cdot 62 \quad (1.49)$$

Sada D, funkce 5

$$f(\vec{x}) = \sum_{i=1}^{D-1} \frac{\left(x_{i+1} + \sin^2 \left(\left(\sqrt{|(x_i - \pi)|} - \sqrt{\left| \left(\left(\sqrt{x_i^2 + x_{i+1}^2} + x_i \right) + \cos(\cos(78)) \right|} \right) \right) \right) \right)}{\left((72 - \sin^2(x_i)) + x_{i+1} \right)} \quad (1.50)$$

Tab. 1.49 Střední hodnota a standardní odchylka ELA vlastností funkce D4

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
\bar{x}	9.80E-01	-5.01E+00	5.15E-03	3.74E+01	-3.54E-02	4.92E-04	4.65E+01	-4.40E-02	1.00E-01
s	2.26E-16	0.00E+00	8.82E-19	7.23E-15	0.00E+00	1.10E-19	1.45E-14	0.00E+00	2.82E-17
	10	11	12	13	14	15	16	17	18
\bar{x}	9.80E-01	2.50E-01	8.45E-01	4.66E-01	5.04E-01	9.25E-01	-3.32E-03	-1.07E-01	1.00E+00
s	0.00E+00	0.00E+00	3.39E-16	1.13E-16	1.13E-16	1.13E-16	1.32E-18	1.41E-17	0.00E+00
	19	20	21	22	23	24	25	26	27
\bar{x}	8.68E-01	6.87E-01	5.98E-01	5.11E-01	1.54E-01	-6.18E-01	9.09E-01	3.39E-01	1.17E-01
s	7.88E-03	1.58E-02	1.13E-16	1.13E-16	0.00E+00	1.13E-16	2.26E-16	0.00E+00	1.41E-17

Tab. 1.50 Střední hodnota a standardní odchylka ELA vlastností funkce D5

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
\bar{x}	9.85E-01	-3.82E+00	5.76E-02	1.87E+01	2.76E-02	5.39E-03	3.76E+01	2.19E-01	1.00E-01
s	3.39E-16	0.00E+00	1.41E-17	0.00E+00	7.06E-18	2.65E-18	0.00E+00	5.65E-17	2.82E-17
	10	11	12	13	14	15	16	17	18
\bar{x}	9.62E-01	2.50E-01	8.74E-01	4.48E-01	4.48E-01	1.00E+00	-2.22E+01	4.92E+02	2.00E+00
s	3.39E-16	0.00E+00	2.26E-16	1.13E-16	1.13E-16	0.00E+00	1.08E-14	1.16E-13	0.00E+00
	19	20	21	22	23	24	25	26	27
\bar{x}	8.39E-01	6.45E-01	6.82E-01	4.88E-01	1.53E-01	-7.05E-02	9.09E-02	9.54E-01	1.14E-01
s	1.05E-02	1.55E-02	2.26E-16	5.65E-17	2.82E-17	0.00E+00	1.41E-17	2.26E-16	4.23E-17

Sada D, funkce 6

$$f(\vec{x}) = \sum_{i=1}^{D-1} \left| \sin(50) \cdot \left(\left(\frac{\left(e - \frac{\sin^2\left(\left|\frac{1}{e}\right|\right)}{\left|22 \cdot (\sin^2(\pi) \cdot e)\right|} \right)}{\cos(\sin^2(x_i))} \right)^2 + \sqrt{\left| \left(\left(\sqrt{x_i^2 + x_{i+1}^2} \cdot x_i \right) + e \right) \right|} \right) \right| \quad (1.51)$$

Tab. 1.51 Střední hodnota a standardní odchylka ELA vlastností funkce D6

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
\bar{x}	9.82E-01	-4.63E+00	7.03E+53	2.49E+01	2.53E-02	-1.92E-02	1.79E+01	4.29E-02	1.00E-01
s	2.26E-16	0.00E+00	8.65E+37	7.23E-15	1.06E-17	7.06E-18	3.61E-15	1.41E-17	2.82E-17
	10	11	12	13	14	15	16	17	18
\bar{x}	9.09E-01	2.54E-01	8.88E-01	5.26E-01	5.10E-01	1.03E+00	2.92E-01	-1.75E-01	1.00E+00
s	2.26E-16	1.13E-16	2.26E-16	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
	19	20	21	22	23	24	25	26	27
\bar{x}	4.09E-01	6.68E-01	6.93E-01	5.36E-01	1.59E-01	-5.79E-01	9.09E-02	1.00E+00	1.10E-01
s	7.64E-04	1.39E-02	2.26E-16	2.26E-16	2.82E-17	0.00E+00	1.41E-17	0.00E+00	2.82E-17

Sada D, funkce 7

$$f(\vec{x}) = \sum_{i=1}^{D-1} \left(\frac{\left| \left(\sqrt{|49|} \cdot \left((53 - 0.4767882768559773) - \cos\left(\left(x_i\right)^2\right) \right) \right) \right|}{(\sin^2(\pi))^2} \cdot x_{i+1} \right) \quad (1.52)$$

Tab. 1.52 Střední hodnota a standardní odchylka ELA vlastností funkce D7

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
\bar{x}	7.43E-01	-6.52E+01	2.56E+63	6.41E+02	1.00E+00	1.00E+00	1.80E+01	1.00E+00	4.20E-02
s	2.26E-16	0.00E+00	3.72E+47	0.00E+00	0.00E+00	2.26E-16	0.00E+00	2.26E-16	1.41E-17
	10	11	12	13	14	15	16	17	18
\bar{x}	7.78E-01	4.00E-02	6.45E-01	3.00E-02	4.60E-02	6.52E-01	1.72E-02	-1.29E-01	1.00E+00
s	2.26E-16	7.06E-18	1.13E-16	7.06E-18	1.41E-17	3.39E-16	3.53E-18	0.00E+00	0.00E+00
	19	20	21	22	23	24	25	26	27
\bar{x}	3.93E-01	5.31E-01	7.91E-01	6.31E-01	1.22E-01	-4.15E-01	9.09E-02	1.00E+00	1.89E-01
s	2.49E-03	1.34E-02	2.26E-16	1.13E-16	4.23E-17	0.00E+00	1.41E-17	0.00E+00	8.47E-17

Sada D, funkce 8

$$f(\vec{x}) = \sum_{i=1}^{D-1} \sin^2(|0.204|) + \left(\left((x_{i+1} \cdot (\pi + x_i^2)) \cdot \cos(\pi) \right) \cdot \left(x_{i+1} - \sin\left(\sqrt{|x_{i+1}|}\right) \right) \right) + \dots \left(\left(19 \cdot \left(x_i + \sin\left(\frac{x_i}{e}\right) \right) \right) \cdot \pi \right) \quad (1.53)$$

Tab. 1.53 Střední hodnota a standardní odchylka ELA vlastností funkce D8

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
\bar{x}	1.33E+00	8.25E+01	6.13E+03	1.59E+01	4.25E-02	8.30E-01	2.31E+00	1.00E+00	1.00E-01
s	4.52E-16	1.45E-14	1.85E-12	3.61E-15	1.41E-17	3.39E-16	0.00E+00	2.26E-16	2.82E-17
	10	11	12	13	14	15	16	17	18
\bar{x}	9.80E-01	2.50E-01	1.13E+00	4.92E-01	2.68E-01	1.84E+00	-1.01E+00	1.13E+00	1.00E+00
s	0.00E+00	0.00E+00	2.26E-16	1.69E-16	5.65E-17	2.26E-16	2.26E-16	4.52E-16	0.00E+00
	19	20	21	22	23	24	25	26	27
\bar{x}	8.64E-01	6.12E-01	4.38E-01	5.54E-01	1.80E-01	-5.93E-01	9.09E-02	1.00E+00	1.08E-01
s	7.64E-03	1.17E-02	1.69E-16	0.00E+00	5.65E-17	0.00E+00	1.41E-17	1.13E-16	2.82E-17

Sada D, funkce 9

$$f(\vec{x}) = \sum_{i=1}^{D-1} \left(\frac{x_{i+1}}{\sqrt{\left| \left(\frac{1}{|x_i|} \right) \right|}} \right)^2 \quad (1.54)$$

Tab. 1.54 Střední hodnota a standardní odchylka ELA vlastností funkce D9

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
\bar{x}	7.06E-01	-7.46E+01	3.18E+01	4.16E+01	7.21E-02	8.64E-01	2.59E+00	9.84E-01	1.00E-01
s	0.00E+00	1.45E-14	3.61E-15	1.45E-14	2.82E-17	0.00E+00	0.00E+00	3.39E-16	2.82E-17
	10	11	12	13	14	15	16	17	18
\bar{x}	9.80E-01	2.52E-01	1.12E+00	4.74E-01	2.62E-01	1.81E+00	8.68E-01	1.20E+00	2.00E+00
s	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	5.65E-17	1.13E-16	2.26E-16	1.13E-16	2.26E-16	0.00E+00
	19	20	21	22	23	24	25	26	27
\bar{x}	8.64E-01	6.10E-01	9.64E-01	6.70E-01	1.12E-01	-5.34E-01	9.09E-02	1.00E+00	1.10E-01
s	7.05E-03	1.52E-02	2.26E-16	0.00E+00	0.00E+00	2.26E-16	1.41E-17	2.26E-16	2.82E-17

Sada D, funkce 10

$$f(\vec{x}) = \sum_{i=1}^{D-1} \left[\frac{(78)^2}{0.749} - \left[\left(\frac{\left(\left(\sqrt{x_i^2 + x_{i+1}^2} - \sin^2(\cos(e)) \right) \right)^2}{\sqrt{\left| \sqrt{x_i^2 + x_{i+1}^2} \right|}} \cdot \cos\left(\sqrt{|0.361|}\right) - \dots \sqrt{x_i^2 + x_{i+1}^2} \right] \right] \cdot x_{i+1} \quad (1.55)$$

Tab. 1.55 Střední hodnota a standardní odchylka ELA vlastností funkce D10

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
\bar{x}	7.43E-01	-6.53E+01	2.04E+00	3.69E+03	9.99E-01	9.99E-01	3.84E+02	1.00E+00	4.20E-02
s	2.26E-16	0.00E+00	4.52E-16	4.63E-13	1.13E-16	1.13E-16	0.00E+00	1.13E-16	7.06E-18
	10	11	12	13	14	15	16	17	18
\bar{x}	1.24E+00	2.60E-02	5.65E-01	4.40E-02	5.80E-02	7.59E-01	3.12E-02	-2.86E-01	2.00E+00
s	2.26E-16	3.53E-18	0.00E+00	1.41E-17	1.41E-17	3.39E-16	0.00E+00	1.13E-16	0.00E+00
	19	20	21	22	23	24	25	26	27
\bar{x}	8.30E-01	5.19E-01	8.48E-01	6.70E-01	1.22E-01	-4.22E-01	9.09E-02	1.00E+00	1.91E-01
s	8.03E-03	1.45E-02	1.13E-16	1.13E-16	2.82E-17	1.13E-16	1.41E-17	1.13E-16	2.82E-17

Sada D, funkce 11

$$f(\vec{x}) = \sum_{i=1}^{D-1} \left(x_i - \left(\left(\left(\sqrt{x_i^2 + x_{i+1}^2} \right)^2 \cdot x_i \right) + \sqrt{\left| \sqrt{x_i^2 + x_{i+1}^2} \right|} \right) \right) \quad (1.56)$$

Tab. 1.56 Střední hodnota a standardní odchylka ELA vlastností funkce D11

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
\bar{x}	9.61E-01	-9.84E+00	2.25E+02	4.63E+01	8.58E-01	8.58E-01	2.66E+01	1.00E+00	7.60E-02
s	2.26E-16	0.00E+00	0.00E+00	1.45E-14	1.13E-16	2.26E-16	7.23E-15	0.00E+00	1.41E-17
	10	11	12	13	14	15	16	17	18
\bar{x}	9.05E-01	8.40E-02	7.50E-01	1.30E-01	1.56E-01	8.33E-01	1.68E-01	4.38E-01	1.00E+00
s	1.13E-16	1.41E-17	0.00E+00	2.82E-17	2.82E-17	2.26E-16	2.82E-17	0.00E+00	0.00E+00
	19	20	21	22	23	24	25	26	27
\bar{x}	8.50E-01	5.54E-01	7.08E-01	5.96E-01	1.29E-01	-4.78E-01	9.09E-02	1.00E+00	1.77E-01
s	8.17E-03	1.52E-02	2.26E-16	0.00E+00	0.00E+00	5.65E-17	1.41E-17	2.26E-16	2.82E-17

Sada D, funkce 12

$$f(\vec{x}) = \sum_{i=1}^{D-1} \left(\sin^2\left(\left(x_i - \sin^2(x_{i+1})\right)\right) + 0.081 \right) \cdot \frac{\left(\sin(0.768) - \pi\right) - \left(\pi \cdot \sin(\sin(\pi))\right)}{x_i} \quad (1.57)$$

Tab. 1.57 Střední hodnota a standardní odchyška ELA vlastností funkce D12

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
\bar{x}	9.15E-01	-2.17E+01	1.91E-05	2.64E+02	5.95E-04	1.11E-02	3.20E+02	9.54E-02	1.00E-01
s	2.26E-16	7.23E-15	0.00E+00	1.16E-13	1.10E-19	0.00E+00	1.16E-13	2.82E-17	2.82E-17
	10	11	12	13	14	15	16	17	18
\bar{x}	8.33E-01	2.56E-01	9.34E-01	4.02E-01	4.46E-01	9.01E-01	1.14E+00	9.05E+01	8.00E+00
s	1.13E-16	5.65E-17	2.26E-16	1.69E-16	5.65E-17	0.00E+00	2.26E-16	0.00E+00	0.00E+00
	19	20	21	22	23	24	25	26	27
\bar{x}	8.22E-01	6.40E-01	6.48E-01	4.77E-01	1.59E-01	-3.07E-01	8.18E-01	1.24E-01	1.14E-01
s	7.25E-03	1.47E-02	2.26E-16	1.13E-16	2.82E-17	1.13E-16	3.39E-16	1.41E-17	2.82E-17

Sada D, funkce 13

$$f(\vec{x}) = \sum_{i=1}^{D-1} (e \cdot 0.74) - \left[\left[\left(\sin^2 \left(\left(\sqrt{x_i^2 + x_{i+1}^2} \cdot 78 \right) \right) \cdot \dots \sin^2 \left(\left(\frac{(\cos(0.782))^2}{\left((x_{i+1} - (\pi \cdot x_i)) \cdot \pi \right) \cdot \sqrt{x_i^2 + x_{i+1}^2}} + x_{i+1} \right) \right) \right) - x_{i+1} \right] \cdot x_i \right] \quad (1.58)$$

Tab. 1.58 Střední hodnota a standardní odchyška ELA vlastností funkce D13

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
\bar{x}	1.23E+00	5.72E+01	4.71E-01	3.15E+01	1.00E+00	7.55E-03	2.66E+01	1.00E+00	1.00E-01
s	0.00E+00	1.45E-14	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	1.76E-18	7.23E-15	1.13E-16	2.82E-17
	10	11	12	13	14	15	16	17	18
\bar{x}	1.32E+00	2.50E-01	1.87E+00	5.32E-01	1.30E-01	4.09E+00	-2.46E-01	6.77E-01	1.00E+00
s	4.52E-16	0.00E+00	4.52E-16	0.00E+00	2.82E-17	1.81E-15	5.65E-17	0.00E+00	0.00E+00
	19	20	21	22	23	24	25	26	27
\bar{x}	8.37E-01	5.70E-01	6.44E-01	5.58E-01	1.39E-01	-4.85E-01	9.09E-02	1.00E+00	1.17E-01
s	6.86E-03	1.55E-02	1.13E-16	1.13E-16	2.82E-17	1.13E-16	1.41E-17	1.13E-16	2.82E-17

Sada D, funkce 14

$$f(\vec{x}) = \sum_{i=1}^{D-1} \left(\left| \left(\sin \left(\left(\frac{1}{e} \right) \right) - \left(\sqrt{x_i^2 + x_{i+1}^2} \cdot e \right) \right) \right| - 7 \right) \quad (1.59)$$

Sada D, funkce 15

$$f(\vec{x}) = \sum_{i=1}^{D-1} \cos \left(\left(\left(\frac{1}{\sqrt{x_i^2 + x_{i+1}^2}} \right) \cdot \left((\pi \cdot x_{i+1}) + \sqrt{x_i^2 + x_{i+1}^2} \right) \right) \right) \quad (1.60)$$

Tab. 1.59 Střední hodnota a standardní odchylka ELA vlastností funkce D14

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
\bar{x}	6.34E-01	-9.28E+01	5.58E-04	3.00E+01	9.60E-04	8.99E-01	2.10E+00	9.29E-01	1.00E-01
s	2.26E-16	2.89E-14	1.10E-19	7.23E-15	0.00E+00	2.26E-16	9.03E-16	2.26E-16	2.82E-17
	10	11	12	13	14	15	16	17	18
\bar{x}	9.43E-01	2.50E-01	1.25E+00	4.78E-01	2.48E-01	1.93E+00	-3.09E-01	-9.54E-02	1.00E+00
s	2.26E-16	0.00E+00	0.00E+00	5.65E-17	5.65E-17	4.52E-16	1.13E-16	2.82E-17	0.00E+00
	19	20	21	22	23	24	25	26	27
\bar{x}	8.46E-01	5.93E-01	9.78E-01	7.17E-01	1.14E-01	-6.65E-01	8.18E-01	1.23E-01	1.13E-01
s	9.83E-03	1.33E-02	2.26E-16	1.13E-16	2.82E-17	3.39E-16	3.39E-16	1.41E-17	2.82E-17

Tab. 1.60 Střední hodnota a standardní odchylka ELA vlastností funkce D15

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
\bar{x}	8.22E-01	-4.50E+01	1.86E-03	4.23E+00	4.30E-01	4.80E-01	1.05E+01	7.82E-01	8.00E-02
s	3.39E-16	7.23E-15	4.41E-19	0.00E+00	1.69E-16	5.65E-17	3.61E-15	2.26E-16	1.41E-17
	10	11	12	13	14	15	16	17	18
\bar{x}	9.30E-01	2.10E-01	1.07E+00	3.02E-01	3.24E-01	9.32E-01	-2.15E-01	-1.76E-01	1.00E+00
s	3.39E-16	0.00E+00	4.52E-16	1.13E-16	0.00E+00	2.26E-16	5.65E-17	0.00E+00	0.00E+00
	19	20	21	22	23	24	25	26	27
\bar{x}	8.73E-01	6.26E-01	7.23E-01	5.69E-01	1.43E-01	-5.04E-01	8.18E-01	1.27E-01	1.64E-01
s	1.06E-02	1.11E-02	2.26E-16	0.00E+00	2.82E-17	2.26E-16	3.39E-16	2.82E-17	5.65E-17

Sada E, funkce 1

$$f(\vec{x}) = \sum_{i=1}^{D-1} \left(\left((1)^2 \cdot \left(x_i \cdot \sqrt{\left| \left(\frac{1}{\sin\left(\frac{\sin(\pi)}{\cos(x_{i+1})}\right)} \right) \right|} \right) \right) \cdot x_{i+1} \right) \quad (1.61)$$

Tab. 1.61 Střední hodnota a standardní odchylka ELA vlastností funkce E1

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
\bar{x}	1.19E+00	4.91E+01	1.51E+05	5.42E+03	9.13E-01	-1.66E-02	6.91E+00	9.19E-01	1.00E-01
s	2.26E-16	0.00E+00	0.00E+00	9.25E-13	0.00E+00	0.00E+00	2.71E-15	1.13E-16	2.82E-17
	10	11	12	13	14	15	16	17	18
\bar{x}	1.11E+00	2.50E-01	1.84E+00	5.36E-01	1.46E-01	3.67E+00	4.66E-02	1.80E-01	2.00E+00
s	0.00E+00	0.00E+00	4.52E-16	1.13E-16	2.82E-17	1.36E-15	7.06E-18	0.00E+00	0.00E+00
	19	20	21	22	23	24	25	26	27
\bar{x}	8.64E-01	5.53E-01	6.14E-01	5.01E-01	1.45E-01	-5.44E-01	9.09E-02	1.00E+00	1.06E-01
s	6.05E-03	1.35E-02	2.26E-16	1.13E-16	2.82E-17	0.00E+00	1.41E-17	0.00E+00	0.00E+00

Sada E, funkce 2

$$f(\vec{x}) = \sum_{i=1}^{D-1} \left(\left(\left(\left((0.7334605355901)^2 \cdot (|(50 \cdot x_{i+1})| \cdot \pi) - \sin(x_{i+1})) \right) \right)^2 + |\pi| \right) \cdot (x_i)^2 \right) \quad (1.62)$$

Tab. 1.62 Střední hodnota a standardní odchylka ELA vlastností funkce E2

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
\bar{x}	6.98E-01	-7.67E+01	5.22E+07	1.17E+01	4.19E-02	8.47E-01	2.29E+00	1.00E+00	1.00E-01
s	2.26E-16	1.45E-14	2.27E-08	3.61E-15	1.41E-17	3.39E-16	4.52E-16	2.26E-16	2.82E-17
	10	11	12	13	14	15	16	17	18
\bar{x}	1.09E+00	2.50E-01	1.10E+00	5.42E-01	2.88E-01	1.88E+00	1.01E+00	1.32E+00	2.00E+00
s	4.52E-16	0.00E+00	2.26E-16	0.00E+00	5.65E-17	4.52E-16	2.26E-16	0.00E+00	0.00E+00
	19	20	21	22	23	24	25	26	27
\bar{x}	8.61E-01	6.29E-01	9.50E-01	7.12E-01	1.06E-01	-5.50E-01	9.09E-02	1.00E+00	1.10E-01
s	1.02E-02	1.66E-02	1.13E-16	3.39E-16	4.23E-17	1.13E-16	1.41E-17	0.00E+00	2.82E-17

Sada E, funkce 3

$$f(\vec{x}) = \sum_{i=1}^{D-1} \left[\left(\left(\left(\left(\left(\sqrt{x_i^2 + x_{i+1}^2} \right)^2 \right) + \left(\sin \left(\left| \sin^2 \left(\sqrt{|(125| \cdot x_i)|} \right) \right| \right) \right) - \left| \frac{1}{\sqrt{|(\frac{1}{e})|}} \right| \right) \right) \right) \cdot \sqrt{x_i^2 + x_{i+1}^2} \cdot \left| \left((\sin(\sin(40)))^2 - x_i \right) \right| \right] \cdot x_i \quad (1.63)$$

Tab. 1.63 Střední hodnota a standardní odchylka ELA vlastností funkce E3

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
\bar{x}	1.03E+00	8.20E+00	7.48E+06	1.24E+01	6.40E-01	6.35E-01	3.32E+01	9.79E-01	1.02E-01
s	2.26E-16	0.00E+00	1.89E-09	5.42E-15	1.13E-16	0.00E+00	1.45E-14	1.13E-16	2.82E-17
	10	11	12	13	14	15	16	17	18
\bar{x}	1.02E+00	1.78E-01	1.05E+00	1.98E-01	2.16E-01	9.17E-01	-4.63E-03	2.04E+00	2.00E+00
s	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	8.47E-17	5.65E-17	2.26E-16	1.76E-18	9.03E-16	0.00E+00
	19	20	21	22	23	24	25	26	27
\bar{x}	8.65E-01	6.14E-01	6.75E-01	5.57E-01	1.57E-01	-5.04E-01	9.09E-02	1.00E+00	1.64E-01
s	9.46E-03	1.31E-02	2.26E-16	0.00E+00	5.65E-17	0.00E+00	1.41E-17	0.00E+00	2.82E-17

Sada E, funkce 4

$$f(\vec{x}) = \sum_{i=1}^{D-1} \frac{x_i}{\left(\left(\left(\sin^2 \left(\sqrt{x_i^2 + x_{i+1}^2} \right) \cdot \sin(x_i) \right) \cdot (e \cdot x_i) \right) \right)^2} \quad (1.64)$$

Sada E, funkce 5

$$f(\vec{x}) = \sum_{i=1}^{D-1} \left((x_i - \pi) \cdot \left(((46)^2)^2 + \sin^2 \left(\sqrt{x_i^2 + x_{i+1}^2} \right) \right) \right) \quad (1.65)$$

Sada E, funkce 6

$$f(\vec{x}) = \sum_{i=1}^{D-1} \frac{\left(x_i \cdot \frac{(\pi - e)}{\sin^2(\sin^2(x_{i+1}))} \right)}{\pi} \quad (1.66)$$

Tab. 1.64 Střední hodnota a standardní odchylka ELA vlastností funkce E4

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
\bar{x}	1.07E+00	1.67E+01	9.06E+06	3.30E+01	-2.93E-03	1.69E-02	4.67E+00	4.97E-02	1.00E-01
s	0.00E+00	0.00E+00	1.89E-09	1.45E-14	8.82E-19	3.53E-18	1.81E-15	1.41E-17	2.82E-17
	10	11	12	13	14	15	16	17	18
\bar{x}	8.93E-01	2.48E-01	9.19E-01	3.70E-01	4.12E-01	8.98E-01	-2.08E+01	4.47E+02	4.00E+00
s	1.13E-16	5.65E-17	2.26E-16	1.69E-16	1.69E-16	1.13E-16	3.61E-15	5.78E-14	0.00E+00
	19	20	21	22	23	24	25	26	27
\bar{x}	8.06E-01	6.49E-01	6.37E-01	5.12E-01	1.59E-01	-2.10E-01	9.09E-02	1.00E+00	1.13E-01
s	1.22E-02	1.55E-02	2.26E-16	2.26E-16	2.82E-17	0.00E+00	1.41E-17	0.00E+00	0.00E+00

Tab. 1.65 Střední hodnota a standardní odchylka ELA vlastností funkce E5

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
\bar{x}	8.07E-01	-4.91E+01	4.12E-02	1.09E+08	1.00E+00	1.00E+00	1.87E+01	1.00E+00	5.20E-02
s	2.26E-16	7.23E-15	1.41E-17	4.55E-08	1.13E-16	2.26E-16	3.61E-15	1.13E-16	1.41E-17
	10	11	12	13	14	15	16	17	18
\bar{x}	7.22E-01	2.60E-02	4.19E-01	2.60E-02	7.20E-02	3.61E-01	-2.92E-02	-2.21E-01	1.00E+00
s	2.26E-16	7.06E-18	5.65E-17	7.06E-18	1.41E-17	5.65E-17	7.06E-18	0.00E+00	0.00E+00
	19	20	21	22	23	24	25	26	27
\bar{x}	8.09E-01	4.73E-01	7.80E-01	6.57E-01	1.19E-01	-4.56E-01	9.09E-02	1.00E+00	1.82E-01
s	1.03E-02	1.41E-02	2.26E-16	0.00E+00	4.23E-17	1.13E-16	1.41E-17	2.26E-16	2.82E-17

Tab. 1.66 Střední hodnota a standardní odchylka ELA vlastností funkce E6

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
\bar{x}	1.02E+00	4.12E+00	3.64E+09	8.31E+00	8.51E-02	1.38E-02	2.40E+01	2.39E-01	1.00E-01
s	0.00E+00	0.00E+00	4.85E-07	0.00E+00	1.41E-17	3.53E-18	7.23E-15	2.82E-17	2.82E-17
	10	11	12	13	14	15	16	17	18
\bar{x}	8.93E-01	2.52E-01	9.00E-01	3.88E-01	4.56E-01	8.51E-01	-2.21E+01	4.90E+02	1.00E+00
s	1.13E-16	0.00E+00	1.13E-16	0.00E+00	1.13E-16	2.26E-16	7.23E-15	1.16E-13	0.00E+00
	19	20	21	22	23	24	25	26	27
\bar{x}	7.95E-01	6.72E-01	6.26E-01	4.39E-01	1.68E-01	-2.19E-01	9.09E-02	1.00E+00	1.11E-01
s	1.22E-02	1.78E-02	1.13E-16	5.65E-17	0.00E+00	8.47E-17	1.41E-17	0.00E+00	1.41E-17

Sada E, funkce 7

$$f(\vec{x}) = \sum_{i=1}^{D-1} \left| \left(\sin \left(\sqrt{\left| \sqrt{x_i^2 + x_{i+1}^2} \right|} \right) + x_i \right) \right| \quad (1.67)$$

Tab. 1.67 Střední hodnota a standardní odchylka ELA vlastností funkce E7

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
\bar{x}	6.37E-01	-9.22E+01	1.05E-02	1.09E+01	2.17E-03	9.30E-01	2.22E+03	9.33E-01	1.00E-01
s	2.26E-16	2.89E-14	1.76E-18	3.61E-15	0.00E+00	2.26E-16	4.63E-13	0.00E+00	2.82E-17
	10	11	12	13	14	15	16	17	18
\bar{x}	1.00E+00	2.50E-01	1.25E+00	5.42E-01	3.18E-01	1.70E+00	-1.44E-01	-1.68E-01	1.00E+00
s	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	1.13E-16	5.65E-17	4.52E-16	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
	19	20	21	22	23	24	25	26	27
\bar{x}	8.72E-01	6.15E-01	9.48E-01	6.55E-01	1.12E-01	-6.53E-01	9.09E-01	1.82E-01	1.20E-01
s	6.69E-03	1.51E-02	2.26E-16	1.13E-16	4.23E-17	0.00E+00	2.26E-16	2.82E-17	2.82E-17

Sada E, funkce 8

$$f(\vec{x}) = \sum_{i=1}^D \left| \left(\sqrt{\left| \left(\frac{1}{|\sin(\pi)|} \right) \right|} \cdot x_i \right) \right| \quad (1.68)$$

Tab. 1.68 Střední hodnota a standardní odchylka ELA vlastností funkce E8

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
\bar{x}	6.33E-01	-9.31E+01	2.90E+05	2.80E+01	4.52E-02	9.42E-01	1.09E+00	9.44E-01	1.00E-01
s	2.26E-16	4.34E-14	1.18E-10	7.23E-15	1.41E-17	1.13E-16	2.26E-16	2.26E-16	2.82E-17
	10	11	12	13	14	15	16	17	18
\bar{x}	1.02E+00	2.50E-01	1.18E+00	4.84E-01	2.68E-01	1.81E+00	6.47E-03	-2.73E-01	1.00E+00
s	2.26E-16	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	5.65E-17	0.00E+00	1.76E-18	0.00E+00	0.00E+00
	19	20	21	22	23	24	25	26	27
\bar{x}	8.49E-01	5.90E-01	9.90E-01	6.95E-01	1.09E-01	-6.71E-01	9.09E-02	1.00E+00	1.11E-01
s	9.50E-03	1.14E-02	1.13E-16	1.13E-16	4.23E-17	2.26E-16	1.41E-17	1.13E-16	2.82E-17

Sada E, funkce 9

$$f(\vec{x}) = \sum_{i=1}^{D-1} \frac{x_i}{\sin^2 \left(\sqrt{\left| \sqrt{x_i^2 + x_{i+1}^2} \right|} \right)} \quad (1.69)$$

Sada E, funkce 10

$$f(\vec{x}) = \sum_{i=1}^{D-1} \left(\sqrt{\left| \left(|x_{i+1}| \cdot \frac{(|x_i|)^2 \cdot (84)^2}{0.764614175531704} \right) \right|} - 0.5752830622548837 \right) \quad (1.70)$$

Tab. 1.69 Střední hodnota a standardní odchylka ELA vlastností funkce E9

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
\bar{x}	8.86E-01	-2.88E+01	2.78E+03	5.38E+00	1.45E-02	7.98E-03	2.72E+01	-7.08E-03	1.00E-01
s	0.00E+00	1.08E-14	0.00E+00	1.81E-15	3.53E-18	0.00E+00	1.08E-14	1.76E-18	2.82E-17
	10	11	12	13	14	15	16	17	18
\bar{x}	9.62E-01	2.58E-01	9.42E-01	3.28E-01	3.64E-01	9.01E-01	-1.58E+01	2.77E+02	4.00E+00
s	3.39E-16	0.00E+00	2.26E-16	1.13E-16	1.69E-16	0.00E+00	3.61E-15	1.16E-13	0.00E+00
	19	20	21	22	23	24	25	26	27
\bar{x}	7.96E-01	6.47E-01	7.02E-01	5.30E-01	1.56E-01	-1.96E-01	9.09E-02	1.00E+00	1.15E-01
s	9.39E-03	1.49E-02	2.26E-16	0.00E+00	5.65E-17	5.65E-17	1.41E-17	2.26E-16	0.00E+00

Tab. 1.70 Střední hodnota a standardní odchylka ELA vlastností funkce E10

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
\bar{x}	6.36E-01	-9.24E+01	4.84E-01	1.86E+02	5.89E-02	8.49E-01	2.90E+00	9.03E-01	1.00E-01
s	1.13E-16	2.89E-14	0.00E+00	8.67E-14	7.06E-18	3.39E-16	9.03E-16	2.26E-16	2.82E-17
	10	11	12	13	14	15	16	17	18
\bar{x}	9.80E-01	2.50E-01	1.10E+00	5.32E-01	3.12E-01	1.71E+00	1.97E-01	-2.48E-01	1.00E+00
s	0.00E+00	0.00E+00	2.26E-16	0.00E+00	5.65E-17	0.00E+00	2.82E-17	8.47E-17	0.00E+00
	19	20	21	22	23	24	25	26	27
\bar{x}	8.78E-01	6.25E-01	9.91E-01	7.22E-01	1.04E-01	-6.20E-01	9.09E-02	1.00E+00	1.13E-01
s	8.62E-03	1.51E-02	1.13E-16	0.00E+00	2.82E-17	1.13E-16	1.41E-17	2.26E-16	2.82E-17

Sada Z, funkce 1

$$f(\vec{x}) = \sum_{i=1}^{D-1} \left(51 \cdot \left((x_i \cdot x_i) \cdot \sqrt{x_i^2 + x_{i+1}^2} \right) \right) \quad (1.71)$$

Tab. 1.71 Střední hodnota a standardní odchylka ELA vlastností funkce Z1

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
\bar{x}	6.59E-01	-8.66E+01	3.58E+02	2.51E+02	7.47E-02	9.78E-01	1.03E+01	9.89E-01	1.00E-01
s	2.26E-16	4.34E-14	0.00E+00	5.78E-14	0.00E+00	3.39E-16	3.61E-15	3.39E-16	2.82E-17
	10	11	12	13	14	15	16	17	18
\bar{x}	9.80E-01	2.52E-01	1.17E+00	4.92E-01	2.96E-01	1.66E+00	6.09E-01	6.84E-01	2.00E+00
s	0.00E+00	0.00E+00	2.26E-16	1.69E-16	0.00E+00	2.26E-16	1.13E-16	0.00E+00	0.00E+00
	19	20	21	22	23	24	25	26	27
\bar{x}	8.62E-01	5.96E-01	9.71E-01	6.73E-01	1.11E-01	-6.08E-01	9.09E-02	1.00E+00	1.17E-01
s	5.72E-03	1.21E-02	0.00E+00	2.26E-16	2.82E-17	2.26E-16	1.41E-17	0.00E+00	0.00E+00

Sada Z, funkce 2

$$f(\vec{x}) = \sum_{i=1}^{D-1} ((x_i + e) \cdot x_{i+1}) \quad (1.72)$$

Tab. 1.72 Střední hodnota a standardní odchylka ELA vlastností funkce Z2

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
\bar{x}	1.15E+00	3.76E+01	9.97E-03	1.29E+03	1.00E+00	-6.18E-03	1.76E+01	1.00E+00	1.00E-01
s	2.26E-16	0.00E+00	0.00E+00	2.31E-13	0.00E+00	8.82E-19	0.00E+00	0.00E+00	2.82E-17
	10	11	12	13	14	15	16	17	18
\bar{x}	1.25E+00	2.50E-01	2.05E+00	5.08E-01	1.28E-01	3.97E+00	8.15E-02	2.71E-01	1.00E+00
s	0.00E+00	0.00E+00	4.52E-16	2.26E-16	2.82E-17	0.00E+00	0.00E+00	1.13E-16	0.00E+00
	19	20	21	22	23	24	25	26	27
\bar{x}	8.47E-01	5.58E-01	6.45E-01	5.57E-01	1.39E-01	-5.21E-01	9.09E-02	1.00E+00	1.10E-01
s	9.64E-03	1.16E-02	2.26E-16	1.13E-16	2.82E-17	2.26E-16	1.41E-17	1.13E-16	0.00E+00

Sada Z, funkce 3

$$f(\vec{x}) = \sum_{i=1}^D \left(\sqrt{|\pi|} + x_i \right) \quad (1.73)$$

Sada Z, funkce 4

$$f(\vec{x}) = \sum_{i=1}^{D-1} \left(6 \cdot \left((x_{i+1})^2 \cdot x_i \right) \right) \quad (1.74)$$

Tab. 1.73 Střední hodnota a standardní odchylka ELA vlastností funkce Z3

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
\bar{x}	7.13E-01	-7.28E+01	1.00E+00	1.00E+00	1.00E+00	1.00E+00	1.05E+01	1.00E+00	4.20E-02
s	0.00E+00	0.00E+00	2.26E-16	4.52E-16	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	1.41E-17
	10	11	12	13	14	15	16	17	18
\bar{x}	7.24E-01	5.40E-02	6.92E-01	5.20E-02	7.40E-02	7.03E-01	1.37E-01	-3.24E-02	1.00E+00
s	2.26E-16	1.41E-17	2.26E-16	1.41E-17	0.00E+00	1.13E-16	5.65E-17	1.41E-17	0.00E+00
	19	20	21	22	23	24	25	26	27
\bar{x}	8.35E-01	5.24E-01	8.11E-01	6.72E-01	1.21E-01	-3.98E-01	7.27E-01	5.66E-01	1.89E-01
s	9.55E-03	1.69E-02	2.26E-16	2.26E-16	1.41E-17	1.13E-16	2.26E-16	1.13E-16	5.65E-17

Tab. 1.74 Střední hodnota a standardní odchylka ELA vlastností funkce Z4

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
\bar{x}	9.30E-01	-1.77E+01	2.20E+03	1.12E+01	5.82E-01	5.68E-01	6.17E+01	1.00E+00	7.40E-02
s	2.26E-16	7.23E-15	0.00E+00	1.81E-15	1.13E-16	1.13E-16	1.45E-14	0.00E+00	0.00E+00
	10	11	12	13	14	15	16	17	18
\bar{x}	9.02E-01	1.88E-01	9.59E-01	2.60E-01	2.88E-01	9.03E-01	-1.19E-01	9.30E-01	1.00E+00
s	0.00E+00	2.82E-17	2.26E-16	5.65E-17	5.65E-17	1.13E-16	1.41E-17	3.39E-16	0.00E+00
	19	20	21	22	23	24	25	26	27
\bar{x}	8.50E-01	5.80E-01	6.75E-01	5.69E-01	1.48E-01	-4.71E-01	9.09E-02	1.00E+00	1.67E-01
s	9.33E-03	1.43E-02	2.26E-16	0.00E+00	0.00E+00	1.69E-16	1.41E-17	3.39E-16	8.47E-17

Sada Z, funkce 5

$$f(\vec{x}) = \sum_{i=1}^D (\pi + x_i) \quad (1.75)$$

Sada Z, funkce 6

$$f(\vec{x}) = \sum_{i=1}^D (x_i \cdot 32) \quad (1.76)$$

Sada Z, funkce 7

$$f(\vec{x}) = \sum_{i=1}^D (\pi - x_i) \quad (1.77)$$

Tab. 1.75 Střední hodnota a standardní odchylka ELA vlastností funkce Z5

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
\bar{x}	7.59E-01	-6.10E+01	1.00E+00	1.00E+00	1.00E+00	1.00E+00	7.69E+00	1.00E+00	4.20E-02
s	2.26E-16	7.23E-15	3.39E-16	2.26E-16	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	1.41E-17
	10	11	12	13	14	15	16	17	18
\bar{x}	9.13E-01	3.20E-02	4.10E-01	4.20E-02	6.00E-02	7.00E-01	1.60E-01	1.99E-01	1.00E+00
s	2.26E-16	7.06E-18	5.65E-17	1.41E-17	1.41E-17	1.13E-16	2.82E-17	8.47E-17	0.00E+00
	19	20	21	22	23	24	25	26	27
\bar{x}	8.32E-01	5.03E-01	7.85E-01	6.77E-01	1.22E-01	-4.09E-01	7.27E-01	5.30E-01	1.77E-01
s	7.92E-03	1.52E-02	2.26E-16	0.00E+00	2.82E-17	0.00E+00	2.26E-16	1.13E-16	0.00E+00

Tab. 1.76 Střední hodnota a standardní odchylka ELA vlastností funkce Z6

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
\bar{x}	8.08E-01	-4.86E+01	3.20E+01	1.00E+00	1.00E+00	1.00E+00	6.62E+01	1.00E+00	4.40E-02
s	3.39E-16	0.00E+00	3.61E-15	4.52E-16	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	1.41E-17
	10	11	12	13	14	15	16	17	18
\bar{x}	7.33E-01	3.20E-02	5.52E-01	3.40E-02	6.80E-02	5.00E-01	5.70E-02	-3.65E-01	1.00E+00
s	2.26E-16	7.06E-18	2.26E-16	7.06E-18	1.41E-17	0.00E+00	1.41E-17	1.13E-16	0.00E+00
	19	20	21	22	23	24	25	26	27
\bar{x}	8.23E-01	5.14E-01	7.94E-01	6.27E-01	1.29E-01	-4.30E-01	9.09E-02	9.99E-01	1.75E-01
s	8.41E-03	1.68E-02	3.39E-16	0.00E+00	0.00E+00	1.13E-16	1.41E-17	1.13E-16	8.47E-17

Tab. 1.77 Střední hodnota a standardní odchylka ELA vlastností funkce Z7

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
\bar{x}	7.68E-01	-5.89E+01	1.00E+00	1.00E+00	1.00E+00	1.00E+00	4.24E+00	1.00E+00	3.20E-02
s	2.26E-16	7.23E-15	3.39E-16	2.26E-16	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	7.06E-18
	10	11	12	13	14	15	16	17	18
\bar{x}	6.96E-01	3.40E-02	6.54E-01	2.80E-02	6.40E-02	4.38E-01	1.23E-01	-1.47E-01	1.00E+00
s	1.13E-16	7.06E-18	1.13E-16	7.06E-18	1.41E-17	0.00E+00	2.82E-17	2.82E-17	0.00E+00
	19	20	21	22	23	24	25	26	27
\bar{x}	8.32E-01	5.28E-01	8.55E-01	6.46E-01	1.28E-01	-4.17E-01	7.27E-01	5.69E-01	1.91E-01
s	1.08E-02	1.79E-02	0.00E+00	2.26E-16	0.00E+00	1.13E-16	2.26E-16	1.13E-16	5.65E-17

Sada Z, funkce 8

$$f(\vec{x}) = \sum_{i=1}^D (x_i)^2 \quad (1.78)$$

Tab. 1.78 Střední hodnota a standardní odchylka ELA vlastností funkce Z8

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
\bar{x}	6.90E-01	-7.86E+01	8.21E-02	2.25E+02	3.48E-02	1.00E+00	1.00E+00	1.00E+00	1.00E-01
s	2.26E-16	1.45E-14	0.00E+00	0.00E+00	7.06E-18	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	2.82E-17
	10	11	12	13	14	15	16	17	18
\bar{x}	1.00E+00	2.50E-01	1.05E+00	5.08E-01	2.52E-01	2.02E+00	2.85E-01	-3.86E-01	1.00E+00
s	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	2.26E-16	0.00E+00	9.03E-16	1.13E-16	1.69E-16	0.00E+00
	19	20	21	22	23	24	25	26	27
\bar{x}	8.68E-01	6.43E-01	1.02E+00	6.54E-01	1.21E-01	-6.13E-01	9.09E-02	1.00E+00	1.10E-01
s	8.93E-03	1.79E-02	2.26E-16	2.26E-16	1.41E-17	1.13E-16	1.41E-17	3.39E-16	2.82E-17

Sada Z, funkce 9

$$f(\vec{x}) = \sum_{i=1}^D \frac{(x_i)^2}{50} \quad (1.79)$$

Tab. 1.79 Střední hodnota a standardní odchylka ELA vlastností funkce Z9

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
\bar{x}	6.03E-01	-1.01E+02	2.31E-02	8.62E+00	1.39E-03	1.00E+00	1.00E+00	1.00E+00	1.00E-01
s	2.26E-16	1.45E-14	3.53E-18	0.00E+00	4.41E-19	0.00E+00	2.26E-16	0.00E+00	2.82E-17
	10	11	12	13	14	15	16	17	18
\bar{x}	1.02E+00	2.50E-01	1.30E+00	5.54E-01	2.34E-01	2.37E+00	2.21E-01	-1.65E-01	2.00E+00
s	2.26E-16	0.00E+00	4.52E-16	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	8.47E-17	0.00E+00	0.00E+00
	19	20	21	22	23	24	25	26	27
\bar{x}	8.63E-01	5.86E-01	1.06E+00	7.70E-01	9.58E-02	-6.59E-01	8.18E-01	5.44E-01	1.09E-01
s	5.69E-03	1.66E-02	0.00E+00	2.26E-16	2.82E-17	2.26E-16	3.39E-16	1.13E-16	1.41E-17

PŘÍLOHA P II. NALEZENÁ OPTIMA GENEROVANÝCH TESTOVACÍCH FUNKCÍ

Příloha obsahuje optima nalezená při provádění srovnávacích testů algoritmy DISH, CLPSO a Db1_SHADE. Optimalizace byla prováděna v $10D$ a $30D$ prostoru.

Tab. 2.1 Nalezená optima generovaných funkcí při optimalizaci $10D$ (1/3)

Funkce	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	
A1 Optimum (CLPSO)	-9.98E+01	-1.00E+02	4.63E+01	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.44E+01	-2.41E+00	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-8.7551253619E+14
A2 Optimum (Db1SHADE)	8.41E-01	8.41E-01	8.40E-01	8.43E-01	8.35E-01	8.59E-01	7.86E-01	1.00E+00	1.13E-02	8.86E+01	9.7531820067E-27
A3 Optimum (CLPSO)	-1.00E+02	-3.79E-56	-5.02E+01	1.00E+02	-3.95E+01	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	1.00E+02	-1.00E+02	-2.0844851018E+64
A4 Optimum (DISH)	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	1.00E+02	-1.3058848035E+08
A5 Optimum (DISH)	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	-1.5454416940E+05
A6 Optimum (Db1SHADE)	-5.06E-08	-9.40E-01	-9.43E-01	-9.43E-01	-9.43E-01	-9.43E-01	-9.43E-01	-9.43E-01	-9.43E-01	-9.50E-01	-1.7897958454E+02
A7 Optimum (DISH)	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	-1.00E+02	1.00E+02	-1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	-1.1827922061E+03
A8 Optimum (DISH)	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	3.46E-01	-3.4029921324E+04
A9 Optimum (Db1SHADE)	1.69E-16	5.68E-16	-1.07E-16	-9.16E-17	1.40E-16	4.74E-16	-1.18E-16	1.73E-17	-2.12E-17	2.15E-16	1.4415206355E-31
A10 Optimum (Db1SHADE)	9.74E+01	9.74E+01	9.74E+01	9.74E+01	9.74E+01	9.74E+01	9.74E+01	9.74E+01	9.74E+01	1.00E+02	-1.3011904348E+11
A11 Optimum (DISH)	-9.61E+01	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	1.00E+02	-1.5683855205E+10
A12 Optimum (Db1SHADE)	6.60E-16	3.32E-15	9.77E-16	-2.25E-15	-2.14E-15	-2.44E-15	-9.07E-16	7.98E-16	-5.33E-23	-1.36E-11	2.8057636791E-39
A13 Optimum (Db1SHADE)	4.60E+01	6.70E+01	4.15E+01	2.66E+01	1.69E+00	2.89E+01	1.20E+01	4.57E+01	-4.11E+01	6.85E+01	-8.8168145568E+00
A14 Optimum (Db1SHADE)	2.93E-15	2.48E-15	6.98E-15	5.01E-17	-9.78E-14	-1.51E-16	-1.20E-15	-6.95E-14	-3.18E-17	-1.25E-13	2.0018923166E-21
A15 Optimum (CLPSO)	-1.00E+02	-9.90E+01	-9.90E+01	-9.90E+01	-9.90E+01	-9.90E+01	9.90E+01	9.90E+01	-9.90E+01	-9.58E+01	-8.8359476776E+04
B1 Optimum (CLPSO)	-4.94E+01	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-6.07E+01	-1.00E+02	-1.00E+02	-8.70E+01	-1.00E+02	-2.4745036317E+42
B2 Optimum (Db1SHADE)	-9.74E+01	-9.74E+01	-9.74E+01	-9.74E+01	-9.74E+01	-9.74E+01	-9.74E+01	-9.74E+01	-9.74E+01	-8.54E+01	-1.4022472928E+67
B3 Optimum (Db1SHADE)	-6.88E+01	-1.16E-06	-3.67E-11	-2.38E-13	-1.41E-14	-1.07E-15	-7.44E-16	-2.30E-15	-1.07E-15	-9.68E-17	3.9517121450E-15
B4 Optimum (CLPSO)	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	9.99E+01	-1.0881326587E+13
B5 Optimum (CLPSO)	9.92E+00	-1.00E+02	9.92E+00	-1.00E+02	9.92E+00	-1.00E+02	5.82E+01	-1.00E+02	-7.29E+01	-1.00E+02	-6.0300000000E+02
B6 Optimum (CLPSO)	-1.00E+02	-9.94E+01	-1.00E+02	-9.98E+01	-1.00E+02	-6.00E+01	-9.94E+01	-1.00E+02	-5.93E+01	-2.00E+01	-1.0444714108E+32
B7 Optimum (Db1SHADE)	-2.40E+01	9.82E+01	7.85E+00	-9.33E+01	9.99E+01	3.96E+01	-3.11E-82	3.81E+01	7.64E+01	2.07E+01	-7.6893833383E+81
B8 Optimum (CLPSO)	-3.30E+01	2.36E+01	-9.58E+01	-1.57E+00	4.71E+00	-8.95E+01	-3.93E+01	-7.85E+00	-3.30E+01	1.73E+01	-4.3124922477E+66

Tab. 2.2 Nalezená optima generovaných funkcí při optimalizaci 10D (2/3)

Funkce	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}
B9 Optimum (CLPSO)	5.20E-01	1.59E+00	7.30E-01	-3.17E-01	-1.49E+00	-2.38E+00	-3.26E+00	-3.70E+00	-9.98E+01	-1.00E+02
B10 Optimum (DbLSHADE)	1.00E+02	1.39E-01	-1.00E+02	-1.39E-01	8.78E+01	7.81E+01	-1.00E+02	1.39E-01	9.96E+01	-9.91E+01
B11 Optimum (DbLSHADE)	-1.00E+02	-9.77E+01	-1.00E+02	-9.77E+01	-1.00E+02	-9.77E+01	-1.00E+02	-9.77E+01	-1.00E+02	-9.77E+01
B12 Optimum (CLPSO)	2.83E+01	-1.00E+02	-1.00E+02	-3.90E+01	-1.00E+02	-1.01E+00	-9.76E+01	-2.56E+01	-1.00E+02	-4.50E+01
B13 Optimum (CLPSO)	-2.54E+01	8.93E-01	6.05E-01	2.25E+00	1.30E+00	1.72E+00	1.36E+00	7.13E-01	1.78E+00	-1.47E+01
B14 Optimum (DbLSHADE)	-1.00E+02	-9.74E+01	-9.74E+01	-9.74E+01	-9.74E+01	-9.74E+01	-9.74E+01	-9.74E+01	-9.74E+01	-9.55E-03
B15 Optimum (CLPSO)	6.91E+01	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02
C1 Optimum (DISH)	1.00E+02	1.00E+02	8.90E+01	1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	1.00E+02	-1.00E+02	1.00E+02
C2 Optimum (DbLSHADE)	-1.00E+02	-2.20E+01	-6.28E+00	-3.14E+00	-3.14E+00	-7.95E-04	1.72E-04	-5.37E-04	-2.26E-04	-5.42E-05
C3 Optimum (DbLSHADE)	7.99E-07	-1.09E-18	1.96E-10	-6.60E-16	-1.39E-09	-3.12E-16	-2.82E-10	1.28E-14	-2.16E-12	-2.46E-14
C4 Optimum (DbLSHADE)	5.16E+01	1.18E+01	1.02E+01	-1.52E+00	2.85E+01	1.46E+01	2.44E+01	-6.96E+01	2.00E-01	6.18E+00
C5 Optimum (DISH)	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02
C6 Optimum (DbLSHADE)	9.66E+01	1.05E+00	8.25E-03	5.36E-05	2.61E-07	1.10E-09	3.05E-12	1.21E-14	1.41E-17	1.12E-20
C7 Optimum (DbLSHADE)	-2.78E-09	-2.27E-10	-3.13E-09	8.05E-12	-3.34E-09	-1.07E-09	1.10E-08	2.95E-09	-8.60E-19	-9.13E+01
C8 Optimum (CLPSO)	-5.18E+01	-7.85E+00	-1.41E+01	1.10E+01	-8.33E+01	2.67E+01	-3.30E+01	1.41E+01	2.04E+01	2.98E+01
C9 Optimum (DISH)	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02
C10 Optimum (DbLSHADE)	9.03E-15	6.01E-15	-1.11E-14	3.24E-15	1.12E-14	-4.86E-15	-8.98E-15	7.32E-15	-9.39E-15	4.20E-15
C11 Optimum (DbLSHADE)	-2.64E-07	4.61E-10	-1.15E-09	-1.12E-08	3.02E-08	3.07E-08	1.98E-08	-1.33E-08	-2.47E-08	-5.38E-09
C12 Optimum (DbLSHADE)	-2.87E-22	-2.70E-18	-1.58E-15	-9.37E-13	-5.57E-10	-1.43E-07	-3.50E-05	-5.33E-03	-7.06E-01	-9.70E+01
C13 Optimum (CLPSO)	-1.00E+02	-6.50E+01	2.28E-04	-9.88E+01	-4.56E+01	-9.07E+01	-1.00E+02	-1.00E+02	-9.68E+01	3.17E+01
C14 Optimum (CLPSO)	6.10E-01	1.25E+00	6.11E-01	-1.25E+00	6.11E-01	-1.25E+00	6.13E-01	-1.25E+00	-6.13E-01	-1.25E+00
C15 Optimum (DISH)	-1.00E+02	1.00E+02	-1.00E+02	1.00E+02	-1.00E+02	1.00E+02	-1.00E+02	1.00E+02	-1.00E+02	1.00E+02
D1 Optimum (DbLSHADE)	9.11E+01	9.43E+00	-7.22E+01	5.34E+01	-5.97E+01	6.27E+00	3.14E+00	2.83E+01	-9.43E+00	-5.03E+01
D2 Optimum (DISH)	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	-1.00E+02
D3 Optimum (DISH)	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02
D4 Optimum (CLPSO)	9.83E+01	9.88E+01	-2.11E+01	9.89E+01	-3.35E+01	-5.82E+01	-8.96E+01	-9.60E+01	9.88E+01	-1.49E+01
D5 Optimum (CLPSO)	-3.97E+01	-1.00E+02	-1.00E+02	-7.17E+01	-7.18E+01	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02
D6 Optimum (DbLSHADE)	-4.40E+01	-1.57E+01	6.28E+00	-2.51E+01	-6.91E+01	4.08E+01	1.88E+01	-2.83E+01	-8.48E+01	4.70E+01
D7 Optimum (DbLSHADE)	8.35E+01	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02
D8 Optimum (DbLSHADE)	-1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	-1.00E+02	1.00E+02

Tab. 2.3 Nalezená optima generovaných funkcí při optimalizaci 10D (3/3)

Funkce	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}
D9 Optimum (DbLSHADE)	1.28E+00	-5.00E-28	1.68E-08	3.37E-20	-8.66E-18	3.47E-14	1.84E-18	-2.45E-13	-1.60E-17	3.46E-14
									2.8178749012E-43	
D10 Optimum (DISH)	8.28E-06	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02
									-6.2474300535E+06	
D11 Optimum (DISH)	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	-1.00E+02
									-1.7999207029E+07	
D12 Optimum (DbLSHADE)	-2.31E+01	2.12E+01	-7.69E+01	-9.81E+01	4.33E+01	-9.68E+01	1.83E-59	-6.15E+01	8.82E+01	-9.78E+01
									-9.5921548357E+58	
D13 Optimum (DbLSHADE)	1.00E+02	-1.00E+02	1.00E+02	-1.00E+02	1.00E+02	-1.00E+02	1.00E+02	-1.00E+02	1.00E+02	-1.00E+02
									-9.0086131311E+04	
D14 Optimum (DISH)	1.32E-01	-1.70E-03	1.32E-01	1.73E-03	-1.32E-01	1.87E-03	1.32E-01	-1.96E-03	1.32E-01	1.79E-03
									-6.2984035954E+01	
D15 Optimum (DbLSHADE)	-9.76E+01	9.09E+01	8.47E+01	7.89E+01	7.36E+01	6.85E+01	6.39E+01	5.95E+01	5.54E+01	5.17E+01
									-9.0000000000E+00	
E1 Optimum (DbLSHADE)	-1.00E+02	9.74E+01	-9.74E+01	9.74E+01	-9.74E+01	9.74E+01	-9.74E+01	9.74E+01	-9.74E+01	9.74E+01
									-7.7396105384E+12	
E2 Optimum (DbLSHADE)	1.80E-16	-2.38E-17	-7.52E-17	-5.09E-17	-1.68E-17	-1.04E-17	-4.17E-17	-5.31E-18	6.06E-17	8.35E-03
									1.4982832099E-31	
E3 Optimum (DISH)	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02
									-2.5570859373E+11	
E4 Optimum (DbLSHADE)	9.22E+01	4.61E+01	-7.77E+01	9.87E+01	-9.01E+01	9.96E+01	-7.28E-58	-3.77E+01	9.67E+01	3.75E+01
									-2.2578835687E+187	
E5 Optimum (DISH)	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-9.77E+01
									-4.1563075911E+09	
E6 Optimum (DbLSHADE)	-6.59E+01	9.07E+01	-8.38E+01	-1.00E+02	5.90E+01	-1.00E+02	4.03E-49	6.56E+01	3.13E+01	-1.77E+01
									-1.6319805999E+194	
E7 Optimum (DbLSHADE)	-9.05E-01	-9.05E-01	-9.05E-01	-9.05E-01	-9.05E-01	-9.05E-01	-9.07E-01	-9.18E-01	-9.94E-01	6.34E+01
									2.8368718485E-10	
E8 Optimum (DbLSHADE)	-6.66E-17	-1.43E-17	1.34E-17	1.68E-17	9.68E-19	-5.20E-17	2.64E-16	5.46E-16	4.96E-17	3.83E-16
									1.2718027000E-07	
E9 Optimum (CLPSO)	-4.94E+00	-9.57E+01	-8.18E+01	-1.00E+02	-1.00E+02	1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-8.88E+01	-2.33E-01
									-6.5807674660E+32	
E10 Optimum (DbLSHADE)	-7.64E-14	1.21E-12	-4.15E-13	5.26E-13	6.30E-13	-3.34E-12	7.24E-13	-1.95E-11	-1.68E-17	-5.04E-02
									-5.1775475603E+00	

Tab. 2.4 Nalezená optima generovaných funkcí při optimalizaci 30D (1/7)

A1										
$x_1 - x_{10}$	-1.00E+02	-4.50E+00	-1.00E+02	-8.78E+01	-1.00E+02	1.00E+02	-9.97E+01	-8.87E+01	-3.04E+01	-1.00E+02
$x_{11} - x_{20}$	-9.98E+01	-1.00E+02	1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-3.63E+00	-5.61E+01	-3.99E+01	-1.00E+02	-2.82E+01
$x_{21} - x_{30}$	-4.75E+01	-1.00E+02	-1.26E+01	9.46E+01	-5.94E+01	-6.67E+01	-9.81E+00	-1.00E+02	-9.35E+01	-9.93E+01
Optimum (CLPSO)										-1.8374477318E+15
A2										
$x_1 - x_{10}$	8.41E-01	8.41E-01	8.41E-01	8.41E-01	8.41E-01	8.41E-01	8.41E-01	8.41E-01	8.41E-01	8.41E-01
$x_{11} - x_{20}$	8.41E-01	8.41E-01	8.41E-01	8.41E-01	8.41E-01	8.41E-01	8.41E-01	8.41E-01	8.41E-01	8.41E-01
$x_{21} - x_{30}$	8.41E-01	8.41E-01	8.40E-01	8.43E-01	8.35E-01	8.59E-01	7.86E-01	9.99E-01	4.90E-02	2.04E+01
Optimum (DbLSHADE)										9.5188248849E-33
A3										
$x_1 - x_{10}$	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02
$x_{11} - x_{20}$	-1.00E+02	-6.83E-190	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02
$x_{21} - x_{30}$	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	1.00E+02
Optimum (CLPSO)										-1.1560318801E+198
A4										
$x_1 - x_{10}$	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02
$x_{11} - x_{20}$	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02
$x_{21} - x_{30}$	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02
Optimum (DISH)										-4.2078510335E+08

Tab. 2.5 Nalezená optima generovaných funkcí při optimalizaci 30D (2/7)

A5										
$x_1 - x_{10}$	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02
$x_{11} - x_{20}$	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02
$x_{21} - x_{30}$	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02
Optimum (DISH)										-4.9797565694E+05
A6										
$x_1 - x_{10}$	2.46E-07	-9.40E-01	-9.43E-01	-9.43E-01	-9.43E-01	-9.43E-01	-9.43E-01	-9.43E-01	-9.43E-01	-9.43E-01
$x_{11} - x_{20}$	-9.43E-01	-9.43E-01	-9.43E-01	-9.43E-01	-9.43E-01	-9.43E-01	-9.43E-01	-9.43E-01	-9.43E-01	-9.43E-01
$x_{21} - x_{30}$	-9.43E-01	-9.43E-01	-9.43E-01	-9.43E-01	-9.43E-01	-9.43E-01	-9.43E-01	-9.43E-01	-9.43E-01	-9.50E-01
Optimum (DbIshADE)										-5.7583733458E+02
A7										
$x_1 - x_{10}$	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02
$x_{11} - x_{20}$	-1.00E+02	-1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	-1.00E+02	1.00E+02
$x_{21} - x_{30}$	1.00E+02	1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	-1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02
Optimum (DISH)										-3.8112193309E+03
A8										
$x_1 - x_{10}$	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02
$x_{11} - x_{20}$	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02
$x_{21} - x_{30}$	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	3.46E-01
Optimum (DISH)										-1.0875071195E+05
A9										
$x_1 - x_{10}$	-1.19E-26	-7.88E-27	-1.30E-27	-8.28E-28	2.20E-27	1.20E-26	7.96E-27	2.13E-26	9.63E-27	-1.01E-26
$x_{11} - x_{20}$	-6.20E-28	-8.45E-28	1.29E-27	8.14E-29	-5.87E-28	4.17E-28	4.57E-27	2.85E-27	1.39E-26	-6.66E-27
$x_{21} - x_{30}$	1.74E-27	-6.49E-28	3.42E-27	6.80E-27	-8.39E-27	-4.81E-27	2.93E-27	-1.09E-26	-3.89E-28	-3.27E-27
Optimum (DbIshADE)										3.4758708180E-52
A10										
$x_1 - x_{10}$	9.74E+01	9.74E+01	9.74E+01	9.74E+01	9.74E+01	9.74E+01	9.74E+01	9.74E+01	9.74E+01	9.74E+01
$x_{11} - x_{20}$	9.74E+01	9.74E+01	9.74E+01	9.74E+01	9.74E+01	9.74E+01	9.74E+01	9.74E+01	9.74E+01	9.74E+01
$x_{21} - x_{30}$	9.74E+01	9.74E+01	9.74E+01	9.74E+01	9.74E+01	9.74E+01	9.74E+01	9.74E+01	9.74E+01	1.00E+02
Optimum (DbIshADE)										-4.1754747747E+11
A11										
$x_1 - x_{10}$	-9.61E+01	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02
$x_{11} - x_{20}$	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02
$x_{21} - x_{30}$	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	1.00E+02
Optimum (DISH)										-5.0535806018E+10
A12										
$x_1 - x_{10}$	-2.73E-27	7.45E-26	1.01E-25	2.04E-26	1.86E-27	-6.83E-26	-4.47E-26	-3.47E-26	-8.78E-27	9.00E-26
$x_{11} - x_{20}$	7.77E-27	6.23E-26	3.10E-27	8.66E-26	4.31E-26	2.01E-26	1.05E-26	8.48E-27	-2.14E-26	2.57E-26
$x_{21} - x_{30}$	4.33E-26	-2.66E-26	1.17E-25	-6.00E-26	-6.47E-27	-1.95E-25	-7.97E-26	5.86E-26	4.41E-29	3.98E-25
Optimum (DbIshADE)										3.9480257599E-70
A13										
$x_1 - x_{10}$	4.31E+00	2.31E+01	-2.09E+01	-1.22E+01	5.14E+00	7.63E+01	5.87E+00	4.25E+01	1.29E+01	-8.71E-02
$x_{11} - x_{20}$	-3.40E+01	7.02E+01	3.74E+01	-6.88E+01	-9.86E+01	5.64E+01	4.47E+01	-3.38E+01	-2.93E+01	-2.41E+01
$x_{21} - x_{30}$	-6.13E+01	7.89E+01	-2.37E+01	9.57E+01	-6.75E+01	4.35E+01	6.23E+01	3.99E-01	-3.38E+01	-5.47E+01
Optimum (DbIshADE)										-2.7690817871E+01
A14										
$x_1 - x_{10}$	4.58E-22	-4.24E-33	-9.24E-24	7.26E-28	-8.60E-25	1.14E-25	-2.13E-28	-7.27E-23	-3.04E-33	-2.98E-24
$x_{11} - x_{20}$	9.90E-31	1.50E-25	-1.29E-23	1.02E-30	1.59E-22	2.25E-30	7.41E-23	3.70E-29	2.43E-22	2.49E-31
$x_{21} - x_{30}$	1.43E-23	6.88E-31	2.33E-32	6.86E-23	1.42E-31	1.54E-24	-2.31E-28	-5.96E-26	6.03E-26	2.42E-25
Optimum (DbIshADE)										3.1425125504E-36
A15										
$x_1 - x_{10}$	1.00E+02	9.90E+01	-9.90E+01	9.90E+01	-9.90E+01	-9.90E+01	9.90E+01	9.90E+01	-9.90E+01	-9.90E+01
$x_{11} - x_{20}$	-9.90E+01	9.90E+01	9.90E+01	9.90E+01	9.90E+01	-9.90E+01	-9.90E+01	-9.90E+01	9.90E+01	-9.90E+01
$x_{21} - x_{30}$	-9.90E+01	-9.90E+01	9.90E+01	9.90E+01	9.90E+01	-9.90E+01	9.90E+01	-9.90E+01	9.90E+01	-5.81E+01
Optimum (DbIshADE)										-2.8424836052E+05
B1										
$x_1 - x_{10}$	5.43E+01	-1.00E+02	-9.97E+01	-1.00E+02	7.70E+01	-2.59E+01	1.00E+02	-1.00E+02	-7.64E+01	-1.89E+01
$x_{11} - x_{20}$	-1.00E+02	-5.70E+01	1.26E+01	-6.41E+01	-6.01E+01	-1.00E+02	5.34E+01	-8.42E+01	-3.02E+01	-1.00E+02
$x_{21} - x_{30}$	8.24E+01	-1.00E+02	9.83E+01	5.18E+01	-3.98E+01	-1.44E+01	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-5.47E+01
Optimum (CLPSO)										-3.9609446213E+36

Tab. 2.6 Nalezená optima generovaných funkcí při optimalizaci 30D (3/7)

B2										
$x_1 - x_{10}$	-9.74E+01	-9.74E+01	-9.74E+01	-9.74E+01	-9.74E+01	-9.74E+01	-9.74E+01	-9.74E+01	-9.74E+01	-9.74E+01
$x_{11} - x_{20}$	-9.74E+01	-9.74E+01	-9.74E+01	-9.74E+01	-9.74E+01	-9.74E+01	-9.74E+01	-9.74E+01	-9.74E+01	-9.74E+01
$x_{21} - x_{30}$	-9.74E+01	-9.74E+01	-9.74E+01	-9.74E+01	-9.74E+01	-9.74E+01	-9.74E+01	-9.74E+01	-9.74E+01	3.93E+01
Optimum (DbIshADE)										-4.5183523880E+67
B3										
$x_1 - x_{10}$	-9.11E+01	-9.05E-07	-3.81E-13	-3.77E-16	-2.82E-18	-2.80E-19	-1.08E-19	-1.55E-19	-4.33E-20	-2.52E-20
$x_{11} - x_{20}$	-2.77E-20	-3.99E-20	-6.01E-20	-1.11E-19	-4.74E-19	-8.74E-20	-4.71E-20	-5.06E-20	-5.93E-21	-8.25E-21
$x_{21} - x_{30}$	-3.55E-20	-1.10E-19	-1.43E-20	-4.03E-21	-9.89E-21	-2.49E-20	-2.17E-19	-5.83E-20	-4.61E-20	-4.34E-21
Optimum (DbIshADE)										1.3094388058E-18
B4										
$x_1 - x_{10}$	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02
$x_{11} - x_{20}$	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02
$x_{21} - x_{30}$	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	9.99E+01
Optimum (CLPSO)										-3.4984482105E+13
B5										
$x_1 - x_{10}$	1.00E+02	9.92E+00	-1.00E+02	-9.92E+00	1.00E+02	-9.92E+01	1.00E+02	-9.59E+01	-9.92E+01	-1.00E+02
$x_{11} - x_{20}$	-9.92E+01	-1.00E+02	-1.00E+02	9.92E+00	-1.00E+02	-1.00E+02	-9.56E+01	-1.00E+02	-1.00E+01	-9.95E+01
$x_{21} - x_{30}$	-3.60E+01	1.01E+01	-1.00E+02	-6.90E+01	1.05E+01	-9.92E+01	-1.00E+02	-1.00E+02	9.92E+00	-1.00E+02
Optimum (CLPSO)										-1.9161385002E+03
B6										
$x_1 - x_{10}$	-1.40E+00	-1.00E+02	-9.69E+01	-1.00E+02	3.06E+01	-9.03E+01	-7.40E+01	-1.00E+02	-4.30E+01	-1.00E+02
$x_{11} - x_{20}$	-9.91E+01	-9.14E+00	-1.00E+02	-1.00E+02	-6.00E+01	-5.07E+01	-6.00E+01	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02
$x_{21} - x_{30}$	-8.62E+01	-6.45E+01	-1.00E+02	-1.00E+02	-6.38E+01	-1.00E+02	-1.00E+02	-9.30E+01	-6.76E+01	-9.90E+01
Optimum (CLPSO)										-4.5891971434E+32
B7										
$x_1 - x_{10}$	-9.92E+01	-8.29E+01	9.63E+01	-8.45E+01	1.88E+01	-7.80E+01	-9.97E+01	-9.95E+01	-8.33E+01	-4.61E+01
$x_{11} - x_{20}$	-8.97E+01	-8.67E+01	9.99E+01	9.83E+01	-1.00E+02	-9.94E+01	9.37E+01	9.24E+01	9.86E+01	9.61E+01
$x_{21} - x_{30}$	5.57E+01	9.99E+01	-2.32E-206	8.34E+01	1.00E+02	-9.57E+01	4.82E+01	3.12E+01	9.09E+01	9.97E+01
Optimum (DbIshADE)										-1.0324518149E+206
B8										
$x_1 - x_{10}$	9.27E+01	-4.56E+01	4.87E+01	-7.86E+00	-3.30E+01	5.50E+01	9.27E+01	-6.44E+01	-6.44E+01	4.72E+00
$x_{11} - x_{20}$	-3.30E+01	1.10E+01	-1.57E+00	-1.58E+00	-2.67E+01	-8.33E+01	2.36E+01	2.98E+01	8.01E+01	8.01E+01
$x_{21} - x_{30}$	5.50E+01	-3.30E+01	-3.93E+01	6.13E+01	-5.18E+01	9.27E+01	-8.95E+01	-2.04E+01	-2.67E+01	3.61E+01
Optimum (DbIshADE)										-1.2937269141E+67
B9										
$x_1 - x_{10}$	-1.00E+02	-9.98E+01	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-9.98E+01	-1.00E+02	-1.00E+02
$x_{11} - x_{20}$	-1.00E+02	-9.98E+01	-1.00E+02	-9.98E+01	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-9.98E+01	-1.00E+02	-1.00E+02
$x_{21} - x_{30}$	-1.00E+02	-1.00E+02	-9.98E+01	-1.00E+02	-9.98E+01	-1.00E+02	-9.98E+01	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02
Optimum (CLPSO)										-1.5207861193E+01
B10										
$x_1 - x_{10}$	1.00E+02	-1.00E+02	1.39E-01	1.00E+02	1.39E-01	-1.00E+02	-1.39E-01	-1.00E+02	-1.39E-01	-1.00E+02
$x_{11} - x_{20}$	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	1.39E-01	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.39E-01	-1.00E+02	-1.00E+02
$x_{21} - x_{30}$	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	1.00E+02	-1.00E+02	-1.39E-01	-1.00E+02	-1.00E+02
Optimum (CLPSO)										-2.1617298976E+18
B11										
$x_1 - x_{10}$	-9.89E+01	-9.88E+01	-9.89E+01	-9.89E+01	-9.89E+01	-9.89E+01	-9.89E+01	-9.89E+01	-9.89E+01	-9.89E+01
$x_{11} - x_{20}$	-9.88E+01	-9.89E+01	-9.88E+01	-9.89E+01	-9.88E+01	-9.89E+01	-9.88E+01	-9.89E+01	-9.89E+01	-9.88E+01
$x_{21} - x_{30}$	-9.89E+01	-9.88E+01	-9.90E+01	-9.88E+01	-9.90E+01	-9.87E+01	-9.90E+01	-9.87E+01	-9.90E+01	-9.87E+01
Optimum (DbIshADE)										-1.1466553760E+06
B12										
$x_1 - x_{10}$	-2.53E+01	-9.90E+01	-8.34E+01	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	6.45E+00	-1.00E+02	9.12E+01
$x_{11} - x_{20}$	-9.06E+01	-7.15E+01	-9.17E+01	-9.87E+01	-1.00E+02	-3.67E+01	1.11E+01	-1.76E+00	-1.00E+02	-1.00E+02
$x_{21} - x_{30}$	3.80E+01	-1.01E+00	-9.99E+01	-1.39E+01	-1.00E+02	-1.00E+02	-3.21E+01	-3.82E+01	-1.00E+02	-3.00E+01
Optimum (CLPSO)										-4.4191359999E+17
B13										
$x_1 - x_{10}$	9.24E-01	-1.07E+01	-3.30E+00	5.68E+00	2.69E+00	4.09E+01	1.19E+01	-3.12E+00	4.94E+01	-2.08E+01
$x_{11} - x_{20}$	-1.05E+01	1.92E+00	-9.82E+00	2.35E+01	-1.82E+01	4.53E+01	1.58E+00	9.48E+00	2.71E+01	-4.18E+00
$x_{21} - x_{30}$	-1.59E+01	-9.62E+00	1.56E+01	1.03E+01	-5.17E+00	2.04E+01	-1.67E+01	8.52E+00	-3.43E+00	-2.40E+01
Optimum (DbIshADE)										3.3134458277E+01

Tab. 2.7 Nalezená optima generovaných funkcí při optimalizaci 30D (4/7)

B14										
$x_1 - x_{10}$	-1.00E+02	-9.74E+01	-9.74E+01	-9.74E+01	-9.74E+01	-9.74E+01	-9.74E+01	-9.74E+01	-9.74E+01	-9.74E+01
$x_{11} - x_{20}$	-9.74E+01	-9.74E+01	-9.74E+01	-9.74E+01	-9.74E+01	-9.74E+01	-9.74E+01	-9.74E+01	-9.74E+01	-9.74E+01
$x_{21} - x_{30}$	-9.74E+01	-9.74E+01	-9.74E+01	-9.74E+01	-9.74E+01	-9.74E+01	-9.74E+01	-9.74E+01	-9.74E+01	-9.53E-03
Optimum (DbIshADE)										-1.6983668309E+03
B15										
$x_1 - x_{10}$	-1.57E+01	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02
$x_{11} - x_{20}$	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02
$x_{21} - x_{30}$	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02
Optimum (CLPSO)										-2.9839268144E+03
C1										
$x_1 - x_{10}$	-1.00E+02	1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02
$x_{11} - x_{20}$	1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	-1.00E+02	8.90E+01	-1.00E+02
$x_{21} - x_{30}$	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	1.00E+02	-1.00E+02	1.00E+02
Optimum (DISH)										-2.1983354873E+57
C2										
$x_1 - x_{10}$	-1.00E+02	-2.83E+01	-3.17E+00	-3.15E+00	-6.28E+00	-6.27E+00	-3.14E+00	-3.15E+00	-3.14E+00	-3.13E+00
$x_{11} - x_{20}$	-6.30E-02	-2.05E-05	-1.43E-03	-2.16E-02	-2.73E-02	-3.15E+00	-3.14E+00	3.89E-02	-1.40E-03	-1.01E-01
$x_{21} - x_{30}$	4.82E-03	1.10E-02	2.91E-03	-3.01E-03	-1.88E-03	1.62E-02	1.64E-02	-5.94E-02	-1.42E-02	1.56E-02
Optimum (DbIshADE)										-6.0278352032E+00
C3										
$x_1 - x_{10}$	-1.18E-11	1.69E-35	-9.06E-11	-2.49E-35	5.72E-11	5.22E-36	1.29E-13	-4.06E-33	4.82E-15	-7.00E-31
$x_{11} - x_{20}$	4.70E-15	-6.46E-32	5.49E-16	2.90E-29	-5.00E-31	3.65E-16	1.00E-31	9.81E-15	-3.44E-32	-1.94E-13
$x_{21} - x_{30}$	2.26E-34	-5.84E-15	-3.38E-32	-1.07E-14	-2.90E-35	-2.36E-11	-2.22E-35	-1.26E-12	-4.75E-33	-1.45E-12
Optimum (DbIshADE)										4.1550855831E-88
C4										
$x_1 - x_{10}$	-5.38E+00	8.64E+01	-5.56E+01	-1.96E+01	4.04E+01	6.58E+00	2.62E+00	2.12E+01	3.51E+01	3.83E+01
$x_{11} - x_{20}$	-5.74E+00	1.55E+01	-1.57E+01	3.97E+01	4.98E+00	1.60E+00	2.43E+01	-5.45E+01	9.92E-01	5.70E+01
$x_{21} - x_{30}$	5.83E+01	1.78E+01	3.06E+01	2.85E+00	-9.35E+01	5.58E+00	6.71E+00	1.44E+00	4.06E+00	1.06E+00
Optimum (DbIshADE)										1.6470397918E+00
C5										
$x_1 - x_{10}$	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02
$x_{11} - x_{20}$	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02
$x_{21} - x_{30}$	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02
Optimum (DISH)										-3.0000000000E+04
C6										
$x_1 - x_{10}$	1.00E+02	4.57E+01	2.09E+01	8.18E+00	3.21E+00	1.05E+00	3.50E-01	1.10E-01	3.40E-02	1.07E-02
$x_{11} - x_{20}$	3.34E-03	1.06E-03	3.17E-04	8.47E-05	2.24E-05	5.06E-06	1.02E-06	1.49E-07	2.15E-08	3.02E-09
$x_{21} - x_{30}$	4.02E-10	5.18E-11	4.88E-12	4.02E-13	3.26E-14	2.73E-15	2.06E-16	1.56E-17	4.59E-20	-7.29E-23
Optimum (DbIshADE)										-1.5218662077E+01
C7										
$x_1 - x_{10}$	-8.39E-01	-6.97E-01	-9.31E-01	1.99E-01	1.63E-01	-9.95E-02	-9.68E-02	-1.38E+00	-1.25E+00	-1.89E-01
$x_{11} - x_{20}$	3.44E-02	-1.70E+00	7.72E-01	-4.61E-01	1.92E-01	-7.55E-02	8.02E-01	1.72E-01	5.72E-01	-2.20E-01
$x_{21} - x_{30}$	-9.70E-01	2.15E-01	1.26E-01	-1.02E-02	-5.16E-01	-4.20E-03	1.59E+01	6.75E+01	-8.49E+01	9.81E+01
Optimum (DISH)										5.0767205581E-01
C8										
$x_1 - x_{10}$	3.61E+01	3.93E+01	2.04E+01	-9.58E+01	-5.18E+01	4.72E+00	1.73E+01	8.64E+01	-2.04E+01	7.85E+00
$x_{11} - x_{20}$	-9.27E+01	-9.27E+01	-2.04E+01	7.07E+01	5.81E+01	2.67E+01	-7.38E+01	-2.04E+01	-1.10E+01	-5.50E+01
$x_{21} - x_{30}$	-9.58E+01	9.27E+01	-2.04E+01	5.50E+01	-3.93E+01	-8.95E+01	-2.67E+01	-9.58E+01	-2.98E+01	8.01E+01
Optimum (DbIshADE)										1.3337935220E+65
C9										
$x_1 - x_{10}$	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02
$x_{11} - x_{20}$	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02
$x_{21} - x_{30}$	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02
Optimum (DISH)										-2.4435198985E+11
C10										
$x_1 - x_{10}$	2.57E-22	-7.08E-23	7.48E-23	-6.87E-23	-8.12E-23	-1.84E-22	-6.40E-23	-7.51E-23	-1.17E-22	2.21E-23
$x_{11} - x_{20}$	5.48E-23	-1.04E-22	1.70E-23	-8.25E-23	-5.66E-23	-1.69E-22	7.72E-23	1.12E-22	-1.03E-22	5.37E-23
$x_{21} - x_{30}$	1.47E-22	-1.39E-23	-2.04E-22	1.47E-23	2.58E-23	8.02E-23	9.47E-24	-2.68E-22	-1.73E-24	-5.38E-23
Optimum (DbIshADE)										6.6370006094E-26

Tab. 2.8 Nalezená optima generovaných funkcí při optimalizaci 30D (5/7)

C11										
$x_1 - x_{10}$	1.47E-08	9.91E-09	8.40E-09	1.04E-08	-1.70E-09	-6.25E-09	-6.85E-09	-9.17E-09	8.79E-09	-3.62E-09
$x_{11} - x_{20}$	-8.27E-09	8.84E-09	5.78E-09	-5.84E-09	-5.35E-09	-2.78E-09	4.26E-09	-8.69E-09	5.81E-09	8.66E-09
$x_{21} - x_{30}$	-3.78E-09	-7.81E-09	9.35E-09	1.02E-08	-3.67E-09	-3.99E-09	-8.51E-09	-4.41E-09	-4.29E-09	9.18E-09
Optimum (DbIshADE)										-2.3451586566E+00
C12										
$x_1 - x_{10}$	-1.14E-23	-1.17E-20	-1.50E-18	-7.01E-17	-1.85E-15	-5.57E-14	-1.11E-12	-1.51E-11	-1.81E-10	-1.20E-09
$x_{11} - x_{20}$	-6.69E-09	-3.44E-08	-1.67E-07	-8.15E-07	-3.84E-06	-1.44E-05	-5.49E-05	-1.94E-04	-6.35E-04	-2.17E-03
$x_{21} - x_{30}$	-6.90E-03	-1.93E-02	-5.78E-02	-1.74E-01	-5.04E-01	-1.52E+00	-4.42E+00	-1.27E+01	-3.51E+01	-1.00E+02
Optimum (DbIshADE)										1.6661080142E+01
C13										
$x_1 - x_{10}$	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-9.60E+01	7.12E+01	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02
$x_{11} - x_{20}$	8.06E+01	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-9.93E+01	-6.22E+01	2.28E+04	-1.00E+02	-5.24E+00	-1.00E+02
$x_{21} - x_{30}$	-1.00E+02	-6.35E+01	5.14E+00	-1.00E+02	-9.99E+01	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	8.80E-04	1.00E+02
Optimum (CLPSO)										-2.7551786685E+21
C14										
$x_1 - x_{10}$	-8.06E+00	-8.06E-01	-8.30E-01	-1.36E+00	-3.68E-01	1.33E+00	4.30E+00	-2.86E+00	-4.14E+00	-1.59E+00
$x_{11} - x_{20}$	6.50E-03	-1.51E+00	6.36E-01	-1.09E+01	8.83E+00	-6.50E+00	-4.29E+00	-1.02E+00	-1.50E+00	7.71E-02
$x_{21} - x_{30}$	-1.47E+00	4.46E+00	-1.83E+00	-3.95E+00	7.09E+00	-3.86E+00	2.34E+00	7.12E+00	3.52E+00	-3.15E+00
Optimum (DbIshADE)										3.5899745118E+03
C15										
$x_1 - x_{10}$	-1.00E+02	1.00E+02	-1.00E+02	1.00E+02	-1.00E+02	1.00E+02	-1.00E+02	1.00E+02	-1.00E+02	1.00E+02
$x_{11} - x_{20}$	-1.00E+02	1.00E+02	-1.00E+02	1.00E+02	-1.00E+02	1.00E+02	-1.00E+02	1.00E+02	-1.00E+02	1.00E+02
$x_{21} - x_{30}$	-1.00E+02	1.00E+02	-1.00E+02	1.00E+02	-1.00E+02	1.00E+02	-1.00E+02	1.00E+02	-1.00E+02	1.00E+02
Optimum (DbIshADE)										-3.1614703804E+07
D1										
$x_1 - x_{10}$	-6.91E+01	-8.48E+01	-2.20E+01	-5.34E+01	2.20E+01	9.74E+01	6.91E+01	-6.28E+00	-5.03E+01	3.46E+01
$x_{11} - x_{20}$	6.60E+01	-5.34E+01	1.88E+01	-1.26E+01	9.11E+01	-3.14E+00	3.77E+01	9.42E+00	9.74E+01	-4.71E+01
$x_{21} - x_{30}$	-2.51E+01	9.42E+01	-3.46E+01	-2.83E+01	-2.20E+01	2.20E+01	-2.20E+01	7.23E+01	-9.42E+00	6.60E+01
Optimum (DbIshADE)										1.1106712156E+60
D2										
$x_1 - x_{10}$	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02
$x_{11} - x_{20}$	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02
$x_{21} - x_{30}$	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02
Optimum (DISH)										-4.1019389607E+05
D3										
$x_1 - x_{10}$	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02
$x_{11} - x_{20}$	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02
$x_{21} - x_{30}$	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02
Optimum (DISH)										-2.4467715129E+14
D4										
$x_1 - x_{10}$	1.51E+01	-4.55E+01	3.58E+01	-6.44E+01	-4.56E+01	9.91E+01	-8.99E+01	-7.08E+01	3.57E+01	9.26E+01
$x_{11} - x_{20}$	-3.36E+01	2.99E+01	2.97E+01	-8.47E+00	-3.92E+01	-1.46E+01	-9.60E+01	1.02E+01	9.90E+01	-5.23E+01
$x_{21} - x_{30}$	-7.71E+01	-1.47E+01	9.88E+01	4.81E+01	-8.96E+01	-9.59E+01	1.01E+01	-9.60E+01	-4.59E+01	-5.20E+01
Optimum (CLPSO)										-1.7859856817E+03
D5										
$x_1 - x_{10}$	-1.00E+02	-1.79E+01	-1.00E+02	9.99E+01	-7.17E+01	-1.00E+02	-7.17E+01	-6.52E+00	-1.00E+02	-1.00E+02
$x_{11} - x_{20}$	-1.00E+02	-1.00E+02	-7.17E+01	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-7.17E+01	-7.18E+01	-1.00E+02
$x_{21} - x_{30}$	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-7.17E+01	-1.00E+02	-1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	-7.17E+01	-1.00E+02
Optimum (CLPSO)										-6.1053346838E+17
D6										
$x_1 - x_{10}$	-8.48E+01	5.03E+01	-5.03E+01	6.91E+01	6.28E+01	4.08E+01	-1.57E+01	3.77E+01	5.97E+01	-2.83E+01
$x_{11} - x_{20}$	5.65E+01	9.74E+01	-3.46E+01	9.11E+01	-6.60E+01	-3.14E+00	3.77E+01	1.57E+01	-4.40E+01	-4.71E+01
$x_{21} - x_{30}$	2.51E+01	-2.51E+01	-2.20E+01	-4.40E+01	9.43E+00	-6.91E+01	9.42E+00	-1.89E+01	2.20E+01	3.79E+01
Optimum (DbIshADE)										1.5823504381E+59
D7										
$x_1 - x_{10}$	1.24E+01	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02
$x_{11} - x_{20}$	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02
$x_{21} - x_{30}$	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02
Optimum (DbIshADE)										-4.8304557301E+69

Tab. 2.9 Nalezená optima generovaných funkcí při optimalizaci 30D (6/7)

D8										
$x_1 - x_{10}$	-1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02
$x_{11} - x_{20}$	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02
$x_{21} - x_{30}$	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02
Optimum (DbIshADE)	-2.9165327391E+09									
D9										
$x_1 - x_{10}$	7.95E-04	2.48E-41	2.57E-15	-1.83E-28	4.21E-32	1.46E-20	2.10E-24	1.71E-30	2.91E-19	-1.64E-26
$x_{11} - x_{20}$	2.57E-27	-2.61E-22	2.13E-24	-1.57E-22	-1.25E-35	9.18E-19	9.24E-27	-6.69E-25	-3.11E-24	-8.52E-25
$x_{21} - x_{30}$	-3.17E-23	1.15E-25	3.25E-34	-2.26E-19	5.04E-26	-2.09E-32	1.87E-18	4.45E-26	8.05E-23	3.96E-24
Optimum (DbIshADE)	3.4402303920E-67									
D10										
$x_1 - x_{10}$	-1.05E-05	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02
$x_{11} - x_{20}$	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02
$x_{21} - x_{30}$	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02
Optimum (DISH)	-2.0015238906E+07									
D11										
$x_1 - x_{10}$	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02
$x_{11} - x_{20}$	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02
$x_{21} - x_{30}$	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02
Optimum (DISH)	-5.7997444870E+07									
D12										
$x_1 - x_{10}$	9.18E+01	3.65E+01	-9.60E+01	7.78E+01	-4.72E+01	-9.56E+01	7.95E+01	-9.84E+01	8.63E+01	8.96E+01
$x_{11} - x_{20}$	-9.73E+01	-8.88E+01	9.30E+01	9.16E+01	-5.56E+01	-9.09E+01	9.90E+01	8.93E+01	1.00E+02	-9.97E+01
$x_{21} - x_{30}$	9.49E+01	6.01E+00	-1.07E+01	-4.10E+01	-9.12E+01	1.22E+01	1.67E-153	-3.30E+01	9.91E+01	-9.84E+01
Optimum (DbIshADE)	-1.1567173416E+153									
D13										
$x_1 - x_{10}$	-1.00E+02	1.00E+02	-1.00E+02	1.00E+02	-1.00E+02	1.00E+02	-1.00E+02	1.00E+02	-1.00E+02	1.00E+02
$x_{11} - x_{20}$	-1.00E+02	1.00E+02	-1.00E+02	1.00E+02	-1.00E+02	1.00E+02	-1.00E+02	1.00E+02	-1.00E+02	1.00E+02
$x_{21} - x_{30}$	-1.00E+02	1.00E+02	-1.00E+02	1.00E+02	-1.00E+02	1.00E+02	-1.00E+02	1.00E+02	-1.00E+02	1.00E+02
Optimum (DbIshADE)	-2.9019582040E+05									
D14										
$x_1 - x_{10}$	-1.32E-01	1.00E-02	1.32E-01	-9.81E-03	1.32E-01	-2.30E-02	-1.30E-01	-5.24E-02	1.21E-01	-5.23E-02
$x_{11} - x_{20}$	-1.11E-01	7.26E-02	1.11E-01	-3.06E-02	-1.29E-01	-3.08E-02	-1.29E-01	7.23E-03	-1.32E-01	6.74E-03
$x_{21} - x_{30}$	1.29E-01	-2.72E-02	-1.29E-01	2.72E-02	-1.30E-01	-1.78E-02	-1.31E-01	1.77E-02	-1.31E-01	-1.69E-02
Optimum (CLPSO)	-2.0200738788E+02									
D15										
$x_1 - x_{10}$	-9.98E+01	9.30E+01	8.66E+01	8.07E+01	7.52E+01	7.01E+01	6.53E+01	6.08E+01	5.67E+01	5.28E+01
$x_{11} - x_{20}$	4.92E+01	4.58E+01	4.27E+01	3.98E+01	3.71E+01	3.45E+01	3.22E+01	3.00E+01	2.79E+01	2.60E+01
$x_{21} - x_{30}$	2.43E+01	2.26E+01	2.11E+01	1.96E+01	1.83E+01	1.70E+01	1.59E+01	1.48E+01	1.38E+01	1.28E+01
Optimum (DbIshADE)	-2.9000000000E+01									
E1										
$x_1 - x_{10}$	1.00E+02	-9.74E+01	9.74E+01	-9.74E+01	9.74E+01	-9.74E+01	9.74E+01	-9.74E+01	9.74E+01	-9.74E+01
$x_{11} - x_{20}$	9.74E+01	-9.74E+01	9.74E+01	-9.74E+01	9.74E+01	-9.74E+01	9.74E+01	-9.74E+01	9.74E+01	-9.74E+01
$x_{21} - x_{30}$	9.74E+01	-9.74E+01	9.74E+01	-9.74E+01	9.74E+01	-9.74E+01	9.74E+01	-9.74E+01	9.74E+01	-9.74E+01
Optimum (DbIshADE)	-2.4888291879E+13									
E2										
$x_1 - x_{10}$	1.23E-26	9.05E-27	2.07E-27	2.31E-27	-1.39E-27	1.81E-26	3.98E-26	-2.62E-26	-9.21E-27	-5.96E-27
$x_{11} - x_{20}$	3.82E-27	1.04E-26	-7.46E-27	1.38E-26	-2.73E-26	1.38E-27	6.40E-27	5.36E-26	1.01E-27	3.10E-27
$x_{21} - x_{30}$	2.44E-27	-6.42E-27	4.38E-28	2.39E-27	2.57E-27	-1.38E-26	-3.76E-27	-6.56E-27	-1.70E-26	-1.09E-02
Optimum (DbIshADE)	2.4122043655E-50									
E3										
$x_1 - x_{10}$	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02
$x_{11} - x_{20}$	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02
$x_{21} - x_{30}$	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02
Optimum (DISH)	-8.2394991312E+11									
E4										
$x_1 - x_{10}$	-1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	-1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	1.00E+02
$x_{11} - x_{20}$	1.00E+02	-1.00E+02	-5.83E-67	4.71E+01	1.00E+02	1.00E+02	-1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	-1.00E+02
$x_{21} - x_{30}$	-1.00E+02	1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02
Optimum (DbIshADE)	-1.1805509198E+257									

Tab. 2.10 Nalezená optima generovaných funkcí při optimalizaci 30D (7/7)

E5										
$x_1 - x_{10}$	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02
$x_{11} - x_{20}$	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02
$x_{21} - x_{30}$	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-9.31E+01
Optimum (DISH)										-1.3392546454E+10
E6										
$x_1 - x_{10}$	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	1.00E+02	-1.00E+02	-6.09E-78	1.00E+02	-1.00E+02	1.00E+02	-1.00E+02
$x_{11} - x_{20}$	1.00E+02	-1.00E+02	1.00E+02	-1.00E+02	1.00E+02	7.24E+01	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02
$x_{21} - x_{30}$	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02	-1.00E+02
Optimum (CLPSO)										-INF
E7										
$x_1 - x_{10}$	-9.05E-01	-9.05E-01	-9.05E-01	-9.05E-01	-9.05E-01	-9.05E-01	-9.05E-01	-9.05E-01	-9.05E-01	-9.05E-01
$x_{11} - x_{20}$	-9.05E-01	-9.05E-01	-9.05E-01	-9.05E-01	-9.05E-01	-9.05E-01	-9.05E-01	-9.05E-01	-9.05E-01	-9.05E-01
$x_{21} - x_{30}$	-9.05E-01	-9.05E-01	-9.05E-01	-9.05E-01	-9.05E-01	-9.05E-01	-9.07E-01	-9.18E-01	9.93E-01	-2.33E+01
Optimum (DbLSHADE)										0.0000000000E+00
E8										
$x_1 - x_{10}$	-1.95E-27	1.53E-29	-3.58E-27	-1.41E-28	-2.26E-28	4.00E-26	-5.27E-27	1.13E-28	6.67E-31	-3.03E-29
$x_{11} - x_{20}$	4.62E-27	6.05E-28	1.93E-27	-2.89E-27	-1.66E-28	-3.23E-28	-1.70E-28	-2.46E-27	5.28E-28	-1.62E-27
$x_{21} - x_{30}$	-1.69E-29	-1.17E-29	-1.06E-26	-5.19E-29	1.55E-26	-2.03E-28	-7.66E-28	5.87E-28	-3.69E-27	-8.20E-28
Optimum (DbLSHADE)										8.9423654546E-18
E9										
$x_1 - x_{10}$	9.99E+01	-5.30E+01	-9.59E+01	-8.88E+01	-1.12E-01	9.91E+01	-9.70E+01	9.91E+01	9.99E+01	-1.00E+02
$x_{11} - x_{20}$	-4.53E+01	-9.93E+01	9.97E+01	-6.68E+01	-9.64E+01	-9.46E+01	9.99E+01	-5.12E+01	-7.30E+01	-9.89E+01
$x_{21} - x_{30}$	-9.70E+01	2.48E+01	4.67E+00	-9.79E+01	8.48E+01	-8.06E+01	9.78E+01	6.08E+01	-9.98E+01	-9.82E+01
Optimum (DbLSHADE)										-6.5807848732E+32
E10										
$x_1 - x_{10}$	-2.71E-13	7.45E-13	-1.89E-12	6.74E-13	-3.47E-12	6.64E-13	-5.49E-13	-2.16E-12	3.59E-13	-7.37E-13
$x_{11} - x_{20}$	2.85E-12	-1.88E-12	2.05E-12	3.00E-12	1.14E-12	1.29E-11	-1.61E-13	-7.63E-12	-2.99E-13	-5.68E-12
$x_{21} - x_{30}$	5.07E-12	3.15E-13	-3.26E-11	-7.81E-13	-1.77E-12	-1.77E-11	-6.87E-14	-9.42E-11	-1.29E-15	-3.92E-04
Optimum (DbLSHADE)										-1.6683208805E+01

PŘÍLOHA P III. POSTUP PRO POUŽITÍ FUNKCE ZE SADY GENEROVANÝCH FUNKCÍ

Pro načtení generovaných testovacích funkcí je možné použít třídu `GenSets`, obsaženou v modulu `TestFunctions.gen_sets`. Při vytvoření instance této třídy přijímá konstruktor jeden argument, kterým je písmeno označující sadu testovacích funkcí. Objekt `GenSets` poskytuje vlastnost `formula_names`, ve které jsou uloženy názvy všech načtených funkcí z této sady. Jména funkcí jsou definována jako celočíselný datový typ. Příklad načtení a ohodnocení testovací funkce **A1** je uveden v následující ukázce zdrojového kódu. Dále třída poskytuje vlastnost `formulas`, která obsahuje všechny načtené testovací funkce. Ty jsou bez ohledu na jméno indexovány od 0, ale získání jména podle indexu je možné z vlastnosti `formula_names`.

```
1 from TestFunctions.gen_sets import GenSets
2
3 gs = GenSets("a")
4 func = gs.get_formula(1)
5
6 print(func.evaluate([1, 1, 3]))
```

Ukázka zdrojového kódu pro načtení a ohodnocení testovací funkce **A1** pomocí objektu třídy `GenSets`

Pro načtení pouze konkrétní funkce je možné využít třídu `FormulaStorage` z modulu `storage`. Objekt třídy `FormulaStorage` poskytuje metodu `load_formula`, která přijímá 2 argumenty. Prvním argumentem je sada testovacích funkcí a druhým argumentem je jméno funkce, které je zadáno jako celé číslo. Oba argumenty musí odpovídat existující funkci, uložené ve složce `TestFunctions/Generated`. Příklad je uveden v následující ukázce zdrojového kódu.

```
1 from storage import FormulaStorage
2
3 fs = FormulaStorage()
4 func = fs.load_formula("a", 1)
5
6 print(func.evaluate([1, 1, 3]))
```

Ukázka zdrojového kódu pro načtení a ohodnocení testovací funkce **A1** pomocí objektu třídy `FormulaStorage`

PŘÍLOHA P IV. OBSAH PŘÍLOŽENÉHO CD

`fulltext.pdf`

Text práce ve formátu PDF, vytvořený s použitím oficiální šablony FAI UTB ve Zlíně pro závěrečné práce.

`prilohy.zip`

Archiv ve formátu ZIP, obsahující veškeré použité zdrojové kódy, použité k syntéze testovacích funkcí a analýze výsledků.

Stručný obsah archivu `prilohy.zip`:

`project/AnalyticalProgramming/`

Moduly AP pro symbolickou regresi.

`project/Data/`

Výsledky ELA analýzy testovacích sad, ELA vlastnosti používané v účelové funkci AP a DISH při syntéze testovacích funkcí a data o průběhu optimalizace testovacích funkcí jednotlivými algoritmy.

`project/Strategy/`

Zdrojové kódy evolučních algoritmů použitých v průběhu experimentů.

`project/TestFunctions/`

Sady testovacích funkcí.

`project/TestFunctions/Generated`

Sady testovacích funkcí, generovaných pomocí AP, které byly v rámci experimentů použity.

`project/ap_fun_generator.py`

Program, který ve smyčce generuje nastavený počet testovacích funkcí dle nastavení konkrétního experimentu.

`project/experiments.py`

Definice slovníku s nastavením jednotlivých experimentů.

`project/load_gen_function.py`

Příklady kódu k načtení a ohodnocení testovací funkce.

`project/*`

Ostatní soubory použité při vyhodnocování výsledků.