

# Vliv tvaru struktury na dynamickou odolnost

Pavel Stánek

---

Bakalářská práce  
2023



Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně  
Fakulta technologická

---

Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně

Fakulta technologická

Ústav výrobního inženýrství

Akademický rok: 2022/2023

# ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

(projektu, uměleckého díla, uměleckého výkonu)

Jméno a příjmení:	<b>Pavel Stánek</b>
Osobní číslo:	<b>T20215</b>
Studijní program:	<b>B3909 Procesní inženýrství</b>
Studijní obor:	<b>Technologická zařízení</b>
Forma studia:	<b>Prezenční</b>
Téma práce:	<b>Vliv tvaru struktury na dynamickou odolnost</b>

## Zásady pro vypracování

- Literární přehled
- Návrh numerického modelu
- Řešení modelu
- Vyhodnocení výsledků

Forma zpracování bakalářské práce: **tištěná/elektronická**

Seznam doporučené literatury:

BOWER, Allan F. Applied mechanics of solids. Boca Raton: CRC Press, 2010, xxv, 794 s. ISBN 978-1-4398-0247-2.

STRONGE, W. J. Impact Mechanics. Cambridge University Press, 2000

YU, T. X., Xinming Q. Introduction to Impact Dynamics. Wiley, 2018. ISBN 978-1118929841.

Vedoucí bakalářské práce: **doc. Ing. Jakub Javořík, Ph.D.**  
Ústav výrobního inženýrství

Datum zadání bakalářské práce: **2. ledna 2023**

Termín odevzdání bakalářské práce: **19. května 2023**

**prof. Ing. Roman Čermák, Ph.D. v.r.**  
děkan

L.S.

**Ing. Martin Bednařík, Ph.D. v.r.**  
ředitel ústavu

Ve Zlíně dne 22. února 2023

## **PROHLÁŠENÍ AUTORA BAKALÁŘSKÉ PRÁCE**

Beru na vědomí, že:

- bakalářská práce bude uložena v elektronické podobě v univerzitním informačním systému a dostupná k nahlédnutí;
- na moji bakalářskou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb. o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon) ve znění pozdějších právních předpisů, zejm. § 35 odst. 3;
- podle § 60 odst. 1 autorského zákona má Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně právo na uzavření licenční smlouvy o užití školního díla v rozsahu § 12 odst. 4 autorského zákona;
- podle § 60 odst. 2 a 3 autorského zákona mohu užít své dílo – bakalářskou práci nebo poskytnout licenci k jejímu využití jen s předchozím písemným souhlasem Univerzity Tomáše Bati ve Zlíně, která je oprávněna v takovém případě ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které byly Univerzitou Tomáše Bati ve Zlíně na vytvoření díla vynaloženy (až do jejich skutečné výše);
- pokud bylo k vypracování bakalářské práce využito softwaru poskytnutého Univerzitou Tomáše Bati ve Zlíně nebo jinými subjekty pouze ke studijním a výzkumným účelům (tj. k nekomerčnímu využití), nelze výsledky bakalářské práce využít ke komerčním účelům;
- pokud je výstupem bakalářské práce jakýkoliv softwarový produkt, považuji se za součást práce rovněž i zdrojové kódy, popř. soubory, ze kterých se projekt skládá. Neodevzdání této součásti může být důvodem k neobhájení práce.

### **Prohlašuji,**

- že jsem na bakalářské práci pracoval samostatně a použitou literaturu jsem citoval. V případě publikace výsledků budu uveden jako spoluautor.
- že odevzdaná verze bakalářské práce a verze elektronická nahraná do IS/STAG jsou obsahově totožné.

Ve Zlíně, dne:

Jméno a příjmení studenta: Pavel Stánek

.....  
podpis studenta

## **ABSTRAKT**

Tato bakalářská práce porovnává chování tří struktur s odlišnou geometrií z polymerního ASA extrafill materiálu, které jsou vystaveny dynamickému zatížení v podobě nárazu projektilu.

V teoretické části je popsána problematika deformace materiálu a jeho chování při dynamickém zatěžování. Dále jsou zde vysvětleny pojmy jako náraz, penetrace, terminální balistika a metoda konečných prvků.

Praktická část se věnuje sestavení FEM modelu struktury a projektilu, který dopadá na tři různá místa struktury. Dochází k vytvoření okrajových podmínek, materiálových vlastností, analýzy, zobrazení konečných výsledků a jejich porovnání.

Klíčová slova: deformace, dynamika, náraz, penetrace, metoda konečných prvků, FEM, MKP

## **ABSTRACT**

This bachelor thesis deals with the comparing of behaviour of structures made of polymer material ASA extrafill subjected to a dynamic loading in a form of projectile impact.

The principles of material deformation, its behaviour under dynamic loading and concepts such as impact, penetration, terminal ballistics and finite element methods are described in the theoretical part.

Practical part deals with the creation of the FEM model of structure and projectile which hits the structure in three different places. The creation of boundary conditions, material properties, analysis, displaying final results and their comparison takes place here.

Keywords: deformation, dynamics, impact, penetration, finite element method, FEM

Na tomto místě bych velmi rád poděkoval panu doc. Ing. Jakobovi Javoříkovi, Ph.D. za jeho odbornou pomoc, cenné rady, připomínky, ochotu, trpělivost a vždy milý přístup, který projevil jako vedoucí mé bakalářské práce. Velké poděkování patří mým rodičům Miroslavě a Pavlovi a bratru Tomášovi, kteří mi byli při studiu neustálou oporou.

# OBSAH

<b>ÚVOD</b> .....	<b>10</b>
<b>I TEORETICKÁ ČÁST</b> .....	<b>11</b>
<b>1 MECHANIKA PEVNÝCH TĚLES</b> .....	<b>12</b>
1.1 MALÉ DEFORMACE.....	12
1.1.1 Prostorová napjatost a přetvoření.....	12
1.1.1.1 Prostorová napjatost.....	12
1.1.1.2 Přetvoření.....	14
1.1.2 Vzájemné vztahy mezi napjatostí a přetvořením.....	14
1.2 NELINEARITA.....	17
1.2.1 Geometrická nelinearita.....	17
1.2.1.1 Velké posuvy.....	18
1.2.1.2 Velká přetvoření.....	18
1.2.2 Materiálová nelinearita.....	19
1.2.3 Tenzory velkých deformací.....	20
1.2.3.1 Green – Lagrangeův tenzor.....	20
1.2.3.2 Euler – Almansiho tenzor.....	20
1.2.4 Tenzory napětí velkých deformací.....	20
1.2.4.1 Cauchyho tenzor.....	20
1.2.4.2 První Piola-Kirchhoffův tenzor.....	21
1.2.4.3 Druhý Piola-Kirchhoffův tenzor.....	21
1.3 PLASTICITA.....	22
1.3.1 Trescovo kritérium.....	24
1.3.2 Von Misesovo kritérium.....	24
1.3.3 Porovnání kritérií.....	25
<b>2 DYNAMICKÉ CHOVÁNÍ TĚLES</b> .....	<b>26</b>
2.1 DYNAMICKÉ CHOVÁNÍ MATERIÁLU.....	26
2.1.1 Napěťové vlny.....	28
2.1.1.1 Elastické napěťové vlny.....	28
2.1.1.2 Plastické napěťové vlny.....	29
2.1.1.3 Nárazové napěťové vlny.....	29
2.1.2 Problematika rychlosti deformace.....	29
2.1.2.1 Dynamické vlastnosti.....	32
2.2 DYNAMIKA DOPADU.....	33
2.2.1 Srážka dvou těles.....	33
2.2.2 Penetrace.....	34
2.2.2.1 Penetrační mechanika.....	34
2.2.3 Terminální balistika.....	35
2.2.3.1 Limitní balistická rychlost.....	35
<b>3 METODA KONEČNÝCH PRVKŮ</b> .....	<b>37</b>
3.1 SLOŽKY KONEČNÝCH PRVKŮ.....	37
3.1.1 Uzly.....	37

3.1.2	Elementy .....	37
3.1.2.1	Speciální elementy .....	39
3.1.3	Sít konečných prvků .....	40
3.2	FEM ANALÝZA A POSTUP .....	40
3.2.1	Pre-processor .....	41
3.2.2	Řešič .....	42
3.2.3	Post-processor .....	43
<b>II</b>	<b>PRAKTICKÁ ČÁST .....</b>	<b>44</b>
<b>4</b>	<b>CÍL PRÁCE .....</b>	<b>45</b>
<b>5</b>	<b>TVORBA MODELŮ .....</b>	<b>46</b>
5.1	STRUKTURA .....	46
5.1.1	Materiál .....	48
5.2	PROJEKTIL .....	49
5.2.1	Materiál .....	50
<b>6</b>	<b>POUŽITÝ SOFTWARE PRO FEM ANALÝZU .....</b>	<b>51</b>
6.1	MSC PATRAN .....	51
6.2	MSC DYTRAN .....	52
<b>7</b>	<b>METODIKA .....</b>	<b>53</b>
7.1	POLOHA DOPADU 1 .....	53
7.1.1	FEM modely .....	53
7.1.2	Nová databáze a nastavení .....	55
7.1.3	Příprava geometrie .....	55
7.1.4	Vlastnosti .....	56
7.1.5	Okrajové podmínky .....	56
7.1.6	Analýza .....	61
7.1.7	Řešení .....	62
7.2	POLOHA DOPADU 2 .....	63
7.3	POLOHA DOPADU 3 .....	65
<b>8</b>	<b>VÝSLEDKY ANALÝZY .....</b>	<b>66</b>
8.1	POLOHA DOPADU 1 .....	66
8.2	POLOHA DOPADU 2 .....	70
8.3	POLOHA DOPADU 3 .....	71
<b>9</b>	<b>VYHODNOCENÍ VÝSLEDKŮ .....</b>	<b>73</b>
9.1	KINETICKÁ ENERGIE A RYCHLOST .....	73
9.2	ŠÍŘENÍ NAPĚTÍ .....	80
	<b>ZÁVĚR .....</b>	<b>82</b>
	<b>SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY .....</b>	<b>84</b>
	<b>SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK .....</b>	<b>87</b>



<b>SEZNAM OBRÁZKŮ .....</b>	<b>89</b>
<b>SEZNAM TABULEK.....</b>	<b>92</b>

## ÚVOD

Dynamická zatížení představují vliv, který způsobuje změny napjatosti, polohy a tvaru namáhané struktury a v rámci její odezvy vyvolávají významná zrychlení. Výsledné účinky vyvolané dynamickým zatížením působícím na konstrukce na rozdíl od statických zatížení nezávisí pouze na tuhosti, ale také na časovém průběhu zatěžování a hmotnosti dané konstrukce.

Volba vhodné struktury a jejího tvaru vůči dynamickému zatížení je problematika, kterou je v současné době nezbytné posuzovat při rozsáhlém oboru zaměření, jako jsou například konstrukce mostů, lávek, hal, stožárů, ocelových staveb, ale taky například konstrukce vystavné rázovým zatížením. Zdroje dynamických namáhání můžeme obecně rozdělit na přírodní a umělé. Mezi přírodní zdroje řadíme zejména vítr, pohyb vodních mas, přírodní seismicitu a další. Mezi umělé zdroje zařazujeme převážně technologie, stroje, technickou seismicitu, kterou se rozumí účinky strojů na okolí a taky rázové účinky, jako jsou výbuchy a nárazy projektilů.

Práce klade důraz na dynamické zatížení v podobě projektilu, dopadajícího na vybranou strukturu a sleduje pokles jeho kinetické energie (rychlosti) a šíření napětí strukturou po celou dobu trvání zatížení.

V teoretické části je popsána problematika deformace materiálu a jeho chování při dynamickém zatěžování. Dále jsou zde vysvětleny pojmy potřebné k pochopení dané problematiky.

Praktická část se věnuje sestavení FEM modelu tří testovaných struktur s odlišnou geometrií a projektilu, který na struktury dopadá. Dochází k vytvoření okrajových podmínek, materiálových vlastností, analýzy, zobrazení konečných výsledků a jejich porovnání.

## **I. TEORETICKÁ ČÁST**

# 1 MECHANIKA PEVNÝCH TĚLES

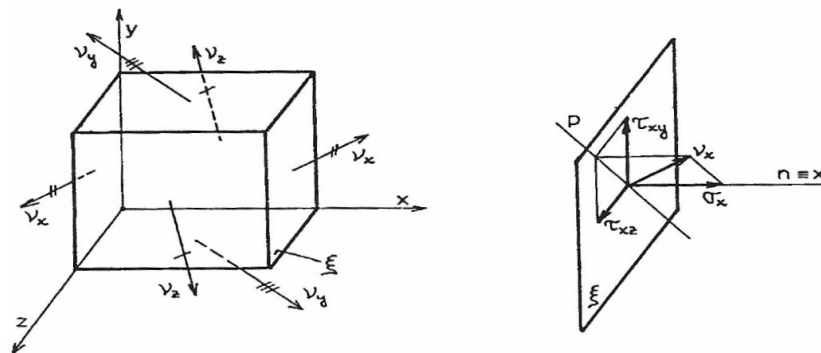
## 1.1 Malé deformace

Oblastí malých deformací rozumíme takové deformace, při kterých dochází k malým rozměrovým změnám tělesa vzhledem k jeho celkovým rozměrům. Jedná se o oblast pružných deformací, tzn. přerušíme-li zatěžování tělesa silou, která byla příčinou změny jeho tvaru, obnoví se tvar tělesa, který zaujímal předtím, než na něj síla začala působit. S využitím řady matematických zjednodušení uvažujeme v oblasti malých deformací lineární závislost mezi napětím a přetvořením, a tudíž platí Hookův zákon elasticity. Tyto předpoklady taktéž umožňují využití principu superpozice. [1]

### 1.1.1 Prostorová napjatost a přetvoření

#### 1.1.1.1 Prostorová napjatost

Napjatost si lze obecně představit jako pojem charakterizující stav tělesa, které je vystaveno silovému působení. Vnitřnímu bodu tělesa odpovídá v pevnostních výpočtech elementární krychle, kdy všechny stěny omezující krychli vznikly metodou řezu. Vnitřní síly ve stěnách krychle se projevují jako napětí na dané ploše, která můžeme rozložit do směrů souřadnicového systému. Napjatost lze jednoznačně určit, pokud známe napětí, která působí ve třech vzájemně kolmých rovinách, které tento bod prokládají.



Obr. 1 Prostorová napjatost [2]

Veličina, která určuje stav napjatosti v konkrétním bodě tělesa se nazývá tenzor napjatosti, ten je definován následovně:

$$T_{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{yx} & \tau_{zx} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{zy} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{bmatrix} \quad (1)$$

- 1. index značí směr normály k rovině, ve které napětí působí.
- 2. index značí směr, se kterým je napětí rovnoběžné.

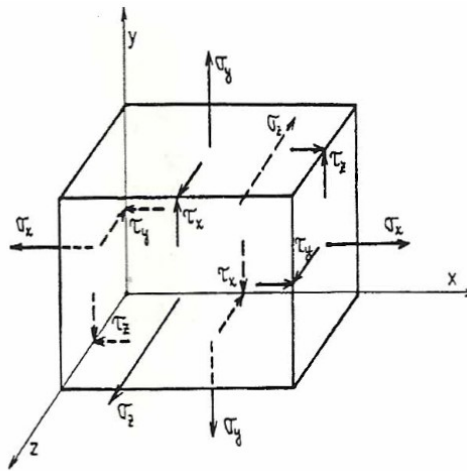
Na rovinách (stěnách) elementární krychle působí napětí  $\nu_x, \nu_y, \nu_z$ . Rozložením těchto napětí získáme normálové a dvě smyková napětí (smyková napětí rozložíme do dvou navzájem kolmých směrů), např. v rovině  $yz$  je normálové napětí  $\sigma_x$  a smyková napětí  $\tau_{xz}, \tau_{xy}$ . Získáme tedy 9 složek napětí  $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yx}, \tau_{yz}, \tau_{zx}, \tau_{zy}$  a pokud zapíšeme momentové podmínky rovnováhy k jednotlivým souřadnicovým osám, obdržíme:

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \tau_z \quad (2)$$

$$\tau_{xz} = \tau_{zx} = \tau_y \quad (3)$$

$$\tau_{yz} = \tau_{zy} = \tau_x \quad (4)$$

Po jednoduché úpravě tedy pracujeme se 6 složkami napětí  $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_x, \tau_y, \tau_z$  a jejich působení je znázorněno na Obr. 2.



Obr. 2 Zobrazení Složek napětí [2]

Uspořádáním složek napětí do maticové podoby získáme vztah:

$$\sigma = \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_z \\ \tau_y \\ \tau_x \end{Bmatrix} \quad (5)$$

Z hlediska obecné prostorové napjatosti lze dále hovořit o zvláštních případech prostorové napjatosti, kterými jsou dvouosá (rovinná) napjatost a jednoosá (přímková) napjatost. [1,2,3]

### 1.1.1.2 Přetvoření

Pojmem přetvoření rozumíme poměrnou deformaci tělesa a stejně jako napjatost je definováno pomocí 6 složek, konkrétně složek deformačních, kde tři tyto složky jsou normálové (poměrné deformace)  $\varepsilon_x$ ,  $\varepsilon_y$ ,  $\varepsilon_z$ , a tři smykové (smyková zkosení)  $\gamma_{xy}$ ,  $\gamma_{xz}$ ,  $\gamma_{yz}$ . Podobně jako tenzor napjatosti můžeme popsat tenzor přetvoření, kde normálovým napětím  $\sigma$  odpovídají poměrné deformace  $\varepsilon$  a smykovým napětím poloviční hodnoty zkosení a je definován následovně: [3]

$$T_\varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_x & \frac{\gamma_{yx}}{2} & \frac{\gamma_{zx}}{2} \\ \frac{\gamma_{xy}}{2} & \varepsilon_y & \frac{\gamma_{zy}}{2} \\ \frac{\gamma_{xz}}{2} & \frac{\gamma_{yz}}{2} & \varepsilon_z \end{bmatrix} \quad (6)$$

Význam indexů u složek deformací:

- 1. index značí směr deformace.
- 2. index značí směr napětí, které deformaci vyvolalo.

Uspořádáním složek napětí do maticové podoby získáme vztah:

$$\varepsilon = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{Bmatrix} \quad (7)$$

### 1.1.2 Vzájemné vztahy mezi napjatostí a přetvořením

Mezi tenzorem napjatosti a tenzorem přetvoření je analogie, díky které můžeme tvrdit, že v každém jednotlivém bodě zkoumaného tělesa existují právě tři vzájemně kolmé směry, v nichž poměrné deformace  $\varepsilon_x$ ,  $\varepsilon_y$ ,  $\varepsilon_z$ , nabývají extrémních hodnot. Taktéž tvrdíme, že směry hlavních poměrných deformací a směry hlavních napětí jsou stejné.

Základní rovnice popisující napětově-deformační chování materiálu při jednoosém namáhání je Hookův zákon:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \quad (8)$$

Odtud lze vyjádřit poměrnou podélnou deformaci:

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} \quad (9)$$

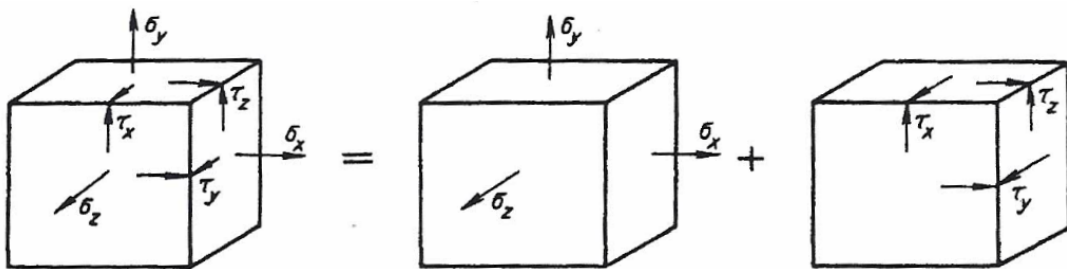
a Poissonův zákon (poměr poměrného příčného zúžení a poměrného podélného prodloužení), konstantní a záporně vzatý podíl obou veličin pak nazýváme Poissonovo číslo  $\nu = -\frac{\varepsilon_{př}}{\varepsilon}$ , kde hodnota tohoto čísla je bezrozměrná.

$$\varepsilon_{př} = -\nu \cdot \varepsilon \quad (10)$$

Odtud lze vyjádřit poměrné příčné zúžení pomocí axiálního napětí:

$$\varepsilon_{př} = -\nu \cdot \frac{\sigma}{E} \quad (11)$$

S ohledem na platnost principu superpozice, můžeme u prostorové napjatosti určit poměrné prodloužení ve směru některého z hlavních napětí (např.  $\sigma_y$ ) jako součet poměrných přetvoření, která v tomto směru vyvolají napětí  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ ,  $\sigma_z$ . [2,3]



Obr. 3 Princip superpozice napětí [2]

Trojosé namáhání normálovými složkami tenzoru napjatosti v elementární krychli rozložíme na tři samostatné případy s tahovým zatížením, tzn. uvažujeme zvlášť napěťové působení v ose  $x, y, z$ . - směr osy  $x$  považujeme za podélný, směr osy  $y$  a  $z$  za směr příčný. K sestavení rovnic pro normálové složky využijeme vztahy Hookova a Poissonova zákona a princip superpozice napětí, čímž obdržíme vztahy pro deformace v daných směrech:

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E} [\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z)] \quad (12)$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E} [\sigma_y - \nu(\sigma_x + \sigma_z)] \quad (13)$$

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E} [\sigma_z - \nu(\sigma_y + \sigma_x)] \quad (14)$$

Pro výpočet modulu pružnosti ve smyku  $G$  je nutné u elastického izotropního materiálu znát pouze dvě konstanty – Poissonovo číslo  $\nu$  a Youngův modul pružnosti  $E$ .

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (15)$$

Celkový obecný Hookův zákon popisující elastický izotropní materiál obdržíme o tři rovnice Hookova zákona pro smyk:

$$\gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G} = \frac{2(1 + \nu)}{E} \cdot \tau_{xy} \quad (16)$$

$$\gamma_{xz} = \frac{\tau_{xz}}{G} = \frac{2(1 + \nu)}{E} \cdot \tau_{xz} \quad (17)$$

$$\gamma_{yz} = \frac{\tau_{yz}}{G} = \frac{2(1 + \nu)}{E} \cdot \tau_{yz} \quad (18)$$

Rovnice lze přepsat do maticového tvaru, čímž získáme celkový Hookův zákon pro izotropní materiál v maticové podobě:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E} & -\frac{\nu_{yx}}{E} & -\frac{\nu_{zx}}{E} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{xy}}{E} & \frac{1}{E} & -\frac{\nu_{zy}}{E} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{xz}}{E} & -\frac{\nu_{yz}}{E} & \frac{1}{E} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{yz}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{zx}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{xy}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} \quad (19)$$

Ten lze poté přepsat jako:

$$\varepsilon = S \cdot \sigma \quad (20)$$

Matrice je nazývána jako matice poddajnosti elastického materiálu a značí se  $S$ . Složky matice závisejí na modulu pružnosti v tahu a Poissonově číslu, a právě kvůli nepřímé úměře jednotlivých složek vůči modulu pružnosti vyjadřují poddajnost materiálu. Inverzí vztahu 20 obdržíme napětí vyjádřené pomocí závislosti na deformaci:

$$\sigma = S^{-1} \cdot \varepsilon \quad (21)$$



kde

$$S^{-1} = C \quad (22)$$

Označuje matici tuhosti elastického materiálu, která je inverzní k matici poddajnosti a má tento tvar: [1,4]

$$C = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 1-\nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & 1-\nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,5-\nu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,5-\nu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,5-\nu \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (23)$$

## 1.2 Nelinearita

Nelinearita slouží pro popis velkých deformací, kterou v oblasti mechaniky obecně rozdělujeme na tyto dva druhy: [6]

- Geometrická nelinearita
- Materiálová (fyzikální) nelinearita

### 1.2.1 Geometrická nelinearita

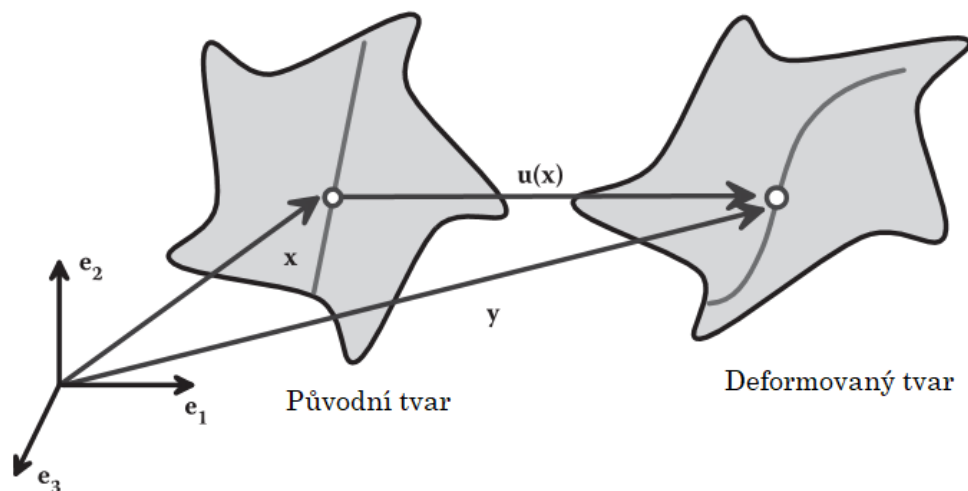
Oblastí velkých deformací rozumíme takové deformace, při kterých dochází k velkým rozměrovým změnám tvaru tělesa vzhledem k jeho celkovým rozměrům. Jedná se o procesy, při kterých je přetvoření vyšší než 1 % a závislost mezi posunutím a přetvořením je vždy nelineární. Zdrojem této nelinearity jsou geometrické rovnice, které popisují vztahy mezi posunutím a přetvořením. Příčinou geometrické nelinearity jsou velké posuvy, které však nemusí být nutně doprovázeny velkými přetvořeními, a proto geometrickou nelinearitu rozlišujeme na dva odlišné druhy [5,6]:

- Velké posuvy – Large displacement.
- Velká přetvoření – Large strain (jelikož dochází k velkým přetvořením, musí se objevovat i velká posunutí, proto v sobě velká přetvoření zahrnují i velké posuvy).

### 1.2.1.1 Velké posuvy

K popisu použijeme dvě různé vztažné soustavy, ve kterých definujeme souřadnicové systémy.

- Původní – Počátek systému je spojen se sledovaným bodem na základním nezdeformovaném tělese.
- Deformovaný – Počátek systému je spojen se sledovaným bodem na zdeformovaném tělese.



Obr. 4 Původní a deformovaný souřadnicový systém [6]

Jak je uvedeno na Obr. 4, sledovaný bod se vlivem zatížení, které způsobuje deformaci, začne pohybovat, např. bod v místě  $x$  původního souřadnicového systému se za dobu  $t$  posune do místa  $y$  (místo v deformovaném souřadnicovém systému).

Polohový vektor tedy definujeme jako: [6]

$$y = x + u(x, t) \quad (24)$$

### 1.2.1.2 Velká přetvoření

V oblasti malých přetvoření je závislost mezi posunutím a deformací lineární, tzn. že se kvadratické členy zanedbávají. V takovém případě bychom použili smluvní (inženýrský) tenzor přetvoření:

$$\varepsilon_{i,j} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (25)$$

Malá přetvoření jsou zjednodušeně taková, při kterých dochází k celkovému přetvoření maximálně 1 %.

V oblasti velkých přetvoření však nabývají hodnoty přetvoření mnohem větších hodnot, tudíž nelze využít vztah 25, jelikož bychom nezískali správné výsledky.

Nenacházíme se v lineární oblasti a nezanedbáváme tedy kvadratické členy, a proto existují různé definice tenzorů, sloužící k popisu nelineární závislosti mezi deformací a napětí. [6]

### 1.2.2 Materiálová nelinearita

Materiálová nelinearita popisuje nelineární chování materiálu, tzn. nelineární závislost mezi přetvořením a napětím. Tyto závislosti označujeme jako konstitutivní, tzn. vytvořené, ať už umělou či přírodní cestou. Závisí na mechanických a fyzikálních vlastnostech materiálu a jsou doprovázeny řadou s časem se měnících veličin, kterými mohou být např. deformace (její průběh a rychlost), teplota, tlak apod.

Konstitutivní vztahy jsou matematicky zjednodušené a označujeme je jako konstitutivní (materiálové) modely, které na základě jejich chování rozdělujeme do základních skupin: [5,7]

- Lineárně elastický materiál – Jedná se o základní materiálový model, který využívá převodní vztahy mezi napětím a přetvořením. Spadá do oblasti malých deformací a platí zde Hookův zákon. [6]
- Nelineárně elastický materiál – Na rozdíl od lineárně elastického materiálu počítá s většími deformacemi a neuvažuje tak platnost Hookova zákona. [7]
- Elasto-plastický materiál – Je potřeba znát historii předchozího zatěžování. Popis chování je tak podstatně složitější. [7]
- Tuhoplastický materiál – Materiál, kde převládají trvalé deformace – elastické deformace jsou zcela zanedbatelné. [6]
- Viskoelastický materiál – Svojí strukturou je lze považovat za přechodovou oblast mezi ideálně elastickými a viskózními materiály. [6]
- Hyperelastický materiál – Materiál s velkým elastickým přetvořením nezávislý na historii předchozího zatěžování. Je považován za materiál nelineárně elastický, izotropní a nestlačitelný. [7]

### 1.2.3 Tenzory velkých deformací

#### 1.2.3.1 Green – Lagrangeův tenzor

Oproti výrazu z lineární mechaniky přibývají kvadratické členy. Tenzor je vztažen na nedeformovanou konfiguraci a měří rozdíl mezi čtvercem vzdálenosti infinitezimálního segmentu v deformované a nedeformované (původní) konfiguraci. Derivace jsou prováděny podle materiálových souřadnic. [5,6]

Indexový zápis (s využitím Einsteinova sumačního pravidla):

$$E_{ij} = \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \cdot \frac{\partial u_k}{\partial x_j} \right] \quad (26)$$

#### 1.2.3.2 Euler – Almansiho tenzor

Má velký význam především při popisu pohybu kapalin či plynů. Fyzikální význam je podobný Green – Lagrangeovu tenzoru, s tím rozdílem, že Euler – Almansiho tenzor umožňuje vypočítat deformaci infinitezimálního čárového elementu z jeho orientace po deformaci. Derivace se uskutečňují v prostorových souřadnicích a tenzor je vztažen k výsledné deformované konfiguraci. [5,6]

Indexový zápis:

$$e_{ij} = \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial u_i}{\partial \dot{x}_j} + \frac{\partial u_j}{\partial \dot{x}_i} + \frac{\partial u_k}{\partial \dot{x}_i} \cdot \frac{\partial u_k}{\partial \dot{x}_j} \right] \quad (28)$$

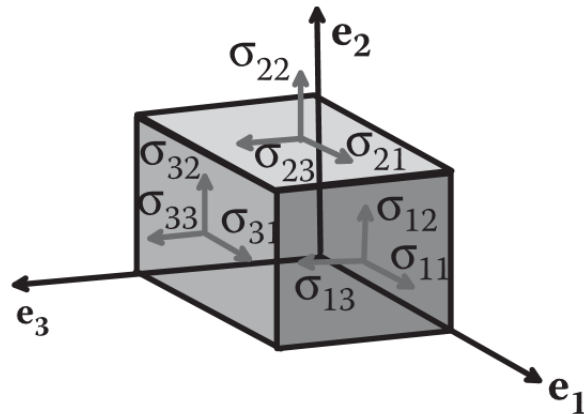
### 1.2.4 Tenzory napětí velkých deformací

#### 1.2.4.1 Cauchyho tenzor

Jedná se o fyzikálně nejvhodnější způsob vyjádření napětí. Tento tenzor je odvozen od deformované konfigurace a lze si jej představit jako tzv. skutečné napětí, které je vyvoláno působením skutečné elementární síly  $dF_i$  na skutečnou, tj. deformovanou konfiguraci (plochu elementu) v konkrétním místě a pro jeho výpočet se uvádí vztah:

$$\sigma_i = \frac{dF_i}{dy_j \cdot dy_k} \quad (30)$$

Význam složek napětí tenzoru je znázorněn na Obr. 5, kde  $\sigma_{ij}$  reprezentuje i-tou složku směru, působící v rovině s normálou ve směru  $e_i$ . [6,8,9]



Obr. 5 Složky napětí Cauchyho tenzoru [6]

#### 1.2.4.2 První Piola-Kirchhoffův tenzor

Cauchyho tenzor napětí je odvozen od deformované konfigurace, která je však zpočátku neznámá, proto zavádíme První Piola-Kirchhoffův tenzor, který se v praxi často označuje jako smluvní napětí (taktéž známý jako Lagrangeův tenzor napětí napětí).

Je charakterizován jako elementární síla, která je vztažena na původní (nedeformovanou) konfiguraci (plochu elementu) – jedná se tedy o nesymetrický tenzor (v praxi je proto častěji používán druhý Piola-Kirchhoffův tenzor) a je definován podle vztahu:

$$\tau_i = \frac{dF_i}{dx_j \cdot dx_k} \quad (31)$$

Pro přepočítání (transformaci na skutečný tenzor napětí) mezi Prvním Piola-Kirchhoffovým a Cauchyho tenzorem, slouží vztah:

$$\sigma_i = \frac{1}{\det(F)} F \cdot \tau \quad (32)$$

V tomto vztahu značí  $F$  deformační gradient, nikoli sílu. [9]

#### 1.2.4.3 Druhý Piola-Kirchhoffův tenzor

Tento tenzor je charakterizován jako elementární síla  $dF_{0i}$  (změna oproti skutečné síle ve stejném poměru, jako je elementární rozměr v odpovídajícím směru), která je vztažena na původní (nedeformovanou) plochu elementu.

Tenzor je definován tímto vztahem:

$$S_i = \frac{dF_{0i}}{dx_j \cdot dx_k} \quad (33)$$

Samotný tenzor nemá fyzikální význam, díky symetričnosti však nachází využití i při velkých přetvořeních a je energeticky konjugovaný s Green-Lagrangeovým tenzorem.

Vztah umožňující transformaci na skutečný (Cauchyho) tenzor napětí má tento tvar: [9]

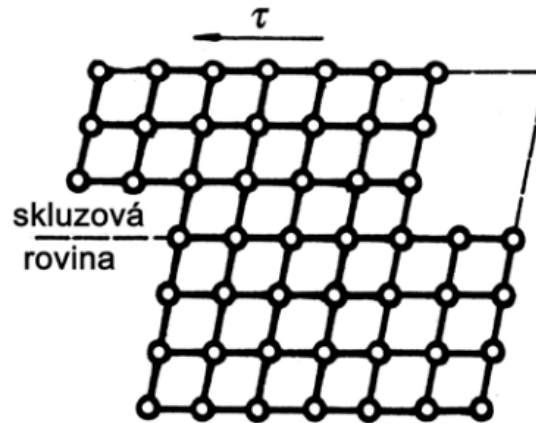
$$\sigma = \frac{1}{\det(F)} F \cdot S \cdot F^T \quad (34)$$

### 1.3 Plasticita

Ve fyzice a nauce o materiálech vyjadřuje plasticita deformaci materiálu, který prochází nevratnými změnami tvaru v důsledku sil, tzn. napětí, které na něj působí. Jedná se tedy o překročení meze elasticity – meze, do které jsou deformace materiálu elastické (vratné), tj. oblast malých deformací a hovoří se o tzv. plastické (trvalé) deformaci, tj. oblast velkých deformací, ke kterým dochází u kovů nebo plastů např. při ohýbání, tvarování, lisování apod.

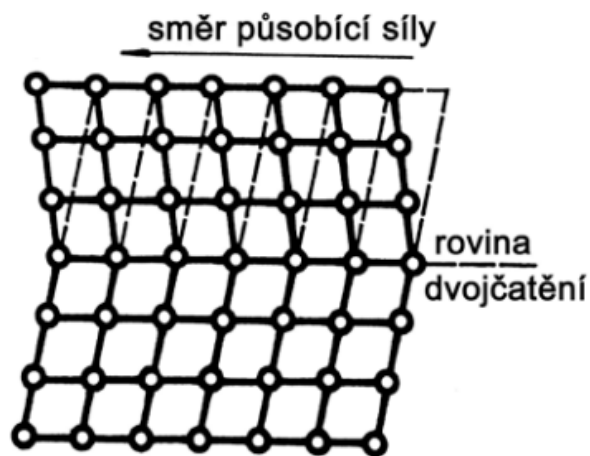
Kalené a vytvrzované materiály vyžadují mnohem větší zatížení potřebné k dosažení plastické (trvalé) deformace, a kromě zatížení závisí plastická deformace taktéž na rychlosti deformace. [10,11]

- Plasticita u kovových materiálů – Plastická deformace krystalu čistého kovu je primárně způsobena skluzem (mikro-mechanismem) a dvojčatěním (doplňujícím mechanismem). [10]
  - Skluz – Plastické deformace, při které dochází k přesunu atomů o celé násobky jejich vzdálenosti při skluzovém pohybu podél skluzové roviny vzhledem k sousední vrstvě. Tato hranice mezi uskutečněným a neuskutečněným pohybem se nazývá dislokace (čárová porucha). [12]



Obr. 6 Skluz [12]

- Dvojčatění – Plastická deformace, při které dochází k přenosu atomů pouze o malé hodnoty jejich vzdálenosti. Část krystalové mřížky se posune tak, že vytvoří zrcadlový obraz neposunuté části krystalové mřížky, kdy obě části mřížky jsou zrcadlově symetrické k rovině zrcadlení (dvojčatění). [12]



Obr. 7 Dvojčatění [12]

- Plasticita u amorfních materiálů – Amorfní materiály nemají pravidelně uspořádanou krystalickou strukturu, a tudíž nelze hovořit o dislokaci. Nicméně se stále mohou podrobovat plastické deformaci a jelikož tyto materiály, např. polymery, nejsou z hlediska krystalické struktury pravidelně uspořádané, obsahují velké množství volného objemu – nevyužitého prostoru. Při namáhání např. tahem dojde k otevření těchto oblastí, což způsobí zamlžený vzhled materiálu. [10]

Ukazatelem, kdy se materiál začne plasticky deformovat je mez elasticity (její překročení). To však platí pouze při jednoosém napínání materiálu. Pokud bude materiál vystaven trojrozměrnému zatížení, zavádíme kritéria plasticity, kdy nejznámější kritérium je Trescovo a Von Misesovo. [10]

### 1.3.1 Trescovo kritérium

Toto kritérium je založeno na předpokladu, že k selhání materiálu dojde při překročení maximálního smykového napětí (proto se kritérium označuje také jako kritérium maximálního smykového napětí). Vzhledem k základnímu napět'ovému stavu můžeme využít Mohrovu kružnici ke zjištění maximálních smykových napětí, kterým bude materiál vystaven a dojít k závěru, že materiál selže, pokud:

$$(\sigma_1 - \sigma_3) = \sigma_{eff} \geq \sigma_0 \quad (35)$$

Kde  $\sigma_1$  je maximální normálové napětí,  $\sigma_3$  je minimální normálové napětí a  $\sigma_0$  je napětí, při kterém dojde k selhání materiálu při jednoosém namáhání.

$\sigma_{eff}$  je efektivní napětí, kdy při dosažení kritické hodnoty meze kluzu začne plastická deformace, tomu odpovídá efektivní deformace:

$$\varepsilon_{eff} = \frac{2}{3}(\varepsilon_1 - \varepsilon_3) \quad (36)$$

Grafické znázornění k určení, jestli je deformace plastická nebo elastická slouží Trescova mezní plocha. Uvnitř této plochy je deformace elastická a vně plastická. [10]

### 1.3.2 Von Misesovo kritérium

Vychází z Trescova kritéria, ale bere v úvahu předpoklad, že hydrostatická napětí nepřispívají k porušení materiálu.

Von Mises řeší efektivní napětí při jednoosém namáhání, odečítá hydrostatická napětí a říká, že všechna efektivní napětí, která jsou větší než ta, která způsobí porušení materiálu při jednoosém namáhání, povedou k plastické deformaci. [10]

Efektivní napětí:

$$\sigma_{eff} = \sqrt{\frac{1}{\sqrt{2}}\{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2\}} \quad (37)$$

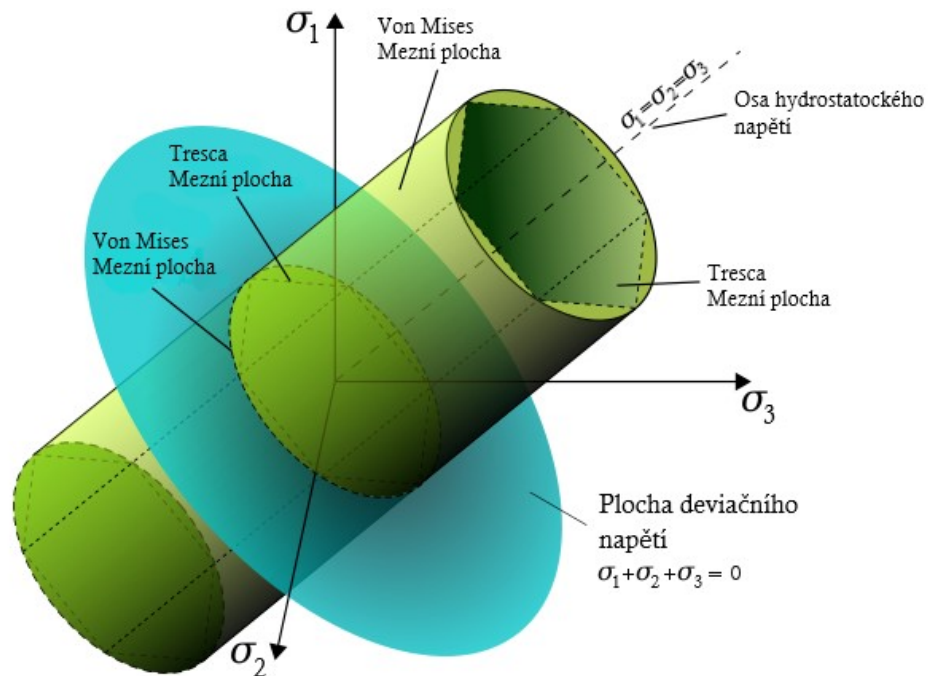


Efektivní deformace:

$$\varepsilon_{eff} = \sqrt{\frac{\sqrt{2}}{3} \{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)^2 + (\varepsilon_3 - \varepsilon_1)^2\}} \quad (38)$$

### 1.3.3 Porovnání kritérií

Mezní plocha Trescova kritéria je ohraničena Von Misesem, takže předpovídá plastickou deformaci již pro stavy napětí, které jsou stále elastické podle Von Misesova kritéria. Proto je Trescovo kritérium jako ukazatel plastického chování vhodnější. [10]

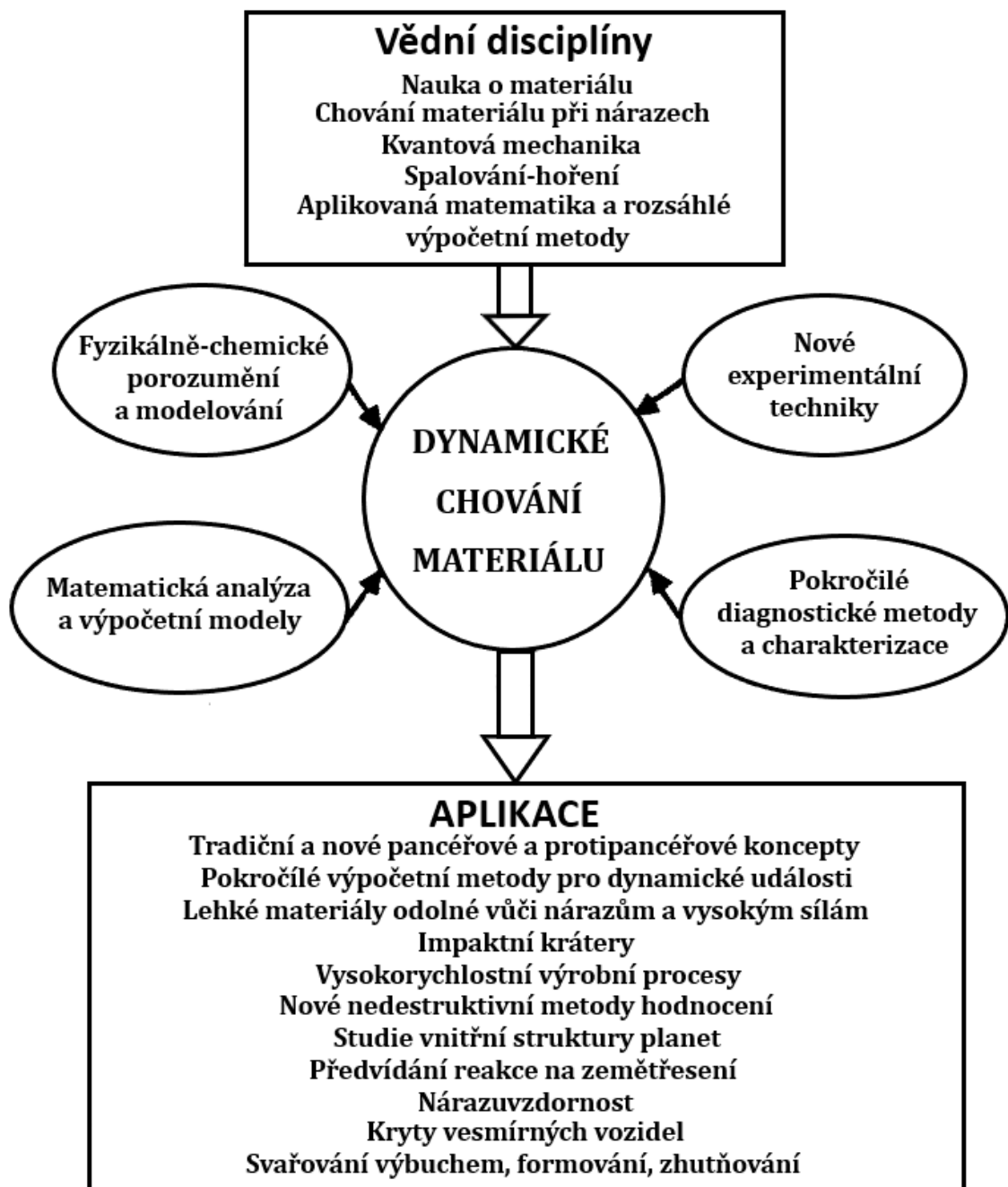


Obr. 8 Mezní polohy a napětí [10]

## 2 DYNAMICKÉ CHOVÁNÍ TĚLES

### 2.1 Dynamické chování materiálu

Dynamické chování materiálů je soutok velkého množství vědních disciplín. Procesy, při kterých jsou tělesa vystavena rychle se měnícímu zatížení se výrazně liší od těch, které se vyskytují v situacích statického (kvazistatického) zatěžování.



Obr. 9 Schéma vědních oborů a aplikací dynamických procesů [13]

Aplikace dynamického chování může být pro určité případy rozdělena na civilní a válečnou. Ve všech aplikacích však představuje jednoduchá rovnice pro kinetickou energii velký stupeň důležitosti.

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 \quad (39)$$

Kinetická energie hmoty se zvyšuje se čtvercem její rychlosti a energie doručená objektem (hmotou) o hmotnosti  $m$  na cíl může být vyjádřena jako:

$$dE = F \cdot dl \quad (40)$$

kde člen  $dl$  je délka, po kterou bude působit síla  $F$ . Kinetická energie se tedy transformuje v poškození např. projektilu a cíle, do kterého proniká.

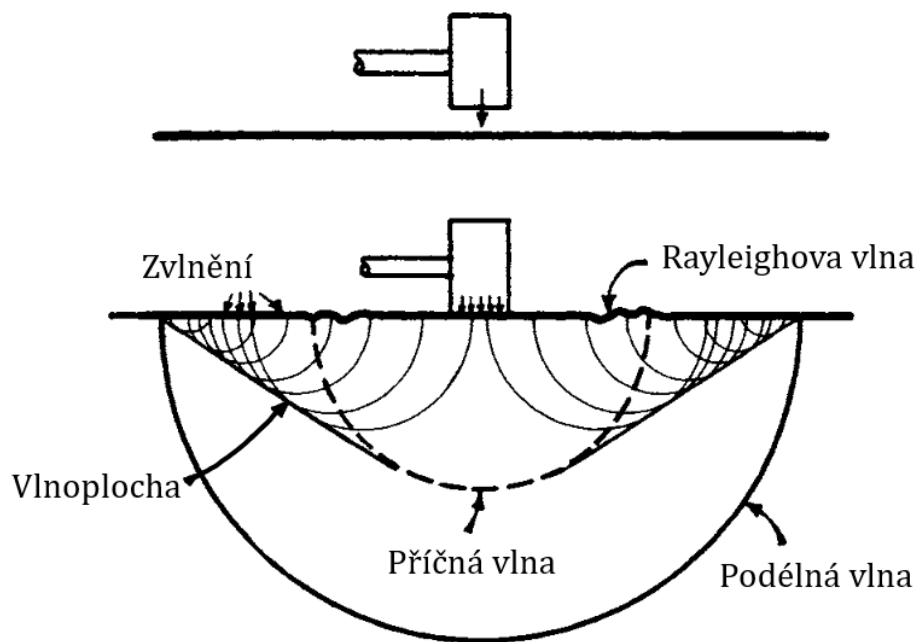
Zmíněné informace si lze představit na jednoduchém příkladu zatloukání hřebíku. Je známo, že při rychlejším úderu kladívka na hlavu hřebíku pronikne hřebík hlouběji do materiálu.

Z těchto poznatků vyplývá, že rychlost deformace představuje při dynamickém zatížení velký stupeň důležitosti.

Důležité jsou také zásadní rozdíly chování materiálu a odezvy struktury při statickém (kvazistatickém) a dynamickém zatěžování – zvyšováním rychlosti deformace dochází k odchýlení od kvazistatického chování.

- Kvazistatické zatěžování – Situace je v jakémkoli čase ve statické rovnováze.
- Dynamické zatěžování – Na těleso je předávána deformace zpravidla o velké rychlosti, a tudíž je jedna část tělesa (např. povrch desky, který je vystaven zatížení jako první) vystavena vysokému napětí, kdežto druhá část tělesa (např. spodní část desky) v daný moment účinek napětí vůbec nepocítí.

Můžeme tedy říct, že napětí musí skrze těleso projít. Zmíněné napětí (a k němu vázaná deformace) prochází skrze těleso při konkrétních rychlostech, které lze vypočítat pro lepší odhad. Takto šířící se napětí díky svým pevně uspořádaným rychlostem označujeme jako napět'ové vlny. Dynamické zatěžování tedy způsobují šíření vln, kdežto statické deformace můžeme považovat za sled rovnovážných stavů, které lze popsat pomocí pohybových rovnic. [13,14]



Obr. 10 Šíření vln strukturou při úderu kladiva [13]

### 2.1.1 Napět'ové vlny

Napět'ové vlny jsou formou akustických vln, které se v pevné látce (solidu) pohybují konečnou rychlostí. Působení jakéhokoliv napětí vyvolá nerovnováhu, vedoucí k pohybu částic a jejich přizpůsobení se k nerovnováze napětí.

Uspořádání těchto částic se šíří při určité rychlosti, kdy u malých deformací vytváří stresové vlny mnohonásobné odrazy, a nakonec dosáhnou v pevné látce rovnováhy napětí a lze předpokládat kvazistatický stav. U velkých deformací však není dostatečné množství času, potřebného k dosažení rovnováhy napětí v rámci celého prostředí, a tudíž dojde k výskytu jevu napět'ových vln. Tyto vlny dělíme na tři základní druhy: [13,14]

- Elastické napět'ové vlny.
- Plastické napět'ové vlny.
- Nárazové vlny.

#### 2.1.1.1 Elastické napět'ové vlny

Při aplikování dynamického zatížení na povrch tělesa se napětí a deformace odpovídající tomuto zatížení projeví v podobě napět'ové vlny. Pokud je napětí od této vlny menší než mez kluzu materiálu, kterým se vlna šíří, jedná se o elastickou napět'ovou vlnu.

Jde o pohyb v prostředí (tělese), ve kterém, když jsou částice přemístěny, působí síla úměrná tomuto přemístění na tyto částice a snaží se je vrátit zpět do původní polohy. [13]

Typy elastických vln: [13]

- Podélné (nevířivé) vlny – Vlny, u kterých je směr rychlosti částic rovnoběžný se směrem šíření vlny.
- Příčné (smykové) vlny – Vlny, u kterých je směr rychlosti částic kolmý na směr šíření vlny.
- Povrchové (Rayleighovy) vlny – Vlny jsou analogií ke gravitačním vlnám působících na povrchu vody.
- Mezifázové (Stoneleyovy) vlny – Vznikají při kontaktu na rozhraní dvou v jednom směru nekonečných prostředí o různých materiálových vlastnostech.
- Vlny ve vrstveném prostředí (Loveovy vlny) – Důležité především v oblasti seismologie.

### **2.1.1.2 *Plastické napět'ové vlny***

Jedná se o napět'ové vlny, jejichž napětí přesahuje hodnotu meze kluzu materiálu, kterým se šíří – jejich amplituda je tak velká, že při jejich šíření dojde k překročení limitu elastické deformace materiálu a vzniknou tak deformace plastické (proto jsou elastické a plastické napět'ové vlny společně označovány jako elasto-plastické). [13]

### **2.1.1.3 *Nárazové napět'ové vlny***

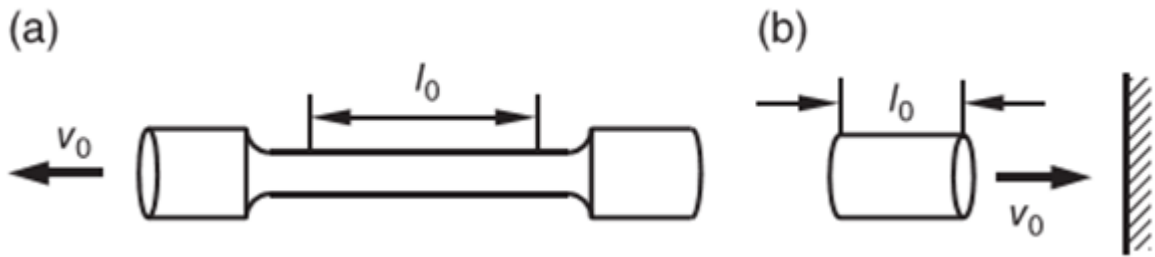
Tento typ vlny si lze představit jako oblast s velmi vysokým napětím, které se šíří tekutinou o rychlostech vyšších, než je rychlost zvuku. [13]

## **2.1.2 *Problematika rychlosti deformace***

Při dynamickém zatěžování závisí chování většiny materiálů na rychlosti deformace, která je vyjádřena jako změna – nárůst deformace v závislosti na čase:

$$\dot{\varepsilon} = \frac{d\varepsilon}{dt} \quad (41)$$

Výpočet lze ukázat na dvou jednoduchých příkladech:



Obr. 11 Příklady pro výpočet rychlosti deformace a) Vzorek namáhaný tahem b) Náraz projektilu na absolutně tuhé těleso [14]

- a) Uvažujme vzorek o určité délce, kde rychlost deformace bude měřena pouze na úseku  $l_0 = 0,1 \text{ m}$ , kdy rychlost zatěžování, která je způsobena trhacím strojem bude  $v_0 = 1 \text{ m/s}$ . Rychlost deformace potom lze vypočítat podle vztahu:

$$\dot{\varepsilon} = \frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{\Delta l/l_0}{\Delta l/v_0} = \frac{v_0}{l_0} = \frac{1 \text{ m/s}}{0,1 \text{ m}} = 10 \text{ s}^{-1} \quad (42)$$

Ze vztahu 42 jasně vyplývá, že rychlost deformace nezávisí pouze na rychlosti zatížení tělesa, ale taky na jeho délce, tzn., že při stejné rychlosti zatěžování se bude rychlost deformace se zmenšováním jeho délky zvyšovat.

- b) Druhý příklad se bude zabývat tělesem válcového tvaru – projektilu o délce  $l_0 = 50 \text{ mm}$ , který naráží na desku z absolutně tuhého tělesa rychlostí  $v_0 = 1000 \text{ m/s}$ . Budeme počítat s tím, že rychlost projektilu lineárně klesá a po nárazu se projektil zkrátí (stlačí) na délku  $25 \text{ mm}$ . Potom můžeme průměrnou rychlost deformace projektilu během tohoto procesu vyjádřit jako:

$$\dot{\varepsilon} = \frac{\Delta l}{l_0 t} = \frac{25}{50 t} \quad (43)$$

Dobu odezvy  $t$  lze vypočítat z předpokládaného lineárního zpomalení projektilu:

$$\Delta l = 25 \text{ mm}, \frac{1}{2} v_0 t = \Delta l, t = \frac{2\Delta l}{v_0} = 5 \cdot 10^{-5} \text{ s} \quad (44)$$

Dosazením do vztahu 43 obdržíme:

$$\dot{\varepsilon} = \frac{25}{50 \cdot 5 \cdot 10^{-5}} = 10^4 \text{ s}^{-1} \quad (45)$$

Z výsledků obou popsanych případů je jasné, že rychlost deformace právě při nárazu tělesa (projektilu) na určitý objekt je mnohonásobně větší než při zatěžování tělesa při statických zkouškách.

S rostoucí rychlostí deformace se snižuje doba trvání konkrétní události – snižuje se množství času na deformaci materiálu, hodnota meze kluzu roste mnohem výrazněji ve srovnání s hodnotou meze v pevnosti, zvyšuje se odpor proti šíření plastické deformace v materiálu a zároveň klesá hodnota tažnosti i podíl plasticity.

Vysoké rychlosti deformace jsou faktorem především u aplikací, kdy jsou využívány střelné zbraně. Na zařízeních jako jsou např. trhací stroje, jsou vzorky zatěžovány staticky a je velmi obtížné vyvinout vysokou rychlost deformace, proto je třeba ke zjištění daných vlastností materiálu využít jiných experimentálních technik s dynamickým základem.

Velmi malé rychlosti deformace se objevují u jevů tečení a relaxace napětí, které zahrnují viskoplastické odezvy kovových či polymerních materiálů. Využívají se zařízení pro měření tečení, kdy je rychlost deformace přibližně  $10^{-9} - 10^{-7} \text{ s}^{-1}$  nebo konvekční testovací zařízení, u kterých je rychlost deformace v rozsahu  $10^{-7} - 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ .

V rozmezí  $10^{-5} - 10^{-1} \text{ s}^{-1}$  dochází ke kvazistatickému zatěžování a zkušebním vzorkem se šíří elastické vlny. K testování v této oblasti se využívají hydraulické, servo-hydraulické a pneumatické testovací zařízení.

Experimenty prováděné v oblasti, kdy je rychlost deformace  $10 - 10^3 \text{ s}^{-1}$ , jsou často obtížné, jelikož zatížení v tomto rozsahu způsobuje rezonanci testovacího stroje.

Při rychlosti deformace v oblasti  $10^3 - 10^5 \text{ s}^{-1}$  se používají testovací techniky využívající tzv. Hopkinsonovu tyč, Taylorovu tyč a kruhový prsteneček (případně válcovou skořepinu).

Rychlost deformace v rozsahu  $10^5 - 10^8 \text{ s}^{-1}$  může být vyvolána nárazem, detonací výbušniny v kontaktu s materiálem apod. V této oblasti dochází k šíření příčných a nárazových vln a k rapidnímu ukládání energie na povrchu materiálu (vzorku).

Do oblastí s velmi vysokou rychlostí deformace řadíme např. jaderný výbuch, při kterém je produkována nárazová (šoková) vlna s velmi ostrým čelem, jehož šířka se s rostoucím tlakem výbuchu snižuje, takže rychlost deformace v čele vlny může dosahovat hodnot  $10^8 \text{ s}^{-1}$  až  $10^9 \text{ s}^{-1}$ , které jsou podstatně vyšší než ty, kterých dosahují aplikace s využitím střelných zbraní.

Rychlost deformace ( $s^{-1}$ )

	$10^{-9}$	$10^{-8}$	$10^{-7}$	$10^{-6}$	$10^{-5}$	$10^{-4}$	$10^{-3}$	$10^{-2}$	$10^{-1}$	$10^0$	$10^1$	$10^2$	$10^3$	$10^4$	$10^5$	$10^6$	$10^7$
	Stroje na testování tečení		Konvenční testovací stroje			Hydraulické, Servo-hydraulické, nebo trhačí zkušební stroje			Hydraulické a pneumatické děrovací stroje, cam plastometr			Kruhový prstenec, Hopkinsonova tyč Taylorova zkouška na kovařině		Náraz desky Nárazová rozbuška Výbušniny			
<b>Běžné testovací metody</b>	Křipové a relaxační zkoušky				Kvazistatické zkoušky				Dynamické low		Dynamické high		Vysokorychlostní nárazy				
<b>Zřetel na Dynamiku</b>	Viskoplastická odezva kovu				Zkoušky s konstantní zkušební rychlostí a zatěžující silou				Mechanická rezonance je důležitá		Šíření plastických vln		Šíření nárazových vln				
	Setrvačné síly jsou zanedbatelné								Setrvačné síly nejsou zanedbatelné								

Obr. 12 Rozdělení testovacích technik podle rychlosti deformace [14]

Na Obr.12 je znázorněn přehled technik a mechanických okolností pro široké spektrum rychlosti deformace. Rychlosti deformace lze rozdělit do dvou skupin, kdy  $\dot{\epsilon} < 5 s^{-1}$  a  $\dot{\epsilon} > 5 s^{-1}$ .

Pro případy, kdy je rychlost deformace malá, je působení setrvačných sil zanedbatelné a zároveň je udržena rovnováha. Oproti tomu v situacích, kdy je rychlost deformace velká, již nelze zanedbat působení setrvačných sil a s rostoucí rychlostí deformace bude šíření napětových vln intenzivnější. [14]

### 2.1.2.1 Dynamické vlastnosti

Náraz projektilu na cíl při vysoké rychlosti vyvolává v obou tělesech vysoký tlak a teplotu po velmi krátkou dobu – vysoká rychlost deformace, čímž je charakterizována impulzivní povaha této události. Lze tedy definovat pojem dynamické vlastnosti, kterými jsou mechanické a fyzikální vlastnosti tělesa, jenž jsou závislé na velikosti rychlosti deformace a zároveň na zpravidla velkých hodnotách tlaku a teploty. Do této kategorie spadají rychlosti deformace větší než  $10^2 s^{-1}$ . Za velkou hodnotu tlaku považujeme tlak vyšší než  $10 GPa$ . Teplotní změny uvažujeme, pokud jsou hodnoty teplot natolik velké, že způsobí znatelné změny pevnosti materiálu procesem tepelného změkčování.



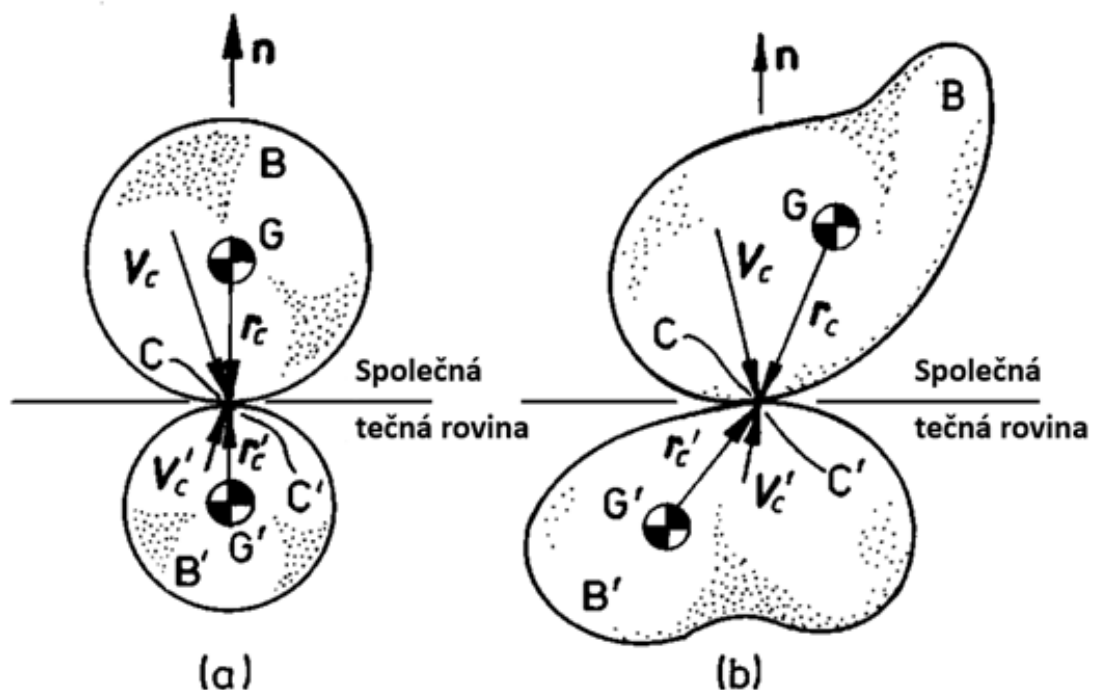
Tepelné hodnoty, které způsobují pokles pevnosti, jsou odlišné v závislosti na použitém materiálu, resp. závisí na teplotě tání daných materiálů. Obecně teplotu, při které dochází k tepelnému změkčování, chápeme jako poloviční teplotu tání daného materiálu. [15]

## 2.2 Dynamika dopadu

### 2.2.1 Srážka dvou těles

V situaci, kdy se k sobě dvě tělesa postupně přibližují, vzniká okamžik zvaný dopad (náraz, srážka), kdy se jediný – kontaktní bod  $C$  na povrchu prvního tělesa  $B$ , dostane do kontaktu s bodem  $C'$  na povrchu druhého tělesa  $B'$ . Tento okamžik se nazývá počáteční okamžik dopadu (nárazu, srážky), kdy  $t = 0$ . Dopad těles lze rozdělit do dvou základních konfigurací: [16]

- Kolineární konfigurace dopadu – Každé z kolidujících těles má těžiště v bodě  $G$  nebo  $G'$ , který leží na normále  $n$ , procházející bodem  $C$ .
- Excentrická konfigurace dopadu – Situace, kdy má alespoň jedno z těles své těžiště mimo normálu  $n$ , procházející bodem  $C$ .



Obr. 13 a) Kolineární konfigurace dopadu b) Excentrická konfigurace dopadu [16]

### 2.2.2 Penetrace

Penetrace je pojem, který označuje průnik nárazového tělesa do cílového objektu s jeho následným ukotvením uvnitř. V případě, kdy projektil (nárazové těleso) zcela pronikne skrz cílový objekt, hovoříme o tzv. perforaci. [16]

Proces penetrace zahrnuje čtyři fáze: [15]

- Přejídná fáze – Krátce trvající fáze, ke které dochází hned po nárazu. V projektilu i cílovém tělese se šíří nárazové napěťové vlny o vysokém tlaku a dochází k velkým deformacím čela projektilu. Vlny, které se šíří projektilem ještě nedosáhly zadního konce.
- Primární fáze – Odpovídá kvazistatickému stavu průniku. Elastické vlny, které se projektilem šíří, se již několikrát odrazily od jeho konce.
- Sekundární fáze – K této fázi dochází po úplné deformaci projektilu, nebo při ztrátě jeho veškeré kinetické energie.
- Fáze obnovy (zotavení) – Závěrečná fáze, která je dána zotavením cíle na konci penetračního procesu (zotavení lze chápat jako snahu cílového tělesa odrazit projektil díky své síle). V této fázi je hloubka průniku většinou zanedbatelná, a tudíž se často ignoruje.

#### 2.2.2.1 Penetrační mechanika

Penetrační mechanika označuje fyzikální procesy, které probíhají při průniku projektilu do cílového tělesa. Tato tělesa mohou být z různých materiálů, např. kovy, polymery, keramika, beton atd. Tyto materiály mají různé vlastnosti a konkrétní situace jsou tak řešeny zvlášť, nicméně reakce daných struktur je podobná.

Samotné projektily jsou rozděleny s ohledem na jejich penetrační režimy na projektily vystřelené z ručních střelných zbraní, průbojníky s kinetickou energií (známý jako průbojník s dlouhou tyčí), kumulativní nálože apod. Obecně budeme jednotlivé projektily či průbojníky označovat jako penetrátory a penetrační mechaniku, resp. její režimy, rozdělíme na tři základní skupiny: [15,17]

- Tuhé penetrátory – Jedná se o základní vědu, která stojí za celou penetrační mechanikou. Popisuje penetrační procesy tuhých penetrátorů, pronikajících do polonekonečných cílových těles a zabývá se jejich zpomalováním, k čemuž používá empirická data a numerické simulace. [15]
- Erodující penetrátory – Část penetrační mechaniky, zabývající se průbojníky s kinetickou energií a kumulativními náložemi, které dopadají na kovové cíle. Toto téma je důležité z hlediska konstrukce hlavic, pancířů a brnění. K zobrazení pevnostních charakteristik a limitací slouží numerická analýza. [15]
- Perforace desek – Perforace desek o konečné tloušťce tuhými projektily je předmět, jemuž se věnuje velké množství studií zaměřujících se na limitní balistickou rychlost, která je udělena kombinaci projektil/deska a zbytkové rychlosti projektilu po perforaci a jeho hmotnosti jakožto funkce nárazové rychlosti. [15]

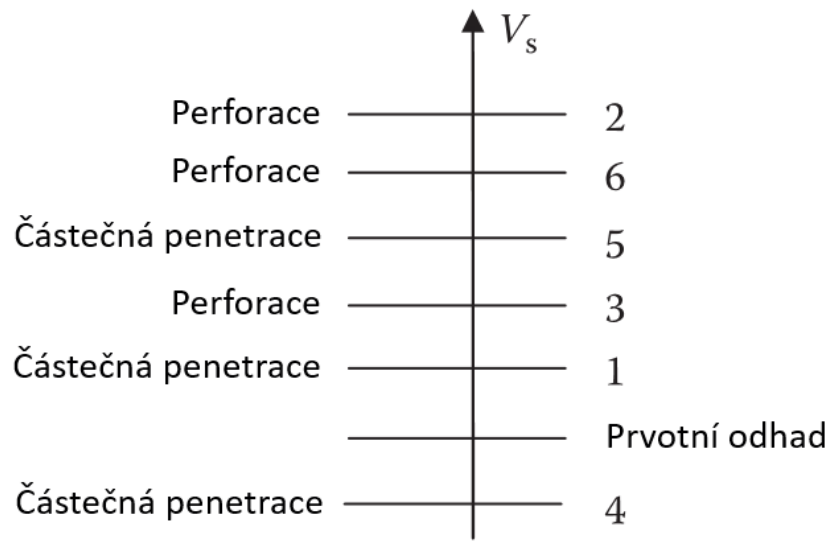
### 2.2.3 Terminální balistika

Terminální balistika je věda, která se zabývá interakcí a chováním projektilu a cílového tělesa v okamžiku zásahu cílového tělesa.

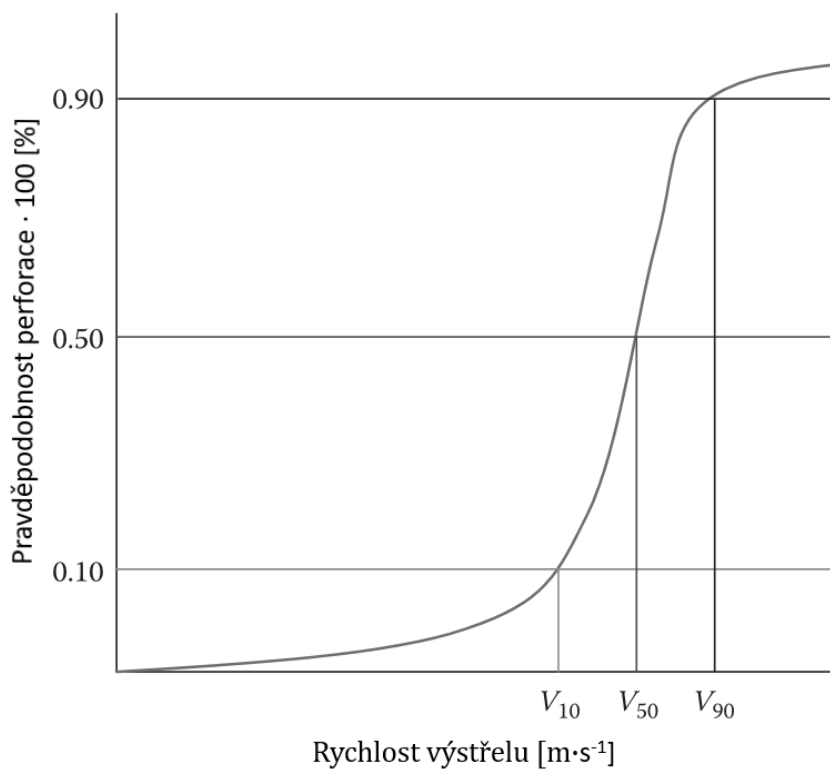
Z hlediska terminální balistiky a problematiky nárazu projektilu na desku, je nejdůležitější vlastností limitní balistická rychlost, která označuje práh rychlosti pro perforaci desky. [18]

#### 2.2.3.1 Limitní balistická rychlost

Kvůli nepřesnostem při měření rychlosti projektilu a nerovnoměrnosti vlastností daného materiálu je nutné provést více experimentálních měření. Podle expertů je nejvhodnější provést šest měření, kdy při třech měřeních dojde k perforaci desky projektilem a při dalších třech měřeních dojde k úplnému zastavení projektilu v cílovém tělese. Zavádíme tedy limitní balistickou rychlost, která značí průměrnou největší rychlost, při které nedojde k perforaci a zároveň nejmenší rychlost, při které k perforaci dojit může, tzn. rychlost, při které je 50 % šance na to, že dojde k perforaci – tuto rychlost označujeme  $V_{50}$  a pro každý materiál nabývá různých hodnot. Se zvyšující se rychlostí se pravděpodobnost perforace cíle zvyšuje. [18]



Obr. 14 Měření k určení limitní balistické rychlosti [18]



Obr. 15 Křivka pravděpodobnosti perforace cíle [18]

### 3 METODA KONEČNÝCH PRVKŮ

Metoda konečných prvků – FEM (finite element method) je numerickou metodou používanou k řešení parciálních diferenciálních rovnic, popisujících složité inženýrské problémy.

Zpočátku byla využívána především v oblasti stavební mechaniky a mechaniky tuhého tělesa k simulaci deformací a napětí, později však našla své využití na polích přestupu tepla, dynamiky tekutin a elektromagnetismu.

Hlavní výhodou FEM je snížení množství potřebných experimentů, které by byly jinak velmi časově nebo finančně náročné a prezentace výsledků analýzy v podobě sofistikovaných grafických zobrazení pomocí počítačových programů.

Zaměření na metodu konečných prvků se jako odpověď na nárůst její efektivity při řešení inženýrských problémů výrazně navýšilo a je jí tak v inženýrských oborech věnována stále větší pozornost. [7]

#### 3.1 Složky konečných prvků

##### 3.1.1 Uzly

Uzly jsou množinou oddělených bodů v modelu a nesou následující vlastnosti: [6]

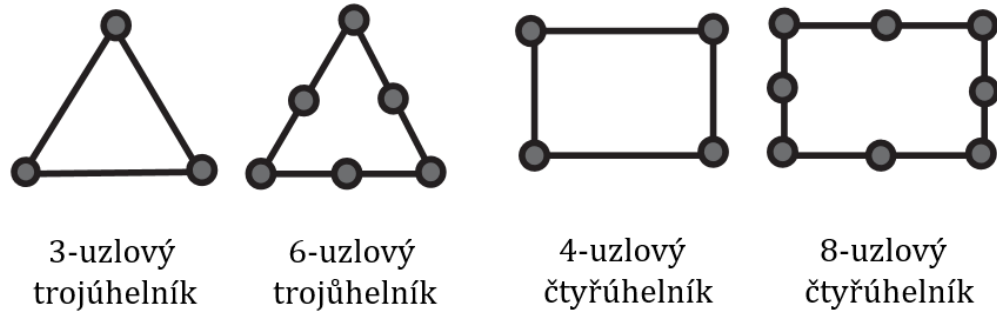
- Číslo uzlu – Každý uzel má své číslo, které slouží k jeho identifikaci. Uzly nemusí být číslovány v jejich pořadí.
- Souřadnice – Při analýze jsou každému uzlu v 3D modelu přiřazeny tři souřadnicové hodnoty  $(x,y,z)$  původního (nedeformovaného) systému. Ve 2D modelu jsou tyto hodnoty dvě (např.  $x,y$ ).
- Stupně volnosti – Z pohledu 3D modelu má každý uzel tři složky posunutí a tři složky rotace. Při komplexnější analýze je v některých případech potřeba uzlu přiřadit kromě posunutí a rotace např. teplotu a napětí.

##### 3.1.2 Elementy

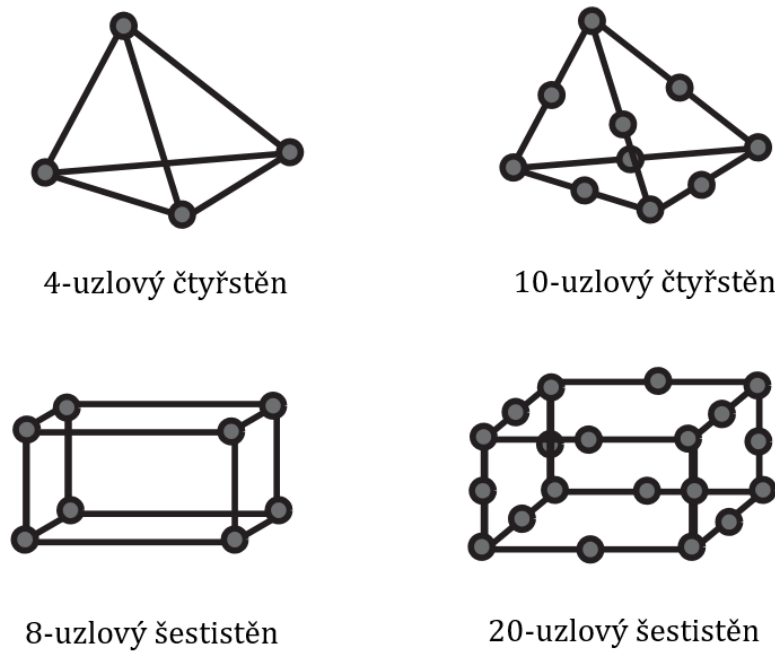
Elementy (prvky) jsou ohraničeny pomocí uzlů, čímž vytváří geometrické útvary, které slouží k rozdělení modelu na samostatné oblasti a jsou jim přiřazeny tyto vlastnosti: [6]

- Číslo elementu – Ke každému elementu je přiřazeno konkrétní číslo umožňující jeho identifikaci. Stejně jako u uzlů, číslování nemusí být zavedeno podle pořadí.

- Geometrie – Elementy (ať už 2D nebo 3D) mohou zaujímat různých geometrických útvarů. Na Obr. 16 a 17 jsou zobrazeny ty nejčastější.

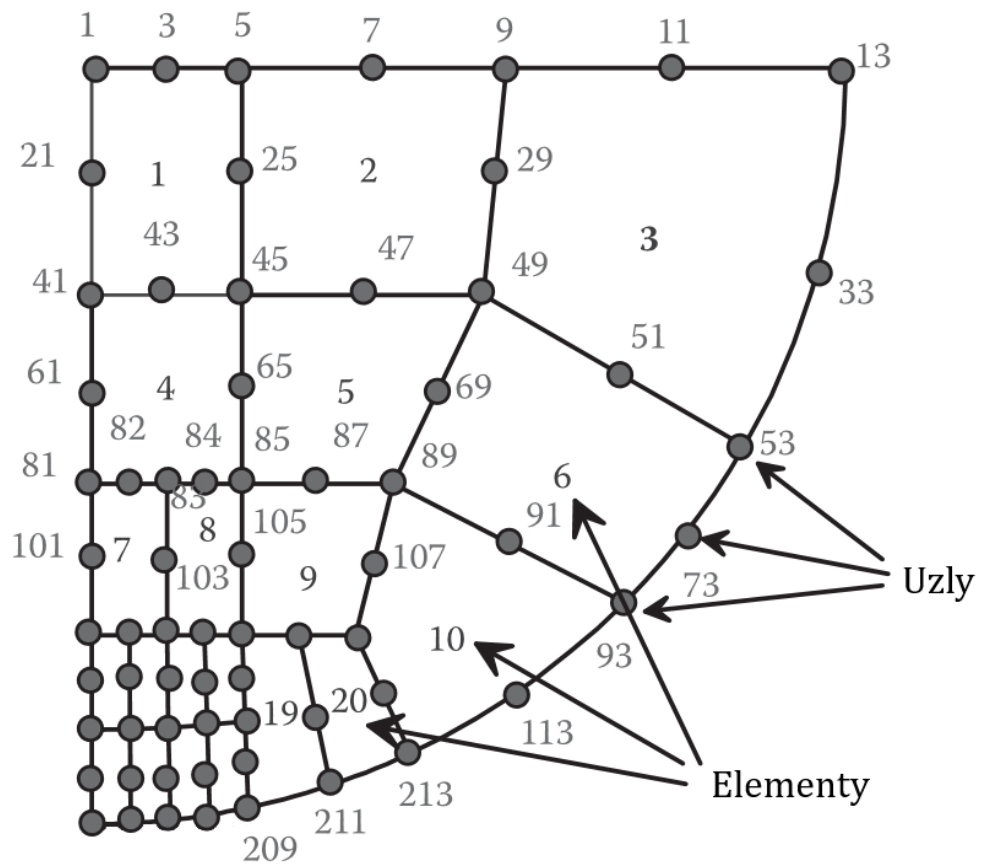


Obr. 16 Nejčastěji používané 2D elementy [6]



Obr. 17 Nejčastěji používané 3D elementy [6]

- Stěny – Strany elementu.
- Sadu uzlů připojených k elementu.



Obr. 18 Uzly a elementy v síti [6]

- Interpolační schéma.
- Integrační body – Slouží k určení napětí a deformace v každém bodě elementu.
- Vlastnosti materiálu a závislost mezi napětím a deformací – Každý element je obklopen materiálem celkového tělesa. Druh materiálu uvnitř každého elementu musí být specifikován spolu s jeho vlastnostmi (hmotnost, hustota, Youngův modul pružnosti, Poissonovo číslo atd.).

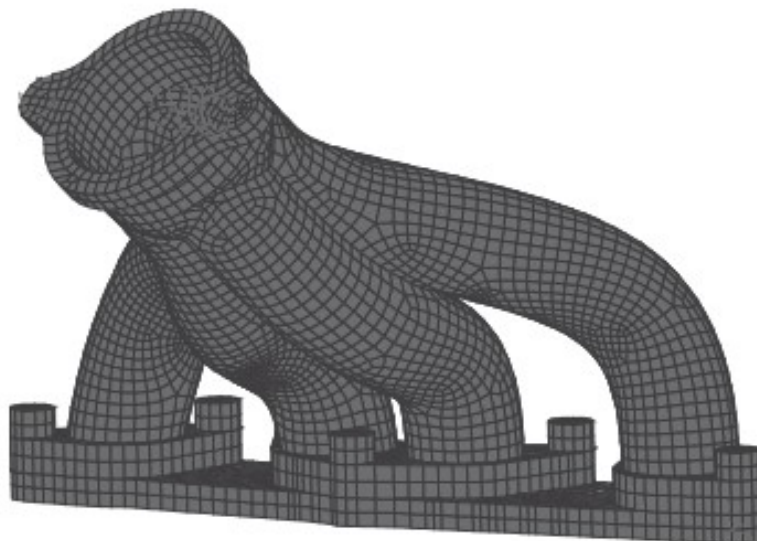
### 3.1.2.1 Speciální elementy

Při analýze modelů se speciální geometrií (konstrukce tvořená jedním nebo více nosníky, jednoduché vazníky, skořepiny a desky) by bylo generování 3D sítě neefektivní. Místo tvorby složité 3D sítě můžeme k analýze využít jednoduchosti geometrie těchto modelů. [6]

### 3.1.3 Síť konečných prvků

Síť je tvořena sadou elementů a uzlů. Slouží ke specifikování geometrie modelu a k popisu přesunutí uvnitř tělesa. Síť konečných prvků bývá zpravidla trojrozměrná, dvojrozměrná síť se využívá v případě jednoduchých způsobů deformace a rozlišujeme u ní tři hlavní druhy: [6]

- Síť rovinného napětí.
- Síť rovinné deformace.
- Osově symetrická síť.



Obr. 19 Síť konečných prvků [6]

## 3.2 FEM Analýza a postup

Při řešení dynamických příkladů řeší metoda konečných prvků pohybové rovnice kontinua. V podstatě se jedná o složitější verzi rovnice  $\sum F = m \cdot a$ . Při těchto případech je pohyb modelu (solidu) funkcí času.

Při řešení statických problémů řeší metoda konečných prvků rovnice rovnováhy  $\sum F = 0$ . V těchto případech není zapotřebí počítat změnu pohybu v závislosti na čase. Nicméně chování některých materiálů (např. elasto-plastických) závisí na historii předchozího zatížení, potom bude mít statický rovnovážný problém více než jedno řešení a je nutné počítat se změnou pohybu závislou na čase.

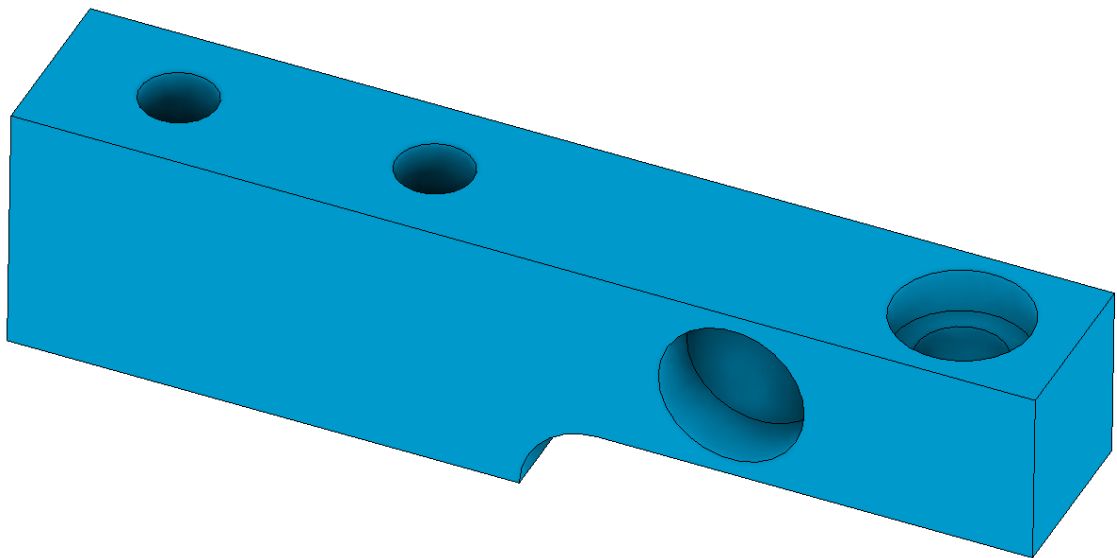


K sestavení FEM modelu a jeho analýze se využívají PC softwary – pre-procesory, výpočetní programy (řešiče) a post-procesory. Některé softwary však disponují kombinací těchto tří jindy samostatně používaných softwarů. [6,7]

### 3.2.1 Pre-processor

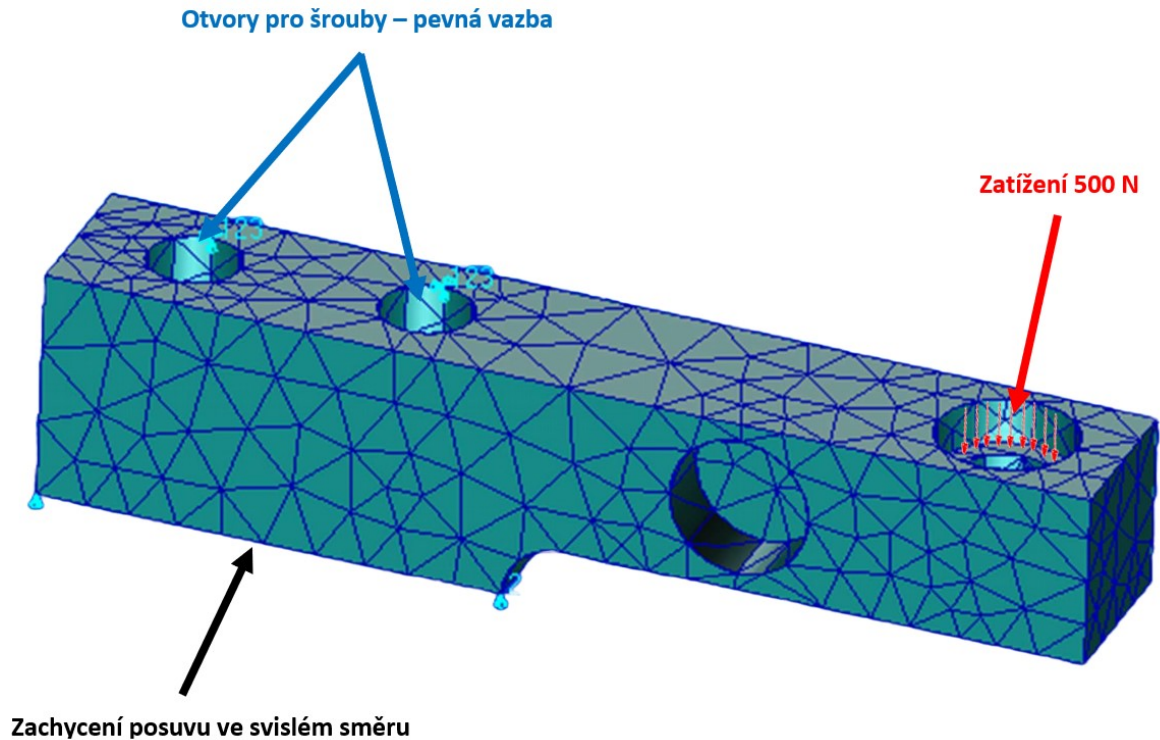
Pre-procesory (např. MSC Patran, ANSA) slouží ke tvorbě a zpracování vstupních dat, kterými jsou: [6]

- Geometrie modelu – Může být vytvořena přímo v preprocesoru nebo v CAD softwaru a z něj následně importována do preprocesoru.



Obr. 20 Geometrie modelu

- Materiálové vlastnosti.
- Typ elementu – V závislosti na problému 2D nebo 3D elementy.
- Tvorba sítě – Může být vygenerována automaticky v CAD softwaru.
- Okrajové podmínky – Posunutí, počáteční rychlost, kontakt, proudění tekutin a tepla, zatížení modelu.



Obr. 21 Zesíťovaný model s okrajovými podmínkami [19]

### 3.2.2 Řešič

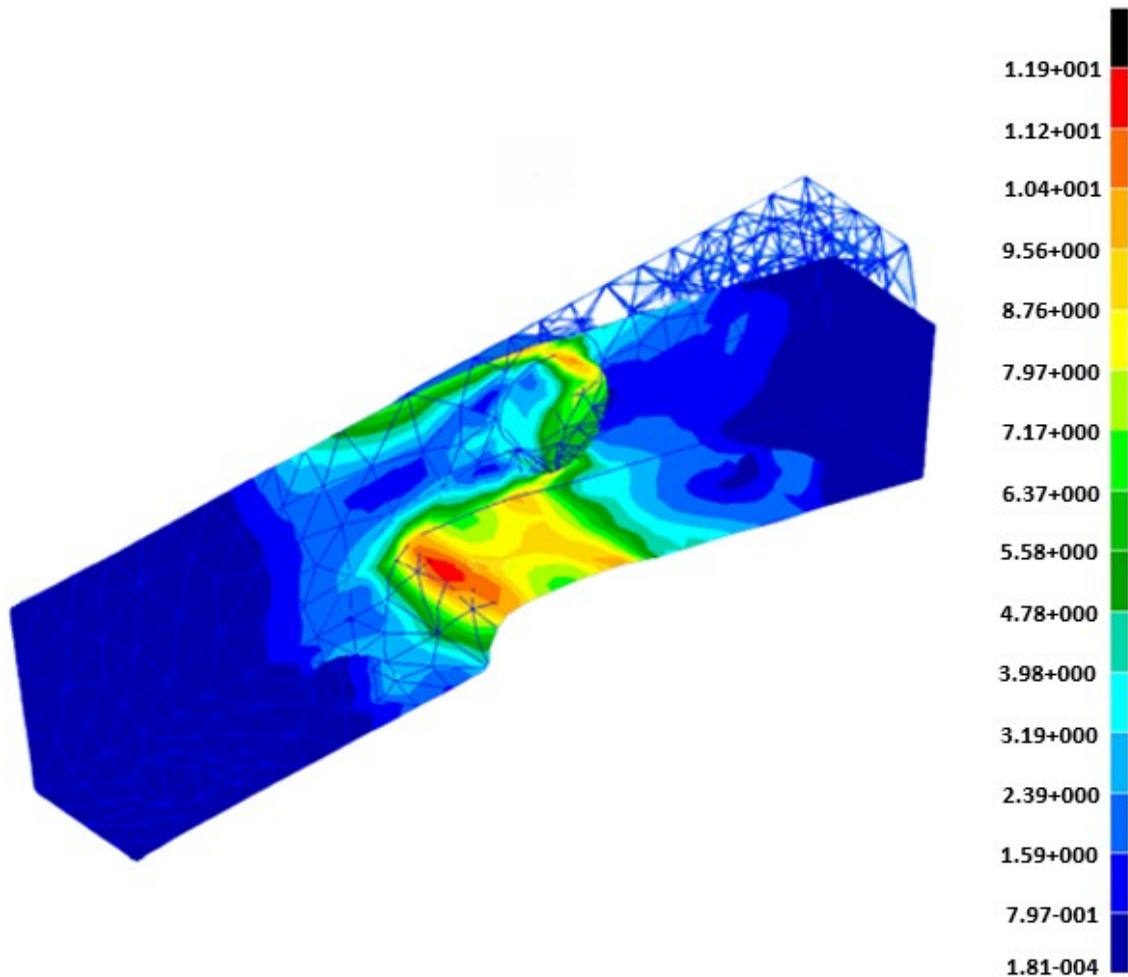
Po pre-procesingu přichází na řadu využití výpočetního program (solveru) – řešiče (např. LS-Dyna, MSC Nastran, MSC Marc, Adams, MSC Dytran – umožňuje řešení dynamických úloh), který přejímá data z pre-procesoru a zpracovává je matematicky – výpočet napětí, deformací apod. [6]

Řešiče používají implicitní nebo explicitní metodu. [20]

- Implicitní metoda – Využívá ji většina řešičů, jsou stabilní bez ohledu na velikost časového kroku.
- Explicitní metoda – Časový krok musí být menší než čas potřebný k překročení nejmenšího elementu sítě napětíovou vlnou. Časové kroky jsou přibližně 100 až 1000x menší, než kroky používané u implicitní metody.

### 3.2.3 Post-processor

Po úspěšném výpočtu se výstupní soubor (může jich být víc) vytvořený řešičem nahraje do post-processoru, kde jsou výsledky interpretovány graficky – zobrazení uzlových sil, napětí, deformací apod. [21]



Obr. 22 Výsledná deformace a hodnoty napětí na modelu [19]

## **II. PRAKTICKÁ ČÁST**

## 4 CÍL PRÁCE

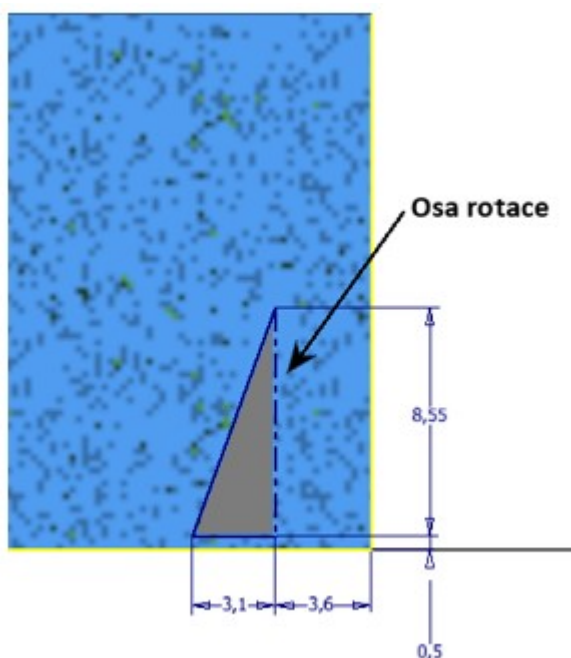
Cílem této bakalářské práce je zjišťování vlivu tvaru struktury na dynamické zatížení za pomocí metody konečných prvků - FEM. Dynamické zatížení je interpretováno jako náraz projektilu na strukturu z polymerního materiálu ASA (Akrylonitril-Styren-Akrylát) extrafill. Úkolem je porovnat vliv tvaru struktury, který se mění s různou polohou dopadů projektilu na pokles jeho kinetické energie (rychlosti).

## 5 TVORBA MODELŮ

### 5.1 Struktura

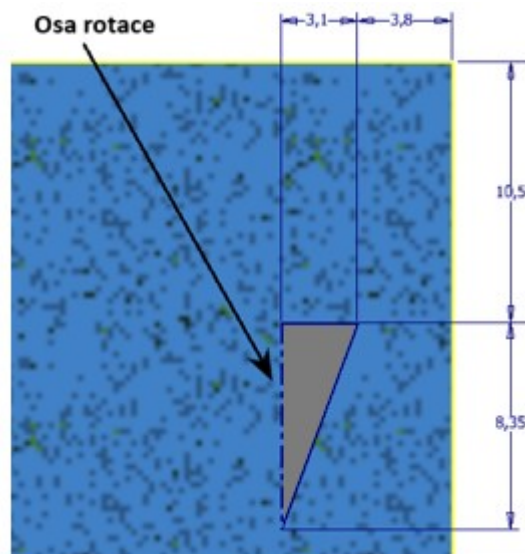
Geometrie struktury, ze které dále vychází tři dílčí modely (struktury), u kterých se zkoumá vliv jejich tvaru na dynamické zatížení, byl vymodelován v CAD programu Autodesk Inventor Professional.

Nejdříve byl vytvořen kvádr o základních rozměrech 80x80x40 a následně byla za použití příkazu *Rotace* uvnitř vyřezána kuželová dutina, která se následně pomocí příkazu *Obdelnikové pole* rozkopírovala ve směru osy  $x$  a  $y$  a vzniklo tak celkově 144 kuželových dutin s roztečí 6,61 mm.

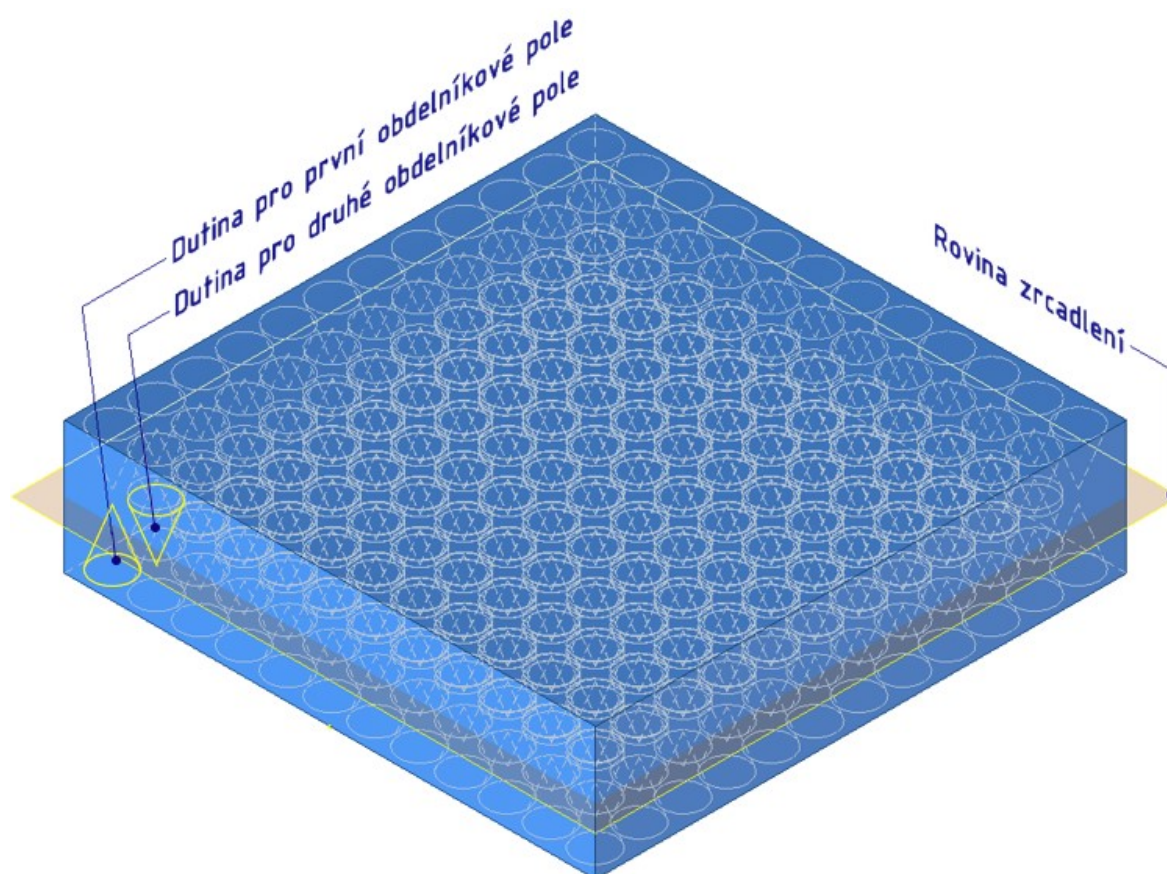


Obr. 23 Tvorba kuželové dutina

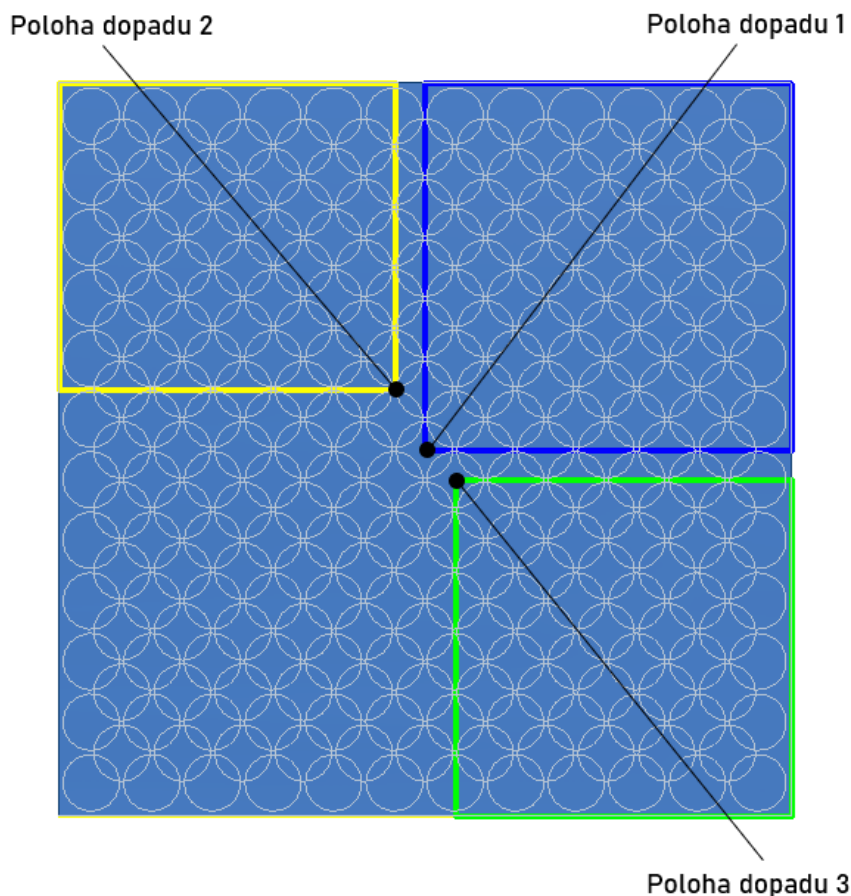
V dalším kroku byla vytvořena stejná kuželová dutina, která byla oproti původní otočena o  $180^\circ$  a umístěna uprostřed mezi čtyřmi původními dutinami. Stejně jako v předešlém případě následovalo její rozkopírování pomocí příkazu *Obdelnikové pole*, čímž vzniklo dalších 121 kuželových dutin. Nakonec byla obě *Obdelniková pole* ozrcadlena podle roviny  $xy$ , která byla ve směru osy  $z$  vysunuta o 10 mm a vznikl tak výchozí model, který byl dále použit pro práci s FEM (Obr. 25).



Obr. 24 Tvorba otočené kuželové dutiny



Obr. 25 Výchozí model pro práci s FEM



Obr. 26 Polohy dopadů projektilu a ohraničení dílčích struktur

### 5.1.1 Materiál

Zkoumaná struktura je vytvořena technologií 3D tisku. Použitý materiál je termoplastický ASA (Akrylonitril-Styren-Akrylát) extrafill. Jedná se o styrenový polymer, který byl vyvinut v roce 1960 a je považován za nástupce ABS (Akrylonitril-Butadien-Styren), se kterým sdílí podobné vlastnosti. ASA je ve své podstatě SAN (Styren-Akrylonitril), modifikovaný akrylátovým kaučukem, který zvyšuje rázovou houževnatost a oproti ABS má výrazně lepší odolnost vůči povětrnostním podmínkám a UV záření a zároveň je zachována barva, lesk i mechanická pevnost.

Díky těmto vlastnostem nachází ideální využití pro výrobu prvních funkčních vzorků před sériovou výrobou. Je určen pro prototypování výrobních nástrojů a významná je jeho aplikace především v oblasti 3D tisku (jeden z nejvhodnějších materiálů používaný ke zpracování touto technologií) a v automobilovém průmyslu, kde se používá k výrobě krytu dveří, pouzder zrcátek, spoilerů, mřížek radiátorů apod. Své uplatnění nachází taktéž ve stavebnictví a elektrických zařízeních, v potravinářství je jeho využití naopak nevhodné. [22,23]



Fyzikální vlastnosti	Hodnota
Hustota	1,07 g/cm <sup>3</sup>
Index toku taveniny	5 g/10 min
Tolerance Průměru	± 0,05 mm

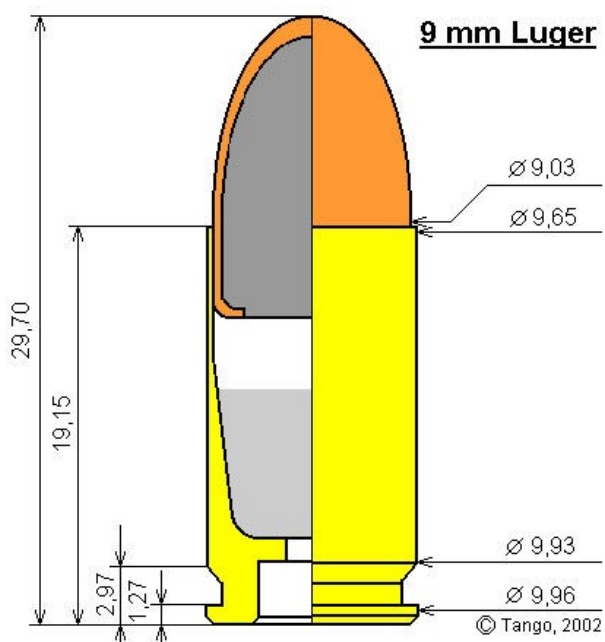
  

Mechanické vlastnosti	Hodnota
Pevnost v tahu	40 MPA
Prodloužení po přetržení	35 %
Modul pružnosti	1726 MPa
Pevnost v ohybu	62 MPa
Modul pevnosti v ohybu	1814 MPa
Rázová houževnatost	441 kJ/m <sup>2</sup>
Tvrdost podle Rockwella	92

Obr. 27 Základní vlastnosti materiálu [24]

## 5.2 Projektil

Struktura je vystavena dopadu projektilu NATO 9 mm, který je používán u zbrání jako např. Luger P.08, která je jednou z neznámějších pistolí na světě. Projektil byl stejně jako struktura vymodelován v programu Autodesk Inventor Professional, pomocí příkazu *Rotace*.



Obr. 28 Geometrie projektilu [25]

V tomto případě budeme z hlediska FEM analýzy využívat pouze model pláště střely.



Obr. 29 Model pláště střely

### 5.2.1 Materiál

Cílem této práce je zjišťovat vliv tvaru struktury na náraz projektilu – deformaci projektilu vůči ASA zanedbáváme, a proto mu byly přiřazeny vlastnosti absolutně tuhého tělesa, díky kterým se nebude deformovat.

## 6 POUŽITÝ SOFTWARE PRO FEM ANALÝZU

Pro FEM analýzu byly využity softwary od firmy MSC Software, konkrétně MSC Patran (pre/post-processor) a MSC Dytran (řešič).

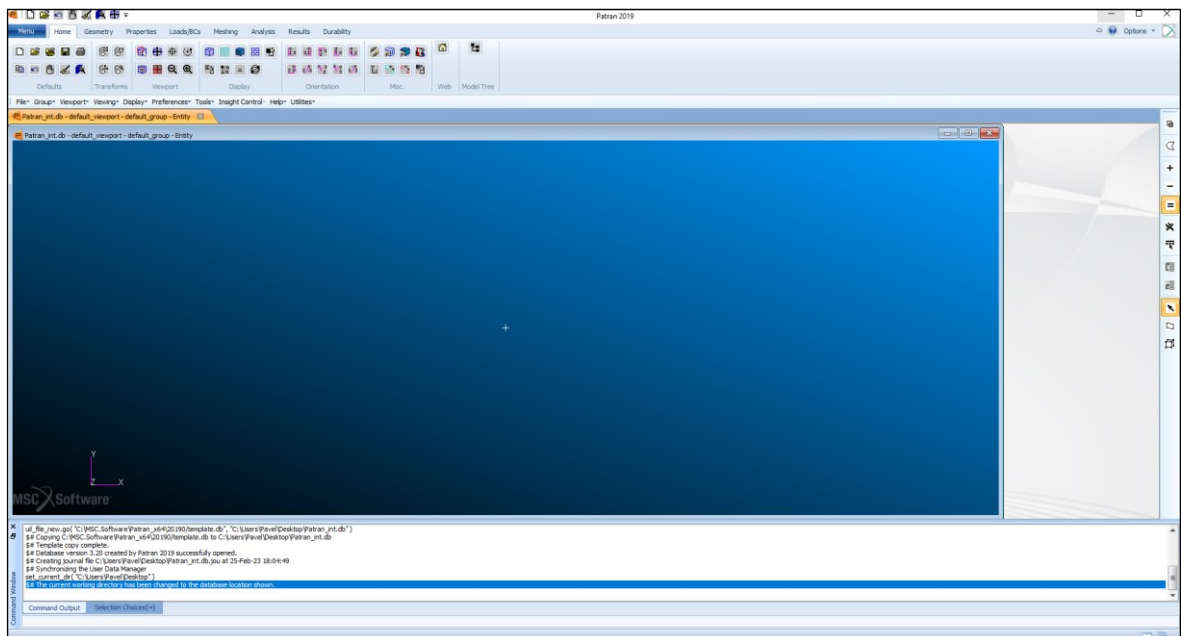
### 6.1 MSC Patran

Patran je jedním z nepoužívanějších pre/post-procesních softwarů používaný především v oblasti inženýrské mechaniky.

Program umožňuje tvorbu a úpravu geometrie, konečně prvkové sítě, okrajových podmínek, materiálových vlastností, nastavení analýzy a zobrazení výsledků. Tvorba složitější geometrie a konečně prvkové sítě může být někdy složitá nebo nevyhovující a lze tedy importovat buďto samotné geometrie vytvořené v CAD softwaru nebo již zesíťované modely.

Po dokončení práce v pre-processingu vytvoří Patran vstupní soubor pro řešič, který data zpracuje matematicky a vytvoří soubor s konečnými výsledky analýzy, který se následně nahraje zpět do oblasti post-processingu v Patranu, kde je možné tyto výsledky zobrazit.

Výhodou Patranu je jeho spolupráce s velkým množstvím konečně prvkových řešičů, jako jsou např. MSC Dytran, MSC Nastran, MSC Marc, LS-Dyna, Ansys apod. [19,26]



Obr. 30 Pracovní prostředí v MSC Patran

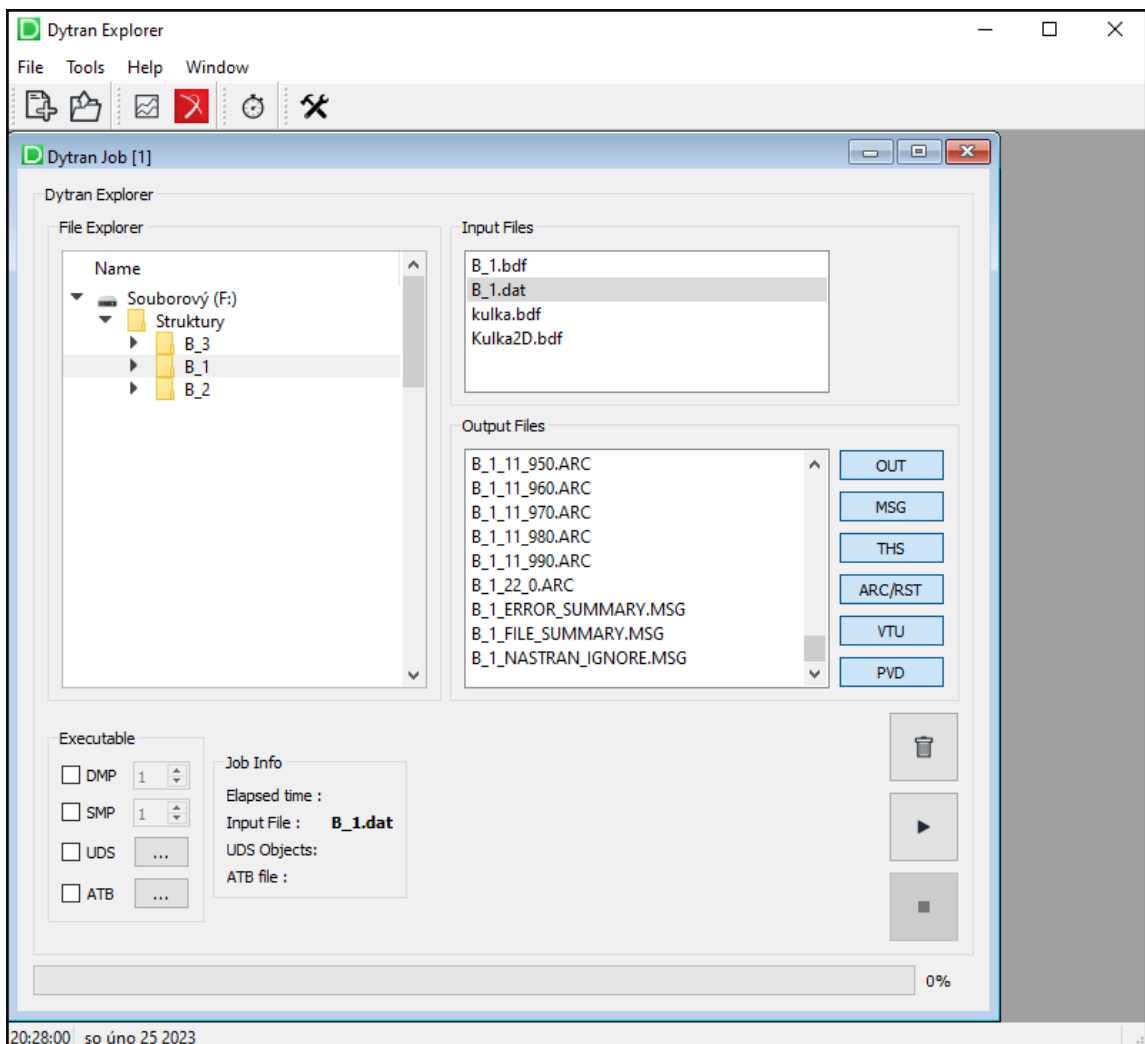
## 6.2 MSC Dytran

Dytran je explicitní řešič využívající časovou integraci a zahrnuje funkce, které simulují široké množství materiálů a geometrické nelinearity.

Je určený k analýze krátkodobých dynamických jevů zahrnujících velké deformace a vysoký stupeň nelineárního chování pevných těles i kapalin a interakce mezi nimi, např.: [27]

- Interakce mezi airbagem a osobou
- Tváření plechů
- Reakce struktur na vysokorychlostní nárazy (penetrace) a výbuchy
- Kolize lodí

Dytran nemá žádné grafické rozhraní, umožňuje pouze výběr souboru určeného k analýze (výstupní soubor z pre-processoru), u kterého proběhne matematické řešení.

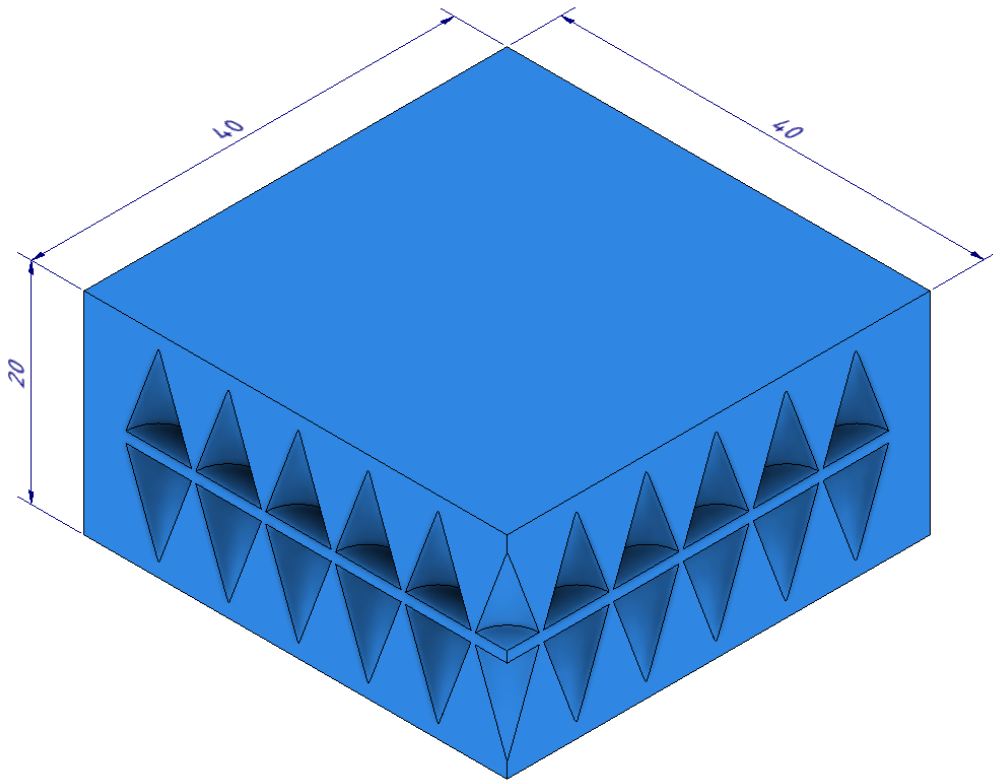


Obr. 31 Pracovní prostředí v MSC Dytran

## 7 METODIKA

### 7.1 Poloha dopadu 1

Dílčí model vyřezaný z výchozí struktury, který odpovídá poloze dopadu projektilu č.1 je znázorněn na Obr. 32

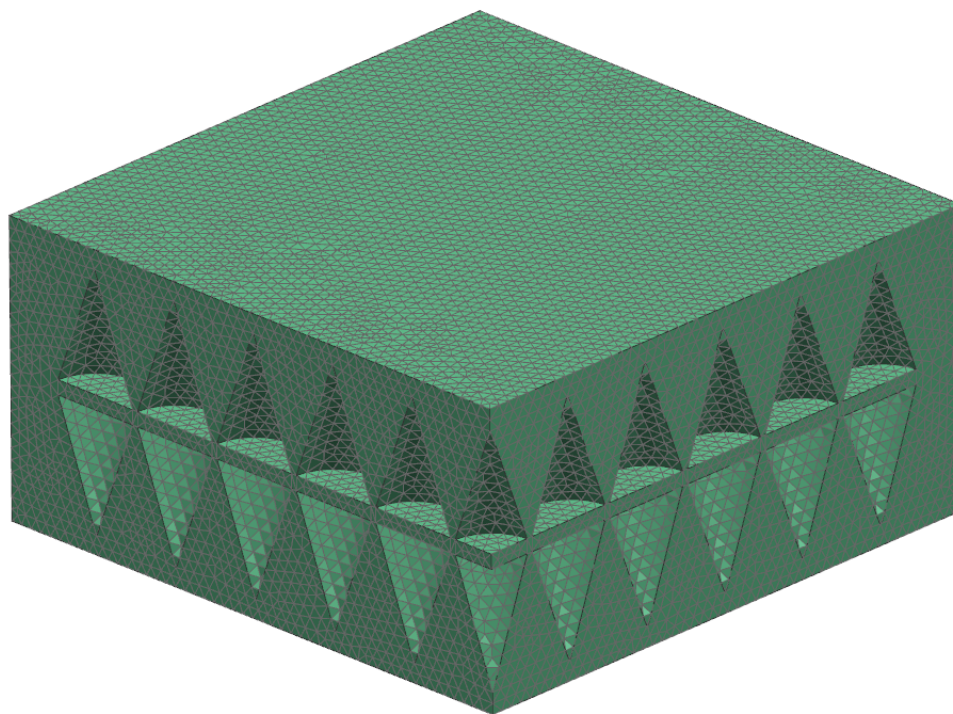


Obr. 32 Geometrie modelu struktury pro polohu dopadu č.1

#### 7.1.1 FEM modely

Po vyřezání modelu z výchozí struktury následovalo importování CAD modelu do programu NX od firmy Siemens, kde došlo k jeho zesíťování.

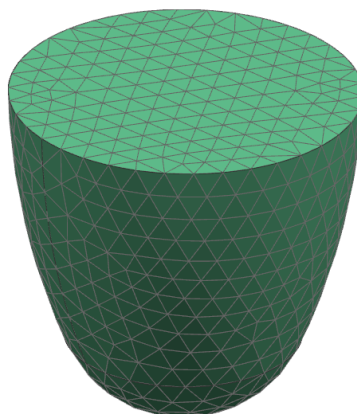
V pracovním prostředí programu NX je nutné přejít do oblasti *Pre/Post* v záložce *Application* na panelu *Simulation* a poté na panelu *Context* vytvořit *New FEM*. Na panelu *Mesh* následně vybereme *3D Tetrahedral* a jako objekt k zesíťování označíme model struktury, zvolíme typ a velikost elementů a nastavení potvrdíme. V tomto případě je typ elementů *CTETRA(4)* – 4-uzlový čtyřstěn. Velikost těchto elementů byla zvolena 0,8 mm s ohledem na požadovanou přesnost výsledků analýzy. Výsledný počet elementů struktury je 480 906, počet uzlů 100 953.



Obr. 33 FEM model struktury pro polohu dopadu č.1

Pro analýzu je nutné zesíťovat veškeré modely, které se na experimentu podílejí, a tudíž je potřeba vytvořit i FEM model projektilu.

Postup bude stejný jako při tvorbě FEM modelu struktury s tím rozdílem, že projektilu budou přiřazeny 2D elementy (typ elementů CTRIA3 – 3-uzlový trojúhelník, velikost elementů 0,8 mm), tzn., že budou zesíťovány pouze vnější plochy projektilu, nikoli jeho vnitřní část a to z toho důvodu, že projektil nese vlastnosti absolutně tuhého tělesa a je tedy zbytečné zesíťovat jej po celém svém objemu. Toto nastavení umožňuje zkrácení doby řešení analýzy, a to bez jakéhokoli vlivu na přesnost výsledků. Počet elementů je 1 169, počet uzlů 586.



Obr. 34 FEM model projektilu

Oba zesíťované modely exportujeme jako simulaci s koncovkou .bdf, čímž obdržíme soubor, který je možné nahrát do programu MSC Patran, ve kterém, již se zesíťovanými modely, lze dále pracovat – přiřazení okrajových podmínek, materiálových vlastností apod.

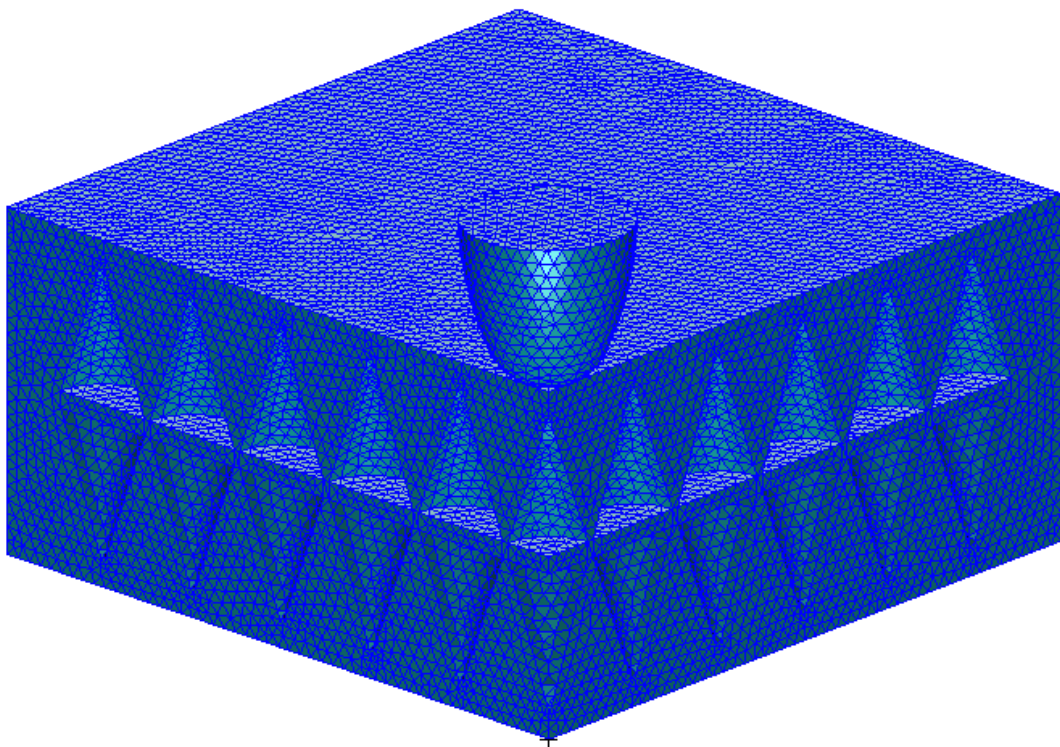
### 7.1.2 Nová databáze a nastavení

Prvním krokem pro práci s FEM modely v MSC Patran je založení databáze a poté výběr vhodného řešiče (v tomto případě MSC Dytran) v panelu *Preferences – Analysis*.

### 7.1.3 Příprava geometrie

Jelikož všechny elementy i uzly mají své vlastní číslo, je nutné provést jejich přečíslování, resp. změnu počátečního čísla, od kterého číslování začíná. Tento krok je potřeba provést kvůli tomu, že do jedné databáze importujeme dva modely, kdy u obou těchto modelů začíná číslování od jedničky a při pokusu importovat druhý model (nezáleží na tom, který z modelů je importován jako první) by program elementy prvně importovaného modelu nahradil elementy z druhého modelu, nesoucích stejné číslo.

Z hlediska polohy modelů je zapotřebí je uspořádat tak, aby jejich umístění odpovídalo počátečnímu kroku simulace – projektil je umístěn ve vzdálenosti 10 mm nad horní plochou struktury a jeho osa je přímým pokračováním hrany struktury ve směru osy z.



Obr. 35 Uspořádání geometrie

#### 7.1.4 Vlastnosti

Po přípravě geometrie a jejího uspořádání přichází na řadu přidělení materiálu a tvorbě vlastností struktury a projektilu.

K vytvoření nového materiálu slouží panel *Properties*, ve kterém vybereme druh materiálu – v tomto případě izotropický v okně *Isotropic*.

Materiál struktury je tvořen jako elasto-plastický konstituivní modelem *ElasPlas (DYMAT24)* s těmito vlastnostmi:

- Hustota:  $1\,070\text{ kg/m}^3$
- Modul pružnosti:  $1\,726 \cdot 10^9\text{ Pa}$
- Poissonova konstanta: 0,33
- Mez kluzu:  $40 \cdot 10^6\text{ Pa}$
- Maximální plastická deformace: 2

(Maximální plastická deformace v tomto případě udává násobek překročení hodnoty plastické deformace materiálu, kdy dojde k vymizení elementů, které těchto hodnot dosahují).

Projektil má vlastnosti absolutně tuhého tělesa, a tudíž byl vytvořen model *Rigid (MATRIG)*. Absolutně tuhým tělesům je potřeba zadat jejich hmotnost – hmotnost použitého projektilu je 7,5 g (0,0075 kg).

Po vytvoření materiálů je nutné vytvořit vlastnosti struktury a projektilu, aby jim mohly být materiály přiřazeny. Tvorba vlastností se taktéž nachází na panelu *Properties*.

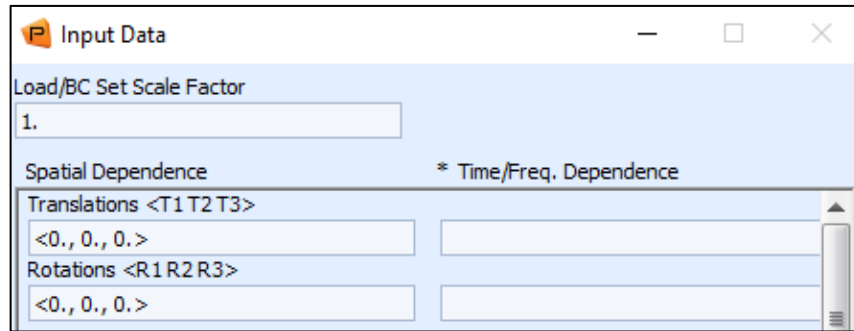
Při přiřazování materiálu absolutně tuhému tělesu je nutné zadat i jeho tloušťku – *Thickness*, která však výsledky neovlivní, jelikož nedochází k deformaci projektilu.

#### 7.1.5 Okrajové podmínky

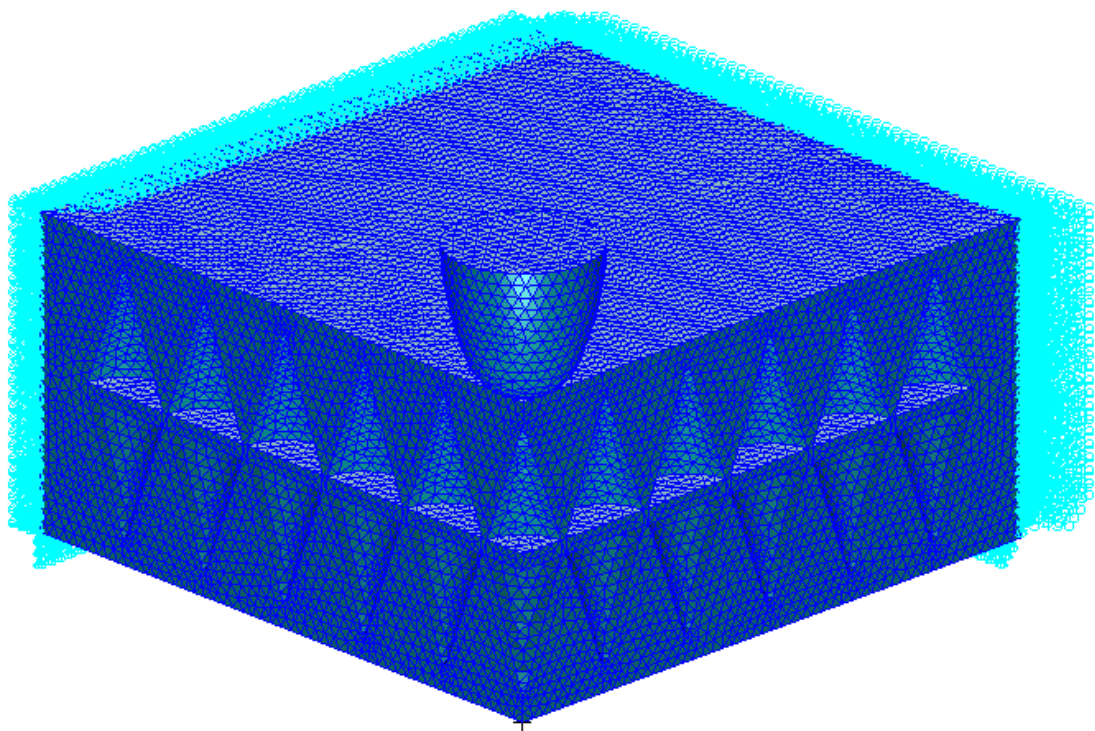
Dalším krokem je nastavení okrajových podmínek.

Zadním stranám struktury byly odebrány veškeré stupně volnosti. Ke tvorbě jakéhokoli upevnění slouží panel tvorby okrajových podmínek *Load/BCs*, ve kterém následně vybereme *Displacement* a v oblasti pohybu a rotace zadáme nulové hodnoty ve všech směrech.



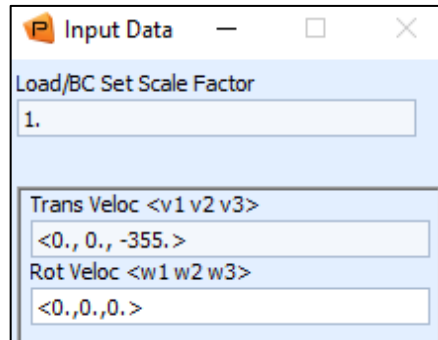


Obr. 36 Odebrání stupňů volnosti hranám struktury

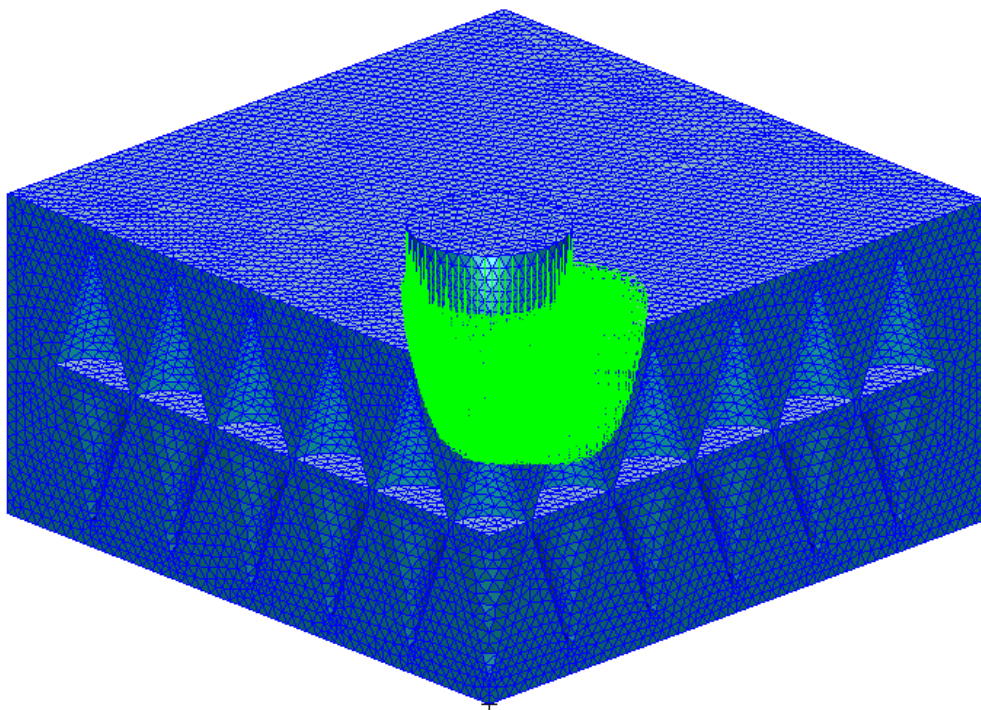


Obr. 37 Grafické znázornění upevnění struktury

Projektilu byla přiřazena počáteční rychlost o hodnotě  $355 \text{ m/s}$  v záporném směru osy  $z$  a zamezena rotace ve všech směrech Možnost přiřadit počáteční rychlost objektu – *Initial Velocity* se opět nachází na panelu *Load/BCs*.



Obr. 38 Zadání počáteční rychlosti

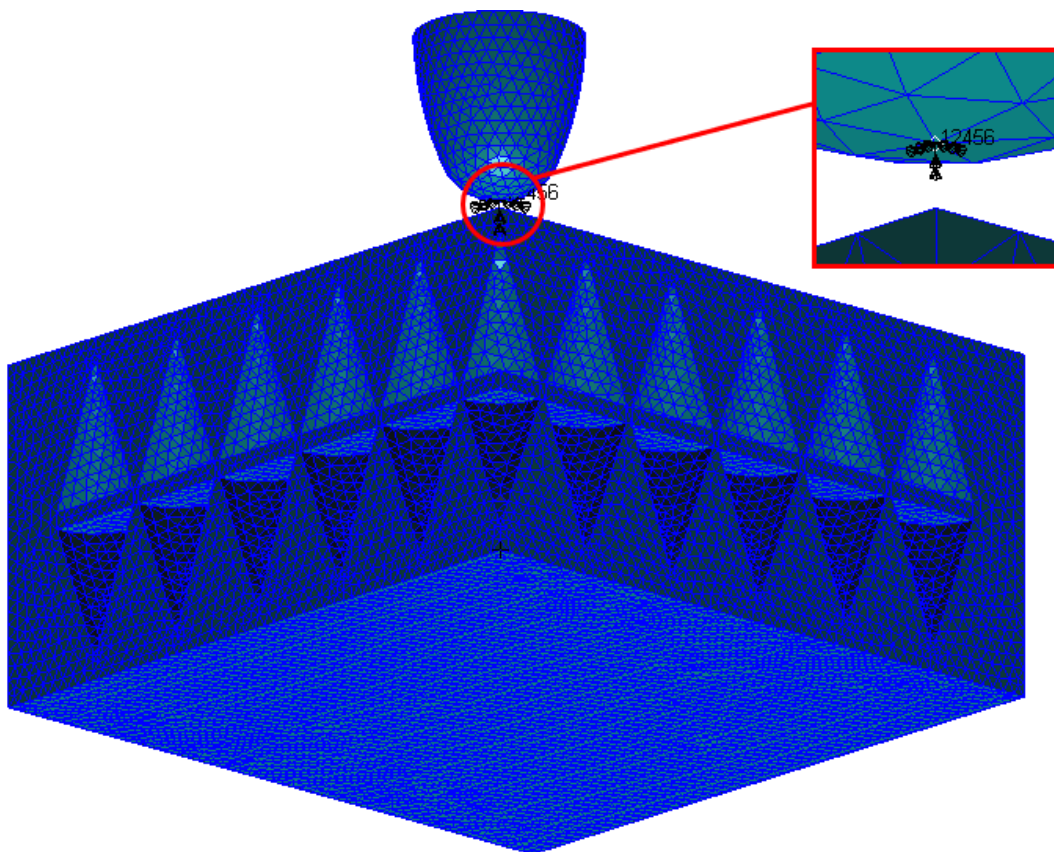


Obr. 39 Grafické znázornění počáteční rychlosti projektilu

Projektilu kromě počáteční rychlosti přiřadíme další vlastnost, tzv. *Rigid Body Object*, která se přiřazuje absolutně tuhým tělesům, které se dostávají do kontaktu s jinými tělesy, u nichž se zároveň vyžaduje odebrání některých stupňů volnosti – v tomto případě pět (konkrétně zabránění rotace projektilu ve všech směrech a posunutí ve směru osy  $x$  a  $y$ ), což by při použití klasické funkce *Displacement* u těles s přiřazenou počáteční rychlostí nebylo možné provést.

*Rigid Body Object* se stejně jako předchozí okrajové podmínky nachází na panelu *Load/BCs*.

Funkce se přiřazuje pouze na jedno místo projektilu (jednoho uzlu). Uzel, kterému bude tato vlastnost přiřazena je možné zvolit jako kterýkoli uzel, jenž se na projektilu nachází, nicméně je mnohem vhodnější zvolit ten, který se kontaktu účastní jako první (pokud takových uzlů není hned několik).



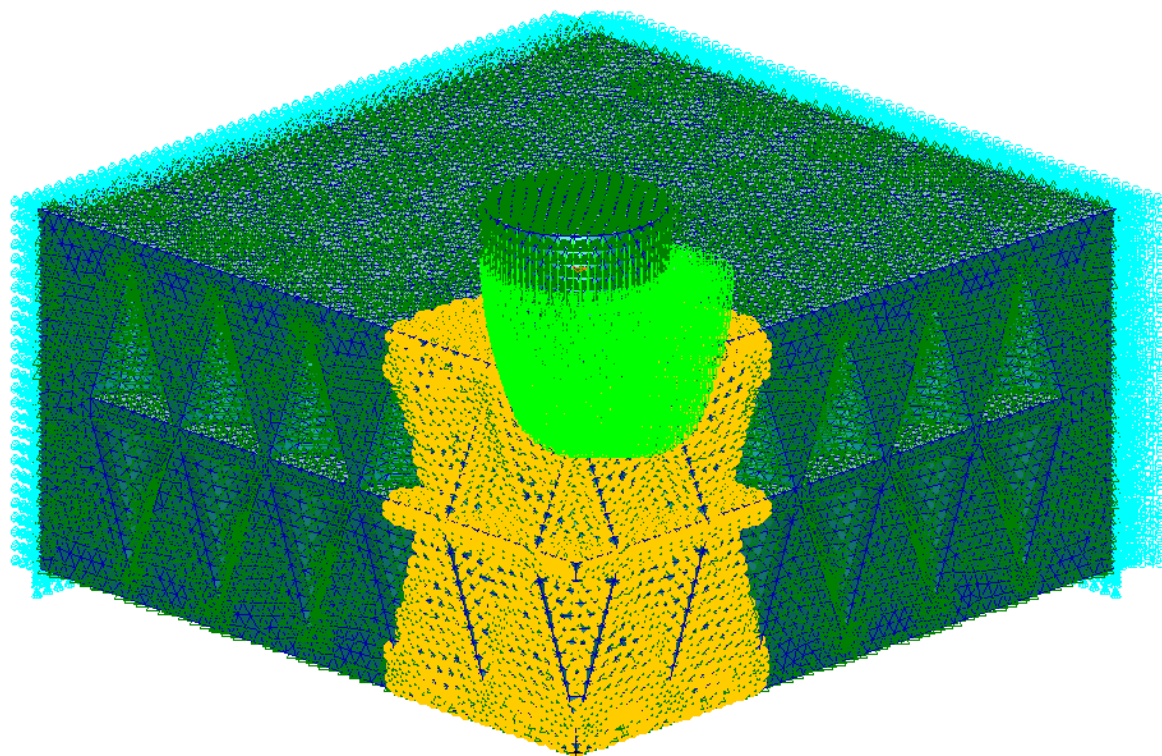
Obr. 40 Grafické znázornění Rigid Body Object

Jako poslední okrajová podmínka byl nastaven kontakt – *Contact*.

Zvolený druh kontaktu pro interakci mezi strukturou a projektilem je *Adaptive Master-Slave Surface*, který se využívá u dějů, při kterých dochází k penetraci či perforaci.

Kontakt mezi projektilem a strukturou byl zhotoven na základě jim dříve přiřazených vlastností. Jako strana kontaktu byl vybrán *Top*, jelikož ke kontaktu dochází na vnějších stranách. Jako *Master* (narázející těleso) vybrán projektil a jako *Slave* (těleso vystavené nárazu) struktura. Takto vytvořený kontakt je graficky znázorněn zelenými šipkami.

Bylo nutné taktéž nastavit kontakt mezi jednotlivými elementy struktury, které se při její deformaci budou „opírat“ mezi sebou. K tomu slouží funkce *Contact* typu *Adaptive Self Contact*. Takto vytvořený kontakt je graficky znázorněn žlutými šipkami.



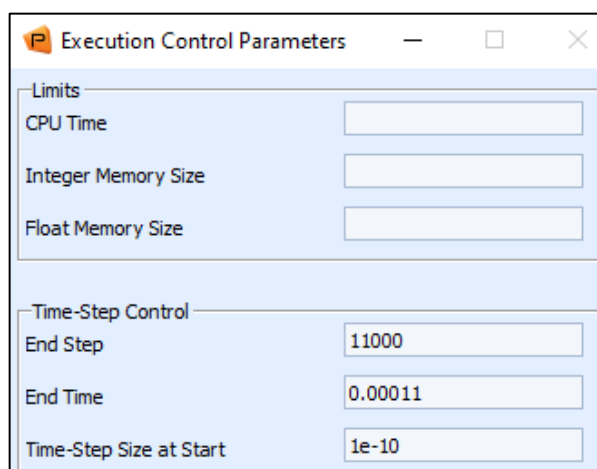
Obr. 41 Grafické znázornění všech okrajových podmínek

### 7.1.6 Analýza

K vytvoření analýzy slouží funkce *Analyze* v panelu *Analysis*, kde nastavíme jednotlivé parametry.

Záložka *Execution Controls* obsahuje dialog *Execution Control Parametres*, ve kterém nastavíme konečný krok a čas, při kterém dojde k ukončení výpočtu a dobu trvání mezi kroky na začátku výpočtu.

Po několika pokusech byly jako ideální hodnoty pro tyto tři parametry zvoleny následovně: *End Step*: 11 000, *End Time*: 0,00011, *Time-Step Size at Start*: 1e-10



Obr. 42 Časové nastavení analýzy

V záložce *Output Requests* je uložen další dialog, kde jako *File Type* vybereme *Archive*, což je výstupní soubor vytvořený řešičem (MSC Dytran), který je následně vložen zpět do Patranu. V *Result Type* byl zvolen *Element Output* (umožňuje zobrazení výsledků napětí, deformací, plasticity, tlaku apod.) a *Grid Point Output* (umožňuje zobrazení rychlosti, zrychlení, reakční síly apod).

Způsob záznamu výsledků byl vybrán po 10 krocích jako *Steps for Output – Sampling Rate* s počtem uložení pro jeden soubor 10 000.

Po dokončení tvorby výstupu a výsledků analýzy stačí nastavení potvrdit tlačítkem *Apply*. Program nás vrátí zpět k původnímu oknu *Analysis*, kde zvolíme metodu *Translate*. Potvrdíme kliknutím na tlačítko *Apply* a tím dojde k vytvoření vstupního souboru pro řešič (soubor s koncovkou *.dat*).

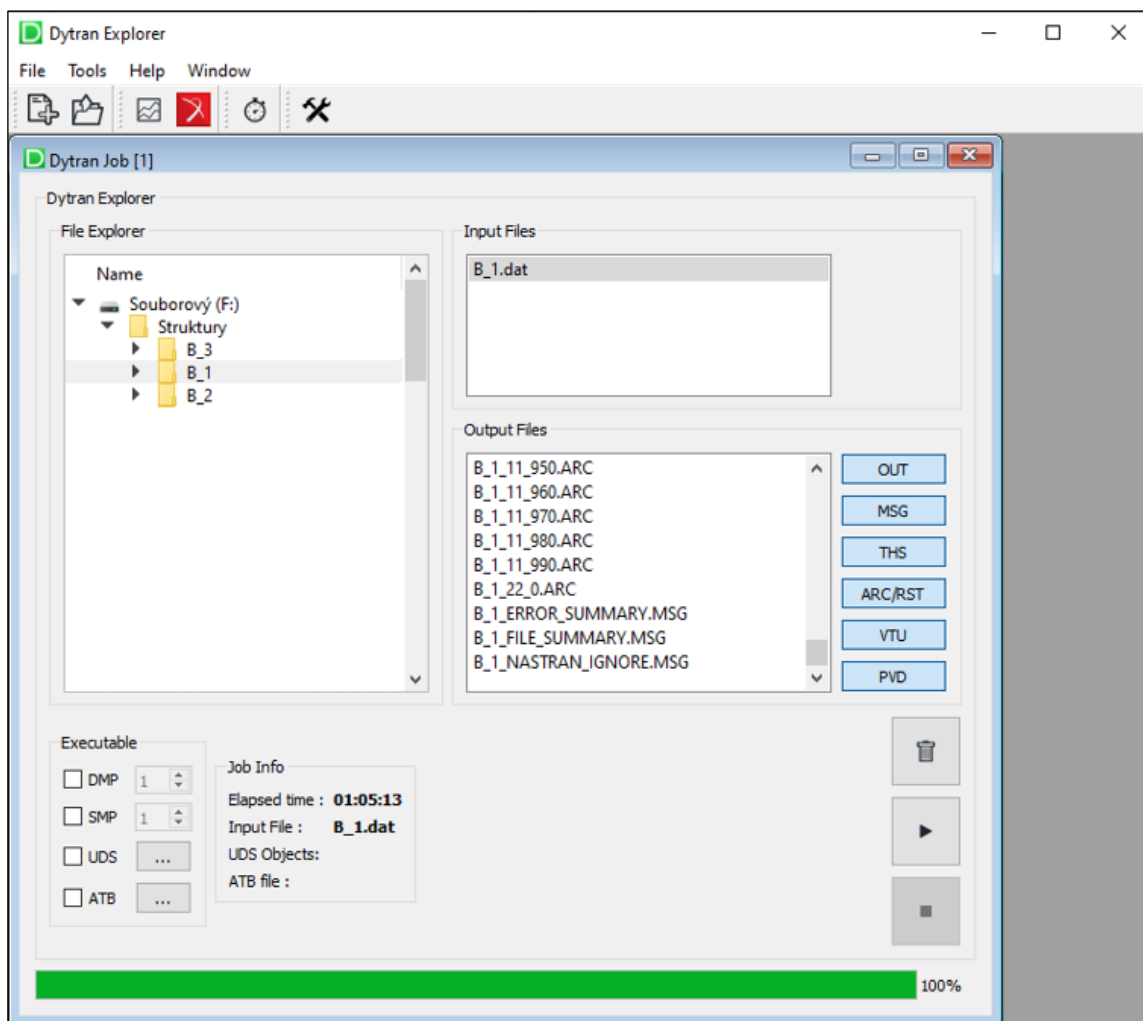
Tento soubor otevřeme v poznámkovém bloku a připišeme parametr *PARAM, FAILOUT, NO* (parametr lze přidat do outputu přímo v Patranu), který umožní správné vymizení elementů, přesahující 200 % hodnoty plastické deformace.

```
$----- Parameter Section -----  
PARAM, CONTACT, THICK, 0.0  
PARAM, FAILOUT, NO  
PARAM, INISTEP, 1e-10  
$----- BULK DATA SECTION -----
```

Obr. 43 Přidání parametru

### 7.1.7 Řešení

Pro řešení (výpočet) analýzy slouží MSC Dytran, ve kterém vybereme výstupní soubor Patranu s koncovkou *.dat* a následně zahájíme řešení.



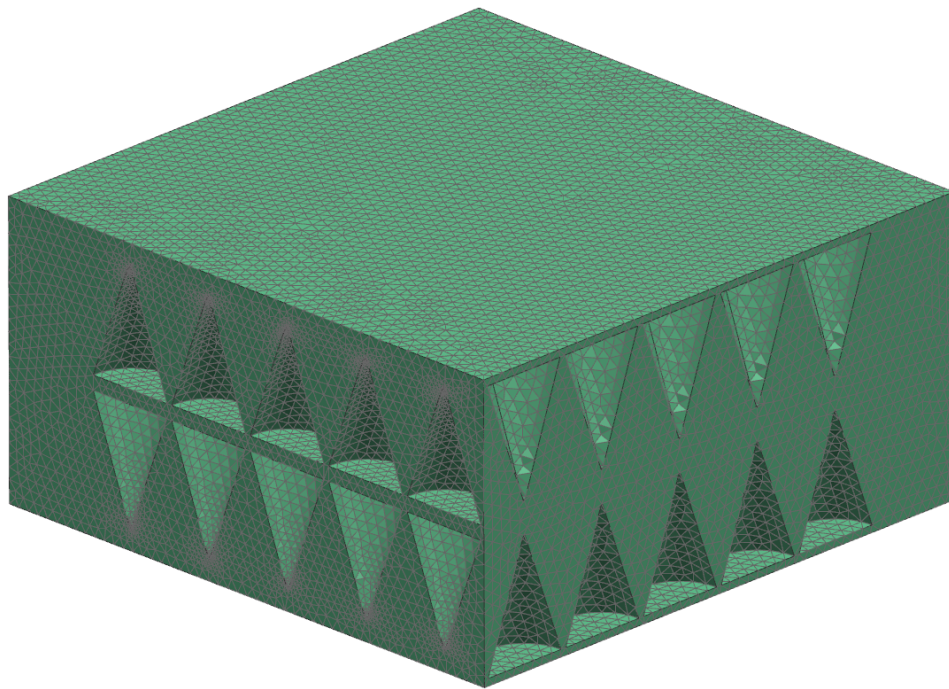
Obr. 44 Výsledky řešení

Výpočet trval 65 minut. Tato doba je ovlivněna především počtem elementů (a uzlů), jejich geometrií, složitostí sítě a také např. přidáním kontaktu nebo pohybu jakéhokoli tělesa, které délku výpočtu výrazně prodlouží. Velikost, a tudíž i počet elementů (a uzlů) ovlivňuje hlavně přesnost výsledků a je vhodné volit nejdříve větší elementy a ty postupně zmenšovat, dokud nedocílíme optimálních výsledků.

Výsledkem výpočtu jsou tzv. archivové soubory s koncovkou .ARC. Každý jeden soubor obsahuje jeden krok analýzy a umožňuje zobrazení všech výsledků, které byly při tvorbě analýzy vybrány. Všechny tyto soubory se nahrají do Patranu, kde je možné výsledky jednotlivých kroků prohlížet.

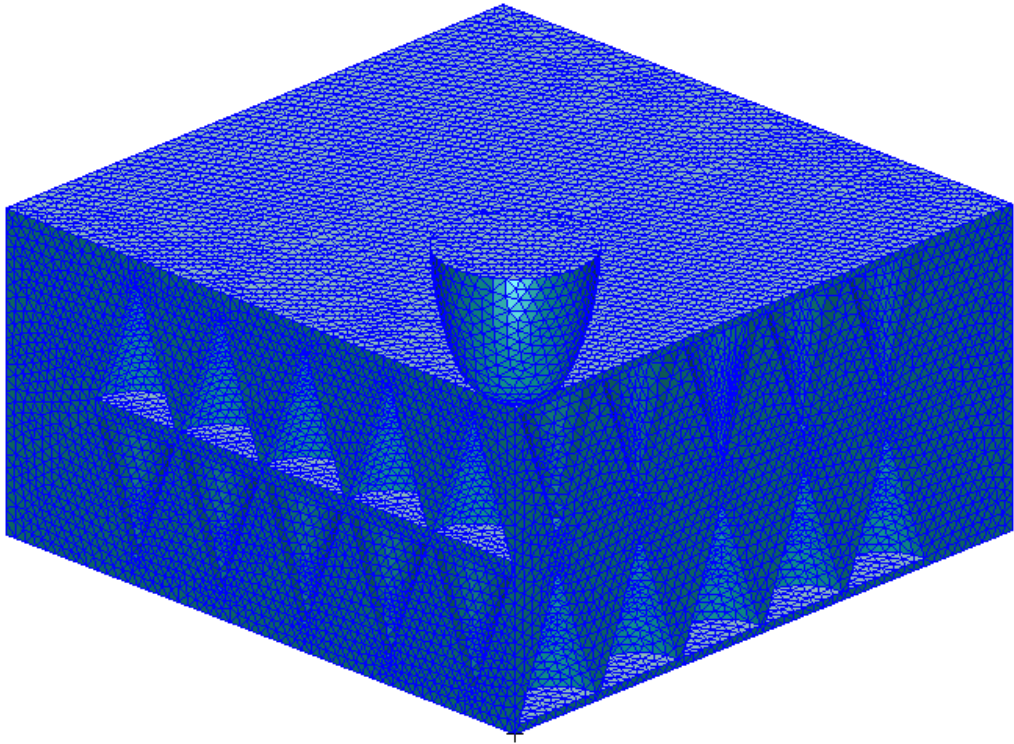
## 7.2 Poloha dopadu 2

Z výchozí struktury byla opět vyřezána dílčí struktura odpovídající dané poloze dopadu projektilu. Model projektilu se nemění. Druh a velikost elementů se od předešlého modelu také neliší. Počet elementů je 542 442, počet uzlů 107 978.



Obr. 45 FEM model struktury pro polohu dopadu č.2

Následovalo importování modelu struktury a projektilu do Patranu, kde opět prvně proběhlo přechíslování elementů a uspořádání modelů, které odpovídá počátečnímu kroku simulace.



Obr. 46 Uspořádání geometrie

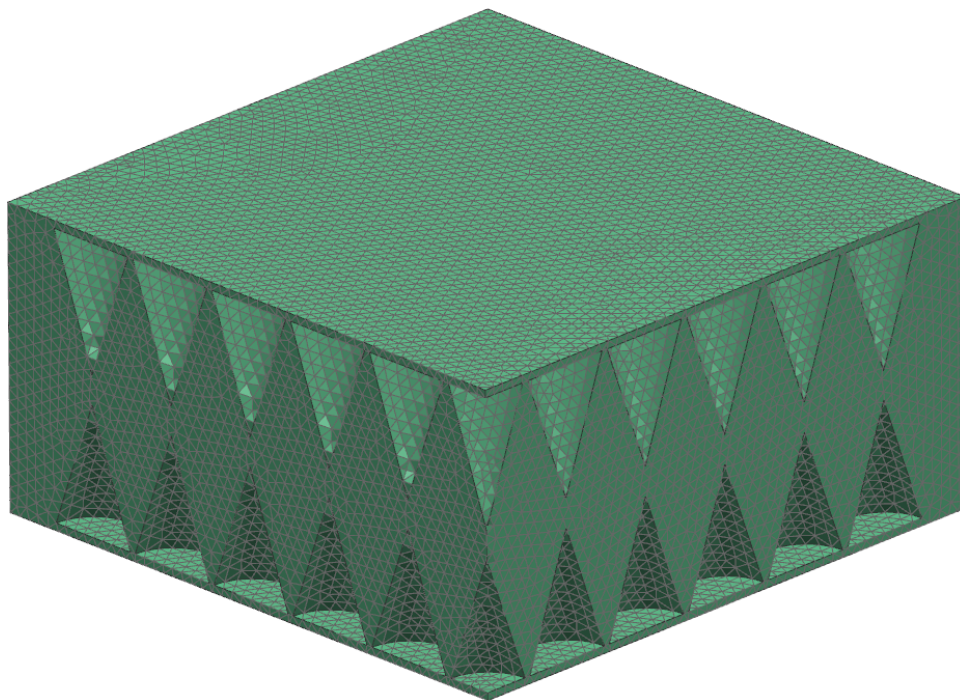
Zbývalo vytvořit okrajové podmínky a analýzu, čímž vznikl vstupní soubor pro řešič, který se opět upravil přidáním parametru *PARAM, FAILOUT, NO* a následně proběhlo jeho řešení v Dytranu.

Doba výpočtu byla 84 minut a oproti předešlé struktuře se tedy liší, což je způsobeno počtem elementů, uzlů, rozdílnou složitostí výpočtu apod. (dobu trvání výpočtu ovlivňuje především výkon počítače).

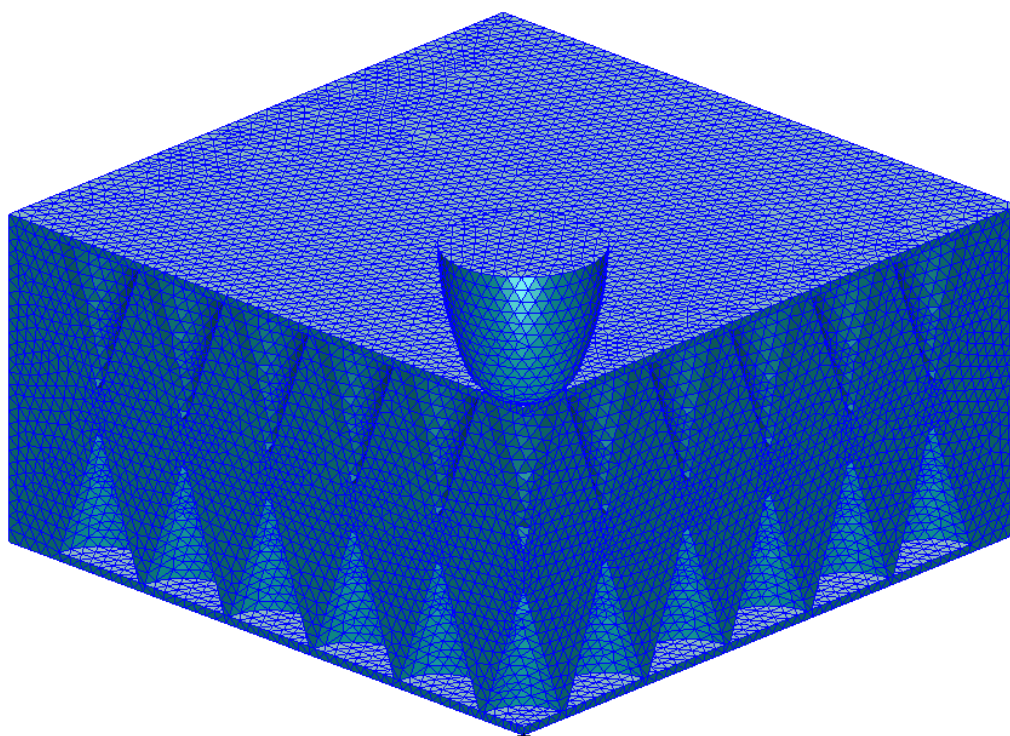


### 7.3 Poloha dopadu 3

V případě polohy dopadu č.3 zůstal postup stejný jako u těch předešlých. Doba výpočtu byla 52 minut. Počet elementů je 510 106, počet uzlů 103 181.



Obr. 47 FEM model struktury pro polohu dopadu č.3

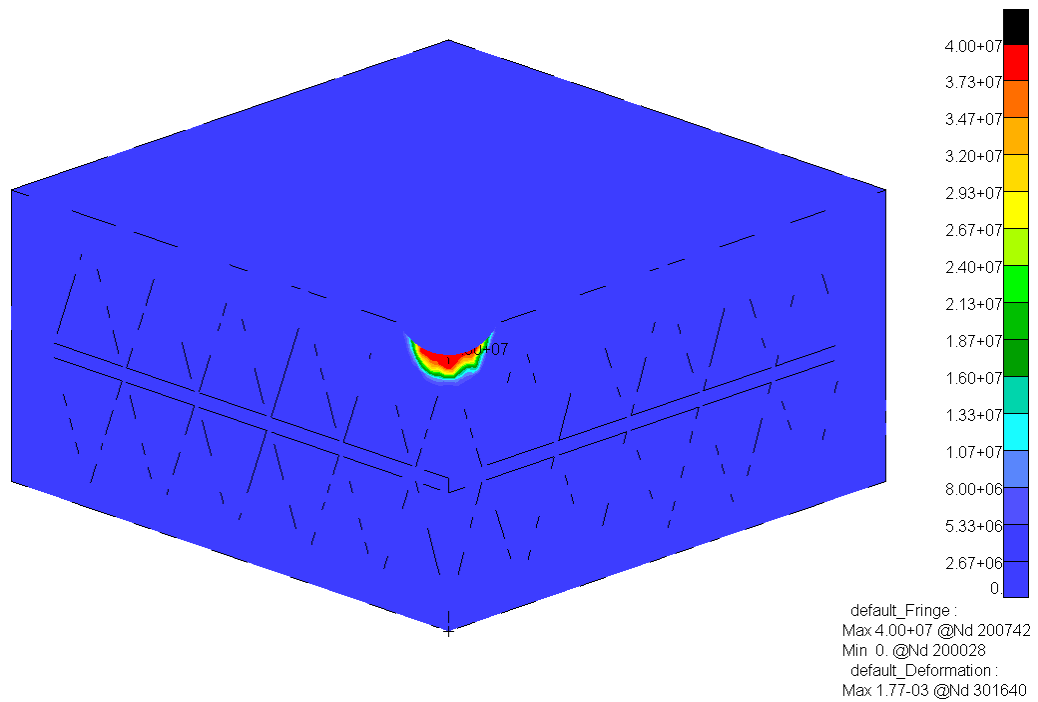


Obr. 48 Uspořádání geometrie

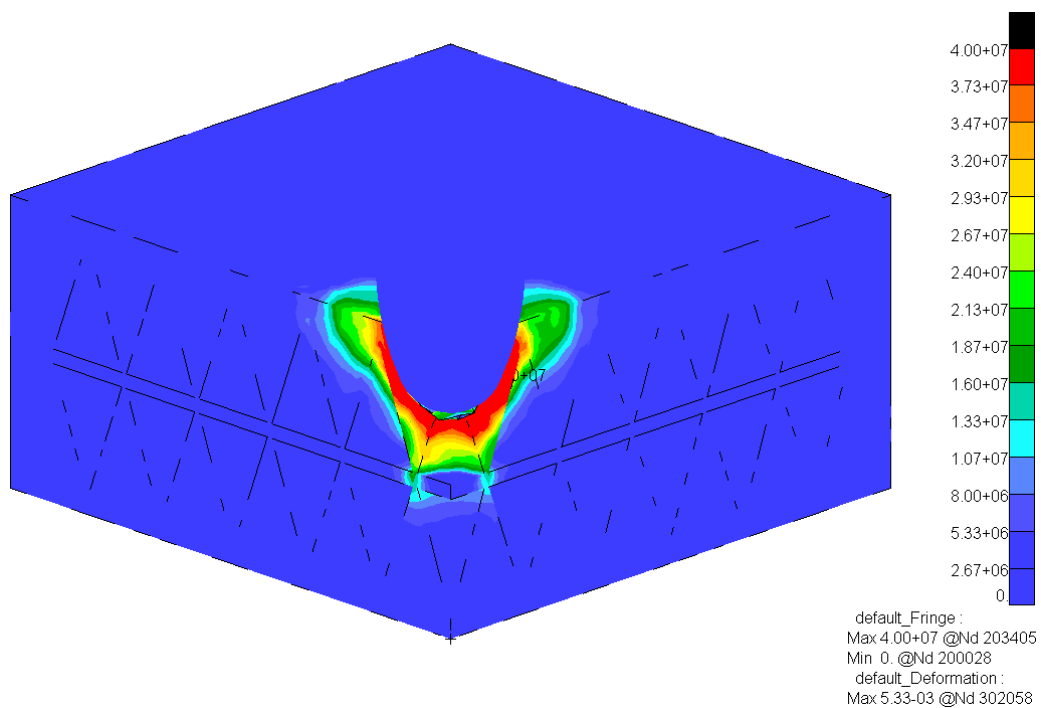
## 8 VÝSLEDKY ANALÝZY

V této kapitole je zobrazen průběh perforace struktury a šíření napětí během tohoto děje.

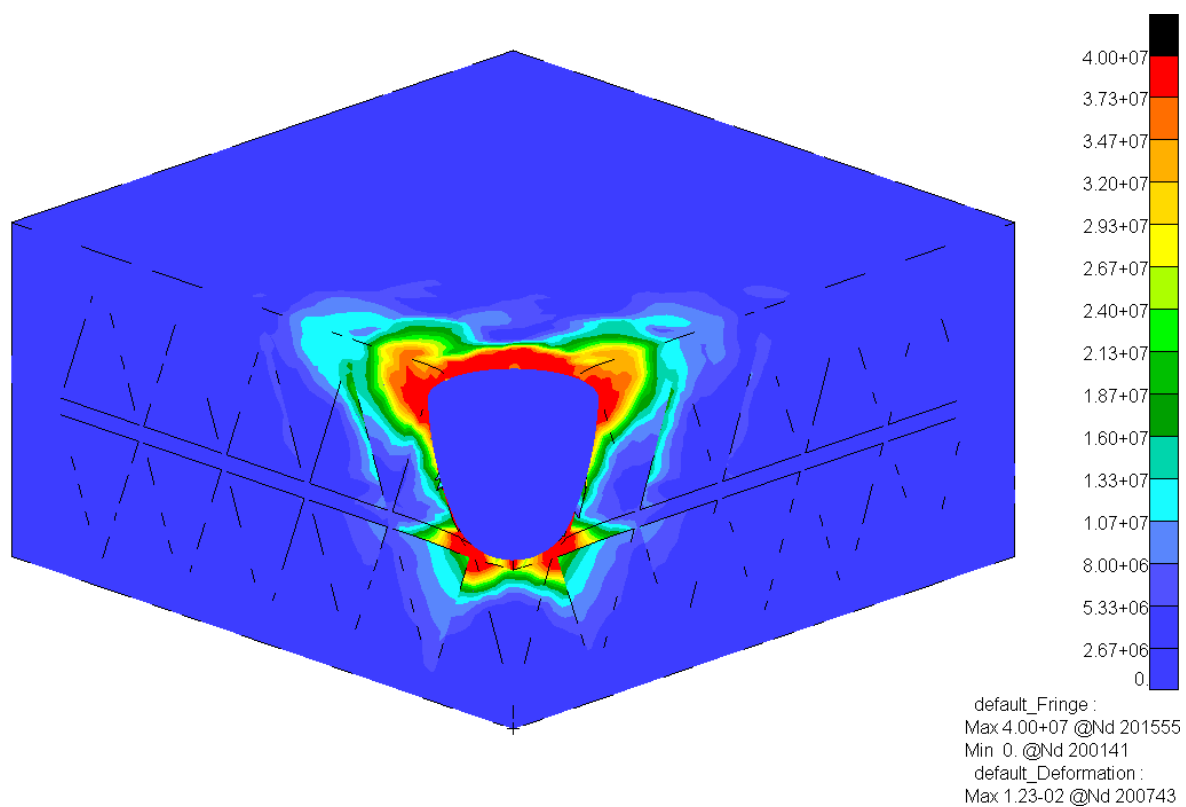
### 8.1 Poloha dopadu 1



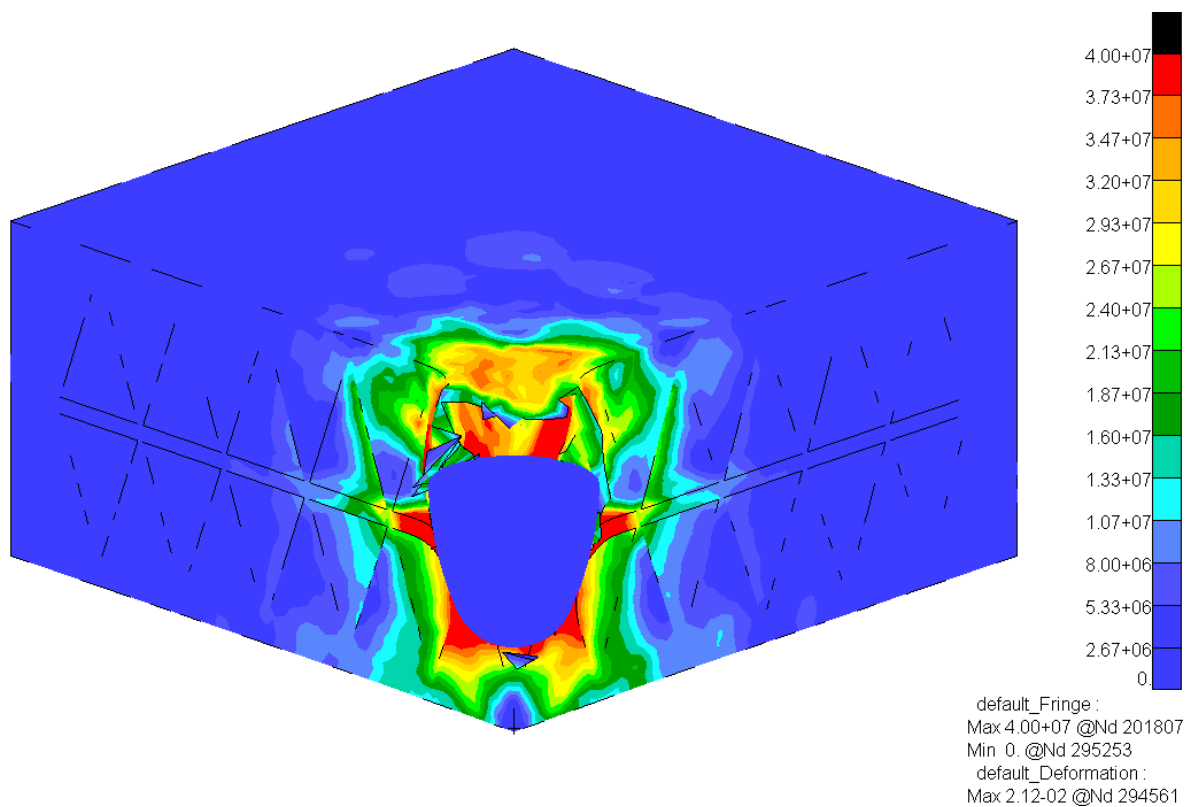
Obr. 49 Efektivní napětí v čase 0,005 ms



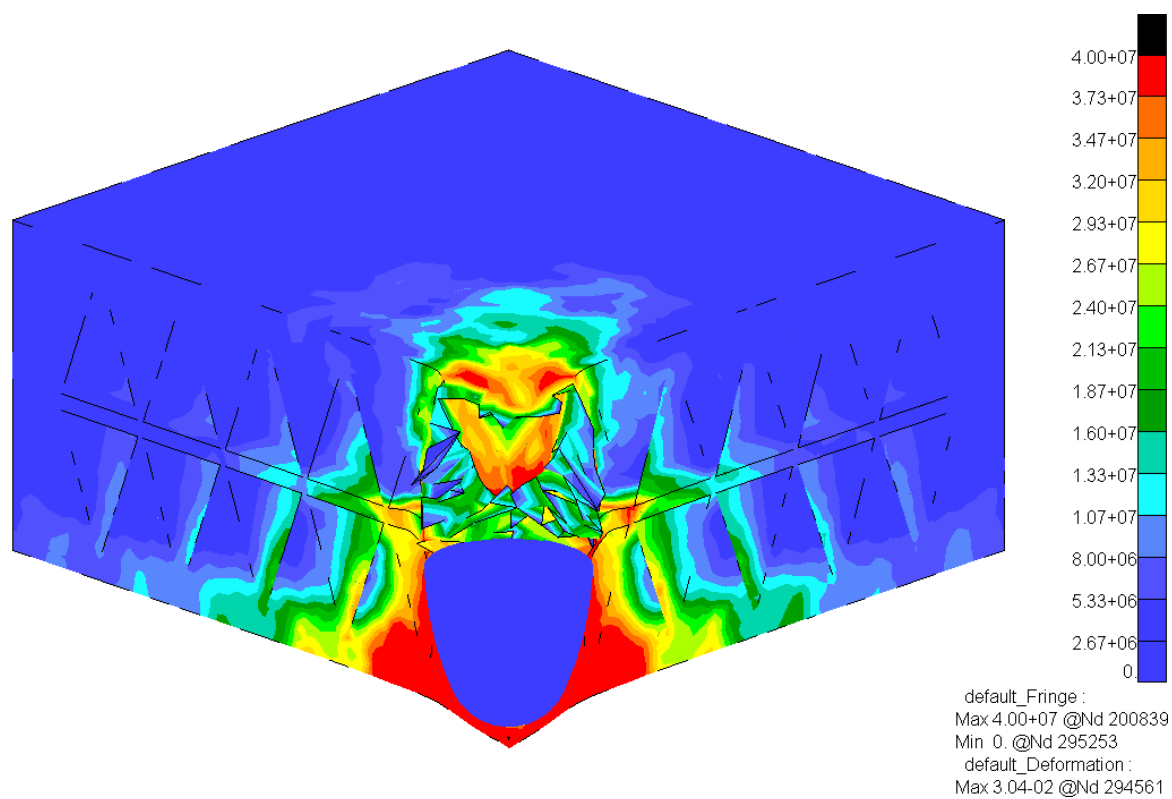
Obr. 50 Efektivní napětí v čase 0,015 ms



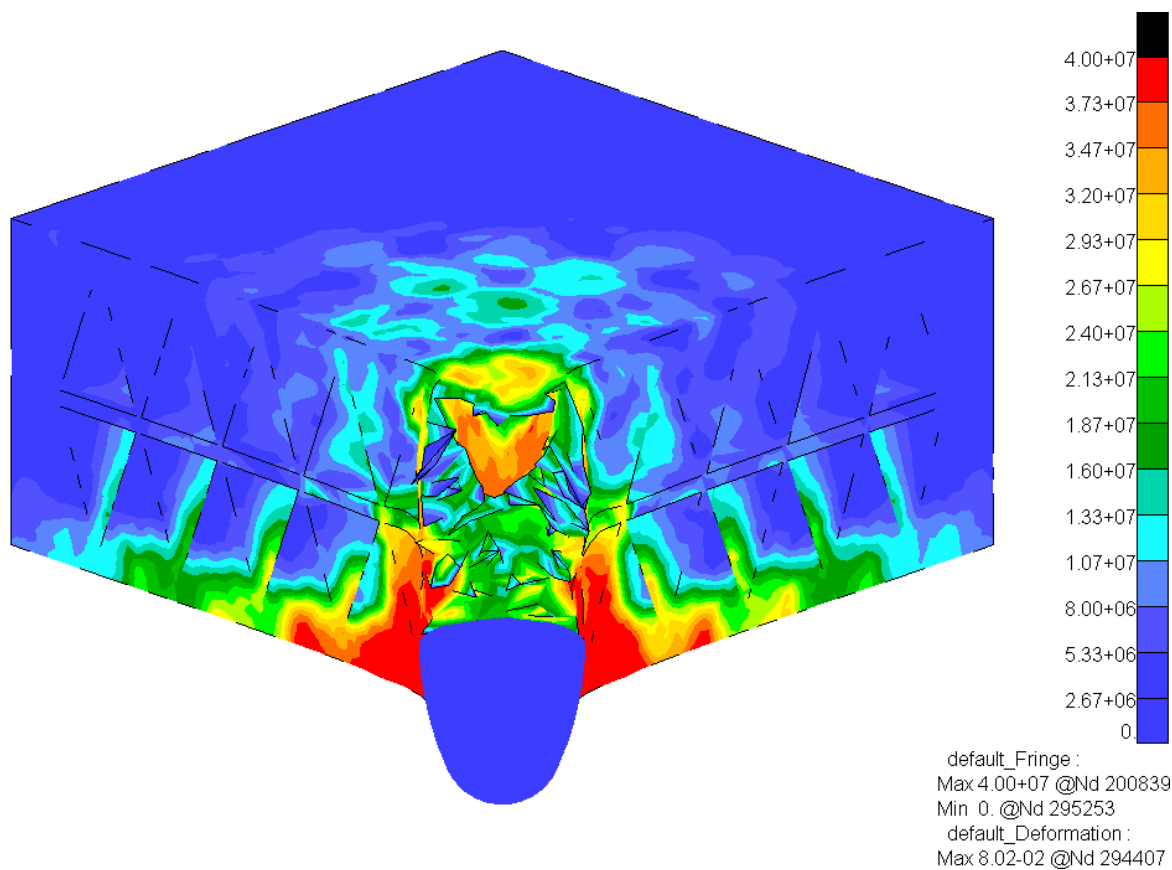
Obr. 51 Efektivní napětí v čase 0,03 ms



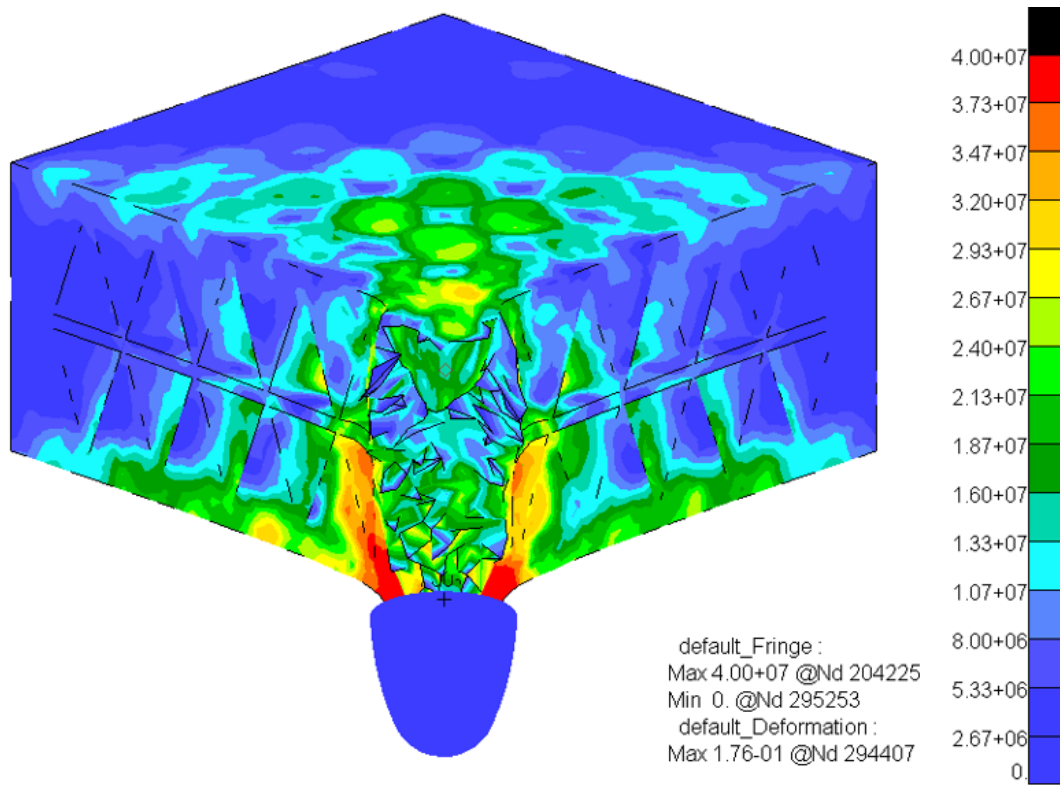
Obr. 52 Efektivní napětí v čase 0,045 ms



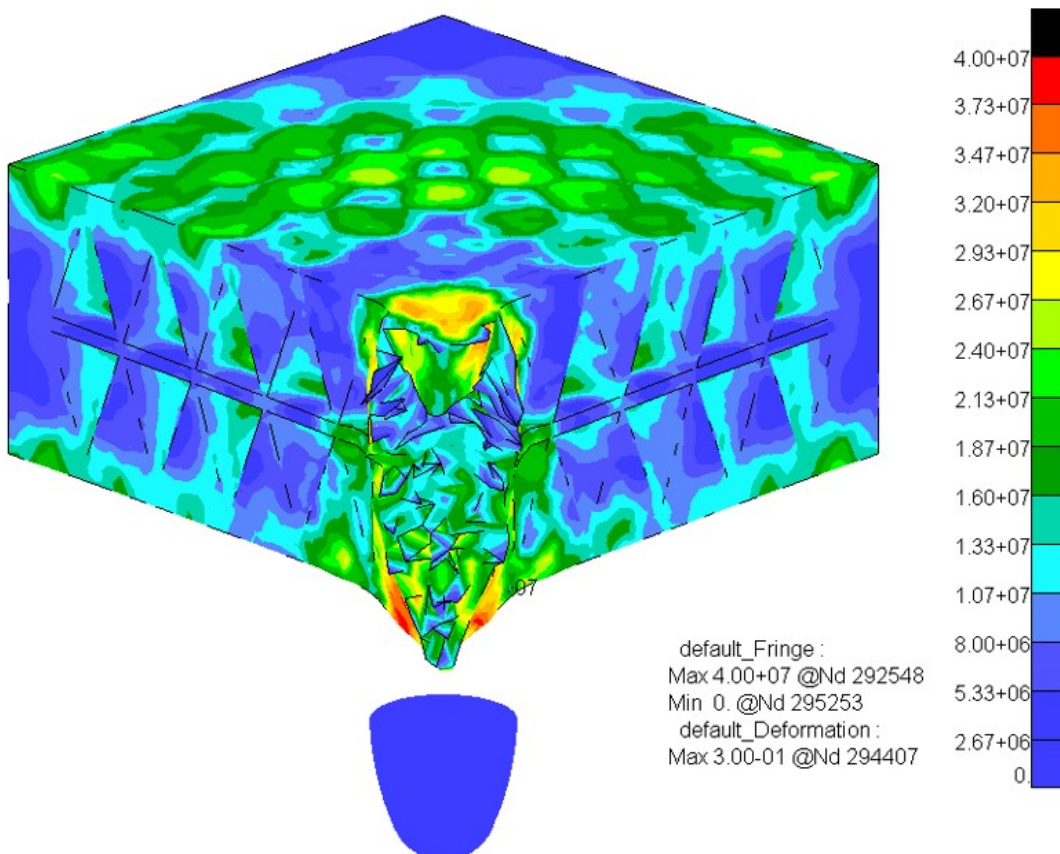
Obr. 53 Efektivní napětí v čase 0,06 ms



Obr. 54 Efektivní napětí v čase 0,075 ms



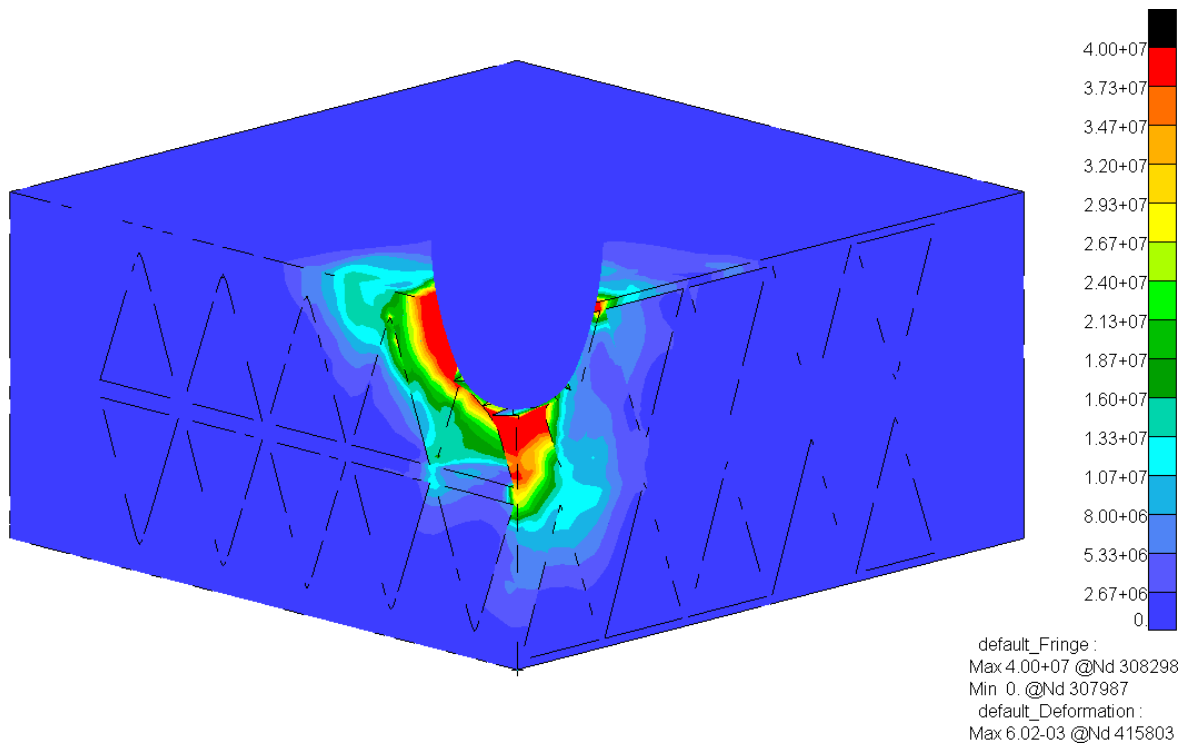
Obr. 55 Efektivní napětí v čase 0,09 ms



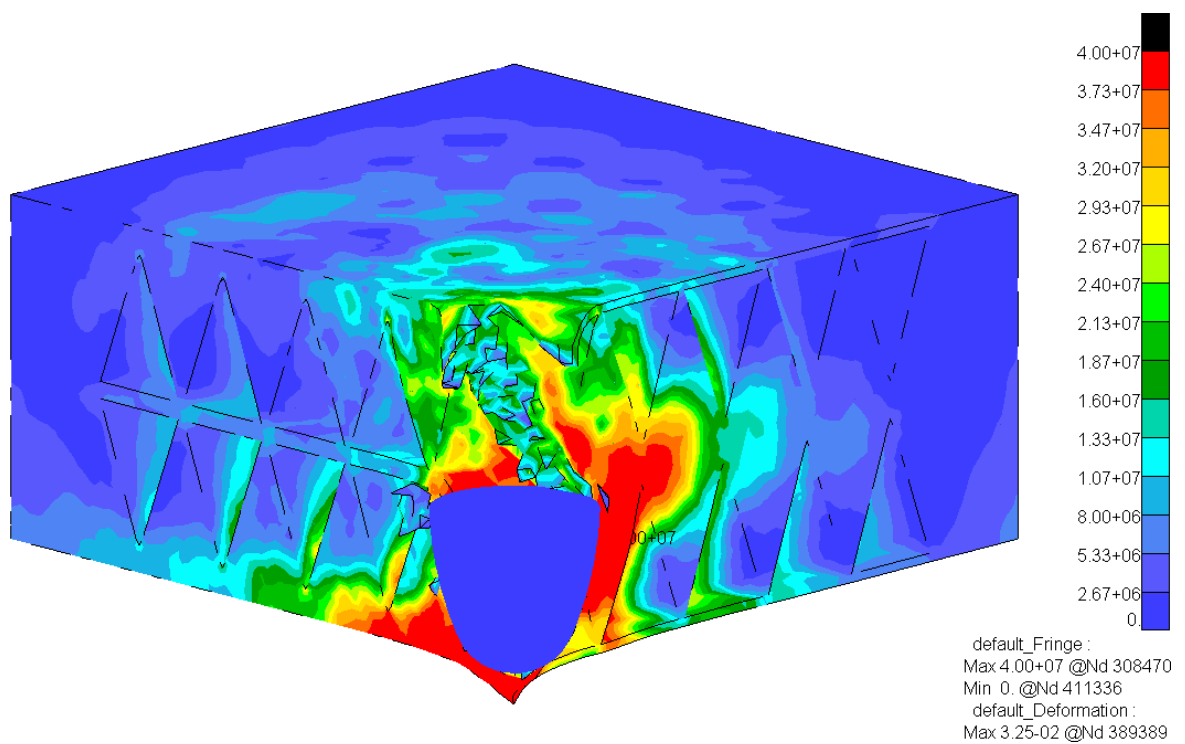
Obr. 56 Efektivní napětí v čase 0,11 ms (závěrečný krok analýzy)

## 8.2 Poloha dopadu 2

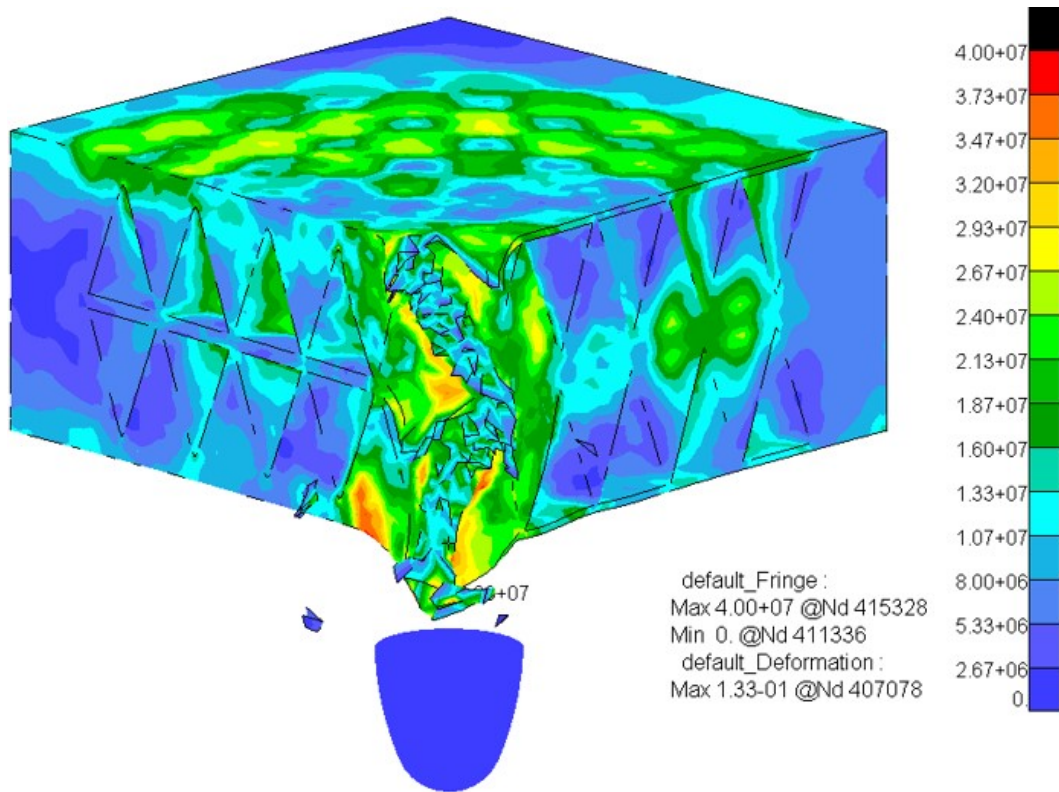
U polohy dopadu č.2 a 3 jsou pro ilustraci zobrazeny pouze tři časové kroky perforace.



Obr. 57 Efektivní napětí v čase 0,015 ms

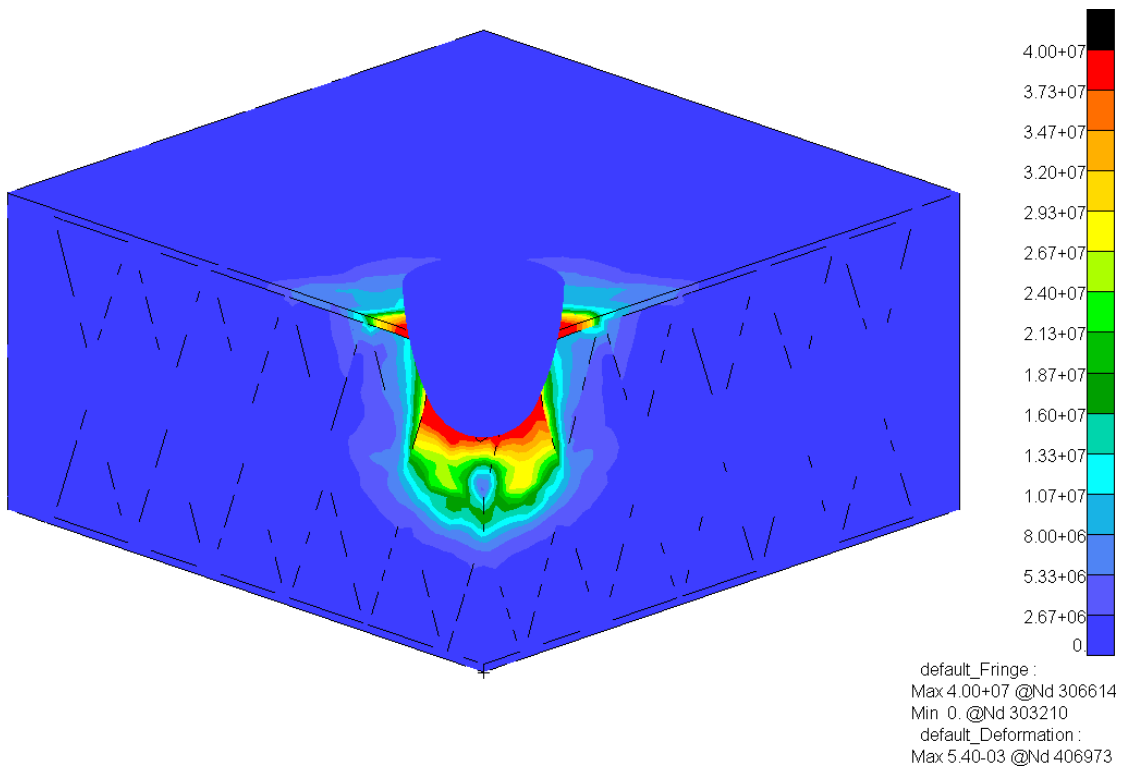


Obr. 58 Efektivní napětí v čase 0,06 ms

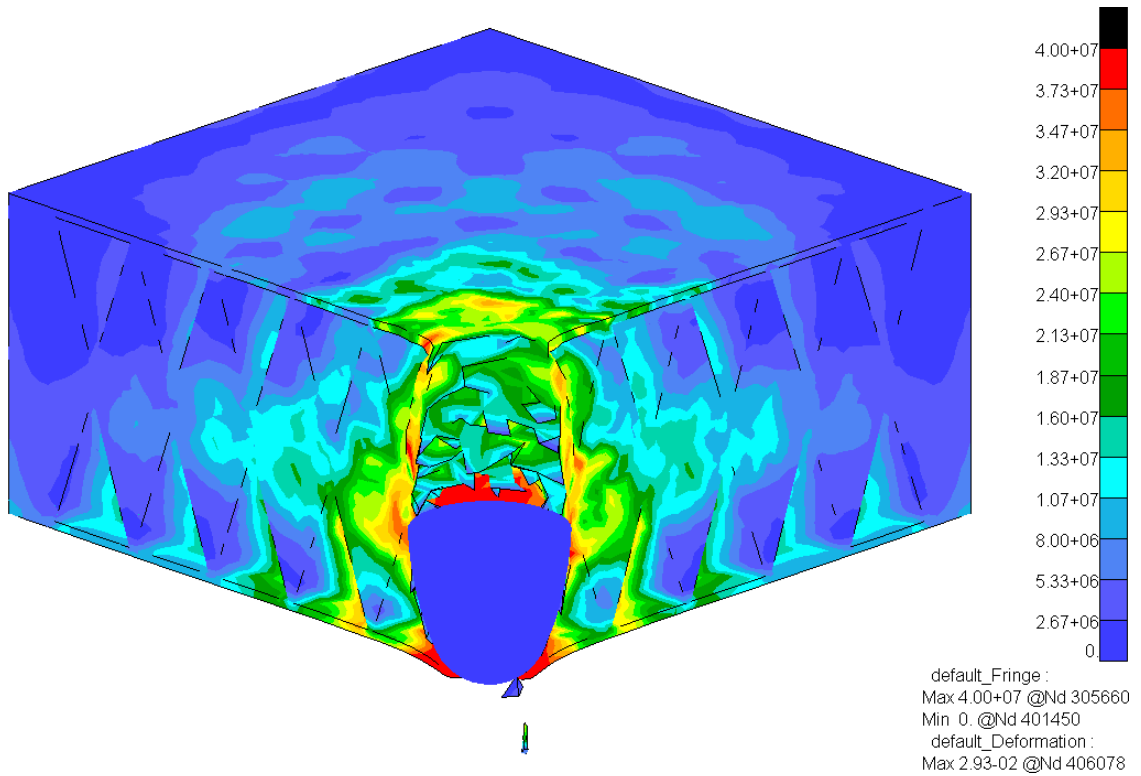


Obr. 59 Efektivní napětí v čase 0,11 ms (závěrečný krok analýzy)

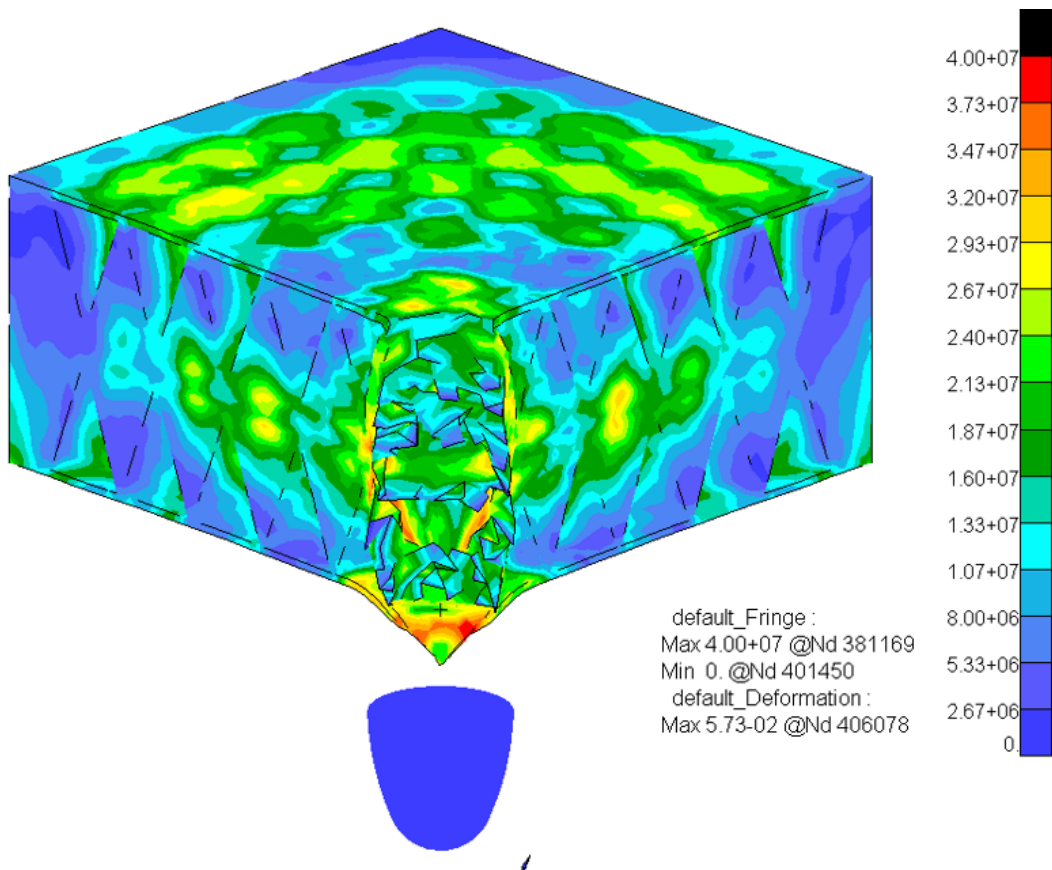
### 8.3 Poloha dopadu 3



Obr. 60 Efektivní napětí v čase 0,015 ms



Obr. 61 Efektivní napětí v čase 0,06 ms



Obr. 62 Efektivní napětí v čase 0,11 ms (závěrečný krok analýzy)



## 9 VYHODNOCENÍ VÝSLEDKŮ

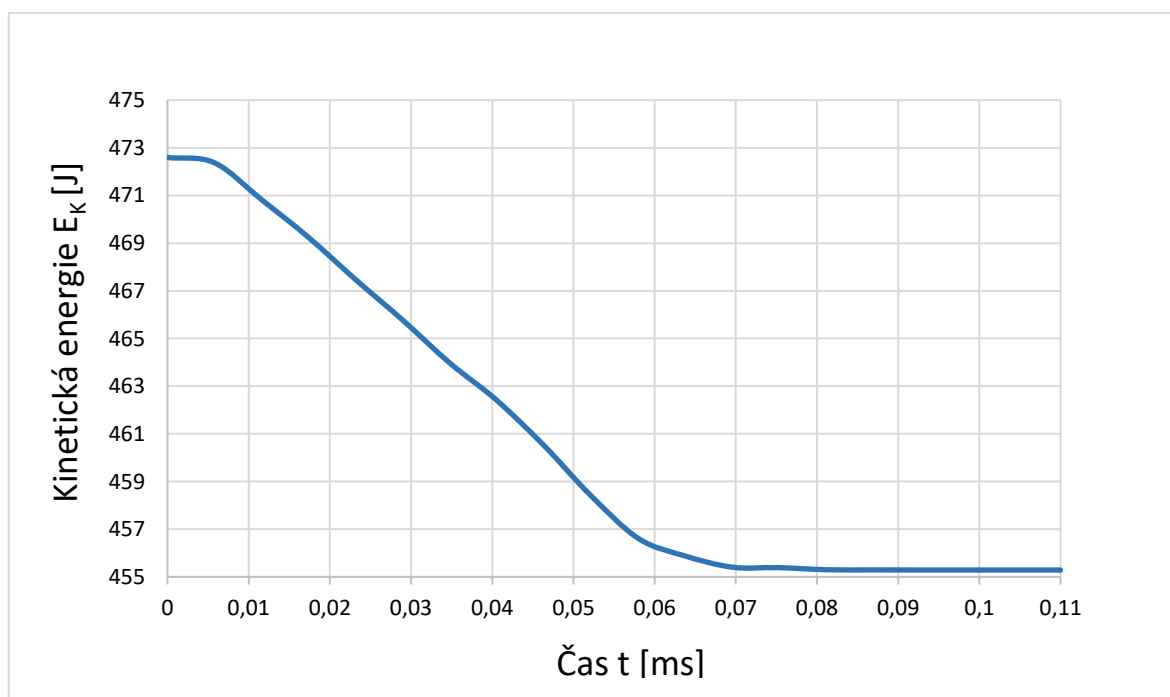
Tato kapitola popisuje a porovnává hlavní výsledky nelineární FEM analýzy pro tři různé polohy dopadu projektilu na zkoumanou strukturu.

### 9.1 Kinetická energie a rychlost

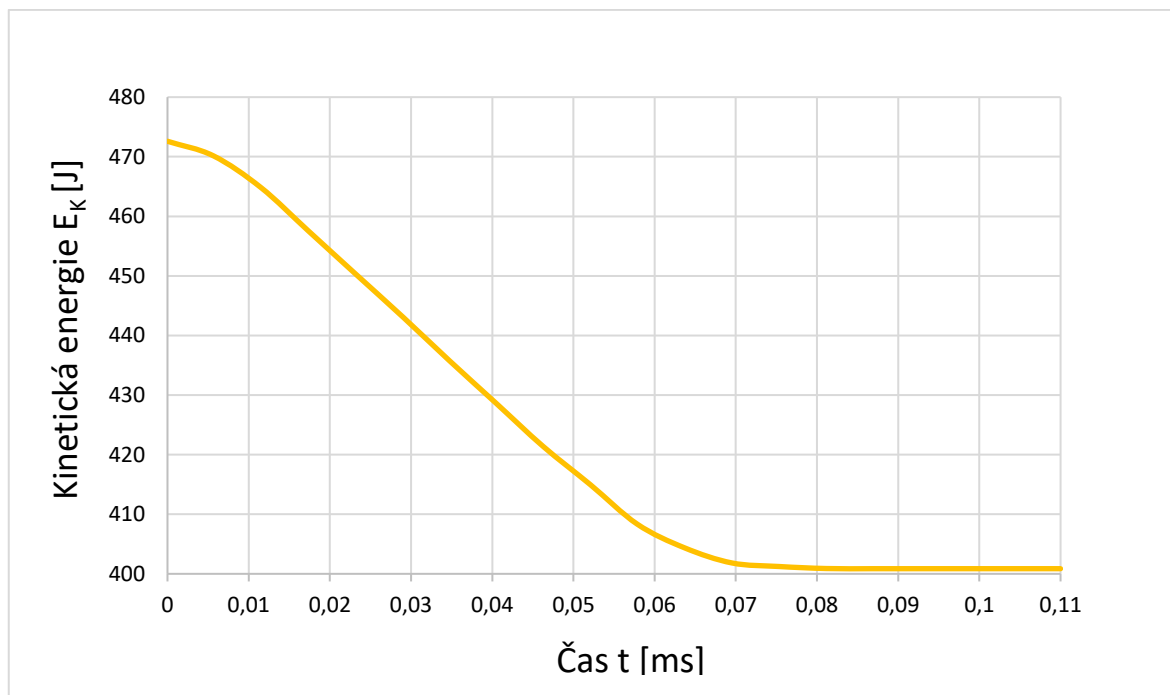
Při perforaci struktury dochází ke snížení rychlosti projektilu, resp. jeho kinetické energie, jejíž hodnota, jak je znázorněno v Tab.1 závisí na poloze jeho dopadu.

Poloha dopadu	Čas [ms]	Rychlost [m/s]	Kinetická energie [J]
1	0	355	472,6
	0,11	348,4	455,2
2	0	355	472,6
	0,11	326,9	400,7
3	0	355	472,6
	0,11	328,3	404,2

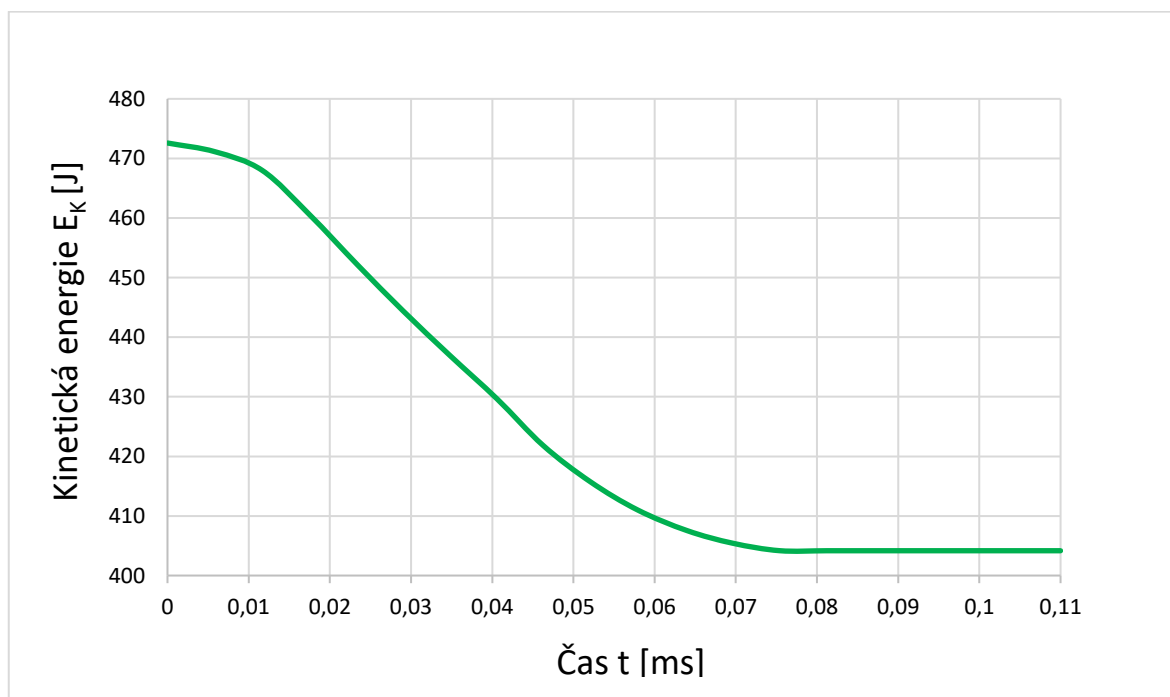
Tab. 1 Hodnoty rychlosti a kinetické energie před a po perforaci struktury



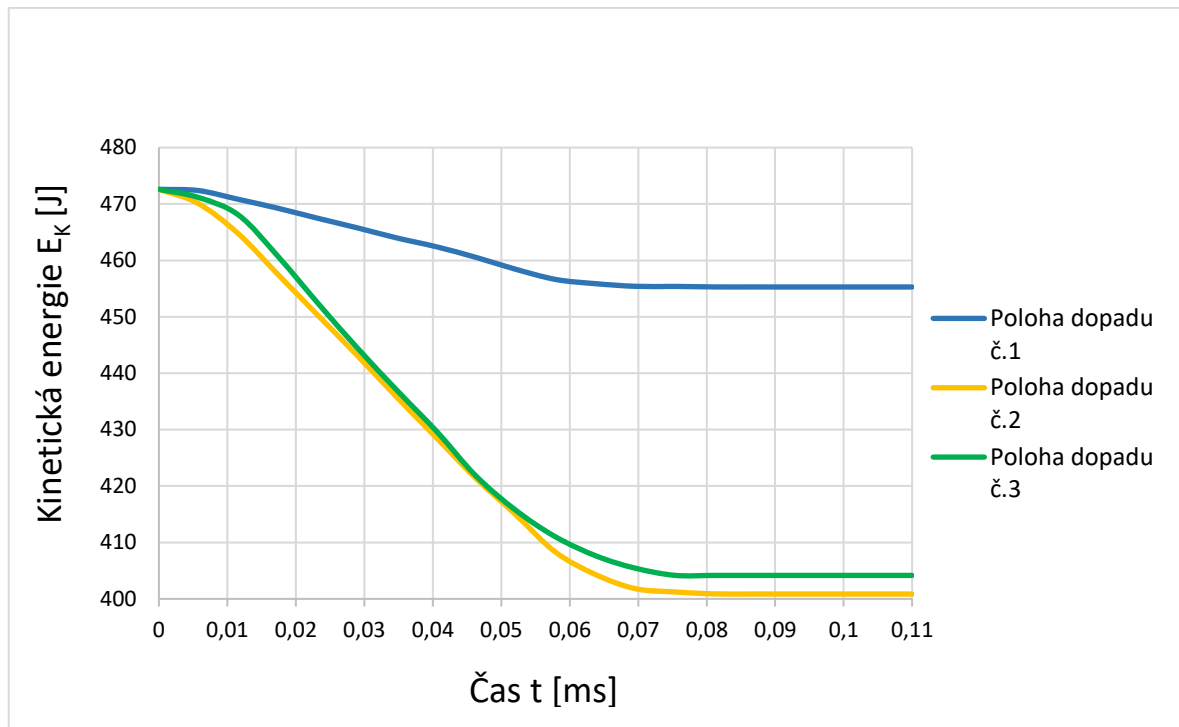
Obr. 63 Pokles kinetické energie projektilu při perforaci struktury s polohou dopadu č.1



Obr. 64 Pokles kinetické energie projektilu při perforaci struktury s polohou dopadu č.2



Obr. 65 Pokles kinetické energie projektilu při perforaci struktury s polohou dopadu č.3

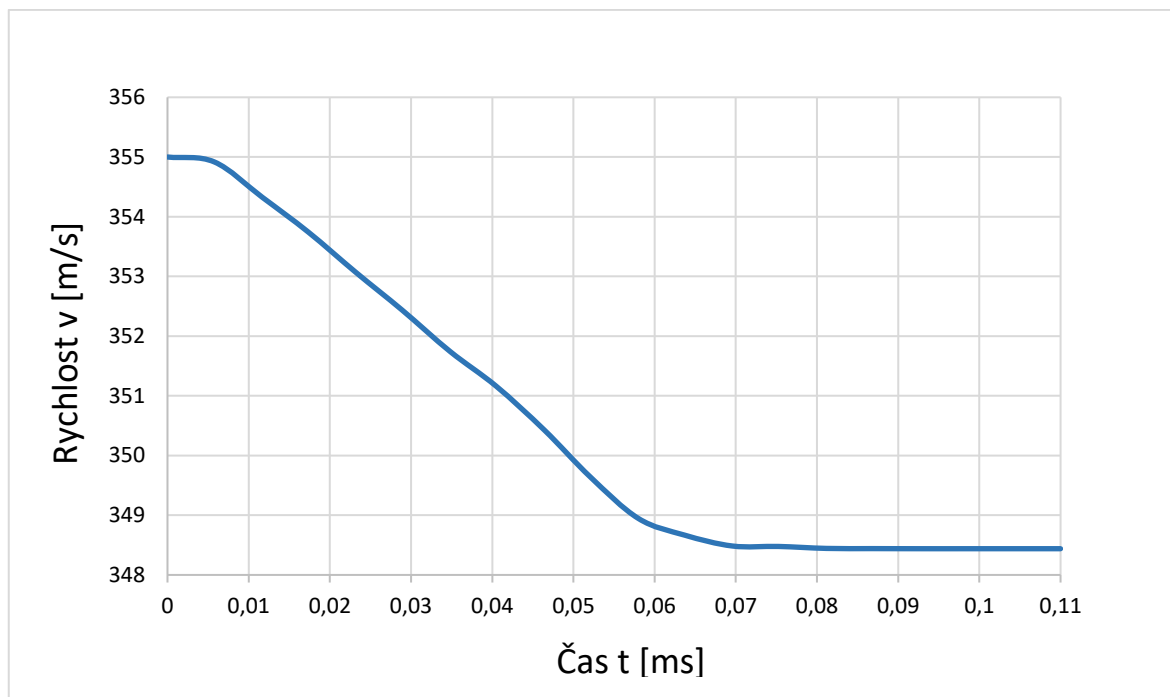


Obr. 66 Porovnání poklesu kinetické energie projektilu při jednotlivých polohách dopadu

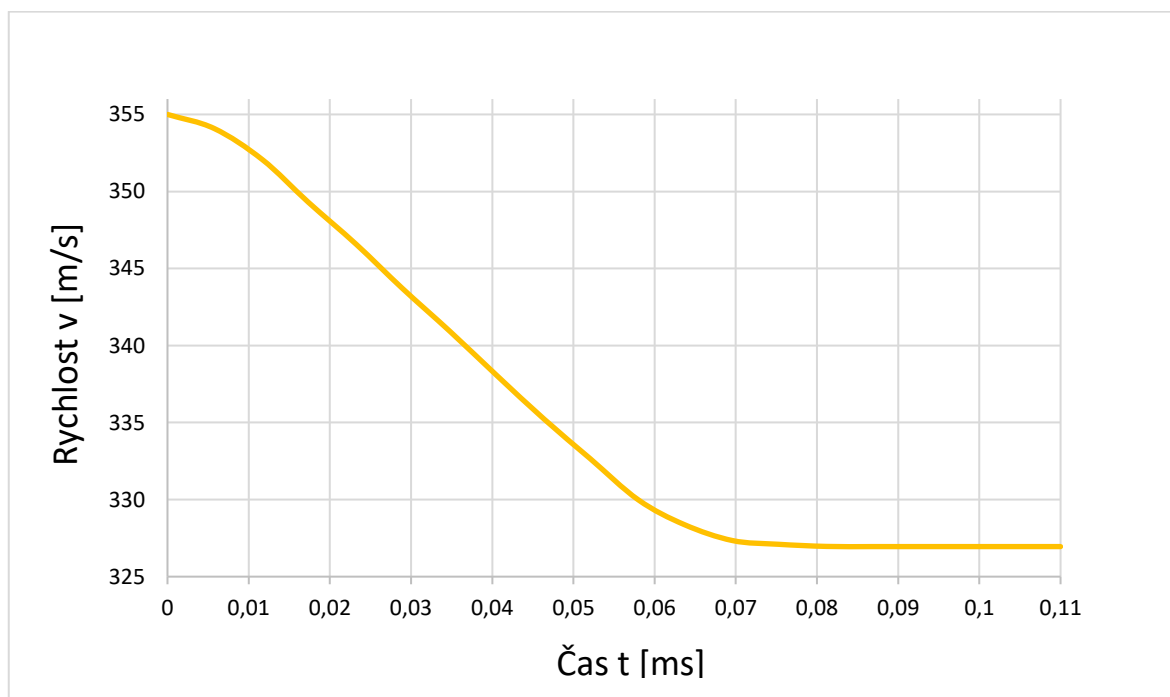
Ztráta kinetické energie projektilu při perforaci struktury u polohy dopadu č.1. je  $472,6 - 455,3 = 17,4 \text{ J}$ , tedy **3,68 %**.

Ztráta kinetické energie projektilu při perforaci struktury u polohy dopadu č.2 je **15,21 %**.

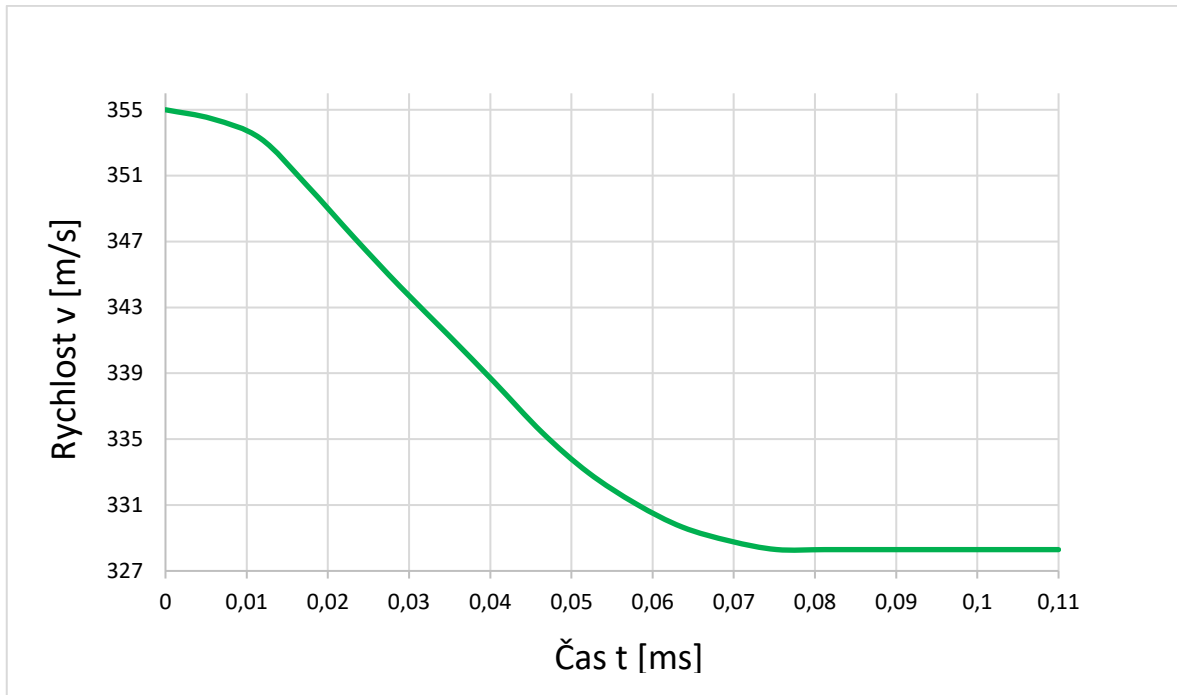
Ztráta kinetické energie projektilu při perforaci struktury u polohy dopadu č.3 je **14,47 %**.



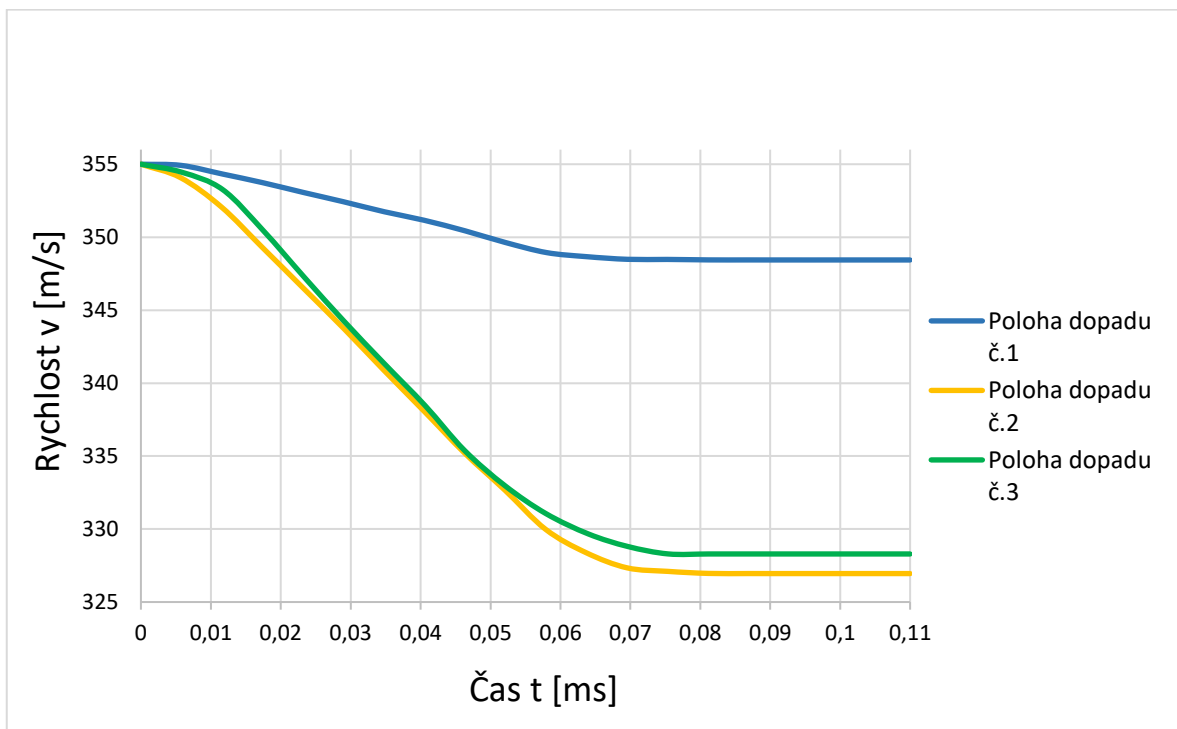
Obr. 67 Pokles rychlosti projektilu při perforaci struktury s polohou dopadu č.1



Obr. 68 Pokles rychlosti projektilu při perforaci struktury s polohou dopadu č.2



Obr. 69 Pokles rychlosti projektilu při perforaci struktury s polohou dopadu č.3



Obr. 70 Porovnání poklesu rychlosti projektilu při jednotlivých polohách dopadu

Ztráta rychlosti projektilu při perforaci struktury u polohy dopadu č.1. je  $355 - 348,4 = 6,6 \text{ m/s}$ , tedy **1,86 %**.

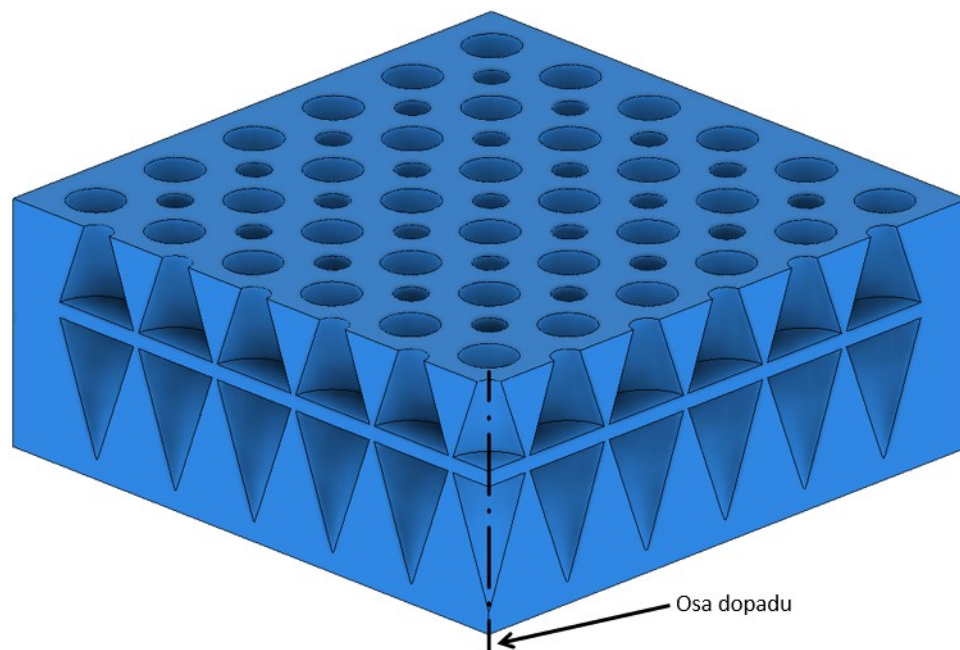
Ztráta rychlosti projektilu při perforaci struktury u polohy dopadu č.2 je **7,92 %**.

Ztráta rychlosti projektilu při perforaci struktury u polohy dopadu č.3 je **7,52 %**.

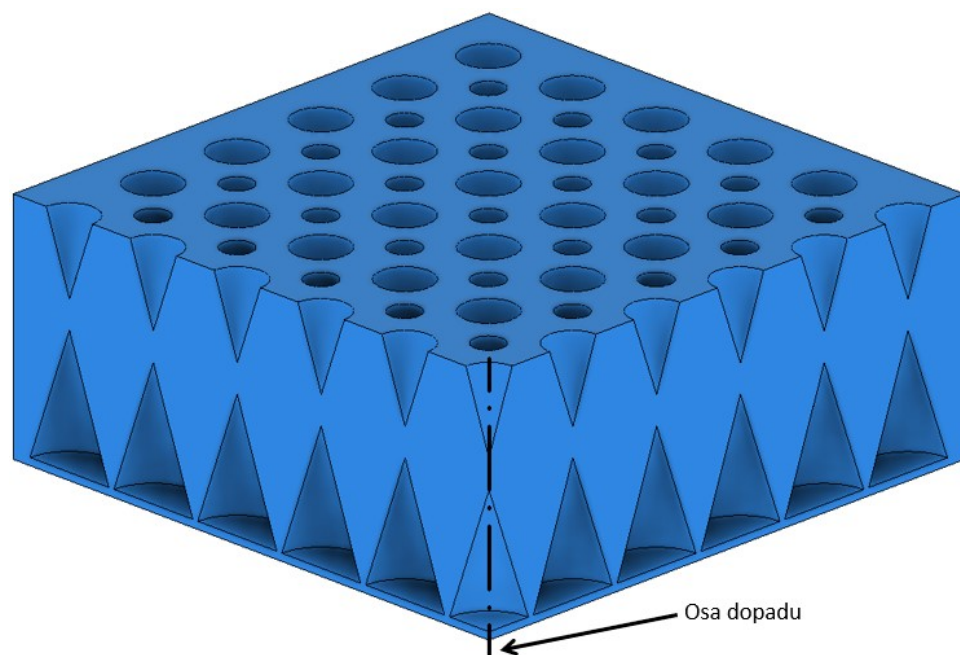
Z těchto výsledků je zřejmé, že pokles kinetické energie je nejmenší při perforaci struktury u polohy dopadu č.1. Důvodem je tvar a umístění kuželových dutin, které umožňuje projektilu pozvolný průchod, až na tenkou vrstvu materiálu, která tyto dutiny odděluje. Tato vrstva projektil však vzhledem ke své tloušťce zpomalí jen nepatrně. Zpomalení taky ovlivňuje smysl umístění kuželových dutin – pokud je projektil (nebo jeho část) nucen překonávat dutinu směrem od podstavy (volný prostor) k její špičce (plný materiál – určitá část projektilu je vystavena náhlému nárazu), dojde k výraznějšímu poklesu kinetické energie, než kdyby byla dutina umístěna v opačném smyslu. V případě polohy dopadu č.1 prochází projektil nejdříve skrze kuželovou dutinu směrem od její špičky k podstavě a po průchodu skrze tenkou vrstvu materiálu opět prochází skrze dutinu, která je opačně orientovaná. Důležité je také množství (tloušťka) materiálu, která se nachází nad (pod) špičkou a nad (pod) podstavou kuželové dutiny, jelikož právě opětovný náhlý náraz projektilu na vrstvu materiálu umožňuje pohlcení jeho kinetické energie, které se s tloušťkou materiálu zvětšuje.

Ztráta kinetické energie projektilu u polohy dopadu č.2 a č.3 a byla mnohem výraznější. Hlavní rozdíl v množství pohlcené kinetické energie mezi polohou dopadu č.1 a č.3 je především v tloušťce materiálu, který odděluje kuželové dutiny ve vodorovném směru.

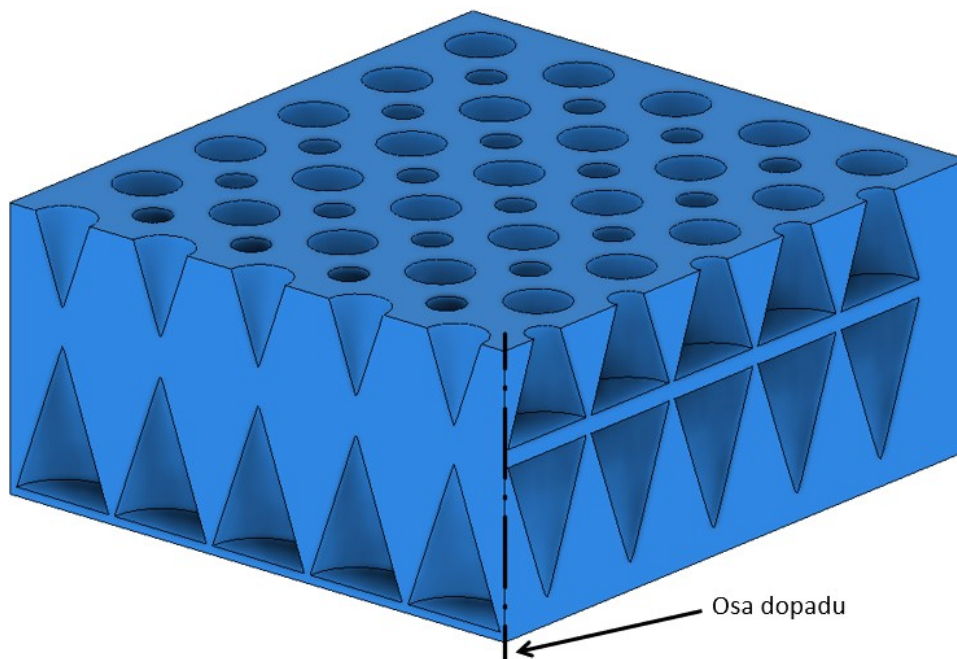
Pokles kinetické energie projektilu při perforaci struktury se mezi polohou dopadu č.2 a č.3 liší přibližně jen o 0,4 %. Tento rozdíl je způsoben hlavně rozdílnou geometrií struktury u jednotlivých dopadů. Případy s polohou dopadu č.3 (i č.1) jsou osově symetrické (Obr.71 a Obr.72), kdežto u polohy dopadu č.2, jak je znázorněno na Obr.73, je splněna pouze čtvrtinová symetrie (asymetrie v příčném směru). Projektil tak prochází skrze větší množství materiálu, což je příčinou jeho největšího poklesu kinetické energie (rychlosti).



Obr. 71 Řez strukturou s polohou dopadu č.1 – Osová symetrie



Obr. 72 Řez strukturou s polohou dopadu č.3 – Osová symetrie



Obr. 73 Řez strukturou s polohou dopadu č.2 – Čtvrtinová symetrie

Lze tedy říct, že pokles kinetické energie je ovlivněn počtem i tvarem dutin uvnitř struktury, díky kterým je projektil vystaven opětovným (náhlým) nárazům. Kromě samotné geometrie a počtu dutin je důležitá především tloušťka materiálu, kterou projektil prochází po náhlém nárazu (způsobený právě výskytem dutin). Pohlcení největšího množství kinetické energie však nastane až v případě, kdy projektil prochází skrze geometrii se čtvrtinovou symetrií – to lze podpořit vhodným tvarem a umístěním dutin a taktéž množstvím materiálu ve směru pohybu projektilu.

## 9.2 Šíření napětí

Z pohledu deformací je důležité napětí, které se strukturou začíná šířit ve chvíli, kdy se projektil dostane do přímého styku se strukturou. Šíření napětí závisí na průřezu struktury. Kuželové dutiny napětí zachycují na svých stěnách, kde dochází k jeho zvýšené koncentraci, oproti místům, která zaujímají plný materiál. Obecně se napětí koncentruje v místech, které jsou vystaveny rychlé změně průřezu či tvaru.

Ve chvíli nárazu projektilu je na zkoumanou strukturu předávána deformace o velké rychlosti a jedna část (horní plocha struktury) je vystavena velmi vysokému napětí, kdežto spodní plocha struktury napětí v tento moment vůbec nepocítuje. Napětí se strukturou postupně šíří pevně uspořádanými rychlostmi, což označujeme jako napětíové vlny, kterými jsou u všech



tří testovaných struktur jak vlny elastické, tak plastické. Nelze uvažovat jen jeden typ napětíové vlny, jelikož se jedná o polymerní materiál a některá zrna jsou tedy vystavena deformaci elastické a některá již deformaci plastické.

Napětí se kvůli geometrické povaze struktury šíří symetricky. V případě polohy dopadu č.1 zasáhne projektil v ose jeho pohybu strukturu nejdříve na úzké horní hraně a následuje průchod skrze kuželovou dutin – od špičky směrem dolů, což především v ose z způsobuje pomalejší šíření napětí z důvodu tendence napětí se koncentrovat ve stěnách dutiny, které se postupně rozšiřují.

U polohy dopadu č.3 se situace opakuje, jen s tím rozdílem, že napětí z pohledu kuželové dutiny prochází nejdříve od podstavy k její špičce. Vyšší intenzita šíření napětí je v tomto případě způsobena především tím, že u polohy dopadu č.1 dochází ke koncentraci napětí na tenké vrstvě materiálu, která odděluje dutiny ve vodorovném směru a šíření napětí se tak značně zpomalí, kdežto u polohy dopadu č.3 je mezi dutinami materiál plný a ke zvýšené koncentraci napětí tak dochází až u dalších stěn kuželových dutin.

Geometrie průřezu struktury s polohou dopadu č.2 je případ se čtvrtinovou symetrií a podle toho je také šíření napětí reflektováno.

Z výsledků testovaných struktur je zřejmé, že ke snížení šíření napětí průřezem struktury je vhodné utvářet tvarové dutiny, jejichž stěny slouží jako koncentrátoři napětí a jeho šíření značně omezují. Nezáleží však pouze na počtu dutin, ale hlavně na jejich tvaru. Zvýšená koncentrace napětí však způsobuje vnitřní poruchy struktury v podobě vzniku rýh a trhlin ve zmíněných stěnách, které velmi zeslabují strukturu a mohou vést až k jejímu zborcení. Tato negativa jsou výrazně podpořena s rostoucím počtem dutin.

## ZÁVĚR

Cílem práce bylo zjistit vliv tvaru struktury na dynamické zatížení v podobě nárazu projektilu. Za pomoci metody FEM byly zhotoveny tři situace, lišící se polohou dopadu projektilu na cílovou strukturu, které byly následně porovnávány na základě poklesu jeho kinetické energie (rychlosti) po úspěšné perforaci.

Teoretická část je rozčleněna do tří hlavních kapitol. Důraz byl kladen především na popis problematiky deformace, dynamického chování materiálu a metody konečných prvků.

Předmětem praktické části bylo zhotovit FEM analýzu pro tři různé polohy dopadu projektilu. Nejdříve proběhla tvorba samotného modelu projektilu a struktury, ze které se vyřezaly tři dílčí modely, odpovídající jednotlivým polohám dopadu. Následovalo jejich zesíťování, resp. vytvoření FEM modelů a jejich importování do MSC Patran, kde došlo k přidělení materiálových vlastností, vytvoření okrajových podmínek a nastavení analýzy, čímž vznikl výstupní soubor pro MSC Dytran, který úlohu zpracoval matematicky. Obdržené výsledky byly nakonec nahrány zpět do MSC Patran, kde byly postupně prohlíženy a jednotlivé hodnoty byly vyneseny do grafu, vyjadřující pokles kinetické energie (a rychlosti) v závislosti na čase.

Poloha dopadu č.1 a č.3 představovala osově symetrické případy. U polohy dopadu projektilu č.1 byla ztráta jeho kinetické energie nejmenší – 3,68 %, což bylo způsobeno jeho průchodem pouze skrze tenkou vrstvu materiálu a dvě opačně orientované kuželové dutiny, jejichž vliv na pokles kinetické energie projektilu z pohledu jejich geometrie byl popsán v kapitole, zabývající se vyhodnocením výsledků.

Při poloze dopadu č.3 bylo množství pohlcené energie mnohem větší, přesně tedy 14,47 % (o 10,79 % více, než v případě polohy dopadu č.1). Takto výrazný pokles opět závisel na orientaci kuželových dutin, a především množství materiálu, který se mezi dutinami nachází.

Poloha dopadu projektilu č.2 představuje oproti poloze dopadu č.1 a č.3 pouze čtvrtinovou symetrii. Projektil byl tak nucen v porovnání s ostatními polohami dopadu procházet skrze největší množství materiálu, z čehož vyplývá i největší pokles kinetické energie projektilu, konkrétně 15,21 % (o 0,74 % více než u polohy dopadu č.3).

Ze získaných výsledků lze říct, že množství pohlcené kinetické energie projektilu je ovlivněno počtem, tvarem i orientací dutin, které jsou ve struktuře vytvořeny. Nicméně ten největší vliv na její pokles má právě množství materiálu, jímž musí projektil procházet.

Z hlediska šíření napětí slouží kuželové dutiny jako náhlé změny tvaru, a tedy jako koncentrátoři napětí. Umožňují tak zachytit šířící se napětí, jehož ohniskem je místo kontaktu mezi projektilem a strukturou, na svých stěnách. Zvýšená koncentrace napětí však napomáhá vzniku trhlin na těchto stěnách, které mohou vést až ke zborcení struktury.

**SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY**

- [1] KREJSA, M. *Pružnost a plasticita II: Základní rovnice teorie pružnosti* [online]. Ostrava: Vysoká škola báňská - Technická univerzita Ostrava, Fakulta stavební, Nedatováno [cit. 2022-09-16]. Dostupné z: [http://fast10.vsb.cz/krejsa/studium/pp2\\_tema\\_01.pdf](http://fast10.vsb.cz/krejsa/studium/pp2_tema_01.pdf)
- [2] VOLEK, František. *Základy pružnosti a pevnosti*. Vyd. 2. Ve Zlíně: Univerzita Tomáše Bati, 2006. ISBN 80-7318-440-0.
- [3] HALAMA, R. a kol. *Pružnost a pevnost: Interaktivní studijní materiál* [online]. Ostrava: Vysoká škola báňská - Technická univerzita Ostrava, 2012 [cit. 2022-09-16]. Dostupné z: [https://mi21.vsb.cz/sites/mi21.vsb.cz/files/unit/pruznost\\_pevnost\\_obraz.pdf](https://mi21.vsb.cz/sites/mi21.vsb.cz/files/unit/pruznost_pevnost_obraz.pdf)
- [4] PETRUŠKA, J. *Počítačové metody mechaniky II* [online]. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýr, 2003 [cit. 2022-10-15]. Dostupné z: <http://www.kvm.tul.cz/getFile/id:2499>
- [5] NĚMEC, I. *Nelineární mechanika* [online]. Brno, 2006 [cit. 2022-10-16]. Dostupné z: [http://lences.cz/domains/lences.cz/skola/subory/Skripta/CD02-Nelinearni\\_mechanika/CD02%20-%20nelinearni\\_mechanika.pdf](http://lences.cz/domains/lences.cz/skola/subory/Skripta/CD02-Nelinearni_mechanika/CD02%20-%20nelinearni_mechanika.pdf)
- [6] BOWER, A.F. *Applied mechanics of solids*. Boca Raton: CRC Press, 2010. ISBN 978-1-4398-0247-2.
- [7] NAM-HO, Kim. *Introduction to Nonlinear Finite Element Analysis*. New York: Springer, 2015. ISBN 978-1-4419-1745-4.
- [8] CHAVES, Eduardo W.V. *Notes on Continuum Mechanics*. Barcelona: Cimne, 2013. ISBN 978-94-007-5985-5.
- [9] REDDY, J.N. *An introduction to continuum mechanics*. 2. vyd. Cambridge: Cambridge University Press, 2013. ISBN 978-1-107-02543-1.
- [10] WAY, C. *Plasticity in Physics*. New York: The English Press, 2016. ISBN 978-1-283-50687-8.
- [11] CHAKRABARTY, J. *Theory of Plasticity*. 3. vyd. Oxford: Elsevier, 2006. ISBN 978-0-7506-6638-2.

- [12] ČADA, R. *Technologie Tváření a Slévání: Teoretický základ* [online]. Ostrava: Vysoká škola báňská - Technická univerzita Ostrava, Fakulta strojní, 2013 [cit. 2023-02-06]. ISBN 978-80-248-3015-5. Dostupné z: [https://projekty.fs.vsb.cz/463/edubase/vy\\_01\\_004/Technologie%20tv%C3%A1%C5%99en%C3%AD%20a%20sl%C3%A9v%C3%A1n%C3%AD%20-%20Teoretick%C3%BD%20z%C3%A1klad/02%20Text%20pro%20e-learning/publikovat/kapitoly/1.%20VLIV%20TV%C3%81%C5%98EN%C3%8D%20NA%20VLASTNOSTI%20A%20STRUKTURU%20MATERI%C3%81LU.pdf](https://projekty.fs.vsb.cz/463/edubase/vy_01_004/Technologie%20tv%C3%A1%C5%99en%C3%AD%20a%20sl%C3%A9v%C3%A1n%C3%AD%20-%20Teoretick%C3%BD%20z%C3%A1klad/02%20Text%20pro%20e-learning/publikovat/kapitoly/1.%20VLIV%20TV%C3%81%C5%98EN%C3%8D%20NA%20VLASTNOSTI%20A%20STRUKTURU%20MATERI%C3%81LU.pdf)
- [13] MEYERS, M.A. *Dynamic Behaviour of Materials*. Kanada: Wiley, 1994. ISBN 978-0471582625.
- [14] YU, T.X. a X. QIU. *Introduction to Impact Dynamics*. Hoboken: Wiley, 2018. ISBN 9781118929858.
- [15] ROSENBERG, Z. a E. DEKEL. *Terminal Ballistic*. 2. vyd. Singapur: Springer, 2016. ISBN 978-981-10-0393-6.
- [16] STRONGE, W.J. *Impact Mechanics*. Cambridge: Cambridge University Press, 2000. ISBN 978-0521632867.
- [17] WALKER, J.D. *Modern Impact and Penetration Mechanics*. Cambridge: Cambridge University Press, 2021. ISBN 978-1-108-49710-7.
- [18] CARCULACCI, D.E. a S.S. JACOBSON. *Ballistics: Theory and Design of Guns and Ammunition*. 3. vyd. Boca Raton: CRC Press, 2018. ISBN 978-1-138-05531-5.
- [19] FUSEK, M. *MKP v Nastranu a Patranu* [online]. Ostrava: Vysoká škola Báňská - Technická univerzita Ostrava, Fakulta strojní, 2011 [cit. 2022-12-27]. ISBN 978-80-248-2730. Dostupné z: <https://projekty.fs.vsb.cz/147/ucebniopory/978-80-248-2730-8.pdf>
- [20] MSC SOFTWARE CORPORATION. *Dytran 2021.1 Theory Guide* [online]. 2020 [cit. 2022-12-29]. Dostupné z: [https://help.hexagonmi.com/bundle/Dytran\\_2021.1\\_Theory\\_Manual/resource/Dytran\\_2021.1\\_Theory\\_Manual.pdf](https://help.hexagonmi.com/bundle/Dytran_2021.1_Theory_Manual/resource/Dytran_2021.1_Theory_Manual.pdf)

- [21] KOUTROMANOUS, I., J. MCCLURE a Ch. ROY. *Fundamentals of Finite Element Analysis: Linear Finite Element Analysis*. Hoboken: Wiley, 2017. ISBN 9781119260141.
- [22] SCHEIRS, J. a D. PRIDDY. *Modern Styrenic Polymers: Polystyrenes and Styrenic Copolymers*. Velká Británie: Wiley, 2003. ISBN 978-0471497523.
- [23] *Fillamentum: Addi(c)tive polymers* [online]. [cit. 2023-02-24]. Dostupné z: <https://shop.fillamentum.com/products/asa-extrafill-anthracite-grey>
- [24] *Fillamentum: Addi(c)tive polymers* [online]. [cit. 2023-03-12]. Dostupné z: [https://fillamentum.com/wp-content/uploads/2020/10/Technical-Data-Sheet\\_ASA-Extrafill\\_03012019.pdf](https://fillamentum.com/wp-content/uploads/2020/10/Technical-Data-Sheet_ASA-Extrafill_03012019.pdf)
- [25] *Strelectvi.cz* [online]. [cit. 2023-03-04]. Dostupné z: <http://www.strelectvi.cz/forum/levne-naboje-t1469-20.html>
- [26] MSC SOFTWARE CORPORATION. *Patran 2021.3 Reference Manual* [online]. 2020 [cit. 2023-02-25]. Dostupné z: [https://help.hexagonmi.com/bundle/Patran\\_2021.3\\_Reference\\_Manual\\_Part\\_1\\_Basic\\_Functions/resource/Patran\\_2021.3\\_Reference\\_Manual\\_Part\\_1\\_Basic\\_Functions.pdf](https://help.hexagonmi.com/bundle/Patran_2021.3_Reference_Manual_Part_1_Basic_Functions/resource/Patran_2021.3_Reference_Manual_Part_1_Basic_Functions.pdf)
- [27] MSC SOFTWARE CORPORATION. *Dytran 2021 User's Guide* [online]. 2020 [cit. 2023-02-25]. Dostupné z: [https://help-be.hexagonmi.com/bundle/Dytran\\_2021\\_User\\_Guide/raw/resource/enus/Dytran\\_2021\\_User\\_Guide.pdf](https://help-be.hexagonmi.com/bundle/Dytran_2021_User_Guide/raw/resource/enus/Dytran_2021_User_Guide.pdf)

## SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK

Symbol	Jednotka	Význam
$\sigma$	[MPa]	Normálové napětí
$\sigma_{\text{eff}}$	[MPa]	Efektivní napětí
$\tau$	[MPa]	Smykové napětí
$\varepsilon$	[-]	Normálové přetvoření
$\varepsilon_{\text{eff}}$	[-]	Efektivní deformace
$\dot{\varepsilon}$	[s <sup>-1</sup> ]	Rychlost deformace
$\gamma$	[-]	Smykové přetvoření
E	[MPa]	Youngův modul pružnosti
G	[MPa]	Modul pružnosti ve smyku
$\nu$	[-]	Poissonovo číslo
F	[N]	Síla
$E_k$	[J]	Kinetická energie
m	[kg]	Hmotnost
v	[m·s <sup>-1</sup> ]	Rychlost
$V_{50}$	[m·s <sup>-1</sup> ]	Limitní balistická rychlost
S	[-]	Matice poddajnosti
C	[-]	Matice tuhosti
$T_\sigma$	[-]	Tenzor napjatosti
$T_\varepsilon$	[-]	Tenzor přetvoření
$E_i^L{}_j$	[-]	Green-Lagrangeův tenzor
$e_i^L{}_j$	[-]	Euler-Almansiho tenzor
$\sigma_i$	[-]	Cauchyho tenzor
$\tau_i$	[-]	První Piola-Kirchhoffův tenzor
$S_i$	[-]	Druhý Piola-Kirchhoffův tenzor

---

Zkratka	Význam
CAD	Počítačem podporované navrhování
FEM	Metoda konečných prvků
ASA	Akrylonitril-Styren-Akrylát
MSC	MacNeal-Schwendler Corporation



**SEZNAM OBRÁZKŮ**

Obr. 1	Prostorová napjatost [2].....	12
Obr. 2	Zobrazení Složek napětí [2].....	13
Obr. 3	Princip superpozice napětí [2] .....	15
Obr. 4	Původní a deformovaný souřadnicový systém [6] .....	18
Obr. 5	Složky napětí Cauchyho tenzoru [6] .....	21
Obr. 6	Skluz [12] .....	23
Obr. 7	Dvojčatění [12].....	23
Obr. 8	Mezní polohy a napětí [10].....	25
Obr. 9	Schéma vědních oborů a aplikací dynamických procesů [13] .....	26
Obr. 10	Šíření vln strukturou při úderu kladiva [13] .....	28
Obr. 11	Příklady pro výpočet rychlosti deformace a) Vzorek namáhaný tahem b) Náráz projektilu na absolutně tuhé těleso [14].....	30
Obr. 12	Rozdělení testovacích technik podle rychlosti deformace [14].....	32
Obr. 13	a) Kolineární konfigurace dopadu b) Excentrická konfigurace dopadu [16] .....	33
Obr. 14	Měření k určení limitní balistické rychlosti [18].....	36
Obr. 15	Křivka pravděpodobnosti perforace cíle [18].....	36
Obr. 16	Nejčastěji používané 2D elementy [6].....	38
Obr. 17	Nejčastěji používané 3D elementy [6].....	38
Obr. 18	Uzly a elementy v síti [6] .....	39
Obr. 19	Síť konečných prvků [6].....	40
Obr. 20	Geometrie modelu .....	41
Obr. 21	Zesíťovaný model s okrajovými podmínkami [19].....	42
Obr. 22	Výsledná deformace a hodnoty napětí na modelu [19] .....	43
Obr. 23	Tvorba kuželové dutina .....	46
Obr. 24	Tvorba otočené kuželové dutiny.....	47
Obr. 25	Výchozí model pro práci s FEM.....	47
Obr. 26	Polohy dopadů projektilu a ohraničení dílčích struktur.....	48
Obr. 27	Základní vlastnosti materiálu [24].....	49
Obr. 28	Geometrie projektilu [25] .....	49
Obr. 29	Model pláště střely.....	50
Obr. 30	Pracovní prostředí v MSC Patran .....	51
Obr. 31	Pracovní prostředí v MSC Dytran .....	52
Obr. 32	Geometrie modelu struktury pro polohu dopadu č.1 .....	53
Obr. 33	FEM model struktury pro polohu dopadu č.1.....	54

Obr. 34 FEM model projektilu .....	54
Obr. 35 Uspořádání geometrie.....	55
Obr. 36 Odebrání stupňů volnosti hranám struktury .....	57
Obr. 37 Grafické znázornění upevnění struktury.....	57
Obr. 38 Zadání počáteční rychlosti.....	58
Obr. 39 Grafické znázornění počáteční rychlosti projektilu.....	58
Obr. 40 Grafické znázornění Rigid Body Object .....	59
Obr. 41 Grafické znázornění všech okrajových podmínek.....	60
Obr. 42 Časové nastavení analýzy .....	61
Obr. 43 Přidání parametru .....	62
Obr. 44 Výsledky řešení .....	62
Obr. 45 FEM model struktury pro polohu dopadu č.2.....	63
Obr. 46 Uspořádání geometrie.....	64
Obr. 47 FEM model struktury pro polohu dopadu č.3.....	65
Obr. 48 Uspořádání geometrie.....	65
Obr. 49 Efektivní napětí v čase 0,005 ms .....	66
Obr. 50 Efektivní napětí v čase 0,015 ms .....	66
Obr. 51 Efektivní napětí v čase 0,03 ms .....	67
Obr. 52 Efektivní napětí v čase 0,045 ms .....	67
Obr. 53 Efektivní napětí v čase 0,06 ms .....	68
Obr. 54 Efektivní napětí v čase 0,075 ms .....	68
Obr. 55 Efektivní napětí v čase 0,09 ms .....	69
Obr. 56 Efektivní napětí v čase 0,11 ms (závěrečný krok analýzy) .....	69
Obr. 57 Efektivní napětí v čase 0,015 ms .....	70
Obr. 58 Efektivní napětí v čase 0,06 ms .....	70
Obr. 59 Efektivní napětí v čase 0,11 ms (závěrečný krok analýzy) .....	71
Obr. 60 Efektivní napětí v čase 0,015 ms .....	71
Obr. 61 Efektivní napětí v čase 0,06 ms .....	72
Obr. 62 Efektivní napětí v čase 0,11 ms (závěrečný krok analýzy) .....	72
Obr. 63 Pokles kinetické energie projektilu při perforaci struktury s polohou dopadu č.1 .	73
Obr. 64 Pokles kinetické energie projektilu při perforaci struktury s polohou dopadu č.2 .	74
Obr. 65 Pokles kinetické energie projektilu při perforaci struktury s polohou dopadu č.3 .	74
Obr. 66 Porovnání poklesu kinetické energie projektilu při jednotlivých polohách dopadu .....	75
Obr. 67 Pokles rychlosti projektilu při perforaci struktury s polohou dopadu č.1 .....	76

---

Obr. 68 Pokles rychlosti projektilu při perforaci struktury s polohou dopadu č.2 .....	76
Obr. 69 Pokles rychlosti projektilu při perforaci struktury s polohou dopadu č.3 .....	77
Obr. 70 Porovnání poklesu rychlosti projektilu při jednotlivých polohách dopadu.....	77
Obr. 71 Řez strukturou s polohou dopadu č.1 – Osová symetrie .....	79
Obr. 72 Řez strukturou s polohou dopadu č.3 – Osová symetrie .....	79
Obr. 73 Řez strukturou s polohou dopadu č.2 – Čtvrtinová symetrie .....	80

## SEZNAM TABULEK

Tab. 1 Hodnoty rychlosti a kinetické energie před a po perforaci struktury .....	73
--	----