

Regulace SISO systémů se zadaným typem nonlinearity

Control of SISO systems with given type of nonlinearity

Bc. Michaela Bubeníková

Diplomová práce
2007



Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně
Fakulta aplikované informatiky

Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně

Fakulta aplikované informatiky

Ústav řízení procesů

akademický rok: 2006/2007

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení: **Bc. Michaela BUBENÍKOVÁ**
Studijní program: **N 2807 Chemické a procesní inženýrství**
Studijní obor: **Automatizace a řídicí technika**

Téma práce: **Regulace SISO systémů se zadaným typem
nelinearity**

Zásady pro vypracování:

1. Provedte literární průzkum z oblasti teorie regulace týkající se dané problematiky.
2. Popište metodu regulace systému se zadanou nelinearitou.
3. Dále se seznamte s literaturou o software MATLAB a do textu práce uveďte jeho stručný popis.
4. Vytvořte program pro simulační ověření regulace SISO systému se zadanou nelinearitou v MATLABu.
5. Vyhodnoťte výsledky vybrané metody regulace pro různé soustavy.

Rozsah práce:

Rozsah příloh:

Forma zpracování diplomové práce: **tištěná/elektronická**

Seznam odborné literatury:

1. Balátě, J. (2004). Automatické řízení. 2. přepracované vydání, BEN -- technická literatura, Praha, ISBN 80-7300-148-9.
2. Zítek, P. a Víteček, A. (1999). Návrh řízení podsystémů se zpožděními a nelinearitami. Vydavatelství ČVUT, Praha, ISBN 80-01-01939-X.
3. Lin, C.-F. (1994). Advanced Control System Design. Prentice Hall, New Jersey, USA, ISBN 0-13-006305-3
4. Hanselman, D., Littlefield, B. (2005). Mastering MATLAB 7. Prentice Hall, New Jersey, USA, ISBN 0-13-185714-2.
5. Harman, T. L., Dabney, J. B. (2004). Mastering SIMULINK. Prentice Hall, New Jersey, USA, ISBN 0-13-142477-7.

Vedoucí diplomové práce:

Ing. Karel Perůtka
Ústav řízení procesů

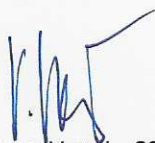
Datum zadání diplomové práce:

13. února 2007

Termín odevzdání diplomové práce:

24. května 2007

Ve Zlíně dne 13. února 2007



prof. Ing. Vladimír Vašek, CSc.
děkan



prof. Ing. Petr Dostál, CSc.
ředitel ústavu

ABSTRAKT

Tato práce se zabývá návrhem řízení pro systémy s nelinearitami. Jsou zde popsány různé typy nelinearit a standardní nelineární systémy. Dále je popsán návrh řízení metodou agregace stavových proměnných, návrh robustního řízení a návrh jednoduchého nelineárního řízení. Tyto metody návrhu regulace jsou následně simulačně ověřeny v programu MATLAB, resp. jeho nadstavbě Simulink, na několika vybraných modelech soustav a výsledky simulace jsou vyhodnoceny.

Klíčová slova: nelineární regulace, typy nelinearit, standardní nelineární systémy, agregace stavových proměnných, robustní řízení, návrh jednoduchého nelineárního řízení

ABSTRACT

This master thesis deals with the control of systems with nonlinearities. There are described various types of nonlinearities and standard nonlinear systems in the thesis. This is followed by the description of the design of control by the method of aggregation of state variables, design of robust control and a simple nonlinear control strategy. These methods of controller design are then verified by simulation in MATLAB-Simulink environment for chosen models of systems and, at the end, the results of simulation are provided and analyzed.

Keywords: nonlinear control, types of nonlinearities, standard nonlinear systems, aggregation of state variables, robust control, simple nonlinear strategy

Na tomto místě bych ráda poděkovala vedoucímu své diplomové práce panu Ing. Karlu Perůtkovi za odborné vedení, cenné rady a připomínky jakož i trvalý zájem, který mé práci věnoval.

Prohlašuji, že jsem na diplomové práci pracovala samostatně a použitou literaturu jsem citovala. V případě publikace výsledků, je-li to uvolněno na základě licenční smlouvy, budu uvedena jako spoluautorka.

Ve Zlíně dne 22.5.2007

.....
Michaela Bubeníková

OBSAH

ÚVOD	8
I TEORETICKÁ ČÁST	9
1 NELINEÁRNÍ SYSTÉMY	10
1.1 POPIS NELINEÁRNÍCH SYSTÉMŮ	10
1.2 CHARAKTERISTIKY NĚKTERÝCH TYPŮ NELINEARIT	11
1.2.1 Nelinearita typu nasycení (saturace).....	12
1.2.2 Nelinearita typu hystereze	12
1.2.3 Nelinearita typu necitlivost	13
1.2.4 Nelinearita typu tření.....	14
1.2.5 Nelinearita typu relé	14
1.2.6 Obecná nelinearita.....	15
1.2.7 Nelineární funkce	16
1.3 MODEL STANDARDNÍHO NELINEÁRNÍHO SYSTÉMU	17
2 METODY NÁVRHU ŘÍZENÍ NELINEÁRNÍCH SYSTÉMŮ	20
2.1 NÁVRH ŘÍZENÍ METODOU AGREGACE STAVOVÝCH PROMĚNNÝCH	20
2.1.1 Řízení na základě minimalizace účelového funkcionálu	20
2.2 NÁVRH ROBUSTNÍHO ŘÍZENÍ.....	25
2.2.1 Řízení s vysokým zesílením.....	25
2.2.2 Řízení v klouzavém režimu.....	29
2.3 JEDNODUCHÁ NELINEÁRNÍ STRATEGIE ŘÍZENÍ.....	31
3 POPIS PROGRAMU MATLAB	35
3.1 GRAFICKÝ SUBSYSTÉM	35
3.2 POPIS SYSTÉMU SIMULINK.....	35
3.2.1 Knihovny bloků v Simulinku	36
II PRAKTICKÁ ČÁST	37
4 MODELY VYBRANÝCH SOUSTAV S NELINEARITAMI	38
4.1 KULOVÝ ZÁSOBNÍK NA KAPALINU	38
4.1.1 Odvození matematického modelu:.....	38
4.2 ZÁSOBNÍK S NEKONSTANTNÍM PRŮŘEZEM	41
4.2.1 Odvození matematického modelu.....	41
4.3 PRŮTOČNÝ TEPELNÝ VÝMĚNÍK S PROMÍCHÁVÁNÍM	44
5 SIMULAČNÍ OVĚŘENÍ REGULACE VYBRANÝCH NELINEÁRNÍCH SYSTÉMŮ	47
5.1 SIMULAČNÍ OVĚŘENÍ NÁVRHU ŘÍZENÍ METODOU MINIMALIZACE KVADRATICKÉHO ÚČELOVÉHO FUNKCIONÁLU	47
5.1.1 Návrh řízení pro kulový zásobník na kapalinu.....	47
5.1.2 Návrh řízení pro zásobník na kapalinu s nekonstantním průřezem	51
5.1.3 Návrh řízení pro průtočný tepelný výměník s promícháváním	55

5.2	SIMULAČNÍ OVĚŘENÍ NÁVRHU ROBUSTNÍHO ŘÍZENÍ S VYSOKÝM ZESÍLENÍM.....	59
5.2.1	Návrh robustního řízení s vysokým zesílením pro kulový zásobník na kapalinu	59
5.2.2	Návrh robustního řízení s vysokým zesílením pro zásobník na kapalinu s nekonstantním průřezem.....	62
5.3	SIMULAČNÍ OVĚŘENÍ NÁVRHU ROBUSTNÍHO ŘÍZENÍ V KLOUZAVÉM REŽIMU	65
5.3.1	Návrh robustního řízení v klouzavém režimu pro kulový zásobník na kapalinu	65
5.3.2	Návrh robustního řízení v klouzavém režimu pro zásobník na kapalinu s nekonstantním průřezem.....	68
5.4	SIMULAČNÍ OVĚŘENÍ JEDNODUCHÉ NELINEÁRNÍ STRATEGIE ŘÍZENÍ.....	71
5.5	VYHODNOCENÍ VÝSLEDKŮ SIMULACE	74
5.5.1	Diskuze výsledků	76
ZÁVĚR		78
THE CONCLUSION.....		80
SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY.....		82
SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK		83
SEZNAM OBRÁZKŮ		86

ÚVOD

V reálném světě je většina fyzikálních, biologických, chemických, ekonomických a jiných systémů nelineárních. V inženýrské praxi jsou nelineární systémy takřka všudypřítomné. Mnohdy lze některé nelineární systémy s dostatečnou přesností vyšetřovat a řídit jako lineární, avšak pouze v blízkosti pracovních bodů či rovnovážných stavů. Při použití nelineárního řízení se však může pohybovat ve velkých pracovních rozsazích, kdy už neplatí podmínky linearizace kolem pracovního bodu a lineárním řízením bychom nedosáhli vyhovující kvality regulačního pochodu. Některé systémy mají také nelinearity, které nelze lineárně aproximovat. Jsou to např. tření, hystereze apod., které vyvolávají nežádoucí jevy a velké ustálené regulační odchylky. Jejich vliv je proto potřeba kompenzovat vhodným návrhem nelineárního řízení [3].

Tato práce se zabývá návrhem řízení pro SISO systémy s různými typy nelinearity a klade si za cíl předložit možnosti návrhu řízení respektující podstatné nelinearity v řízeném objektu. V minulosti byla aplikace metod nelineárního řízení obtížná, avšak dnešní rychlá výpočetní technika umožňuje jejich praktické využití. V první části této práce jsou popsány různé typy nelinearity a standardní nelineární systémy popsané nelineárními diferenciálními rovnicemi. V nedávných letech bylo vyvinuto mnoho metod návrhu nelineárního řízení [7]. V této práci jsou představeny metody návrhu řízení pomocí minimalizace kvadratického účelového funkcionálu, robustní řízení s vysokým zesílením, robustní řízení v klouzavém režimu a jednoduché nelineární řízení. Tyto metody návrhu jsou poté aplikovány na vybrané nelineární jednorozměrové soustavy a návrh řízení metodou minimalizace kvadratického účelového funkcionálu je pro ukázkou demonstrován také na mnohorozměrovém modelu průtočného tepelného výměníku s promícháváním.

Všechna navržená řízení jsou simulačně ověřena v systému Simulink programu Matlab a výsledky regulačních pochodů vyhodnoceny pomocí kritérií kvality regulace založených na výpočtu sumace regulační odchylky a přírůstků akční veličiny.

I. TEORETICKÁ ČÁST

1 Nelineární systémy

1.1 Popis nelineárních systémů

Nelineární systém je soubor prvků systému, z nichž alespoň jeden je nelineární. Tyto členy mohou být buď statické a pak jsou popsány algebraickými rovnicemi, nebo dynamické, které popisují diferenciální rovnice.

Nelineární SISO dynamický systém lze popsat nelineární diferenciální rovnicí řádu „n“ nebo soustavou „n“ nelineárních rovnic prvního řádu. Nelineární diferenciální rovnice třetího řádu popisující nelineární SISO dynamický systém může mít například tvar [6]:

$$y''' + 2(y')^2 + y'\sqrt{y''} + 5y = u \quad (1)$$

Matematický popis systému pomocí soustavy diferenciálních rovnic prvního řádu získáme z rovnice (1) volbou stavových proměnných:

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= y & \dot{x}_1 &= x_2 \\ x_2 &= y' & \dot{x}_2 &= x_3 \\ x_3 &= y'' & \dot{x}_3 &= -2(x_2)^2 - x_2\sqrt{x_3} - 5x_1 + u \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

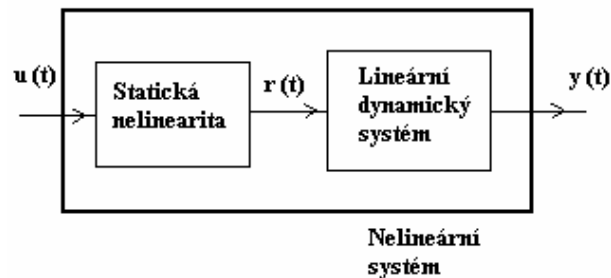
Nelineární systémy se od lineárních liší především v následujících vlastnostech [6]:

- neplatí u nich princip superpozice
- rovnovážné stavy mohou existovat i mimo počátek souřadnic
- u autonomních systémů mají počáteční podmínky vliv na dosažení rovnovážných stavů
- v systému vzniká autooscilace, tedy samobuzené kmity, jejichž frekvence je jiná než frekvence budící
- při měnění se frekvenci budícího signálu dochází ke skokovým změnám amplitudy

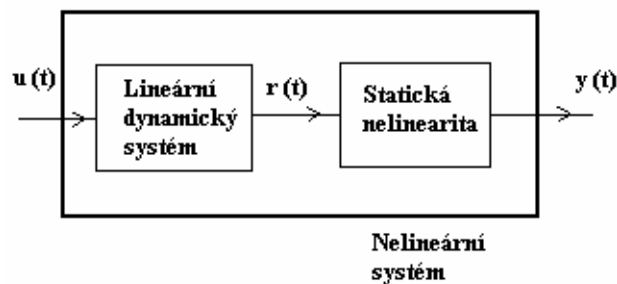
Některé nelineární systémy lze za určitých podmínek a v určitých oblastech vyšetřovat jako lineární, není to však možné u všech.

1.2 Charakteristiky některých typů nelinearit

V technické praxi se lze setkat se systémy, které lze rozdělit na jejich lineární a nelineární část. Dynamiku systému některých technologických zařízení lze aproximovat lineárním modelem a nelineární část její nelineární charakteristikou. Nelineární charakteristiky mohou mít např. některé akční členy, ventily apod. Tyto systémy lze potom modelovat dvěma do série zapojenými bloky, lineárním a nelineárním blokem. Existují dva základní typy těchto modelů a to Hammersteinův a Wienerův model [9]. Hammersteinův model (Obr. 1) reprezentuje nelineární systém, který je tvořen statickou nelinearitou následovanou systémem s lineární dynamikou. Jestliže jde o známou nelinearitu f_N , pak lze systém považovat za lineární se vstupem transformovaným na $\{f_N(u(t))\}$. Základní Wienerův model (Obr. 2) se skládá ze systému s lineární dynamikou následovanou systémem se statickou nelinearitou. Jak již bylo zmíněno výše, u nelineárních systémů neplatí princip superpozice a proto výstup $y(t)$ těchto dvou modelů není roven, i když matematický popis jak statické nelinearity, tak lineárního dynamického systému může být stejný.



Obr. 1. Hammersteinův model

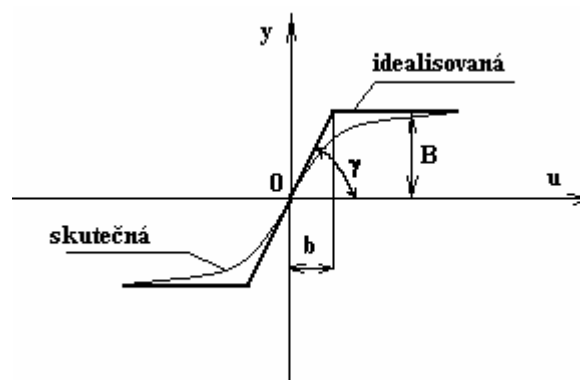


Obr. 2. Základní Wienerův model

V praxi se podle [1] lze nejčastěji setkat s těmito nelinearitami a jejich charakteristikami: nasycení, hystereze, necitlivost, tření, reléové charakteristiky, obecné nelinearity a nelineární matematické funkce.

1.2.1 Nelinearita typu nasycení (saturace)

Tato nelinearita (Obr. 3) je nejčastějším typem nelinearity akčních členů, protože z různých fyzikálních a technických důvodů není možné dosáhnout libovolně velké akční veličiny. V určité oblasti této nelinearity se při změně vstupního signálu u výstupní signál y téměř nemění. Tato charakteristika je typická také pro zesilovače, členy s mechanickými dorazy a servomotory.



Obr. 3. Charakteristika nasycení

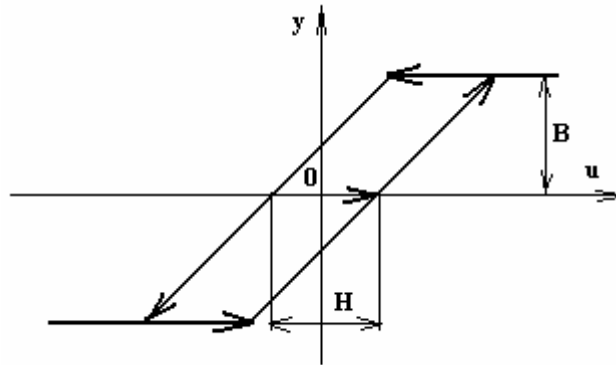
Výstup z nelineárního členu nasycení [1]:

$$\left. \begin{aligned} y &= k u \quad \text{pro } |u| \leq b \\ y &= B \operatorname{sign} u \quad \text{pro } |u| > b \\ k &= \operatorname{tg} \gamma \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

1.2.2 Nelinearita typu hystereze

Projevuje se např. jako vůle v převodech, kde je způsobena vůlí v ozubení nebo je způsobena vlastnostmi feromagnetických materiálů a lze se s ní setkat u servopohonů s železnými jádry, magnetických a rotačních zesilovačů, které používají obvody se železem

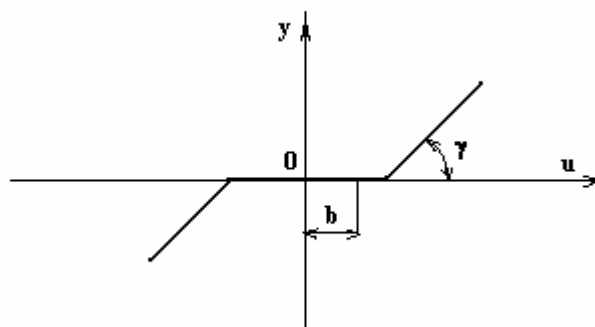
či u deformačních měřících přístrojů. Na obrázku (Obr. 4) je její charakteristika. H je šířka pásma hystereze a šipky naznačují, které větve je nutné uvažovat, jestliže vstupní veličina roste či klesá.



Obr. 4. Charakteristika hystereze

1.2.3 Nelinearita typu necitlivost

Tato nelinearita je způsobena např. vůlí v mechanických členech, pasivními odpory, nedokonalostmi v provedení, suchým třením u servomotorů či překrytím šoupátek u hydraulických a pneumatických zesilovačů. V charakteristice necitlivosti (Obr. 5) je oblast o velikosti $2b$ v níž se projevuje necitlivost na změny vstupního signálu u .



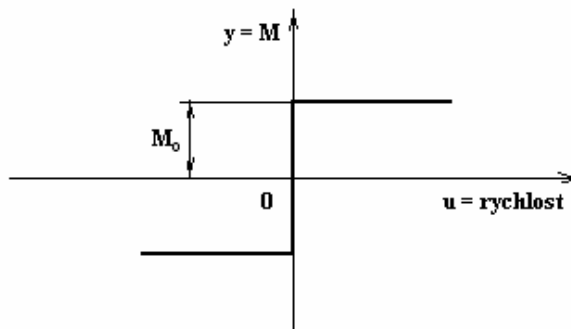
Obr. 5. Charakteristika necitlivosti

Výstup z nelineárního členu s pásmem necitlivosti [1]:

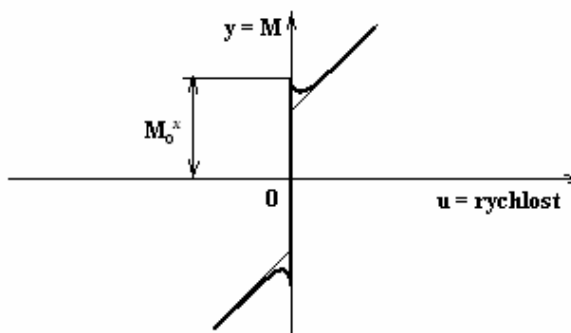
$$\left. \begin{aligned} y &= 0 \quad \text{pro } |u| \leq b \\ y &= k u - k b \operatorname{sign} u \quad \text{pro } |u| > b \\ k &= \operatorname{tg} \gamma \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

1.2.4 Nelinearita typu tření

S tímto typem nelinearity se lze setkat např. v servomechanismech. Charakteristika nelinearity suchého tření (Obr. 6) se projevuje skokovou změnou momentu tření M při změně směru rychlosti u . Skutečné tření (Obr. 7) je potom dáno kombinací suchého a viskózního tření. Při rozběhu je nutné překonat klidové tření M_0^x [1].



Obr. 6. Charakteristika suchého tření

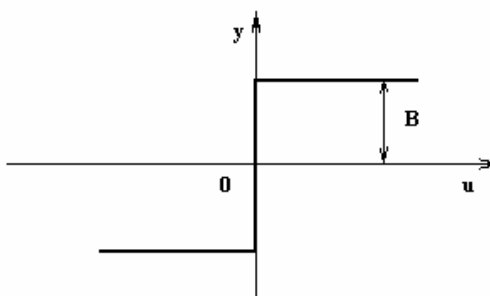


Obr. 7. Charakteristika skutečného tření

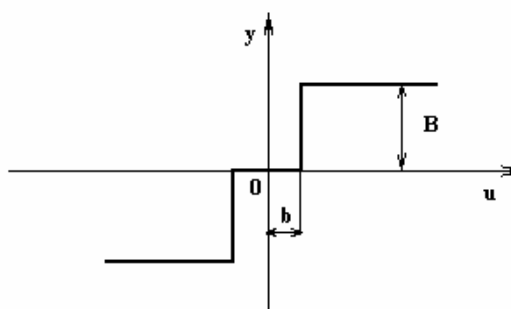
1.2.5 Nelinearita typu relé

Tyto nelinearity se projevují u členů regulačních obvodů a servomechanismů. Hlavním představitelem členů s touto charakteristikou je relé. Výstupní veličina se mění skokem, tj. nespojitě při spojitě změně vstupní veličiny. Následující obrázky představují reléovou

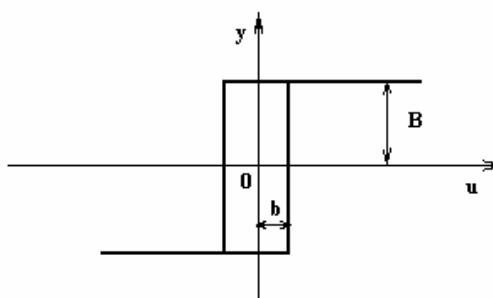
charakteristiku ideální (Obr. 8), s pásmem necitlivosti (Obr. 9) a s hysterezí (Obr. 10), která je způsobena různými hodnotami proudu přítahu a odpadu kotvy relé[1].



Obr. 8. Charakteristika ideálního relé



Obr. 9. Charakteristika relé s pásmem necitlivosti

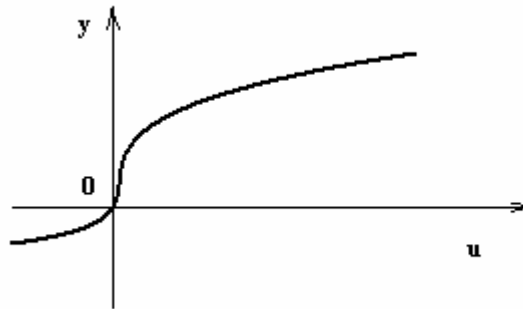


Obr. 10. Charakteristika relé s hysterezí

1.2.6 Obecná nelinearita

Charakteristika této nelinearity je na (Obr. 11). Jejím výstupem je obecně nelineární funkce (6). Tyto charakteristiky mají např. elektronické prvky jako cívky, diody a nelineární kondenzátory a mnohé snímače fyzikálních veličin.

$$u = \Phi(y) \quad (5)$$

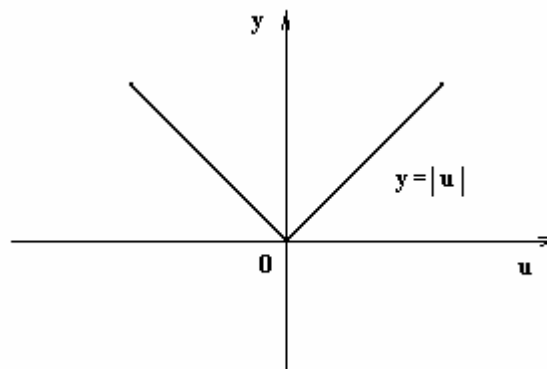


Obr. 11. Charakteristika obecné nelinearity

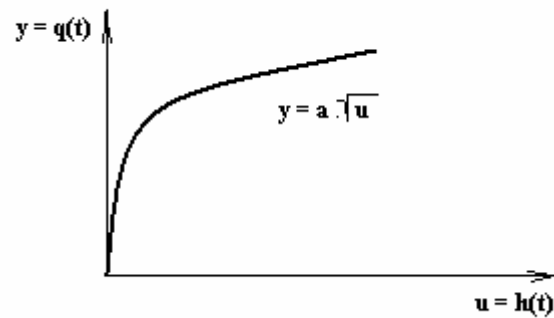
1.2.7 Nelineární funkce

Mezi nelinearity jsou také zařazovány některé matematické funkce jako je absolutní hodnota (Obr. 12), násobení a dělení signálů, mocninné a odmocninné funkční závislosti [6]. Velmi často se vyskytují v matematických modelech různých technologických procesů, např. u ventilů, kdy průtok ventilem je dán rovnicí (5). Z této rovnice vyplývá, že průtok ventilem je závislý na odmocnině výšky hladiny v zásobníku na kapalinu. Příklad charakteristiky je na obrázku (Obr. 13).

$$q(t) = a\sqrt{h(t)} \quad (6)$$



Obr. 12. Charakteristika absolutní hodnoty



Obr. 13. Charakteristika odmocninné nelinearity $y = a \cdot \sqrt{u}$

1.3 Model standardního nelineárního systému

Nejprve je nutné vymezit pojem standardní nelineární systém či podsystém, z jehož matematického modelu se bude dále vycházet při návrhu řízení metodou agregace stavových proměnných a robustního řízení. Tento matematický model je popsán v [2].

Uvažujme obecný řízený nelineární dynamický systém, jehož matematický model má ve složkovém vyjádření tvar:

$$\left. \begin{array}{ll}
 \dot{x}_1 = x_2, & x_1(0) = x_{10}, \\
 \dot{x}_2 = x_3, & x_2(0) = x_{20}, \\
 \vdots & \vdots \\
 \dot{x}_{r_1} = f_{r_1}(x, v, t) + \sum_{j=1}^m g_{r_1 j}(x, v, t)u_j, & x_{r_1}(0) = x_{r_1 0}, \\
 \dot{x}_{r_1+1} = x_{r_1+2}, & x_{r_1+1}(0) = x_{r_1+1,0}, \\
 \dot{x}_{r_1+2} = x_{r_1+3}, & x_{r_1+2}(0) = x_{r_1+2,0}, \\
 \vdots & \vdots \\
 \dot{x}_{r_2} = f_{r_2}(x, v, t) + \sum_{j=1}^m g_{r_2 j}(x, v, t)u_j, & x_{r_2}(0) = x_{r_2 0}, \\
 \dot{x}_{r_2+1} = x_{r_2+2}, & x_{r_2+1}(0) = x_{r_2+1,0}, \\
 \dot{x}_{r_2+2} = x_{r_2+3}, & x_{r_2+2}(0) = x_{r_2+2,0}, \\
 \vdots & \vdots \\
 \dot{x}_n = f_n(x, v, t) + \sum_{j=1}^m g_{nj}(x, v, t)u_j, & x_n(0) = x_{n0}, \\
 r_j = r_{j-1} + n_j, \quad r_0 = 0, \quad n = \sum_{j=1}^m n_j, \quad j = 1, 2, \dots, m.
 \end{array} \right\} \quad (7)$$

Přehledněji lze tento matematický model zapsat vektorově ve tvaru :

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(x, v, t) + \sum_{j=1}^m \mathbf{g}_j(x, v, t)u_j, \quad \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0, \quad (8)$$

respektive:

$$\begin{aligned}
\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) + \mathbf{G}(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t)\mathbf{u}, & \mathbf{x}(0) &= \mathbf{x}_0, \\
\mathbf{x} &= [x_1, x_2, \dots, x_n]^T, & \dim \mathbf{x} &= n; & \mathbf{u} &= [u_1, u_2, \dots, u_m]^T, & \dim \mathbf{u} &= m; \\
\mathbf{v} &= [v_1, v_2, \dots, v_p]^T, & \dim \mathbf{v} &= p; \\
\mathbf{f} &= [x_2, \dots, f_{r_1}, x_{r_1+2}, \dots, f_{r_2}, x_{r_2+2}, \dots, f_n]^T, & \dim \mathbf{f} &= n; \\
\mathbf{G} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ g_{r_1 1} & g_{r_1 2} & \dots & g_{r_1 m} \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ & & \dots & \\ g_{r_2 1} & g_{r_2 2} & \dots & g_{r_2 m} \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ g_{n1} & g_{n2} & \dots & g_{nm} \end{bmatrix} = [\mathbf{g}_1, \mathbf{g}_2, \dots, \mathbf{g}_m], & \dim \mathbf{G} &= (n, m); \\
\mathbf{g}_j &= [0, \dots, g_{r_j}, 0, \dots, g_{nj}]^T, & \dim \mathbf{g}_j &= n,
\end{aligned} \tag{9}$$

kde \mathbf{x} je vektor stavových proměnných, \mathbf{u} - vektor řídicích proměnných, \mathbf{v} - vektor poruchových proměnných, \mathbf{f} - spojitá vektorová funkce, \mathbf{G} - matice spojitých funkcí g_{ij} , \mathbf{g}_j - spojitá vektorová funkce (sloupcové vektory matice \mathbf{G}), n - počet stavových proměnných (řád nelineárního dynamického systému), n_j - dílčí řád, m - počet řídicích proměnných, p - počet poruchových proměnných, T - symbol transpozice, dim - dimenze vektoru nebo matice. V celém dalším textu se předpokládá $i = 1, 2, \dots, n$; $j = 1, 2, \dots, m$ a striktně se nerozlišuje mezi pojmy systém (podsystem) a model a slovo dynamický se bude rovněž vynechávat.

Nelineární systémy, jejichž matematické modely mají složkové stavové vyjádření (7) jsou standardního tvaru.

2 METODY NÁVRHU ŘÍZENÍ NELINEÁRNÍCH SYSTÉMŮ

2.1 Návrh řízení metodou agregace stavových proměnných

Návrh řízení metodou agregace stavových proměnných je založen buď na minimalizaci účelového funkcionálu nebo na zajištění požadovaného modelu uzavřeného systému řízení. Obě metody jsou podrobně popsány v literatuře [2]. Tato práce se bude zabývat pouze první z nich.

2.1.1 Řízení na základě minimalizace účelového funkcionálu

Účelem programového řízení je přesné sledování předem zadané požadované stavové trajektorie $\{\mathbf{x}^w(t)\}$ skutečnou stavovou trajektorií $\{\mathbf{x}(t)\}$ řízeného nelineárního systému, tj. minimalizace vektoru odchylek:

$$\mathbf{e}(t) = \mathbf{x}^w(t) - \mathbf{x}(t) \quad (10)$$

Pro globální hodnocení kvality řízení může být s výhodou použito kvadratického účelového funkcionálu:

$$J = \int_0^{\infty} (\mathbf{e}^T \mathbf{Q} \mathbf{e} + \dot{\mathbf{e}}^T \mathbf{Q}_0 \dot{\mathbf{e}}) dt \quad (11)$$

\mathbf{Q} a \mathbf{Q}_0 jsou symetrické pozitivně definitní, resp. pozitivně semidefinitní váhové matice řádu n .

Dále musí platit:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{e}(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} \dot{\mathbf{e}}(t) = 0 \quad (12)$$

První výraz v integrandu účelového funkcionálu (11) zajišťuje blízkost stavových trajektorií $\{\mathbf{x}(t)\}$ a $\{\mathbf{x}^w(t)\}$, druhý výraz zajišťuje dostatečnou blízkost i jejich změn v čase, tj. jejich derivací $\{\dot{\mathbf{x}}(t)\}$ a $\{\dot{\mathbf{x}}^w(t)\}$. Důležitost jednotlivých složek vektorů \mathbf{e} a $\dot{\mathbf{e}}$ vyjadřují odpovídající prvky váhových matic \mathbf{Q} a \mathbf{Q}_0 .

Úlohou optimálního programového řízení pro standardní nelineární systém (8) je určení takového zpětnovazebního řízení

$$\mathbf{u}^* = \mathbf{u}^*(\mathbf{x}, \mathbf{x}^w, \mathbf{v}, t), \quad (13)$$

které minimalizuje kvadratický účelový funkcionál (11).

Nyní se zavede vektor agregované odchylky:

$$\mathbf{s} = -\mathbf{D}\mathbf{e}, \quad \dim \mathbf{D} = (m, n), \quad \text{rank} \mathbf{D} = m, \quad (14)$$

kde \mathbf{D} je nezáporná agregační matice.

Nyní lze v kvadratickém účelovém funkcionálu zastoupit vektory \mathbf{e} a $\dot{\mathbf{e}}$ dimenze n odpovídajícími agregovanými vektory \mathbf{s} a $\dot{\mathbf{s}}$ dimenze m , tj.

$$J = \int_0^{\infty} (\mathbf{s}^T \mathbf{s} + \dot{\mathbf{s}}^T \mathbf{T}^2 \dot{\mathbf{s}}) dt, \quad (15)$$

kde

$$\mathbf{T} = \text{diag}[T_1, T_2, \dots, T_m] \quad (16)$$

je diagonální matice kladných časových konstant T_j řádu m .

Ze srovnání funkcionálů (11) a (15) vyplývají rovnosti

$$\mathbf{Q} = \mathbf{D}^T \mathbf{D}, \quad \mathbf{Q}_0 = \mathbf{D}^T \mathbf{T}^2 \mathbf{D} \quad (17)$$

a na základě vztahů (12) a (14) platí:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{s}(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} \dot{\mathbf{s}}(t) = 0 \quad (18)$$

Ze vztahů (17) je zřejmé, že pro dané matice \mathbf{D} a \mathbf{T} vždy existují odpovídající váhové matice \mathbf{Q} a \mathbf{Q}_0 , a proto jsou v tomto případě funkcionály (11) a (15) vzájemně ekvivalentní.

Jednoduchá struktura funkcionálu (15) umožňuje jeho přímou minimalizaci bez použití metod dynamické optimalizace.

Použije se pomocný kvadratický funkcionál

$$\int_0^{\infty} (\mathbf{T}\dot{\mathbf{s}} + \mathbf{s})^T (\mathbf{T}\dot{\mathbf{s}} + \mathbf{s}) dt, \quad (19)$$

který nabývá svého ostrého globálního minima rovného 0 na časové vektorové funkci $\{\mathbf{s}^*(t)\}$, která je řešením lineární diferenciální rovnice

$$\mathbf{T}\dot{\mathbf{s}} + \mathbf{s} = 0 \quad (20)$$

při počáteční podmínce

$$\mathbf{s}(0) = \mathbf{s}_0 = -\mathbf{D}\mathbf{e}(0) = -\mathbf{D}\mathbf{e}_0. \quad (21)$$

Řešení diferenciální rovnice (20) má tvar:

$$\mathbf{s}^*(t) = \exp(-\mathbf{T}^{-1}t)\mathbf{s}_0, \quad (22)$$

ze kterého vyplývá interpretace diagonální matice (16) jako matice časových konstant.

Lze ukázat, že kvadratický účelový funkcionál (11) nabývá svého ostrého globálního minima na stejné funkci $\{\mathbf{s}^*(t)\}$ jako pomocný kvadratický funkcionál (19), tj. na řešení (22) diferenciální rovnice (20).

Pomocný kvadratický funkcionál (19) upravíme:

$$\int_0^{\infty} (\mathbf{T}\dot{\mathbf{s}} + \mathbf{s})^T (\mathbf{T}\dot{\mathbf{s}} + \mathbf{s}) dt = \int_0^{\infty} (\mathbf{s}^T \mathbf{s} + \dot{\mathbf{s}}^T \mathbf{T}^2 \dot{\mathbf{s}}) dt + 2 \int_0^{\infty} \mathbf{s}^T \mathbf{T} \dot{\mathbf{s}} dt \quad (23)$$

a poslední výraz integrujeme metodou per partes s využitím koncových podmínek (18):

$$\begin{aligned} \int_0^{\infty} \mathbf{s}^T \mathbf{T} \dot{\mathbf{s}} dt &= [\mathbf{s}^T \mathbf{T} \mathbf{s}]_0^{\infty} - \int_0^{\infty} \dot{\mathbf{s}}^T \mathbf{T} \mathbf{s} dt = -\mathbf{s}_0^T \mathbf{T} \mathbf{s}_0 - \int_0^{\infty} \mathbf{s}^T \mathbf{T} \dot{\mathbf{s}} dt \Rightarrow \\ \Rightarrow 2 \int_0^{\infty} \mathbf{s}^T \mathbf{T} \dot{\mathbf{s}} dt &= -\mathbf{s}_0^T \mathbf{T} \mathbf{s}_0. \end{aligned} \quad (24)$$

Na základě vztahů (23) a (24) dostáváme důležitou rovnost

$$\int_0^{\infty} (\mathbf{s}^T \mathbf{s} + \dot{\mathbf{s}}^T \mathbf{T}^2 \dot{\mathbf{s}}) dt = \int_0^{\infty} (\mathbf{T}\dot{\mathbf{s}} + \mathbf{s})^T (\mathbf{T}\dot{\mathbf{s}} + \mathbf{s}) dt + \mathbf{s}_0^T \mathbf{T} \mathbf{s}_0. \quad (25)$$

Protože hodnota [viz(21)]

$$\mathbf{J}^* = \mathbf{s}_0^T \mathbf{T} \mathbf{s}_0 = \mathbf{e}_0^T \mathbf{D}^T \mathbf{T} \mathbf{D} \mathbf{e}_0 \quad (26)$$

je konstantní, z rovnosti (25) vyplývá, že kvadratický účelový funkcionál (15) nabývá svého ostrého globálního minima rovného hodnotě (26) na stejné funkci $\{\mathbf{s}^*(t)\}$ jako pomocný kvadratický funkcionál (19).

Zároveň pokud platí vztahy (17), je hodnota (26) současně i ostrým globálním minimem původního kvadratického účelového funkcionálu (11).

Diferenciální rovnice (20) popisuje vlastnosti optimálního uzavřeného systému řízení vzhledem k vektoru agregované odchylky s . Po dosazení (14) do (20) a úpravě se obdrží agregovaná diferenciální rovnice optimálního uzavřeného systému řízení vyjádřená vzhledem k vektoru odchylek e , tj.

$$D\dot{e} + T^{-1}De = 0, \quad e(0) = e_0, \quad (27)$$

kde v souladu s (10) a (8)

$$\dot{e} = \dot{x}^w - f(x, v, t) - G(x, v, t)u^*. \quad (28)$$

Ve vztazích (27) a (28) z důvodu větší přehlednosti nejsou hvězdičkami * označeny vektory e , \dot{e} , a x , podobně jako vektory s a \dot{s} v rovnici (20), i když jsou optimální.

Platí-li

$$\text{rank}[DG(x, v, t)] = m, \quad (29)$$

pak ze vztahů (27) a (28) můžeme určit optimální zpětnovazební řízení

$$u^* = [DG(x, v, t)]^{-1} \{T^{-1}De + D[\dot{x}^w - f(x, v, t)]\}. \quad (30)$$

Ze vztahu (30) je zřejmé, že kromě zadané stavové trajektorie $\{x^w(t)\}$ je třeba rovněž znát i její derivaci $\{\dot{x}^w(t)\}$.

Pokud uvažujeme $\dot{x}^w(t) = 0$ (tedy stabilizační řízení), pak úloha optimálního řízení spočívá v převedení daného nelineárního systému (8) z počátečního vztahu $x(0) = x_0$ do zadaného koncového stavu $x(\infty) = x^w$ a setrvání v něm při minimální hodnotě kvadratického účelového funkcionálu (11). I v tomto případě minimální hodnota funkcionálu (11) je dána vztahem (26).

Optimální uzavřený systém řízení (27) můžeme vyjádřit ve tvaru

$$\dot{e} = Ae, \quad e(0) = e_0, \quad (31)$$

kde A je stavová matice dynamiky uzavřeného systému řízení řádu n .

Zvolíme-li prvky d_{ij} agregační matice D v souladu se vztahy (7):

$$\left. \begin{aligned} d_{ji} &= 0 && \text{pro } i \leq r_{j-1} \text{ nebo } i > r_j, \\ d_{ji} &> 0 && \text{pro } r_{j-1} < i \leq r_j, \\ d_{jr_j} &= 1, \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

pak charakteristický mnohočlen optimálního uzavřeného systému řízení (31), resp. (27) bude:

$$\begin{aligned}
 N^w(s) &= \det(sI - A) = \prod_{j=1}^m N_j^w(s), \\
 N_j^w(s) &= (d_{j,r_{j-1}+1} + d_{j,r_{j-1}+2}s + \dots + d_{j,r_{j-1}+1}s^{n_j-2} + s^{n_j-1}) \left(\frac{1}{T_j} + s \right) = \\
 &= \left(\frac{1}{T_j} + s \right) \sum_{p=r_{j-1}+1}^{r_j} d_{jp} s^{p-r_{j-1}-1}, \quad d_{jr_j} = 1,
 \end{aligned} \tag{33}$$

kde s je komplexní proměnná v Laplaceově transformaci, N_j^w - charakteristický mnohočlen j -tého autonomního podsystému řízení řádu n_j .

Vidíme tedy, že v tomto případě optimální uzavřený systém řízení (27), resp. (31) je tvořen m autonomními lineárními podsystémy řízení, jejichž požadované dynamické vlastnosti lze zajistit vhodnou volbou časových konstant T_j a koeficientů d_{ji} jejich charakteristických mnohočlenů (33), tedy vhodnou volbou matic T a D . Je to důležité, protože požadované dynamické vlastnosti uzavřeného systému řízení (27) se tím zaručí bez nutnosti předchozí znalosti váhových matic Q a Q_0 . Kvadratický účelový funkcionál má pouze pomocnou roli a při jeho minimalizaci došlo ke zpětnovazební linearizaci typu „vstup – stav“. Tato linearizace kompenzuje všechny nelinearity včetně poruch a zajišťuje požadované lineární vlastnosti uzavřeného systému řízení. Pokud ovšem není matematický model řízeného nelineárního systému dostatečně znám nebo pokud jsou poruchy neměřitelné, může dojít k nedostatečné kompenzaci a nemusí být dosaženo požadované kvality řízení nebo může být uzavřený systém řízení dokonce nestabilní.

Je-li agregační matice D zvolena v souladu se vztahy (32), pak platí

$$DG(x, v, t) = G_z(x, v, t), \tag{34}$$

kde G_z je agregovaná matice G .

Optimální zpětnovazební řízení (30) lze zapsat také ve tvaru

$$u^* = G_z^{-1}(x) \{ T^{-1} D e + D [\dot{x}^w - f(x, v)] \} \tag{35}$$

Protože tento zpětnovazební algoritmus řízení (30), resp. (35) vyžaduje znalost přesného matematického modelu řízeného nelineárního systému a také měřitelnost všech poruch v , jedná se o nerobustní algoritmus řízení.

2.2 Návrh robustního řízení

Tato metoda návrhu robustního řízení využívá metodu agregace stavových proměnných a je podrobně popsána v literatuře [2].

2.2.1 Řízení s vysokým zesílením

Algoritmus řízení uvedený v předchozí kapitole vyžaduje přesnou znalost matematického modelu nelineárního systému a měřitelnost všech poruch na něj působících. V reálných podmínkách ovšem téměř vždy dochází ke změnám vlastností nelineárního systému a poruchy nejsou vždy plně měřitelné, což může vést k nedostatečné kvalitě řízení a dokonce k nestabilitě uzavřeného systému řízení. Tento problém lze řešit například průběžným výpočtem zpětnovazební řízení.

Vyjděme ze vztahů (27) a (28). První výraz se zapíše ve tvaru

$$m^w(u^*) = 0, \quad (36)$$

kde

$$m^w(u^*) = D\dot{e}(u^*) + T^{-1}De, \quad (37)$$

$$\dot{e}(u^*) = \dot{x}^w - f(x, v, t) - G(x, v, t)u^*. \quad (38)$$

V předchozí kapitole byla tato rovnice [viz (27)] řešena analyticky. Nyní bude řešena iterační metodou pevného bodu, tj.

$$u_{k+1} = u_k - Km^w(u_k); \quad k = 0, 1, 2, \dots, \quad (39)$$

kde K je vhodně zvolená regulární čtvercová matice řádu m , u_0 – počáteční odhad řízení.

Za předpokladu, že matice K je vhodně zvolena, vektory x , \dot{x}^w , f a matice G se během iteračního výpočtu budou měnit dostatečně pomalu, tj.

$$\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}^w, \mathbf{f}, \mathbf{G} \approx \text{konst}, \quad (40)$$

řešení (39) bude konvergovat k pevnému bodu \mathbf{u}^* , tj.

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \mathbf{u}_k = \mathbf{u}^*. \quad (41)$$

Zvolíme-li např.

$$\mathbf{K} = \mathbf{J}^{-1}, \quad (42)$$

kde

$$\mathbf{J}(\mathbf{u}_k) = \left. \frac{\partial \mathbf{m}^w(\mathbf{u})}{\partial \mathbf{u}} \right|_{\mathbf{u}_k} \quad (43)$$

je Jacobiova matice funkce \mathbf{m}^w , obdrží se Newtonova-Raphsonova iterační metoda řešení nelineárních rovnic. Na základě vztahů (37), (38) a (42) lze psát

$$\mathbf{J}(\mathbf{u}_k) = -\mathbf{DG} = -\mathbf{G}_z = \mathbf{J}, \quad (44)$$

a po dosazení (43) do (39) při uvažování (42) se dostane

$$\mathbf{u}_1 = \mathbf{u}^* \quad (45)$$

tj. získá se optimální zpětnovazební řízení v jednom kroku. To je dáno lineární závislostí matematického modelu standardního nelineárního systému na řízení \mathbf{u} . Matice \mathbf{K} však musí být přesnou inverzí Jacobiovy matice (43), v opačném případě může být iterační proces nekonečný a dokonce může divergovat. Určování zpětnovazebního řízení na základě rekurentní diferenční rovnice (39) zastoupíme diferenciální rovnicí

$$\frac{d\mathbf{u}(t)}{dt} = \Theta \mathbf{m}^w[\mathbf{u}(t)], \quad \mathbf{u}(0) = \mathbf{u}_0, \quad (46)$$

která má stejné ustálené řešení jako původní diferenční rovnice (39), tj.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{u}(t) = \mathbf{u}^*, \quad (47)$$

kde

$$\Theta = -\lambda \mathbf{K}, \quad \lambda \rightarrow \infty. \quad (48)$$

Nyní se vyšetří stabilita ustáleného řešení (47) na základě linearizované diferenciální rovnice (46) za předpokladu, že platí (40). Linearizace se provede v okolí ustáleného řešení \mathbf{u}^* , tj.

$$\frac{d[\mathbf{u}(t) - \mathbf{u}^*]}{dt} = \mathbf{J}_m(\mathbf{u}^*)[\mathbf{u}(t) - \mathbf{u}^*] \quad (49)$$

kde Jacobiova matice $\mathbf{J}_m(\mathbf{u}^*)$ je dána vztahem [viz(44)]

$$\mathbf{J}_m(\mathbf{u}^*) = \left. \frac{\partial[\Theta \mathbf{m}^w(\mathbf{u})]}{\partial \mathbf{u}} \right|_{\mathbf{u}^*} = -\Theta \mathbf{G}_z = \mathbf{J}_m. \quad (50)$$

Protože se předpokládá splnění podmínek (40), asymptotická stabilita ustáleného řešení \mathbf{u}^* a tedy i řešení původní diferenciální rovnice (46) bude zajištěna, budou-li kořeny charakteristického mnohočlenu linearizované diferenciální rovnice (49)

$$\det(s\mathbf{I} - \mathbf{J}_m) = \det(s\mathbf{I} + \Theta \mathbf{G}_z) \quad (51)$$

mít záporné reálné části.

Pokud se zvolí v (48) matice $\mathbf{K} = \mathbf{G}_z^{-1}$ nebo \mathbf{G}_z^T , pak Jacobiova matice \mathbf{J}_m bude symetrická [viz(50)], a proto nutnou a postačující podmínkou stability ustáleného řešení \mathbf{u}^* v tomto případě je pozitivní definitnost matice $\Theta \mathbf{G}_z$ (pro $\mathbf{K} = \mathbf{G}_z^{-1}$ vždy splněno).

Je-li matice \mathbf{G}_z diagonální

$$\mathbf{G}_A(s) = (\mathbf{T}s)^{-1} \quad (52)$$

pak je vhodné aby matice Θ byla rovněž diagonální, tj.

$$\Theta = \text{diag}[\Theta_1, \Theta_2, \dots, \Theta_m] \quad (53)$$

V tomto případě nutná a postačující podmínka stability je dána jednoduchými vztahy

$$\Theta_j g_j > 0, \quad (54)$$

protože Jacobiova matice (50) je diagonální a kořeny charakteristického mnohočlenu (51) jsou

$$s_j = -\Theta_j g_j. \quad (55)$$

V obecném případě je třeba při ověřování stability řešení diferenciální rovnice (46) vycházet z charakteristického mnohočlenu (51) linearizované diferenciální rovnice (49).

Integrace diferenciální rovnice (46) vede na

$$\mathbf{u}(t) = \int_0^t \Theta \mathbf{m}^w d\tau + \mathbf{u}_0, \quad (56)$$

a za předpokladu

$$\Theta \approx \text{konst.}, \quad (57)$$

tedy když se tato matice bude během výpočtu měnit dostatečně pomalu,

$$\mathbf{u}(t) = \Theta \int_0^t \mathbf{m}^w d\tau + \mathbf{u}_0. \quad (58)$$

Doposud se předpokládalo splnění podmínek (40) a (57). Ve skutečnosti však tyto podmínky mohou být zajištěny pouze přibližně za předpokladu, že výpočet optimálního řízení \mathbf{u}^* bude podstatně rychlejší, než jsou časové změny výrazů (40) a (57). Výpočet tedy musí proběhnout během takového časového intervalu, během kterého lze předpokládat splnění těchto podmínek a také musí platit (47). Toho lze dosáhnout vhodnou volbou matice Θ a volbou dostatečně vysoké hodnoty zesílení λ . I když výpočet optimálního řízení na základě vztahu (58) teoreticky bude optimální pro $t \rightarrow \infty$, bude se dále předpokládat, že jeho výpočet je dostatečně rychlý, a proto ho lze považovat za suboptimální zpětnovazební řízení a bude se označovat křížkem \times , tj.

$$\mathbf{u}^\times = \Theta \int_0^t \mathbf{m}^w d\tau + \mathbf{u}_0. \quad (59)$$

Matice Θ může být velmi často konstantní a diagonální, a proto se dále bude předpokládat především tento případ. Důležité je, že v algoritmu řízení vystupuje jako integrand požadovaný model uzavřeného systému řízení (36) a (37) a také, že v něm nevystupuje model řízeného nelineárního systému. Proto lze toto řízení považovat za robustní. Počáteční řízení \mathbf{u}_0 lze určit odhadem z rovnovážného stavu, např. z agregovaného modelu nelineárního systému (8) pro $t = 0$ a $\dot{\mathbf{x}} = 0$, tj.

$$\begin{aligned} 0 &= D\mathbf{f}(\mathbf{x}_0, \mathbf{v}_0, 0) + \mathbf{G}_z(\mathbf{x}_0, \mathbf{v}_0, 0)\mathbf{u}_0 \Rightarrow \\ \mathbf{u}_0 &= -\mathbf{G}_z^{-1}(\mathbf{x}_0, \mathbf{v}_0, 0)D\mathbf{f}(\mathbf{x}_0, \mathbf{v}_0, 0) \end{aligned} \quad (60)$$

a přesně ze vztahu (35). Pokud matematický model nelineárního systému není známý, odhad počátečního řízení \mathbf{u}_0 může být velmi hrubý, protože algoritmus řízení (59) má

integrační charakter. Částečná znalost modelu je nutná z důvodu volby řádu požadovaného modelu uzavřeného systému řízení a vhodné matice Θ zajišťující stabilitu a rychlou konvergenci. Počáteční řízení u_0 se nemusí uvažovat, ale v tomto případě se musí na počátku počítat s možnými velkými a prudkými změnami řízení.

Po dosazení (37) do (59) a úpravě se obdrží robustní algoritmus řízení

$$u^x = \Theta \left[D(e - e_0) + T^{-1} D \int_0^t e d\tau \right] + u_0, \quad (61)$$

ze kterého je zřejmé, že se jedná o lineární řízení s vysokým zesílením.

I přes řadu výhodných vlastností má toto řízení jednu zásadní vadu, která spočívá v nutnosti příliš vysokých prvků diagonální matice Θ , což může způsobit vystupování nepřijatelně velkých hodnot řídicích proměnných u_j^x , případně i nestability celého systému řízení v případě, že rozdíly řádů skutečného systému a jeho předpokládaného modelu jsou větší nebo rovny jedné.

Robustní řízení s vysokým zesílením lze také zapisovat ve tvaru

$$u^x = \Theta m + u_0. \quad (62)$$

2.2.2 Řízení v klouzavém režimu

Řízení s vysokým zesílením [2] popsané v předchozí kapitole má některé nepříjemné vlastnosti, jako je negativní vliv na stabilitu uzavřeného systému řízení, nesoulad mezi řády dílčích řízených podsystémů a jejich předpokládaných modelů, ale také nezohledňuje omezení řídicích proměnných u_j^x , což z praktického hlediska není reálné. Tyto nedostatky lze řešit uvažováním nekonečně vysokých hodnot

$$|\Theta_j| \rightarrow \infty \quad (63)$$

a horním a dolním omezením hodnot j-té řídicí proměnné vyhovující podmínkám

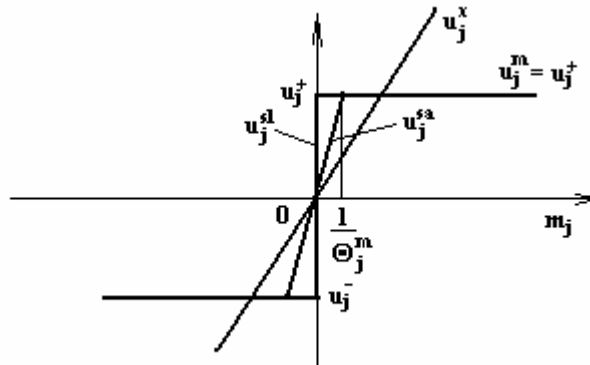
$$u_j^- < u_j^* < u_j^+, \quad (64)$$

kde u_j^* je odpovídající složka nerobustního řízení (35). Obdrží se tak řízení

$$\mathbf{u}^{sl} = [u_1^{sl}, u_2^{sl}, \dots, u_m^{sl}]^T, \quad (65)$$

jehož složky jsou dány vztahy (Obr. 14)

$$u_j^{sl} = \begin{cases} u_j^+ & \text{pro } m_j > 0 \\ u_j^- & \text{pro } m_j < 0 \end{cases}. \quad (66)$$



Obr. 14. Přechod od řízení s vysokým zesílením u_j^x ke klouzavému řízení u_j^{sl} a jeho spojitě náhradě u_j^{sa}

Dále pro jednoduchost se bude předpokládat lichá charakteristika, tj.

$$|u_j^m| = \max(|u_j^+|, |u_j^-|), \quad (67)$$

pak klouzavé řízení bude ve tvaru

$$\begin{aligned} \mathbf{u}^{sl} &= \mathbf{U}^m \mathbf{sgn}(\mathbf{m}) + \mathbf{u}_0, \\ \mathbf{U}^m &= \text{diag}[u_1^m, u_2^m, \dots, u_m^m], \\ \mathbf{sgn}(\mathbf{m}) &= [\text{sgn}(m_1), \text{sgn}(m_2), \dots, \text{sgn}(m_m)]^T, \\ \text{sgn}(m_j) &= \begin{cases} 1 & \text{pro } m_j > 0 \\ -1 & \text{pro } m_j < 0 \end{cases}, \end{aligned} \quad (68)$$

kde sgn je znaménková funkce.

Ve vztahu (68) je uvažováno počáteční řízení \mathbf{u}_0 , které má význam pouze pro udržení řízeného systému v rovnovážném stavu pro $t \leq 0$.

Znaménka diagonálních prvků matice U^m ve vztahu pro klouzavé řízení (68) jsou stejná jako znaménka diagonálních prvků matice Θ ve vztahu pro řízení s vysokým zesílením (61).

Klouzavé řízení je nespojité a vysoce robustní, ale má jednu nepříjemnou vlastnost, která se projevuje jako „přílišná aktivita“ řízení, kdy dochází k neustálému přepínání mezi mezními hodnotami $\pm u_j^m$. Tuto vadu lze odstranit spojitou náhradou klouzavého řízení viz (Obr. 14).

$$\begin{aligned} \mathbf{u}^{sa} &= \mathbf{U}^m \text{sat}(\Theta^m \mathbf{m}) + \mathbf{u}_0, \\ \Theta^m &= \text{diag}[\Theta_1^m, \Theta_2^m, \dots, \Theta_m^m] \\ \text{sat}(\Theta^m \mathbf{m}) &= [\text{sat}(\Theta_1^m m_1), \text{sat}(\Theta_2^m m_2), \dots, \text{sat}(\Theta_m^m m_m)]^T \\ \text{sat}(\Theta_j^m m_j) &= \begin{cases} \Theta_j^m m_j & \text{pro } |\Theta_j^m m_j| \leq 1 \\ \text{sgn}(\Theta_j^m m_j) & \text{pro } |\Theta_j^m m_j| > 1 \end{cases} \end{aligned} \quad (69)$$

kde sat je funkce nasycení, Θ^m je kladná diagonální matice, jejíž prvky vyhovují podmínce

$$\Theta_j^m \geq |\Theta_j|. \quad (70)$$

Pokud matice nelineárního systému $\mathbf{G}(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t)$ viz (8) je známá, je výhodné ji uvažovat ve vztazích robustního řízení (68) resp. (69), tj.

$$\mathbf{u}^{sl} = \mathbf{G}_z^{-1} \mathbf{U}^m \text{sgn}(\mathbf{m}) + \mathbf{u}_0, \quad (71)$$

resp.

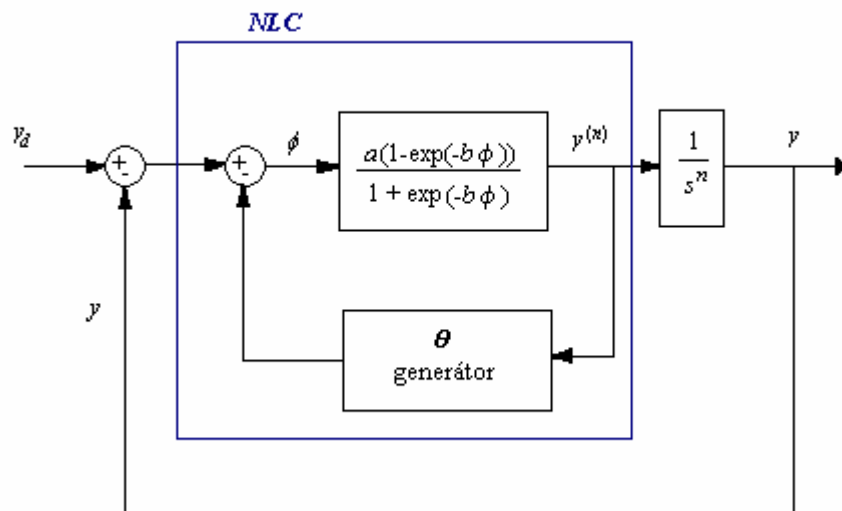
$$\mathbf{u}^{sa} = \mathbf{G}_z^{-1} \mathbf{U}^m \text{sat}(\mathbf{U}^m \mathbf{m}) + \mathbf{u}_0, \quad (72)$$

protože v tomto případě prvky diagonální matice U^m mohou být lépe přizpůsobeny konkrétním vlastnostem nelineárního systému.

2.3 Jednoduchá nelineární strategie řízení

Další v práci použitou metodou je tzv. jednoduchá nelineární strategie řízení. Tato metoda popsaná v [7] může být použita například k řízení integračního procesu.

Uvažujme nelineární systém řízení viz (Obr. 15) kde řízeným objektem je ryze integrační soustava n -tého řádu.



Obr. 15. Nelineární řízení ryze integrační soustavy n -tého řádu.

Nechť je nelineární regulátor, který se nazývá NLC (nonlinear controler), reprezentován vztahem

$$u = y^{(n)} = \frac{a(1 - \exp(-b\phi))}{1 + \exp(-b\phi)}, \quad (73)$$

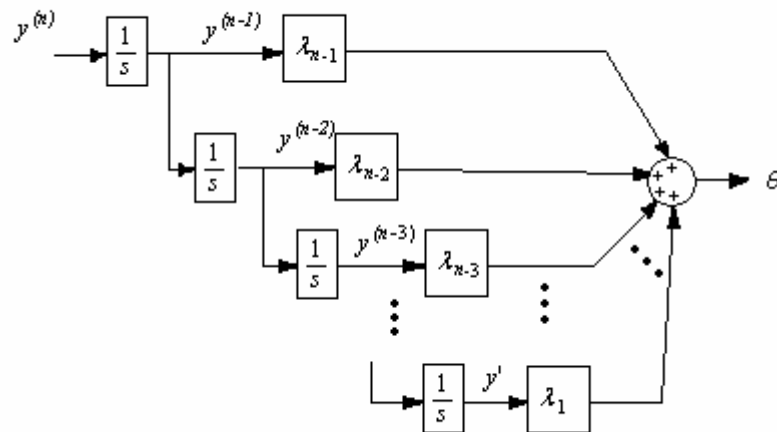
kde $y^{(n)}$ je n -tá derivace výstupní proměnné $y(t)$ a parametry a a b určují velikost a sklon výstupu NLC. Proměnná ϕ je dána vztahem

$$\phi = y_d - y - \theta, \quad (74)$$

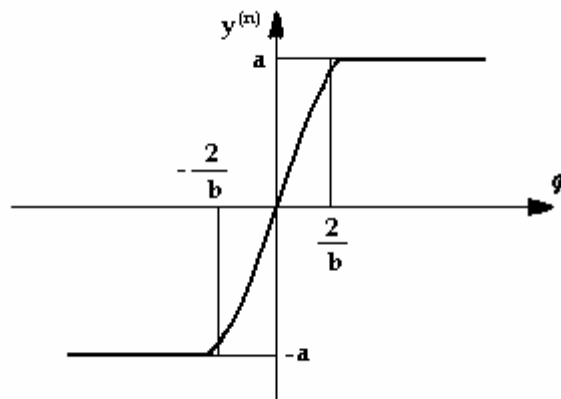
kde

$$\theta = \sum_{i=1}^{n-1} \lambda_i y^{(i)}. \quad (75)$$

Struktura generátoru θ je na obrázku (Obr. 16), kde λ_i pro $i = 1, 2, \dots, n-1$ jsou parametry regulátoru, které je třeba určit.



Obr. 16. Struktura generátoru θ



Obr. 17. Charakteristika NLC regulátoru

Z charakteristiky NLC (Obr. 17) je patrné, že systém řízení může být adekvátně analyzován vyšetřením dvou následujících částí charakteristiky:

1) Pro $|\phi| \gg \frac{2}{b}$, kdy výstup regulátoru na dolní nebo horní hranici je

$$y^{(n)} = \begin{cases} a & \text{pro } \phi \gg \frac{2}{b} \\ -a & \text{pro } \phi \ll -\frac{2}{b} \end{cases} \quad (76)$$

Integrací rovnic (76) n -krát za nulových počátečních podmínek $y^{(i)}(0) = 0, i = 1, 2, \dots, n-1$, dostaneme

$$y(t) = \pm \frac{1}{n!} at^n. \quad (77)$$

Výše uvedené znamená, že výstup systému roste (respektive klesá) s n -tou mocninou.

2) Pokud $|\phi| < \frac{2}{b}$, pak lze výstup regulátoru aproximovat jako

$$y^{(n)} = \left(\frac{ab}{2}\right)\phi, \quad (78)$$

což je lineární funkce ϕ se sklonem $\frac{ab}{2}$. Dosazením (74) za ϕ dostaneme

$$y^{(n)} \cong \frac{ab}{2}\phi = \frac{ab}{2} \left(y_d - y - \sum_i^{n-1} \lambda_i y^{(i)} \right). \quad (79)$$

Použitím Laplaceovy transformace na obě strany rovnice (79) při uvažování nulových počátečních podmínek $y^{(i)}(0) = 0, i = 1, 2, \dots, n-1$, dostaneme

$$\frac{y(s)}{y_d(s)} = \frac{1}{\frac{2}{ab}s^n + \lambda_{n-1}s^{n-1} + \dots + \lambda_1 s + 1}. \quad (80)$$

Budeme uvažovat $\varepsilon = \sqrt[n]{\frac{2}{ab}}$ a navrhneme parametry λ_i tak, aby polynom ve jmenovateli

(80) byl $(\varepsilon s + 1)^n$, potom dostaneme přenos uzavřeného systému řízení ve tvaru

$$\frac{y(s)}{y_d(s)} = \frac{1}{(\varepsilon s + 1)^n}. \quad (81)$$

Výše uvedená analýza ukazuje, že pokud je generovaná odchylka ϕ v rozsahu $(-b/2, b/2)$, NLC regulátor řídí výstup soustavy na žádanou hodnotu sledováním zpoždění n -tého řádu jak je patrné z (81).

Parametr ε určuje rychlost odezvy uzavřeného systému řízení, tj. rychlost odezvy lze zvýšit nastavením parametrů NLC regulátoru a a b .

3 POPIS PROGRAMU MATLAB

Program Matlab vytváří integrované prostředí, které slouží k různým vědeckotechnickým výpočtům, simulacím, návrhům algoritmů a měření a zpracování signálů. Uživatelům poskytuje grafické a výpočetní nástroje, rozsáhlé knihovny funkcí a výkonný programovací jazyk, jehož významnou vlastností je otevřená architektura. To znamená, že v něm mohou uživatelé vytvářet své vlastní funkce pro různé aplikace. Další silnou stránkou tohoto programu je mimořádně rychlé výpočetní jádro [4].

3.1 Grafický subsystém

Grafika v Matlabu umožňuje snadné zobrazení a prezentaci získaných výsledků. V Matlabu lze vykreslovat různé druhy grafů: dvourozměrné, třírozměrné, histogramy, koláčové a další. U všech grafických objektů lze téměř libovolně měnit jejich vzhled a do obrázků lze vkládat ovládací prvky a vytvořit tak aktivní graficky ovládané uživatelské rozhraní.

Otevřená architektura Matlabu vedla ke vzniku knihoven funkcí, nazývaných toolboxy, které rozšiřují použití programu v různých vědeckých a technických oborech.


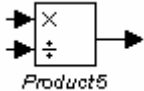


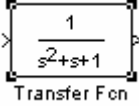

3.2 Popis systému Simulink

Simulink je nadstavba Matlabu sloužící pro simulaci a modelování dynamických systémů. Simulink využívá algoritmy použité v Matlabu pro numerické řešení diferenciálních rovnic. Uživatelé mohou rychle a snadno vytvářet modely dynamických soustav ve formě blokových schémat a rovnic. Pomocí Simulinku a jeho rozsáhlé knihovny lze vytvářet modely lineárních, nelineárních, v čase diskretních nebo spojitých systémů pouhým přesouváním funkčních bloků myší. Otevřená architektura také dovoluje vytvářet si vlastní funkční bloky. Hierarchická struktura modelů umožňuje koncipovat i velmi složité systémy do přehledné soustavy subsystémů prakticky bez omezení počtu bloků [5].

3.2.1 Knihovny bloků v Simulinku

Knihovny bloků v Simulinku slouží k vytváření modelů procesů a systémů řízení v simulačním prostředí. Knihovny obsahují bloky jednotlivých matematických funkcí, konstant, operací se signály, zdroje signálů a také zobrazovací prostředky, čímž je možné snadno vytvářet simulační schémata a zobrazovat a uchovávat data. Příklad některých bloků použitých v této práci je v (Tab. 1).

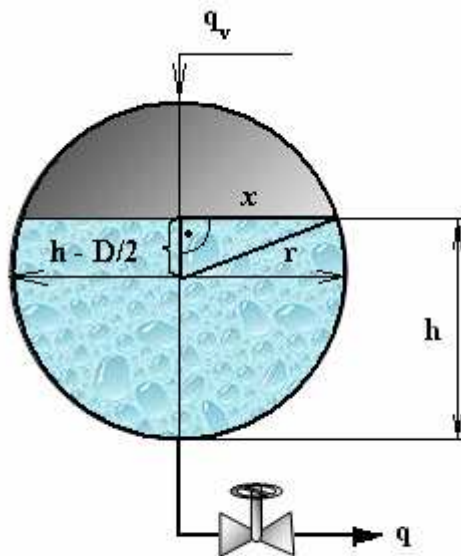
Tab. 1. Příklad bloků knihovny Simulinku

BLOK	FUNKCE
 Step	blok pro skokovou změnu žádané hodnoty nebo požadovaného stavového vektoru
 Product5	bok pro násobení či dělení signálů
 Integrator	blok integrující spojitý vstupní signál
 Scope	blok pro zobrazování průběhu signálů
 Transfer Fcn	blok pro zadávání přenosové funkce
 Pulse Generator	blok generující v pravidelných intervalech pulsní signál, může sloužit např. ke generování poruchy

II. PRAKTICKÁ ČÁST

4 MODELY VYBRANÝCH SOUSTAV S NELINEARITAMI

4.1 Kulový zásobník na kapalinu



Obr. 18. Kulový zásobník na kapalinu

4.1.1 Odvození matematického modelu:

Při vytváření matematického modelu se vychází z bilanční rovnice:

Vstup = výstup + akumulace

$$q_v = q + \frac{dV}{dt} \quad (82)$$

$$q = a \cdot \sqrt{h}$$

kde pro akumulaci v zásobníku platí

$$\begin{aligned}
\frac{dV}{dt} &= S \cdot \frac{dh}{dt} \\
S &= S(h) \\
S &= \pi x^2 \\
x^2 &= \left(\frac{D}{2}\right)^2 - \left(h - \frac{D}{2}\right)^2 = h \cdot D - h^2 = h \cdot (D - h).
\end{aligned} \tag{83}$$

Potom se již snadno odvodí:

$$\begin{aligned}
q_v - q &= S \cdot \frac{dh}{dt} \\
\frac{dh}{dt} &= \frac{1}{\pi \cdot h \cdot (D - h)} \cdot (q_v - a \cdot \sqrt{h}) \quad h(0) = h^s,
\end{aligned} \tag{84}$$

kde q_v ($\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$) je objemový přítok kapaliny, S (m^2) je průřez zásobníku, D (m) je průměr zásobníku, h (m) je výška hladiny kapaliny, a ($\text{m}^{5/2} \cdot \text{s}^{-1}$) je známá konstanta pro ventil.

Z matematického popisu je zřejmé, že se jedná o SISO systém, tj. systém s jedním vstupem a jedním výstupem, který obsahuje nelinearity typu dělení signálů a odmocninu.

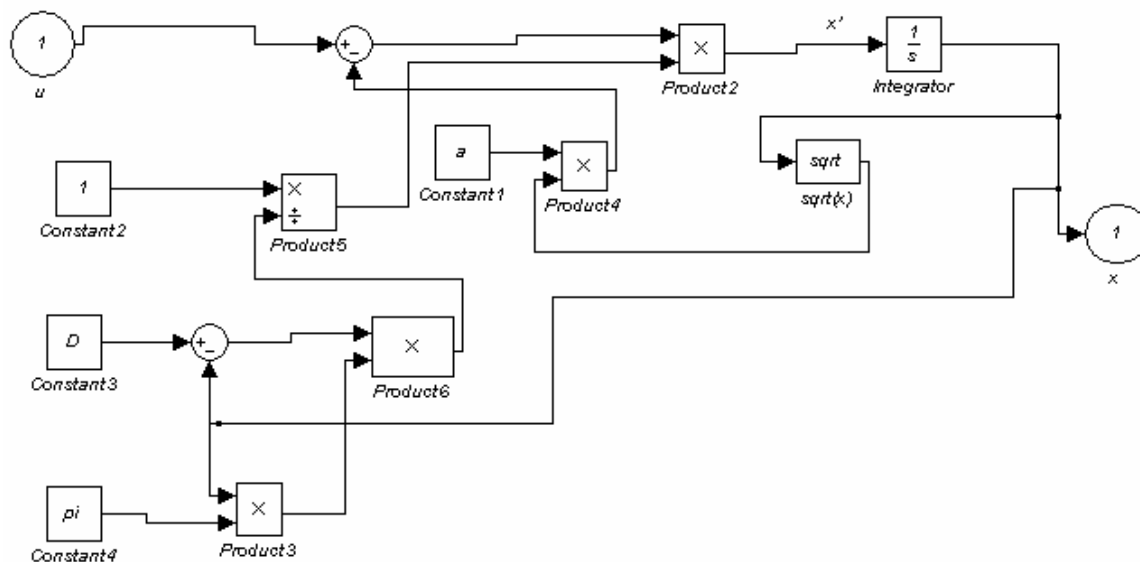
Volbou stavových proměnných, a to $x = h$ a $u = q_v$, se převede tento model (84) na standardní nelineární systém dle (9):

$$\begin{aligned}
\dot{x} &= \frac{1}{\pi \cdot x \cdot (D - x)} \cdot (u - a \cdot \sqrt{x}) \\
f &= \frac{-a \cdot \sqrt{x}}{\pi \cdot x \cdot (D - x)} \quad G = \frac{1}{\pi \cdot x \cdot (D - x)}.
\end{aligned} \tag{85}$$

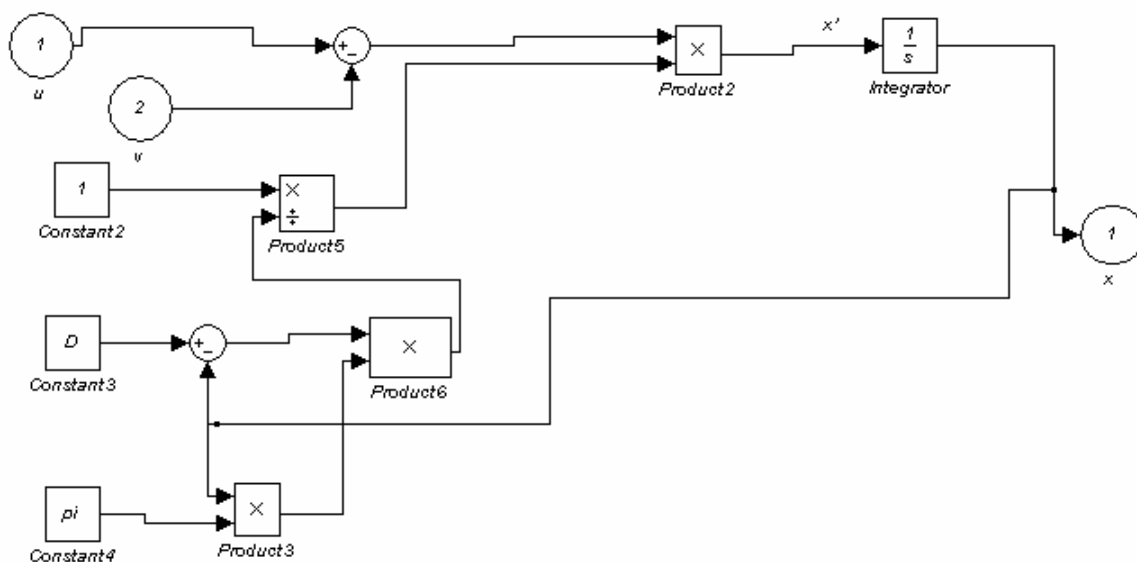
V případě, že výtok ze zásobníku q_v je náhodný, pak se považuje za neměřitelnou poruchu v , tj. $q_v = v$. Matematický model zásobníku s poruchou má potom tvar :

$$\begin{aligned}
\dot{x} &= \frac{1}{\pi \cdot x \cdot (D - x)} \cdot (u - v) \\
f &= \frac{-v}{\pi \cdot x \cdot (D - x)} \quad G = \frac{1}{\pi \cdot x \cdot (D - x)}.
\end{aligned} \tag{86}$$

Na obrázcích (Obr. 19) a (Obr. 20) jsou Simulinková schémata těchto dvou modelů (85) a (86).

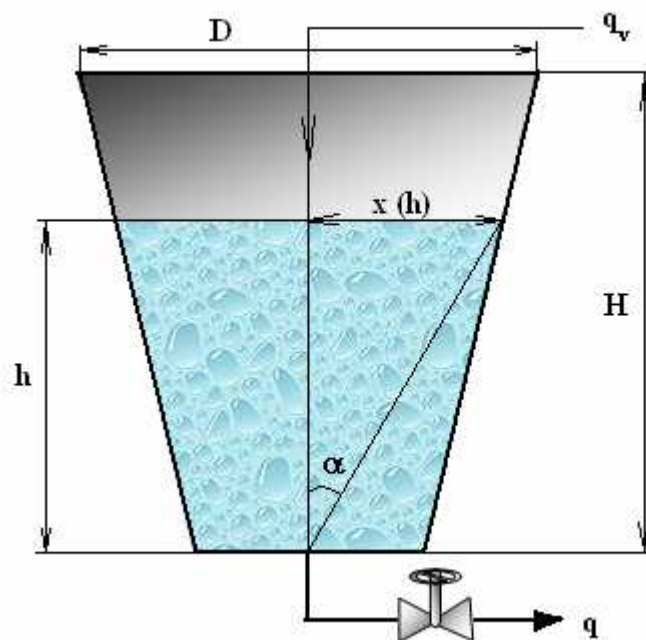


Obr. 19. Simulinkový model kulového zásobníku na kapalinu



Obr. 20. Simulinkový model kulového zásobníku na kapalinu s poruchou

4.2 Zásobník s nekonstantním průřezem



Obr. 21. Zásobník na kapalinu s nekonstantním průřezem

4.2.1 Odvození matematického modelu

Při vytváření matematického modelu se vychází ze stejné bilanční rovnice (82) jako u předchozího modelu a pro akumulaci v zásobníku platí

$$\begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= S \cdot \frac{dh}{dt} \\ S &= S(h) \\ \operatorname{tg} \alpha &= \frac{x}{h} = \frac{D/2}{H} \\ S &= \pi x^2 \\ x^2 &= \left(\frac{D}{2H} \right)^2 h^2, \\ \text{tedy} \\ \frac{dV}{dt} &= \pi \frac{D}{4H^2} h^2 \cdot \frac{dh}{dt}. \end{aligned} \tag{87}$$

Potom se již snadno odvodí :

$$q_v - q = S \cdot \frac{dh}{dt}$$

$$\frac{dh}{dt} = \frac{4H^2}{\pi D^2 h^2} \cdot (q_v - a \cdot \sqrt{h}) \quad h_0 = h^S, \quad (88)$$

kde q_v ($\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$) je objemový přítok kapaliny, S (m^2) je průřez zásobníku, D (m) je maximální průměr zásobníku, h (m) je výška hladiny kapaliny, H (m) je výška zásobníku, a ($\text{m}^{5/2} \cdot \text{s}^{-1}$) je známá konstanta pro ventil.

Z matematického popisu je zřejmé, že se opět jedná o SISO systém, který obsahuje nelinearity typu dělení signálů a nelinearitu odmocniny.

Volbou stavových proměnných, a to $x = h$ a $u = q_v$, se převede tento model (88) na standardní nelineární systém dle (9):

$$\dot{x} = \frac{4H^2}{\pi D^2 x^2} \cdot (u - a \cdot \sqrt{x})$$

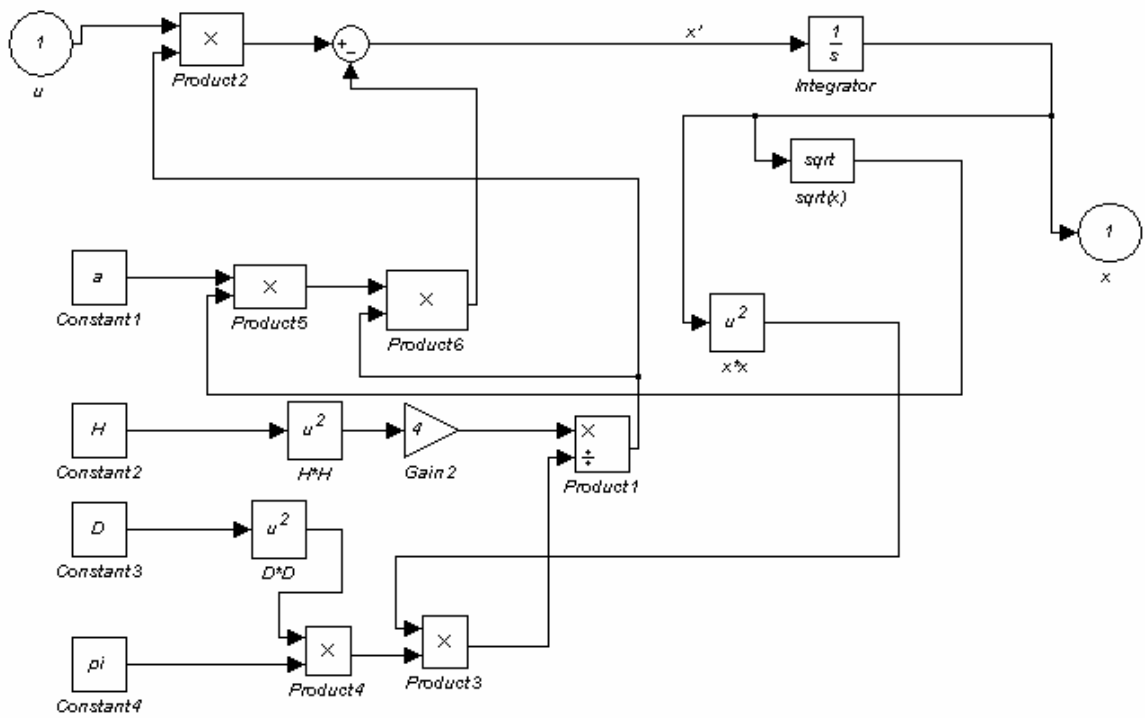
$$f(x) = -\frac{4H^2}{\pi D^2 h^2} \cdot a \cdot \sqrt{x} \quad G(x) = \frac{4H^2}{\pi D^2 x^2}. \quad (89)$$

V případě, že výtok ze zásobníku q_v bude náhodný, pak se považuje za neměřitelnou poruchu v , tj. $q_v = v$. Matematický model tohoto zásobníku s poruchou má potom tvar :

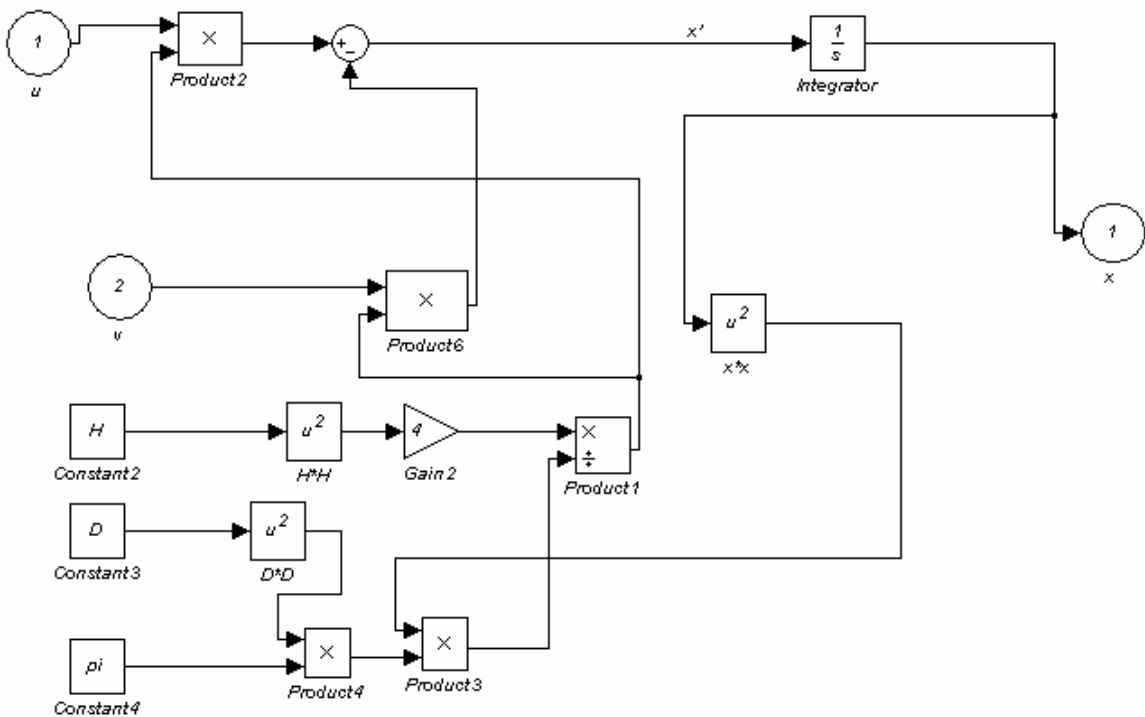
$$\dot{x} = \frac{4H^2}{\pi D^2 x^2} \cdot (u - v)$$

$$f(x) = -\frac{4H^2}{\pi D^2 h^2} \cdot v \quad G(x) = \frac{4H^2}{\pi D^2 x^2}. \quad (90)$$

Na obrázcích (Obr. 21) a (Obr. 22) jsou Simulinková schémata těchto dvou modelů (89) a (90).

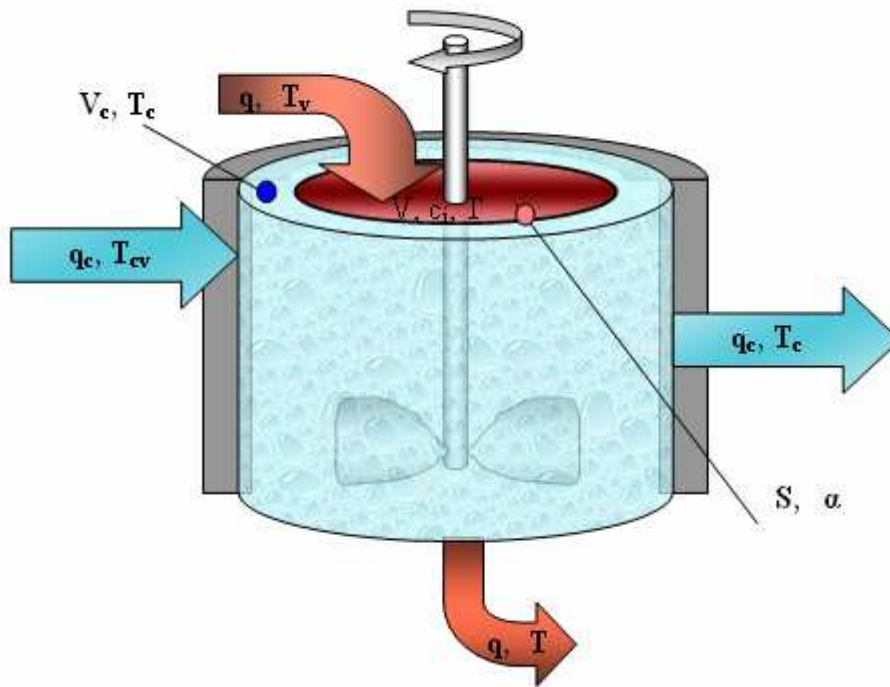


Obr. 22. Simulinkový model zásobníku na kapalinu s nekonztantním průřezem



Obr. 23. Simulinkový model zásobníku na kapalinu s nekonztantním průřezem s poruchou

4.3 Průtočný tepelný výměník s promícháváním



Obr. 24. Průtočný tepelný výměník s promícháváním

Odvození matematického modelu vychází opět z bilančních rovnic a nebude se již podrobně popisovat. Podrobné odvození modelu lze nalézt např. v [8].

Matematický model je ve tvaru:

$$\begin{aligned} \frac{dT}{dt} &= -\frac{S\alpha}{V\rho c_p}T + \frac{S\alpha}{V\rho c_p}T_c + \frac{T_v - T}{V}q \\ \frac{dT_c}{dt} &= \frac{S\alpha}{V_c\rho_c c_{pc}}T - \frac{S\alpha}{V_c\rho_c c_{pc}}T_c + \frac{T_{cv} - T_c}{V_c}q_c \\ q &\geq 0 \quad q_c \geq 0 \end{aligned} \quad (91)$$

kde q a q_c ($\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$) jsou objemové průtoky kapaliny, S (m^2) je teplosměnná plocha výměníku, T_v a T_{cv} ($^{\circ}\text{C}$) je vstupní teplota přítoků kapaliny do výměníku, T a T_c ($^{\circ}\text{C}$) je teplota teplejší a chladnější kapaliny uvnitř výměníku, c_p a c_{pc} ($\text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$) je měrná tepelná kapacita teplejší a chladnější kapaliny, V a V_c (m^3) je objem teplejší a chladnější kapaliny

uvnitř výměníku, ρ a ρ_c (kg.m^3) je hustota teplejší a chladnější kapaliny a α ($\text{kJ.m}^{-2}.\text{K}^{-1}.\text{s}^{-1}$) je koeficient přestupu tepla.

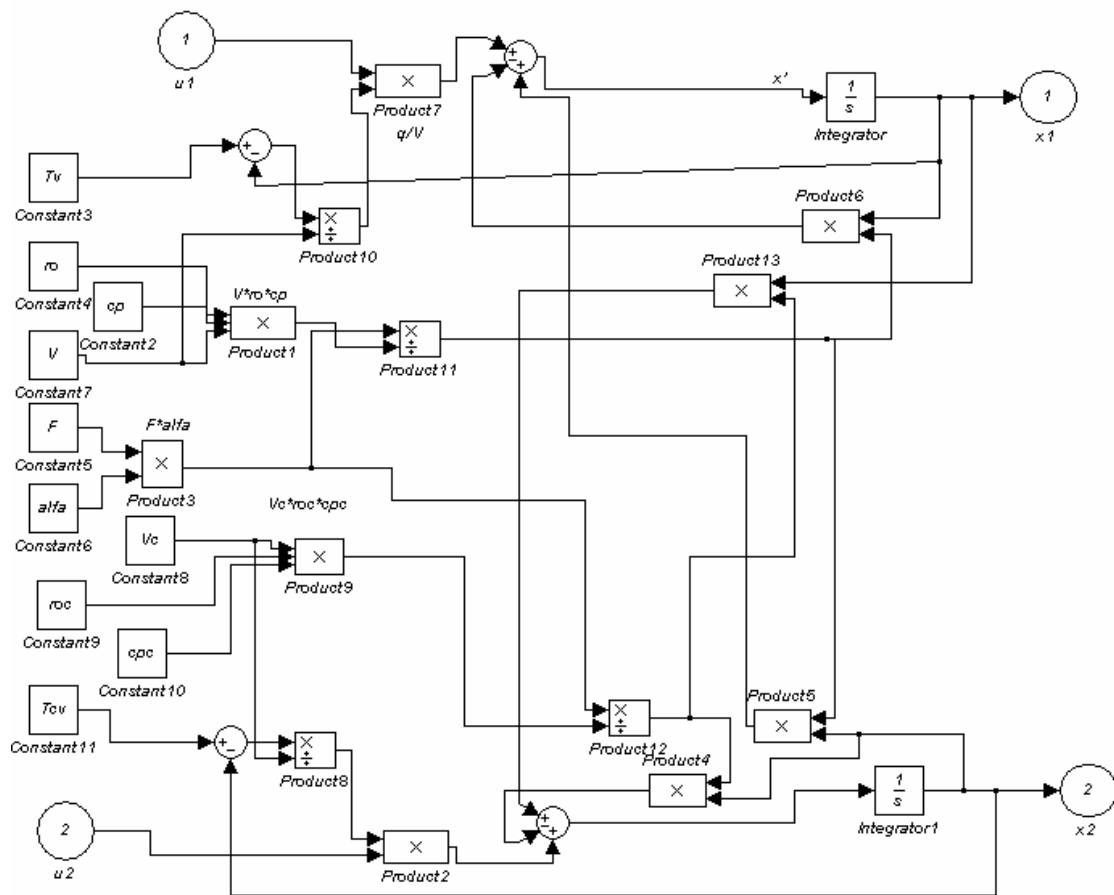
V tomto případě se jedná o MIMO systém se dvěma vstupy a dvěma výstupy. Ačkoli by se tato práce měla zabývat řízením SISO nelineárních systémů, tento model byl vybrán, aby na něm byl demonstrován návrh řízení metodou agregace stavových proměnných, jehož algoritmus je navržen pro mnohazměrové systémy.

Volbou stavových proměnných, a to $x_1 = T$, $x_2 = T_c$, $u_1 = q$ a $u_2 = q_c$, se převede tento model (91) na standardní nelineární systém dle (9):

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= -\frac{S\alpha}{V\rho c_p}x_1 + \frac{S\alpha}{V\rho c_p}x_2 + \frac{T_v - x_1}{V}u_1 \\ \dot{x}_2 &= \frac{S\alpha}{V_c\rho_c c_{pc}}x_1 - \frac{S\alpha}{V_c\rho_c c_{pc}}x_2 + \frac{T_{cv} - T_c}{V_c}u_1\end{aligned}\tag{92}$$

$$\mathbf{f} = \begin{bmatrix} -\frac{S\alpha}{V\rho c_p}x_1 + \frac{S\alpha}{V\rho c_p}x_2 \\ \frac{S\alpha}{V_c\rho_c c_{pc}}x_1 - \frac{S\alpha}{V_c\rho_c c_{pc}}x_2 \end{bmatrix} \quad \mathbf{G} = \begin{bmatrix} \frac{T_v - x_1}{V} & 0 \\ 0 & \frac{T_{cv} - T_c}{V_c} \end{bmatrix}$$

Na obrázku (Obr. 23) je Simulinkové schéma tohoto modelu (92).



Obr. 25. Simulinkový model průtočného tepelného výměníku s promícháváním

5 SIMULAČNÍ OVĚŘENÍ REGULACE VYBRANÝCH NELINEÁRNÍCH SYSTÉMŮ

5.1 Simulační ověření návrhu řízení metodou minimalizace kvadratického účelového funkcionálu

5.1.1 Návrh řízení pro kulový zásobník na kapalinu

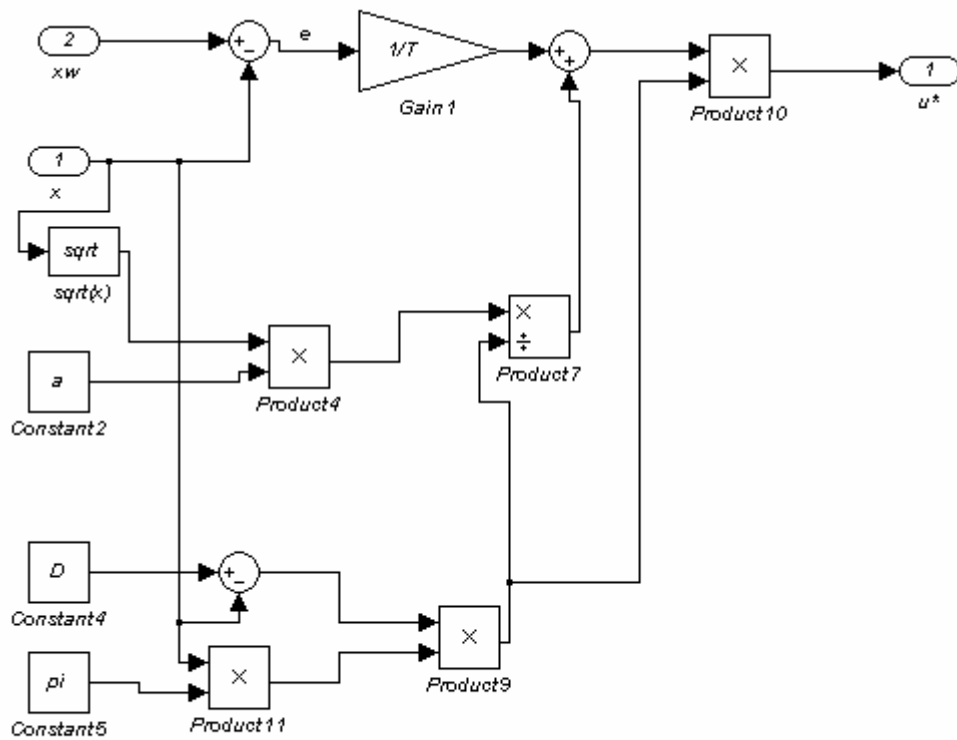
Při výpočtu řízení se vyjde ze vztahu (35), který se pro matematický model (85) tohoto SISO systému zjednoduší na

$$u^* = \frac{1}{G(x)} \left\{ \frac{1}{T} e + (\dot{x}^w - f(x)) \right\}, \quad (93)$$

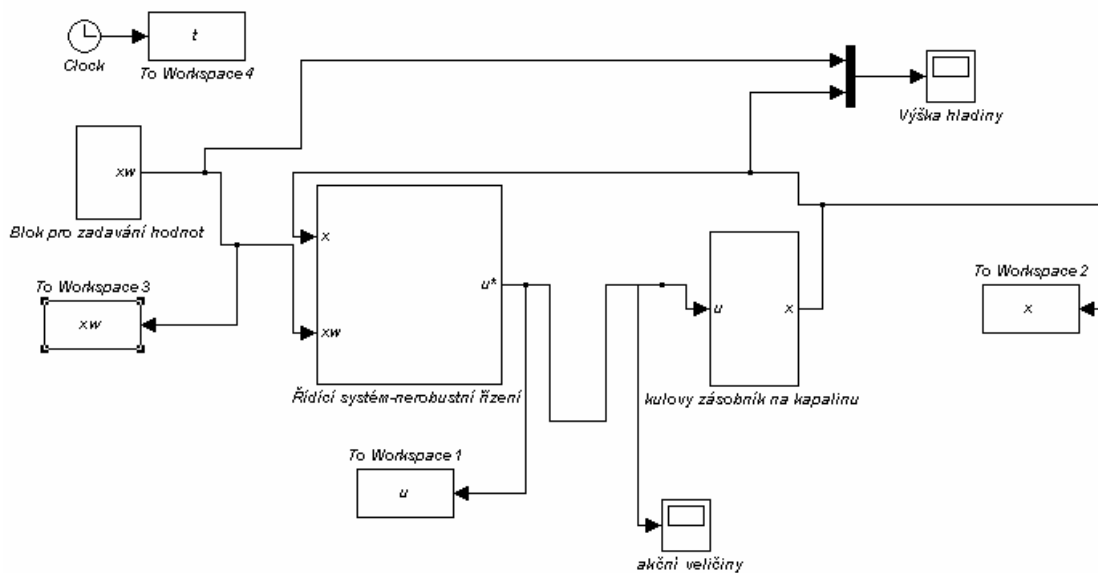
a za předpokladu stabilizačního řízení, tj. $\dot{x}^w = 0$, se dostane řízení ve tvaru:

$$u^* = \pi x(D-x) \left\{ \frac{1}{T} e + \frac{a\sqrt{x}}{\pi x(D-x)} \right\} \quad (94)$$

Simulinkový model tohoto řízení je na (Obr. 26) a celý systém řízení potom na (Obr. 27).



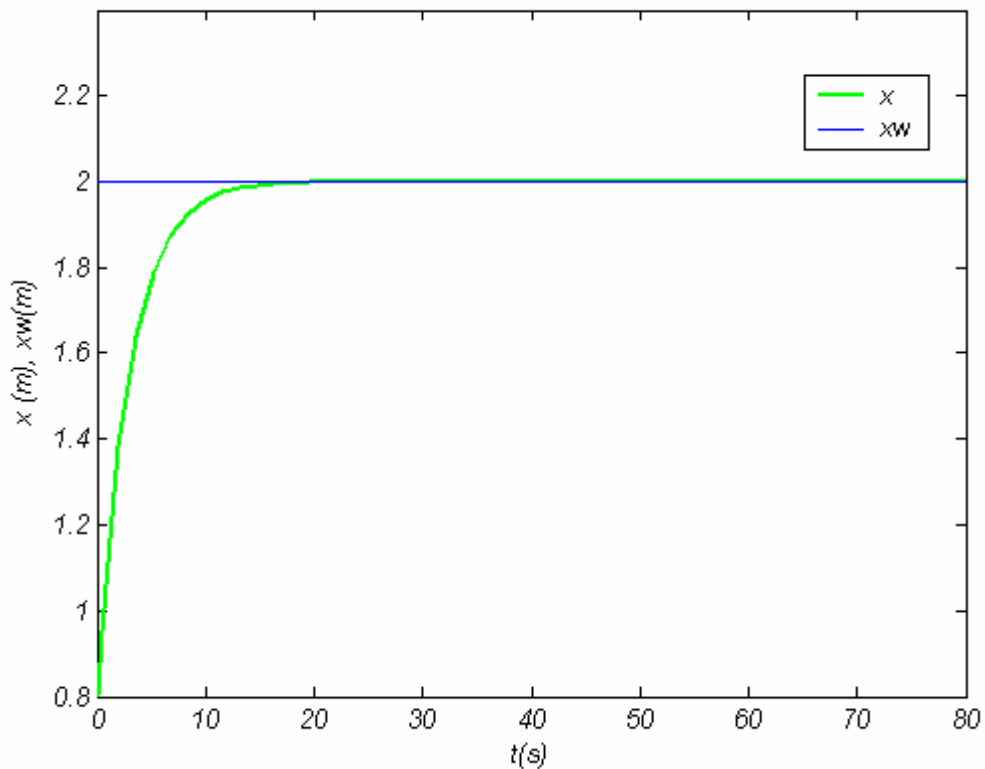
Obrázek 26. Simulinkový model řídicího systému vypočteného metodou minimalizace kvadratického účelového funkcionálu pro model kulového zásobníku na kapalinu



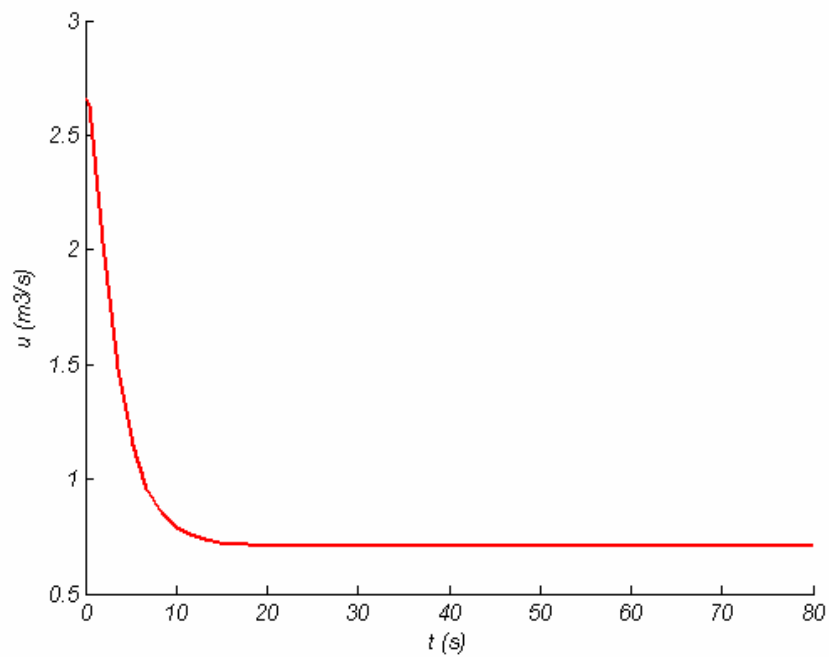
Obrázek 27. Simulinkový model řízení vypočteného metodou minimalizace kvadratického účelového funkcionálu pro model kulového zásobníku na kapalinu

Řízení bylo simulováno pro následující hodnoty: $D = 3$ m, $a = 0,5 \text{ m}^{5/2} \cdot \text{s}^{-1}$, počáteční hladina zásobníku $x_0 = 0,8$ m, požadovaná hladina $x^w = 2$ m,

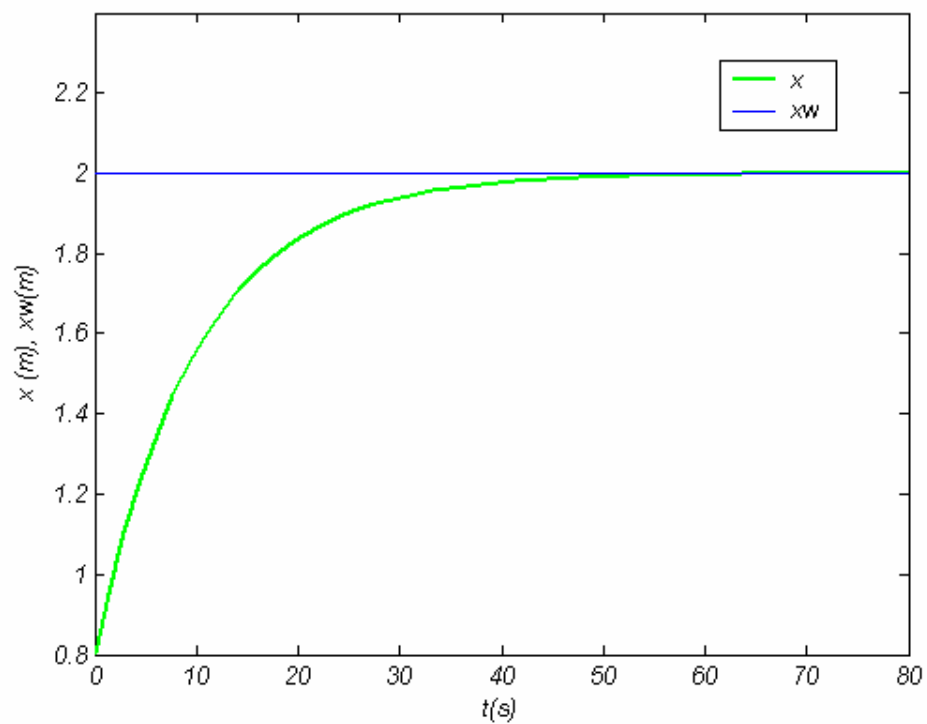
Výsledky průběhu řízení s časovou konstantou $T = 3$ s jsou znázorněny na (Obr. 28) a průběh akční veličiny na (Obr. 29). Dále byla realizována simulace řízení pro $T = 10$ s, viz (Obr. 30) a (Obr 31).



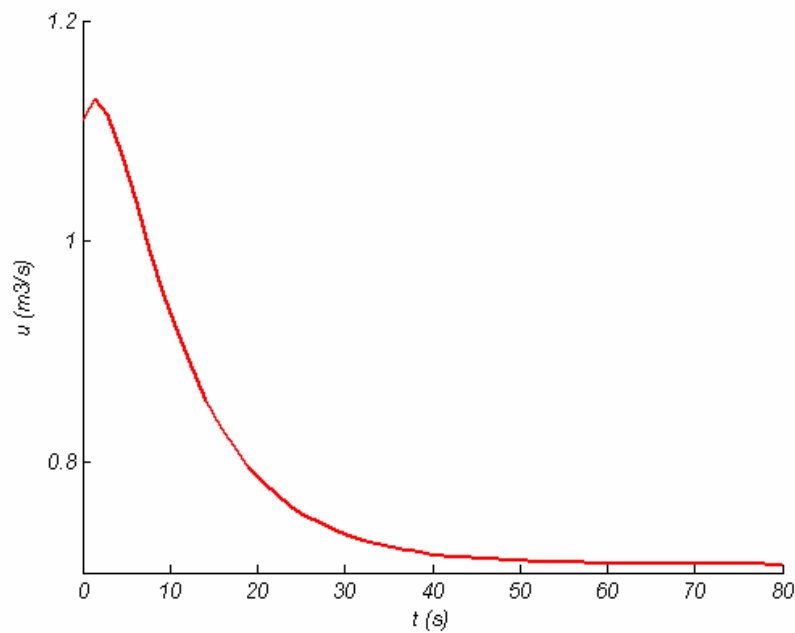
Obr. 28. Průběh simulace řízení navrženého metodou minimalizace kvadratického účelového funkcionálu pro model kulového zásobníku na kapalinu, $T = 3$ s



Obr. 29. Průběh akční veličiny řízení navrženého metodou minimalizace kvadratického účelového funkcionálu pro model kulového zásobníku na kapalinu, $T = 3$ s



Obr. 30. Průběh simulace řízení navrženého metodou minimalizace kvadratického účelového funkcionálu pro model kulového zásobníku na kapalinu, $T = 10$ s



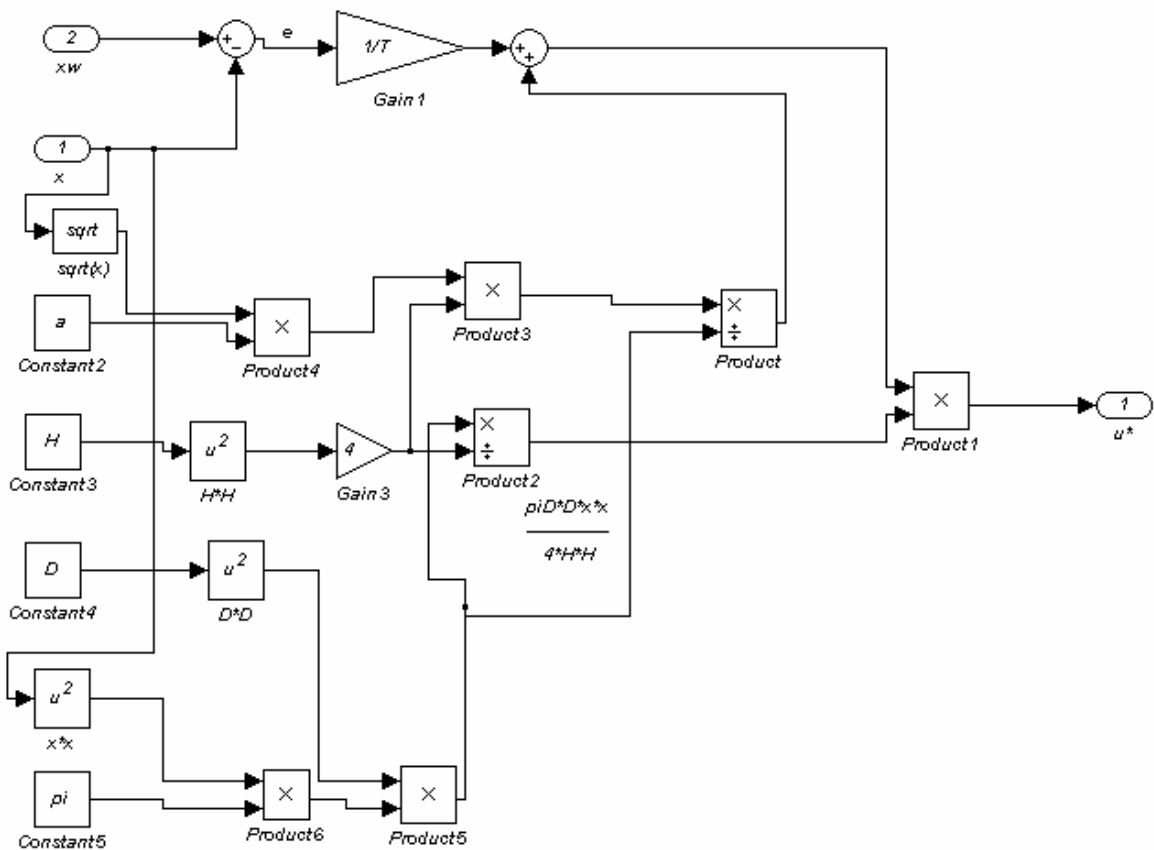
Obr. 31. Průběh akční veličiny řízení navrženého metodou minimalizace kvadratického účelového funkcionálu pro model kulového zásobníku na kapalinu, $T = 10$ s

5.1.2 Návrh řízení pro zásobník na kapalinu s nekonstantním průřezem

Výpočet řízení ze vztahu (35) se pro matematický model (89) opět zjednoduší na (93) a za předpokladu stabilizačního řízení, tj. $\dot{x}^w = 0$, dostaneme řízení ve tvaru:

$$u^* = \frac{\pi D^2 x^2}{4H^2} \left\{ \frac{1}{T} e + \frac{4H^2}{\pi \alpha (D-x)} a \sqrt{x} \right\} \quad (95)$$

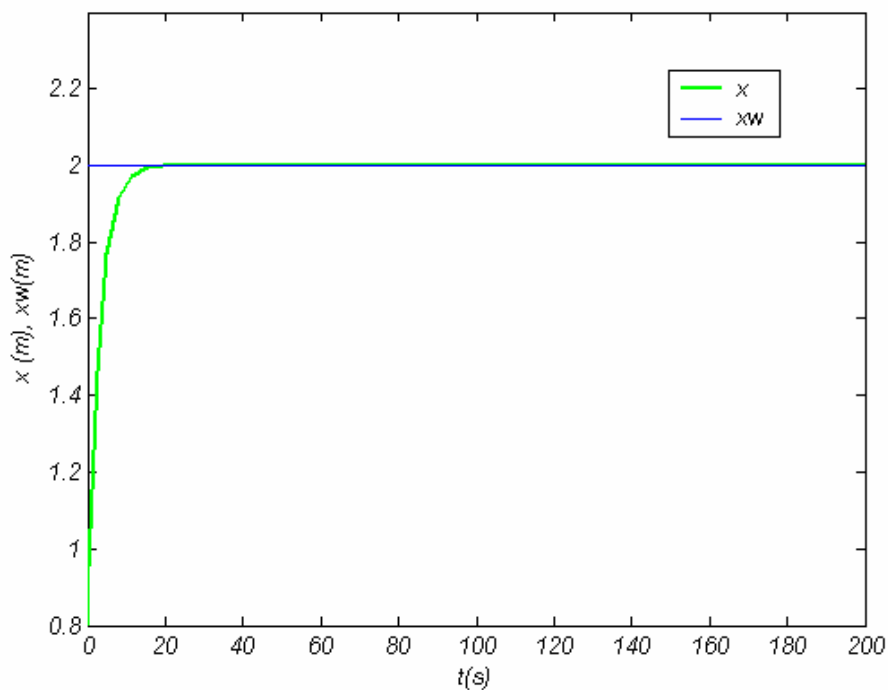
Simulinkový model tohoto řízení je na (Obr. 32) a celý systém řízení je podobný jako (Obr. 27).



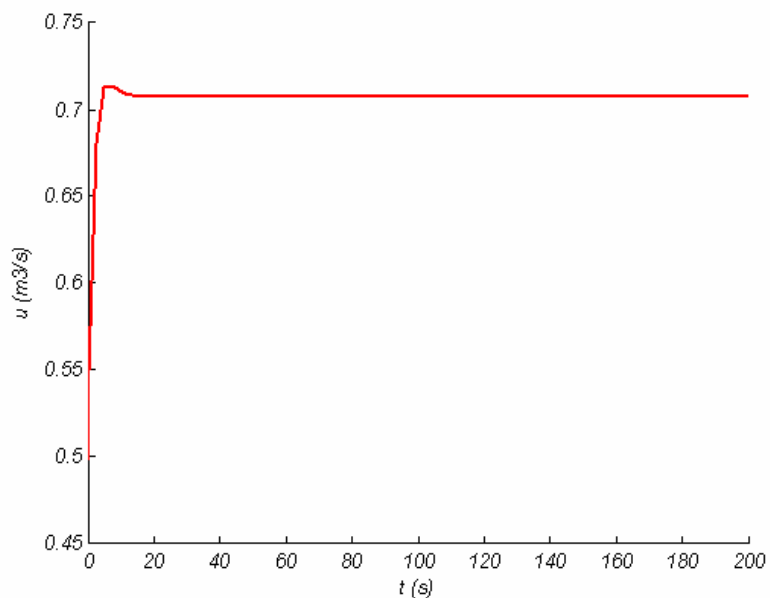
Obrázek 32. Simulinkový model řídicího systému vypočteného metodou minimalizace kvadratického účelového funkcionálu pro model zásobníku na kapalinu s nekonstantním průřezem

Řízení bylo simulováno pro následující hodnoty: $H = 6$ m, $D = 3$ m, $a = 0,5 \text{ m}^{5/2} \cdot \text{s}^{-1}$, počáteční hladina zásobníku $x_0 = 0,8$ m, požadovaná hladina $x^w = 2$ m,

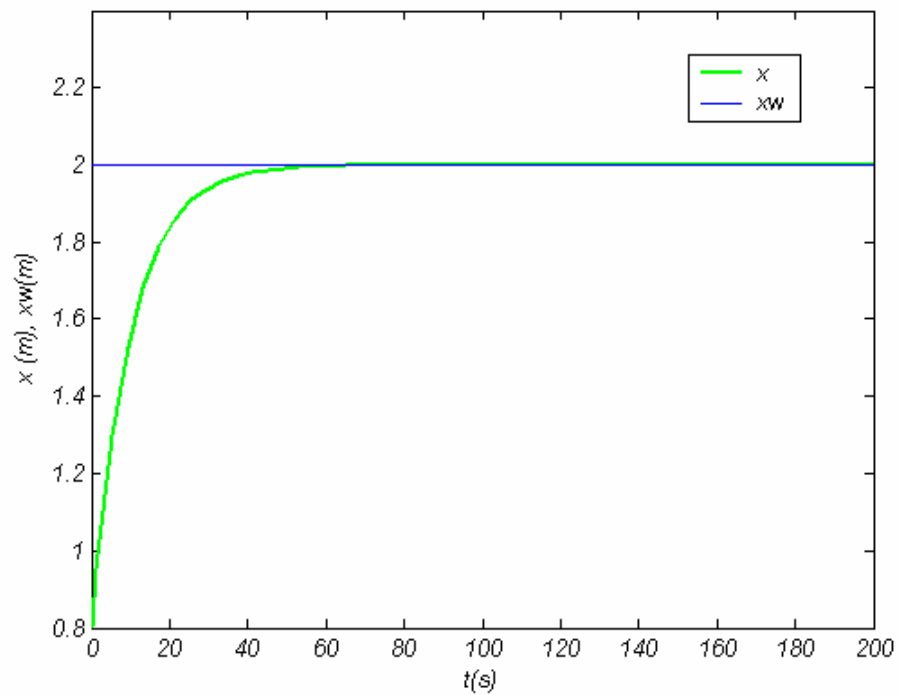
Výsledky průběhu řízení s časovou konstantou $T = 3$ s jsou znázorněny na (Obr. 33) a průběh akční veličiny na (Obr. 34). Dále byla realizována simulace řízení pro $T = 10$ s, viz (Obr. 35) a (Obr 36).



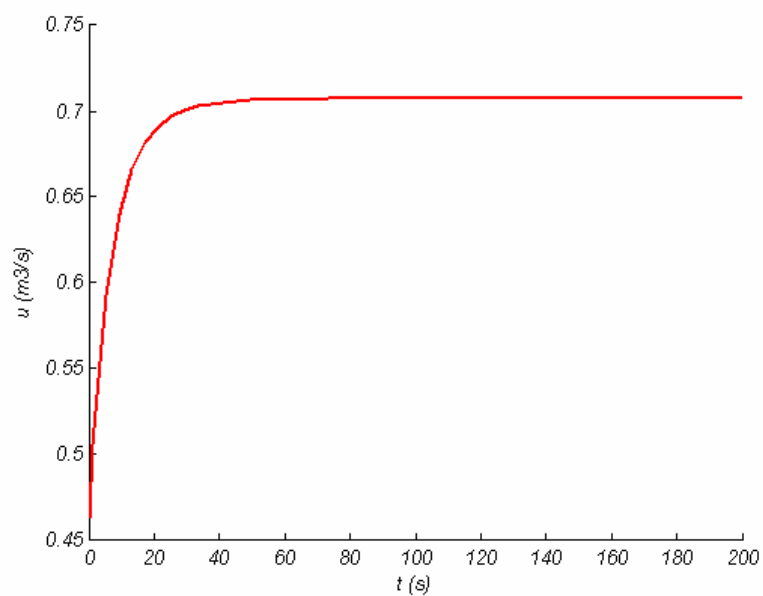
Obr. 33. Průběh simulace řízení navrženého metodou minimalizace kvadratického účelového funkcionálu pro model zásobníku na kapalinu s nekonstantním průřezem, $T = 3$ s



Obr. 34. Průběh akční veličiny řízení navrženého metodou minimalizace kvadratického účelového funkcionálu pro model zásobníku na kapalinu s nekonstantním průřezem, $T = 3$ s



Obr. 35. Průběh simulace řízení navrženého metodou minimalizace kvadratického účelového funkcionálu pro model zásobníku na kapalinu s nekonstantním průřezem, $T = 10$ s



Obr. 36. Průběh akční veličiny řízení navrženého metodou minimalizace kvadratického účelového funkcionálu pro model zásobníku na kapalinu s nekonstantním průřezem, $T = 10$ s

5.1.3 Návrh řízení pro průtočný tepelný výměník s promícháváním

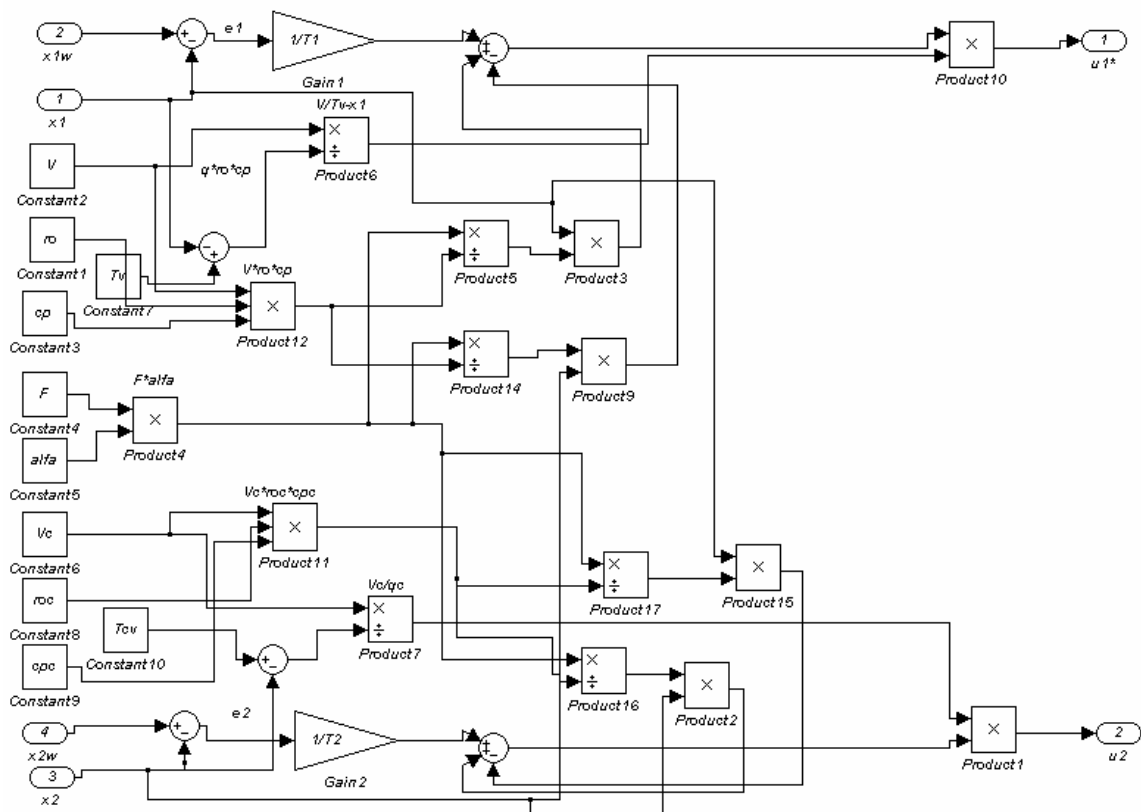
Výpočet řízení ze vztahu (35) pro matematický model (92) za předpokladu stabilizačního řízení, tj $\dot{x}^w = 0$, vypadá následovně:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{D} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} & \mathbf{T} &= \begin{bmatrix} T_1 & 0 \\ 0 & T_2 \end{bmatrix} \\
 \mathbf{G}_z^{-1} &= \begin{bmatrix} \frac{V}{T_v - x_1} & 0 \\ 0 & \frac{V_c}{T_{cv} - x_2} \end{bmatrix} & \mathbf{T}^{-1}\mathbf{e} &= \begin{bmatrix} \frac{1}{T_1}e_1 \\ \frac{1}{T_2}e_2 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{96}$$

$$\mathbf{u}^* = \begin{bmatrix} \frac{V}{T_v - x_1} & 0 \\ 0 & \frac{V_c}{T_{cv} - x_2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{1}{T_1}e_1 + \frac{S\alpha}{V\rho c_p}x_1 - \frac{S\alpha}{V\rho c_p}x_2 \\ \frac{1}{T_2}e_2 - \frac{S\alpha}{V_c\rho_c c_{pc}}x_1 + \frac{S\alpha}{V_c\rho_c c_{pc}}x_2 \end{bmatrix}$$

$$u_1 \geq 0 \quad u_2 \geq 0$$

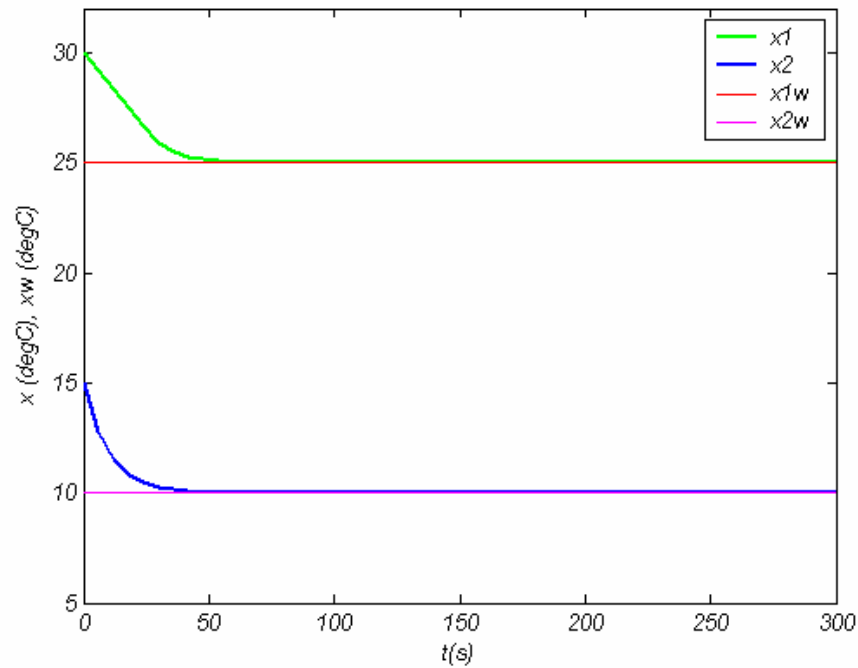
Simulinkový model tohoto řízení je na (Obr. 37) a celý systém řízení je podobný jako (Obr. 27).



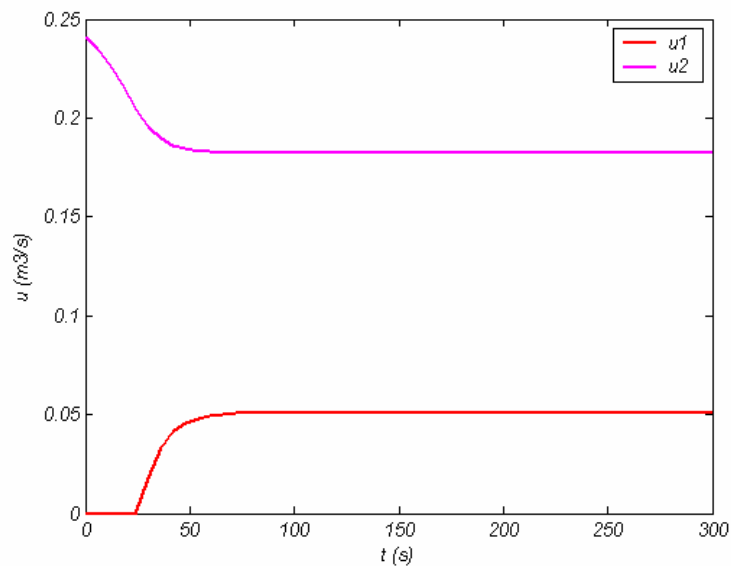
Obrázek 37. Simulinkový model řídicího systému vypočteného metodou minimalizace kvadratického účelového funkcionálu pro model průtočného tepelného výměníku s promícháváním

Řízení bylo simulováno pro následující hodnoty: $V = 6 \text{ m}^3$, $V_c = 3 \text{ m}^3$, $T_v = 40 \text{ }^\circ\text{C}$, $T_{cv} = 5 \text{ }^\circ\text{C}$, $S = 5 \text{ m}^2$, $\alpha = 50 \text{ kJ}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{s}^{-1}$, $c_p = 4,8 \text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$, $c_{pc} = 4,2 \text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$, $\rho = 1020 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$, $\rho_c = 980 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ a počáteční teploty $T_0 = 30 \text{ }^\circ\text{C}$ a $T_{c0} = 15 \text{ }^\circ\text{C}$.

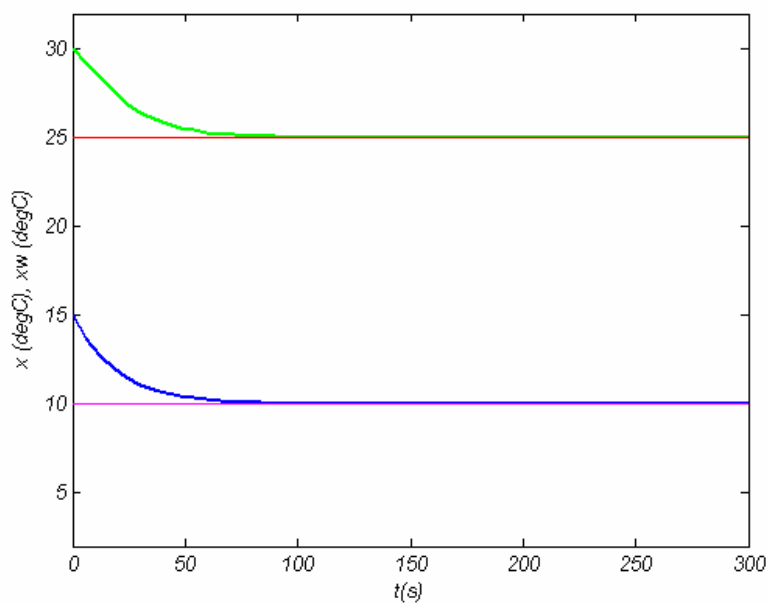
Výsledky průběhu řízení s časovými konstantami $T_1 = T_2 = 10 \text{ s}$ jsou znázorněny na (Obr. 38) a průběh akční veličiny na (Obr. 39). Dále byla realizována simulace řízení pro $T_1 = T_2 = 20 \text{ s}$, viz (Obr. 40) a (Obr. 41).



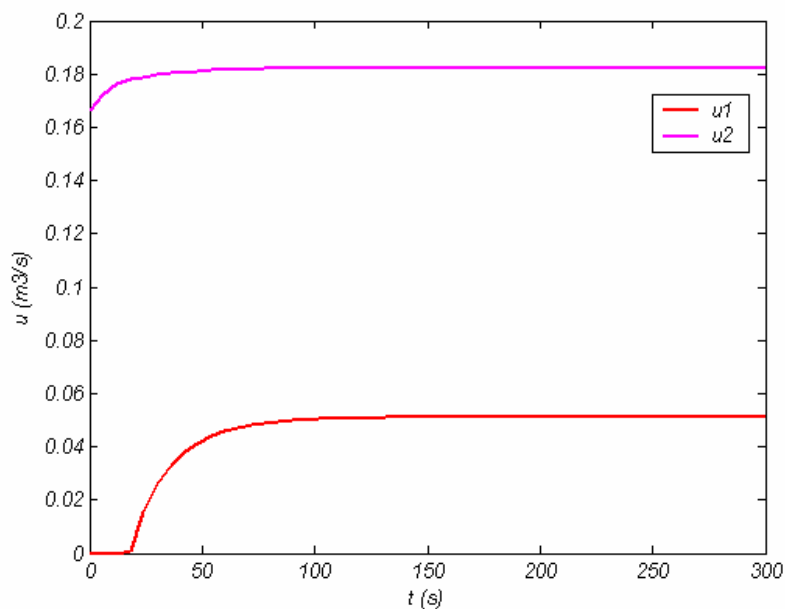
Obr. 38. Průběh simulace řízení navrženého metodou minimalizace kvadratického účelového funkcionálu pro model průtočného tepelného výměníku s promícháváním, $T = 10$ s



Obr. 39. Průběh akčních veličiny řízení navrženého metodou minimalizace kvadratického účelového funkcionálu pro model průtočného tepelného výměníku s promícháváním, $T = 10$ s



Obr. 40. Průběh simulace řízení navrženého metodou minimalizace kvadratického účelového funkcionálu pro model průtočného tepelného výměníku s promícháváním, $T = 20$ s



Obr. 41. Průběh akční veličiny řízení navrženého metodou minimalizace kvadratického účelového funkcionálu pro model průtočného tepelného výměníku s promícháváním, $T = 20$ s

5.2 Simulační ověření návrhu robustního řízení s vysokým zesílením

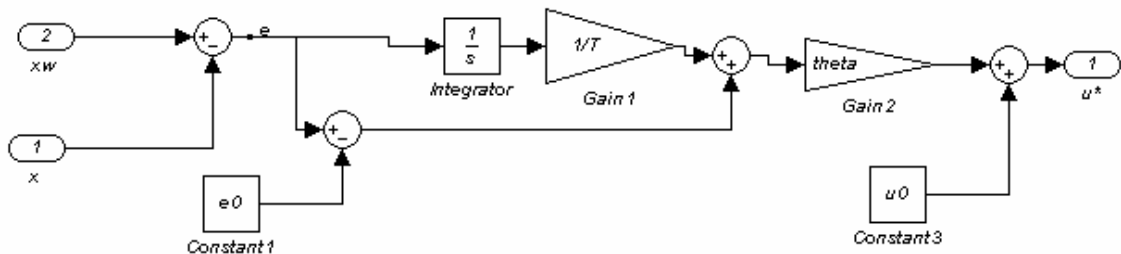
5.2.1 Návrh robustního řízení s vysokým zesílením pro kulový zásobník na kapalinu

Při výpočtu robustního řízení s vysokým zesílením řízení se vyjde ze vztahu (60) a (61), a pro tento model (86) dostaneme algoritmus řízení ve tvaru

$$u^x = \Theta \left[(e - e_0) + \frac{1}{T} \int_0^t e d\tau \right] + u_0 \quad (97)$$

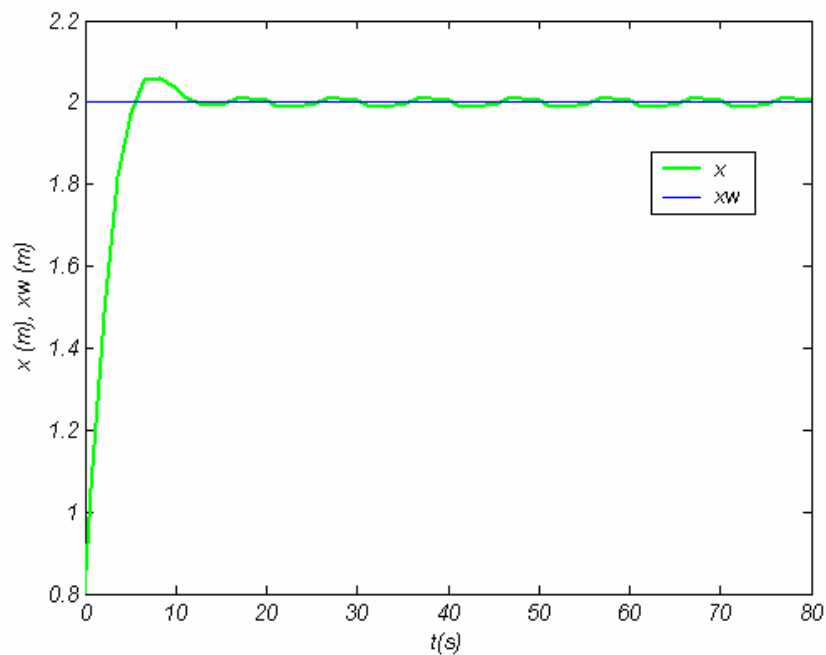
$$u_0 = \frac{1}{G}(x_0).f(x_0) = a\sqrt{x_0}.$$

Simulinkový model tohoto řízení je na (Obr. 42).

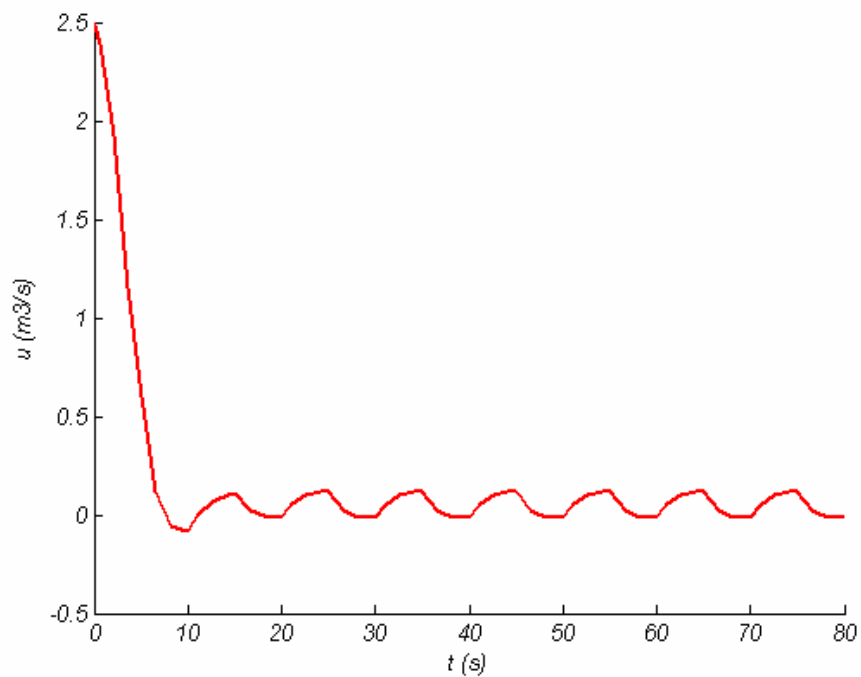


Obrázek 42. Simulinkový model řídicího systému robustního řízení s vysokým zesílením pro model kulového zásobníku na kapalinu

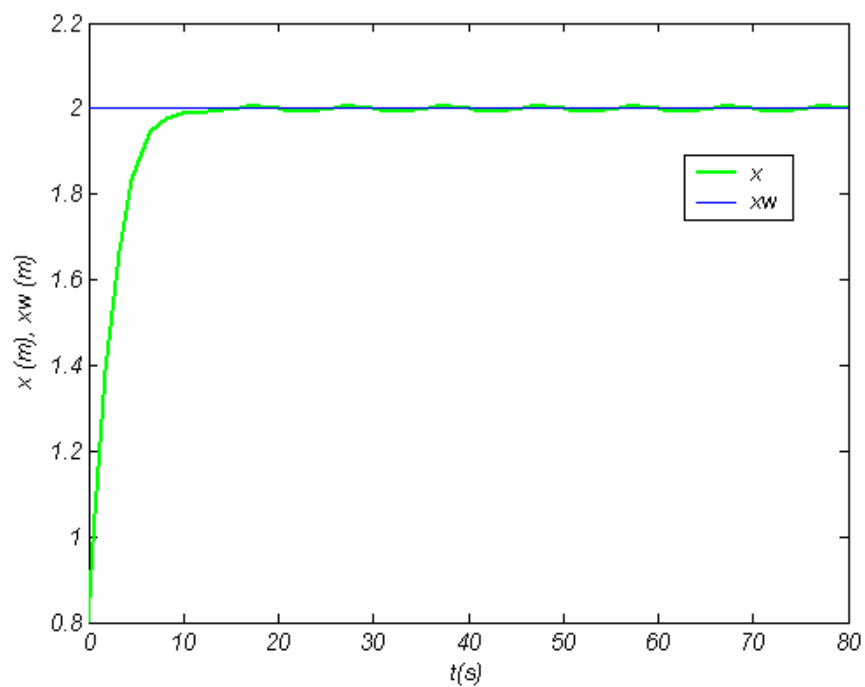
Na vstup do soustavy se přivede porucha představovaná pulsním generátorem o amplitudě 0,1 , periodě 10 s a šířce pulsu $d = 50\%$ periody. Simulační řízení proběhne v prvním případě pro $T = 3$ s a $\Theta = 5$, viz (Obr. 43) a (Obr. 44), a podruhé pro $T = 3$ s a $\Theta = 10$, viz (Obr. 45) a (Obr. 46). Parametry modelu řízené soustavy jsou stejné jako v předchozí kapitole.



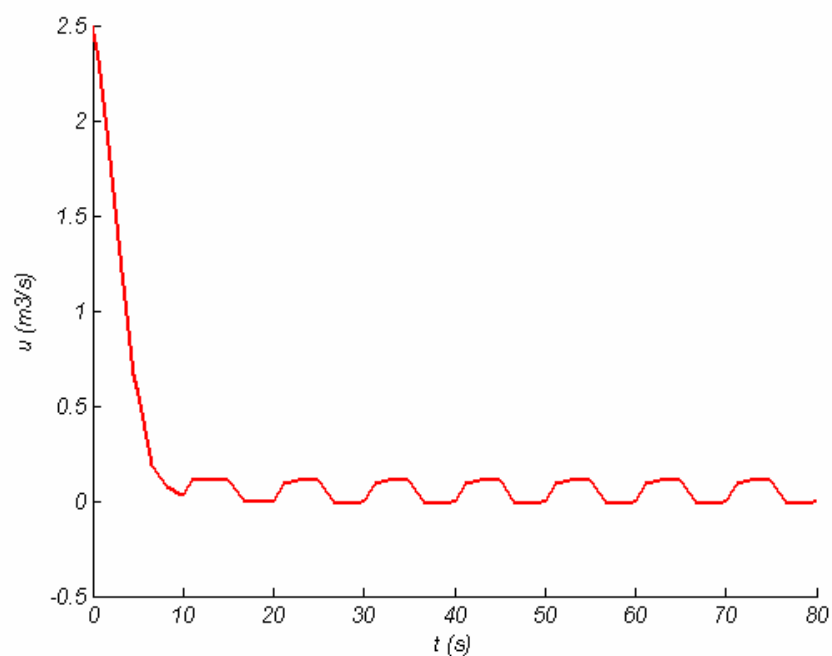
Obr. 43. Průběh simulace robustního řízení s vysokým zesílením modelu kulového zásobníku na kapalinu, $T = 3$ s, $\Theta = 5$



Obr. 44. Průběh akční veličiny robustního řízení s vysokým zesílením modelu kulového zásobníku na kapalinu, $T = 3$ s, $\Theta = 5$



Obr. 45. Průběh simulace robustního řízení s vysokým zesílením modelu kulového zásobníku na kapalinu, $T = 3$ s, $\Theta = 10$



Obr. 46. Průběh akční veličiny robustního řízení s vysokým zesílením modelu kulového zásobníku na kapalinu, $T = 3$ s, $\Theta = 10$

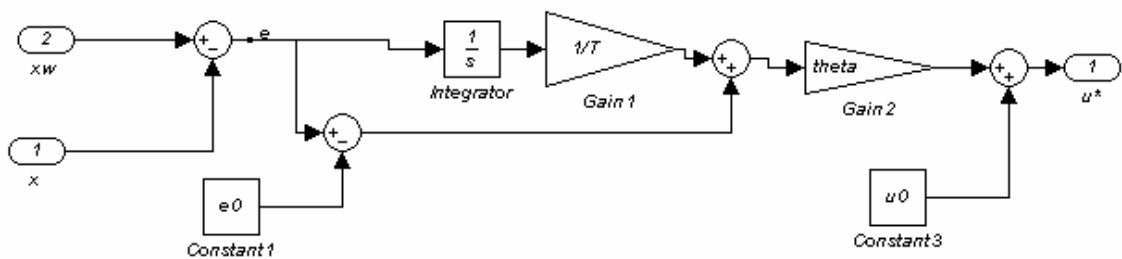
5.2.2 Návrh robustního řízení s vysokým zesílením pro zásobník na kapalinu s nekonstantním průřezem

Při výpočtu robustního řízení s vysokým zesílením řízení se opět vyjde ze vztahu (60) a (61), a pro model (90) se obdrží algoritmus řízení ve tvaru

$$u^x = \Theta \left[(e - e_0) + \frac{1}{T} \int_0^t e d\tau \right] + u_0 \quad (98)$$

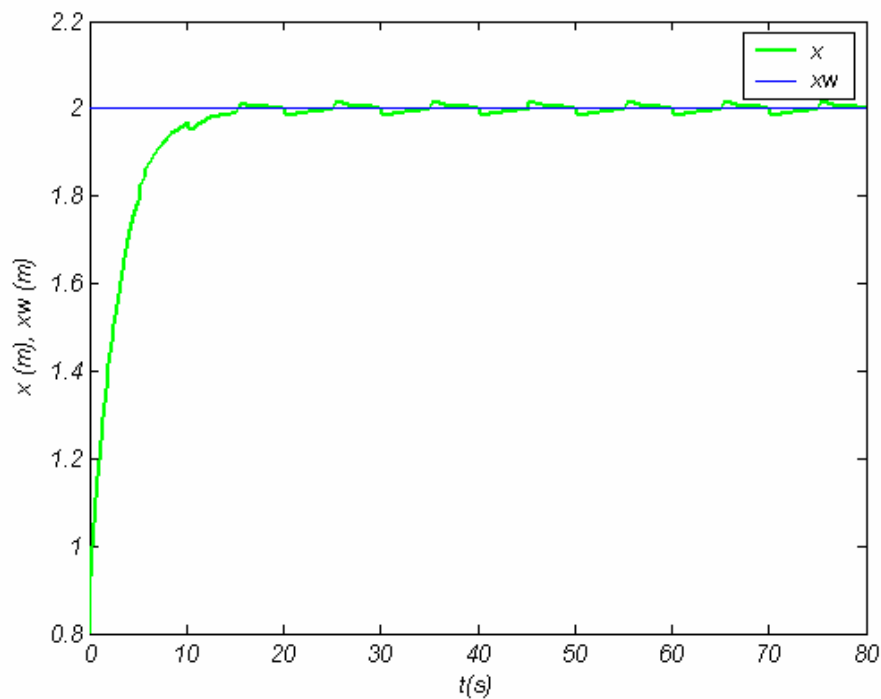
$$u_0 = \frac{1}{G}(x_0).f(x_0) = a\sqrt{x_0}.$$

Simulinkový model tohoto řízení je na (Obr. 47).

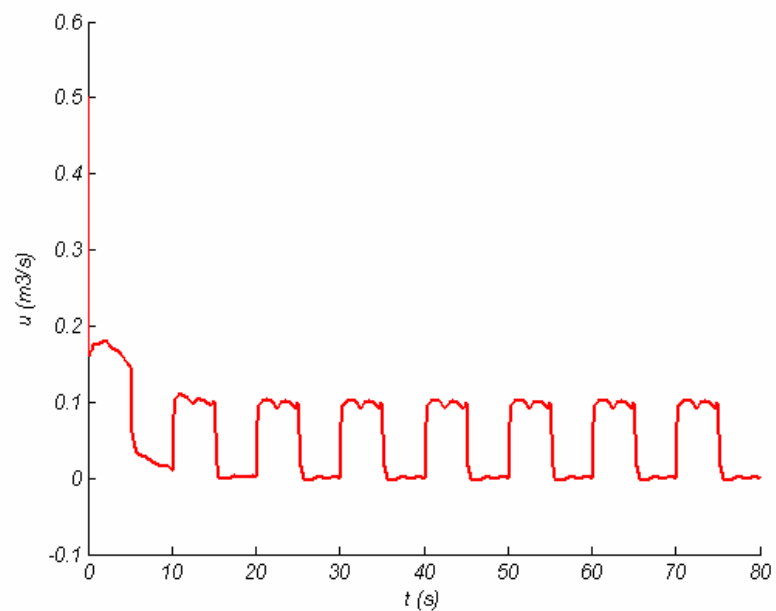


Obrázek 47. Simulinkový model řídicího systému robustního řízení s vysokým zesílením pro model zásobníku na kapalinu s nekonstantním průřezem

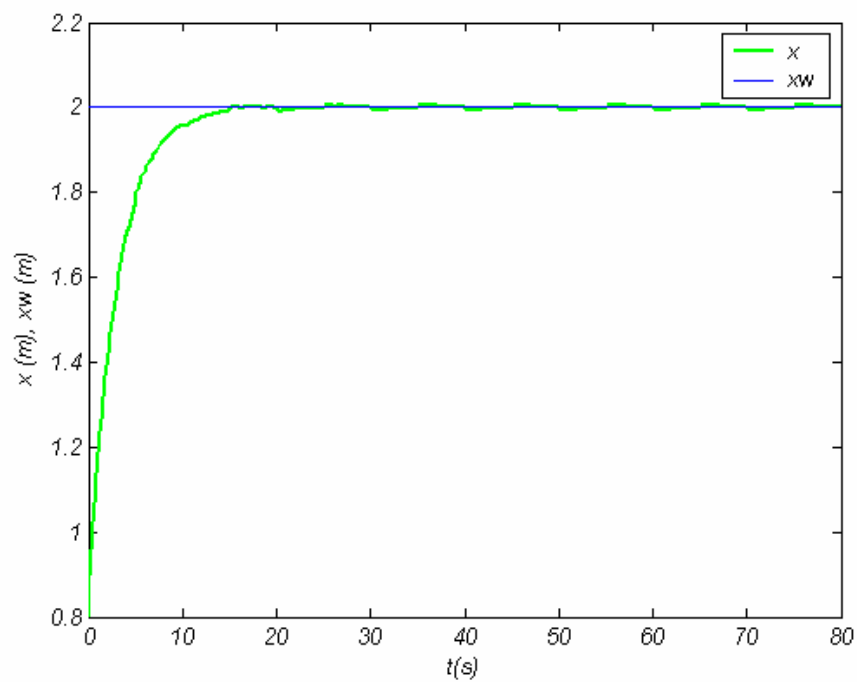
Na vstup do soustavy je přivedena stejná porucha jako u předchozího modelu, tj. pulsní signál o amplitudě 0,1, periodě 10 s a šířce pulsu $d = 50\%$ periody. Simulační řízení bylo realizováno v prvním případě pro $T = 3$ s a $\Theta = 5$, viz (Obr. 48) a (Obr. 49), a podruhé pro $T = 3$ s a $\Theta = 10$, viz (Obr. 50) a (Obr. 51). Parametry modelu řízené soustavy jsou stejné jako v předchozí kapitole.



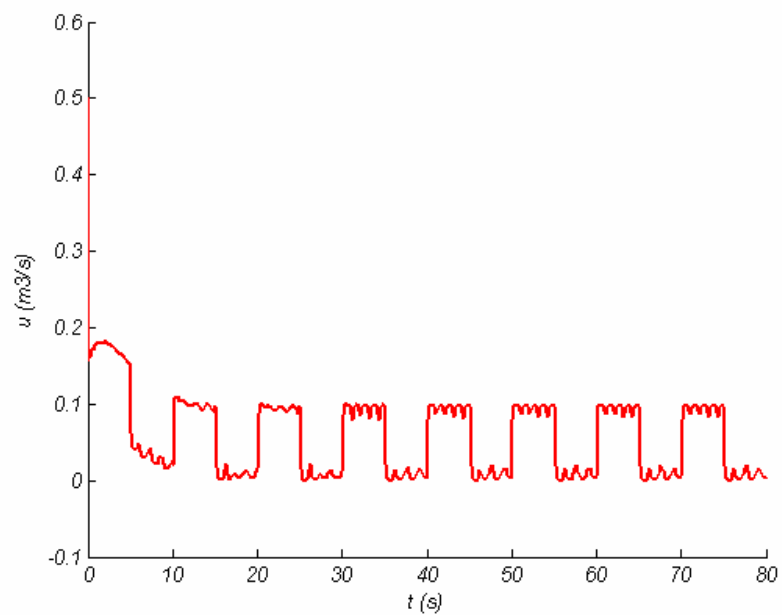
Obr. 48. Průběh simulace robustního řízení s vysokým zesílením modelu zásobníku na kapalinu s nekonstantním průřezem, $T = 3$ s, $\Theta = 5$



Obr. 49. Průběh akční veličiny robustního řízení s vysokým zesílením modelu zásobníku na kapalinu s nekonstantním průřezem, $T = 3$ s, $\Theta = 5$



Obr. 50. Průběh simulace robustního řízení s vysokým zesílením modelu zásobníku na kapalinu s nekonstantním průřezem, $T = 3$ s, $\Theta = 10$



Obr. 51. Průběh akční veličiny robustního řízení s vysokým zesílením modelu zásobníku na kapalinu s nekonstantním průřezem, $T = 3$ s, $\Theta = 10$

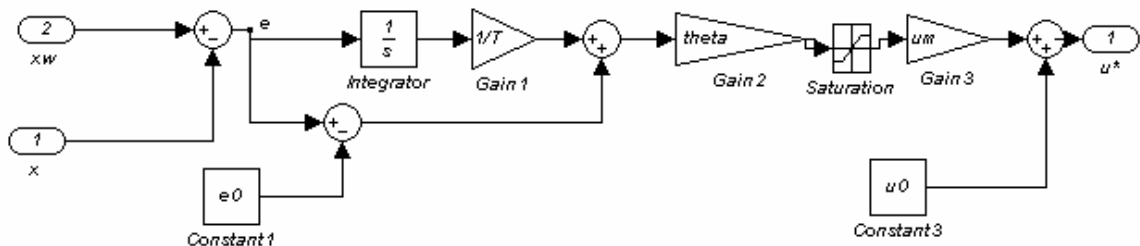
5.3 Simulační ověření návrhu robustního řízení v klouzavém režimu

5.3.1 Návrh robustního řízení v klouzavém režimu pro kulový zásobník na kapalinu

Při výpočtu robustního řízení v klouzavém režimu je použit vztah (69) pro spojitou náhradu klouzavého řízení s využitím funkce nasycení. Pro model (86) se dostane algoritmus řízení ve tvaru

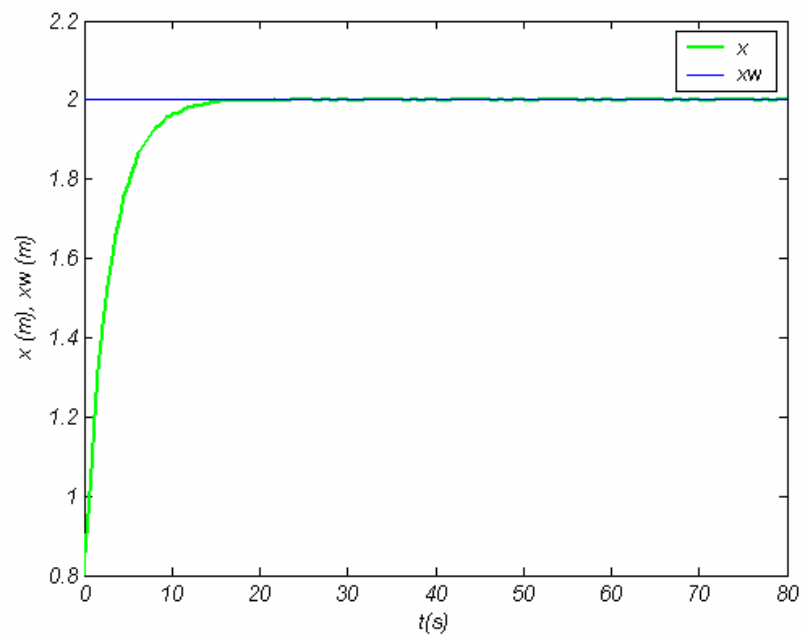
$$\begin{aligned}
 u^{sa} &= u^m \operatorname{sat}(\Theta^m m) + u_0 \\
 m &= \left((e - e_0) + \frac{1}{T} \int_0^t e d\tau \right) \\
 u_0 &= \frac{1}{G}(x_0).f(x_0) = a\sqrt{x_0}.
 \end{aligned}
 \tag{99}$$

Simulinkový model tohoto řízení je na (Obr. 52).

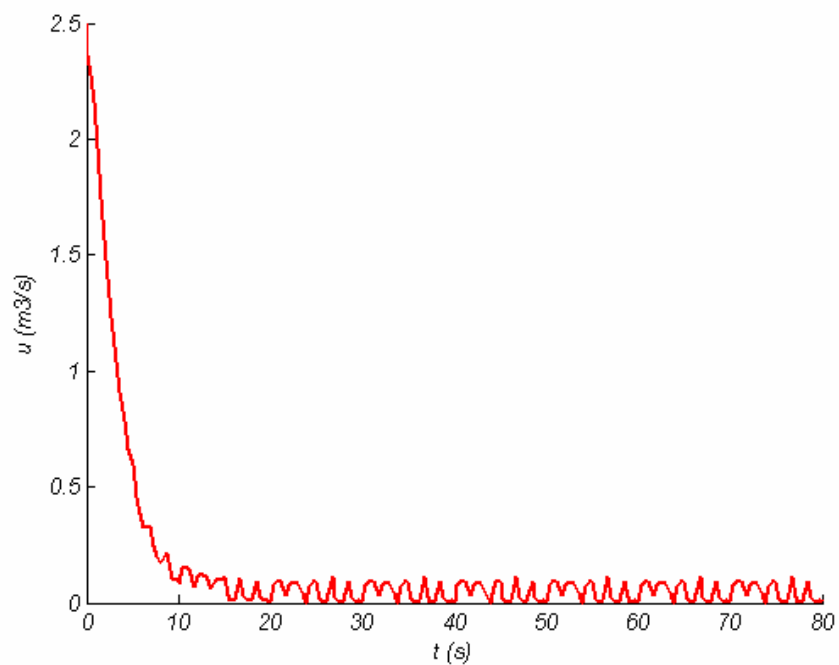


Obrázek 52. Simulinkový model řídicího systému robustního řízení v klouzavém režimu pro model kulového zásobníku na kapalinu

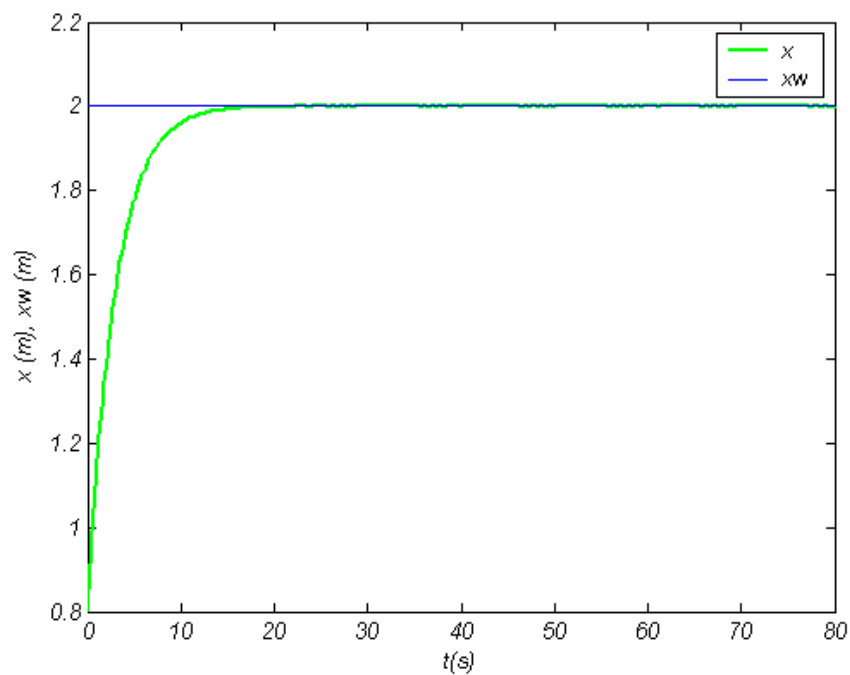
Na vstup do soustavy byla přivedena porucha představovaná pulsním generátorem o amplitudě 0,1 , periodě 10 s a šířce pulsu $d = 50\%$ periody. Simulační řízení bylo realizováno v prvním případě pro $T = 3$ s, $\Theta^m = 10$, $u^m = 5 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$, viz (Obr. 53) a (Obr. 54), a poté pro $T = 3$ s, $\Theta^m = 20$, $u^m = 5 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$, viz (Obr. 54) a (Obr. 55). Parametry modelu řízené soustavy jsou stejné jako v předchozí kapitole.



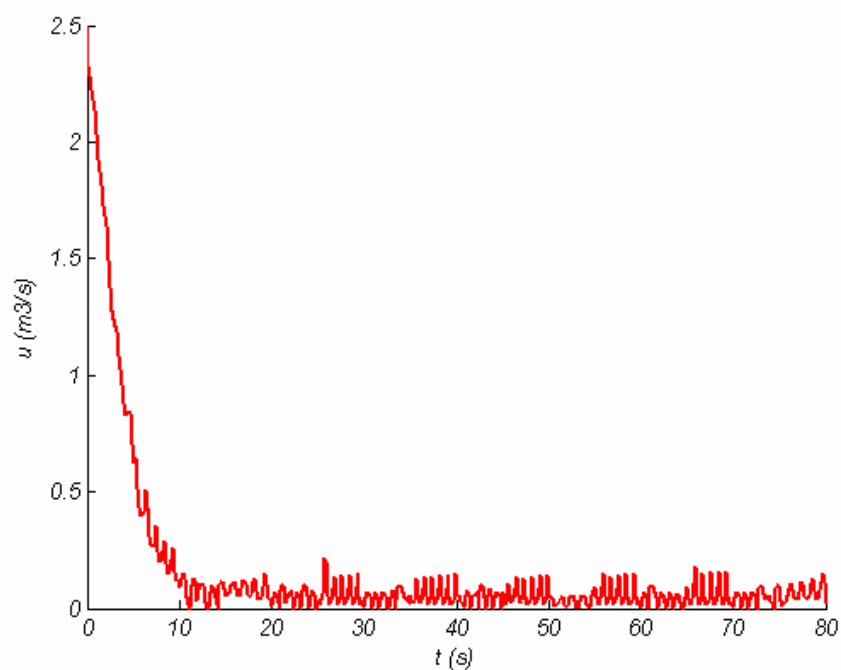
Obr. 53. Průběh simulace robustního řízení v klouzavém režimu modelu kulového zásobníku na kapalinu, $T = 3$ s, $\Theta^m = 10$, $u^m = 5$ m³.s⁻¹



Obr. 54. Průběh akční veličiny robustního řízení v klouzavém režimu modelu kulového zásobníku na kapalinu, $T = 3$ s, $\Theta^m = 10$, $u^m = 5$ m³.s⁻¹



Obr. 55. Průběh simulace robustního řízení v klouzavém režimu modelu kulového zásobníku na kapalinu, $T = 3$ s, $\Theta^m = 20$, $u^m = 5 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$



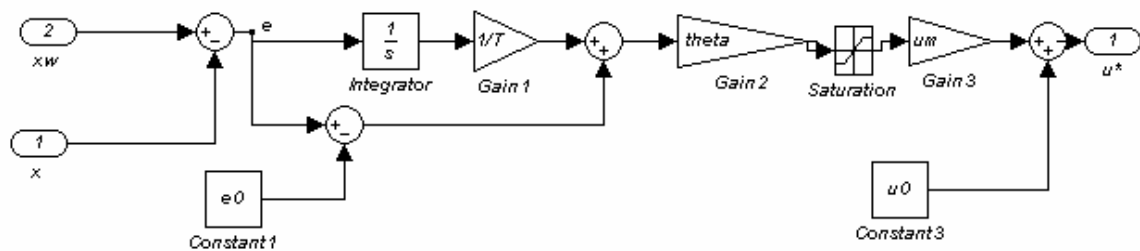
Obr. 56. Průběh akční veličiny robustního řízení v klouzavém režimu modelu kulového zásobníku na kapalinu, $T = 3$ s, $\Theta^m = 20$, $u^m = 5 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$

5.3.2 Návrh robustního řízení v klouzavém režimu pro zásobník na kapalinu s nekonstantním průřezem

Při výpočtu robustního řízení v klouzavém režimu je opět použit vztah (69) pro spojitou náhradu klouzavého řízení s využitím funkce nasycení (saturace). Pro model (90) se obdrží algoritmus řízení ve tvaru

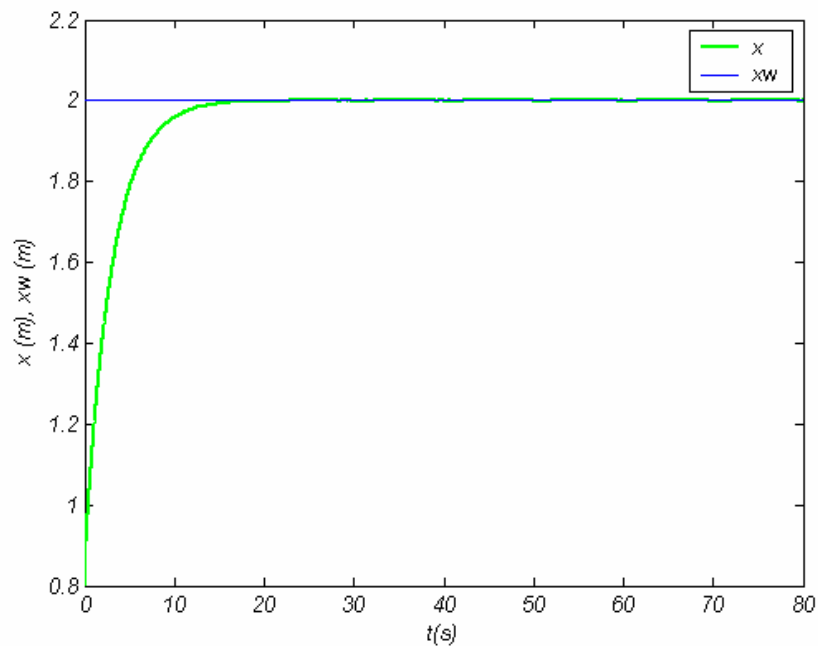
$$\begin{aligned}
 u^{sa} &= u^m \operatorname{sat}(\Theta^m m) + u_0 \\
 m &= \left((e - e_0) + \frac{1}{T} \int_0^t e d\tau \right) \\
 u_0 &= \frac{1}{G}(x_0), f(x_0) = a\sqrt{x_0}.
 \end{aligned}
 \tag{100}$$

Simulinkový model tohoto řízení je na (Obr. 57).

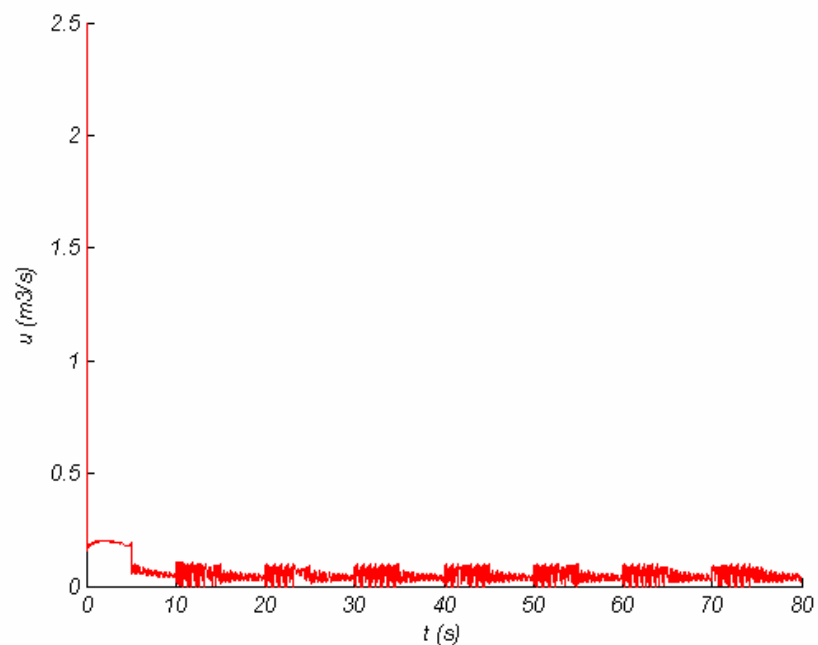


Obrázek 57. Simulinkový model řídicího systému robustního řízení v klouzavém režimu pro model zásobníku na kapalinu s nekonstantním průřezem

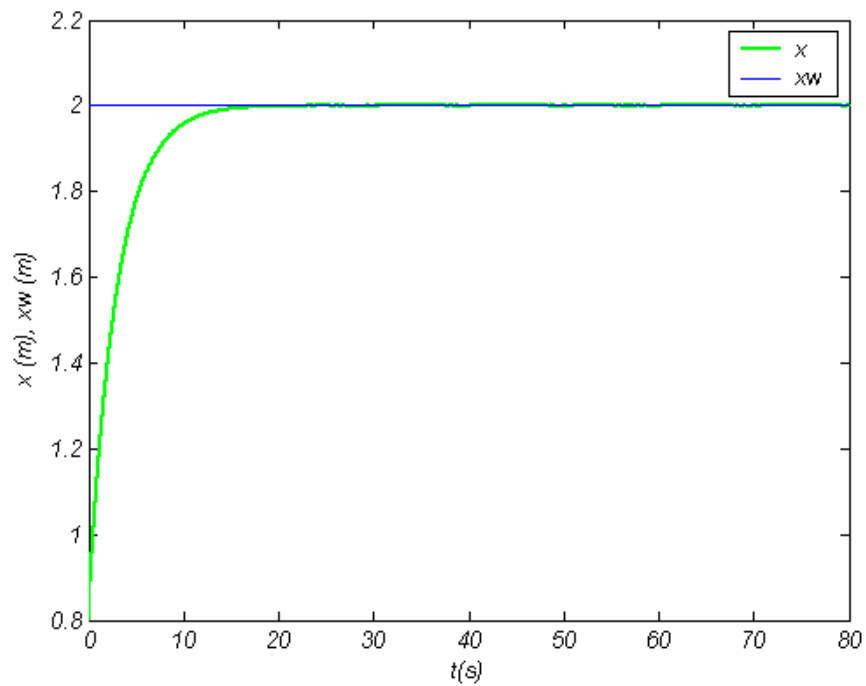
Na vstupu do soustavy působí porucha představovaná pulsním signálem o amplitudě 0,1 , periodě 10 s a šířce pulsu $d = 50\%$ periody. Simulační řízení bylo realizováno v prvním případě pro $T = 3$ s, $\Theta^m = 10$, $u^m = 5 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$, viz (Obr. 58) a (Obr. 59), a poté pro $T = 3$ s, $\Theta^m = 20$, $u^m = 5 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$, viz (Obr. 60) a (Obr. 61). Parametry modelu řízené soustavy jsou stejné jako v předchozí kapitole.



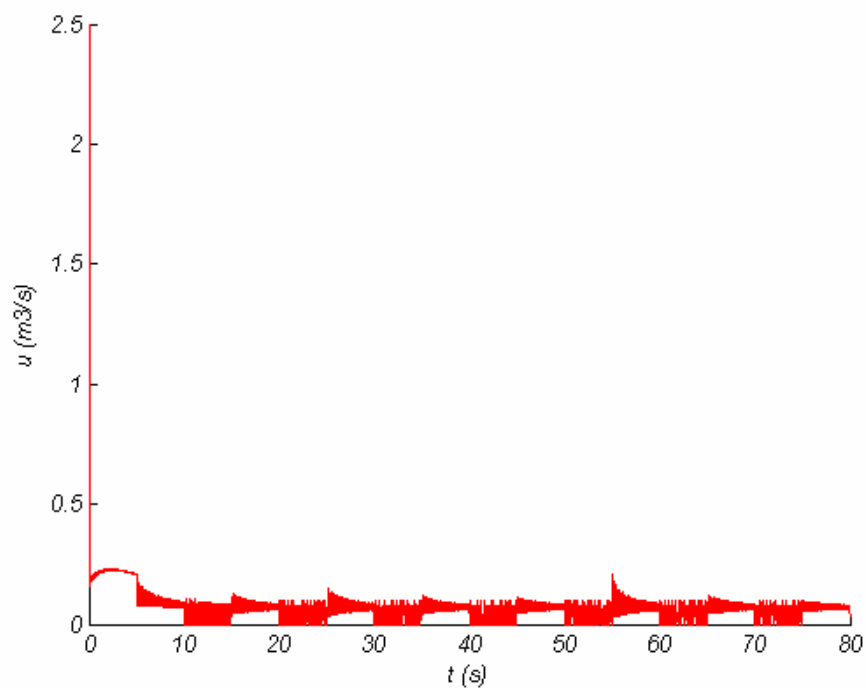
Obr. 58. Průběh simulace robustního řízení v klouzavém režimu modelu zásobníku na kapalinu s nekonstantním průřezem, $T = 3$ s, $\Theta^m = 10$, $u^m = 5$ m³.s⁻¹



Obr. 59. Průběh akční veličiny robustního řízení v klouzavém režimu modelu zásobníku na kapalinu s nekonstantním průřezem, $T = 3$ s, $\Theta^m = 10$, $u^m = 5$ m³.s⁻¹



Obr. 60. Průběh simulace robustního řízení v klouzavém režimu modelu zásobníku na kapalinu s nekonstantním průřezem, $T = 3$ s, $\Theta^m = 20$, $u^m = 5 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$



Obr. 61. Průběh akční veličiny robustního řízení v klouzavém režimu modelu zásobníku na kapalinu s nekonstantním průřezem, $T = 3$ s, $\Theta^m = 20$, $u^m = 5 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$

5.4 Simulační ověření jednoduché nelineární strategie řízení

Pro simulační ověření jednoduchého nelineárního řízení popsaného v kapitole 2.3 byla vybrána integrační soustava třetího řádu

$$G(s) = \frac{1}{s^3}. \quad (101)$$

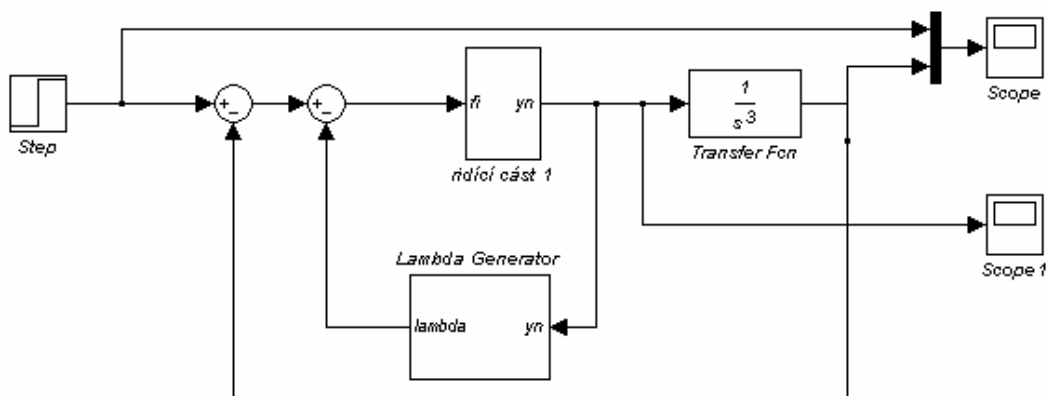
Pro první simulaci byly vybrány parametry regulátoru viz (73) $a = 10$ a $b = 1$. Potom dle (80) a (81):

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \sqrt[n]{\frac{2}{ab}} = \sqrt[3]{0,2} = 0,5848 \\ \frac{y(s)}{y_d(s)} &= \frac{1}{(\varepsilon s + 1)^n} = \frac{1}{(0,5848s + 1)^n} \\ \frac{y(s)}{y_d(s)} &= \frac{1}{\frac{2}{ab}s^3 + \lambda_2 s^2 + \lambda_1 s + 1} = \frac{1}{0,2s^3 + 1,026s^2 + 1,754s + 1}. \end{aligned} \quad (102)$$

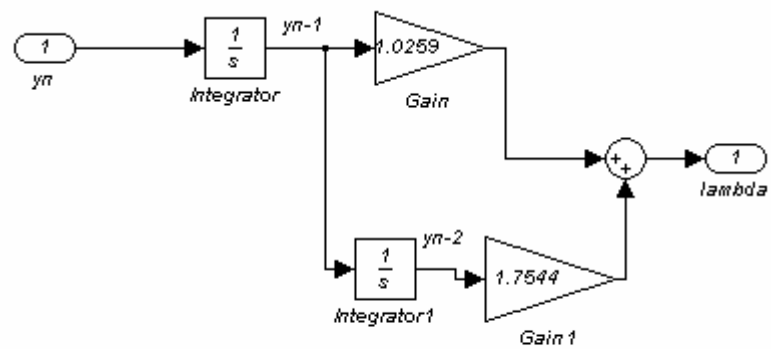
Podobně byly spočítány parametry regulátoru pro $a = 100$ a $b = 10$.

Simulinkový model tohoto řízení je na (Obr. 62) a model θ generátoru na (Obr. 63).

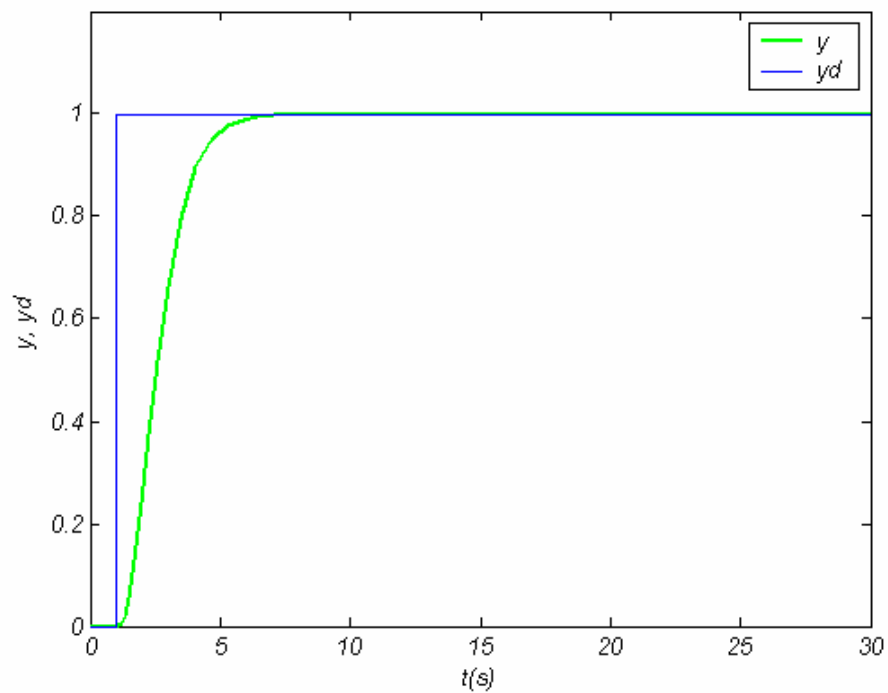
Výsledky řízení pro parametry NLC regulátoru $a = 10$ a $b = 1$ jsou zobrazeny na (Obr. 63) a (Obr. 64) a pro $a = 100$ a $b = 10$ na (Obr. 65) a (Obr. 66).



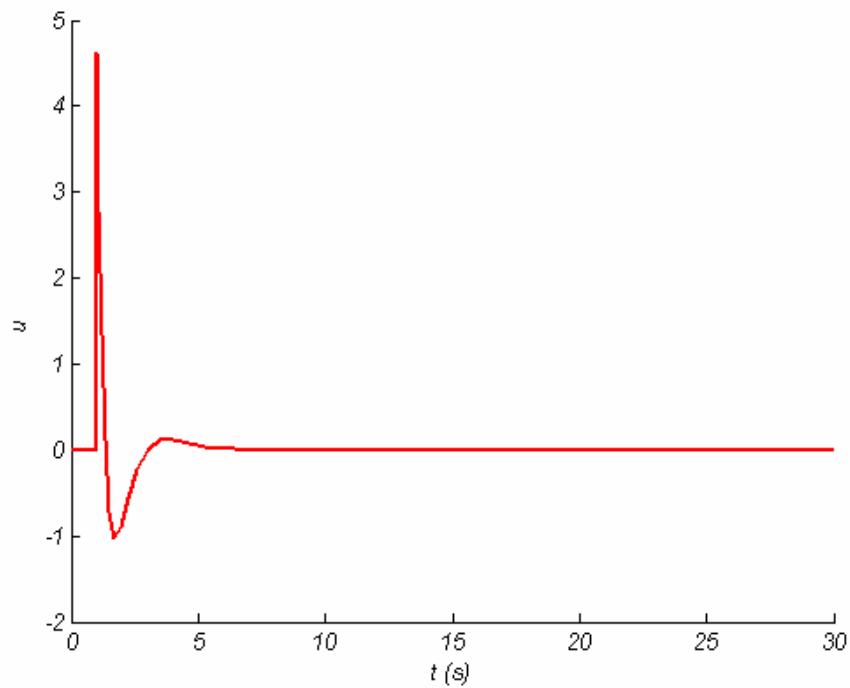
Obr. 62. Simulinkový model pro NLC řízení integrační soustavy 3. řádu



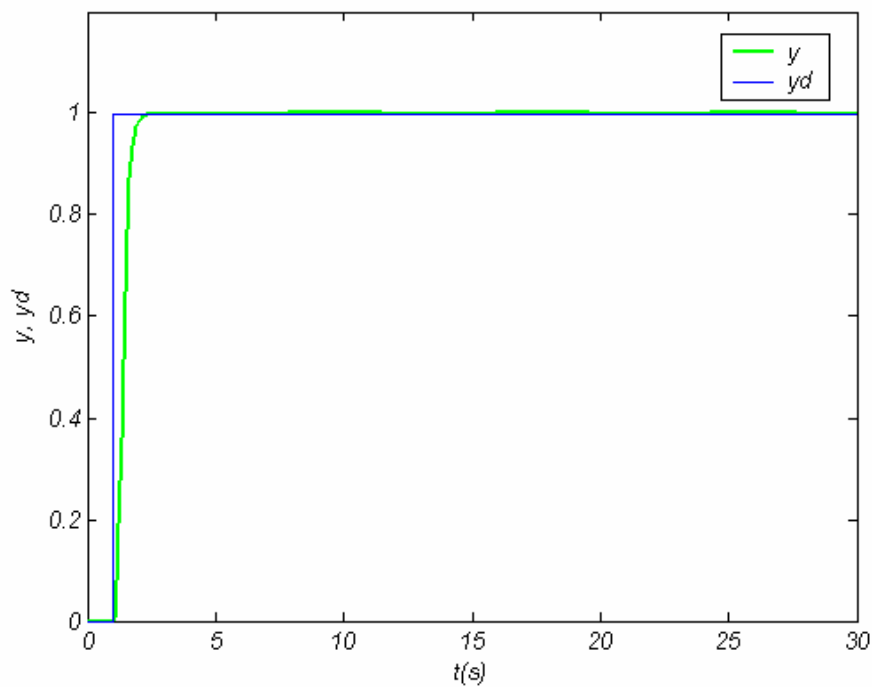
Obr. 63. Simulinkový model θ generátoru



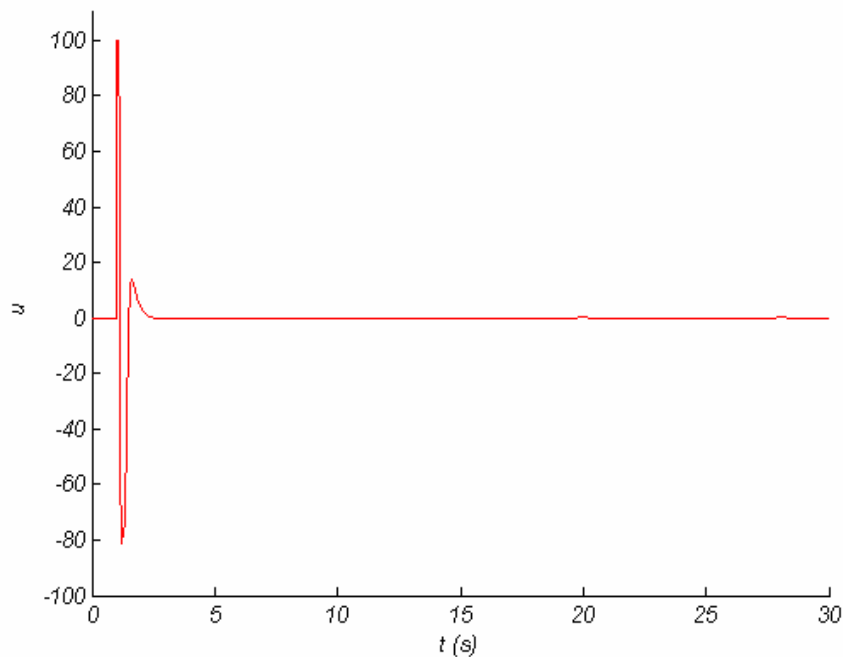
Obr. 64. Průběh simulace nelineárního řízení integrační soustavy 3. řádu s parametry regulátoru $a = 10$ a $b = 1$



Obr. 65. Průběh akční veličiny nelineárního řízení integrační soustavy 3. řádu s parametry regulátoru $a = 10$ a $b = 1$



Obr. 66. Průběh simulace nelineárního řízení integrační soustavy 3. řádu s parametry regulátoru $a = 100$ a $b = 10$



Obr. 67. Průběh akční veličiny nelineárního řízení integrační soustavy 3. řádu s parametry regulátoru $a = 100$ a $b = 10$

5.5 Vyhodnocení výsledků simulace

Pro vyhodnocení kvality regulace jsou použita kritéria založená na výpočtu sumace kvadrátů regulační odchylky $e(k) = w(k) - x(k)$, resp. $e(k) = x^w(k) - x(k)$ a přírůstků akční veličiny $\Delta u(k) = u(k) - u(k-1)$ podle vztahů

$$S_y = \frac{1}{k_2 - k_1 + 1} \sum_{k=k_1}^{k_2} e^2(k) \quad S_u = \frac{1}{k_2 - k_1 + 1} \sum_{k=k_1}^{k_2} \Delta u^2(k) \quad (103)$$

kde k je k -tý časový okamžik simulace a $\langle k_1, k_2 \rangle$ je zvolený interval pro určení kvality regulace.

Tyto hodnoty byly spočteny pro každou realizovanou simulaci řízení pro celý časový interval simulace a výsledky jsou uvedeny v (Tab. 2) až (Tab. 5).

Tab. 2. Výsledky kvality řízení navrženého metodou minimalizace kvadratického účelového funkcionálu

model	T (s)	S_y	S_u
Kulový zásobník na vodu	$T = 3$	0,0600	0,0158
	$T = 10$	0,1050	$2,35 \cdot 10^{-4}$
Zásobník na vodu s nekonstantním průřezem	$T = 3$	0,0556	$3,99 \cdot 10^{-4}$
	$T = 10$	0,0662	$2,44 \cdot 10^{-4}$
Průtočný tepelný výměník s promícháváním	$T_1 = 10$	1,2502	$1,277 \cdot 10^{-5}$
	$T_2 = 10$	0,7015	$9,457 \cdot 10^{-6}$
	$T_1 = 20$	1,3679	$8,411 \cdot 10^{-6}$
	$T_2 = 20$	1,0865	$1,132 \cdot 10^{-6}$

Tab. 3. Výsledky kvality robustního řízení s vysokým zesílením

model	Θ	S_y	S_u
Kulový zásobník na vodu	$\Theta = 5$	0,1383	0,0216
	$\Theta = 10$	0,1417	0,0181
Zásobník na vodu s nekonstantním průřezem	$\Theta = 5$	0,1027	$7,354 \cdot 10^{-4}$
	$\Theta = 10$	0,1308	$4,217 \cdot 10^{-4}$

Tab. 4. Výsledky kvality robustního řízení v klouzavém režimu

model	Θ^m	S_y	S_u
Kulový zásobník na vodu	$\Theta^m = 10$	0,0607	0,0216
	$\Theta^m = 20$	0,0212	0,0016
Zásobník na vodu s nekonstantním průřezem	$\Theta^m = 10$	0,0581	0,0015
	$\Theta^m = 20$	0,0362	0,0007

Tab. 5. Výsledky kvality nelineárního řízení
integrační soustavy 3. řádu

parametry NLC regulátoru	S_y	S_u
$a = 10$ $b = 1$	0,1352	0,4986
$a = 100$ $b = 10$	0,0722	323,5

5.5.1 Diskuze výsledků

U všech simulačních řízení bylo dosaženo nulové trvalé regulační odchylky a systém řízení byl stabilní.

V (Tab. 2) můžeme vidět výsledky kvality řízení navrženého metodou minimalizace kvadratického účelového funkcionálu. Jak vidíme z tabulky, se zvýšením časové konstanty řízení T se zvyšuje také hodnota S_y a snižuje hodnota S_u , což znamená, že se prodlužuje doba za jakou dosáhne řízený výstup soustavy žádané hodnoty, ale zmenšují se nároky na velikost akčního zásahu.

V (Tab. 3) jsou uvedeny výsledky robustního řízení s vysokým zesílením. V tomto případě působila na řízené modely neměřená porucha, ale řízení bylo vždy stabilní s malými překmity. Se zvyšující se hodnotou zesílení Θ se opět zvyšuje hodnoty S_y , ale zároveň se snižuje hodnota S_u .

Podobně je tomu u robustního řízení v klouzavém režimu (Tab. 4), kdy na řízené modely také působila neměřená porucha a se zvyšující se hodnotou zesílení Θ^m se zvyšuje hodnota S_y a snižuje se hodnota S_u . Tyto hodnoty jsou zároveň menší než u robustního řízení s vysokým zesílením, což znamená, že se zkracuje doba náběhu řízeného výstupu na žádanou hodnotu za působení menšího akčního zásahu.

V (Tab. 5) jsou výsledky kvality regulace jednoduchého nelineárního řízení pro integrační soustavu třetího řádu. Z tabulky vidíme, že se zvýšením parametrů NLC regulátoru je regulační pochod rychlejší, ale s mnohem většími nároky na akční zásah, což nemusí být při řízení reálné soustavy přípustné.

ZÁVĚR

V inženýrské praxi jsou nelineární systémy takřka všudypřítomné. Některé nelineární systémy lze s dostatečnou přesností vyšetřovat a řídit jako lineární, avšak pouze v blízkosti pracovních bodů či rovnovážných stavů. Při použití nelineárního řízení se však můžeme pohybovat ve velkých pracovních rozsazích, kdy už neplatí podmínky linearizace kolem pracovního bodu a lineárním řízením bychom nedosáhli vyhovující kvality regulačního pochodu. Některé systémy mají také nelinearity, které nelze lineárně aproximovat a které vyvolávají nežádoucí jevy v regulačním pochodu. Jejich vliv je proto potřeba kompenzovat vhodným návrhem nelineárního řízení.

Tato práce se zabývala návrhem řízení pro SISO systémy s různými typy nelinearity a jejím cílem bylo předložit možnosti návrhu řízení respektující nelinearity v řízeném objektu. V první části této práce jsou popsány různé typy nelinearity vyskytující se v matematických modelech systémů různých technologických procesů. Také jsou zde definovány standardní nelineární systémy popsané nelineárními diferenciálními rovnicemi, ze kterých se dále vychází při vybraných metodách návrhu řízení. V této práci jsou představeny metody návrhu řízení pomocí minimalizace kvadratického účelového funkcionálu, robustní řízení s vysokým zesílením, robustní řízení v klouzavém režimu a jednoduché nelineární řízení. Tyto metody návrhu jsou poté aplikovány na vybrané nelineární jednorozměrové soustavy, konkrétně jsou to model kulového zásobníku na vodu, model zásobníku s nekonstantním průřezem a integrační soustava třetího řádu. Návrh řízení metodou minimalizace kvadratického účelového funkcionálu je pro ukázkou demonstrován také na mnohorozměrovém modelu průtočného tepelného výměníku s promícháváním.

Simulací byly ověřeny všechny metody návrhu řízení pro dané nelineární modely a výsledky regulačních pochodů byly vyhodnoceny pomocí kritérií kvality regulace založených na výpočtu sumace regulační odchylky a přírůstků akční veličiny. Řízením na základě minimalizace kvadratického účelového funkcionálu bylo dosaženo dostatečné kvality řízení pro všechny modely, ale algoritmus tohoto řízení vyžaduje znalost přesného matematického modelu řízeného nelineárního systému a plnou měřitelnost na něj působících poruch, což je v technické praxi spíše výjimkou. Toto lze odstranit průběžným výpočtem zpětnovazebního řízení, kterým se získají velmi robustní algoritmy [2]. Robustním řízením s vysokým zesílením a robustním řízením v klouzavém režimu lze dosáhnout stabilního řízení i pro nelineární modely s neměřitelnou poruchou, přičemž

druhá z těchto metod návrhů řízení dosahuje lepších výsledků z hlediska doby regulace a nároků na akční zásah. Simulační řízení metodou jednoduchého nelineárního řízení ověřené na integrační soustavě třetího řádu také proběhlo úspěšně a byl ověřen vliv návrhu parametrů NLC regulátoru na rychlost regulačního pochodu a nároky na velikost akčního zásahu.

THE CONCLUSION

In engineering practice, nonlinear systems are omnipresent. Some of these nonlinear systems can be examined and controlled with sufficient exactness as linear ones, however it is possible just in the small region of operation points or equilibrium states. When nonlinear control is used, it can be operated in wide working range, where the conditions of linearization around the operation point do not hold any more and we would not achieve convenient quality of control. Some systems have also nonlinearities that can not be linearly approximated and that cause unwanted effects during the control process. Its influence is necessary to compensate by convenient design of nonlinear control.

This thesis deals with design of control of SISO systems with various types of nonlinearities and its goal was to submit possibilities of control designs that respect nonlinearities in the controlled system. There are described various types of nonlinearities in the first part of this thesis, which appear in the mathematic models of various technologic processes. There are also defined standard nonlinear systems described by nonlinear differential equations in the thesis, which are then used by the chosen methods of control designs. There are then introduced methods of control design in the thesis, as design of control based on minimization of quadratic cost functional, robust control design with high gain, robust control in sliding mode and simple nonlinear control strategy. These methods of design are then applied on chosen nonlinear single-input /single-output systems, model of spherical storage water tank, model of storage water tank with non-constant diameter and pure integrating system of third order. The design of the control based on minimization of quadratic cost functional is demonstrated also on multi-input /multi-output model of flow heat exchanger with stirring as an example.

All of the chosen methods for the given nonlinear models were then verified by the simulation and the results of the simulations were then analyzed by criteria of quality based on the calculation of sum of control error and increase of control action. By the method of control based on the minimization of quadratic cost functional was achieved sufficient quality of control for all of the models but the algorithm of this control demand knowledge of exact mathematic model of the controlled nonlinear system, as well as full measurability of disturbances influencing it, which is mostly an exception in technical practice. This can be dissolved by straight computation of the feedback control, which leads to very robust algorithms [2]. By the robust control with high gain and robust control in sliding mode a

stable state even for nonlinear models with unmeasurable disturbances can be achieved, whereas the second one of these two designs of control achieves better results when considering the settling time and demand on control action. Simulated control designed by the simple nonlinear control strategy was successfully verified on the pure integrating system of third order and the influence of design of NLC controller parameters on settling time and velocity of control action was verified as well.

SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY

- [1] Balátě, J. Automatické řízení. 2. přepracované vydání, Praha: BEN—technická literatura, 2004. ISBN 80-7300-148-9
- [2] Zítek, P. a Víteček, A. Návrh řízení podsystémů se zpožděními a nelinearitami. Praha: Vydavatelství ČVUT, 1999. ISBN 80-01-01939-X
- [3] Lin, C.-F. Advanced Control System Design. USA, New Jersey: Prentice Hall, 1994. ISBN 0-13-006305-3
- [4] Hanselman, D., Littlefield, B.. Mastering MATLAB 7. USA, New Jersey: Prentice Hall, 2005. ISBN 0-13-185714-2
- [5] Harman, T. L., Dabney, J.B.). Mastering SIMULINK. USA, New Jersey: Prentice Hall, 2004. ISBN 0-13-142477-7
- [6] Modrlák O. Teorie automatického řízení II: Nelineární systémy. Studijní materiály. Technická Univerzita v Liberci. dostupné z WWW: www.fm.vslib.cz/~krtslib/fm/modrlak/pdf/tar2_nel.pdf
- [7] Chen, Ch.-T., Chuang, Y.-Ch., Hwang, Ch.. A Simple Nonlinear Control Strategy for Chemical Processes. Proc. of the 6th Asian Control Conferece, July 18-21, 2006, Bali, Indonesia. ISBN 979-15017-0, str. 64. – 66.
- [8] Kolomazník, K., Modelování zpracovatelských procesů. Brno, skripta fakulty technologické se sídlem ve Zlíně VUT v Brně, 1990
- [9] Kanjilal P. P., Adaptive prediction and prediction control. United Kingdom, London: Peter Peregrinus Ltd., 1995. ISBN 0-56-341193-2

SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK

- a - stavitelný parametr NLC regulátoru
- b - stavitelný parametr NLC regulátoru
- D - nezáporná agregační matice
- D_z - základní nezáporná agregační matice
- d_{ji} - prvky agregační matice D .
- e - vektor odchylek
- ε - stavitelný parametr NLC regulátoru
- f - spojitá vektorová funkce
- f_z - agregovaná vektorová funkce f
- G - funkce přenosu
- \mathbf{G} - matice spojitých funkcí g_{ij}
- g_j - spojitá vektorová funkce, sloupcové vektory matice \mathbf{G}
- G_z - agregovaná matice \mathbf{G}
- i, j, k - indexy ($i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, m; k = 1, 2, \dots$)
- J - kvadratický účelový funkcionál
- \mathbf{J}, \mathbf{J}_m - Jacobiovy matice
- λ_i - stavitelný parametr θ generátoru NLC řízení
- m - počet řídicích proměnných
- n - počet stavových proměnných
- N^w - charakteristický mnohočlen uzavřeného systému řízení
- \mathbf{Q}, \mathbf{Q}_0 - symetrické pozitivně definitní, resp. pozitivně semidefinitní konstantní váhové matice
- θ - výstup generátoru NLC řízení
- r - rozdíl řádů skutečného podsystému a jeho předpokládaného modelu

- r_j - pomocný index
- s - agregovaný vektor odchylek
- T - diagonální matice kladných časových konstant T_j
- S_y - suma kvadrátů regulační odchylky
- S_u - suma kvadrátů přírůstků akční veličiny
- t - spojitý čas
- T - symbol transpozice
- u - vektor řídicích proměnných
- u^x - robustní řízení s vysokým zesílením
- u^* - optimální (nerobustní) řízení
- u_0 - počáteční řízení
- u_j^+, u_j^- - horní a dolní omezení j -té řídicí proměnné
- U^m - diagonální matice prvků u_j^m
- u^{sa} - spojitá náhrada klouzavého řízení
- u^{sl} - klouzavé řízení
- v - vektor poruchových proměnných
- w - žádaná hodnota
- x - vektor stavových proměnných
- x_0 - počáteční stav
- x^w - požadovaný stavový vektor
- $\{x^w(t)\}$ - požadovaná stavová trajektorie
- $\{x(t)\}$ - skutečná stavová trajektorie
- $y(s)$ - výstup řízené soustavy NLC
- $y_d(s)$ - žádaná hodnota výstupu

- I - jednotková matice
- diag - diagonální matice
- dim - dimenze vektoru nebo typ matice
- MIMO - multi-input /multi output (mnoharozměrový)
- NLC - nonlinear controler (nelineární regulátor)
- sat - funkce nasycení
- sgn - znaménková funkce
- SISO - single-input /single output (jednorozměrový)

SEZNAM OBRÁZKŮ

Obr. 1. Hammersteinův model.....	11
Obr. 2. Základní Wienerův model	11
Obr. 3. Charakteristika nasycení	12
Obr. 4. Charakteristika hystereze	13
Obr. 5. Charakteristika necitlivosti	13
Obr. 6. Charakteristika suchého tření	14
Obr. 7. Charakteristika skutečného tření.....	14
Obr. 8. Charakteristika ideálního relé	15
Obr. 9. Charakteristika relé s pásmem necitlivosti	15
Obr. 10. Charakteristika relé s hysterezí	15
Obr. 11. Charakteristika obecné nelinearity.....	16
Obr. 12. Charakteristika absolutní hodnoty	16
Obr. 13. Charakteristika kvadratické nelinearity $y = a\sqrt{u}$	17
Obr. 14. Přechod od řízení s vysokým zesílením u_j^x ke klouzavému řízení u_j^{sl} a jeho spojité náhradě u_j^{sa}	30
Obr. 15. Nelineární řízení ryze integrační soustavy n-tého řádu.	32
Obr. 16. Struktura generátoru θ	33
Obr. 17. Charakteristika NLC regulátoru.....	33
Obr. 18. Kulový zásobník na kapalinu.....	38
Obr. 19. Simulinkový model kulového zásobníku na kapalinu	40
Obr. 20. Simulinkový model kulového zásobníku na kapalinu s poruchou	40
Obr. 21. Zásobník na kapalinu s nekonstantním průřezem.....	41
Obr. 22. Simulinkový model zásobníku na kapalinu s nekonstantním průřezem.....	43
Obr. 23. Simulinkový model zásobníku na kapalinu s nekonstantním průřezem s poruchou	43
Obr. 24. Průtočný tepelný výměník s promícháváním.....	44
Obr. 25. Simulinkový model průtočného tepelného výměníku s promícháváním.....	46
Obrázek 26. Simulinkový model řídicího systému vypočteného metodou minimalizace kvadratického účelového funkcionálu pro model kulového zásobníku na kapalinu	48

Obrázek 27. Simulinkový model řízení vypočteného metodou minimalizace kvadratického účelového funkcionálu pro model kulového zásobníku na kapalinu	48
Obr. 28. Průběh simulace řízení navrženého metodou minimalizace kvadratického účelového funkcionálu pro model kulového zásobníku na kapalinu, $T = 3s$	49
Obr. 29. Průběh akční veličiny řízení navrženého metodou minimalizace kvadratického účelového funkcionálu pro model kulového zásobníku na kapalinu, $T = 3s$	50
Obr. 30. Průběh simulace řízení navrženého metodou minimalizace kvadratického účelového funkcionálu pro model kulového zásobníku na kapalinu, $T = 10s$	50
Obr. 31. Průběh akční veličiny řízení navrženého metodou minimalizace kvadratického účelového funkcionálu pro model kulového zásobníku na kapalinu, $T = 10s$	51
Obrázek 32. Simulinkový model řídicího systému vypočteného metodou minimalizace kvadratického účelového funkcionálu pro model zásobníku na kapalinu s nekonstantním průřezem	52
Obr. 33. Průběh simulace řízení navrženého metodou minimalizace kvadratického účelového funkcionálu pro model zásobníku na kapalinu s nekonstantním průřezem, $T = 3s$	53
Obr. 34. Průběh akční veličiny řízení navrženého metodou minimalizace kvadratického účelového funkcionálu pro model zásobníku na kapalinu s nekonstantním průřezem, $T = 3s$	53
Obr. 35. Průběh simulace řízení navrženého metodou minimalizace kvadratického účelového funkcionálu pro model zásobníku na kapalinu s nekonstantním průřezem, $T = 10s$	54
Obr. 36. Průběh akční veličiny řízení navrženého metodou minimalizace kvadratického účelového funkcionálu pro model zásobníku na kapalinu s nekonstantním průřezem, $T = 10s$	54
Obrázek 37. Simulinkový model řídicího systému vypočteného metodou minimalizace kvadratického účelového funkcionálu pro model průtočného tepelného výměníku s promícháváním	56

Obr. 38. Průběh simulace řízení navrženého metodou minimalizace kvadratického účelového funkcionálu pro model průtočného tepelného výměníku s promícháváním, $T = 10$ s.....	57
Obr. 39. Průběh akčních veličiny řízení navrženého metodou minimalizace kvadratického účelového funkcionálu pro model průtočného tepelného výměníku s promícháváním, $T = 10$ s	57
Obr. 40. Průběh simulace řízení navrženého metodou minimalizace kvadratického účelového funkcionálu pro model průtočného tepelného výměníku s promícháváním, $T = 20$ s.....	58
Obr. 41. Průběh akční veličiny řízení navrženého metodou minimalizace kvadratického účelového funkcionálu pro model průtočného tepelného výměníku s promícháváním, $T = 20$ s	58
Obrázek 42. Simulinkový model řídicího systému robustního řízení s vysokým zesílením pro model kulového zásobníku na kapalinu.....	59
Obr. 43. Průběh simulace robustního řízení s vysokým zesílením modelu kulového zásobníku na kapalinu, $T = 3$ s, $\Theta = 5$	60
Obr. 44. Průběh akční veličiny robustního řízení s vysokým zesílením modelu kulového zásobníku na kapalinu, $T = 3$ s, $\Theta = 5$	60
Obr. 45. Průběh simulace robustního řízení s vysokým zesílením modelu kulového zásobníku na kapalinu, $T = 3$ s, $\Theta = 10$	61
Obr. 46. Průběh akční veličiny robustního řízení s vysokým zesílením modelu kulového zásobníku na kapalinu, $T = 3$ s, $\Theta = 10$	61
Obrázek 47. Simulinkový model řídicího systému robustního řízení s vysokým zesílením pro model zásobníku na kapalinu s nekonstantním průřezem	62
Obr. 48. Průběh simulace robustního řízení s vysokým zesílením modelu zásobníku na kapalinu s nekonstantním průřezem, $T = 3$ s, $\Theta = 5$	63
Obr. 49. Průběh akční veličiny robustního řízení s vysokým zesílením modelu zásobníku na kapalinu s nekonstantním průřezem, $T = 3$ s, $\Theta = 5$	63
Obr. 50. Průběh simulace robustního řízení s vysokým zesílením modelu zásobníku na kapalinu s nekonstantním průřezem, $T = 3$ s, $\Theta = 10$	64
Obr. 51. Průběh akční veličiny robustního řízení s vysokým zesílením modelu zásobníku na kapalinu s nekonstantním průřezem, $T = 3$ s, $\Theta = 10$	64

Obrázek 52. Simulinkový model řídicího systému robustního řízení v klouzavém režimu pro model kulového zásobníku na kapalinu	65
Obr. 53. Průběh simulace robustního řízení v klouzavém režimu modelu kulového zásobníku na kapalinu, $T = 3$ s, $\Theta^m = 10$, $u^m = 5$ m ³ .s ⁻¹	66
Obr. 54. Průběh akční veličiny robustního řízení v klouzavém režimu modelu kulového zásobníku na kapalinu, $T = 3$ s, $\Theta^m = 10$, $u^m = 5$ m ³ .s ⁻¹	66
Obr. 55. Průběh simulace robustního řízení v klouzavém režimu modelu kulového zásobníku na kapalinu, $T = 3$ s, $\Theta^m = 20$, $u^m = 5$ m ³ .s ⁻¹	67
Obr. 56. Průběh akční veličiny robustního řízení v klouzavém režimu modelu kulového zásobníku na kapalinu, $T = 3$ s, $\Theta^m = 20$, $u^m = 5$ m ³ .s ⁻¹	67
Obrázek 57. Simulinkový model řídicího systému robustního řízení v klouzavém režimu pro model zásobníku na kapalinu s nekonstantním průřezem.....	68
Obr. 58. Průběh simulace robustního řízení v klouzavém režimu modelu zásobníku na kapalinu s nekonstantním průřezem, $T = 3$ s, $\Theta^m = 10$, $u^m = 5$ m ³ .s ⁻¹	69
Obr. 59. Průběh akční veličiny robustního řízení v klouzavém režimu modelu zásobníku na kapalinu s nekonstantním průřezem, $T = 3$ s, $\Theta^m = 10$, $u^m = 5$ m ³ .s ⁻¹	69
Obr. 60. Průběh simulace robustního řízení v klouzavém režimu modelu zásobníku na kapalinu s nekonstantním průřezem, $T = 3$ s, $\Theta^m = 20$, $u^m = 5$ m ³ .s ⁻¹	70
Obr. 61. Průběh akční veličiny robustního řízení v klouzavém režimu modelu zásobníku na kapalinu s nekonstantním průřezem, $T = 3$ s, $\Theta^m = 20$, $u^m = 5$ m ³ .s ⁻¹	70
Obr. 62. Simulinkový model pro NLC řízení integrační soustavy 3. řádu	71
Obr. 63. Simulinkový model θ generátoru.....	72
Obr. 64. Průběh simulace nelineárního řízení integrační soustavy 3. řádu s parametry regulátoru $a = 10$ a $b = 1$	72
Obr. 65. Průběh akční veličiny nelineárního řízení řízení integrační soustavy 3. řádu s parametry regulátoru $a = 10$ a $b = 1$	73
Obr. 66. Průběh simulace nelineárního řízení integrační soustavy 3. řádu s parametry regulátoru $a = 100$ a $b = 10$	73
Obr. 67. Průběh akční veličiny nelineárního řízení integrační soustavy 3. řádu s parametry regulátoru $a = 100$ a $b = 10$	74