

# Numerická analýza výrobků z kompozitů

Bc. Josef Hověžák

---

Diplomová práce  
2016



Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně  
Fakulta technologická

---

Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně  
Fakulta technologická  
Ústav výrobního inženýrství  
akademický rok: 2015/2016

## ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE (PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení: **Bc. Josef Hověžák**  
Osobní číslo: **T14531**  
Studijní program: **N3909 Procesní inženýrství**  
Studijní obor: **Výrobní inženýrství**  
Forma studia: **prezenční**

Téma práce: **Numerická analýza výrobků z kompozitů**

Zásady pro vypracování:

1. Literární přehled
2. Návrh numerického modelu
3. Řešení modelu
4. Vyhodnocení modelu

Rozsah diplomové práce:

Rozsah příloh:

Forma zpracování diplomové práce: **tištěná/elektronická**

Seznam odborné literatury:

**Dle zadání vedoucího DP**

Vedoucí diplomové práce: **doc. Ing. Jakub Javořík, Ph.D.**  
Ústav výrobního inženýrství

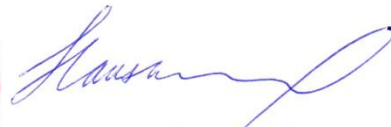
Datum zadání diplomové práce: **8. ledna 2016**

Termín odevzdání diplomové práce: **20. května 2016**

Ve Zlíně dne 13. dubna 2016



doc. Ing. František Buňka, Ph.D.  
*děkan*



prof. Ing. Berenika Hausnerová, Ph.D.  
*ředitel ústavu*

Příjmení a jméno: HOVĚZÁK JOSEF.....

Obor: VÝROBNÍ INŽENÝRSTVÍ

## PROHLÁŠENÍ

Prohlašuji, že

- beru na vědomí, že odevzdáním diplomové/bakalářské práce souhlasím se zveřejněním své práce podle zákona č. 111/1998 Sb. o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších právních předpisů, bez ohledu na výsledek obhajoby <sup>1)</sup>;
- beru na vědomí, že diplomová/bakalářská práce bude uložena v elektronické podobě v univerzitním informačním systému dostupná k nahlédnutí, že jeden výtisk diplomové/bakalářské práce bude uložen na příslušném ústavu Fakulty technologické UTB ve Zlíně a jeden výtisk bude uložen u vedoucího práce;
- byl/a jsem seznámen/a s tím, že na moji diplomovou/bakalářskou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb. o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon) ve znění pozdějších právních předpisů, zejm. § 35 odst. 3 <sup>2)</sup>;
- beru na vědomí, že podle § 60 <sup>3)</sup> odst. 1 autorského zákona má UTB ve Zlíně právo na uzavření licenční smlouvy o užití školního díla v rozsahu § 12 odst. 4 autorského zákona;
- beru na vědomí, že podle § 60 <sup>3)</sup> odst. 2 a 3 mohu užít své dílo – diplomovou/bakalářskou práci nebo poskytnout licenci k jejímu využití jen s předchozím písemným souhlasem Univerzity Tomáše Bati ve Zlíně, která je oprávněna v takovém případě ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které byly Univerzitou Tomáše Bati ve Zlíně na vytvoření díla vynaloženy (až do jejich skutečné výše);
- beru na vědomí, že pokud bylo k vypracování diplomové/bakalářské práce využito softwaru poskytnutého Univerzitou Tomáše Bati ve Zlíně nebo jinými subjekty pouze ke studijním a výzkumným účelům (tedy pouze k nekomerčnímu využití), nelze výsledky diplomové/bakalářské práce využít ke komerčním účelům;
- beru na vědomí, že pokud je výstupem diplomové/bakalářské práce jakýkoliv softwarový produkt, považují se za součást práce rovněž i zdrojové kódy, popř. soubory, ze kterých se projekt skládá. Neodevzdání této součásti může být důvodem k neobhájení práce.

Ve Zlíně 8.5.2016.....



<sup>1)</sup> zákon č. 111/1998 Sb. o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších právních předpisů, § 47 Zveřejňování závěrečných prací:

(1) Vysoká škola nevydělečně zveřejňuje disertační, diplomové, bakalářské a rigorózní práce, u kterých proběhla obhajoba, včetně posudků oponentů a výsledku obhajoby prostřednictvím databáze kvalifikačních prací, kterou spravuje. Způsob zveřejnění stanoví vnitřní předpis vysoké školy.

(2) Disertační, diplomové, bakalářské a rigorózní práce odevzdané uchazečem k obhajobě musí být též nejméně pět pracovních dnů před konáním obhajoby zveřejněny k nahlížení veřejnosti v místě určeném vnitřním předpisem vysoké školy nebo není-li tak určeno, v místě pracoviště vysoké školy, kde se má konat obhajoba práce. Každý si může ze zveřejněné práce pořizovat na své náklady výpisy, opisy nebo rozmnoženiny.

(3) Platí, že odevzdáním práce autor souhlasí se zveřejněním své práce podle tohoto zákona, bez ohledu na výsledek obhajoby.

<sup>2)</sup> zákon č. 121/2000 Sb. o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon) ve znění pozdějších právních předpisů, § 35 odst. 3:

(3) Do práva autorského také nezasahuje škola nebo školské či vzdělávací zařízení, užije-li nikoli za účelem přímého nebo nepřímého hospodářského nebo obchodního prospěchu k výuce nebo k vlastní potřebě dílo vytvořené žákem nebo studentem ke splnění školních nebo studijních povinností vyplývajících z jeho právního vztahu ke škole nebo školskému či vzdělávacího zařízení (školní dílo).

<sup>3)</sup> zákon č. 121/2000 Sb. o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon) ve znění pozdějších právních předpisů, § 60 Školní dílo:

(1) Škola nebo školské či vzdělávací zařízení mají za obvyklých podmínek právo na uzavření licenční smlouvy o užití školního díla (§ 35 odst. 3). Odpírá-li autor takového díla udělit svolení bez vážného důvodu, mohou se tyto osoby domáhat nahrazení chybějícího projevu jeho vůle u soudu. Ustanovení § 35 odst. 3 zůstává nedotčeno.

(2) Není-li sjednáno jinak, může autor školního díla své dílo užít či poskytnout jinému licenci, není-li to v rozporu s oprávněnými zájmy školy nebo školského či vzdělávacího zařízení.

(3) Škola nebo školské či vzdělávací zařízení jsou oprávněny požadovat, aby jim autor školního díla z výdělku jím dosaženého v souvislosti s užitím díla či poskytnutím licence podle odstavce 2 přiměřeně přispěl na úhradu nákladů, které na vytvoření díla vynaložily, a to podle okolností až do jejich skutečné výše; přitom se přihlédne k výši výdělku dosaženého školou nebo školským či vzdělávacím zařízením z užití školního díla podle odstavce 1.

## **ABSTRAKT**

Tato Diplomová práce se zabývá FEM analýzami. Zkoumá se zde, jak ovlivňuje výsledky analýzy vzdálenost elementů od sebe a tvar geometrie zkoumaného tvaru. Je zde popsán kompozit, jeho použití v praxi a některé způsoby výroby. Dále se zde popisuje mechanika kompozitů, některé druhy pružin a nakonec princip FEM analýzy. V závěru práce se vyhodnocují a porovnávají výsledky jednotlivých případů geometrií.

Klíčová slova: Kompozit, FEM analýza, elementy, pružiny, geometrie.

## **ABSTRACT**

This thesis deals with FEM analysis. There is examining how it affects the results of the analysis distance from each other elements of geometry and shape of the examined shape. There is described a composite, its application in practice and some manufacturing methods. Further described herein is mechanics of composites, some types of springs and finally principle FEM analysis. In conclusion to evaluate and compares the results of individual cases shapes.

Keywords: Composite, FEM analysis, elements, spring, geometry.

Tímto bych chtěl poděkovat panu doc. Ing. Jakubu Javoříkovi, Ph.D. za trpělivost, poskytnuté podklady, za cenné rady a připomínky, ochotu a vynaložený čas během vedení této diplomové práce.

Prohlašuji, že odevzdaná verze diplomové práce a verze elektronická nahraná do IS/STAG jsou totožné.

# OBSAH

<b>ÚVOD</b> .....	<b>10</b>
<b>I TEORETICKÁ ČÁST</b> .....	<b>11</b>
<b>1 KOMPOZIT</b> .....	<b>12</b>
1.1 STAVBA KOMPOZITU .....	12
1.2 VLASTNOSTI KOMPOZITU .....	15
1.2.1 Synergický efekt.....	15
1.2.2 Adheze.....	16
1.2.3 Homogenita a nehomogenita.....	18
1.2.4 Izotropie a anizotropie.....	18
1.3 VÝROBA KOMPOZITU .....	19
1.3.1 Ruční laminování .....	19
1.3.2 RTM- vysokotlaké vstřikování .....	19
1.3.3 VIP- vakuové prosycování .....	20
1.3.4 Pultruze .....	22
1.3.5 Navíjení .....	23
1.4 DRUHY KOMPOZITU.....	24
1.4.1 Kompozit prvního druhu .....	24
1.4.2 Kompozit druhého druhu .....	24
1.4.3 Kompozit třetího druhu .....	24
<b>2 MECHANIKA KOMPOZITŮ</b> .....	<b>25</b>
2.1 ZÁKLADNÍ POJMY A VZTAHY .....	25
2.1.1 Stav napjatosti .....	25
2.1.2 Tenzor deformace.....	26
2.1.3 Vztah mezi napětím a deformací- Hookeův zákon .....	26
2.2 ANIZOTROPNÍ MATERIÁLY.....	27
2.2.1 Ortotropní materiál.....	28
2.2.2 Pseudoizotropní materiál.....	29
2.2.3 Příčně izotropní materiál .....	30
2.2.4 Izotropní materiál .....	31
2.3 POLYMERY VYZTUŽENÉ DLOUHÝMI VLÁKNY .....	31
2.4 POLYMERY VYZTUŽENÉ KRÁTKÝMI VLÁKNY .....	34
<b>3 PRUŽINY</b> .....	<b>36</b>
3.1 MATERIÁLY PRUŽIN .....	37
3.2 ŠROUBOVITÉ PRUŽINY VÁLCOVÉ TAŽNÉ A TLAČNÉ .....	38
3.3 LISTOVÉ PRUŽINY.....	39
3.3.1 Základní vztahy pro výpočet samostatné listové pružiny s konstantním profilem.....	40
3.3.2 Základní vztahy pro výpočet samostatné listové pružiny s parabolickým profilem .....	41
3.3.3 Základní vztahy pro výpočet listové svazkové pružiny .....	41
3.4 ZKRUTNÉ PRUŽINY- TORZNÍ TYČE .....	42
3.4.1 Základní vztahy pro výpočet pružiny.....	43
<b>4 METODA KONEČNÝCH PRVKŮ FEM</b> .....	<b>45</b>



4.1	PRŮVODCE SOFTWAREM PRO VÝPOČET KONEČNÝCH PRVKŮ .....	45
4.1.1	Síť konečných prvků pro 2D nebo 3D komponenty .....	47
4.1.2	Uzly a prvky (elementy) v síti .....	49
4.1.3	Speciální elementy- nosníky, desky, skořepiny a příhradové prvky .....	53
4.1.4	Chování materiálu .....	55
4.1.5	Okrajové podmínky .....	56
4.1.6	Vazby .....	57
4.1.7	Spojování povrchů a rozhraní .....	57
<b>II</b>	<b>PRAKTICKÁ ČÁST .....</b>	<b>60</b>
<b>5</b>	<b>CÍL PRÁCE .....</b>	<b>61</b>
<b>6</b>	<b>NÁVRH TVARU PRUŽINY .....</b>	<b>62</b>
6.1	MODELOVACÍ PROGRAM CATIA .....	62
6.2	PROGRAM PRO FEM ANALÝZY MARC MENTAT .....	63
6.2.1	Postup v programu .....	64
<b>7</b>	<b>ANALÝZA KONKRÉTNÍCH MODELŮ- IZOTROPNÍ MATERIÁL .....</b>	<b>71</b>
7.1	VÝPOČET PROHNUTÍ POMOCÍ ANALYTICKÝCH VZORCŮ .....	71
7.2	MODEL Z 1D PRVKŮ .....	71
7.3	PLOŠNÝ MODEL- ROVINNÁ NAPJATOST .....	72
7.3.1	Plošný model- rovinná napjatost, délka elementů 10mm .....	74
7.3.2	Plošný model- rovinná napjatost, délka elementů 5mm .....	76
7.4	PLOŠNÝ MODEL- ROVINNÁ DEFORMACE .....	76
7.4.1	Plošný model- rovinná deformace, délka elementů 10mm .....	78
7.4.2	Plošný model- rovinná deformace, délka elementů 5mm .....	80
7.5	SKOŘEPINA .....	81
7.5.1	Skořepina- délka elementu 10mm .....	83
7.5.2	Skořepina- délka elementu 5mm .....	85
<b>8</b>	<b>ANALÝZA KONKRÉTNÍCH MODELŮ- ORTOTROPNÍ MATERIÁL (KOMPOZIT) .....</b>	<b>87</b>
8.1	MODEL Z 1D PRVKŮ .....	88
8.2	PLOŠNÝ MODEL- ROVINNÁ DEFORMACE KOMPOZITU .....	90
8.2.1	Plošný model- rovinná deformace kompozitu, délka elementů 10mm .....	91
8.2.2	Plošný model- rovinná deformace kompozitu, délka elementů 5mm .....	93
8.3	SKOŘEPINA- KOMPOZIT .....	94
8.3.1	Skořepina- délka elementů 10mm .....	95
8.3.2	Skořepina- délka elementů 5mm .....	97
<b>9</b>	<b>VYHODNOCENÍ ANALÝZ .....</b>	<b>98</b>
	<b>ZÁVĚR .....</b>	<b>99</b>
	<b>SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY .....</b>	<b>101</b>
	<b>SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK .....</b>	<b>103</b>
	<b>SEZNAM OBRÁZKŮ .....</b>	<b>104</b>
	<b>SEZNAM TABULEK .....</b>	<b>108</b>

## ÚVOD

S příchodem doby, kdy se jednoduché rovné plochy a ostré hrany začaly různě zaoblovat a zakulacovat přišla doba, kdy už jednoduché základní vzorce a logaritmické pravítko přestaly pro výpočty výrobků stačit. Dalším důvodem jsou zvyšující se nároky na bezpečnost, ergonomii, zmenšování a kompaktnost výrobků. Tohoto fenoménu si lze ve velké míře všimnout v automobilovém průmyslu.

S příchodem tohoto zlepšování se bohužel zvýšili nároky na konstrukční a výpočtové práce, protože se složitějším tvarem je složitější i průběh napětí a deformace. Dalšími faktory, které přináší různá úskalí pro pevnostní výpočet výrobků, jsou například používání při zvýšených teplotách (výpočet teplotního namáhání), kombinace různých materiálů (kompozity), střídající se druhy namáhání nebo kombinace několika druhů namáhání apod. Pro pevnostní výpočet takových výrobků už nestačí si jenom otevřít strojnické tabulky, ale je potřeba zdoluhavých a složitých výpočtů, nebo použít nějakou jinou, vhodnější metodu.

V dnešní době je k řešení složitých konstrukčně návrhářských úloh vyvinuto několik vhodných metod. Mezi ně patří i náš případ, a sice metoda konečných prvků- tzv. FEM analýza. Používání těchto metod bylo umožněno až velkým pokrokem ve výpočetní technice na konci dvacátého století.

## **I. TEORETICKÁ ČÁST**

## 1 KOMPOZIT

Kompozity jsou materiály, které se skládají ze dvou a více složek. Tyto složky se výrazně liší fyzikálními a chemickými vlastnostmi. Spojením těchto složek vznikne nový materiál, který má unikátní vlastnosti. Tyto vlastnosti nemůžou být dosaženy kteroukoliv složkou samostatně. Používají se různé kombinace materiálů, jako například: kov-plast, kov-keramika, kov-kov, plast-keramika, ...atd.

Při použití více druhů materiálů vznikne tzv. polykomponentní forma kompozitu, například: plast1-kov-plast2, ...atd.

### 1.1 Stavba kompozitu

Kompozit se skládá z několika částí:

- Matrice (pojivo)
- Plniva (vlákna)
- Přísady (aditiva)

#### MATRICE

Matrice v kompozitním materiálu slouží ke spojování výztuže a k zajištění správného rozmístění výztuže v příčném řezu tak, aby byly zajištěny dobré mechanické vlastnosti. Matrice mimo jiné slouží jako antikorozi ochrana, ochrana proti teplotě a ohni a jako elektroizolační materiál. V praxi se běžně používají matrice **polyesterové, epoxidové a fenolové**.

- **Polyesterová matrice**

Tento typ je nejvíce požívanou matricí, která dodává kompozitu všeobecně dobré vlastnosti. Polyesterové pryskyřice mají dobré mechanické, elektrické a chemické vlastnosti a jsou použitelné do slabě alkalického (zásaditého) i do slabě kyselého prostředí.

Vinylesterové pryskyřice se vyznačují nejlepšími charakteristikami polyesterových a epoxidových pryskyřic. Vinylestery jsou odolné proti kyselému i zásaditému prostředí, zvláště za vysokých teplot. Pokud se vinylesterové pryskyřice vyztuží skelným vláknem, získají dobrou tepelnou i elektrickou izolaci. Vinylesterové pryskyřice na bázi epoxidů mají dobrou chemickou odolnost při zvýšených teplotách.

- **Epoxidová matrice**

Epoxidy se vyznačují svými vynikajícími mechanickými a elektrickými vlastnostmi a běžně se používají s kvalitními výztužemi, jako jsou: uhlíkové vlákna nebo skleněná vlákna (pokud je velmi vysoký podíl výztuže). Mají dobré elektroizolační vlastnosti, odolávají i vodě, roztokům zásad a kyselin a jsou odolné i vůči některým rozpouštědlům.

- **Fenolová matrice**

Tyto matrice se používají, pokud je požadována vysoká odolnost proti ohni, vysokým teplotám, malý vývin kouře a samozhášení.

### VÝZTUŽ (plnivo)

Úkolem plniva je především zajistit mechanické vlastnosti materiálu, jako je tuhost a pevnost. Na výztuži závisí i elektrické vlastnosti. Proto má výztuž hlavní vliv na vlastnosti kompozitu. V praxi se běžně používají **skleněná vlákna, uhlíková vlákna a kevlarová vlákna**.

Skleněná vlákna dávají kompozitu všeobecně dobré vlastnosti a zajišťují elektrickou izolaci. Uhlíková vlákna se používají pro vysokou tuhost kompozitu. Díky kevlarovým vláknům odolává kompozit rázům a umožňují, aby byl výrobek s těmito vlákny elektricky vodivý.

Výztuž je do kompozitu přidávána jako některý druh z následujících typů geometrické fáze: (Obr. 1).



Obr. 1 Geometrické tvary výztuže [8]

**Částicové kompozity**- jsou charakteristické díky svému nahodilému uspořádání částic. Oproti vláknovým kompozitům zauímají částicové výztuže menší objemový podíl- jednotky procent. Kvůli nespojitosti výztuže bývají mechanické vlastnosti horší oproti vláknovým kompozitům- matrice je hlavní komponenta, který přenáší zatížení. Částicové kompozity mají vyšší tuhost, lepší tvarovou stálost a lepší ořezuvzdornost, než jiné materiály. Výztuž je obvykle levnější a redukuje náklady na výrobu. Mechanické vlastnosti hlavně

ovlivňuje chemické složení výztuže, tvar, velikost povrchu a povrchová úprava částic a jejich objemový podíl.

Výhodou částicových kompozitů je levnější cena, poměrně jednoduchá výroba a vysoký počet různých druhů výztuže a matrice.

**Vláknové kompozity**- základní vláknový kompozit v přírodě je dřevo. Jako další známý případ lze uvést hliněné cihly s kousky slámy. Moderní kompozit (patentován) byl vynalezen v roce 1907 a byl ním bakelit. Je to fenolová pryskyřice s výztuží z azbestových vláken. Zdokonalování kompozitů probíhalo při dobývání vesmíru a při vývoji letecké techniky, kdy bylo nutné snižovat hmotnost ale zachovat potřebnou pevnost.

Výztuž ve vláknových kompozitech je tvořena vlákny, která jsou obvykle orientována jedním směrem. Objemový podíl výztuže je 5 až 80 procent. Díky své spojitosti a vyššímu obsahu v materiálu přenášejí tato vlákna hlavní podíl zátěže. Průměr vláken bývá 1-100  $\mu\text{m}$ , ale mohou mít i menší průměr.

Nevýhodou vláken je jejich vysoká cena.

Výztuž je vyráběna jako roving (svazek nekonečných textilních vláken) nebo rohož. Rovinky a rohože mohou mít kvůli různým požadavkům na mechanické vlastnosti budoucího kompozitu různé orientace vláken, viz. obr. (Obr. 2).

#### Typy rovingů



jednosměrný

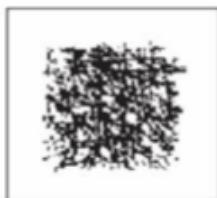


objemovaný

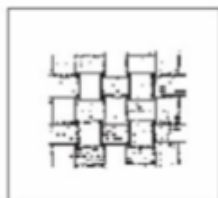


mock roving

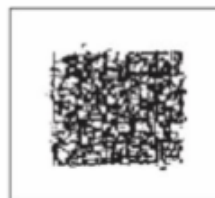
#### Typy rohoží



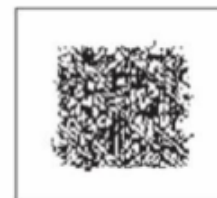
kontinuální rohož  
náhodná orientace vláken



tkanina  
 $0^\circ/90^\circ$



kombinovaná rohož  
 $0^\circ/90^\circ$  membrána + rohož



biaxiální rohož  
 $0^\circ/\pm 45^\circ/90^\circ$  tkanina + rohož

Obr. 2 Typy rovingů a tkanin [2]

## PŘÍSADY (aditiva)

Přísady (čínidla) se přidávají do matrice. Přísady se dělí do tří základních skupin: **přísady redukující cenu, přísady ovlivňující výrobní proces a přísady ovlivňující funkce**. Přísady však vždy ovlivní odolnost profilů proti korozi a ovlivní i mechanické a požární vlastnosti.

- **Přísady redukující cenu**

Tyto přísady mají jenom jedinou funkci, a to vyplnit tvar profilu. Použitím této přísady se redukuje množství mnohem dražšího vyztužujícího materiálu a matrice, díky čemuž se sníží cena vyráběného profilu. Ovšem při použití přísady se výrazně sníží mechanické vlastnosti, pokud se sníží objem vyztužení. Dále se touto přísadou sníží i odolnost proti korozi vůči většině chemikálií.

- **Přísady ovlivňující výrobní proces**

Přísady ovlivňující výrobní proces pozitivně působí na proces **pultruze**, na vlastnosti a na vzhled vytvrzeného profilu. Například nízkosmršťovací přísada pro LP profily (low profile) se používá k zabránění nadměrného smršťování při vytvrzování. Přísada zabraňuje tvorbě trhlinek na povrchu, což zlepšuje odolnost proti korozi a únavové vlastnosti. Tato přísada také dodává profilu přesnější rozměrové tolerance a zmenšuje vnitřní pnutí.

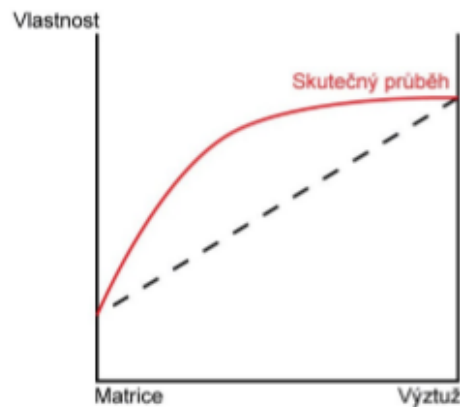
- **Přísady ovlivňující funkce**

Tento druh přísad má kladný vliv na používání hotového profilu. Mezi tyto přísady patří například pigmenty nebo retardéry hoření (jejich účelem je samozhášivost a omezení šíření požáru). [2]

## 1.2 Vlastnosti kompozitu

### 1.2.1 Synergický efekt

Je to typická vlastnost kompozitu. Synergismus = spolupráce. To znamená, že kompozit má lepší vlastnosti, než součet jednotlivých složek. Kompozity se vyrábějí tak, aby byl synergický efekt co největší (Obr. 3).



Obr. 3 Synergický efekt kompozitních materiálů [3]

### 1.2.2 Adheze

Adheze v kompozitních materiálech je důležitá, protože se přímo podílí na vlastnostech kompozitu. Adhezi tvoří několik mechanismů, jako absorpce a smáčení, elektrostatická interakce, kovalentní vázání povrchu matrice s vlákny, reakční vazby a nevázané interakce. Jednotlivé vrstvy mají nejen odlišné mechanické vlastnosti, ale mají i různé hodnoty teplotní roztažnosti. Při změně teploty si jednotlivé vrstvy brání ve vzniku teplotních dilatací. Pokud je adheze slabá, mohou se vrstvy volně roztahovat a kompozit tím přestává plnit svou funkci. Znamená to, že pravděpodobně došlo k delaminaci vrstev. [4]

Z těchto uvedených důvodů byla vytvořena pevnostní kritéria, která se zaměřují na vyztužující účinky. Umístěním výztuže do matrice se má docílit zvýšení pevnosti a tuhosti (vyztužení). Musí být však splněny následující podmínky:

- Vyztužující vlákna musí být pevnější, než matrice.
- Vyztužující materiál musí mít vyšší tuhost, než matrice.
- Matrice se nesmí porušit dříve, než vlákno. [5]

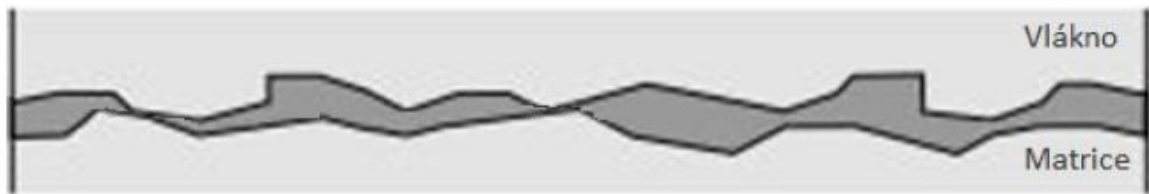
### DRUHY ADHEZE

Adheze je rozdělena podle základních mechanismů na mechanickou, fyzikální, chemickou, elektrostatickou a difúzní, přičemž v kompozitech se největší měrou podílí adheze mechanická, fyzikální a chemická.

### Mechanické zaklínění

Absolutně rovné těleso neexistuje, tudíž i hraniční plocha mezi matricí a vláknem nebude dokonale rovná. Plocha bude obsahovat různé výstupky a prohloubení. (Obr. 4).



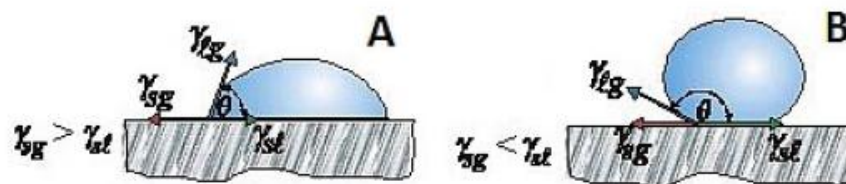


Obr. 4 Styčná plocha vlákna a matrice [6]

Při zatížení smykem dojde k zabránění pohybu vlákna a matrice vzájemným zaklíněním ploch. Pokud by tomu tak nebylo, došlo by k ustřížení těchto ploch. Velikost zaklínění vzrůstá s rostoucí drsností a s kvalitou vzájemné adheze.

### Fyzikální adheze

Tato adheze souvisí s Van der Waalsovou silou mezi disperzí a rozhraním. Tyto síly, které působí do vzdálenosti 0,5nm, mají teoretickou pevnost až 7GPa. Když se dosáhne horních hodnot pevnosti, lze tuto vazbu považovat za dostatečně pevnou. Tato vazba přímo souvisí se smáčivostí matrice k disperzi. Na obrázku je znázorněno základní schéma smáčivosti. (Obr. 5).



Obr. 5 Smáčivost povrchu: A- kapka smáčivé kapaliny, B- kapka nesmáčivé kapaliny na pevném povrchu [3]

### Chemická adheze

Tato adheze vzniká reakcí matrice a disperze. Může být velmi pozitivním jevem v kompozitních materiálech. Vazebné síly působí do vzdálenosti 0,3 nm a mohou dosáhnout teoretické pevnosti až 70 GPa. Tento jev lze uplatnit, pokud se matrice a disperze navzájem prolínají. Na rozhraní přitom vznikne mezivrstva se silnou adhezí. Dalším předpokladem je stav, kdy se z chemické sloučeniny, která vznikla z reakce matrice a disperze, vytvoří rozhraní. I když má tato mezivrstva výhodné vlastnosti, existují záporné vlivy, které nepříznivě ovlivňují kompozit. Mezi takové vlivy patří například stav, kdy difúze mezivrstvy způsobí křehkost s malou pevností a v této vrstvě se začne šířit porucha. Nebo může vlivem silné difúze dojít k poškození větší plochy vlákna, která sníží pevnost tohoto vlákna. Vlák-

nové kompozity určené do vysokých teplot jsou před tímto jevem chráněny difúzní bariérou.

### 1.2.3 Homogenita a nehomogenita

Každý technický materiál je v atomárním měřítku nehomogenní. Proto je požadováno, aby nehomogenity v kompozitu byly v mnohem větším měřítku, než atomárním. Tyto nehomogenity však musí být dostatečně malé, aby bylo možné v makroměřítku srovnatelném s rozměry konstrukčních dílů z tohoto kompozitu považovat tento kompozit za homogenní materiál.

### 1.2.4 Izotropie a anizotropie

Běžné technické materiály jsou zcela izotropní nebo jen velmi málo anizotropní (např. za studena tažený drát). Ale pro řadu kompozitních materiálů je typická velmi silná anizotropní vlastnost. Například kompozit s plastovou maticí a s uspořádanými skleněnými vlákny má pevnost ve směru vláken několikanásobně vyšší (až o několik řádů), než kolmo na vlákna. Proto je nutné s anizotropií kompozitních materiálů počítat.

Z hlediska symetrie vlastností materiálu se dělí materiály na:

- **Izotropní materiál-** tento materiál má ve všech směrech stejné vlastnosti. Pokud by se nanasla na jednotlivé směrové vektory od počátku souřadnic velikost určité vlastnosti, koncové body by vytvořily kouli.
- **Anizotropní materiál-** tento materiál má vlastnosti v každém směru jiné. Pokud by se nanasla na jednotlivé směrové vektory od počátku souřadnic velikost určité vlastnosti, koncové body by vytvořily obecnou plochu.
- **Pseudoizotropní (kvaziizotropní) materiál-** vlastnosti tohoto materiálu jsou stejné ve směru tří kolmých základních os a jsou symetrické podle tří rovin tvořených těmito osami. Po nanesení velikosti určité vlastnosti na jednotlivé směrové vektory od počátku souřadnic by koncové body vytvořili například krychli.
- **Ortotropní materiál-** jeho vlastnosti jsou symetrické podle tří vzájemně kolmých rovin. Ve třech kolmých směrech tvořených průsečnicemi těchto rovin (hlavní směry) má vlastnosti vzájemně různé, ale bez typických znaků anizotropie (např. při stlačení v jednom směru dojde jen k deformaci ve směru působení síly, ale ve všech ostatních směrech nemá deformace směr síly). Po nanesení velikosti určité vlast-

nosti na jednotlivé směrové vektory od počátku souřadnic by koncové body vytvořili například kvádr.

- **Příčně izotropní materiál-** vlastnosti tohoto materiálu jsou izotropní v určité rovině. Vlastnosti jsou symetrické podle této roviny a dvou rovin na ni i vzájemně kolmých. Průsečnice těchto dvou rovin je hlavní osa. Po nanesení velikosti určité vlastnosti na jednotlivé směrové vektory od počátku souřadnic by koncové body vytvořili rotační elipsoid.

Příčná izotropie je typická pro kompozitní materiály. Pokud není kompozit příčně izotropní, pravděpodobně bude zcela izotropní. Jiné případy anizotropie se u kompozitních materiálů vyskytují jen výjimečně. [3]

## 1.3 Výroba kompozitu

### 1.3.1 Ruční laminování

Výztuže (ve formě tkanin nebo rohoží) se ve výrobní formě postupně prosycují matricí. Forma má tvar budoucího výrobku a před použitím se povrch formy čistí a separuje. Následuje nanášení vrstvy gelcoatu, což je vrstva, která zlepšuje odolnost povrchu proti různým vlivům (UV záření, voda, atd.) a zároveň zlepšuje kvalitu povrchu. Poté probíhá nanášení jednotlivých vrstev výztuže a matrice. Matrice se dávkuje na povrch a pomocí ručního nářadí (váleček, štětec) se roztírá po povrchu a vtlačuje do výztuže. Matrice se vytvrzuje za standardních atmosférických podmínek. [13]

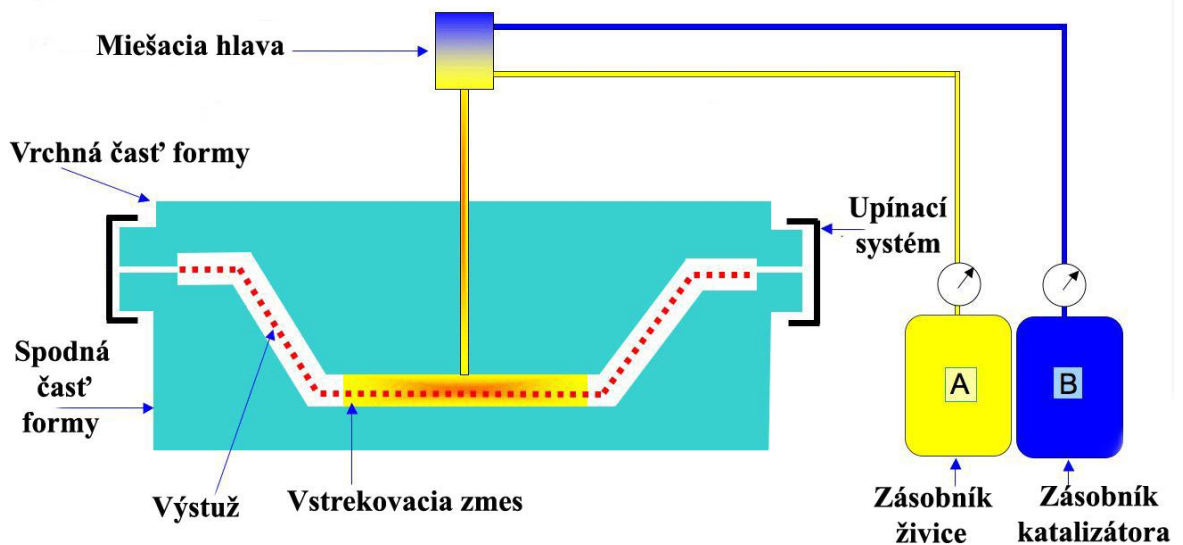
- **Výhody:**
  - jednoduchá technologie
  - nízké náklady na výrobu formy
  - vhodné pro velkorozměrné a složité výrobky
- **Nevýhody:**
  - kvalita výrobku závisí na zručnosti pracovníka
  - pracovníci jsou vystaveni odpařovaným látkám při vytvrzování

### 1.3.2 RTM- vysokotlaké vstřikování

Suché výztuže ve formě tkanin nebo rohoží se postupně kladou do dutiny spodní části formy. Po uložení potřebné vrstvy výztuže se forma uzavře horní částí a matrice se pomocí dávkovacího zařízení dopravuje do dutiny formy (Obr. 6). Vytvrzování může probíhat za normálních atmosférických podmínek nebo se forma vyhřívá na 40 až 60°C.

Pro tuto metodu se používají polyesterové, epoxidové a fenolické matrice v kombinaci se skelnými vlákny nebo uhlíkovými vlákny (letecký průmysl). V této technologii je malý poměr pórů ve vytvrzeném kompozitu. Skládání suché výztuže způsobuje posunutí vláken ze symetrických pozic. Technologie vhodná pro střední série 300- 5000 ks. [14]

- **Výhody:**
  - Jednoduchá a rozšířená technologie
  - Produktivnější a přesnější technologie oproti ručnímu laminování
  - Obě strany výrobku jsou hladké
- **Nevýhody:**
  - Zvýšené náklady na výrobu forem
  - Formy jsou robustní a těžké
  - Nelze vyrábět výrobky s negativním úhlem



Obr. 6 Schéma technologie RTM

### 1.3.3 VIP- vakuové prosycování

Suché výztuže ve formě tkanin nebo rohoží se postupně kladou do dutiny formy. Po naskládání potřebné vrstvy výztuže se pokládají do formy další technologické materiály- separační fólie, odsávací rohože, rozváděcí tkanina, odtrhová tkanina, těsnicí pásky a vakuová fólie. Vakuová fólie slouží ke slisování všech materiálů umístěných ve formě. Matrice se do dutiny formy transportuje pomocí vakua a rozváděcí tkaninou se matrice distribuuje

do všech míst ve formě, aby došlo k prosycení výztuží (Obr. 7). Matrice vytvrzuje při normálních atmosférických podmínkách.

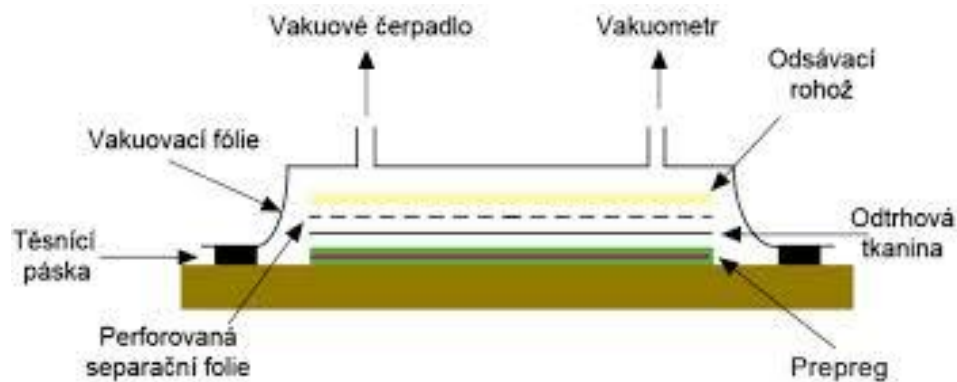
Pro tuto metodu se používají polyesterové a epoxidové matrice. Vlákná výztuží se používají skelná, uhlíková a kevlarová, může se používat i sendvičový materiál jako je pěna nebo balza. Technologie je vhodná pro malé série a velkorozměrné výrobky.

- **Výhody:**

- Kontrolovaný proces, zaručuje lepší kvalitu a mechanické vlastnosti produktu
- Možnost výroby velkoplošných výrobků i tlustostěnných výrobků
- Vyšší pevnost výrobků

- **Nevýhody:**

- Technologicky složitý proces
- Zvýšené náklady na pomocný technologický materiál (rozdávěcí tkaninu, separační a vakuovací tkaninu)



Obr. 7 Jednotlivé vrstvy při vakuové infúzi [12]



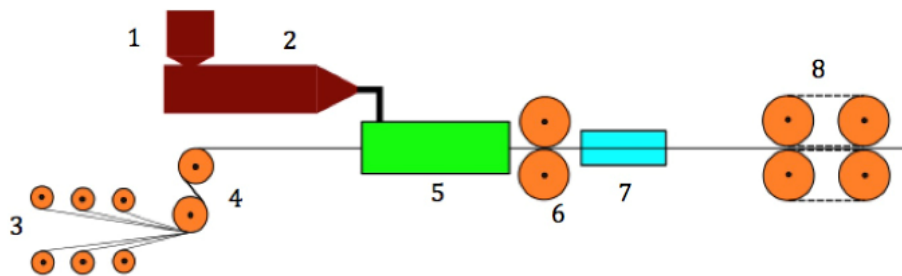
*Obr. 8 Vakuové prosycování- výroba lodí*

#### 1.3.4 Pultruze

Výztuž ve formě nekonečného vlákna je tažena přes vanu, ve které je matrice. Poté následuje tažení přes vyhřívanou formu. Při tažení impregnovaného vlákna přes vyhřívanou formu matrice vytvrzuje a vytváří se tak požadovaný profil. Následně se profily řezou na požadovanou délku (Obr. 9). Tato aplikace slouží k výrobě různých profilů.

Matrice se pro tuto metodu používají polyesterové, vinylesterové a epoxidové (pro speciální aplikace), materiály výztuži jsou ve většině případů skelná vlákna nebo uhlíková vlákna.

- **Výhody:**
  - Produktivní technologie výroby
- **Nevýhody:**
  - Náročný rozběh technologického cyklu
  - Tvarové omezení profilů



*1 – násypka, 2 – vytlačovací stroj, 3 – vyztužující vlákna, 4 – srovnávač, 5 – vytlačovací hlava, 6 – tvarovací zařízení, 7 – chladicí zařízení, 8 – odtahovací zařízení.*

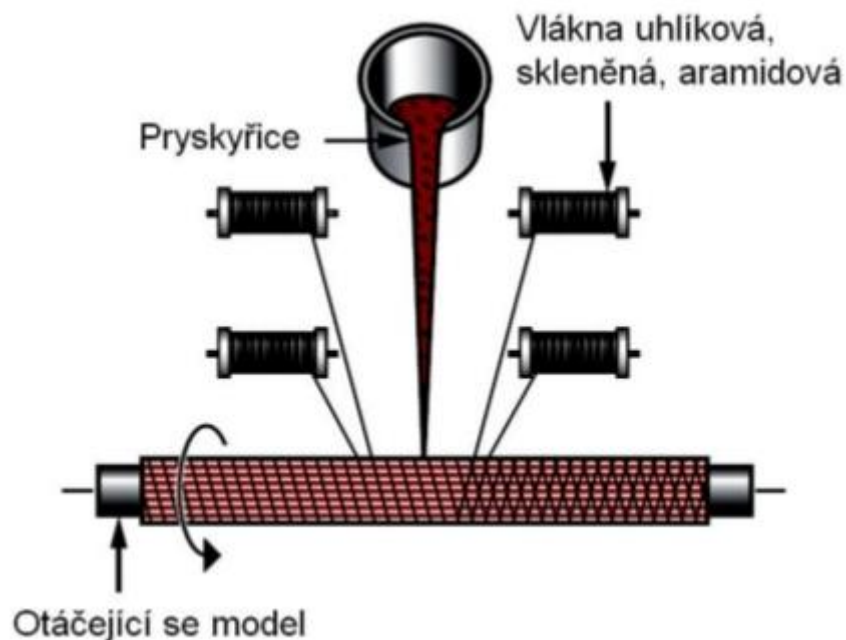
*Obr. 9 Pultruzní linka na výrobu profilů*

### 1.3.5 Navíjení

Tato technologie je proces kontinuálního navíjení vlákna nebo svazku vláken či výztuží na smrštitelnou kruhovou formu. Vlákna mohou být tažena přes matriční koupel nebo se prosycují až po navinutí (Obr. 10). Vytvrzování probíhá za zvýšených teplot, trn (válec) je vyhříváný. Touto metodou lze vyrábět trubky nebo speciální nádoby kruhového tvaru.

Matrice se používá polyesterová, vinylesterová nebo epoxidová. Výztuže jsou ve většině případů ze skelného vlákna, ve speciálních případech se používá uhlíkové vlákno či kevlar.

- **Výhody:**
  - Produktivní proces výroby
  - Možnost výroby velmi tuhých konstrukcí
- **Nevýhody:**
  - Omezení technologie z hlediska změny tvaru
  - Nerovnoměrný návin po celé délce trnu
  - Vyšší náklady na výrobu trnu
  - Zhoršená kvalita povrchové vrstvy



Obr. 10 Navíjení vláken na trn

## **1.4 Druhy kompozitu**

### **1.4.1 Kompozit prvního druhu**

Tento druh kompozitu je v technice nejdůležitější, rozděluje se podle tvaru disperze (na vláknitý, částicový a deskový) a podle typu matrice (PMC- plastová matrice, MMC- ková matrice, CMC- keramická matrice).

### **1.4.2 Kompozit druhého druhu**

Tento kompozit je poměrně málo častý. Nejčastější použití těchto materiálů v průmyslu je jako materiál samomazných ložisek- spékaný kov s disperzí oleje, spékané kovy pro ložiska vodních strojů. Jako přírodní složka se vyskytuje častěji. Než v průmyslovém měřítku- dřevo jako systém trubic s mízou.

### **1.4.3 Kompozit třetího druhu**

Do této skupiny kompozitů patří různé pěnové hmoty, jako jsou pěnoplasty- pěnový polystyren, kovové pěny- hliníková pěna a pěnokeramika. Podobné systémy tvoří vláknové desky- grafitová plst', skleněné rohože a keramické tepelné izolace.



## 2 MECHANIKA KOMPOZITŮ

Velkou výhodou vláknových kompozitů je možnost ovlivnit jejich mechanické vlastnosti změnou uspořádání výztuže, typu výztuže (rohož, roving, tkanina), poměru obsahu výztuže a matrice a také technologií výroby. Při použití stejných komponent (vlákno, matrice) lze díky odlišným způsobům výroby zhotovit velkou škálu odlišných materiálů.

### 2.1 Základní pojmy a vztahy

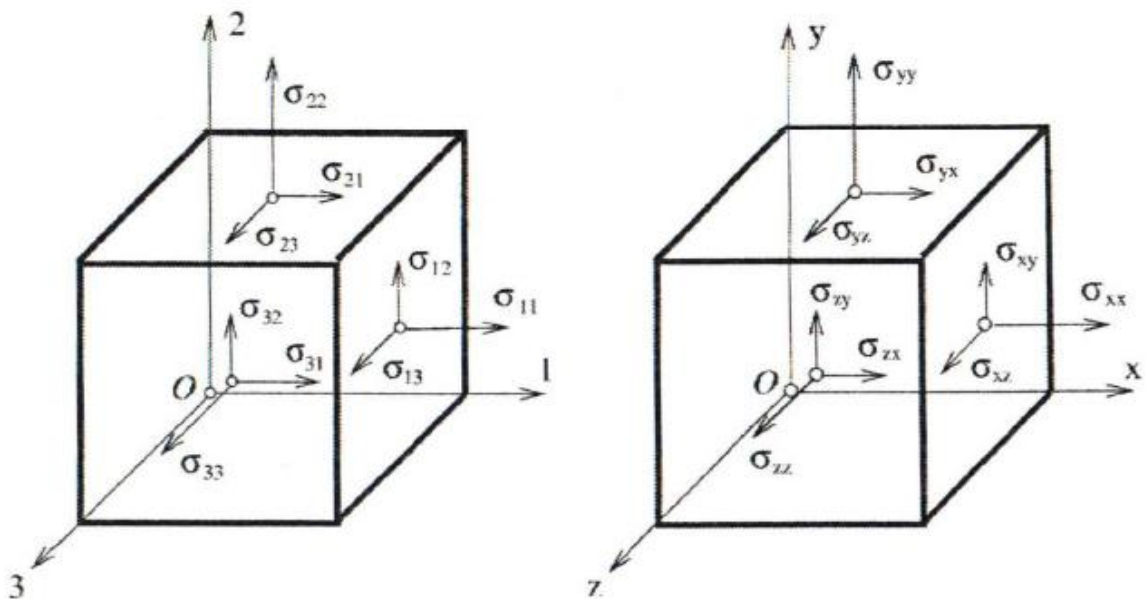
#### 2.1.1 Stav napjatosti

Vlivem vnějšího mechanického zatížení vzniká v tělese napjatost. V každém bodě M tělesa je možné popsat stav napjatosti pomocí tenzoru napětí. Tenzor napětí je reprezentován maticí:

$$\sigma(M) = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

kde:  $\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{33}$  – složky normálového napětí v souřadnicovém systému O (1,2,3),  $\sigma_{23}, \sigma_{13}, \sigma_{12}$  – složky smykového napětí v souřadnicovém systému O (1,2,3), [Pa].

Jelikož platí  $\sigma_{12} = \sigma_{21}$ ;  $\sigma_{13} = \sigma_{31}$ ;  $\sigma_{23} = \sigma_{32}$ , je tato matice symetrická. Na obrázku (Obr. 11) jsou znázorněny složky tenzoru napětí  $\sigma_{ij}$  (i,j= 1,2,3) v systému O (1,2,3).



Obr. 11 Složky napětí [5]

V každém bodě tělesa existují tři na sebe kolmé roviny. V těchto rovinách jsou smyková napětí rovna nule. Tyto roviny jsou hlavní roviny a napětí, které v nich působí, jsou hlavní napětí. Potom má matice napětí tokový tvar:

$$\sigma(M) = \begin{bmatrix} \sigma^{(1)} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma^{(2)} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma^{(3)} \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

kde:  $\sigma^{(1)}, \sigma^{(2)}, \sigma^{(3)}$  – hlavní napětí [Pa]

### 2.1.2 Tenzor deformace

V zatíženém tělese vzniká nejen napjatost, ale dochází také k jeho deformaci. V souřadnicovém systému  $O(x_1, x_2, x_3)$  vypadá vztah takto:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right), i, j = 1, 2, 3 \quad (2.3)$$

kde:  $u$ - posunutí ve směru  $x, y, z$  [m].

Tenzor deformace  $\varepsilon_{ij}$  je symetrický stejně jako tenzor napětí. Platí tedy:

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ji} \quad (2.4)$$

### 2.1.3 Vztah mezi napětím a deformací- Hookeův zákon

Vztah mezi napětím a deformací je vyjádřen zobecněným Hookeovým zákonem za předpokladu lineárního elastického materiálu takto:

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{51} & C_{52} & C_{53} & C_{54} & C_{55} & C_{56} \\ C_{61} & C_{62} & C_{63} & C_{64} & C_{65} & C_{66} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

Což lze přepsat do tvaru:

$$\sigma = C * \varepsilon \quad (2.6)$$

kde:  $C$ - matice tuhosti,  $\varepsilon$ - deformace. Tato matice je symetrická a obsahuje celkem 21 nezávislých prvků. Rovnice (2.6) může být vyjádřena v inverzním tvaru:

$$\varepsilon = S * \sigma \quad (2.7)$$

kde:  $\sigma$ - napětí,  $S$ - matice poddajnosti a je rovněž symetrická. Tato matice má tvar takový:

$$S = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} & S_{15} & S_{16} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & S_{24} & S_{25} & S_{26} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} & S_{34} & S_{35} & S_{36} \\ S_{41} & S_{42} & S_{43} & S_{44} & S_{45} & S_{46} \\ S_{51} & S_{52} & S_{53} & S_{54} & S_{55} & S_{56} \\ S_{61} & S_{62} & S_{63} & S_{64} & S_{65} & S_{66} \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

Při srovnání vztahů (2.6) a (2.7) vyplyne:

$$S = C^{-1} \quad (2.9)$$

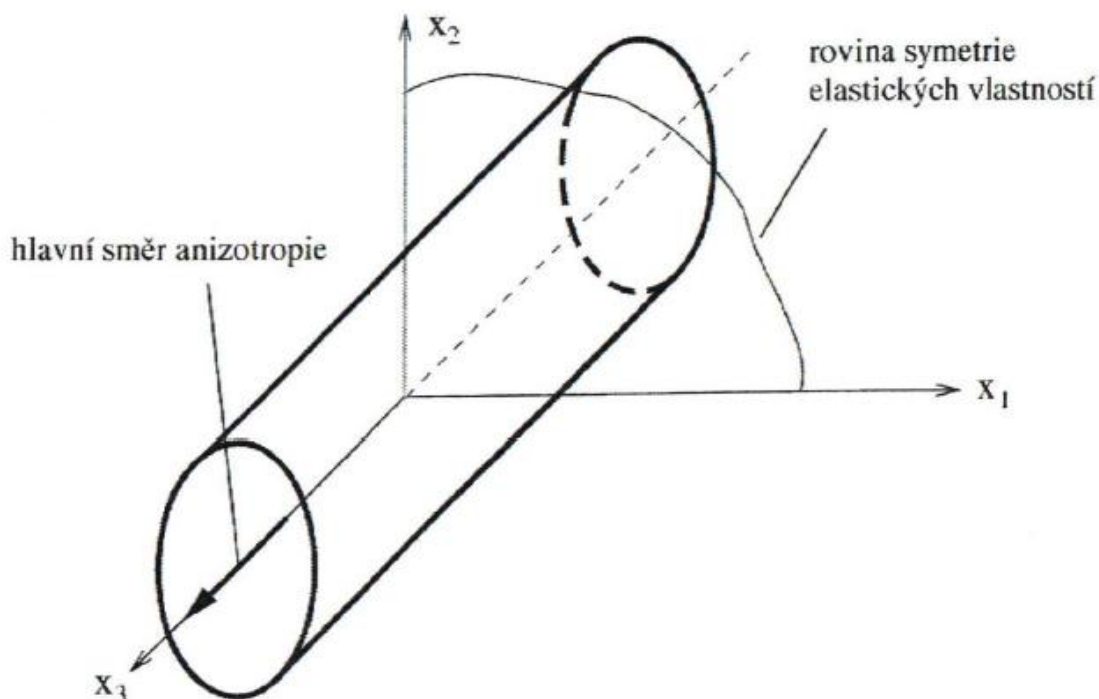
## 2.2 Anizotropní materiály

Jak je zde zmíněno, matice tuhosti  $C$  a matice poddajnosti  $S$  mají u anizotropního materiálu 21 nezávislých prvků. U takového anizotropního materiálu neexistuje ani jedna rovina symetrie elastických vlastností (zcela obecná anizotropie). V praxi se velmi často vyskytují materiály, které mají elastické vlastnosti v některých směrech identické. Díky tomu se sníží počet nezávislých prvků matice tuhosti i poddajnosti.

### Materiál s jedinou rovinou symetrie elastických vlastností

Jestliže existuje v anizotropním materiálu (v každém jeho bodě) symetrie elastických vlastností vzhledem k jedné rovině, je tato rovina nazývána **rovinou symetrie elastických vlastností** a směr kolmý k této rovině **hlavním směrem anizotropie**.

Na obrázku (Obr. 12) je zobrazen takový materiál v souřadnicovém systému  $O(x_1, x_2, x_3)$ . Rovina symetrie elastických vlastností je rovina  $x_1 x_2$  a hlavní směr anizotropie je ve směru osy  $x_3$ . Počet nezávislých prvků v matici tuhosti  $C$  (2.5) resp. matici poddajnosti  $S$  (2.8) se potom sníží z 21 nezávislých prvků na 13.



Obr. 12 Materiál s jedinou rovinou symetrie elastických vlastností [5]

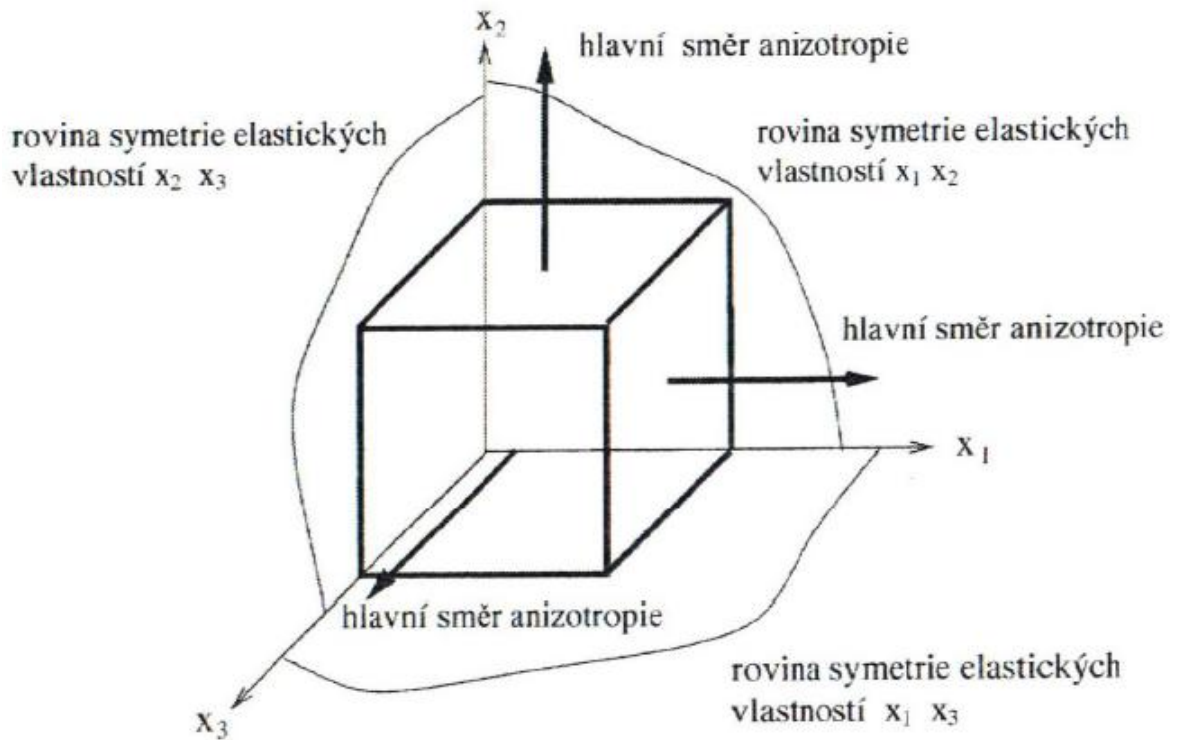
Matice tuhosti má potom takový tvar:

$$C = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & C_{15} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & C_{26} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & 0 & 0 & C_{36} \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ 0 & 0 & 0 & C_{54} & C_{55} & C_{56} \\ C_{61} & C_{62} & C_{63} & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

Matice poddajnosti  $S$  má podobný tvar, nulové prvky v maticích  $C$  a  $S$  jsou pouze při vyjádření v systému  $O(x_1, x_2, x_3)$ . [5]

### 2.2.1 Ortotropní materiál

Pokud má materiál dvě vzájemně kolmé (ortogonální) roviny symetrie elastických vlastností a pokud existuje třetí rovina, která je kolmá k oběma rovinám, je i tato rovina rovinou symetrie elastických vlastností. Materiály s takovými vlastnostmi se nazývají ortogonální anizotropní neboli zkráceně ortotropní materiál. Každým bodem takového materiálu procházejí 3 navzájem kolmé hlavní směry anizotropie (Obr. 13).



Obr. 13 Ortotropní materiál [5]

Matice tuhosti  $C$  má následující tvar:

$$C = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

Ze vztahu (2.11) je zřejmé vzhledem k symetrii, že matice tuhosti obsahuje pouze 9 nezávislých prvků. Dále je patrné, že neexistuje závislost mezi složkami normálového napětí  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  a úkosy  $\varepsilon_4, \varepsilon_5, \varepsilon_6$  vzhledem k příslušným nulovým prvkům matice  $C$  (2.11). Matice poddajnosti  $S$  má obdobný tvar jako matice tuhosti  $C$ . [5]

### 2.2.2 Pseudoizotropní materiál

Speciální případ ortotropního materiálu. Má stejné vlastnosti ve všech třech hlavních směrech anizotropie. Platí zde vztahy:

$$E_1 = E_2 = E_3 = E$$

$$G_{12} = G_{23} = G_{13} = G \quad (2.12)$$

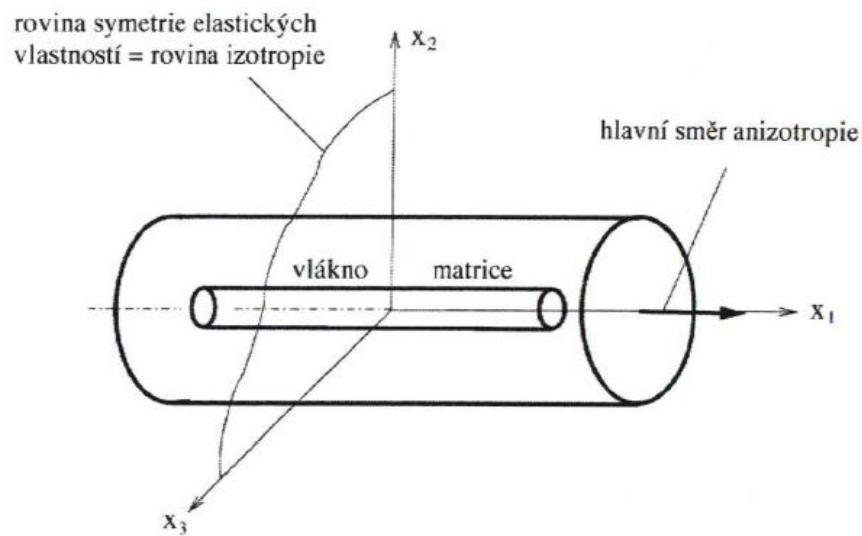
$$\nu_{12} = \nu_{21} = \nu_{13} = \nu_{31} = \nu_{23} = \nu_{32} = \nu$$

kde: E- modul pružnosti, G- modul pružnosti ve smyku [Pa].

Tento materiál není izotropní. Jedná se o tzv. pseudoizotropní materiál. Mezi konstantami E, G a  $\nu$  neexistuje žádná závislost. Mechanické vlastnosti jsou určeny třemi nezávislými konstantami pružnosti. Tomuto materiálu se říká kubický. [5]

### 2.2.3 Příčně izotropní materiál

Je to materiál, jehož jedna rovina symetrie elastických vlastností je rovinou izotropie, tzn. že elastické vlastnosti v této rovině jsou ve všech směrech stejné. Na obrázku (Obr. 14) je znázorněn příčně (transverzálně) izotropní materiál, který má rovinu izotropie  $x_2 x_3$ .



Obr. 14 Příčně izotropní materiál [5]

Hlavní směr anizotropie je určen osou  $x_1$ , matice poddajnosti  $S$  má pro tento materiál následující tvar:

$$S = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & 0 & 0 & 0 \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & 0 & 0 & 0 \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

### 2.2.4 Izotropní materiál

Izotropním materiálem je označován materiál, pokud jsou jeho vlastnosti nezávislé na volbě souřadnicového systému. Vlastnosti takového materiálu jsou ve všech směrech stejné.

Pro prvky matice tuhosti tohoto materiálu platí:

$$C_{22} = C_{33} = C_{11}, C_{13} = C_{23} = C_{12}, C_{44} = C_{55} = C_{66} = \frac{1}{2}(C_{11} - C_{12}) \quad (2.14)$$

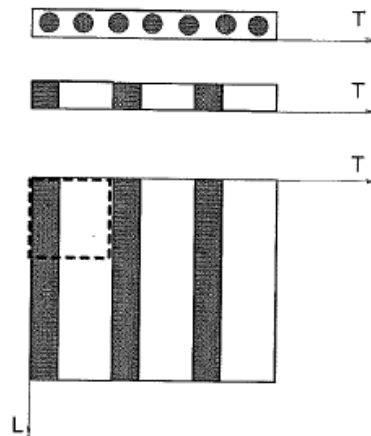
Izotropní materiál lze popsat dvěma nezávislými konstantami pružnosti: modulem pružnosti v tahu  $E$  a Poissonovým součinitelem  $\nu$ . [5]

Tab. 1 Počet nezávislých konstant pro jednotlivé druhy materiálů

Druh materiálu	Počet nezávislých konstant
Anizotropní materiál	21
Materiál s jedinou rovinou symetrických elastických vlastností	13
Ortotropní materiál	9
Příčně izotropní materiál (hexagonální materiál)	5
Pseudoizotropní materiál (kubický materiál)	3
Izotropní materiál	2

### 2.3 Polymery vyztužené dlouhými vlákny

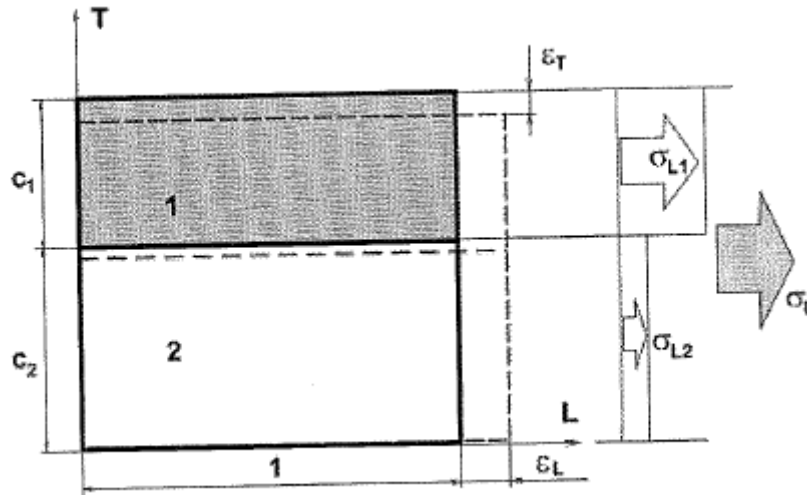
Na následujícím obrázku (Obr. 15) jsou popsány některé pojmy, se kterými se bude dále pracovat.



Obr. 15 Idealizovaný plošný model dlouhovláknou struktury [15]

Osa L souřadného systému je podélný směr vláknové výztuže. Osa T je příčný směr. Pokud se model zatíží normálovým napětím  $\sigma_L$ , vyvolá toto napětí vnější efektivní normálové prodloužení  $\varepsilon_L$ . Podíl  $\sigma_L/\varepsilon_L$  pak představuje efektivní modul pružnosti  $E_L$ . Podmínka rovnováhy ve směru L je:

$$\sigma_L = c_1 \cdot \sigma_{L1} + c_2 \cdot \sigma_{L2}$$



Obr. 16 Rozdělení modelu na 2 části s odpovídajícím objemovým zastoupením složek - působení v podélném směru [15]

Kde:  $c_1, c_2$ - objemové zastoupení složek,  $\sigma_L$ - strukturální napětí vlákna resp. matrice.

Po dosazení z Hookeova zákona:

$$\sigma_L = c_1 \cdot E_1 \cdot \varepsilon_{L1} + c_2 \cdot E_2 \cdot \varepsilon_{L2} \quad (2.31)$$

s ohledem na deformační podmínku:

$$E_L = c_1 \cdot E_1 + c_2 \cdot E_2 \quad (2.32)$$

Efektivní příčná kontrakce modelové plochy je zřejmá:

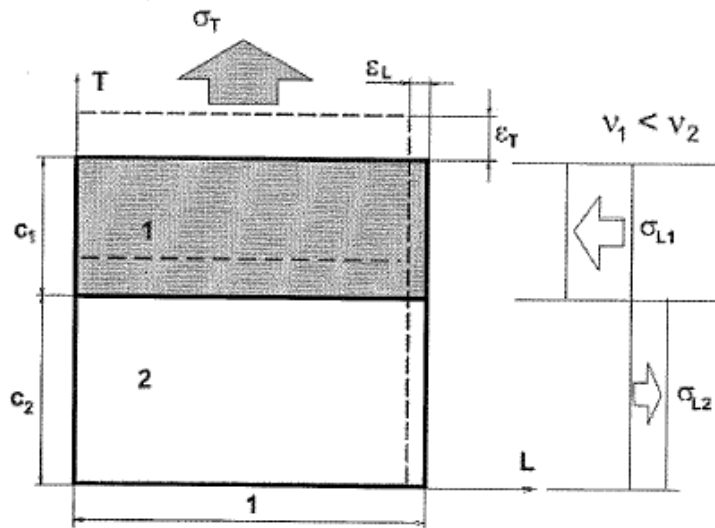
$$\varepsilon_T = c_1 \cdot \varepsilon_{T1} + c_2 \cdot \varepsilon_{T2} = -c_1 \cdot \nu_1 \cdot \varepsilon_{L1} - c_2 \cdot \nu_2 \cdot E_2 \cdot \varepsilon_{L2} = \varepsilon_L \cdot (c_1 \nu_1 + c_2 \nu_2) \quad (2.33)$$

takže efektivní Poissonův poměr je:

$$\nu_L = -\varepsilon_T / \varepsilon_L = c_1 \nu_1 + c_2 \nu_2. \quad (2.34)$$

Analogicky se určí konstanty  $E_T$  a  $\nu_T$  pro namáhání modelu v příčném směru T. Podmínka rovnováhy – viz Obr. 17.





Obr. 17 Rozdělení modelu na 2 části s odpovídajícím objemovým zastoupením složek- působení v příčném směru [15]

Podmínka rovnováhy potom bude:

$$0 = c_1 * \sigma_{L1} + c_2 * \sigma_{L2} \quad (2.35)$$

Deformační podmínka:

$$\varepsilon_L = \varepsilon_{L1} = \varepsilon_{L2}. \quad (2.36)$$

Obě části modelové plochy jsou nyní ve stavu dvouosé strukturní napjatosti ( $\sigma_T = \sigma_{T1} = \sigma_{T2}$ )

$$\varepsilon_L = \frac{1}{E_1} * (\sigma_{L1} - \nu_1 \sigma_T) = \frac{1}{E_1} * (\sigma_{L2} - \nu_2 \sigma_T) \quad (2.37)$$

A s použitím (2.35):

$$\sigma_{L1} = \sigma_T * c_2 \frac{\nu_1 * E_2 - \nu_2 * E_1}{c_1 * E_1 + c_2 * E_2} = \sigma_T * \frac{c_2}{E_L} (\nu_1 * E_2 - \nu_2 * E_1)$$

Potom bude:

$$\varepsilon''_L = \varepsilon_{L1} = \frac{\sigma_T}{E_1} * \left[ \frac{c_2}{E_L} * (\nu_1 * E_2 - \nu_2 * E_1) - \nu_1 \right] \quad (2.38)$$

Efektivní Poissonův poměr při zatěžování vnějším příčným napětím  $\sigma_T$  je definováno vztahem:

$$\nu_T = \frac{-\varepsilon_L}{\varepsilon_T}$$

Kde:  $\varepsilon_T = \sigma_T / E_T$

S pomocí (2.38) platí:

$$\frac{\nu_T}{E_T} = \frac{\nu_1 c_1 + \nu_2 c_2}{E_L} = \frac{\nu_L}{E_L}$$

Prodloužení modelu  $\varepsilon_T$  ve směru působícího napětí  $\sigma_T$  platí:

$$\varepsilon_T = c_1 \varepsilon_{T1} + c_2 \varepsilon_{T2}$$

kde:  $\varepsilon_{Ti} = \frac{1}{E_i} * (\sigma_T - \nu_i \sigma_{Li})$ ,  $i=1,2$

dosazením za strukturní napětí  $\sigma_{Li}$  vyplyne:

$$\frac{1}{E_T} = \frac{\varepsilon_T}{\sigma_T} = \frac{c_1}{E_1} + \frac{c_2}{E_2} - \frac{\left(\frac{\nu_1}{E_1} - \frac{\nu_2}{E_2}\right)^2}{\frac{1}{c_1 E_1} - \frac{1}{c_2 E_2}}$$

První dva členy na pravé straně tvoří známý výraz:

$$\frac{1}{E_T} \approx \frac{c_1}{E_1} + \frac{c_2}{E_2}$$

## 2.4 Polymery vyztužené krátkými vlákny

Krátkovláknové kompozity se liší svou podstatou od kompozitů, které jsou plněny částicemi. Rozdíl spočívá ve štíhlosti vláken- poměr průměru a délky. Čím vyšší je štíhlost částic plniva, tím větší vliv má na vlastnosti kompozitu orientace částic.

Základní a limitní strukturu představuje rovinný systém vláken, který je ideálně orientovaný v přirozeném souřadném systému. V praxi představuje základní informace o hodnotách elastických konstant limitní struktury Halpin-Tsaiova rovnice, která vyjadřuje hodnotu příslušného modulu elasticity.

$$M_C/M_2 = (1 + ABC_1) / (1 - BC_1)$$

Kde: B- konstanta  $(M_1/M_2 - 1) / (M_1/M_2 + A)$ , konstanta A je určena pro jednotlivé elastické konstanty- viz tabulka (Tab. 2)

Tab. 2 Elastické konstanty [15]

	$E_L$	$E_T$	$G_{LT}$	$\nu_L$
jednoparametrické částice	2	2	1	$\infty$
krátká vlákna	$2L/d$	2	1	$\infty$
dlouhá vlákna	$\infty$	2	1	$\infty$

Pokud je  $A=\infty$ , z rovnice se obdrží vztahy ve formě směšovacího pravidla:

$$E_L=c_1 \cdot E_1+c_2 \cdot E_2; \nu_L=c_1 \cdot \nu_1+c_2 \cdot \nu_2$$

Pro  $A=0$  z rovnice vyplyne:

$$\frac{1}{E_T} \approx \frac{c_1}{E_1} + \frac{c_2}{E_2}$$

Poissonův poměr  $\nu_T$  je dán vztahem:

$$\frac{\nu_T}{E_T} = \frac{\nu_L}{E_L}$$

Kde:  $E_T$ - příčný modul pružnosti,  $E_L$ - modul pružnosti.

Se zvyšující se štíhlostí vláken se modul pružnosti  $E_L$  ve směru orientace vláken blíží hodnotě, kterou má kontinuální výztuž. Ze závislosti příčného modulu pružnosti se potvrzuje, že  $E_T$  prakticky nezávisí na štíhlosti vláken. [15]

### 3 PRUŽINY

Jsou to strojní součásti, které slouží k akumulaci mechanické energie a pracují na principu pružné deformace materiálu. Úkolem pružin je tlumení rázů a vibrací, k zajištění vzájemné polohy atd. Pružiny jsou jedny z nejvíce zatížených strojních součástí a používají se obvykle jako:

- Absorbéry energie
- Zachycovače statických a dynamických sil
- Členy k vytváření silových spojení
- Tlumiče rázů při ochraně proti chvění
- Zařízení k regulaci a měření sil [1]

Pružiny lze rozdělit podle mnoha hledisek do několika skupin:

#### a) Podle způsobu namáhání

- Pružiny namáhané ohybem- listová pera, spirálové pružiny, šroubovitě zkrutné pružiny.
- Pružiny namáhané krutem- šroubovitě tažné a tlačné pružiny, torzní tyče.
- Pružiny namáhané kombinovaně- talířové pružiny, kroužkové pružiny.

#### b) Podle způsobu zatěžování

- Staticky zatížené pružiny- méně než  $10^5$  pracovních cyklů.
- Cyklicky zatížené pružiny- více než  $10^5$  pracovních cyklů.

#### c) Podle použitého materiálu

- Kovové pružiny.
- Pryžové pružiny.
- Pryžokapalinové pružiny.
- Vzduchové pružiny.
- Vzduchokapalinové pružiny.

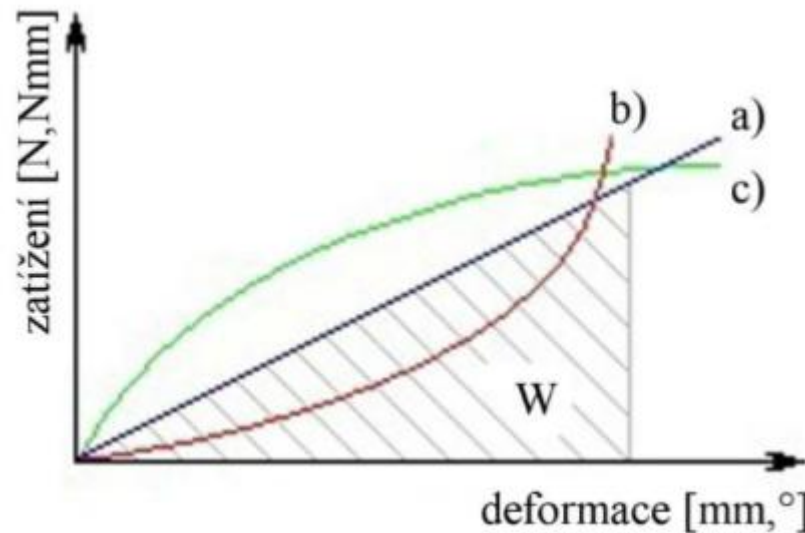
#### d) Podle průběhu deformace v závislosti na zatěžování

- Pružiny s lineární charakteristikou.
- Pružiny s progresivní charakteristikou.
- Pružiny s degresivní charakteristikou.

#### Charakteristika pružin

Je to závislost stlačení pružiny na jejím zatížení (Obr. 18).

- a) Lineární charakteristika- šroubovitá válcová pružina tlačná (tažná)
- b) Progresivní charakteristika- pryžová pružina, kuželová šroubovitá pružina
- c) Degresivní charakteristika- talířová pružina



Obr. 18. Průběh deformace v závislosti na zatížení [1]

Základní veličina je tuhost pružiny  $k$ , která udává velikost zatížení (sílu nebo moment) působící na jednotkovou deformaci (posunutí nebo natočení) pružiny. Takové chování pružiny lze vyjádřit Hookovým zákonem:

$$F = -k * x \quad (2)$$

Kde:  $F$ - síla pružiny,  $k$ - koeficient tuhosti,  $x$ - výchylka pružiny z klidového stavu.

Pružiny s lineární charakteristikou mají konstantní tuhost pružiny, ostatní pružiny mají tuhost proměnlivou.

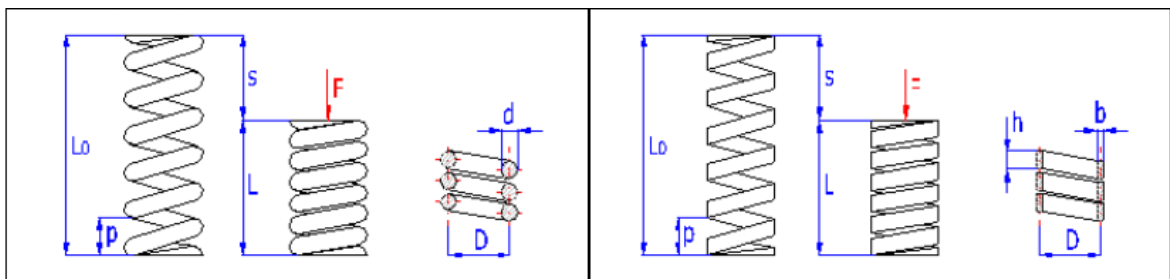
### 3.1 Materiály pružin

Pružiny, které jsou málo namáhané, se vyrábí z oceli 12 090 [(W.Nr. 1.1269),(DIN Ck85)]. Středně namáhané pružiny automobilů jsou zhotoveny z materiálu 13 250 [(W.Nr. 1.0912),(DIN 46Mn7)] a 13 270 [(W.Nr. 1.5028),(DIN 65Si7)]. Pro vysoce namáhané pružiny (tzv. nástrojové pružiny) se používají materiály 14 260 [(W.Nr. 1.7102),(DIN 54SiCr6)] a 15 260 [(W.Nr. 1.8159),(DIN 51CrV4)]. Nerezové pružiny se vyrábějí z materiálu W.Nr. 1.4310. Pružiny, které se používají v elektrotechnice a vlhkém prostředí, jsou vyrobeny z cínu, bronzu 42 3014 a 42 3018.5 (CuSn8) nebo mosazi 42 3213.5 (CuZn37). Na pryžové pružiny se používají pryže 62 2225 nebo 62 2226.

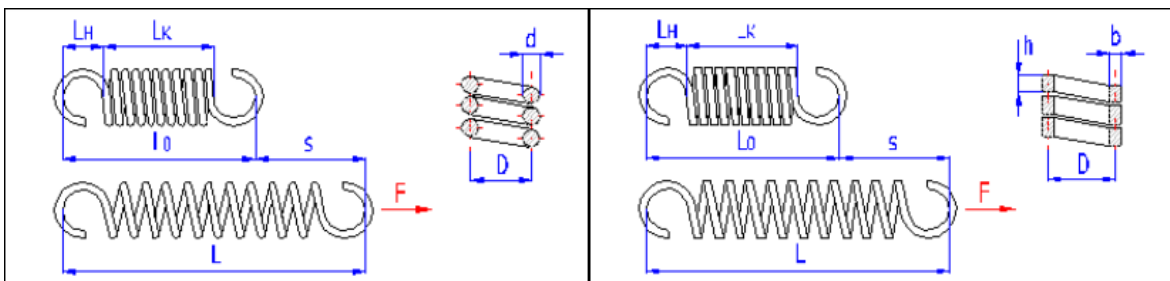
### 3.2 Šroubovitě pružiny válcové tažné a tlačné

Pružiny válcového tvaru jsou tvořeny dráty, které jsou vinuty do šroubovice. Mezi činnými závity je stálá vůle. Jsou uzpůsobeny tomu, aby přijímaly vnější síly působící v ose pružiny proti sobě (tlačné pružiny) (Obr. 19) nebo od sebe (tažné pružiny) (Obr. 20).

Pružinový drát do průměru cca. 16mm se obvykle navíjí zastudena. Pro vysoce namáhané pružiny větších rozměrů s průměrem drátu nad 10mm se pružinový drát formuje za tepla. Obvykle se tyto pružiny vyrábějí z drátů a tyčí kruhového průřezu. Tlačné pružiny s obdélníkovým průřezem drátu se používají v aplikacích, kde je požadována při vyšším zatížení nízká stavební výška pružiny. Tažné pružiny s obdélníkovým průřezem drátu se vyskytují jen málo.



Obr. 19 Tlačné pružiny [1]



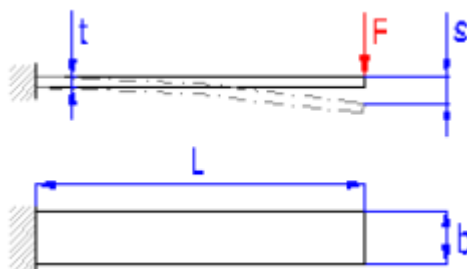
Obr. 20 Tažné pružiny [1]

#### Specifické vlastnosti:

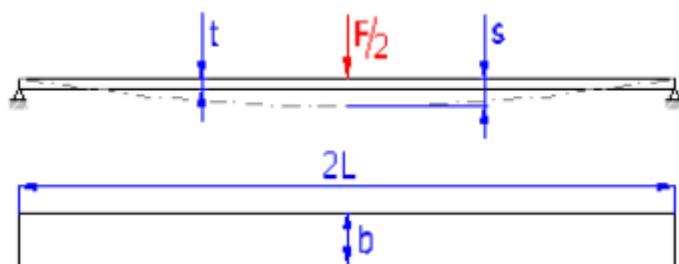
- Vhodné pro malé a střední zatěžovací síly
- Lineární pracovní charakteristika
- Relativně nízká tuhost
- Jednoduchá montáž i demontáž
- Nízké výrobní náklady
- Tažné pružiny jsou méně vhodné pro cyklické (únavové) zatížení [1]

### 3.3 Listové pružiny

Tyto pružiny jsou založeny na principu zatěžování dlouhých štíhlých nosníků obdélníkového průřezu ohybem. Používají se buď jako jednoramenné (vetknuté na jednom konci) (Obr. 21), nebo kalp dvouramenné (podepřené na obou koncích) (Obr. 22). Listové pružiny se používají samostatně nebo jsou složeny do svazku několika pružin.



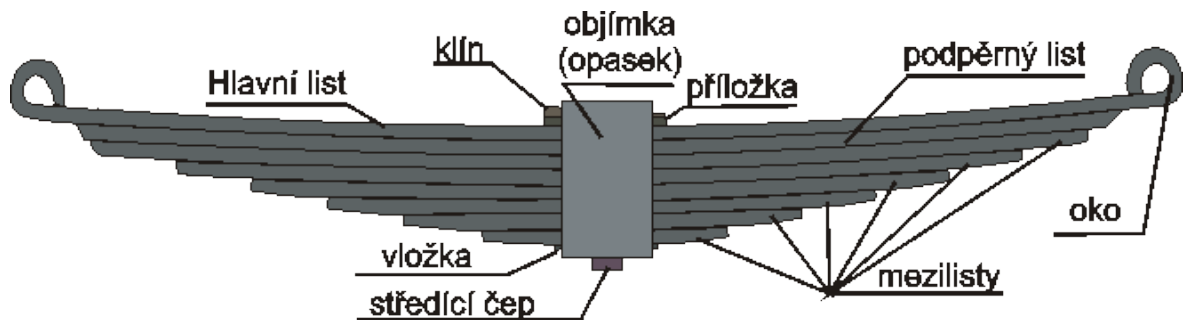
Obr. 21 Jednoramenná pružina [1]



Obr. 22 Dvouramenná pružina [1]

**Samostatné pružiny**- jsou vhodné pro malé a střední zatěžovací síly, mají lineární pracovní charakteristiku a relativně nízkou tuhost. Kladou značný nárok na délku, jinak potřebují minimální prostor. Náklady na výrobu jsou nízké.

**Svazkové listové pružiny**- používají se pro větší zatěžovací síly, teoreticky mají lineární pracovní charakteristiku (důvodem je tření mezi jednotlivými listy pružiny). Oproti samostatné pružině je zde vyšší tuhost, svazek má vyšší nároky na potřebný prostor a jsou zde zvýšené nároky na údržbu (mazání a čistota). (Obr. 23)



Obr. 23 Svazek listových pružin [10]

**Provedení pružin-** listové pružiny se používají v mnoha různých tvarech a provedení. Lze je rozdělit do tří skupin:

- Samostatné pružiny konstantního profilu: profil pružin bývá obdélníkový, trojúhelníkový nebo lichoběžníkový.
- Samostatné pružiny parabolického profilu: obvykle mají obdélníkový průřez, někdy se používají se zesílením na konci a uprostřed listu.
- Listové svazkové pružiny: jsou vyráběny v mnoha provedeních. Listy se používají s konstantním i s parabolickým profilem, mají obdélníkový, trojúhelníkový nebo i lichoběžníkový tvar.

### 3.3.1 Základní vztahy pro výpočet samostatné listové pružiny s konstantním profilem

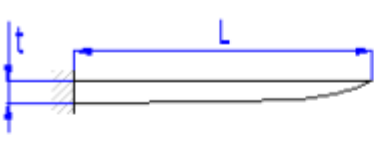
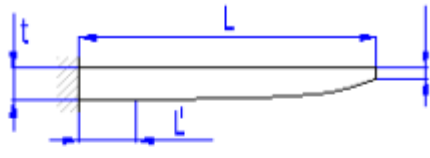
Tab. 3 Vztahy pro výpočet samostatné listové pružiny s konstantním profilem [1]

$s = \frac{4 \cdot F \cdot L^3}{E \cdot b \cdot t^3}$	$s = \psi \cdot \frac{4 \cdot F \cdot L^3}{E \cdot b \cdot t^3}$	$s = \frac{6 \cdot F \cdot L^3}{E \cdot b \cdot t^3}$
	$\psi \approx \frac{3}{\left(2 + \frac{b'}{b}\right)}$	
$\sigma = \frac{6 \cdot F \cdot L}{b \cdot t^2}$		



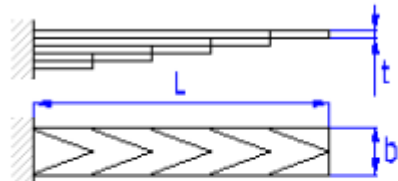
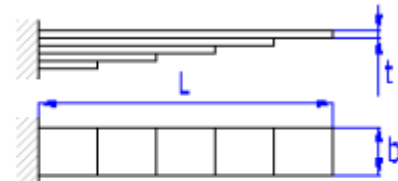
**3.3.2 Základní vztahy pro výpočet samostatné listové pružiny s parabolickým profilem**

Tab. 4 Vztahy pro výpočet samostatné listové pružiny s parabolickým profilem [1]

	
$s = \frac{8 \cdot F \cdot L^3}{E \cdot b \cdot t^3}$	$s = \psi \cdot \frac{4 \cdot F \cdot L^3}{E \cdot b \cdot t^3}$
	$\psi \approx 1 + \left(1 - \frac{L'}{L}\right) \cdot \left(1 - \frac{t'^3}{t^3}\right)$
$\sigma = \frac{6 \cdot F \cdot L}{b \cdot t^2}$	

**3.3.3 Základní vztahy pro výpočet listové svazkové pružiny**

Tab. 5 Vztahy pro výpočet svazkové listové pružiny[1]

	
$s = \psi \cdot \frac{4 \cdot F \cdot L^3}{E \cdot n \cdot b \cdot t^3}$	
$\sigma = \frac{6 \cdot F \cdot L}{n \cdot b \cdot t^2}$	
$\psi \approx \frac{3}{\left(2 + \frac{n'}{n}\right)}$	$\psi \approx \frac{3}{\left(2 + \frac{n'+1}{n}\right)}$

Kde:

b- šířka listu pružiny [mm, (in)]

$b'$  - koncová šířka listu pružiny [mm, (in)]

$E$  - modul pružnosti v tahu [MPa, (psi)]

$F$  - zatížení pružiny [N, (lb)]

$k$  - tuhost pružiny [N/mm, (lb/in)]

$L$  - funkční délka pružiny [mm, (in)]

$L'$  - délka listu pružiny s konstantní tloušťkou [mm, (in)]

$n$  - celkový počet listů pružiny [-]

$n'$  - počet extra přidaných listů plné délky [-]

$s$  - deformace (průhyb) pružiny [mm, (in)]

$t$  - tloušťka listu pružiny [mm, (in)]

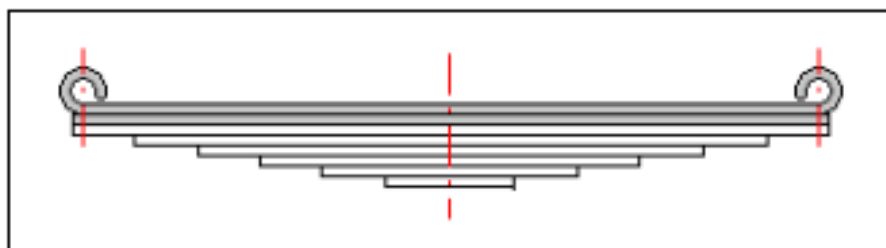
$t'$  - koncová tloušťka listu pružiny [mm, (in)]

$\psi$  - tvarový součinitel [-]

$\sigma$  - napětí materiálu pružiny v ohybu [MPa, (psi)]

**Extra listy**- pružinové listy plné délky, obdélníkového tvaru s konstantním profilem (Obr. 24). Tyto listy se přidávají k pružině ze dvou důvodů:

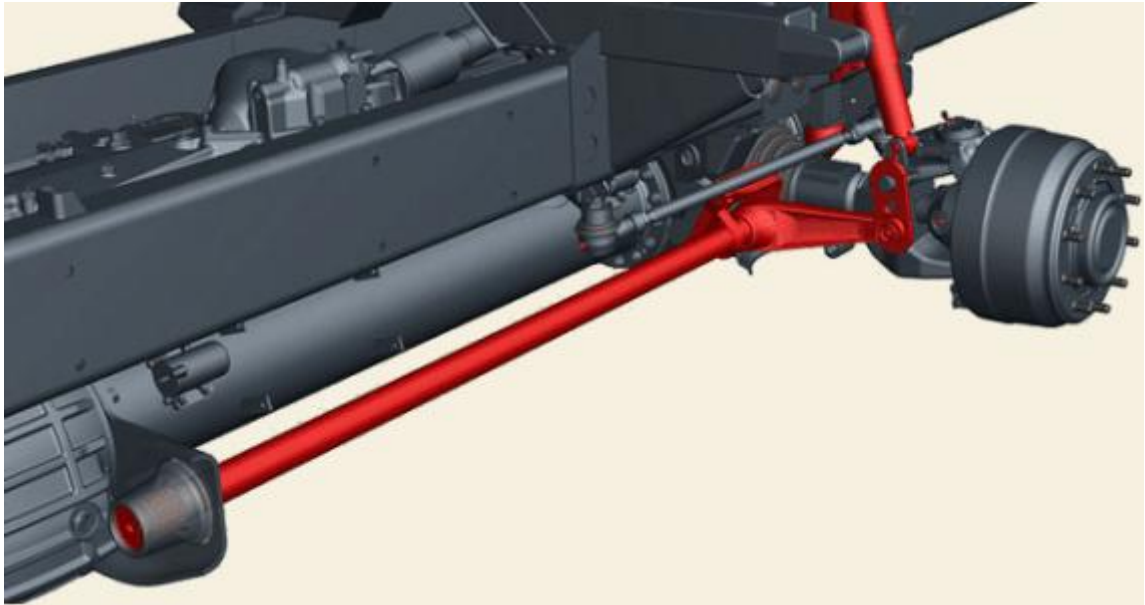
- Pro zvýšení tuhosti a únosnosti pružiny
- Často jsou zakončeny oky pro uchycení pružiny [1]



Obr. 24 Extra pružina [1]

### 3.4 Zkrutné pružiny- torzní tyče

Tento typ pružin je založen na principu krutem zatěžovaných dlouhých štíhlých tyčí kruhového nebo obdélníkového průřezu (Obr. 25). U tyčí kruhového průřezu se k upevnění konců nejčastěji používá drážkování, pro snazší uchycení bývá jeden konec ukončen hranolem. Torzní tyče musí být zabezpečeny proti ohybovému namáhání.



Obr. 25 Torzní tyč [11]

### Specifické vlastnosti

- Vhodné pro větší zatěžovací momenty
- Lineární pracovní charakteristika
- Vysoká tuhost
- Značné nároky na délku ale minimální nároky na prostor
- Nízké výrobní náklady

#### 3.4.1 Základní vztahy pro výpočet pružiny

Tab. 6 Základní výpočty pružin

<i>Tyče kruhového průřezu</i>	<i>Tyče obdelníkového průřezu</i>
$\alpha = \frac{32 \cdot 180 \cdot M \cdot L}{\pi^2 \cdot G \cdot d^4}$	$\alpha = \frac{180 \cdot M \cdot L}{\pi \cdot \beta \cdot G \cdot b \cdot t^3}$
$\tau = \frac{16 \cdot M}{\pi \cdot d^3}$	$\tau = \frac{M}{\gamma \cdot b \cdot t^2}$
$k = \frac{\pi^2 \cdot G \cdot d^4}{32 \cdot 180 \cdot L}$	$k = \frac{\pi \cdot \beta \cdot G \cdot b \cdot t^3}{180 \cdot L}$
	$\beta = f\left(\frac{b}{t}\right) \quad \gamma = f\left(\frac{b}{t}\right)$

Kde:

b- šířka tyče [mm, (in)]

d- průměr tyče [mm, (in)]

M- zatížení pružiny [Nmm, (lb in)]

G- modul pružnosti ve smyku [MPa, (psi)]

k- momentová (úhlová) tuhost pružiny [Nmm/°, (lb in/°)]

L- funkční délka pružiny [mm, (in)]

t- tloušťka tyče [mm, (in)]

$\alpha$ - úhel natočení pružiny [°]

$\beta, \gamma$ - tvarový součinitel [-]

$\tau$ - napětí materiálu pružiny v krutu [MPa, (psi)]

**Tvarový součinitel-** tyto koeficienty zohledňují rozložení napětí v průřezu tyče v závislosti na poměru stran **b/t**. Jejich velikost se odečte z tabulky (Tab. 7). [1]

*Tab. 7 Tabulka koeficientů tvarového součinitele [1]*

b/t	1	1.2	1.5	2	3	4	5	6	8	10	$\infty$
$\beta$	0.1406	0.166	0.196	0.229	0.263	0.281	0.291	0.299	0.307	0.312	0.333
$\gamma$	0.208	0.219	0.231	0.246	0.267	0.282	0.291	0.299	0.307	0.312	0.333

## 4 METODA KONEČNÝCH PRVKŮ FEM

Metoda konečných prvků je numerická metoda, která se využívá pro řešení celé řady úloh.

### 4.1 Průvodce softwarem pro výpočet konečných prvků

Metoda konečných prvků (MKP) je matematická metoda pro řešení parciálních diferenciálních rovnic. Jednou z aplikací MKP je stanovení deformačních a napěťových polí v rámci pevných těles, které jsou vystaveny vnějším silám. Nicméně, FEM analýzy mohou být také použity k řešení problémů zahrnujících proudění tekutin, přenos tepla, elektromagnetická pole, difúze a mnoho dalších jevů.

Princip metody konečných prvků posuvu je výpočet pole posunutí uvnitř pevných prvků, které jsou vystaveny vnějším silám.

Pro získání přesných výsledků se zobrazuje přetváření pevných látek pod vnějším zatížením. Každý bod v pevném zatíženém prvku je aplikován jako zátěž. Zdvihový vektor  $u(x)$  určuje pohyb bodu na pozici  $x$  v nedeformovaném pevném objektu. Cílem výpočtu je zjistit vektor  $u(x)$ . Poté, co je  $u(x)$  známo, lze odvodit napětí a deformace v objektu.

Existují dvě základní aplikace metody konečných prvků v mechanice těles. Ve většině případů se jedná o určení chování pevného tělesa, které je ve statické rovnováze. To znamená, že vnější i vnitřní síly působící na pevný objekt jsou rovny nule. V některých případech lze analyzovat i dynamické chování pevného tělesa. Jako příklad lze uvést výpočet vibrací v konstrukcích, problémy zahrnující šíření vln či analýzu havárie (cash testy).

Pro dynamické případy metoda konečných prvků řeší rovnice návrhu kontinua -  
-V podstatě složitější verze  $\Sigma F = m \cdot a$ . Samozřejmě, že v tomto případě je třeba vypočítat pohyb pevné látky jako funkce času.

Pro statické problémy metoda konečných prvků řeší rovnice rovnováhy  $\Sigma F = 0$ . V tomto případě nemusí být nutné počítat změny pohybu v čase. Nicméně, některé materiály jsou závislé na historii přetváření (například kovy deformovány v plastickém režimu). Kromě toho, problém statické rovnováhy může mít více než jedno řešení, v závislosti na historii zatížení. V tomto případě musí být vypočten časová odchylka v řešení.

Dále lze touto metodou počítat rozložení teploty v pevném tělese nebo výpočet elektrických nebo magnetických polí. Kromě toho, speciální postupy konečných prvků jsou k dis-

pozici pro výpočet vzpěrného zatížení a jeho modifikace, stejně jako vlastní frekvence kmitání a jim odpovídající tvary režimu pro deformovatelné pevné látky.

Pro nastavení výpočtu konečných prvků, se musí zadat následující:

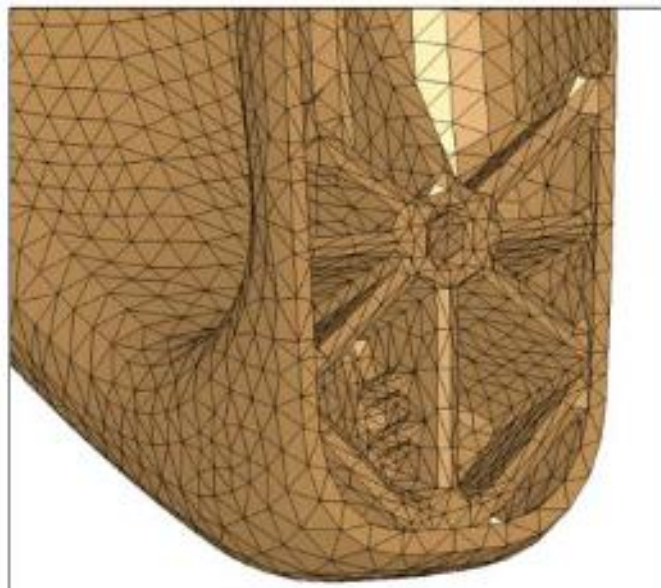
1. Geometrie pevné látky. To se provádí pomocí generování konečných prvků pro pevné látky. Síťoviny lze obvykle generovat automaticky z CAD.
2. Vlastnosti materiálu. To se provádí zadáním konstitutivního zákona pro pevné látky.
3. Povaha zatížení aplikovaného na pevnou látku. To se provádí zadáním okrajových podmínek pro problém.
4. Pokud analýza zahrnuje kontakt mezi dvěma dalšími tělesy (nebo i více tělesy), musí se zadat povrchy, které by mohly přijít do styku a vlastnosti (např. koeficient tření) kontaktu.
5. Pro dynamické analýzy je nutné určit počáteční podmínky pro problém (není nutné pro statickou analýzu).
6. V případě problémů týkajících se dalšího pole (např. teplotního), může být nutné zadat počáteční hodnoty proměnných těchto polí (např. počáteční rozložení teploty v tepelné analýze).

Bude také nutné zadat některé další aspekty problému, který se řeší a postupy řešení, které mají být použity:

1. Bude nutné upřesnit, zda je potřeba ve výpočtu brát v úvahu konečné změny v geometrii pevné látky.
2. Pokud jde o dynamické analýzy, bude nutné zadat časový interval analýzy (nebo počet v časových intervalech)
3. Pro statickou analýzu bude nutné rozhodnout, zda je problém lineární nebo nelineární. Lineární problémy jsou relativně velmi snadno vyřešit. Nelineární problémy mohou potřebovat speciální postupy.
4. Pro statickou analýzu materiálů závislých na historii bude nutné zadat časový interval analýzy a velikost časového kroku (nebo počtu kroků)
5. Pokud bude požadavek na výpočet vlastních frekvencí a modifikací tvarů pro systém, je nutné určit, kolik modifikací extrahovat.
6. Jako poslední se bude muset určit, jaká metoda konečných prvků se má počítat. [9]

#### 4.1.1 Síť konečných prvků pro 2D nebo 3D komponenty

Síť konečných prvků se používá k určení geometrie pevné látky a je také používána k popisu přemístění pole uvnitř pevné látky. Typická síť (generována komerčním FEA kódem ABAQUS) je uvedena na obrázku viz (Obr. 26).



Obr. 26 Typická síť vygenerovaná komerčním FEA kódem

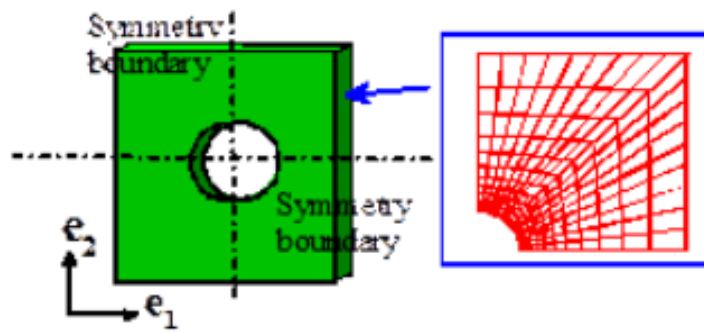
Síť konečných prvků může být trojrozměrná, jako například na obrázku 23. Síť dvourozměrných konečných prvků jsou také používány k modelování jednodušších způsobů deformace. Existují tři hlavní typy sítě dvourozměrné metody konečných prvků:

1. Rovinná napjatost
2. Rovinné napětí (deformace)
3. Osová souměrnost

Kromě toho, speciální druhy konečných prvků mohou být použity pro modelování celkového chování 3D tělesa, aniž by bylo třeba řešit plné 3D pole uvnitř pevné látky. Příkladem jsou skořepinové prvky; deskové prvky a příhradové prvky.

- **Rovinná napjatost konečných prvků**

Rovinná napjatost konečných prvků se používá k modelování desek - jako pevná látka, která je zatížena ve vlastní rovině. Pevné těleso musí mít stejnou tloušťku a tloušťka musí být mnohem menší, než jakýkoliv jiný rozměr příčného průřezu. Rovinná napjatost konečných prvků pro tenké desky, které obsahují otvor, je znázorněna na obrázku viz (Obr. 27).

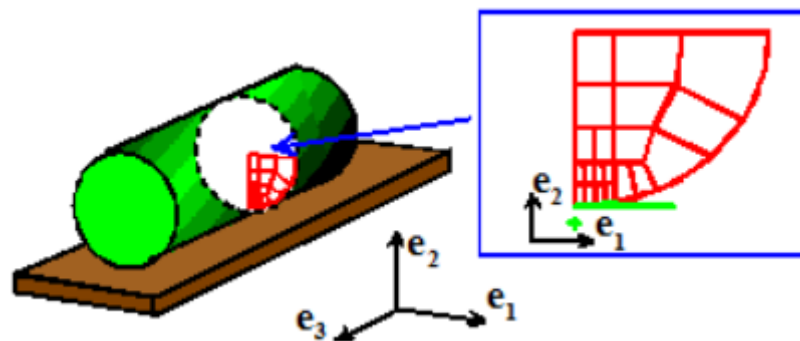


Obr. 27 Rovinná napjatost desky s dírou [9]

Pouze na kvadrantu vzorku je specifikován model, protože symetrie okrajových podmínek budou prosazovány během analýzy.

- **Rovinná deformace konečných prvků**

Rovinná deformace konečných prvků se používá pro modelování dlouhých prvků, u kterých je zabráněno natahování rovnoběžně s jeho osou. Rovinná deformace konečných prvků na válci, který je v kontaktu s pevnou podlahou, je znázorněno na obrázku viz (Obr. 28).



Obr. 28 Rovinná deformace válce [9]

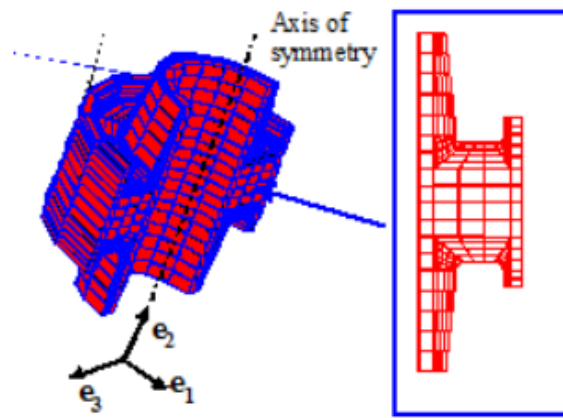
Daleko od konců válce očekáváme, že se bude deformovat tak, že z roviny součásti bude posunutí  $u_3(x_1, x_2) = 0$ . Toto není potřeba řešit pro  $u_3$ , proto dvě trojrozměrné sítě stačí pro výpočet  $u_1(x_1, x_2)$  a  $u_2(x_1, x_2)$ .

Stejně jako dříve, pouze jeden kvadrant vzorku je v vysíťován: symetrie okrajových podmínek se uplatní v průběhu analýzy.



- Osově souměrná síť konečných prvků

Osově souměrná síť se používá k modelování pevných prvků, které mají rotační symetrii, která se promítne v osově souměrném zatížení. Jako příklad je zobrazen obrázek (Obr. 29).

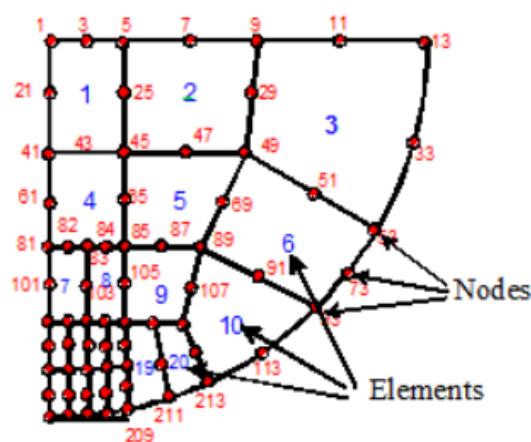


Obr. 29 Síť v osově souměrném modelu [9]

Obraz porovnává trojrozměrnou síť osově souměrnosti pouzdra na osově souměrnosti sítě. Polovina pouzdro byla odříznuta v 3D pohledu, aby byla geometrie přehlednější. V osově souměrné analýze, počátek souřadného systému (x, y) je vždy v ose rotační symetrie. Za zmínění stojí také to, že v osově souměrné analýze konečných prvků musí být osová souměrnost kolem osy y pro geometrii pevné látky i pro zatížení.

#### 4.1.2 Uzly a prvky (elementy) v síti

Síť konečných prvků je definována souborem uzlů (bodů) společně se souborem konečných prvků, jak je znázorněno na obrázku (Obr. 30).



Obr. 30 Body (uzly) a elementy [9]

- **Uzly**

Uzly jsou souborem diskrétních bodů v rámci pevného tělesa. Uzly mají následující vlastnosti:

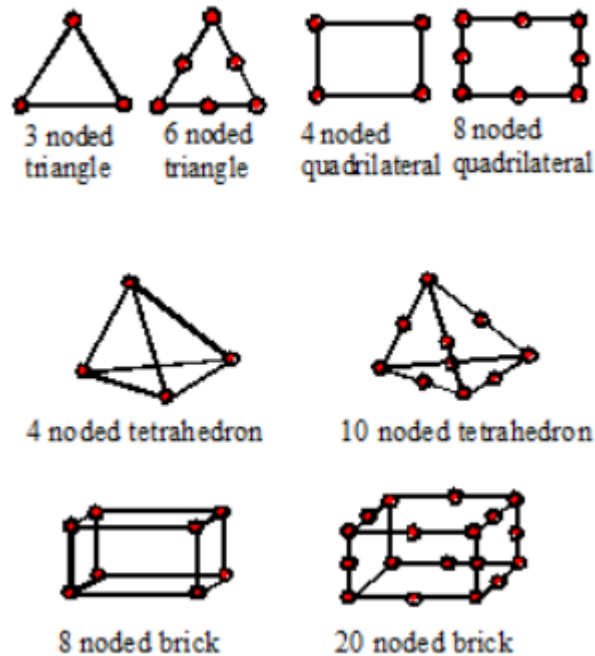
1. **Číslo uzlu-** každému uzlu je přiřazeno celé číslo, které se používá k identifikaci uzlu. Jakýmkoliv vhodným systémem číslování mohou být vybrány -uzly nemusí být očíslovány v pořadí a čísla mohou být vynechána. Například by bylo možné počítat sadu  $n$  uzlů jako 100, 200, 300 ...  $n$  místo 1,2,3 ...  $n$ .
2. **Uzlové souřadnice-** pro trojrozměrné konečné prvky, z nichž každý je přiřazen uzlové sadě souřadnic  $(x_1, x_2, x_3)$ , který určuje pozici uzlu v nedeformovaném pevném modelu (látce). Pro dvourozměrnou analýzu je každému uzlu přiřazena dvojice souřadnic  $(x_1, x_2)$ . Pro osově souměrné analýzy, osa  $x_2$  se musí shodovat s osou rotační symetrie.
3. **Uzlové posuny-** když se pevný model (látka) deformuje, každý uzel se pohybuje do nové polohy. Pro trojrozměrné konečné prvky, uzlové posuvy určují tři složky pole posunutí  $u(x)$  v každém uzlu:  $(u_1, u_2, u_3)$ . Pro dvourozměrnou analýzu má každý uzel dvě posuvové složky  $(u_1, u_2)$ . Uzlové posuvy jsou na začátku analýzy neznámé a jsou vypočítány pomocí programu na výpočet konečných prvků.
4. **Další uzlové stupně volnosti-** u složitějších analýz se může požadovat například výpočet rozložení teploty v pevném modelu (látce) nebo distribuce napětí. V tomto případě je každému uzlu přiřazena teplota, napětí aj. Existují i další postupy konečných prvků, které používají k popisu tvarové změny v pevné látce více, než jen vychýlení. Například při analýze dvourozměrného nosníku se používá posunutí a pootočení nosníku v každém uzlu k popisu deformace. V tomto případě má každý uzel rotaci, jakož i dvě přemísťující složky. Sbíрка všech neznámých veličin (včetně posunutí) v každém uzlu jsou známy jako stupně volnosti. Program vypočítá hodnoty pro tyto neznámé stupně volnosti.

- **Prvky**

Prvky jsou použity k rozdělení pevné látky do oddělených oblastí. Prvky mají následující vlastnosti:

1. **Číslo elementu-** každému prvku je přiřazeno celé číslo, které se používá k identifikaci prvku. Stejně jako při číslování uzlů, může být zvolen jakýkoliv vhodný režim k číslování elementů.

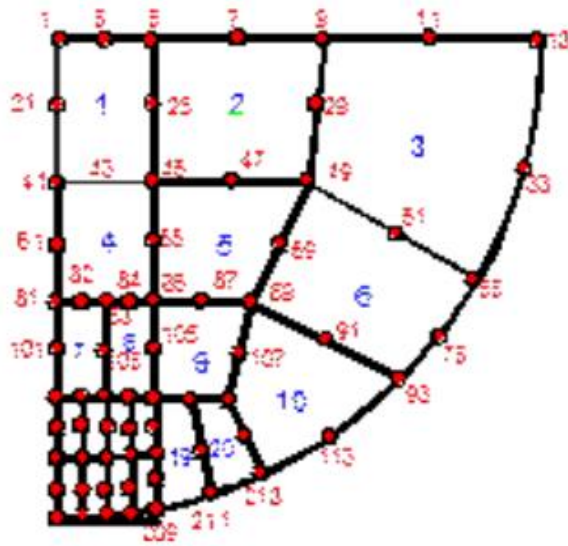
2. **Geometrie**- existuje mnoho možných tvarů pro element. Některé z nejčastějších typů prvků jsou znázorněny na obrázku (Obr. 31).



Obr. 31 Druhy geometrií [9]

Uzly připojené k elementu jsou zobrazeny červenou barvou. Ve 2D mají prvky obecně trojúhelníkový nebo obdélníkový tvar. Ve 3D jsou prvky obecně čtyřstěny, šestihrany nebo kvádry. Existují i jiné druhy elementů, které se používají pro zvláštní účely: například patří sem příhradové prvky (které jsou pouze axiální členy), nosníkové prvky a skořepinové prvky.

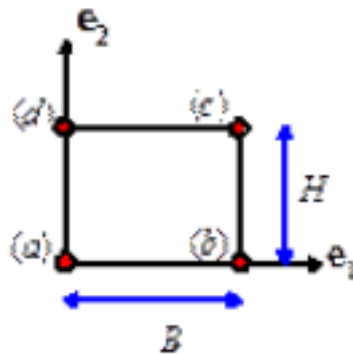
3. **Sada stěn**- jsou pouze po stranách prvku.
4. **Sada uzlů připojených k elementu**- na obrázku (Obr. 32) je zobrazena typická síť konečných prvků. Čísla elementů jsou zobrazena modře, čísla uzlů jsou zobrazena červeně (některé čísla prvků a uzlů byly vynechány pro jasnost).



Obr. 32 Uzly připojené k elementům [9]

Všechny elementy jsou čtyřúhelník s osmi uzly. Každý element je připojen k sadě uzlů: element 1 má uzly (41, 45, 5, 1, 43, 25, 3, 21), prvek 2 má uzly (45, 49, 9, 5, 47, 29, 7, 25) a tak dále. Je obvyklé sepsat uzly v daném pořadí, s rohovými uzly první v pořadí jít proti směru hodinových ručiček kolem prvku, následovány meziuzly. Sada uzlů připojených k elementu je známá jako připojení elementu.

5. **Schéma interpolace elementů**- účelem konečného prvku je interpolovat posunutí pole  $u(x)$  mezi hodnotami definovanými v uzlech (Obr. 33).



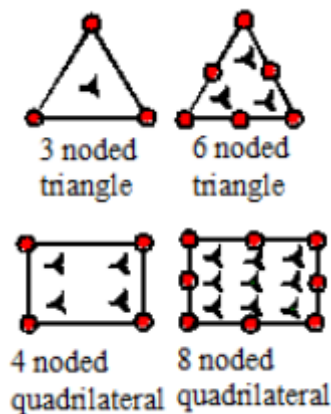
Obr. 33 Interpolace elementů [9]

6. **Integrační body**- jedním z cílů konečných prvků je určení rozložení zátěže v rámci pevné látky. To se provádí následujícím způsobem. Za prvé, posuny v každém uzlu jsou vypočteny. Poté se interpolační prvek funkce použije k určení posunu v libovolných bodech uvnitř každého elementu. Pole posunutí můžou být odlišeny ke

stanovení deformace. Jakmile jsou deformace známy, vztah mezi napětím a deformací se používá pro výpočet napětí.

V zásadě by tento postup mohl být použit pro stanovení napětí v libovolném bodě v rámci elementu. Nicméně je lepší pracovat na některých bodech než na ostatních. Zvláštní body uvnitř prvku, kde je přesně vypočtena napjatost, jsou známy jako integrační body.

Existují některé speciální typy elementu, které používají méně integračních bodů než ty, které je znázorněno na obrázku (Obr. 34). Ty jsou známy jako snížení integračních prvků. Tento typ elementu je obvykle méně přesný, ale musí být použit pro analýzu deformace nestlačitelných materiálů.



Obr. 34 Speciální typy elementu [9]

- Vztah mezi napětím a deformací a materiálové vlastnosti-** každý element je obsazen pevným materiálem. Proto musí být specifikován typ materiálu uvnitř každého elementu (ocel, beton, zemina, guma, atd) spolu s hodnotami pro příslušné materiálové vlastnosti (hmotnost, hustota, Youngův modul, Poissonovo číslo, atd.) [9]

#### 4.1.3 Speciální elementy- nosníky, desky, skořepiny a příhradové prvky

Pokud je třeba analyzovat pevné látky se speciální geometrií (např. jednoduchý příhradový nosník, konstrukce z jednoho nebo více tenkých nosníků či desek), není efektivní, aby se generovala plně 3D síť konečných prvků pro každého člena ve struktuře. Místo toho se může využít geometrie ke zjednodušení analýzy. Místo výpočtu plného 3D pole posunutí každého člena, deformace se vyznačuje sníženou sadou stupňů volnosti. Konkrétně:

- Pro spojení příhradového nosníku se může jednoduše spočítat posunutí každého spoje v konstrukci. Předpokládá se, že jednotlivé prvky jsou ve stavu jednoosého

tahu nebo stlačení, takže úplné posunutí pole uvnitř každého prvku může být vypočteno na základě společných posunutí.

- b) Na nosníku se počítá posunutí a natočení průřezu podél nosníku. Tyto výpočty mohou být použity k určení vnitřní smykové síly ohybových momentů, a tím i napětí v nosníku. Trojrozměrný nosník má 3 posunutí a 3 rotační stupně volnosti v každém uzlu.
- c) Na desce či skořepině lze znovu vypočítat posunutí a natočení části desky. Trojrozměrná deska nebo skořepina má 3 posunutí a dva rotační stupně volnosti v každém uzlu (tyto otáčky charakterizují otáčení jednotkového vektoru kolmého k desce).

V analýze pomocí nosníku nebo desky musí být specifikovány některé doplňkové informace, které jsou určeny pro nastavení problému:

- a) Pro analýzu nosníku musí být zadána plocha průřezu prvku.
- b) Pro analýzu svazku musí být určen tvar a orientace průřezu (nebo pro elastickou analýzu mohou být stanoveny momenty setrvačnosti přímo).
- c) Pro desky a skořepiny musí být definována tloušťka desky.

Výpočty využívající paprsku a desky se rovněž liší od plných 3D, nebo 2D výpočtů v tom, že se musí vypočítat jak průhyb a natočení nosníku nebo desky. To znamená, že:

- a) Uzly na prutu prvky mají 6 stupňů volnosti - tři složky přemístění, spolu se třemi úhly představující rotaci průřezu o třech osách. Uzly na desce nebo skořepinových prvcích mají 5 (nebo v některých MKP kódech 6) stupňů volnosti. Se 6 stupňů volnosti představují 3 složky přemístění a dva úhly, které charakterizují kolmé otáčení k desce okolo dvou os (v případě, že uzly mají 6 stupňů volnosti bylo zavedeno třetí, fiktivní otáčení komponent- podrobně uvedeno pro dané kódy MKP výpočtů).
- b) Okrajové podmínky mohou omezovat posunutí a rotační stupně volnosti. Například, k modelování zcela zavazbeného nosníku na okraji (nebo na okraji desky), je nutné nastavit všechny posuvy a všechny rotace na nulu.
- c) Můžou se použít obě síly a momenty k uzlům v analýze.

V analýze, kde je několik paprsků spojených dohromady, se může spojení definovat takto:

- a) Spojení pomocí kloubu, který nutí paprsky pohybovat se společně v místě napojení, ale dovoluje relativní otáčení
- b) Upnutí pomocí kloubu, který nutí paprsky otáčet se společně na připojení. [9]

#### 4.1.4 Chování materiálu

Dobrý kód konečných prvků obsahuje obrovskou knihovnu různých typů chování materiálů, které mohou být přiřazeny k prvkům.

- **Lineární elasticita-** má reakce jednoosé napjatosti- deformace (platí pouze pro malé deformace), jak je znázorněno na obrázku.

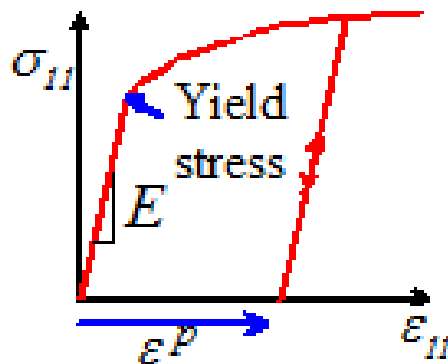
Předpis napětí- deformace v materiálu může být vyjádřena ve formě matrice, jako (Obr. 35):

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \varepsilon_{12} \\ \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{23} \end{bmatrix} = \frac{1}{E} \begin{bmatrix} 1 & -\nu & -\nu & 0 & 0 & 0 \\ -\nu & 1 & -\nu & 0 & 0 & 0 \\ -\nu & -\nu & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1+\nu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1+\nu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1+\nu \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{23} \end{bmatrix} + \alpha \Delta T \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Obr. 35 Matice napětí- deformace v materiálu [9]

Kde: E a  $\nu$  jsou Youngův modul a Poissonovo pro materiál, zatímco  $\alpha$  označuje koeficient tepelné roztažnosti. Typické hodnoty (pro ocel) jsou  $E = 210 \text{ GN/m}^2$ ,  $\nu = 0,33$ ,  $\alpha = 5 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ .

- **Elasticko- platické chování materiálu-** pro připomenutí, křivka jednoosé napjatosti- deformace pro elasticko- platické pevné materiály vypadá podobně, jako na obrázku (Obr. 36).

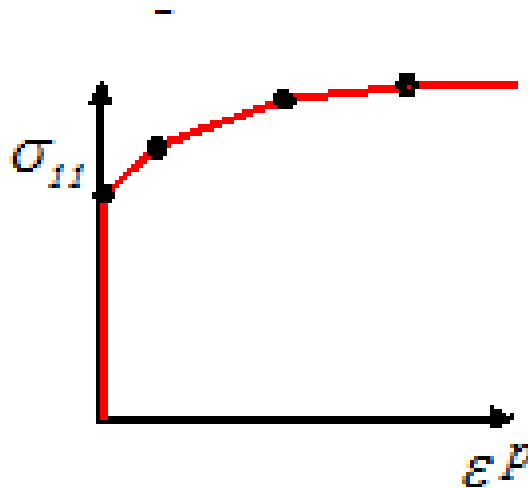


Obr. 36 Křivka jednoosé napjatosti pro elasticko- platické materiály [9]

Tento materiál se chová pružně až do dosažení kritického napětí (známé jako mez kluzu). Pokud dojde k překročení této meze, se materiál trvale zdeformuje. Mez kluzu materiálu se

obecně zvyšuje s plastickou deformací. Toto chování je označováno jako mechanického zpevnění.

Variace kluzu při plastické deformaci v materiálu je obvykle určena jako řada úseček, jak je znázorněno na obrázku (obr.37). [9]



Obr. 37 Variace kluzu při plastické deformaci [9]

#### 4.1.5 Okrajové podmínky

Okrajové podmínky se používají pro určení zatížení aplikované na pevnou látku. Existuje několik způsobů, jak aplikovat zatížení na konečné prvky:

- **Okrajové podmínky posunutí**- posuny v libovolném uzlu na hranici nebo v rámci pevné látky mohou být specifikovány. Jeden se může předepsat  $u_1$ ,  $u_2$ ,  $u_3$  nebo všechny tři. Pro dvourozměrnou analýzu je nutné stanovit  $u_1$  a / nebo  $u_2$ . Při analýze v programu pro výpočet konečných prvků se použijí síly k uzlům pomocí předepsaných posunutí, aby byl zajištěn pohyb do požadovaných poloh. Kdyby byla předepsána složka posunutí  $u_1$ , pak bude síla působit ve směru  $e^1$ . Pokud je předepsána složka posunutí  $u_2$ , síla působí ve směru  $e_2$  a tak dále. Lze si všimnout, že nelze přímo aplikovat otočení uzlu připojeného k 2D nebo 3D tělesu. Rotace však může být aplikována na uzly připojené k určitým zvláštním typům prvků, jako jsou nosníky, desky a skořepiny, stejně jako pevné povrchy.
- **Podmínky symetrie**- většina kódů konečných prvků může automaticky vynutit symetrie a anti-symetrie okrajových podmínek.
- **Předepsané síly**- uzly v konečných prvcích mohou být zatíženy předepsanou silou. Uzlová síla je vektor a je určen třemi (nebo dvěma pro 2D) složkami ( $F_1$ ,  $F_2$ ,  $F_3$ ).



- **Distribuované zatížení**- pevná látka může být podrobena distribuovanému tlaku nebo tahu působícímu na své hranice. Jako příklady lze uvést aerodynamické zatížení nebo hydrostatický tlak kapaliny.

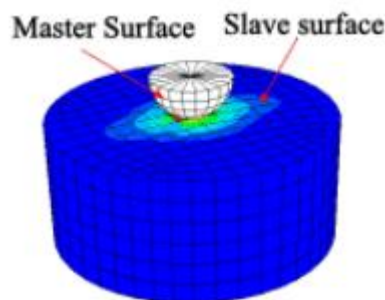
#### 4.1.6 Vazby

Někdy bude nutné použít složitější okrajové podmínky, než jenom omezovat pohyb nebo zatížení působící na pevnou látku:

1. Propojení různých typů prvků, např. prvky nosníku na částice pevného tělesa;
2. Prosazování periodické okrajové podmínky
3. Omezování hranici stagnace
4. Sbližování chování mechanických komponent, jako jsou svary, náboje, šroubové spoje, atd

#### 4.1.7 Spojování povrchů a rozhraní

Pevné předměty jsou často zatíženy kontaktem s další pevnou látkou. Moderní kódy metody konečných prvků obsahují propracované funkce pro modelování kontaktu. Bohužel, kontakt může být pro počítání mnohem obtížnější, protože oblast, kde obě pevné látky přicházejí do styku, se obecně nezná a musí být určena jako součást řešení. To téměř vždy dělá problém nelineární- i když v kontaktu jsou oba prvky lineární elastické materiály. Kromě toho, pokud je tření mezi dotýkajícími se pevnými látkami, je závislá historie. Z tohoto důvodu jsou v programech pro výpočet konečných prvků k dispozici možnosti, jak se styčné povrchy chovají.



Obr. 38 Spojení dvou povrchů [9]

Existují tři obecné případy kontaktu, kde je nutné se vypořádat s:

1. Deformovatelné tuhé prvky, tvrdé pevné látky, jejichž deformace lze zanedbat. V tomto případě se tvrdá pevná látka modeluje jako tuhý povrch.

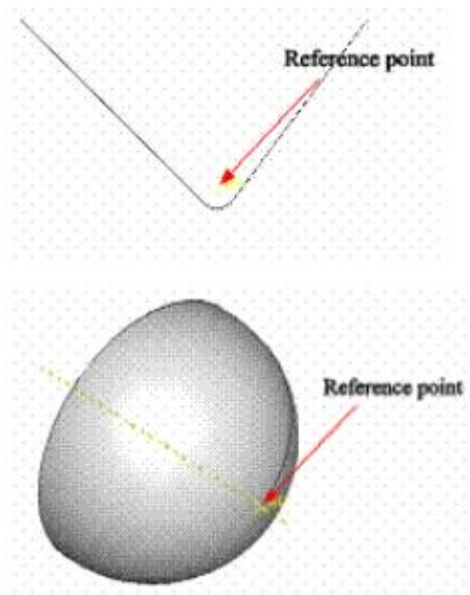
2. Zde se bude muset modelovat kontakt mezi dvěma deformovatelnými tělesy.
3. Pevná látka přichází do styku v průběhu deformace (to je běžné u součástek vyrobených z pryže, kde dochází ke styku při některých tvářecích operacích).

Kdykoliv se bude modelovat kontakt, bude se muset:

1. Určit dvojice ploch, které by mohly přijít do styku. Jedna z nich musí být určena jako hlavní povrch a druhá musí být označena jako vedlejší povrch.
2. Musí se definovat způsob, jakým obě plochy na sebe působí, např. zadáním koeficientu tření mezi nimi.

**Modelování tuhé pevné látky jako tuhý povrch-** v mnoha případech má praktický význam jedna ze dvou dotýkajících se pevných látek, protože je mnohem více kompatibilní než ostatní. Příklady zahrnují například gumu ve styku s kovem, nebo kov s nízkou mezí kluzu v kontaktu s tvrdým materiálem, jako je keramický materiál.

V tomto případě může být tužší ze dvou pevných látek idealizována jako pevný povrch. 2D i 3D tuhé plochy, mohou být vytvořeny, jak je znázorněno na obrázku (Obr. 39).



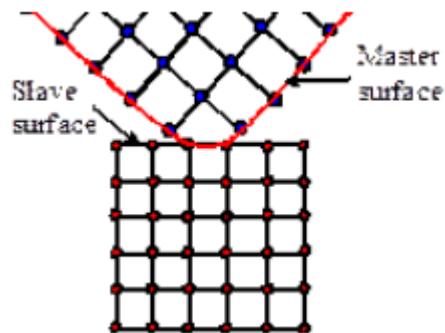
Obr. 39 2D a 3D tuhé plochy [9]

Tuhá plocha (zřejmě) nemůže změnit svůj tvar, ale může se pohybovat a otáčet. Její pohyb je definován pomocí referenčního bodu na pevném prvku, který se chová jako uzel. Pro pohyb pevného prvku okolo uzlu během analýzy, se můžou definovat posunutí a rotační stupně volnosti v tomto uzlu. Případně se můžou aplikovat síly a momenty na referenční

bod. A konečně, v dynamické analýze lze zadat na tuhé pevné prvky vhodné setrvačné vlastnosti (tak, aby vytvořily pevný projektil).

**Definování kontaktní dvojice- hlavní/vedlejší povrchy-** kdykoliv se nastaví výpočet konečných prvků, který zahrnuje kontakt, je třeba zadat dvojice ploch, které mohou přijít do styku během analýzy. Jedna plocha z každého páru musí být určena jako hlavní povrch, druhá musí být označena jako podřízený povrch.

Tato poněkud nejasná terminologie metody konečných prvků se týká způsobu, jakým jsou kontaktní omezení skutečně použita během výpočtu. Geometrie povrchu matrice se interpoluje určitým způsobem jako hladká křivka (obvykle interpolací mezi uzly). Vedlejší povrch není interpolován. Místo toho, každý jednotlivý uzel vedlejšího povrchu je omezen tak, aby neproniknul do povrchu matrice. Například červené uzly vedlejšího povrchu, znázorněné na obrázku (Obr. 40) by byly nuceny zůstat mimo červené hranice povrchu matrice.



Obr. 40 Omezení povrchů v kontaktu [9]

**Kontaktní parametry-** lze definovat několik parametrů, které řídí chování dvou povrchů v kontaktu:

1. Kontaktní formulace - 'konečný posuv' nebo 'malý posuv' -specifikuje očekávané relativní tangenciální posuvy obou povrchů. 'Konečný posuv' je nejobecnější, ale je výpočetně náročnější. 'Malý posuv' by měl být použit v případě, že relativní tangenciální posuv bude pravděpodobně nižší, než je vzdálenost mezi dvěma sousedními uzly.

2. Může se upřesnit vztah mezi tlakem kontaktů a oddělení mezi povrchy v kontaktu. Případně se může předpokládat, že kontakt je 'tvrdý' - to znamená, že rozhraní nemůže vydržet žádné napětí a dva styčné povrchy nemohou navzájem proniknout.

3. Může se zadat tangenciální chování rozhraní- například tím, že se zadá koeficient tření.

[9]

## **II. PRAKTICKÁ ČÁST**

## 5 CÍL PRÁCE

Cílem této diplomové práce je nalezení nejvhodnějšího a nejpřesnějšího postupu pro tvorbu modelu kompozitové pružiny v programu Marc Menat.

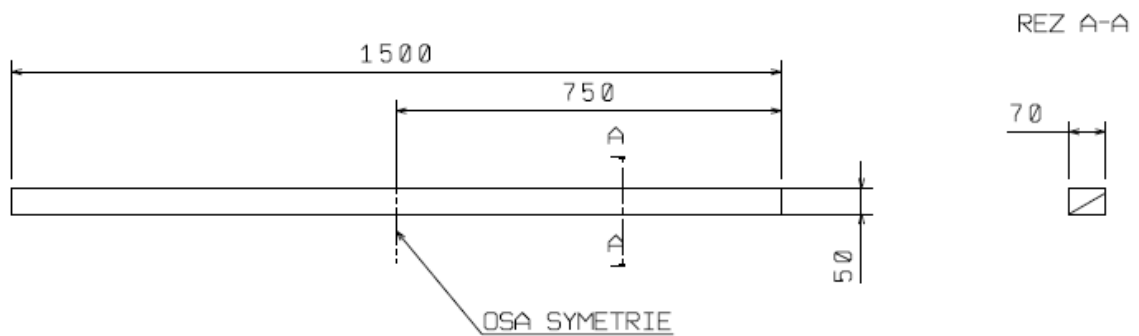
K získání výsledků byl napřed analyzován model z izotropního materiálu, kde byly vytvořeny 3 geometrie, pro jejichž analýzu se hledal nejvhodnější typ elementu. Výsledky vzniklé z těchto analýz se poté aplikovaly v analýze modelů z ortotropního (kompozitního) materiálu. Výsledky analýz následně ukážou, které varianty modelů jsou vhodné pro praktické použití.

## 6 NÁVRH TVARU PRUŽINY

V této kapitole je popsán a znázorněn postup při vytváření typů jednotlivých případů, které se budou analyzovat.

### 6.1 Modelovací program Catia

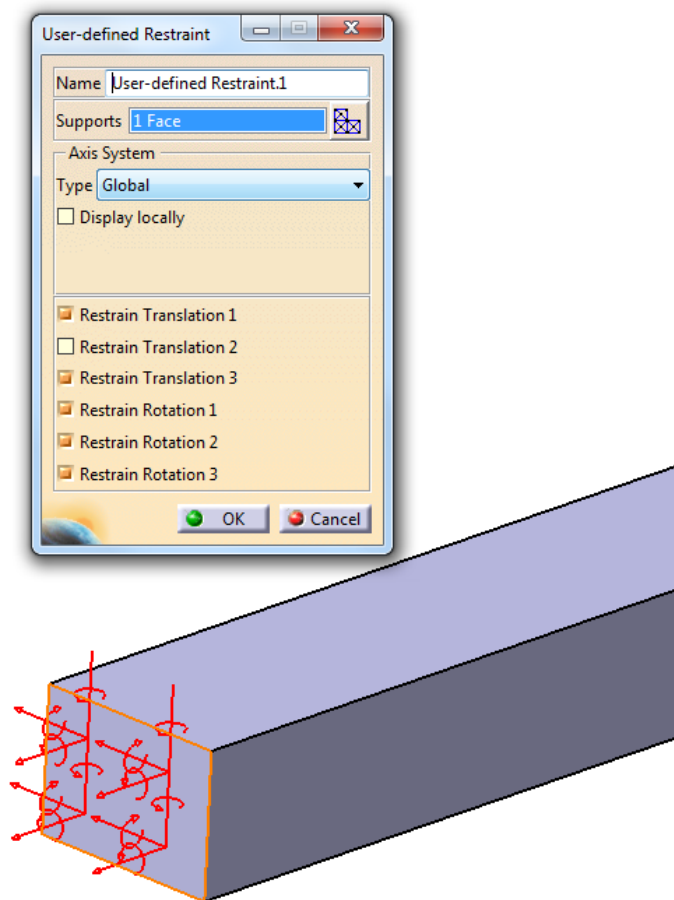
Základní tvar geometrie byl modelován v programu Catia V5 R19. V tomto programu se vytvořil základní tvar pružiny o délce 1500mm, šířce 70mm a výšce 50mm (Obr. 41).



Obr. 41 Geometrie pružiny

Po dokončení skicování došlo k uložení výrobku ve formátu \*.igs., aby mohlo dojít k importu výrobku do programu Marc Mentat (popř. Patran), kde se vytvoří potřebný tvar a rozměr geometrie.

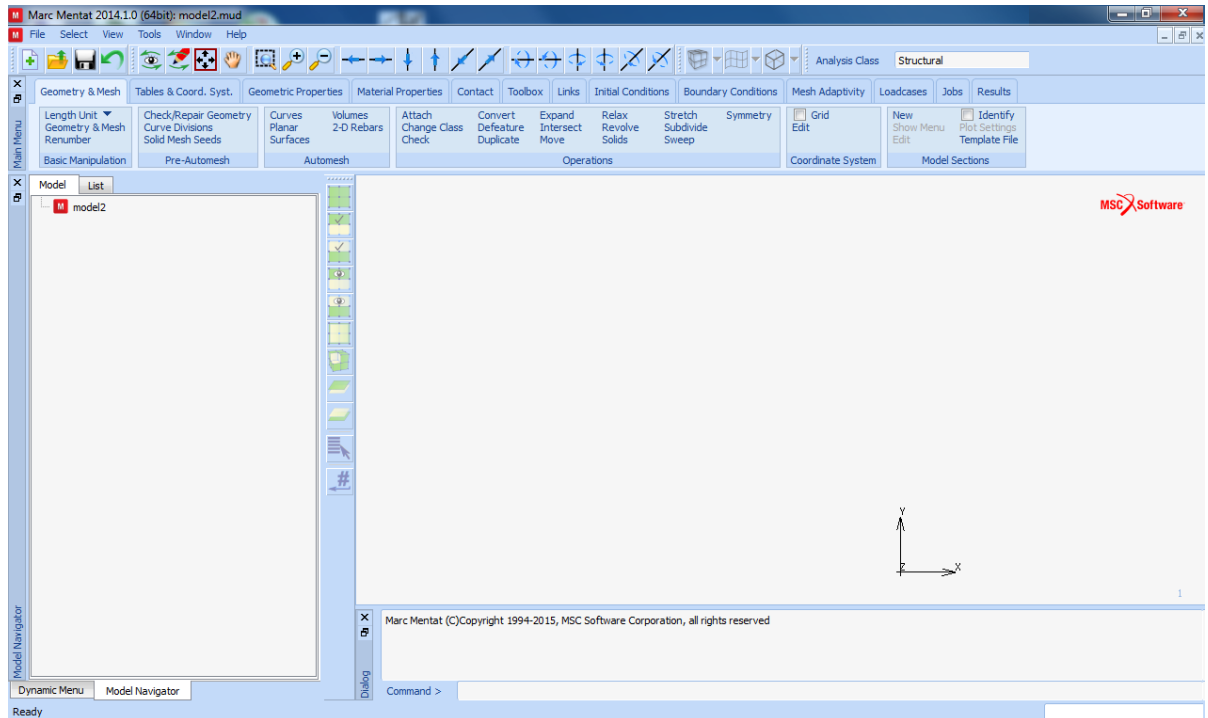
Díky osově symetrii mohla být používána pro analýzy poloviční délka modelu, akorát se musely nastavit okrajové podmínky (odebrat stupně volnosti) v místě rozdělení modelu tak, že byla odebrána rotace okolo všech os a zamezení posunutí v osách X a Z (Obr. 42).



Obr. 42 Nastavení okrajových podmínek v ose symetrie

## 6.2 Program pro FEM analýzy Marc Mentat

Analýza se bude provádět v programu od MSC Software, konkrétně v programu Marc Mentat 2014 1.0 (Obr. 43).

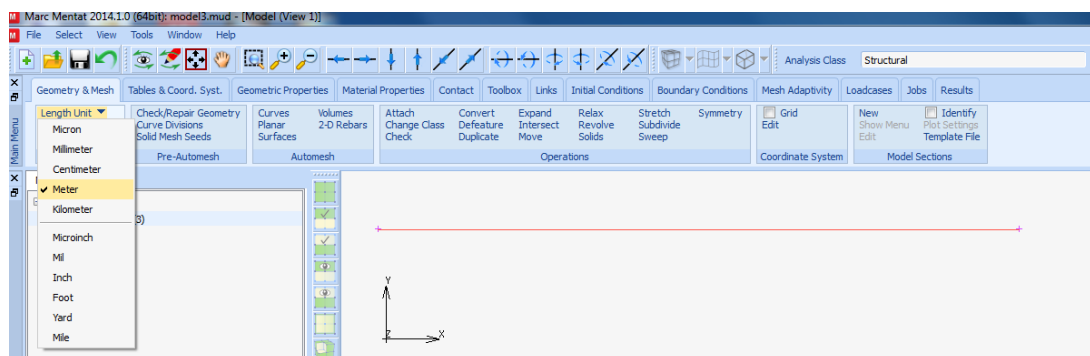


Obr. 43 Prostředí programu Marc Mentat 2014

V tomto programu se po naimportování tvaru nastavují v jednotlivých krocích různé parametry jako je velikost elementů, síť, materiál a jeho vlastnosti, pro kompozit 2 a více materiálů a směr jejich skládání, dále směr a velikost zatížení, okrajové podmínky atd. Tím vznikne model, který je možné analyzovat. Výsledkem jsou pak v tomto případě velikosti průhybu, kde se zobrazuje velikost deformace v metrech (dle nastavených jednotek) a poté je možné analyticky dopočítat tuhost pružiny.

### 6.2.1 Postup v programu

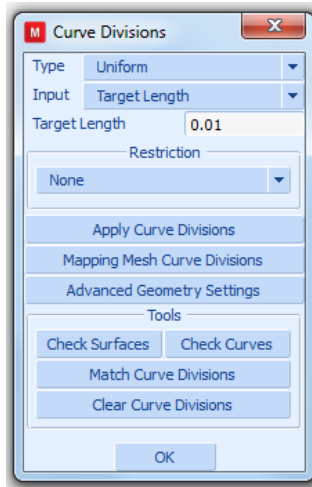
Do tohoto programu byla následně naimportována vytvořená přímka, která byla uložena ve formátu \*.igs. Následně byly nastaveny základní jednotky metry (Obr. 44).



Obr. 44 Naimportování modelu a nastavení jednotek



Následuje nastavení délky elementů. Délka byla nastavena na 10mm (resp. 5mm)(Obr. 45) a vybere se křivka, na kterou mají být elementy umístěny (Obr. 46).



Obr. 45 Tabulka nastavení vzdálenosti elementů



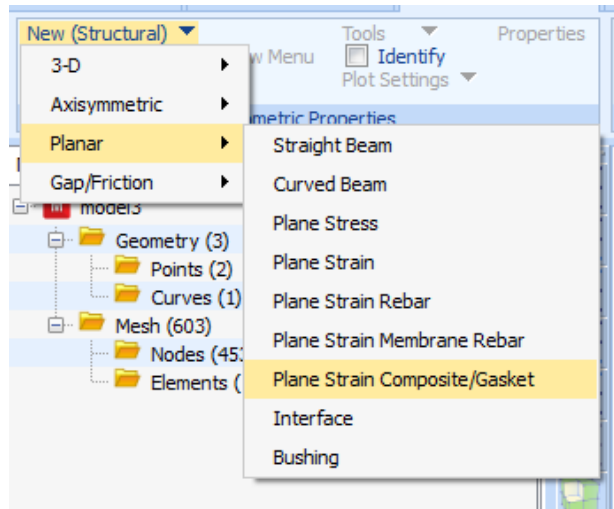
Obr. 46 Nastavení elementů- výběr z části

Po nastavení elementů následuje vysíťování modelu (Obr. 47).



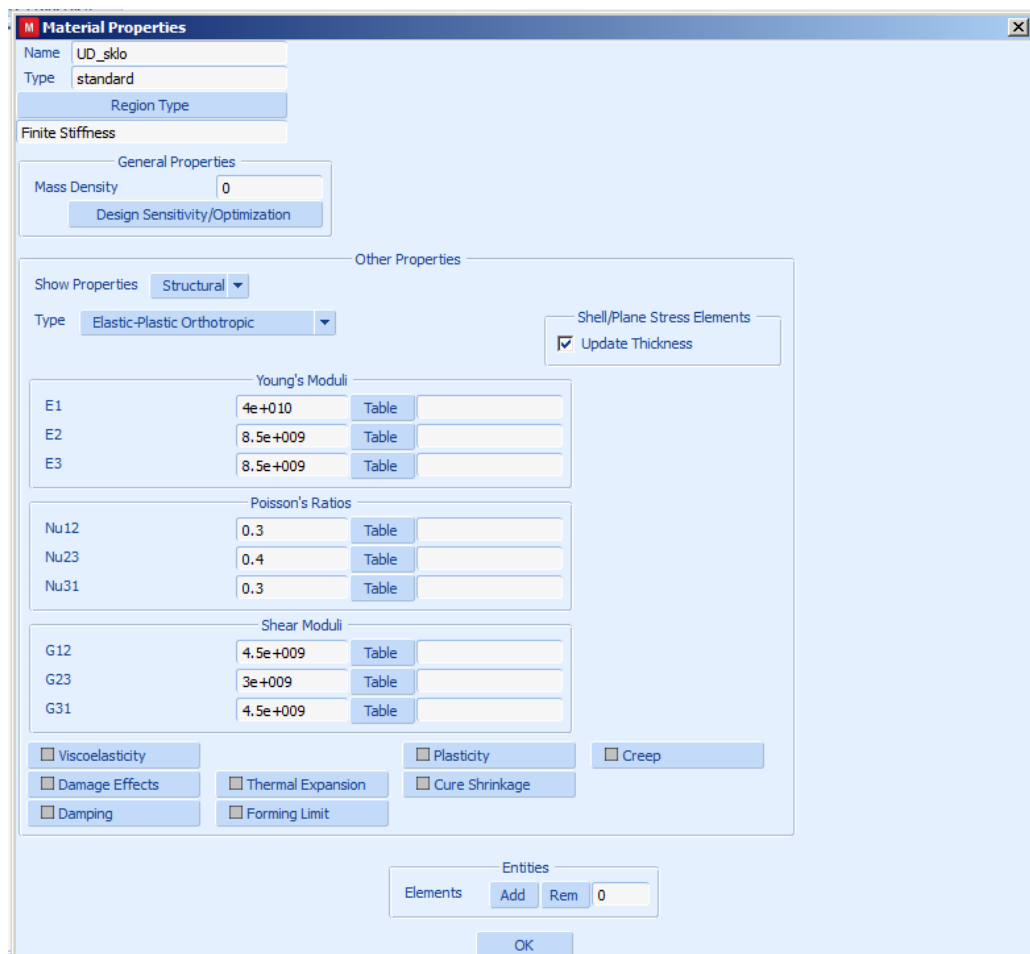
Obr. 47 Vysíťovaný model- výběr z části

V dalším kroku se podle typu dimenze (1D, 2D, 3D) nastaví geometrie modelu (rovný nosník, zakřivený nosník, rovinné napětí, atd.) (Obr. 48). Zvolené typy geometrií budou popsány pro jednotlivé případy v dalších kapitolách.



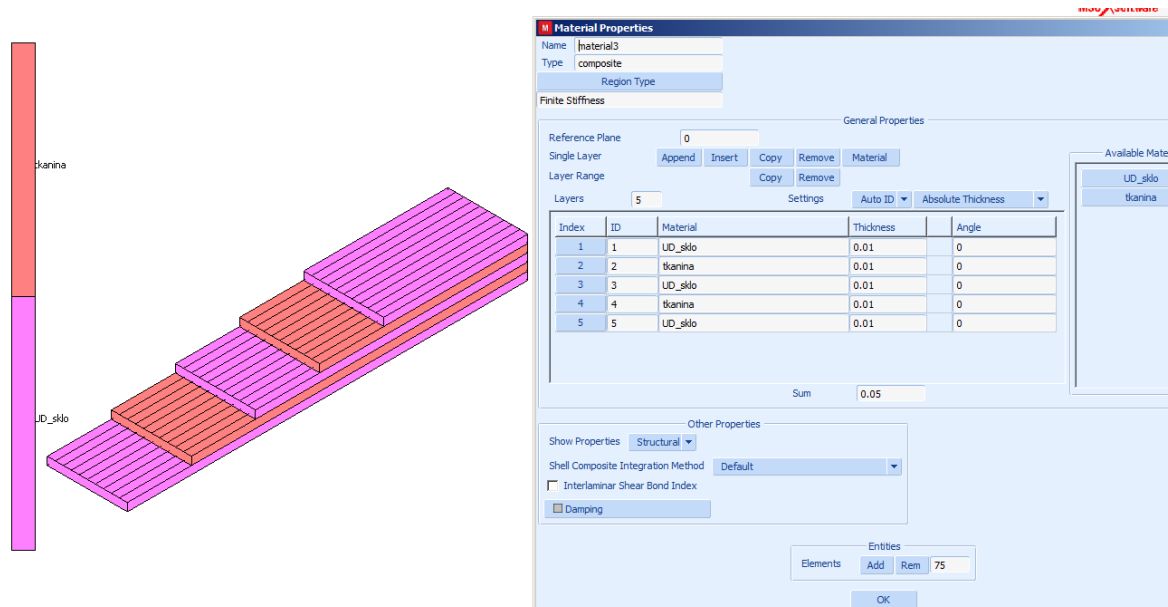
Obr. 48 Nabídka různých typů geometrie

Jakmile je nastavena geometrie, může proběhnout nastavení materiálu pro konkrétní případ (konkrétní hodnoty budou popsány dále), kde se nastavují jeho vlastnosti jako je modul pružnosti v tahu [E], Poissonovo číslo [Nu] a modul pružnosti ve smyku [G] apod. (Obr. 49).



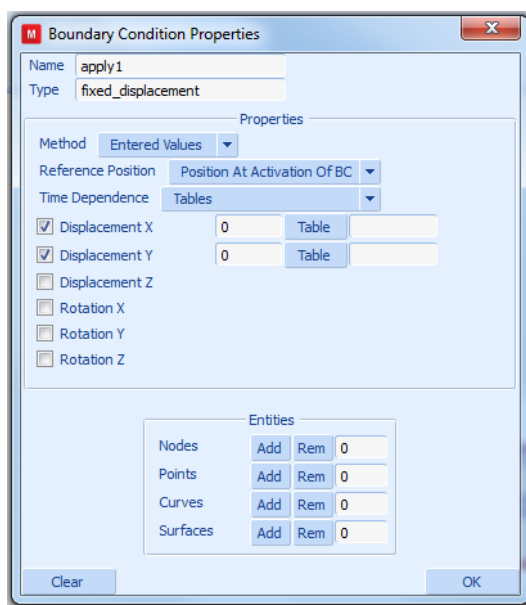
Obr. 49 Nastavování vlastností materiálu

Pokud je potřeba sestavit kompozit (Obr. 50), jeho nastavení proběhne tím stylem, že se napřed nastaví jednotlivé druhy materiálů a poté se jednotlivé materiály skládají do vrstev jako při reálné výrobě kompozitu. Do kolonek se zadává tloušťka vrstvy a úhel vláken vrstvy.



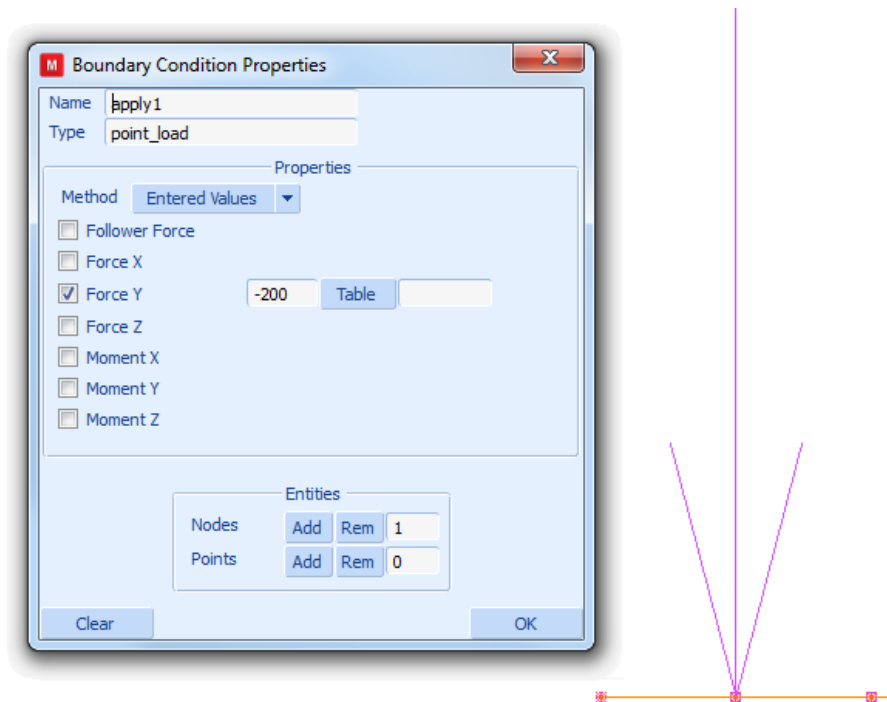
Obr. 50 Sestavování kompozitu

Po nastavení materiálu se musí nastavit okrajové podmínky (uchycení výrobku)(Obr. 51). Zde se odebírají stupně volnosti v jednotlivých směrech. Konkrétní nastavení pro jednotlivé typy geometrií bude zobrazeno v příslušných kapitolách.



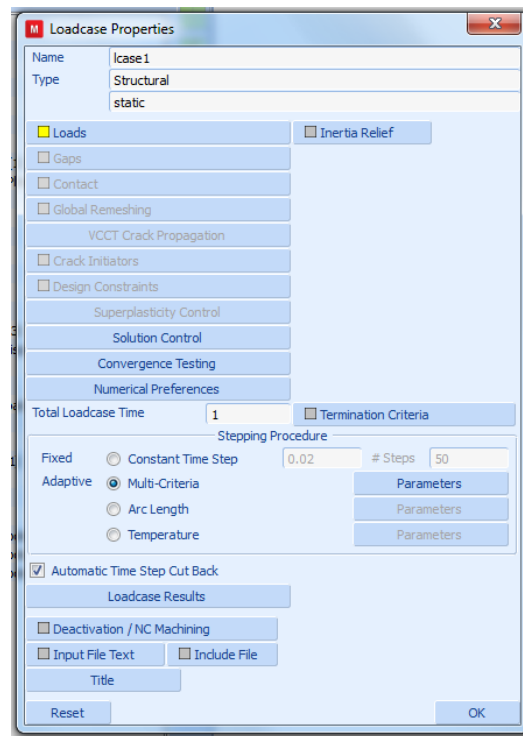
Obr. 51 Nastavení okrajových podmínek

V dalším kroku proběhlo nastavení zatížení (Obr. 52). Zde se vybere, ve kterém směru bude síla působit a do kolonky se zadá velikost síly. Musí se dávat pozor, na kolik uzlů síla působí, protože pokud síla působí například na 2 uzly, tak velikost působící síly bude 2x vyšší, než je zadaná síla.



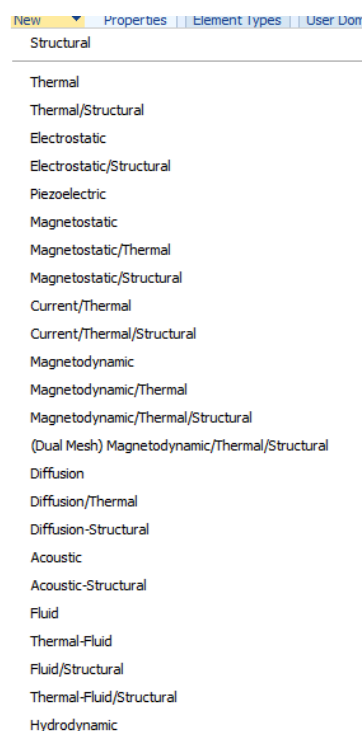
Obr. 52 Nastavení zatížení

Poté proběhne nastavení statického případu zatížení (Loadcase)(Obr. 53). Zde se vyberou okrajové podmínky a zatěžující síla.



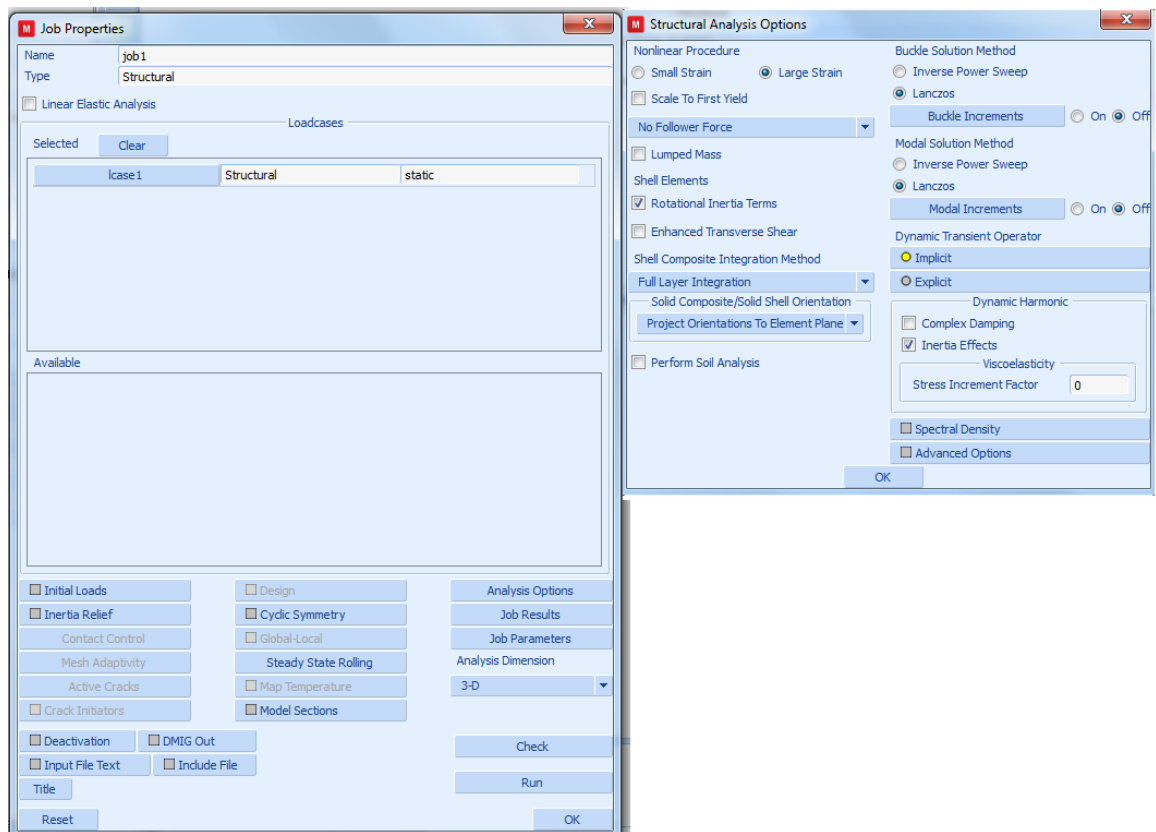
Obr. 53 Nastavení stavu zatěžování

A nakonec se nastaví výpočet (Job)(Obr. 54). Z nabídky se vybere structural.



Obr. 54 Nastavení výpočtu

Poté se musí vybrat nastavený statický případ zatížení a v Analysis Options se zaškrtnou velké deformace (Large strain)(Obr. 55).



Obr. 55 Nastavení výpočtu

## 7 ANALÝZA KONKRÉTNÍCH MODELŮ- IZOTROPNÍ MATERIÁL

V této kapitole je popsána analýza modelu z izotropního materiálu, jehož vlastnosti jsou: modul pružnosti v ohybu  $E= 100000\text{MPa}$ , Poissonovo číslo  $\nu=0,3$ .

### 7.1 Výpočet prohnutí pomocí analytických vzorců

Kvadratický moment průřezu obdélníku  $J = \frac{b \cdot h^3}{12} [\text{mm}^4]$  [16]

Velikost průhybu  $y$  pro poloviční délku nosníku:  $y = \frac{F \cdot l^3}{3 \cdot E \cdot J} [\text{mm}]$  [16]

Velikost průhybu  $y$  pro celou délku nosníku:  $y = \frac{F \cdot l^3}{48 \cdot E \cdot J} [\text{mm}]$  [16]

$$y = \frac{4 \cdot F \cdot l^3}{E \cdot b \cdot h^3} = \frac{4 \cdot 10000 \cdot 750^3}{100000 \cdot 70 \cdot 50^3} = 19,28\text{mm}$$

### 7.2 Model z 1D prvků

Pro 1D model byl průběh analýzy náročnější z důvodu vytváření modelu v programu Patran 2014 (pro element 16 vytváří program Patran speciální souřadnice pro výpočet), kde se definovaly okrajové podmínky, zatížení, elementy a následně byl spuštěn výpočet.

Výpočet proběhl podle elementu 16. Typ elementu 16 je dvěma uzly zakřivený paprsek (nosník) s prostorově interpolovanými posuny z globálních posunů a jejich deriváty s ohledem na délku nosníku na dvou koncových uzlech. Deformační vztahy jsou vhodné pro velké posuny s malými deformacemi. Průřez je plný obdélníkový průřez. Všechny základní vztahy mohou být použity s tímto prvkem (Obr. 56).

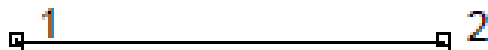
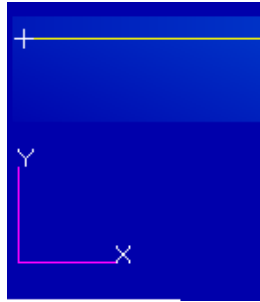


Figure 3-18 Two-node Curved Beam Element

*Obr. 56 Definice elementu 16*

Poté byla vybrána geometrie 1D a následně se nastavily parametry pro výpočet. Poté se mohl model naimportovat do modelu Marc, kde proběhl výpočet.

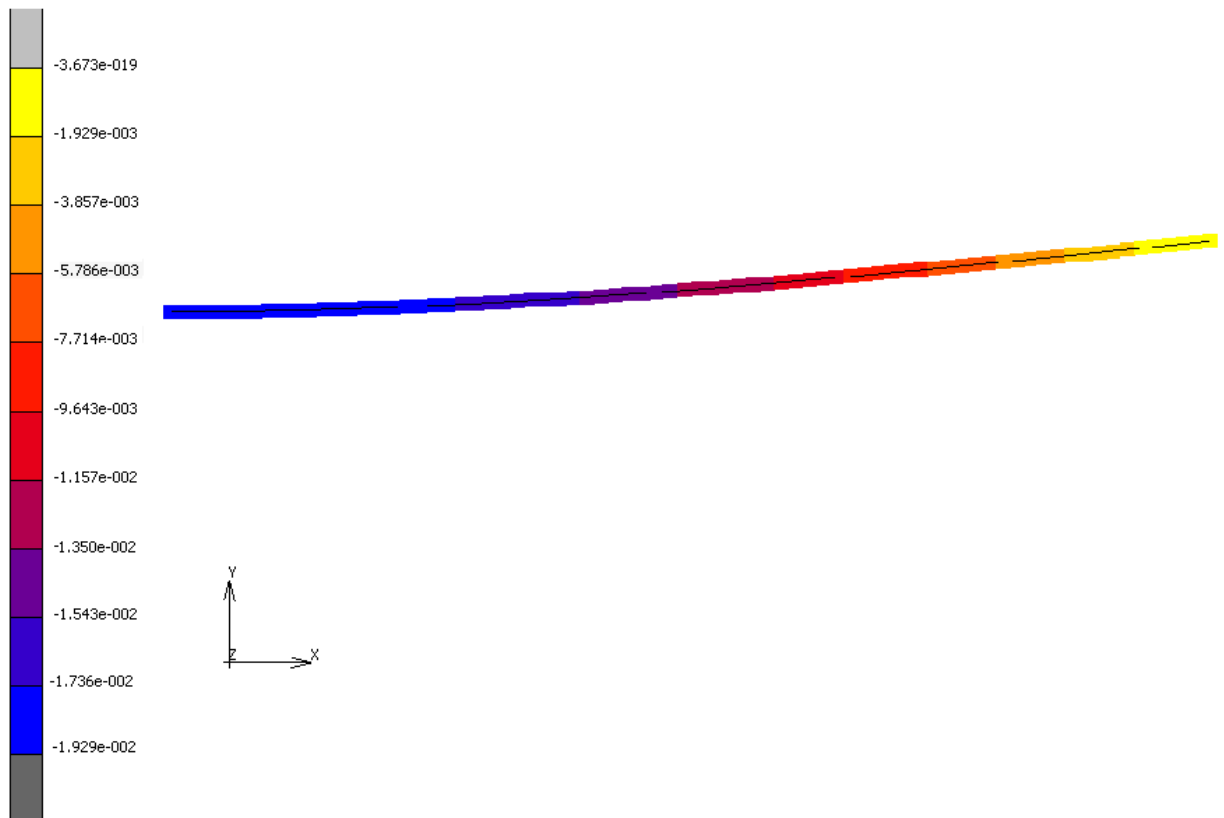
Pro spuštění analýzy napřed proběhlo naimportování čáry do programu Patran 2014 (Obr. 57).



Obr. 57 Část modelu naimportovaného v Patranu

Po naimportování čáry se nastavili okrajové podmínky, zatížení, elementy, definoval se materiál a následně byl spuštěn výpočet.

Výsledné prohnutí nosníku je 19,29mm (Obr. 58).



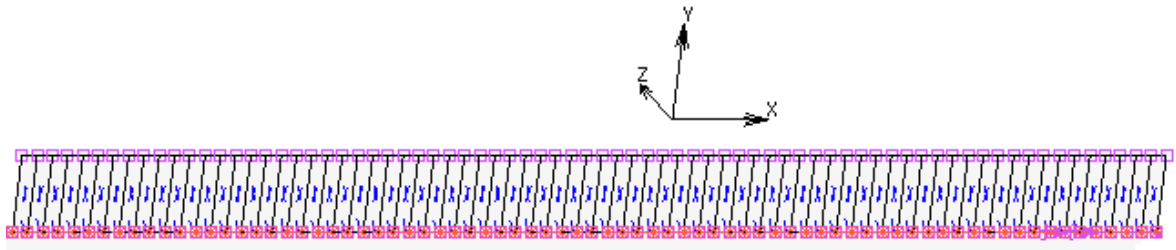
Obr. 58 Průhyb 1D geometrie

### 7.3 Plošný model- rovinná napjatost

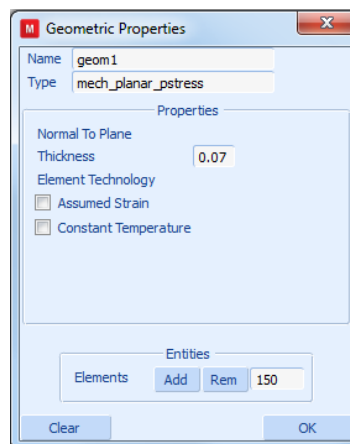
V tomto případě byl analyzován model, který měl obdélníkový průřez. Po naimportování do programu Marc Mentat a nastavení délky elementu (10mm nebo 5mm) se vysunuly elementy v ose Y o 50mm (Obr. 59), čímž byla nastavena výška průřezu. Poté se v nastavování geometrie nastavila šířka modelu na 70mm (Obr. 60). Typ použité geometrie



byl zvolen Planar- Plane Stress (rovinná napjatost) => pro rovinnou napjatost je definován element 3. Působící síla byla nastavena na hodnotu 10 kN.



Obr. 59 Vysunutí elementů v ose Y



Obr. 60 Typ geometrie a nastavení šířky

Výpočet proběhl podle typu elementu 3 (viz. Nápověda v programu Marc Mentat). Prvek 3 je čtyř-uzlový, isoparametrický, libovolný čtyřúhelník vhodný pro aplikace rovinné napjatosti. Když tento prvek používá bilineární interpolaci funkcí (rozšíření lineární interpolace pro interpolaci funkce dvou proměnných na pravidelnou prostorovou mřížku), deformace mají tendenci být konstantní v celém prvku. To má za následek špatné chování ve smyku. Obecně platí, že pro zpřesnění výsledků je třeba používat více elementů nižšího řádu, než elementy vyššího řádu, jako jsou typy elementů 26 nebo 53. Z tohoto důvodu se musí použít jemná síť. Tento element je preferován před elementy vyššího řádu při použití v kontaktní analýze. Všechny základní modely mohou být použity s tímto elementem (Obr. 61).

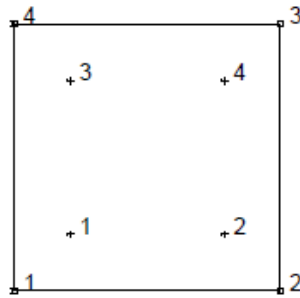
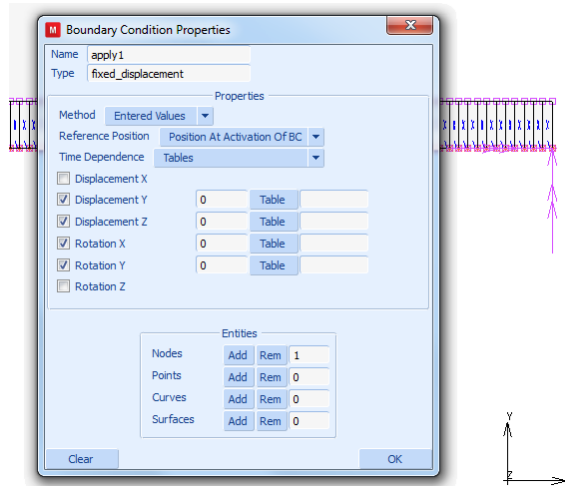


Figure 3-3 Plane Stress Quadrilateral

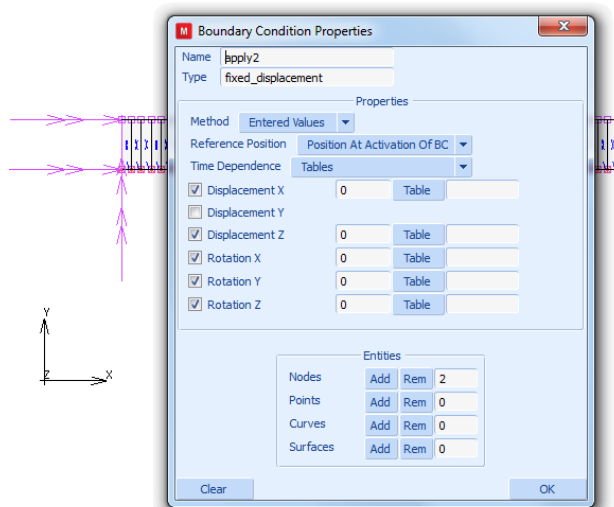
Obr. 61 Definice elementu 3

**7.3.1 Plošný model- rovinná napjatost, délka elementů 10mm**

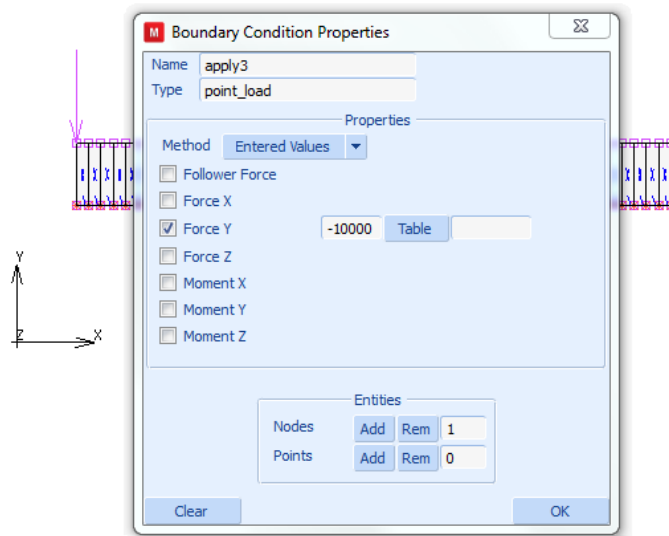
V prvním případě byla nastavena délka elementů 10mm a výška elementů 50mm. Okrajové podmínky byly nastaveny dle obrázku (Obr. 62, 63, 64).



Obr. 62 Okrajové podmínky obdélníku v bodu 1



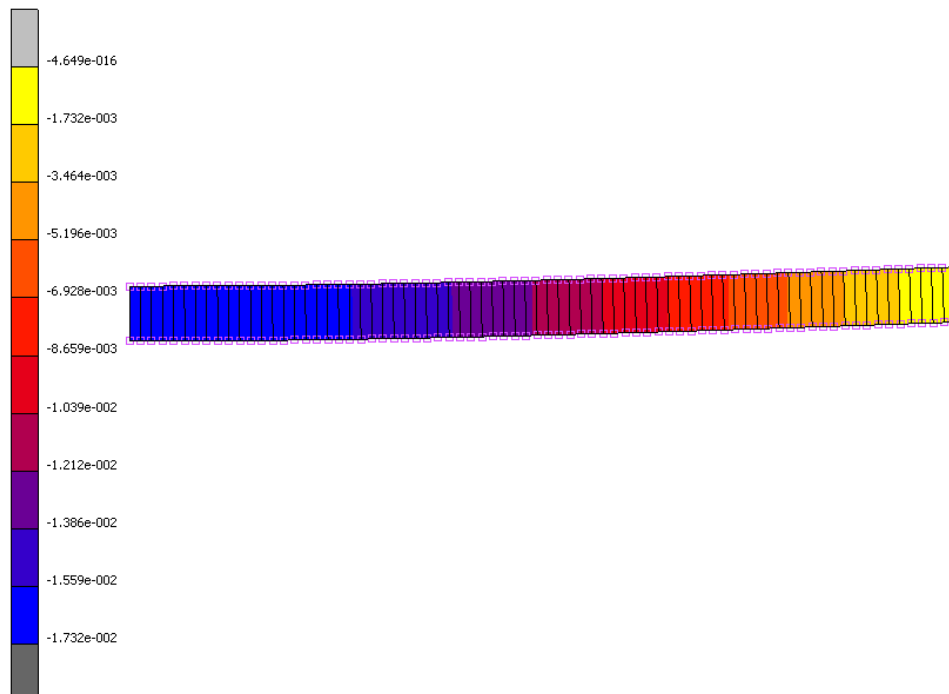
Obr. 63 Okrajové podmínky obdélníku v bodu 2



Obr. 64 Zatížení obdélníku

Modul pružnosti v ohybu pro zvolený materiál je  $E=100000\text{MPa}$  a Poissonovo číslo je 0,3 (jako je uvedeno na začátku kapitoly).

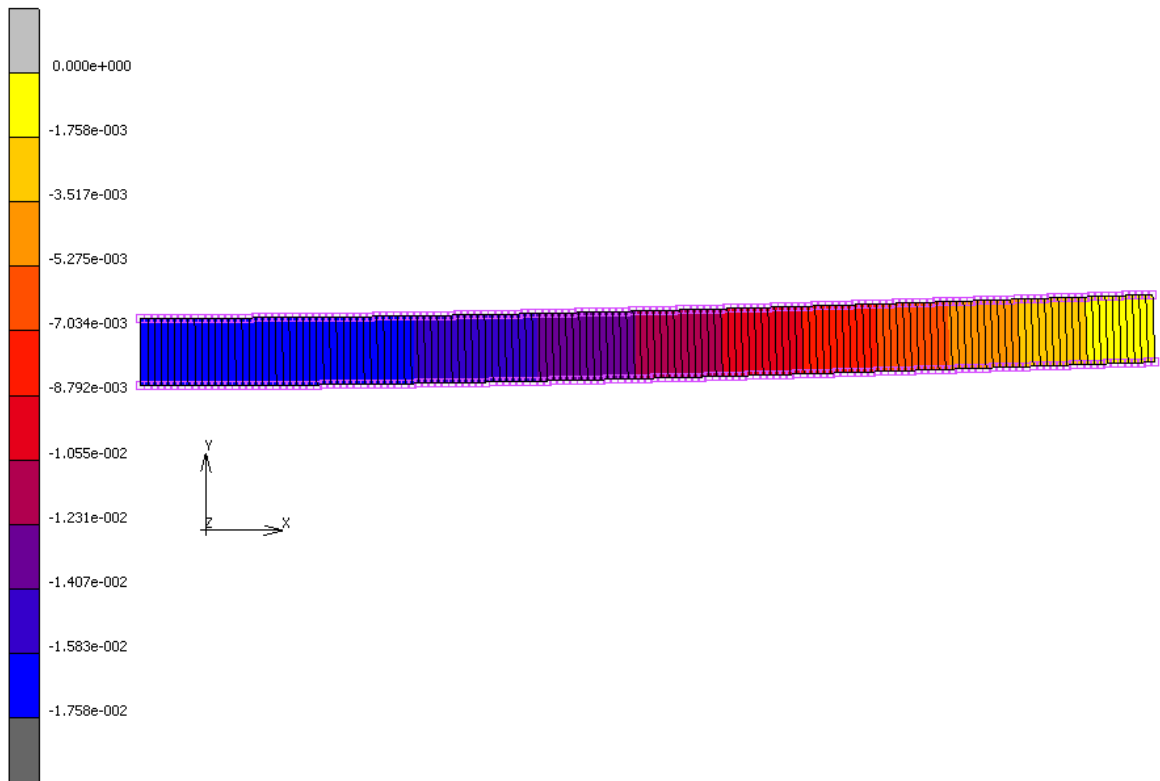
Výsledná deformace (průhyb) je znázorněna na obrázku (Obr. 65). Maximální průhyb dosáhl hodnoty 17,32mm.



Obr. 65 Velikost deformace- plošný model- délka elementů 10mm

### 7.3.2 Plošný model- rovinná napjatost, délka elementů 5mm

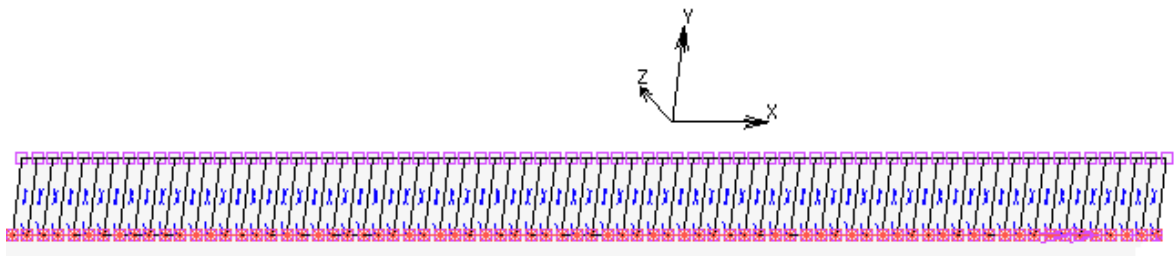
Zde byla změněna délka elementů z 10mm na 5mm. Okrajové podmínky byly nastaveny stejně, jako v předešlém případě. Výsledná deformace je znázorněna na obrázku (Obr. 66). Maximální průhyb dosáhl hodnoty 17,58mm.



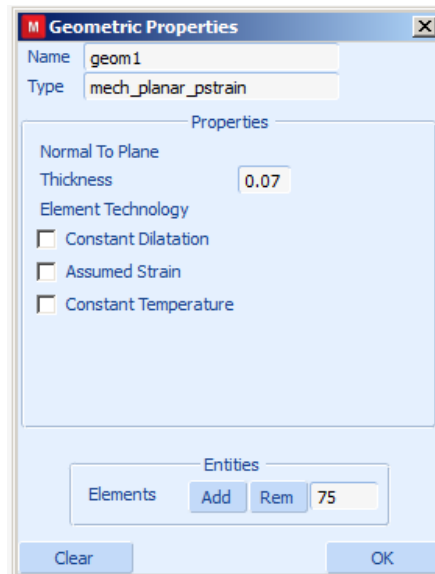
Obr. 66 Velikost deformace- plošný model- délka elementů 5mm

### 7.4 Plošný model- rovinná deformace

Tento případ (rovinná deformace) se od předešlého (rovinné napětí) liší v jiném typu elementu. Po naimportování do programu Marc Mentat se nastaví stejné délky elementu (10mm nebo 5mm), které se vysunuly v ose Y o 50mm (Obr. 67), čímž se nastavila výška průřezu. Poté se v nastavování geometrie nastavila šířka modelu na 70mm (Obr. 68). Typ použité geometrie byl zvolen Planar- Plane Strain (rovinná deformace) => pro rovinnou deformaci je definován element 11. Působící síla byla nastavena na hodnotu 10 kN.



Obr. 67 Vysunutí elementů v ose Y



Obr. 68 Typ geometrie a nastavení šířky

Výpočet proběhl podle typu elementu 11 (viz. Nápověda v programu Marc Mentat). Element typu 11 je čtyři-uzlový, isoparametrický, libovolný čtyřúhelník vhodný pro rovinné deformace. Vzhledem k tomu, že element používá bilineární interpolační funkce, deformace mají tendenci být konstantní v celém prvku. To má za následek špatné chování ve smyku. Obecně platí, že pro zpřesnění výsledků je potřeba používat více elementů nižších řádů, než elementů vyšších řádů, jako jsou typy elementů 27 nebo 54. Z tohoto důvodu je nutné používat jemnou síť. Tomuto elementu je dáвана přednost před elementy vyššího řádu při použití v kontaktní analýze. Tento element může být použit pro všechny základní vztahy (Obr. 69).

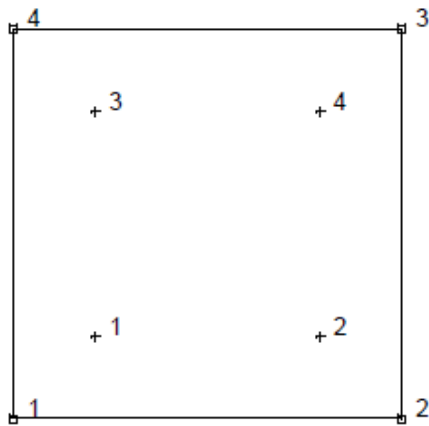
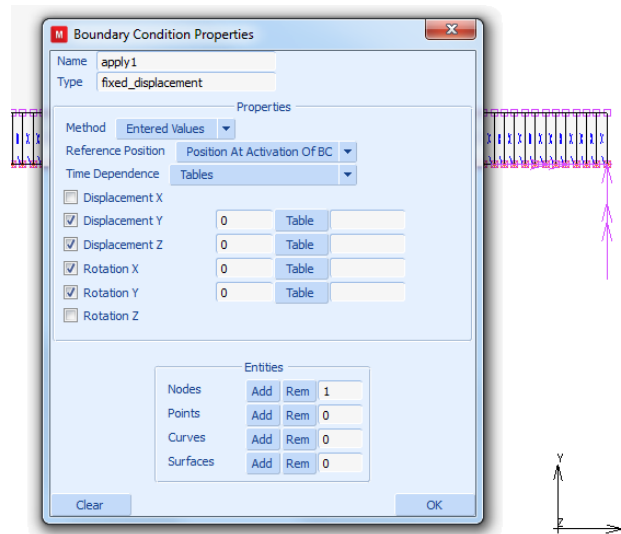


Figure 3-13 Gaussian Integration Points for Element Type 11

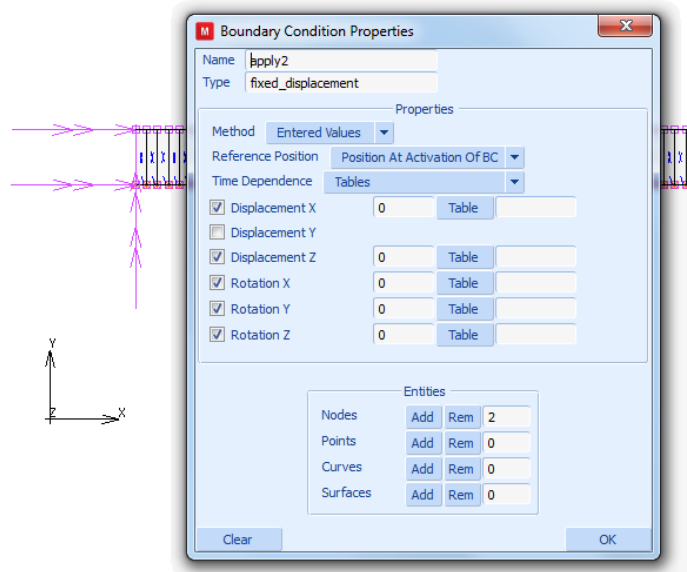
*Obr. 69 Definice elementu 11*

#### 7.4.1 Plošný model- rovinná deformace, délka elementů 10mm

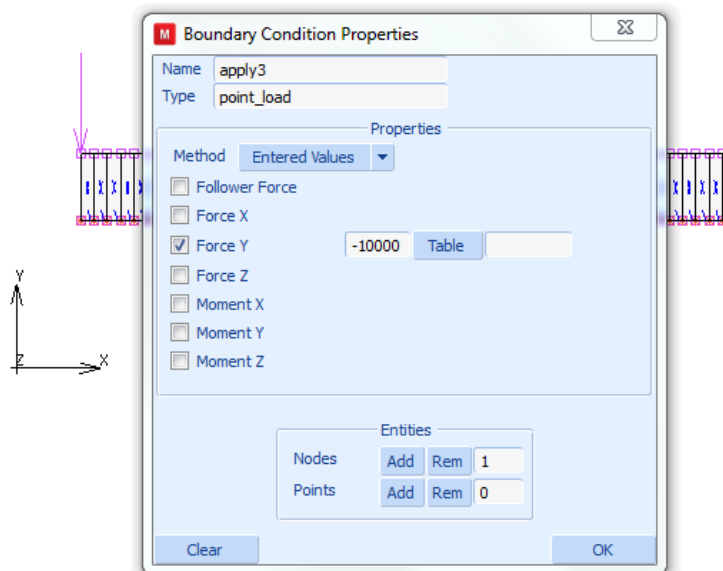
V prvním případě byla nastavena délka elementů 10mm a výška elementů 50mm. Okrajové podmínky byly nastaveny dle obrázku (Obr. 70, 71, 72).



*Obr. 70 Okrajové podmínky obdélníku v bodu 1*



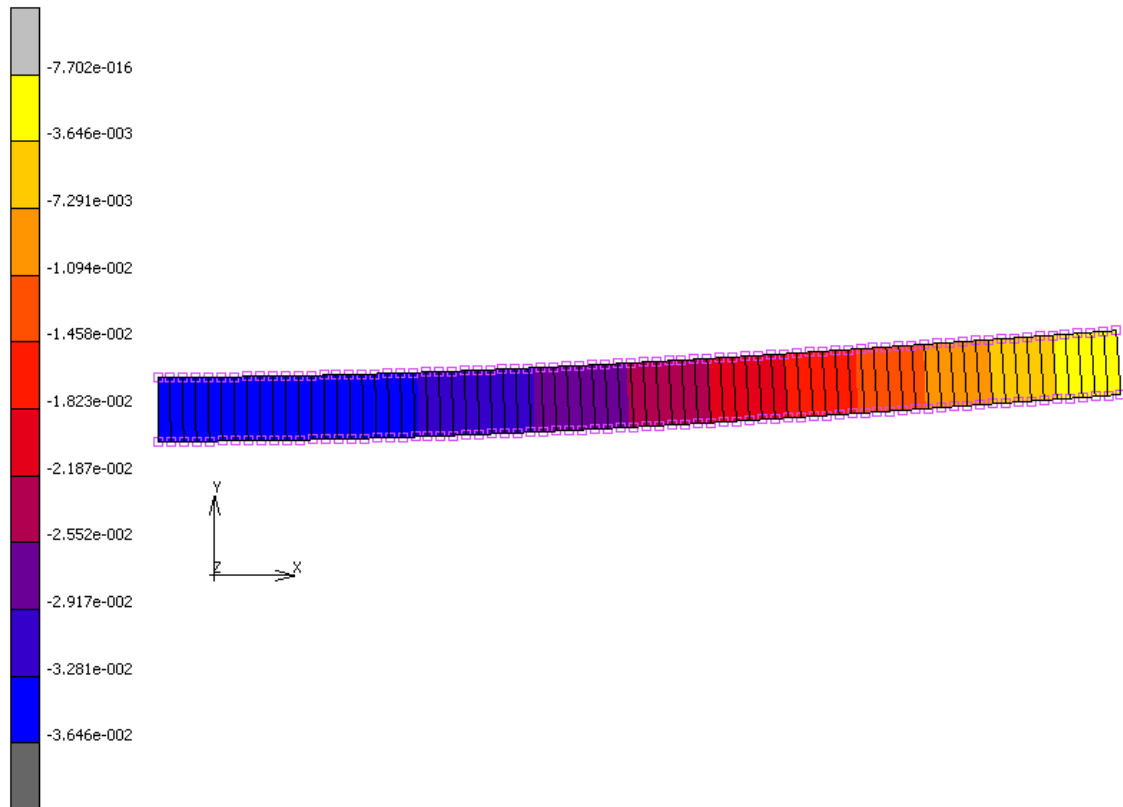
Obr. 71 Okrajové podmínky obdélníku v bodu 2



Obr. 72 Zatížení obdélníku

Modul pružnosti v ohybu pro zvolený materiál je  $E=100000\text{MPa}$  a Poissonovo číslo je 0,3 (jak je uvedeno na začátku kapitoly).

Výsledný průhyb je znázorněna na obrázku (Obr. 73). Maximální průhyb dosáhl hodnoty 36,46mm.

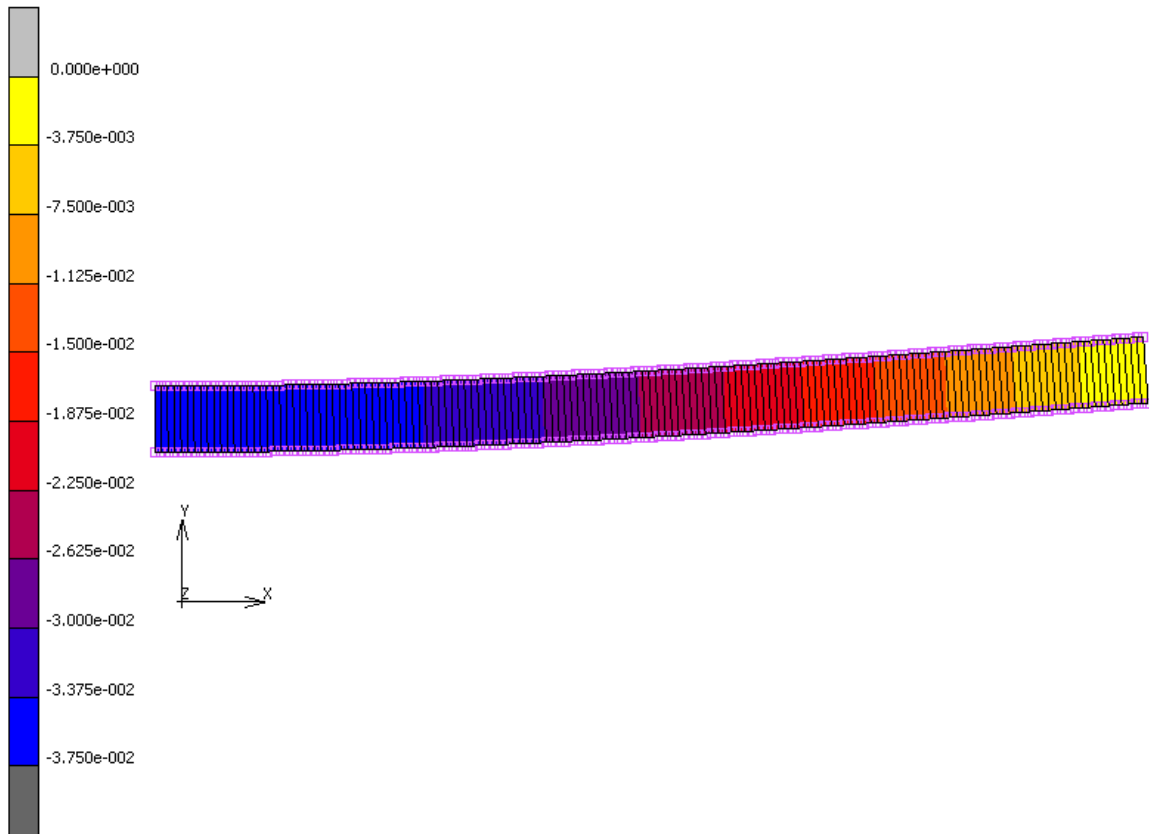


Obr. 73 Velikost deformace- plošný model- délka elementů 10mm

#### 7.4.2 Plošný model- rovinná deformace, délka elementů 5mm

Zde byla změněna délka elementů z 10mm na 5mm. Okrajové podmínky byly nastaveny stejně, jako v předešlém případě. Výsledná deformace je znázorněna na obrázku (Obr. 74). Maximální průhyb dosáhl hodnoty 37,5mm.

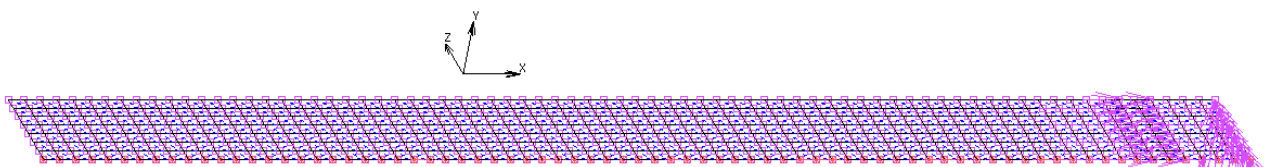




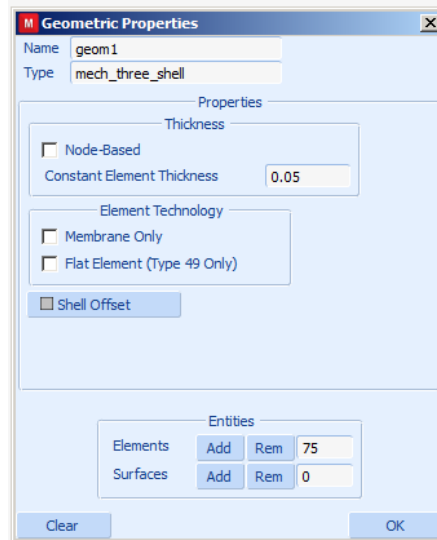
Obr. 74 Velikost deformace- plošný model- délka elementů 5mm

## 7.5 Skořepina

Tento případ se liší od předchozího tím, že se elementy vysunuly ve směru osy Z o 70mm (Obr. 75), čímž byla zadána šířka modelu. Elementy jsou vysunuty po 10mm, čímž dojde ke zjemnění sítě a tím pádem se zpřesní výsledky. Poté byla zadána tloušťka (a tím i výška elementu) modelu 50mm v nastavení geometrie (Obr. 76), kde byl použit typ 3D- SHELL (Thick Shell). Protože je zde síla umístěna na 8 uzlů, tak na každý uzel působí síla o velikosti 1250N. V tomto případě byl typ elementu 75.



Obr. 75 Vysunutí elementů v ose Z

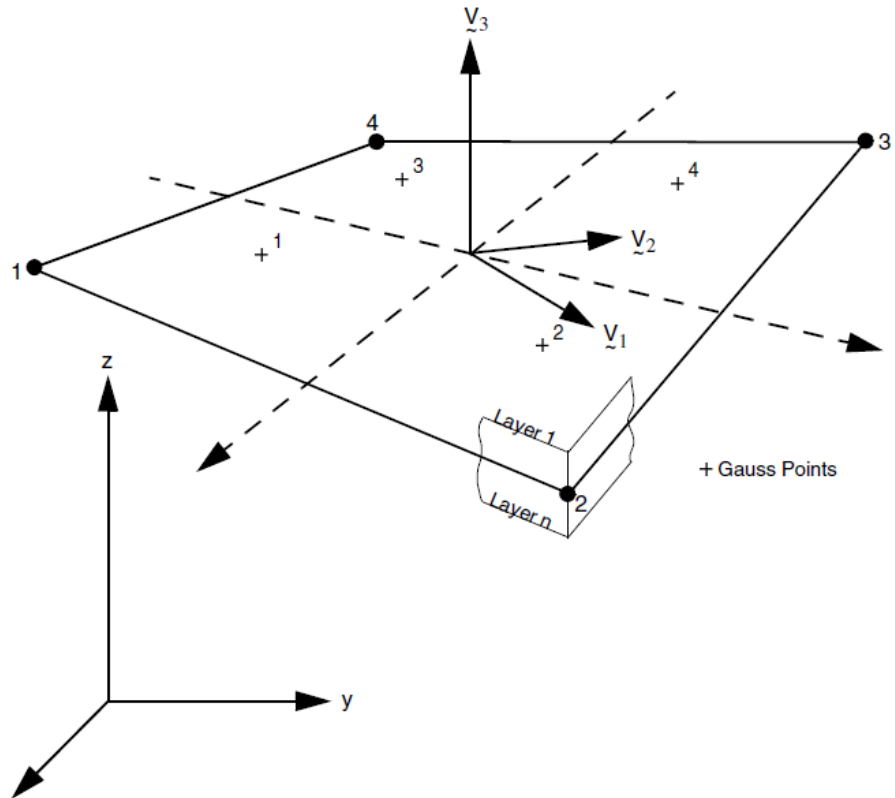


Obr. 76 Tloušťka skořepiny a zvolená geometrie

Elementem číslo 75. Jedná se o čtyř-uzlovou tlustostěnnou skořepinu s globálním posunutím a pootočením podle počtu stupňů volnosti. Bilineární interpolace se používá pro souřadnice, posunutí a rotační pohyby. Deformace skořepiny (membrány) jsou získány z posunutí pole; zakřivení je získáno z pole rotace. Příčné smykové deformace jsou vypočteny ve středu hrany a interpolovány na integrační body. Tímto způsobem se získá velmi efektivní a jednoduchý element, který vykazuje správné chování v hraničním případě tenkých skořepin. Prvek může být použit v analýze zakřivené skořepiny, jakož i v analýze složitých plošných konstrukcí.

Element je definován geometricky v  $(x, y, z)$  souřadnicích ze čtyř rohových uzlů. Vzhledem k bilineární interpolaci tvoří povrch hyperbolický paraboloid, kterému je povoleno degenerovat na plochu. Tloušťka prvku se definuje ve volbě geometrie.

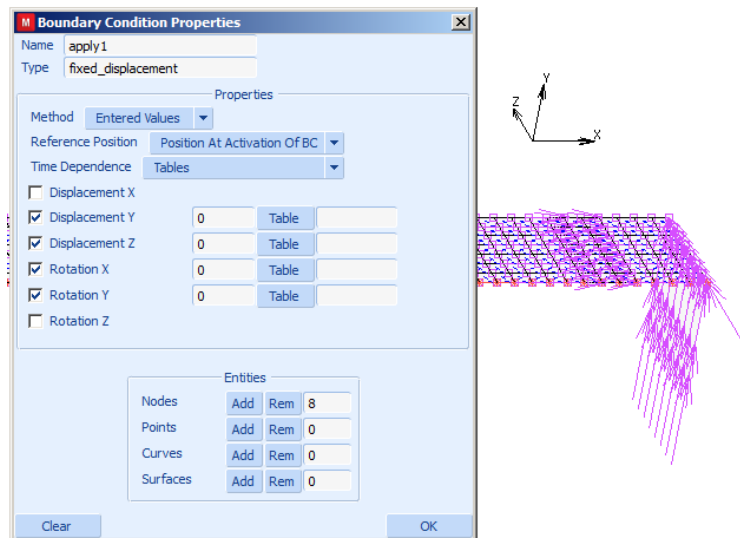
Výstupní napětí je uvedeno v místních kolmých směrech ( $V_1, V_2, V_3$  a), které jsou definovány následujícím způsobem (Obr. 77).



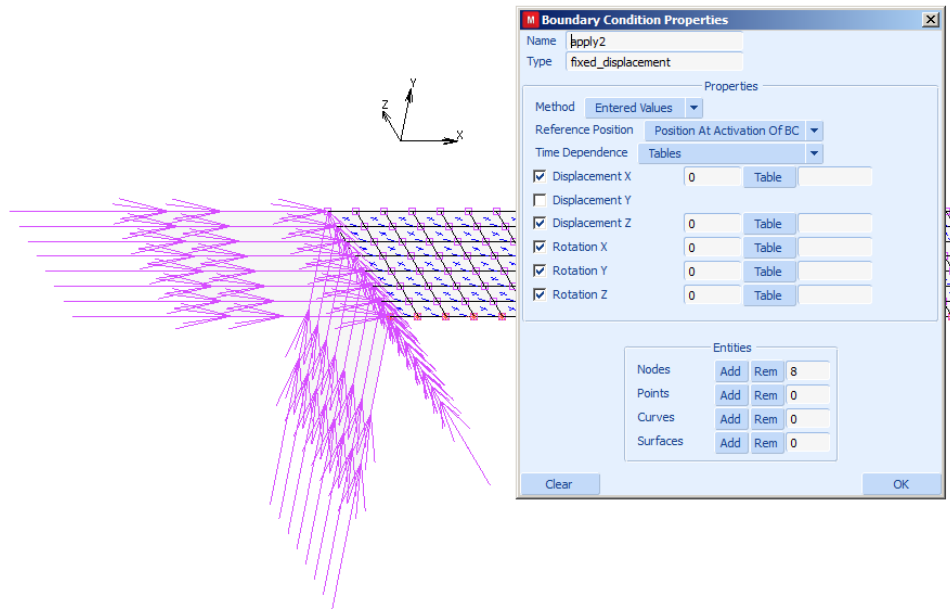
Obr. 77 Výstupní napětí pro element 75

### 7.5.1 Skořepina- délka elementu 10mm

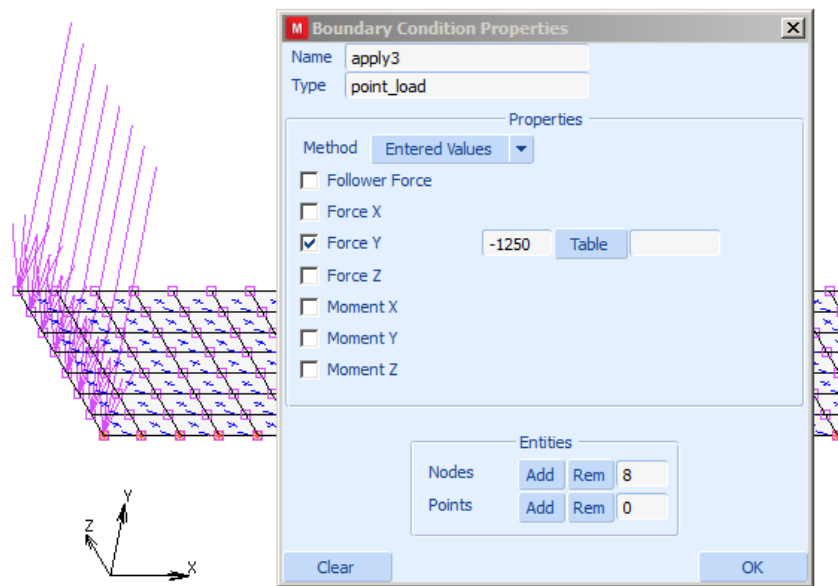
V tomto případě byla nastavena délka elementů na 10mm a šířka elementu 70mm. Okrajové podmínky byly nastaveny dle obrázku (Obr. 78, 79, 80).



Obr. 78 Okrajové podmínky skořepiny v bodu 1



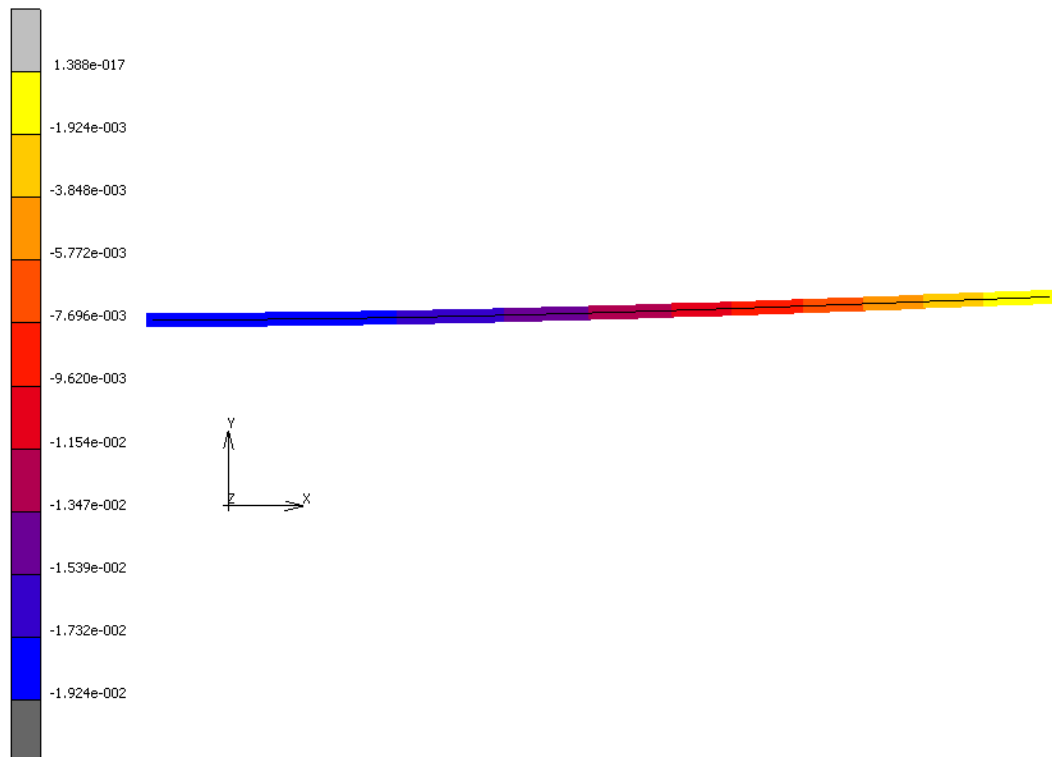
Obr. 79 Okrajové podmínky skořepiny v bodu 2



Obr. 80 Zatížení obdélníku

Modul pružnosti E a Poissonovo číslo byly nastaveny, jak je uvedeno na začátku kapitoly.

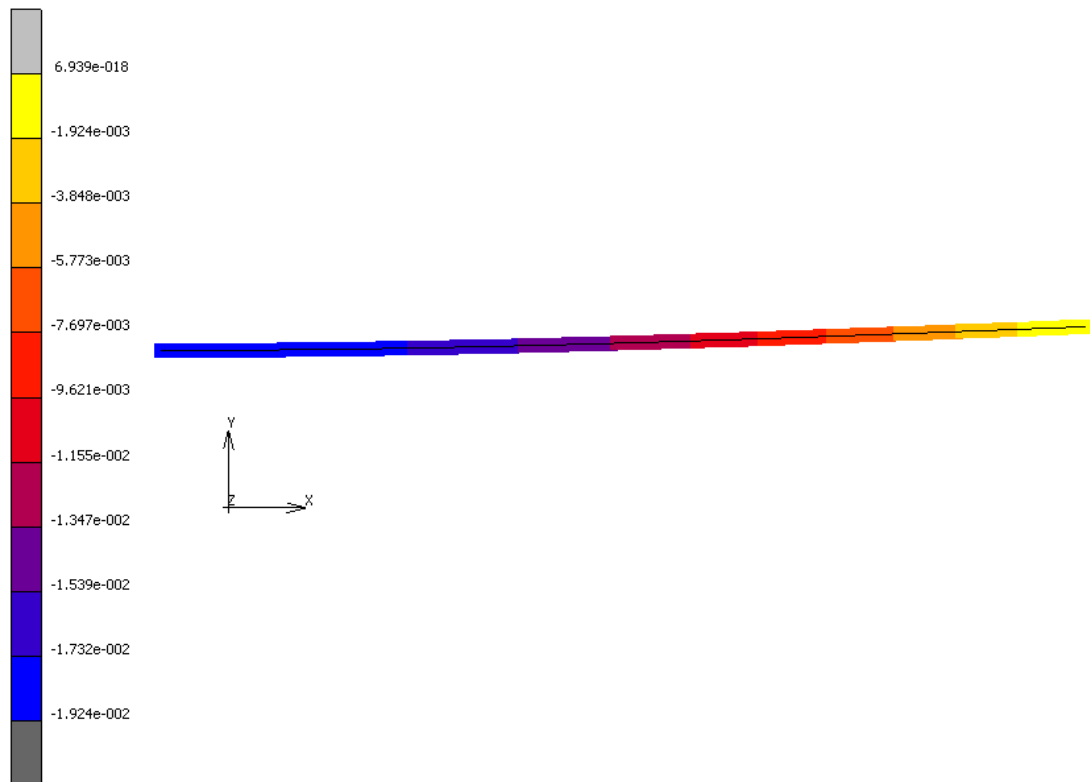
Výsledná maximální deformace (průhyb) je 19,24mm (Obr. 81).



Obr. 81 Velikost deformace- skořepina, délka elementů 10mm

### 7.5.2 Skořepina- délka elementu 5mm

Délka elementů se nastavila v tomto případě na 5mm. Okrajové podmínky byly nastaveny stejně, jako v předešlém případě. Výsledný průhyb (Obr. 82) je 19,24mm.



Obr. 82 Velikost deformace- skořepina, délka elementů 10mm

Tab. 8 Výsledky deformací modelů z izotropního materiálu

ANALÝZA MODELŮ Z IZOTROPNÍHO MATERIÁLU		
Tvar	Průhyb [mm]	
	velikost elementu 5mm	velikost elementu 10mm
Analytický výpočet	19,28	
1D model	-	19,29
Plošný model- rovinná napjatost	17,58	17,32
Plošný model- rovinná deformace	37,50	36,46
Skořepina	19,24	19,24

## 8 ANALÝZA KONKRÉTNÍCH MODELŮ- ORTOTROPNÍ MATERIÁL (KOMPOZIT)

Tento případ analýzy se od předešlého typu liší tím, že se neanalyzuje jeden materiál, ale zkouší se kompozitní materiál složený ze dvou materiálů- jednosměrně orientovaná skelná vlákna (UD sklo) a tkanina, kde jsou vlákna na sebe kolmá. Vlastnosti těchto materiálů jsou znázorněny v následujících tabulkách (Tab. 9, 10).

*Tab. 9 Materiálové hodnoty pro UD sklo*

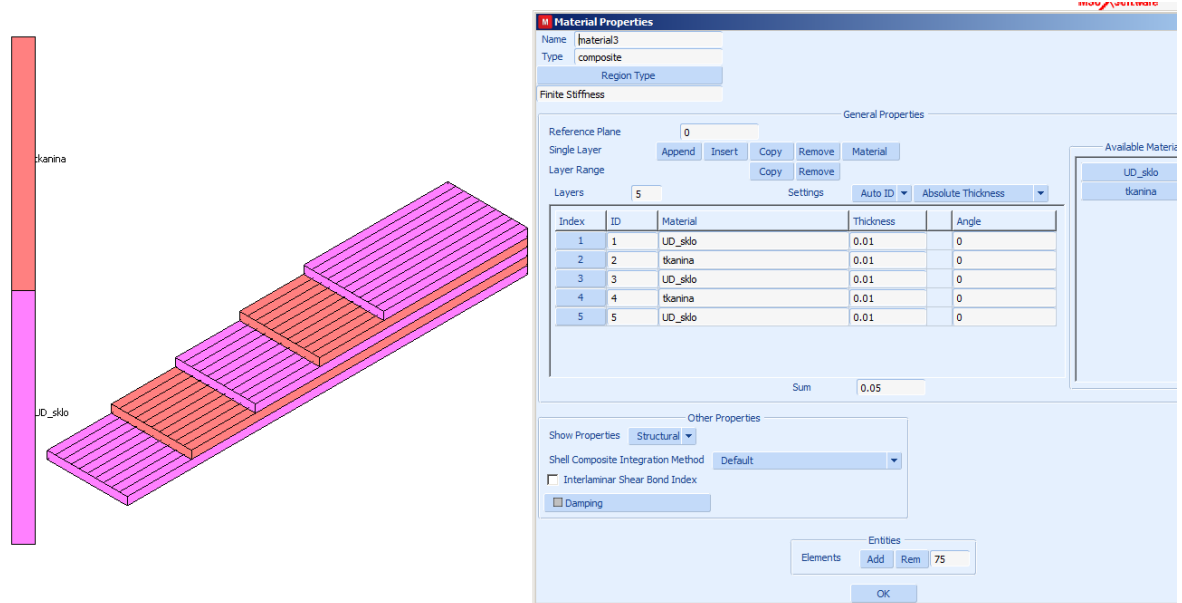
UD sklo		
E	40000	Mpa
	8500	Mpa
	8500	Mpa
Nu	0,3	-
	0,4	-
	0,3	-
G	4500	MPa
	3000	MPa
	4500	MPa

*Tab. 10 Materiálové hodnoty pro tkaninu*

Tkanina		
E	20000	Mpa
	4250	Mpa
	4250	Mpa
Nu	0,3	-
	0,4	-
	0,3	-
G	2250	MPa
	1500	MPa
	2250	MPa

Kde: E- modul pružnosti v tahu, Nu- Poissonovo číslo, G- modul pružnosti ve smyku.

Tyto materiály byly následně poskládány do pěti vrstev (Obr. 83) a každá vrstva měla tloušťku 10mm. Takto poskládaný kompozit byl použit ve všech následujících případech výpočtů modelů.



Obr. 83 Skládání vrstev kompozitu

## 8.1 Model z 1D prvků

Pro 1D model byl průběh analýzy náročnější z důvodu vytváření modelu v programu Patran 2014 (pro element 16 vytváří program Patran speciální souřadnice pro výpočet), kde se definovaly okrajové podmínky, zatížení, elementy a následně byl spuštěn výpočet.

Výpočet proběhl podle elementu 16. Typ elementu 16 je dvěma uzly zakřivený paprsek (nosník) s prostorově interpolovanými posuny z globálních posunů a jejich deriváty s ohledem na délku nosníku na dvou koncových uzlech. Deformační vztahy jsou vhodné pro velké posuvy s malými deformacemi. Průřez je plný obdélníkový průřez. Všechny základní vztahy mohou být použity s tímto prvkem (Obr. 84).



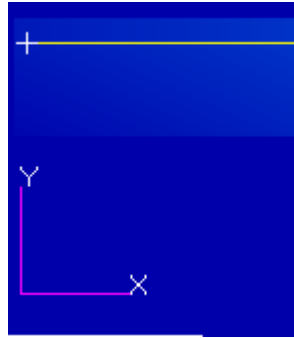
Figure 3-18 Two-node Curved Beam Element

Obr. 84 Definice elementu 16

Potom následovalo naimportování do programu Marc.

Pro spuštění analýzy napřed proběhlo naimportování čáry do programu Patran 2014 (Obr. 85).





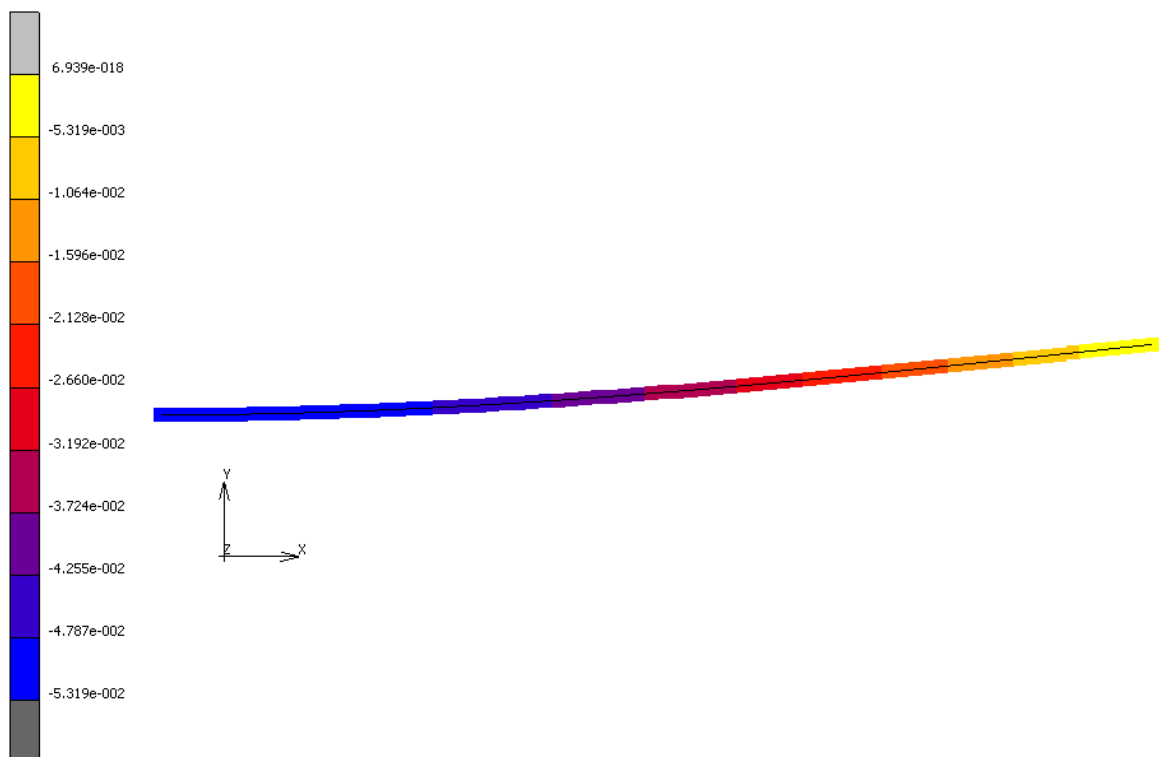
Obr. 85 Model naimportovaný v Patranu

Poté se musely nastavit okrajové podmínky, zatížení, elementy, definovat materiál a následně byl spuštěn výpočet.

Zkoušený kompozit se skládal ze dvou materiálů, jejichž vlastnosti se nastavily v programu Patran podle hodnot uvedených v tabulkách na začátku této kapitoly.

Poté byla vybrána geometrie 1D a následně se nastavily parametry pro výpočet. Poté se mohl model naimportovat do modelu Marc, kde proběhl výpočet.

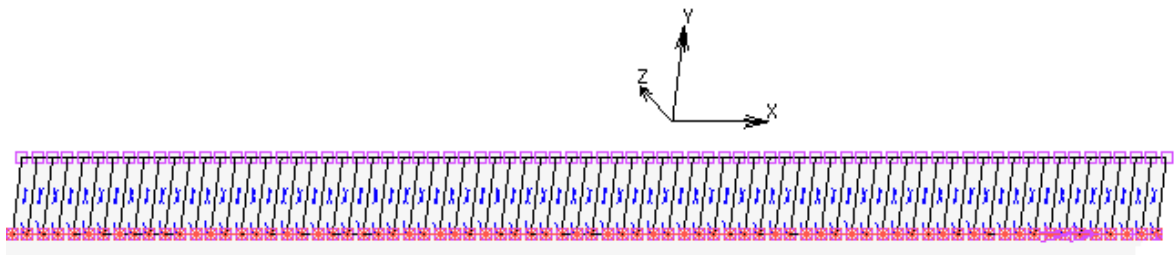
Výsledné prohnutí nosníku je 53,19mm (Obr. 86).



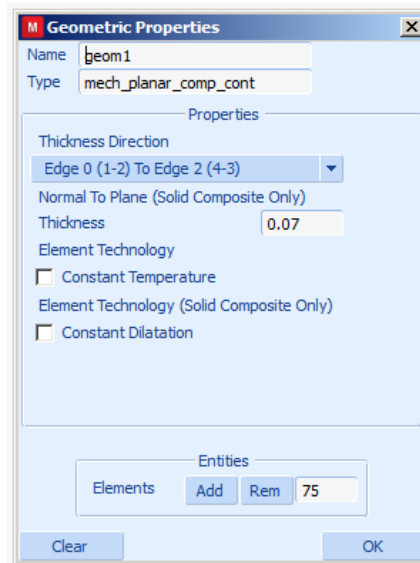
Obr. 86 Velikost deformace- 1D nosník, velikost elementů 10mm

## 8.2 Plošný model- rovinná deformace kompozitu

V tomto případě byl analyzován model přímky, kde se po naimportování do programu Marc Mentat vysunuly elementy v ose Y o 50mm, čímž byla nastavena tloušťka modelu (Obr. 87) a zároveň i výška elementu. Poté se v nastavování geometrie nastavila šířka modelu na 70mm (Obr. 88). Typ použité geometrie byl zvolen Planar- Plane Strain Composite/ Gasket. Působící síla byla nastavena na hodnotu 10 kN.

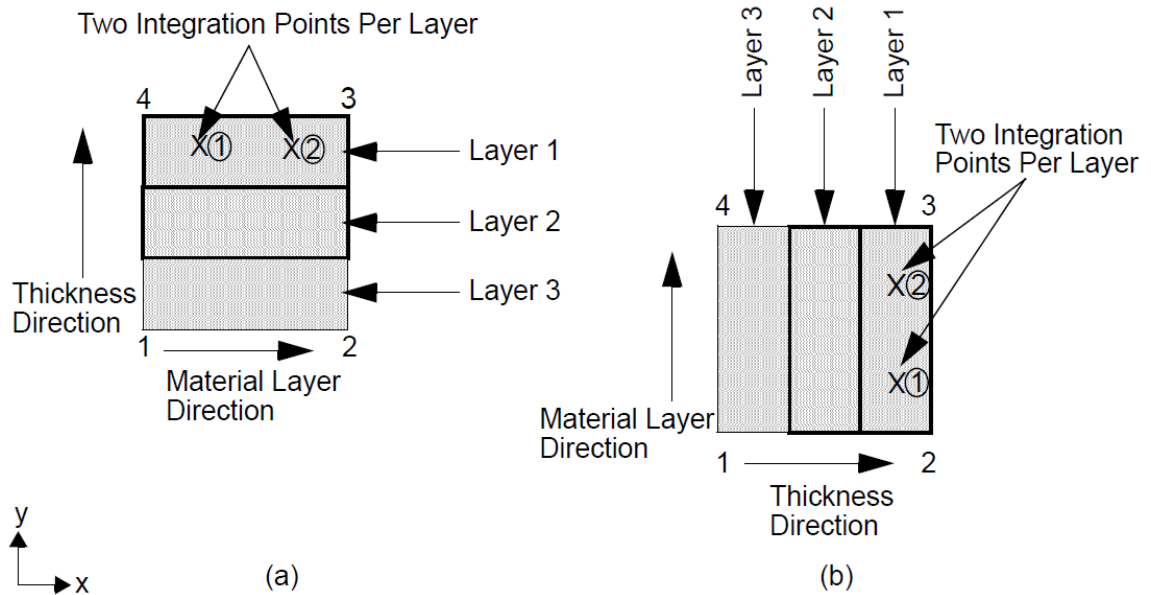


Obr. 87 Vysunutí elementů o 50mm



Obr. 88 Nastavení šířky modelu

Výpočet tohoto typu geometrie proběhl podle elementu číslo151. Jedná se o isoparametrické rovinné deformace čtyř-uzlového složeného (kompozitního) prvku. Různé materiálové vlastnosti mohou být použity pro různé vrstvy v prvku (Obr. 89).

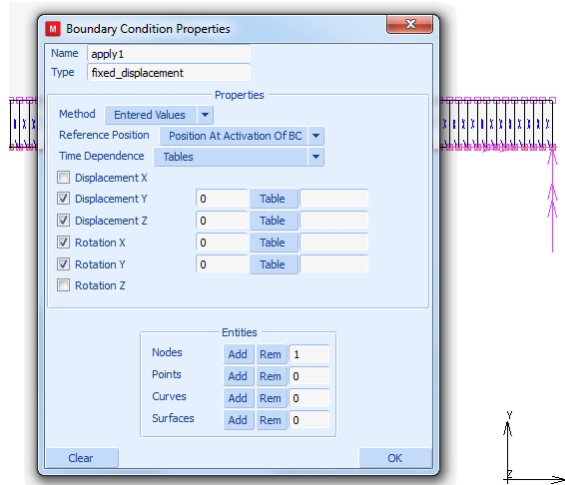


Obr. 89 Definice elementu 151

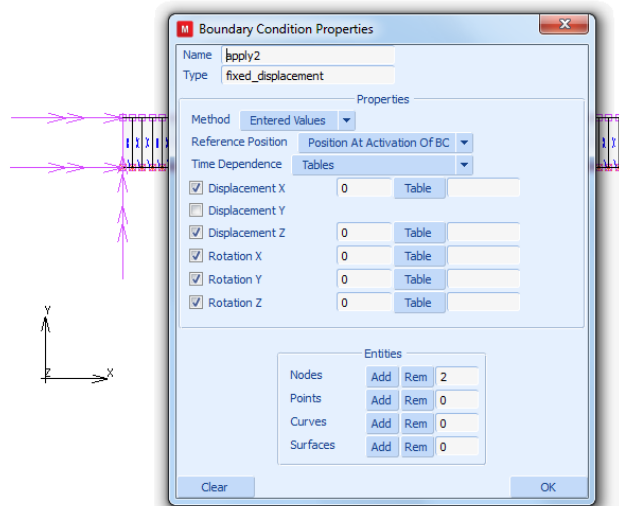
Aby byla zajištěna stabilita prvku, je nutné zadat minimálně dvě vrstvy. Předpokládá se, že každá vrstva je umístěna rovnoběžně k dvojici protilehlých okrajů prvků, tak, aby "tloušťka" byla směr z hrany jednoho prvku na prvek druhý. Každá vrstva obsahuje dva integrační body. Na každou vrstvu se musí zadat prostřednictvím kompozitní možnosti tloušťka (nebo procento tloušťky) a materiál, který je buď přednastavený v nabídce set id, a nebo je možné si nadefinovat vlastní materiál. Maximálně je možné použít 1020 vrstev v rámci každého prvku.

### 8.2.1 Plošný model- rovinná deformace kompozitu, délka elementů 10mm

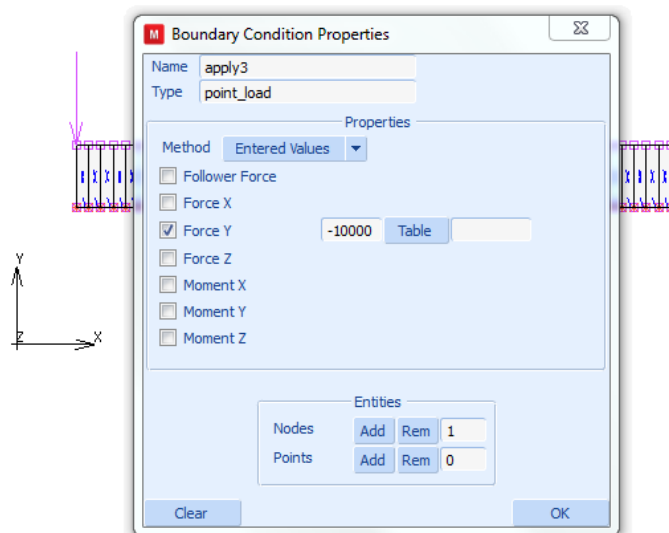
V prvním případě byla nastavena délka elementů na 10mm. Okrajové podmínky byly nastaveny dle obrázku (Obr. 90, 91, 92).



Obr. 90 Okrajové podmínky obdélníku v bodu 1

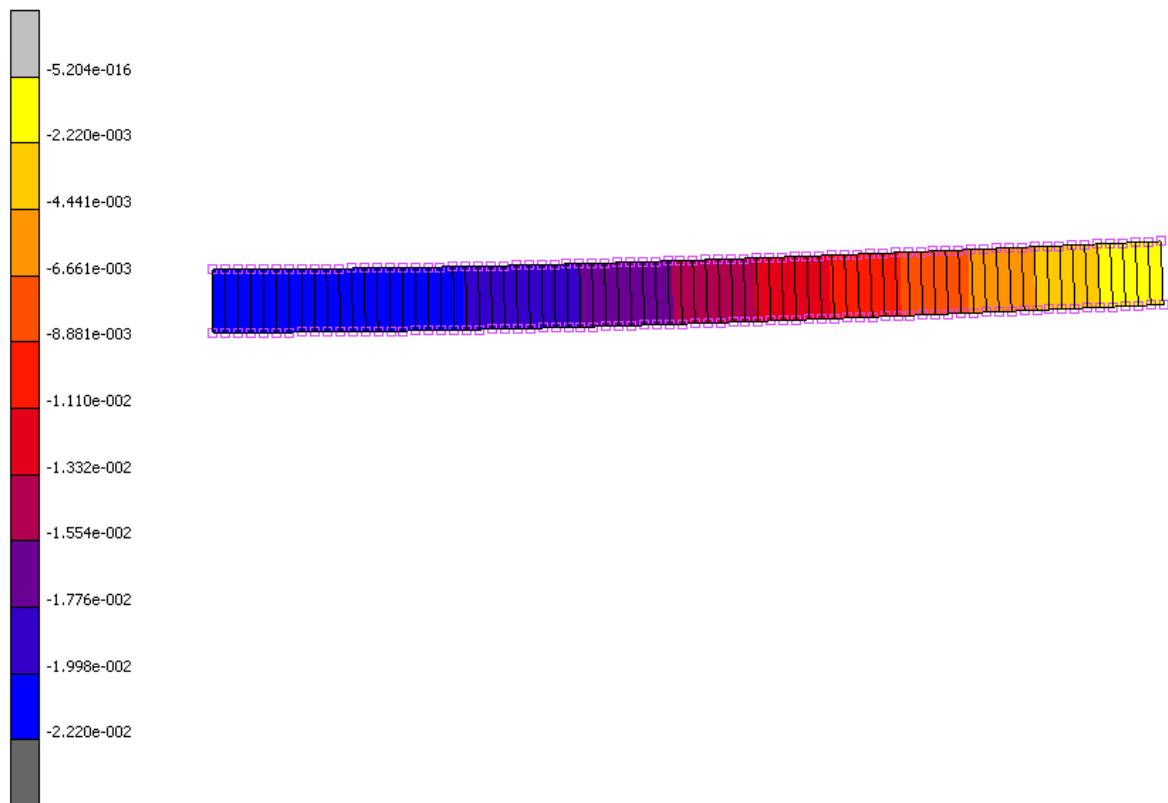


Obr. 91 Okrajové podmínky obdélníku v bodu 2



Obr. 92 Zatížení obdélníku

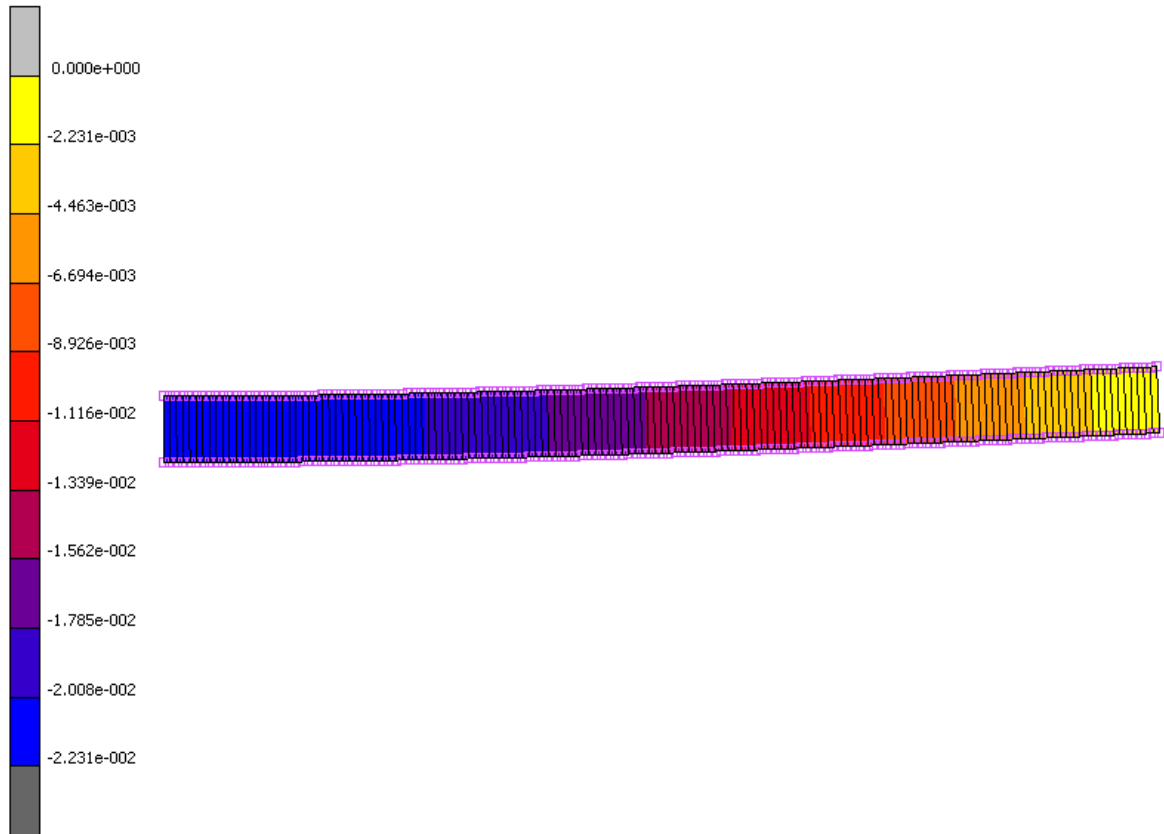
Výsledná deformace je znázorněna na obrázku (Obr. 93). Maximální průhyb dosáhl hodnoty 22,2mm.



Obr. 93 Velikost deformace- plošný model, délka elementů 10mm

### 8.2.2 Plošný model- rovinná deformace kompozitu, délka elementů 5mm

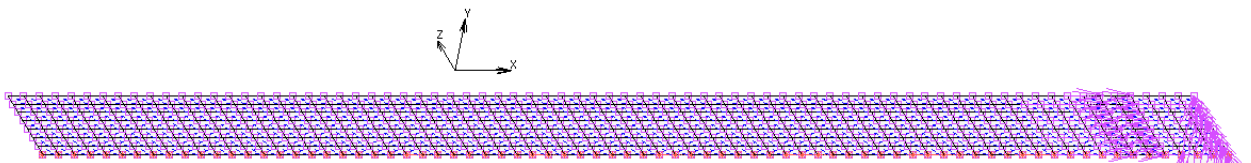
V tomto případě byla délka elementů 5mm. Okrajové podmínky byly nastaveny stejně, jako v předešlém případě. Na obrázku je znázorněna výsledná deformace (Obr. 94). Maximální průhyb dosáhl hodnoty 22,31mm.



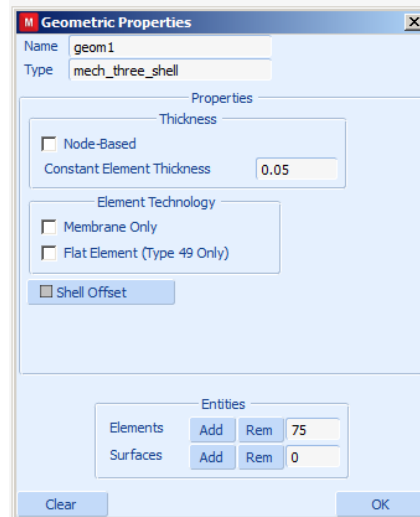
Obr. 94 Velikost deformace- plošný model, délka elementů 5mm

### 8.3 Skořepina- kompozit

Tento případ se liší od předchozího tím, že se elementy vysunuly ve směru osy Z o 70mm (Obr. 95), čímž byla nastavena šířka modelu. Elementy jsou vysunuty po deseti milimetrech ve směru osy Z, což znamená další zpřesnění výpočtu. Poté byla zadána tloušťka (a zároveň i výška elementu) 50mm v nastavení geometrie (Obr. 96), kde byl použit typ 3D-SHELL (Thick Shell). Zde je definován typ elementu 75. Protože je zde síla umístěna na 8 uzlů, tak na každý uzel působí síla o velikosti 1250N.



Obr. 95 Vysunutí elementů o 70mm

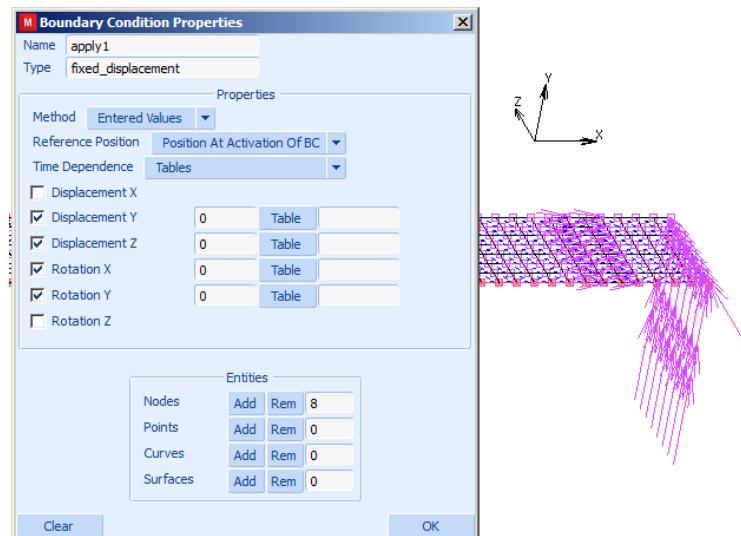


Obr. 96 Nastavení tloušťky listu

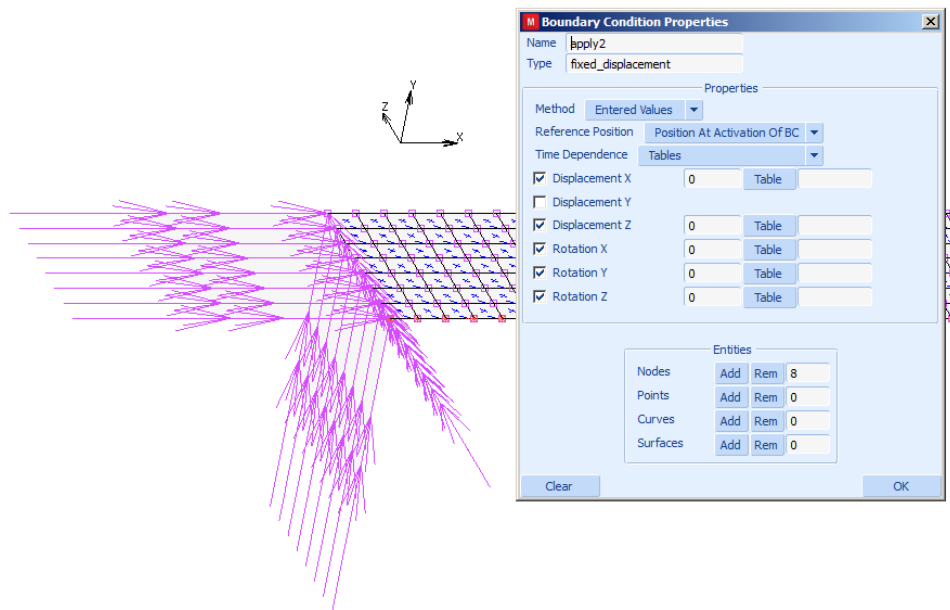
Zde je použit element číslo 75. Definice je popsána u skořepiny z izotropního materiálu.

### 8.3.1 Skořepina- délka elementů 10mm

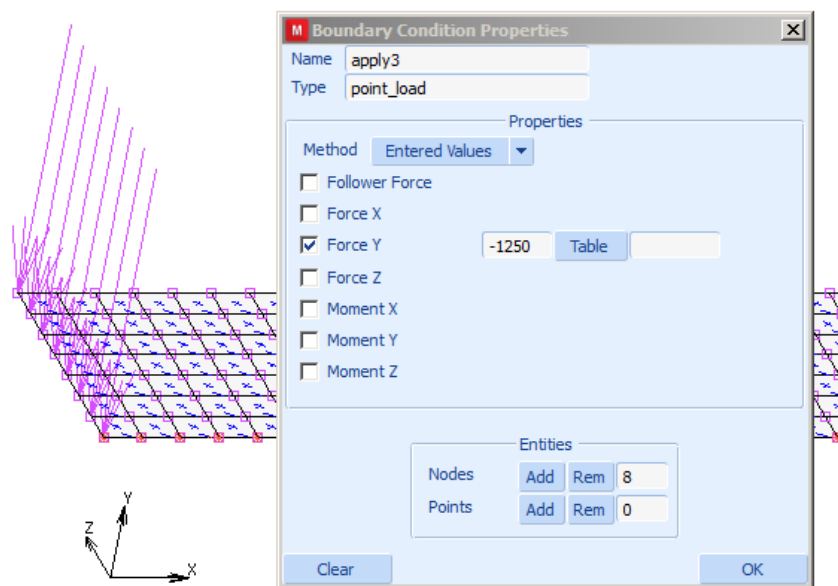
V tomto případě byla nastavena velikost elementů na 10mm. Okrajové podmínky byly nastaveny dle obrázku (Obr. 97, 98, 99).



Obr. 97 Okrajové podmínky skořepiny v bodu 1



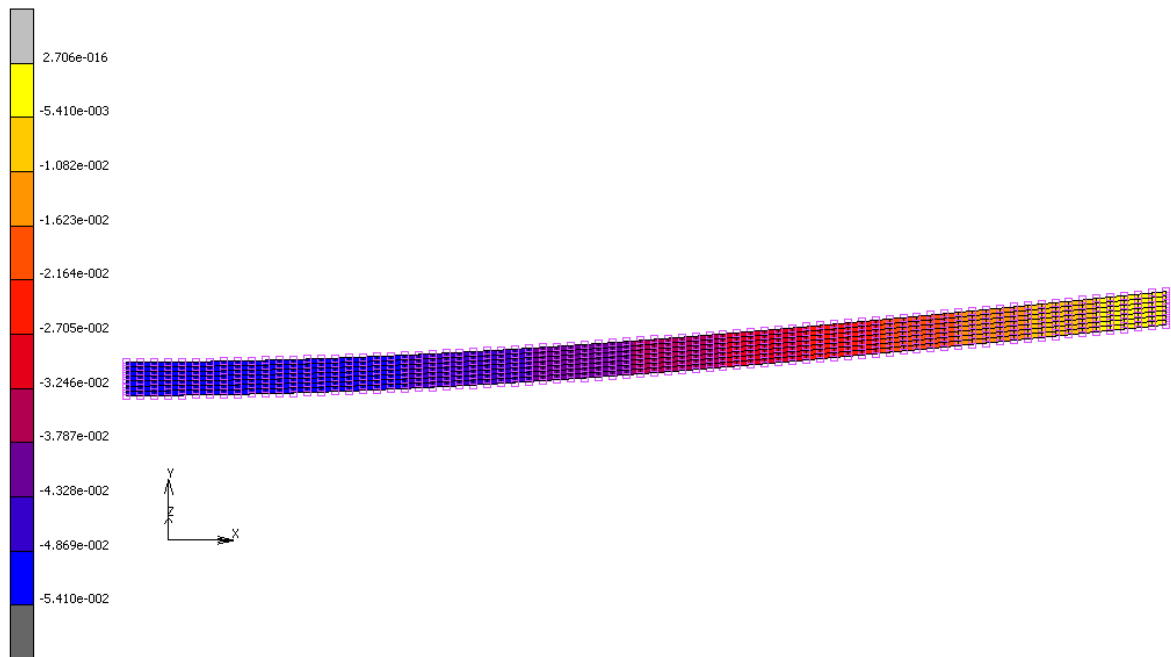
Obr. 98 Okrajové podmínky skořepiny v bodu 2



Obr. 99 Zatížení obdélníku

Výsledná maximální deformace je 54,1mm (Obr. 100).

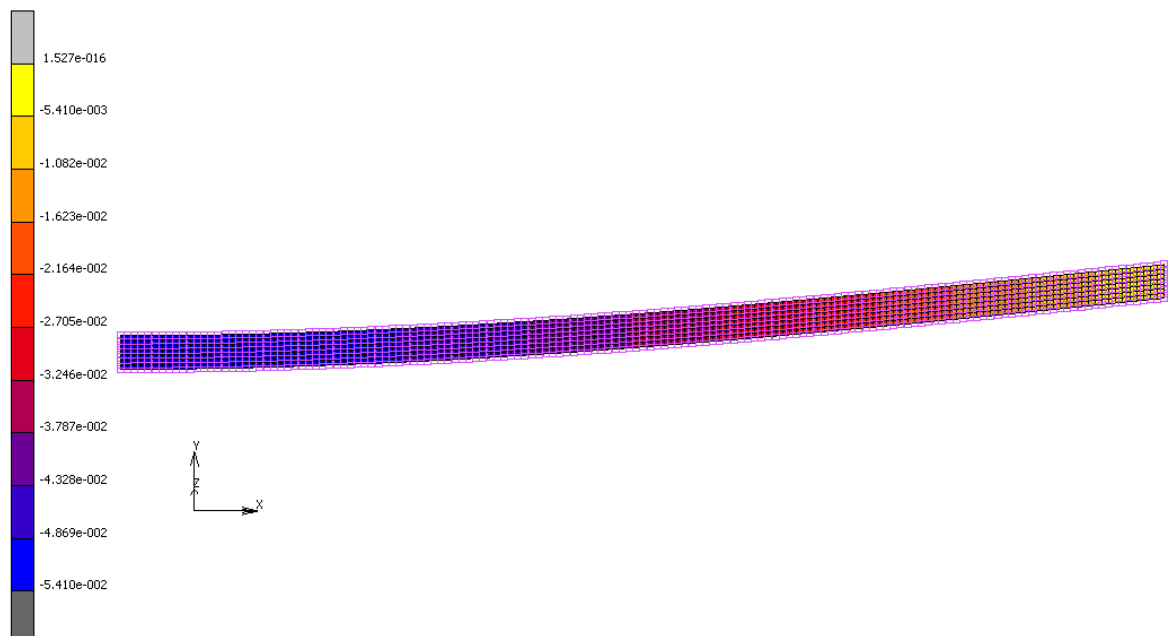




Obr. 100 Velikost deformace- skošepina, délka elementů 10mm

### 8.3.2 Skošepina- délka elementů 5mm

Délka elementů se nastavila na 5mm, výška elementů byla 50mm. Výsledný průhyb je 54,1mm (Obr. 101).



Obr. 101 Velikost deformace- skošepina, velikost elementy 5mm

## 9 VYHODNOCENÍ ANALÝZ

Výsledné hodnoty deformací jsou uvedeny v následující tabulce (Tab. 11).

Tab. 11 Výsledné hodnoty analýz

<b>ANALÝZA MODELŮ Z IZOTROPNÍHO MATERIÁLU</b>		
<b>Tvar</b>	<b>Průhyb [mm]</b>	
	velikost elementu 5mm	velikost elementu 10mm
Analytický výpočet	19,28	
1D model	-	19,29
Plošný model- rovinná napjatost	17,58	17,32
Plošný model- rovinná deformace	37,50	36,46
Skořepina	19,24	19,24
<b>ANALÝZA MODELŮ Z ORTOTROPNÍHO MATERIÁLU-KOMPOZIT</b>		
<b>Tvar</b>	<b>Průhyb [mm]</b>	
	velikost elementu 5mm	velikost elementu 10mm
1D model	-	53,19
Plošný model- rovinná deformace kompozitu	22,31	22,20
skořepina	54,10	54,10

## ZÁVĚR

Tato diplomová práce pojednává o problematice FEM analýzy. Výsledkem práce má být zjištění, který druh nastavení výpočtu a naimportované geometrie je nejideálnější a nejvhodnější k použití v praxi pro výpočet kompozitní listové pružiny.

Práce je rozdělena na část teoretickou a na část praktickou.

V praktické části je podrobně popsán postup při analyzování výrobků v programu pro FEM analýzy. V první kapitole praktické části jsou popsány postupy v použitých programech. Výpočet analýzy probíhal v programu Marc. Pro spuštění analýzy se ale musel napřed vytvořit model, který se má analyzovat. Základní tvar geometrie byl vytvořen v programu Catia V5 R19, který se po dokončení uložil ve formátu igs. Poté byla geometrie naimportována buď do programu Mentat, nebo Patran, kde proběhlo nastavení potřebných parametrů, jako je typ geometrie, počet a velikost elementů, materiál atd. Ve třetí a čtvrté kapitole je popsáno, jaké konkrétní typy modelů a materiálů jsou použity ve výpočtu a jaké výsledné deformace (průhyby) z analýz či výpočtu vyšly. Pro zjištění přesnosti výpočtu zde proběhl výpočet dvou materiálů- izotropního (třetí kapitola) a ortotropního (čtvrtá kapitola), jejichž parametry jsou znázorněny v praktické části a také proběhly dva výpočty pro každý typ, kde byla zvolena rozdílná délka elementů. Délky elementů byly zvoleny 5 a 10 milimetrů. U izotropního materiálu proběhl i analytický výpočet pomocí vzorce pro průhyb tělesa, aby se ověřila velikost průhybu.

Z výsledků analýz, které jsou uvedeny v poslední kapitole praktické části, lze vyvodit závěr takový, že geometrie plošného modelu není vhodná k použití výpočtů pro vrstevnaté (kompozitní) materiály. U izotropního materiálu je vidět ve výsledcích velký rozdíl u plošného modelu. Průhyb plošného modelu při rovinné napjatosti je menší než, průhyb skořepiny a modelu z 1D elementů, zatímco průhyb plošného modelu při rovinné deformaci vychází téměř dvojnásobně větší, než je průhyb skořepiny a modelu z 1D elementů. U analyzování plošného modelu záleží na tvaru zkoumaného modelu. Z výsledků je vidět, že analýzu plošného modelu nelze pro rovinnou deformaci použít, protože typ modelu je vhodnější pro rovinné napětí. Tento typ modelu tím pádem není vhodný pro modelování kompozitní pružiny, protože program Marc neumožňuje analyzovat rovinné napětí plošných modelů z kompozitů. Nicméně se pro ujištění analýza zkusila i pro kompozit, aby se potvrdilo, že plošný model není vhodný pro výpočet rovinné deformace modelů z kompozitního materiálu. Výsledky opět ukazují nevhodnost toho modelu pro analýzu

modelů z kompozitního materiálu. Důsledkem je použití typu geometrie Plane strain Composite/Gasket (rovinná deformace), která (jak je již zmíněno u modelu z izotropního materiálu) není vhodná pro výpočet plošných modelů. Použití takového typu analýzy v praxi by způsobilo velké nepřesnosti.

Nicméně, z výsledků analýz lze zjistit, že model skořepiny i 1D model lze bez problémů použít jak pro modely z izotropního materiálu, tak i pro modely z kompozitu, protože odchylky ve výsledcích jsou minimální. Z definice k elementu 75 vyplývá, že tento typ výpočtu je vhodný pro skořepinový typ modelu. Celé tvrzení o nevhodnosti plošného modelu utvrzuje analytický výpočet a výsledek 1D modelu, který je počítán podle elementu 16. Tento typ elementu je vhodný pro analýzy 1D nosníků.

Dále se orientačně zkoušel vliv délky elementu (jemnosti sítě) na výsledek. Platí, že čím jemnější síť, tím přesnější výsledek. V tomto případě nebyl rozdíl 5mm ve velikosti elementu na výsledku moc znát, nicméně jako směrodatné hodnoty by měly být použity výsledky z analýz, jež měly délku elementu 5mm, protože je u těchto elementů větší deformace. Výška elementu u plošného modelu nebyla rozdělena na více elementů kvůli nastavování vrstev kompozitu.

**SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY**

- [1] Mitcalc.com [online]. 2010 [cit. 2011-05-15]. Pružiny. Dostupné z WWW: <<http://www.mitcalc.com/doc/springs/help/cz/springstxt.htm>>.
- [2] <http://www.gdpkoral.cz/UserFiles/File/PDF-design-manual/kompozity.pdf>
- [3] DAŘOUREK, Karel. *Kompozitní materiály - druhy a jejich užití*. Vyd. 1. Liberec: Technická univerzita v Liberci, 2007, 114 s. ISBN 80-737-2279-8.
- [4] ŠUBA, Oldřich. *Mechanika polymerů a kompozitů*. Vyd. 1. Zlín: Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně, 2011, 110 s. ISBN 978-80-7454-015-8.
- [5] EHRENSTEIN, Gottfried W. *Polymerní kompozitní materiály*. V ČR 1. vyd. Praha: Scientia, 2009, 351 s. ISBN 978-80-86960-29-6.
- [6] CHUNG, Deborah D.L. *Composite materials science and applications*. 2nd ed. London: Springer, 2010. ISBN 978-184-8828-315.
- [7] LAŠ, Vladislav. *Mechanika kompozitních materiálů*. 1. vyd. V Plzni: Západočeská univerzita, 2004, 154 s. ISBN 80-7043-273-X.
- [8] Kratochvíl, B., Švorčík, V., Vojtěch, D. *Úvod do studia materiálů*. 1. vyd. Praha: Vysoká škola chemicko-technologická, 2005.
- [9] Solidmechanics.org. *Applied Mechanics of Solids* [online]. Allan F. Bower, 2012 [cit. 2016-04-07]. Dostupné z: [solidmechanics.org](http://solidmechanics.org)
- [10] [http://www.vagony.cz/pojezdy/vypruzeni/listova\\_pruznice.html](http://www.vagony.cz/pojezdy/vypruzeni/listova_pruznice.html)
- [11] <http://tatra.webz.cz/perovani.htm>
- [12] MAZUMDAR, SANJAY K.: *Composites manufacturing: materials, product, and process engineering*, 2002, ISBN 0-8493-0585-3.
- [13] HAVEL-COMPOSITES [online]. [cit. 2013-01-26]. Dostupné z: <http://www.have-l-composites.com/clanky/4-Technologie/76-Technologie-jejich-popis-a-schemata.-html>.
- [14] Výroba pohledových dílů z polymerů vyztužených uhlíkovými vlákny. In: PANCL, Ondřej a Jan SUCHÁNEK. *MM Průmyslové spektrum* [online]. 2010/11. 2010, 18.11.2010 [cit. 2014-04-11]. Dostupné z: <http://www.mmspektrum.com/clanek/vyroba-pohledovych-dilu-z-polymeru-vyztuzenych-uhlikovymi-vlakny.html>

- 
- [15] ŠUBA, Oldřich. *Dimenzování a navrhování výrobků z polymerů*. Vyd. 1. Zlín: Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně, 2010, 112 s. ISBN 978-80-7318-948-8.
- [16] LEINVEBER, Jan a Pavel VÁVRA. *Strojnické tabulky: pomocná učebnice pro školy technického zaměření*. 3., dopl. vyd. Úvaly: Albra, 2006. ISBN 80-7361-033-7.

**SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK**

$\sigma$	Pevnost materiálu [Pa]
$\varepsilon$	Deformace materiálu [-]
E	Modul pružnosti v tahu (Youngův modul) [Pa]
G	Modul pružnosti ve smyku [Pa]
$\nu$	Poissonovo číslo [-]
k	Tuhost pružiny [N/m]
$\Sigma$	Součet
CAD	Počítačem podporované projektování
2D	Dvourozměrný prvek
u	Posunutí [m]
F	Působící síla [N]
J	Kvadratický moment průřezu [mm <sup>4</sup> ]
y	Velikost průhybu [mm]

## SEZNAM OBRÁZKŮ

<i>Obr. 1 Geometrické tvary výztuže [8]</i> .....	13
<i>Obr. 2 Typy rovingů a tkanin [2]</i> .....	14
<i>Obr. 3 Synergický efekt kompozitních materiálů [3]</i> .....	16
<i>Obr. 4 Styčná plocha vlákna a matrice [6]</i> .....	17
<i>Obr. 5 Smáčivost povrchu: A- kapka smáčivé kapaliny, B- kapka nesmáčivé kapaliny na pevném povrchu [3]</i> .....	17
<i>Obr. 6 Schéma technologie RTM</i> .....	20
<i>Obr. 7 Jednotlivé vrstvy při vakuové infúzi [12]</i> .....	21
<i>Obr. 8 Vakuové prosycování- výroba lodí</i> .....	22
<i>Obr. 9 Pultruzní linka na výrobu profilů</i> .....	22
<i>Obr. 10 Navíjení vláken na trn</i> .....	23
<i>Obr. 11 Složky napětí [5]</i> .....	25
<i>Obr. 12 Materiál s jedinou rovinou symetrie elastických vlastností [5]</i> .....	28
<i>Obr. 13 Ortotropní materiál [5]</i> .....	29
<i>Obr. 14 Příčně izotropní materiál [5]</i> .....	30
<i>Obr. 15 Idealizovaný plošný model dlouhovláknou struktury [15]</i> .....	31
<i>Obr. 16 Rozdělení modelu na 2 části s odpovídajícím objemovým zastoupením složek - působení v podélném směru [15]</i> .....	32
<i>Obr. 17 Rozdělení modelu na 2 části s odpovídajícím objemovým zastoupením složek- působení v příčném směru [15]</i> .....	33
<i>Obr. 18. Průběh deformace v závislosti na zatížení [1]</i> .....	37
<i>Obr. 19 Tlačné pružiny [1]</i> .....	38
<i>Obr. 20 Tažné pružiny [1]</i> .....	38
<i>Obr. 21 Jednoramenná pružina [1]</i> .....	39
<i>Obr. 22 Dvouramenná pružina [1]</i> .....	39
<i>Obr. 23 Svazek listových pružin [10]</i> .....	40
<i>Obr. 24 Extra pružina [1]</i> .....	42
<i>Obr. 25 Torzní tyč [11]</i> .....	43
<i>Obr. 26 Typická síť vygenerovaná komerčním FEA kódem</i> .....	47
<i>Obr. 27 Rovinná napjatost desky s dírou [9]</i> .....	48
<i>Obr. 28 Rovinná deformace válce [9]</i> .....	48
<i>Obr. 29 Síť v osově souměrném modelu [9]</i> .....	49



<i>Obr. 30</i> Body (uzly) a elementy [9] .....	49
<i>Obr. 31</i> Druhy geometrií [9] .....	51
<i>Obr. 32</i> Uzly připojené k elementům [9] .....	52
<i>Obr. 33</i> Interpolace elementů [9] .....	52
<i>Obr. 34</i> Speciální typy elementu [9] .....	53
<i>Obr. 35</i> Matice napětí- deformace v materiálu [9] .....	55
<i>Obr. 36</i> Křivka jednoosé napjatosti pro elasticko- plastické materiály [9] .....	55
<i>Obr. 37</i> Variace kluzu při plastické deformaci [9] .....	56
<i>Obr. 38</i> Spojení dvou povrchů [9] .....	57
<i>Obr. 39</i> 2D a 3D tuhé plochy [9] .....	58
<i>Obr. 40</i> Omezení povrchů v kontaktu [9] .....	59
<i>Obr. 41</i> Geometrie pružiny .....	62
<i>Obr. 42</i> Nastavení okrajových podmínek v ose symetrie .....	63
<i>Obr. 43</i> Prostředí programu Marc Mentat 2014 .....	64
<i>Obr. 44</i> Naimportování modelu a nastavení jednotek .....	64
<i>Obr. 45</i> Tabulka nastavení vzdálenosti elementů .....	65
<i>Obr. 46</i> Nastavení elementů- výběr z části .....	65
<i>Obr. 47</i> Vysíťovaný model- výběr z části .....	65
<i>Obr. 48</i> Nabídka různých typů geometrie .....	66
<i>Obr. 49</i> Nastavování vlastností materiálu .....	66
<i>Obr. 50</i> Sestavování kompozitu .....	67
<i>Obr. 51</i> Nastavení okrajových podmínek .....	67
<i>Obr. 52</i> Nastavení zatížení .....	68
<i>Obr. 53</i> Nastavení stavu zatěžování .....	69
<i>Obr. 54</i> Nastavení výpočtu .....	69
<i>Obr. 55</i> Nastavení výpočtu .....	70
<i>Obr. 56</i> Definice elementu 16 .....	71
<i>Obr. 57</i> Část modelu naimportovaného v Patranu .....	72
<i>Obr. 58</i> Průhyb 1D geometrie .....	72
<i>Obr. 59</i> Vysunutí elementů v ose Y .....	73
<i>Obr. 60</i> Typ geometrie a nastavení šířky .....	73
<i>Obr. 61</i> Definice elementu 3 .....	74
<i>Obr. 62</i> Okrajové podmínky obdélníku v bodu 1 .....	74

<i>Obr. 63 Okrajové podmínky obdélníku v bodu 2</i> .....	74
<i>Obr. 64 Zatížení obdélníku</i> .....	75
<i>Obr. 65 Velikost deformace- plošný model- délka elementů 10mm</i> .....	75
<i>Obr. 66 Velikost deformace- plošný model- délka elementů 5mm</i> .....	76
<i>Obr. 67 Vysunutí elementů v ose Y</i> .....	77
<i>Obr. 68 Typ geometrie a nastavení šířky</i> .....	77
<i>Obr. 69 Definice elementu 11</i> .....	78
<i>Obr. 70 Okrajové podmínky obdélníku v bodu 1</i> .....	78
<i>Obr. 71 Okrajové podmínky obdélníku v bodu 2</i> .....	79
<i>Obr. 72 Zatížení obdélníku</i> .....	79
<i>Obr. 73 Velikost deformace- plošný model- délka elementů 10mm</i> .....	80
<i>Obr. 74 Velikost deformace- plošný model- délka elementů 5mm</i> .....	81
<i>Obr. 75 Vysunutí elementů v ose Z</i> .....	81
<i>Obr. 76 Tloušťka skořepiny a zvolená geometrie</i> .....	82
<i>Obr. 77 Výstupní napětí pro element 75</i> .....	83
<i>Obr. 78 Okrajové podmínky skořepiny v bodu 1</i> .....	83
<i>Obr. 79 Okrajové podmínky skořepiny v bodu 2</i> .....	84
<i>Obr. 80 Zatížení obdélníku</i> .....	84
<i>Obr. 81 Velikost deformace- skořepina, délka elementů 10mm</i> .....	85
<i>Obr. 82 Velikost deformace- skořepina, délka elementů 10mm</i> .....	86
<i>Obr. 83 Skládání vrstev kompozitu</i> .....	88
<i>Obr. 84 Definice elementu 16</i> .....	88
<i>Obr. 85 Model naimportovaný v Patranu</i> .....	89
<i>Obr. 86 Velikost deformace- 1D nosník, velikost elementů 10mm</i> .....	89
<i>Obr. 87 Vysunutí elementů o 50mm</i> .....	90
<i>Obr. 88 Nastavení šířky modelu</i> .....	90
<i>Obr. 89 Definice elementu 151</i> .....	91
<i>Obr. 90 Okrajové podmínky obdélníku v bodu 1</i> .....	92
<i>Obr. 91 Okrajové podmínky obdélníku v bodu 2</i> .....	92
<i>Obr. 92 Zatížení obdélníku</i> .....	92
<i>Obr. 93 Velikost deformace- plošný model, délka elementů 10mm</i> .....	93
<i>Obr. 94 Velikost deformace- plošný model, délka elementů 5mm</i> .....	94
<i>Obr. 95 Vysunutí elementů o 70mm</i> .....	94

---

<i>Obr. 96 Nastavení tloušťky listu .....</i>	<i>95</i>
<i>Obr. 97 Okrajové podmínky skořepiny v bodu 1 .....</i>	<i>95</i>
<i>Obr. 98 Okrajové podmínky skořepiny v bodu 2 .....</i>	<i>96</i>
<i>Obr. 99 Zatížení obdélníku .....</i>	<i>96</i>
<i>Obr. 100 Velikost deformace- skořepina, délka elementů 10mm .....</i>	<i>97</i>
<i>Obr. 101 Velikost deformace- skořepina, velikost elementy 5mm .....</i>	<i>97</i>

**SEZNAM TABULEK**

<i>Tab. 1 Počet nezávislých konstant pro jednotlivé druhy materiálů .....</i>	<i>31</i>
<i>Tab. 2 Elastické konstanty [15] .....</i>	<i>35</i>
<i>Tab. 3 Vztahy pro výpočet samostatné listové pružiny s konstantním profilem [1] .....</i>	<i>40</i>
<i>Tab. 4 Vztahy pro výpočet samostatné listové pružiny s parabolickým profilem [1] .....</i>	<i>41</i>
<i>Tab. 5 Vztahy pro výpočet svazkové listové pružiny[1] .....</i>	<i>41</i>
<i>Tab. 6 Základní výpočty pružin.....</i>	<i>43</i>
<i>Tab. 7 Tabulka koeficientů tvarového součinitele [1] .....</i>	<i>44</i>
<i>Tab. 8 Výsledky deformací modelů z izotropního materiálu .....</i>	<i>86</i>
<i>Tab. 9 Materiálové hodnoty pro UD sklo .....</i>	<i>87</i>
<i>Tab. 10 Materiálové hodnoty pro tkaninu .....</i>	<i>87</i>
<i>Tab. 11 Výsledné hodnoty analýz .....</i>	<i>98</i>

