

Dynamické vlastnosti a návrh řízení výměníku tepla s promícháváním a spirálovým chlazením

Dynamic behaviour and control design of a stirred heat exchange
with spiral cooling

Bc. Aleš Habáň

Diplomová práce
2007



Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně
Fakulta aplikované informatiky

Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně
Fakulta aplikované informatiky

Ústav řízení procesů
akademický rok: 2006/2007

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení: **Bc. Aleš HABÁŇ**
Studijní program: **N 2807 Chemické a procesní inženýrství**
Studijní obor: **Automatizace a řídicí technika**

Téma práce: **Dynamické vlastnosti a návrh řízení výměníku tepla s promícháváním a spirálovým chlazením.**

Zásady pro vypracování:

1. Odvodte analytický matematický model výměníku tepla.
2. Zjistěte technologické parametry laboratorního zařízení.
3. Odvodte rovnice popisující ustálený stav výměníku.
4. Sestavte počítačový model pro řešení dynamických vlastností výměníku.
5. Porovnejte výsledky simulací ustáleného stavu a dynamiky procesu s charakteristikami naměřenými na laboratorním zařízení.
6. Navrhněte regulátor pro řízení teploty ve výměníku. V návrhu použijte polynomiální metodu.
7. Simulujte řízení tepelného výměníku.

Rozsah práce:

Rozsah příloh:

Forma zpracování diplomové práce: **tištěná/elektronická**

Seznam odborné literatury:

[1] Ogunnaike, B.A., Ray, W.H.: Process dynamics, modeling, and control. Oxford University Press, New York, 1994.

[2] Horáček, P.: Systémy a modely (skriptum). Vydavatelství ČVUT, Praha, 1999.

[3] Severance, F.L.: System modelling and simulation. Wiley, Chichester, 2001.

[4] Saleri, F., Quarteroni, A.: Scientific computing with MATLAB. Springer, Heidelberg, 2001.


[5] Kučera, V.: Diophantine equations in control – A survey. Automatica, vol. 29, 1993, 1361–1375

Vedoucí diplomové práce: **prof. Ing. Petr Dostál, CSc.**
Ústav řízení procesů

Datum zadání diplomové práce: **13. února 2007**

Termín odevzdání diplomové práce: **24. května 2007**

Ve Zlíně dne 13. února 2007



prof. Ing. Vladimír Vašek, CSc.
děkan



prof. Ing. Petr Dostál, CSc.
ředitel ústavu

ABSTRAKT

Úkolem předložené diplomové práce bylo sestavit model průtočného míchaného tepelného výměníku chlazeného spirálou, kterou protéká chladicí kapalina. Jedná se o kombinaci systému se soustředěnými parametry (míchaný prostor výměníku) a systému se spojitě rozloženými parametry (chladicí spirála). Je uvažováno se změnou průtoků jak chlazeného tak chladicího média, v důsledku toho se jedná o systém nelineární. Model dynamiky míchané části je popsán obyčejnou diferenciální rovnicí, model spirály parciální diferenciální rovnicí. Tomu pak odpovídá model ustáleného stavu vyjádřený rovnicí algebraickou a obyčejnou diferenciální.

K řešení ustáleného stavu je využita diferenční metoda, k řešení dynamiky pak diferenční metoda spolu se standardní metodou Runge-Kutta. Dynamické charakteristiky získané z matematického modelu jsou porovnány s charakteristikami naměřenými na reálném laboratorním výměníku, který součástí výbavy učebny reálných procesů. V poslední části práce je navrženo a simulováno řízení výměníku. Při návrhu regulátorů je použita polynomiální metoda spolu s metodou přiřazení pólů a je uvažováno řízení v 1DOF i 2DOF struktuře systému řízení. Všechny simulace jsou prováděny v prostředí programu MATLAB.

Klíčová slova: výměník tepla, matematický model, systém s rozloženými parametry, diferenční metoda, polynomiální metoda.

ABSTRACT

The aim of this thesis was the compilation of stirred heat flow model of exchanger with spiral cooling, with circulating cooling liquid. It is a combination of model with lumped parameters (a stirred space of exchanger) and the system with continuously distributed parameters (a cooling spiral). It is considered about change of flow cooling liquid and the change of cooling medium, too. In consequence of that, exchanger is a nonlinear system. The model of stirred part is described by ordinary differential equation and by partial differential equation. Model of steady state is expressed as algebraic equation and ordinary differential equation. For a steady state solving is used a difference method. For a

dynamic solving was used a difference method, such as standard Runge-Kutta method. Dynamic characteristic of mathematic model are confronted with a characteristic from a real laboratory exchanger model. The real model is situated in classroom of Real processes control. In the last part of this thesis is projected and simulated exchanger control. To project of controller is used a polynomial method with a polynomial approach design and is allow in 1DOF or 2DOF system configuration control. Everyone simulations are executed in MATLAB, the computer program.

Keywords: heat exchanger, mathematic model, continuously distributed parameters model, difference method, polynomial method

Na tomto místě bych rád poděkoval vedoucímu mé diplomové práce Prof. Ing. Petru Dostálovi, Csc. za odborné vedení, cenné rady a připomínky, jakož i trvalý zájem, který mé práci věnoval.

Prohlašuji, že jsem na diplomové práci pracoval samostatně a použitou literaturu jsem citoval. V případě publikace výsledků, je-li to uvolněno na základě licenční smlouvy, budu uveden jako spoluautor.

Ve Zlíně 20.5.2007

.....
Bc. Aleš Habáň

OBSAH

ÚVOD	8
I TEORETICKÁ ČÁST	10
1 TEORETICKÁ ČÁST	11
1.1 ODVOZENÍ MATEMATICKÉHO MODELU	11
1.1.1 Počáteční předpoklady	11
1.1.2 Obrázky	12
1.1.3 Odvození matematického modelu.....	14
1.1.4 Klasifikace veličin.....	16
1.2 ŘEŠENÍ MODELU USTÁLENÉHO STAVU	17
1.2.1 Model ustáleného stavu.....	17
1.2.2 Diskretizovaný model ustáleného stavu.....	17
1.2.3 Popis tvorby programu pro výpočet ustáleného stavu.....	18
1.3 ŘEŠENÍ DYNAMICKÝCH VLASTNOSTÍ	20
1.3.1 Sestavení modelu pro řešení dynamiky systému.....	20
1.3.2 Postup při tvorbě programu pro výpočet dynamických vlastností	21
1.4 NÁVRH REGULÁTORU PRO SIMULACI ŘÍZENÍ TEPLoty CHLAZENÉHO MÉDIA	22
1.4.1 Polynomiální syntéza v 1DOF	23
1.4.1.1 Návrh regulátoru pro systém druhého řádu.....	25
1.4.2 Polynomiální syntéza ve 2DOF.....	26
1.4.2.1 Návrh regulátoru pro systém druhého řádu.....	28
II PRAKTICKÁ ČÁST	30
2 PRAKTICKÁ ČÁST	31
2.1 PARAMETRY SYSTÉMU	31
2.2 SIMULACE USTÁLENÉHO STAVU.....	32
2.3 SIMULACE DYNAMICKÝCH VLASTNOSTÍ A SROVNÁNÍ S REÁLNÝM MODELEM	35
2.4 SIMULACE ŘÍZENÍ SYSTÉMU POLYNOMIÁLNÍ SYNTÉZOU 1DOF A 2DOF.....	48
2.4.1 Simulace v 1DOF struktury.....	48
2.4.2 Simulace ve 2DOF struktury.....	50
ZÁVĚR	53
ZÁVĚR V ANGLIČTINĚ	54
SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY	55
SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK	56
SEZNAM OBRÁZKŮ	58

ÚVOD

Nutným předpokladem úspěšného návrhu řízení reálného objektu (přesněji probíhajícího procesu) je představa o jeho statických a dynamických vlastnostech. Je jasné, že znalost těchto vlastností může být důležitá i z jiných důvodů, např. při projektování výrob nebo inženýrském výzkumu technologických procesů. Jednou z možností, jak získat představu o vlastnostech daného procesu, je měření statických a dynamických charakteristik na příslušném reálném objektu. Toto měření však často nejsme schopni uskutečnit. Důvody mohou být různé: experiment na reálném objektu může být spojen s rizikem havárie, může vést k znehodnocení nebo snížení produkce, není k dispozici vhodná měřicí technika a mnohé další.

Nejschůdnější cestou, jak získat statické a dynamické vlastnosti daného procesu bez toho, že by reálné zařízení muselo existovat, je využití modelu procesu. Z různých tříd modelů fyzikálních i abstraktních je zřejmě nejpoužívanější tzv. matematický model procesu.

Diplomová práce je zaměřena do oblasti vytváření analytického matematického modelu procesu. Postup při sestavování modelu tohoto typu je založen na znalosti fyzikálních, chemických popř. biologických zákonitostí dílčích procesů v daném objektu probíhajících a jejich matematické reprezentaci. Využívá také údaje o konstrukci a vlastnostech materiálů příslušného zařízení. V procesu modelování je ovšem zpravidla zavedena řada zjednodušujících předpokladů, které sice daný model zjednodušují a činí přístupnějším pro další použití, na druhé straně ale vedou k jeho nepřesnostem a odchýlkám vzhledem k realitě. Modelování je vždy kompromisem mezi složitostí a přesností. Modely sestavované za účelem návrhu nebo ověřování algoritmů řízení nemusí být zpravidla vysoce přesné z hlediska absolutních hodnot veličin. Musí však v každém případě vystihovat trendy statických i dynamických charakteristik procesu.

Konkrétně je v práci uveden postup při sestavování matematického modelu míchaného tepelného výměníku chlazeného spirálou, kterou protéká chladicí kapalina. Jde o kombinaci modelu systému se soustředěnými a rozloženými parametry, popsaného obyčejnou a parciální diferenciální rovnicí. Pro simulaci statických a dynamických vlastností je použita diferenční metoda. Dynamické charakteristiky vypočítané z modelu jsou porovnány s charakteristikami naměřenými na reálném zařízení.

Součástí práce je i návrh řízení výměníku. Zde je při návrhu regulátoru použita polynomiální metoda spolu s metodou přiřazení pólů. V souladu se zadáním práce bylo řízení pouze simulováno na modelu procesu.

Veškerá programová řešení a simulace jsou prováděny v prostředí MATLABu.

I. TEORETICKÁ ČÁST

1 TEORETICKÁ ČÁST

1.1 Odvození matematického modelu

V této části budeme odvozovat matematický model tepelného výměníku se spirálovým chlazením.

1.1.1 Počáteční předpoklady

Zjednodušující předpoklady:

- Výměník je promíchávaný a proto uvažujeme, že teplota chlazeného média je v celém prostoru výměníku stejná.
- Izolace výměníku je dokonalá. Ztráty tepla do okolí jsou nulové.
- Technologické parametry systému (hustotu, měrnou tepelnou kapacitu, koeficienty přestupu tepla) uvažujeme konstantní.
- V nádobě výměníku i spirále chlazení předpokládáme ideální pístový tok kapaliny.

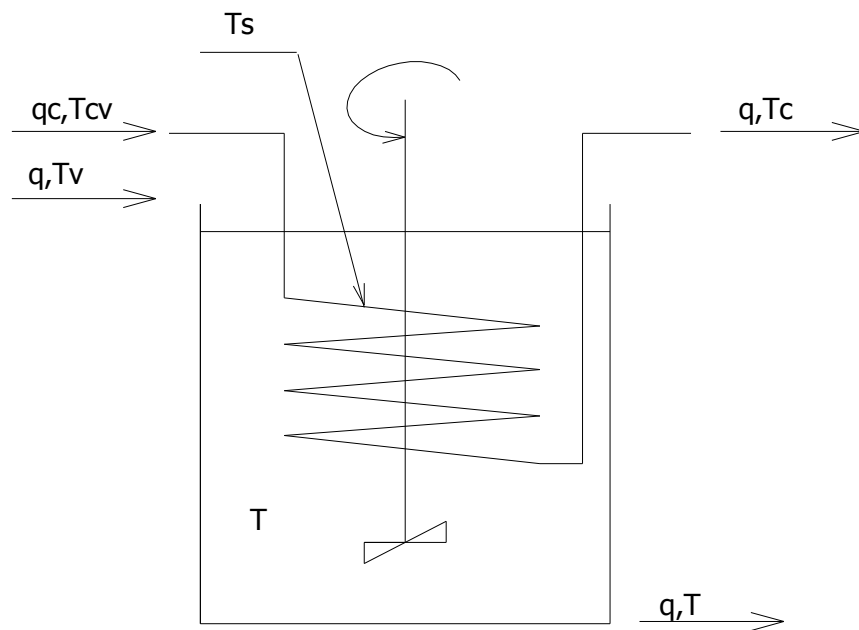
Konstrukční parametry:

- Objem výměníku V [m³]
- Délka chladicí spirály L [m]
- Vnitřní průměr chladicí spirály d_1 [m]
- Vnější průměr chladicí spirály d_2 [m]

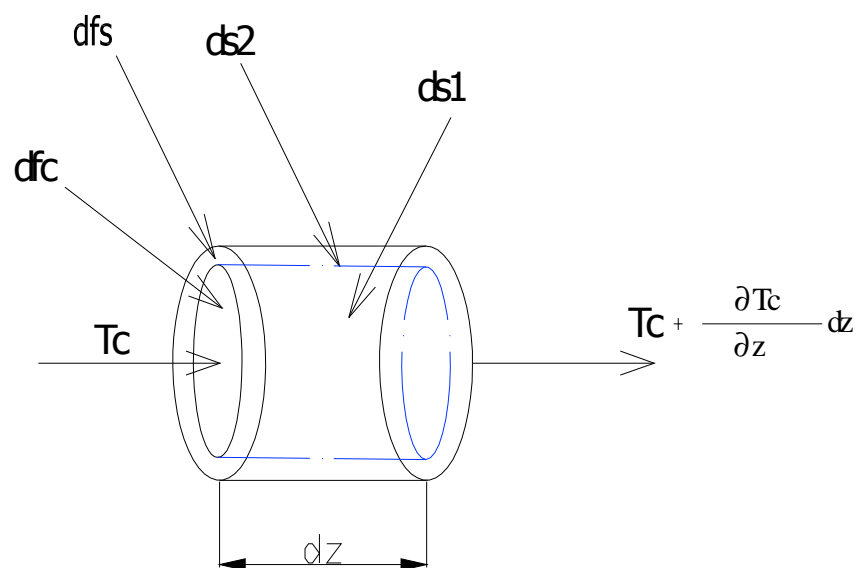
Technologické parametry (uvažujeme konstantní):

- Hustota chlazené kapaliny, hustota chladiva a hustota stěny chladicí spirály ρ, ρ_c a ρ_s [kg.m⁻³]
- Měrné tepelné kapacity chlazené kapaliny, chladiva a stěny chladicí spirály c_p, c_{pc} a c_{ps} [kJ. kg⁻¹.K⁻¹]
- Koeficienty přestupu tepla (stěna spirály – chladivo, chlazená kapalina – stěna spirály) α_1, α_2 [kJ. m⁻².K⁻¹. s⁻¹]

1.1.2 Obrázky



Obr. 1 Schéma tepelného výměníku



Obr. 2 Element spirály protékané chladivem

kde:

ds_1 – vnitřní plocha elementu chladicí spirály:

$$ds_1 = \pi \cdot d_1 \cdot dz \quad (1)$$

ds_2 – vnější plocha elementu chladící spirály:

$$ds_2 = \pi \cdot d_2 \cdot dz \quad (2)$$

df_c – vnitřní průřez chladící spirály:

$$df_c = \frac{\pi d_1^2}{4} \quad (3)$$

df_s – průřez stěny chladící spirály:

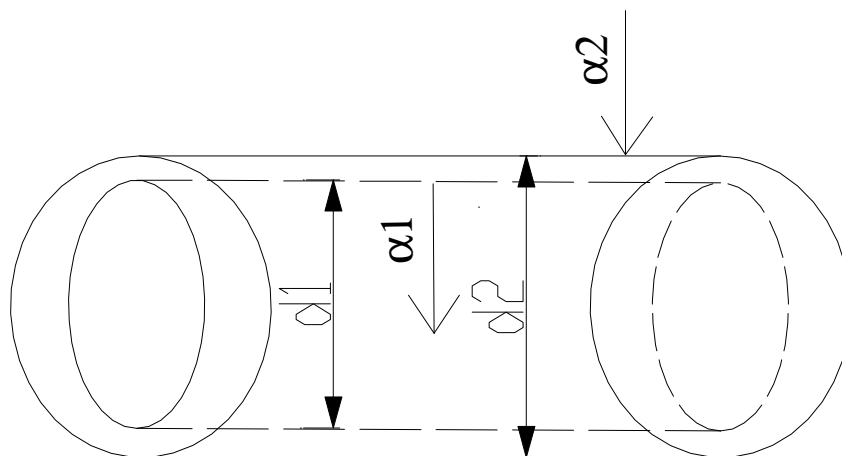
$$df_s = \frac{\pi(d_2^2 - d_1^2)}{4} \quad (4)$$

Pro objemový element stěny chladící spirály platí:

$$dV_s = \pi \cdot \frac{d_2^2 - d_1^2}{4} dz \quad (5)$$

Pro objemový element chladiva platí:

$$dV_c = \pi \frac{d_1^2}{4} \cdot dz \quad (6)$$



Obr. 3 Detail chladící spirály

1.1.3 Odvození matematického modelu

Bilance chlazené kapaliny:

Teplo, které vstoupí do výměníku s proudem chlazené kapaliny = teplo, které z výměníku vystupuje s proudem kapaliny + množství tepla, které přestoupí z elementu stěny do chladiwa + teplo akumulované v objemu výměníku.

$$q \cdot \rho \cdot c_p \cdot T_v = q \cdot \rho \cdot c_p \cdot T + Q_p + V \cdot \rho \cdot c_p \cdot \frac{dT}{dt} \quad (7)$$

kde Q_p :

$$Q_p = \pi \cdot d_2 \cdot \alpha_2 \int_0^L (T - T_s) dz \quad (8)$$

s počáteční podmínkou:

$$T(0) = T^s \quad (9)$$

Úprava bilanční rovnice:

V bilanční rovnici (7) osamostatníme derivaci podle času. Celou rovnici podělíme výrazem $V \cdot \rho \cdot c_p$ a získáme rovnici ve tvaru:

$$\frac{dT}{dt} = a \cdot T_v - a \cdot T - \frac{Q_p}{V} \quad (10)$$

kde:

$$a = \frac{q}{V} \quad (11)$$

Bilance chladící kapaliny v trubce spirály (elementu dV_c):

Množství tepla vstupujícího do elementu objemu z chladící kapaliny + množství tepla, které přestoupí z elementu stěny do chladiwa = množství tepla, které odchází z elementu s proudem chladiwa + teplo, které se v objemovém elementu dV_c chladiwa akumuluje.

$$q_c \cdot \rho_c \cdot c_{pc} \cdot T_c + ds_1 \cdot \alpha_1 (T_s - T_c) = q_c \cdot \rho_c \cdot c_{pc} \cdot \left(T_c + \frac{\partial T_c}{\partial z} dz \right) + dV_c \cdot \rho_c \cdot c_{pc} \cdot \frac{\partial T_c}{\partial t} \quad (12)$$

s počáteční podmínkou:

$$T_c(z,0) = T_c^s(z) \quad (13)$$

a okrajovou podmínkou:

$$T_c(0,t) = T_{cv}(t) \quad (14)$$

Úprava bilanční rovnice:

Do rovnice (12) dosadíme za ds_1 a dV_c , které jsou vyjádřeny v rovnicích (1) a (5). Jelikož teplo vstupující do elementu objemu z chladicí kapaliny se nám odečte a element prostorové proměnné dz se nám vykrátí, dostáváme rovnici v tomto tvaru:

$$\pi \cdot d_1 \cdot \alpha_1 (T_s - T_c) = q_c \cdot \rho_c \cdot c_{pc} \cdot \frac{\partial T_c}{\partial z} + \pi \frac{d_1^2}{4} \cdot \rho_c \cdot c_{pc} \cdot \frac{\partial T_c}{\partial t} \quad (15)$$

V dalším kroku vydělíme rovnici (15) výrazem $\pi \frac{d_1^2}{4} \cdot \rho_c \cdot c_{pc}$, aby jsme osamostatnili derivaci teploty chladiva podle času a dostaneme výslednou rovnici ve tvaru:

$$\frac{\partial T_c}{\partial t} + v_c \cdot \frac{\partial T_c}{\partial z} = b_1 (T_s - T_c) \quad (16)$$

kde rychlost proudění chladiva:

$$v_c = \frac{q_c}{\pi \frac{d_1^2}{4}} \quad (17)$$

a kde konstanta:

$$b_1 = \frac{4 \cdot \alpha_1}{d_1 \cdot \rho_c \cdot c_{pc}} \quad (18)$$

Bilance elementu objemu stěny spirály:

Množství tepla, které přestoupí do elementu stěny spirály z chlazeného média = množství tepla, které přestoupí z elementu stěny do chladiva + množství tepla, které se v objemovém elementu dV_s akumuluje.

$$ds_2 \cdot \alpha_2 (T - T_s) = ds_1 \cdot \alpha_1 (T_s - T_s) + dV_s \cdot \rho_s \cdot c_{ps} \cdot \frac{\partial T_s}{\partial t} \quad (19)$$

s počáteční podmínkou:

$$T_s(z, 0) = T_s^S(z) \quad (20)$$

Úprava bilanční rovnice:

Do rovnice (19) dosadíme za ds_1 , ds_2 a dV_s výrazy (1), (2) a (5). Element prostorové proměnné dz se nám opět vykrátí my získáváme rovnici ve tvaru:

$$\pi \cdot d_2 \cdot \alpha_2 (T - T_s) = \pi \cdot d_1 \cdot \alpha_1 (T_s - T_s) + \pi \cdot \frac{d_2^2 - d_1^2}{4} \cdot \rho_s \cdot c_{ps} \cdot \frac{\partial T_s}{\partial t} \quad (21)$$

Abychom osamostatnili derivaci teploty stěny podle času, musíme rovnici podělit výrazem

$\pi \cdot \frac{d_2^2 - d_1^2}{4} \cdot \rho_s \cdot c_{ps}$. Po vydělení a následných elementárních úpravách získáme rovnici

ve tvaru:

$$\frac{\partial T_s}{\partial t} = -b_2 T_s + b_3 T + b_4 T_c \quad (22)$$

kde konstanty:

$$b_2 = \frac{4(d_1 \alpha_1 + d_2 \alpha_2)}{(d_2^2 - d_1^2) \rho_s c_{ps}}, \quad b_3 = \frac{4d_2 \alpha_2}{(d_2^2 - d_1^2) \rho_s c_{ps}}, \quad b_4 = \frac{4d_1 \alpha_1}{(d_2^2 - d_1^2) \rho_s c_{ps}} \quad (23)$$

Symboly:

- $t \in \langle 0, \infty \rangle$ - čas
- $z \in \langle 0, L \rangle$ - prostorová proměnná

1.1.4 Klasifikace veličin

Vstupní veličiny:

$$T_v(t), T_{cv}(t), q(t), q_c(t)$$

Stavové veličiny:

$$T(t), T_c(z, t), T_s(z, t)$$

1.2 Řešení modelu ustáleného stavu

Při řešení ustáleného stavu samozřejmě využijeme bilanční rovnice s počátečními a okrajovými podmínkami, které jsme odvodili v předcházející kapitole.

1.2.1 Model ustáleného stavu

Řešení modelu ustáleného stavu znamená, že derivace podle času, které jsou obsaženy v rovnicích (7), (16), a (22) položíme rovny nule. Obecně můžeme napsat:

$$\frac{\partial(*)}{\partial t} = 0 \quad (24)$$

Pro zjednodušení nebudeme uvádět index ustáleného stavu $(*)^s$. Po dosazení nuly za jednotlivé derivace můžeme psát:

$$q \cdot \rho \cdot c_p \cdot T_v = q \cdot \rho \cdot c_p \cdot T + Q_p \quad (25)$$

$$v_c \cdot \frac{\partial T_c}{\partial z} = b_1 \cdot (T_s - T_c); T_c(z=0) = T_{cv} \quad (26)$$

$$0 = -b_2 \cdot T_s + b_3 T + b_4 \cdot T_c \quad (27)$$

V rovnicích (25) a (26) jsou obsaženy teploty T_v a T_{cv} . Je to vstupní teplota chlazené kapaliny, respektive vstupní teplota chladiva. Jsou to konstanty, které odpovídají počátečnímu ustálenému stavu, v okolí kterého bude zkoumána dynamika systému.

1.2.2 Diskretizovaný model ustáleného stavu

Nejdříve si chladicí spirálu rozdělíme po délce na n dílů. Poté můžeme délku diskretizačního kroku psát jako:

$$h = \frac{L}{n} \quad (28)$$

Derivaci teploty chladiva v rovnici (26) nahradíme první zpětnou diferencí podle vztahu:

$$\left. \frac{dT_c}{dz} \right|_{z=z_i} \approx \frac{T_c(i) - T_c(i-1)}{h}; \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (29)$$

Pokud je $i = 1$, pak $T_c(0) = T_{cv}$.

V této chvíli můžeme přistoupit k samotné diskretizaci a rovnice (25), (26) a (27) budou vypadat takto:

$$T(i) = T_v + \frac{Q_p}{q \cdot \rho \cdot c_p} \quad (30)$$

$$T_c(i) = \frac{b_1 h}{v_c - b_1 h} \cdot T_s(i) + \frac{v_c}{v_c - b_1 h} \cdot T_c(i-1) \quad (31)$$

$$T_s(i) = \frac{b_3}{b_2} \cdot T(i) + \frac{b_4}{b_2} \cdot T_c(i) \quad (32)$$

Soustava rovnic (30) – (32) bude řešena iterativně. Výpočet bude probíhat ve dvou cyklech. Vnější cyklus bude iterační, ve vnitřním cyklu se pak budou počítat teploty v jednotlivých intervalech dělení chladicí spirály. Výpočet bude ukončen, jestliže teploty chlazené kapaliny a chladiva, v momentálním a předchozím kroku, se budou lišit o zadanou přesnost ε . Tyto střední hodnoty jsou následující:

$$\bar{T} = \frac{\sum_{i=1}^n T(i)}{n}; \quad \bar{T}_c = \frac{\sum_{i=1}^n T_c(i)}{n} \quad (33)$$

1.2.3 Popis tvorby programu pro výpočet ustáleného stavu

Jak již bylo řečeno výpočet bude probíhat iterativně. Postup bude nastíněn dále.

Nejprve si vypočítáme konstanty, které jsou naznačeny v (17), (18), a (23). Před začátkem vnějšího iteračního cyklu musíme načíst vstupní aproximace pro teploty chlazené kapaliny a chladiva v jednotlivých dílech a tyto aproximace položíme rovny vstupním teplotám těchto médií. Můžeme tedy napsat:

$$T(i) = T_v; \quad T_c(i) = T_{cv}; \quad T_s(i) = \frac{T(i) + T_c(i)}{2}; \quad \text{pro } i = 1, 2, \dots, n \quad (34)$$

také na začátku načteme vstupní průměrné hodnoty teplot, které jsou podle (34):

$$\bar{T} = T_v; \quad \bar{T}_c = T_{cv} \quad (35)$$

Dále bude následovat vnější iterační cyklus. Nejprve si zvolíme znaky pro porovnání dvou po sobě jdoucích iterací středních teplot:

$$r_1 = \bar{T}; \quad r_2 = \bar{T}_c \quad (36)$$

Kvůli tomu, že programovací jazyk, který je součástí MATLABu, neumožňuje indexování polí od nuly, tak napíšeme naše rovnice nejprve takto:

$$T(1) = T_v + \frac{Q_p}{q \cdot \rho \cdot c_p} \quad (37)$$

$$T_c(1) = \frac{b_1 h}{v_c - b_1 h} \cdot T_s(1) + \frac{v_c}{v_c - b_1 h} \cdot T_{cv} \quad (38)$$

$$T_s(1) = \frac{b_3}{b_2} \cdot T(1) + \frac{b_4}{b_2} \cdot T_c(1) \quad (39)$$

Protože potřebujeme sumovat teploty chlazené a chladící kapaliny, zavedeme si proměnné s_1 a s_2 , které nám budou tuto funkci zajišťovat:

$$s_1 = T(1); \quad s_2 = T_c(1) \quad (40)$$

V tomto okamžiku můžeme přistoupit ke vnitřnímu cyklu, ve kterém budeme počítat pro $i = 2, 3, \dots, n$. Napíšeme tedy všechny tři rovnice. Tentokrát je ponecháme ve tvaru (30), (31) a (32). V každém kroku budeme navyšovat s_1 a s_2 :

$$s_1 = s_1 + T(i); \quad s_2 = s_2 + T_c(i) \quad (41)$$

Vnitřní cyklus je tím ukončen a je zřejmé, že s_1 a s_2 jsou sumy:

$$s_1 = \sum_1^n T(i); \quad s_2 = \sum_1^n T_c(i) \quad (42)$$

Následně dopočítáme střední hodnoty:

$$\bar{T} = \frac{s_1}{n}; \quad \bar{T}_c = \frac{s_2}{n} \quad (43)$$

Napíšeme podmínku pro ukončení iteračního cyklu:

$$|\bar{T} - r_1| + |\bar{T}_c - r_2| < \varepsilon \quad (44)$$

kde ε je číslo, které udává přesnost. Pro výpočet je dostatečné:

$$\varepsilon = 10^{-3} \quad (45)$$

1.3 Řešení dynamických vlastností

1.3.1 Sestavení modelu pro řešení dynamiky systému

Při sestavování dynamického modelu vycházíme z bilanční rovnice pro chlazenou kapalinu (10), dále z bilance pro chladící kapalinu (16) a z bilance elementu objemu stěny chladící spirály (22). Jelikož v rovnici (16) nám figuruje derivace podle prostorové proměnné z , musíme model diskretizovat, jako jsme to udělali už v případě ustáleného stavu. Tuto derivaci proto nahradíme podle vztahu (29) první zpětnou diferencí. Všechny tři rovnice upravíme do následujícího tvaru:

$$\frac{dT(i)}{dt} = a \cdot T_V - a \cdot T(i) - \frac{Q_P}{V} \quad (46)$$

kde:

$$Q_P = \int_0^L (T - T_s) dz \quad (47)$$

My ovšem provádíme numerický výpočet a proto si toto teplo, které přestoupí z elementu stěny do chladiwa vyjádříme pomocí sumačního vztahu:

$$Q_P \approx \sum_{i=1}^n (T - T_s) \Delta z; \Delta z = \frac{L}{n} \Rightarrow Q_P \approx \frac{L}{n} \sum_{i=1}^n (T - T_s) \quad (48)$$

Pro bilanci chladící kapaliny z rovnice (14) můžeme při použití první zpětné difference psát:

$$\frac{\partial T_c(i)}{\partial t} + v_c \frac{T_c(i) - T_c(i-1)}{h} = b_1 (T_s(i) - T_c(i)); i = 1, 2, \dots, n \quad (49)$$

po elementární úpravě získáme rovnici (49) v tomto tvaru:

$$\frac{\partial T_c(i)}{\partial t} = \frac{v_c}{h} T_c(i-1) - \left(\frac{v_c}{h} + b_1 \right) T_c(i) + b_1 T_s(i) \quad (50)$$

Samozřejmě platí:

$$i = 1 \rightarrow T_c(i-1) = T_{cV} \quad (51)$$

Poslední bilanční rovnice elementu objemu stěny chladící spirály se zapíše v tomto tvaru:

$$\frac{\partial T_s(i)}{\partial t} = -b_2 T_s(i) + b_3 T(i) + b_4 T_c(i) \quad (52)$$

1.3.2 Postup při tvorbě programu pro výpočet dynamických vlastností

Tak jako tomu bylo u výpočtu ustáleného stavu, bude i v tomto případě výpočet probíhat ve dvou cyklech. Ve vnitřním cyklu se budou počítat hodnoty v jednotlivých intervalech dělení chladicí spirály. Ve vnějším cyklu pak budou řešeny obecné diferenciální rovnice. K řešení je použita metoda Runge-Kutta 4. řádu.

Dynamické vlastnosti modelu jsou popsány přechodovými charakteristikami. Je tedy nutné, aby jsme na vstup přivedli skokovou změnu. Poté se přepočítají jednotlivé konstanty systému a my můžeme sledovat změny výstupních veličin. Pro nás jsou to teploty T , T_c a T_s .

Základem je ovšem výpočet veličin v ustáleném stavu, protože tyto hodnoty bereme, jako vstupní na startu našeho procesu. Tyto hodnoty si můžeme označit jako $y_{ust}(m,i)$, kde index $m = 1, \dots, 3$. Můžeme říci, že index m značí počet řešených veličin, v našem případě teplot nebo také počet řešených rovnic. Index $i = 1, \dots, n$ značí interval dělení chladicí spirály. Na vstupu jsou to tedy hodnoty vypočtených veličin:

$$y(m,i) = y_{ust}(m,i) \quad (53)$$

Jelikož tyto hodnoty budeme potřebovat pro výpočet koeficientů do Runge-Kuttovi formule, je třeba si je uchovávat. Vytvoříme si proto pole, do kterých si postupně ukládáme vypočtené hodnoty. Ukládáme je po zvoleném kroku, který si nadefinujeme na začátku programu. Označíme si jej jako kl . Pole, do kterých ukládáme vypočtené hodnoty si označíme $Thist$, pro teplotu chlazené kapaliny, $Tchist$, pro teplotu chladiva a $Tshist$ pro teplotu stěny spirály.

Před tím, než začneme řešit vnější cyklus, zadáme si délku kroku řešení a také celkovou simulační dobu t_f . Oba kroky zadáváme, stejně jako interval ukládání veličin, na začátku programu.

Protože MATLAB neindexuje od 0, zapíšeme si rovnice v prvním kroku takto:

$$out(1,1) = a \cdot T_v - a \cdot T(1) - \frac{Q_p}{V} \quad (54)$$

$$out(2,1) = 0 \quad (55)$$

$$out(3,1) = -b_2 T_s(1) + b_3 T(1) + b_4 T_c(1) \quad (56)$$

Protože v prvním kroku neprotéká chladicí spirálou žádné chladivo ponecháme derivaci nulovou. Neprobíhá žádná změna teploty. V dalších krocích už rovnice figuruje v odvozeném tvaru.

Poté můžeme přistoupit k samotnému cyklu. Rovnice pro teplotu míchané kapaliny bude v každém kroku stejná, protože není závislá na délce spirály, ale pouze na času. Proto budou rovnice vypadat následovně:

$$out(1,i) = out(1,1) \quad (57)$$

$$out(2,i) = \frac{v_c}{h} T_c(i-1) - \left(\frac{v_c}{h} + b_1 \right) T_c(i) + b_1 T_s(i) \quad (58)$$

$$out(3,i) = -b_2 T_s(i) + b_3 T(i) + b_4 T_c(i) \quad (59)$$

Po té přichází na řadu výpočet koeficientů do Runge-Kuttovi formule:

$$g_{z1} = h \cdot y(k) \quad (60)$$

$$g_{z2} = h \cdot \left[y(k) + \frac{g_{z1}}{2} \right] \quad (61)$$

$$g_{z3} = h \cdot \left[y(k) + \frac{g_{z2}}{2} \right] \quad (62)$$

$$g_{z4} = h \cdot [y(k) + g_{z3}] \quad (63)$$

Samotná formule má tento tvar:

$$y(k+1) = y(k) + \frac{1}{6} (g_{z1} + 2g_{z2} + 2g_{z3} + g_{z4}) \quad (64)$$

Po té přichází uložení vypočtených hodnot do zmiňovaných polí. Po skončení cyklu vykreslíme z vypočtených hodnot samotné dynamické charakteristiky jednotlivých teplot.

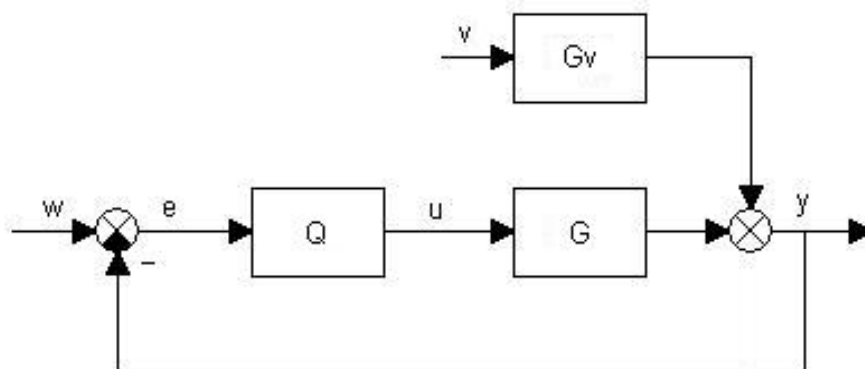
1.4 Návrh regulátoru pro simulaci řízení teploty chlazeného média

Pro návrh regulátoru pro simulaci řízení využijeme polynomiální syntézu. Ze simulovaných dynamických charakteristik můžeme říci, že systém je prvního řádu. Ve skutečnosti se

jedná o systém třetího řádu, ale podle charakteristik můžeme říci, že ho nahradíme prvním řádem.

1.4.1 Polynomiální syntéza v 1DOF

Schématicky si 1DOF konfiguraci můžeme znázornit takto:



Obr. 4 1DOF konfigurace řízení

kde:

G, G_v – regulovaný systém,

Q – zpětnovazební regulátor,

y – výstupní veličina,

u – akční zásah,

w – žádaná hodnota,

v – porucha,

e – regulační odchylka,

Přenos systému a přenos poruchy si obecně označíme jako:

$$G(s) = \frac{b(s)}{a(s)}, G_v(s) = \frac{c(s)}{a(s)} \quad (65)$$

Polynomy (b, a) a (c, a) jsou nesoudělné.

Obecný přenos regulátoru je v následném tvaru:

$$Q(s) = \frac{q(s)}{p(s)} \quad (66)$$

Dále si naznačíme obrazy žádané veličiny a poruchy:

$$W(s) = \frac{h_w}{f_w}, V(s) = \frac{h_v}{f_v} \quad (67)$$

Musí platit:

$$\deg f_w \geq \deg h_w, \deg f_v \geq \deg h_v \quad (68)$$

Kde *deg* značí stupeň daného polynomu.

Samotná metoda je založena na výpočtu stupňů využívaných polynomů a na řešení polynomiální nebo také jiným slovem diofantické rovnice. Tato rovnice má tvar

$$a(s)p(s) + b(s)q(s) = d(s) \quad (69)$$

Polynom $d(s)$, na pravé straně diofantické rovnice je tzv. charakteristický polynom uzavřeného obvodu. Je to stabilní polynom, který si volíme ve tvaru

$$d(s) = (s + \gamma)^{\deg d} \quad (70)$$

kde γ je reálný násobný pól, jehož volba ovlivňuje regulační pochod.

Protože pro regulační odchylku platí vztah

$$E(s) = \frac{p}{d} \left(a \frac{h_w}{f_w} - c \frac{h_v}{f_v} \right) \quad (71)$$

je vidět, že polynom $p(s)$ je dělen, jak polynomem f_w tak i polynomem f_v . Proto musíme polynom $p(s)$ přepsat do formy

$$p(s) = f(s)\tilde{p}(s) \quad (72)$$

kde $f(s)$ je nejmenší společný násobek polynomů f_w a f_v . V tomto případě se nám změní i diofantická rovnice, která touto podmínkou získá tvar

$$a(s)f(s)\tilde{p}(s) + b(s)q(s) = d(s) \quad (73)$$

Tato rovnice se pak řeší porovnáváním koeficientů u stejných mocnin argumentu s .

Pro výpočet stupňů polynomů využijeme následující vztahy

$$\deg q = deqa + deqf - 1, \deg \tilde{p} = deqa - 1, \deg d = 2 \cdot \deg a + \deg f - 1 \quad (74)$$

1.4.1.1 Návrh regulátoru pro systém druhého řádu

Regulátor navrhne pro přenos, který jsme si odvodili identifikací přechodové charakteristiky, která je simulována pro $T_v = 343,14K$, $T_{c_v} = 291,14K$, $q = 8 \cdot 10^{-6} m^3 s^{-1}$ a pro změnu průtoku chladiva $\Delta q_c = 2 \cdot 10^{-6} m^3 s^{-1}$. Tedy

$$G(s) = \frac{-231,4}{s^2 + 0,0339s + 9 \cdot 10^{-5}} \quad (75)$$

Jelikož známe přenos systému, můžeme přistoupit k řešení. Nejprve si vypočítáme stupně jednotlivých polynomů podle (74).

$$\deg q = 2, \deg \tilde{p} = 1, \deg d = 4 \quad (76)$$

V tuto chvíli můžeme napsat diofantickou rovnici podle (73) a také podle (70) její pravou stranu. Koeficienty necháme v obecném tvaru. Poté můžeme vypočíst jednotlivé koeficienty přenosů.

$$(a_2 s^2 + a_1 s + a_0) s \cdot \tilde{p}_0 + b_0 (q_2 s^2 + q_1 s + q_0) = (s + \gamma)^4 \quad (77)$$

Využijeme, již zmiňované, porovnání koeficientů u stejných mocnin s a získáme následující vztahy

$$\begin{aligned} \tilde{p}_0 &= \frac{4\gamma - a_1 \tilde{p}_1}{a_2}, \quad \tilde{p}_1 = \frac{1}{a_2}, \quad q_2 = \frac{6\gamma^2 - a_1 \tilde{p}_0 - a_0 \tilde{p}_1}{b_0}, \\ q_1 &= \frac{4\gamma^3 - a_0 \tilde{p}_0}{b_0}, \quad q_0 = \frac{\gamma^4}{b_0} \end{aligned} \quad (78)$$

Pokud dosadíme za koeficienty a_0 , a_1 , a_2 , b_0 a v neposlední řadě za γ reálné čísla, pak můžeme získat reálný přenos. My si za ně dosadíme koeficienty odvozeného přenosu a reálný násobný pól zvolíme jako $\gamma = 0,05$. Musíme ještě zohlednit žádanou veličinu, která je skokového charakteru a její obraz je v tomto tvaru

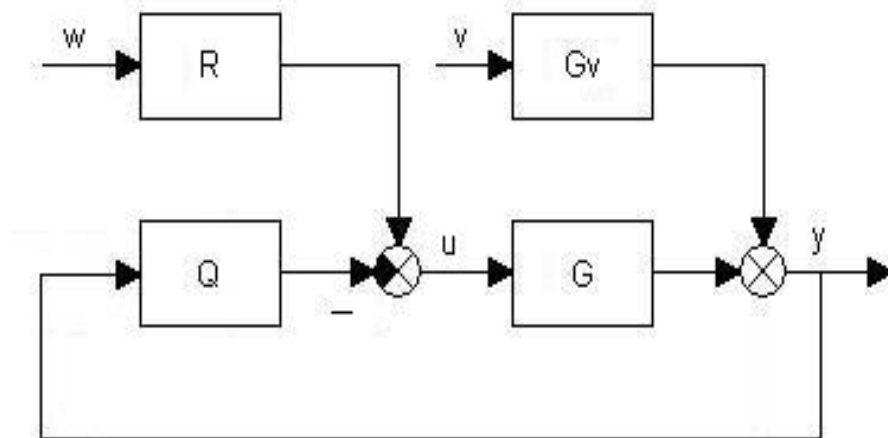
$$W(s) = \frac{h_w}{f_w} = \frac{1}{s} \quad (79)$$

a proto přenos zpětnovazebního regulátoru je

$$Q(s) = \frac{-4,01 \cdot 10^{-5} s^2 - 4,315 \cdot 10^{-5} s - 2,701 \cdot 10^{-8}}{s^2 + 0,1661s} \quad (80)$$

1.4.2 Polynomiální syntéza ve 2DOF

Schématicky si 1DOF konfiguraci můžeme znázornit takto:



Obr. 5 2DOF konfigurace řízení

kde:

Q – zpětnovazební část regulátoru,

R – přímovazební část regulátoru,

Zbýlé veličiny nebo části obvodu jsou stejné, jako v případě 1DOF.

Přenosy obou částí regulátoru jsou opět ve tvaru nesoudělných polynomů q , p a r , p

$$Q(s) = \frac{q(s)}{p(s)}, \quad R(s) = \frac{r(s)}{p(s)} \quad (81)$$

Protože u 2DOF syntézy máme kromě zpětnovazebního regulátoru i přímovazební, musí být splněna podmínka fyzikální realizovatelnosti (ryzosti) i pro přímovazební část regulátoru. Pro tuto část platí

$$\deg r(s) \leq \deg p(s) \quad (82)$$

Metoda 2DOF kompenzuje poruchu. Postačující podmínkou pro její kompenzaci je, že polynom f_v dělí polynom $p(s)$ a tedy platí

$$p(s) = f_v \cdot \tilde{p}(s) \quad (83)$$

Postačující podmínkou asymptotického sledování je, aby polynom f_w dělil polynom $d - br$, což zajistíme tehdy, když polynom $d - br$ bude součinem nějakého polynomu t a polynomu f_w ,

$$d - br = tf_w \quad (84)$$

Výsledný regulátor je v tomto případě dán řešením dvojice polynomiálních rovnic, které jsou v následujícím tvaru:

$$a(s)f_v(s)\tilde{p}(s) + b(s)q(s) = d(s) \quad (85)$$

$$t(s)f_w(s) + b(s)r(s) = d(s) \quad (86)$$

Stupeň polynomu q můžeme napsat jako

$$\deg q = \deg a + \deg f_v - 1 \quad (87)$$

platí

$$\deg \tilde{p} = \deg a - 1 \quad (88)$$

Tento vztah však můžeme zapsat i tak, že využijeme číslo $k = 0, 1, 2, \dots$

$$\deg \tilde{p} = \deg a - 1 + k \quad (89)$$

pak pro stupeň pravé strany platí

$$\deg d = 2 \deg a + \deg f_v - 1 + k \quad (90)$$

Pokud si zavedeme číslo k_0

$$k_0 = \deg f_w - \deg f_v - \deg a \quad (91)$$

pak pro k platí

$$k \geq 0, \text{ pokud } k_0 \leq 0 \quad (92)$$

$$k \geq k_0, \text{ pokud } k_0 > 0 \quad (93)$$

Stupeň polynomu t je

$$\deg t = 2 \deg a + \deg f_v - \deg f_w - 1 + k \quad (94)$$

a jako poslední stupeň polynomu r

$$\deg r = \deg f_w - 1 \quad (95)$$

1.4.2.1 Návrh regulátoru pro systém druhého řádu

Uvažovaný přenos systému je podle (75) a $\gamma = 0,05$. Předpokládáme poruchu systému v podobě jednotkového skoku a tedy obraz poruchy je

$$V(s) = \frac{f_h}{f_v} = \frac{1}{s} \quad (96)$$

pak podle (91) vidíme, že

$$\deg k_0 = -2 \Rightarrow k = 0 \quad (97)$$

Dále můžeme pomocí (90) určit stupeň charakteristického polynomu

$$\deg d = 4 \Rightarrow d = (s + \gamma)^4 \quad (98)$$

Dále podle (87), (89) a (94)

$$\deg q = 2, \deg \tilde{p} = 1 \text{ a } \deg t = 3 \quad (99)$$

Koeficienty regulátorů získáme řešením dvou diofantických rovnic, které jsou uvedeny v (85) a (86). Dosazením předchozích výsledků do těchto rovnic získáme

$$(a_2 s^2 + a_1 s + a_0) s \cdot \tilde{p}_0 + b_0 (q_2 s^2 + q_1 s + q_0) = (s + \gamma)^4 \quad (100)$$

$$(t_3 s^3 + t_2 s^2 + t_1 s + t_0) s + b_0 r_0 = (s + \gamma)^4 \quad (101)$$

Poté vypočteme konstanty regulátorů porovnáním koeficientů u stejných mocnin s a získáme tak vztahy

$$\tilde{p}_0 = \frac{4\gamma - a_1 \tilde{p}_1}{a_2}, \quad \tilde{p}_1 = \frac{1}{a_2}, \quad q_2 = \frac{6\gamma^2 - a_1 \tilde{p}_0 - a_0 \tilde{p}_1}{b_0}, \quad (102)$$

$$q_1 = \frac{4\gamma^3 - a_0 \tilde{p}_0}{b_0}, \quad q_0 = \frac{\gamma^4}{b_0}$$

$$r_0 = \frac{\gamma^4}{b_0} \quad (103)$$

Pro regulátor v přímé vazbě platí

$$R(s) = \frac{-2,701 \cdot 10^{-8}}{s^2 + 0,1661s} \quad (104)$$

Pro zpětnovazební regulátor platí

$$Q(s) = \frac{-4,01 \cdot 10^{-5} s^2 - 4,315 \cdot 10^{-5} s - 2,701 \cdot 10^{-8}}{s^2 + 0,1661s} \quad (105)$$

II. PRAKTICKÁ ČÁST

2 PRAKTICKÁ ČÁST

V praktické části se budeme zabývat popisem simulovaných charakteristik. V první řadě to bude ustálený stav, následovat budou dynamické vlastnosti v podobě simulací a jejich srovnání s průběhy naměřenými na reálném modelu. Nakonec se budeme zabývat simulací řízení modelu.

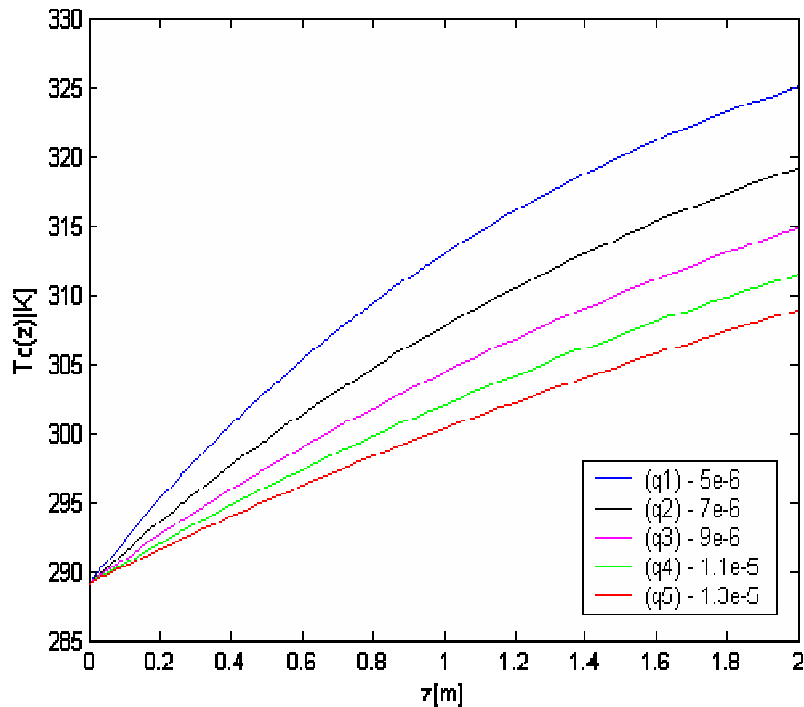
2.1 Parametry systému

Objem výměníku	$V = 0,0015m^3$
Délka chladicí spirály	$L = 2m$
Vnější průměr chladicí spirály	$d_1 = 0,006m$
Vnitřní průměr chladicí spirály	$d_2 = 0,004m$
Koeficient přestupu tepla z trubky do chladiva	$\alpha_1 = 1,5kJm^{-3}K^{-1}s^{-1}$
Koeficient přestupu tepla z okolí do trubky	$\alpha_2 = 2,5kJm^{-3}K^{-1}s^{-1}$
Hustota chlazeného média	$\rho = 985kgm^{-3}$
Hustota chladiva	$\rho_c = 998kgm^{-3}$
Hustota stěny spirály	$\rho_s = 7800kgm^{-3}$
Měrná tepelná kapacita chlazeného média	$c_p = 4,05kJkg^{-1}K^{-1}$
Měrná tepelná kapacita chladiva	$c_{pc} = 4,18kJkg^{-1}K^{-1}$
Měrná tepelná kapacita stěny spirály	$c_{ps} = 0,6kJkg^{-1}K^{-1}$
Počet dílku dělení chladicí spirály	$n = 50$

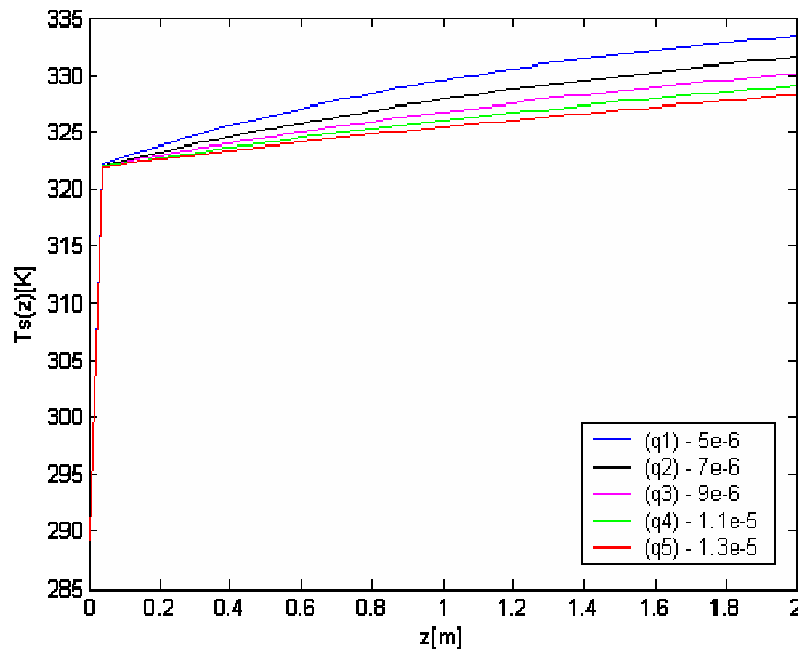
2.2 Simulace ustáleného stavu

Ustálený stav je simulovaný pro námi zvolené ustálené hodnoty objemového průtoku chladicí kapaliny q_c^s a chlazeného média q^s . Vstupní teploty chladiva T_{cV} a chlazeného média T_V si taktéž volíme.

Simulace ustáleného stavu pro průtok chlazeného média $q = 5 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ a pět různých hodnot průtoku chladiva $q_c = [5 \cdot 10^{-6}; 7 \cdot 10^{-6}; 9 \cdot 10^{-6}; 1,1 \cdot 10^{-5}; 1,3 \cdot 10^{-5}] \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$, při vstupních teplotách chlazeného média $T_V = 233,15 \text{ K}$ a chladiva $T_{cV} = 289,15 \text{ K}$

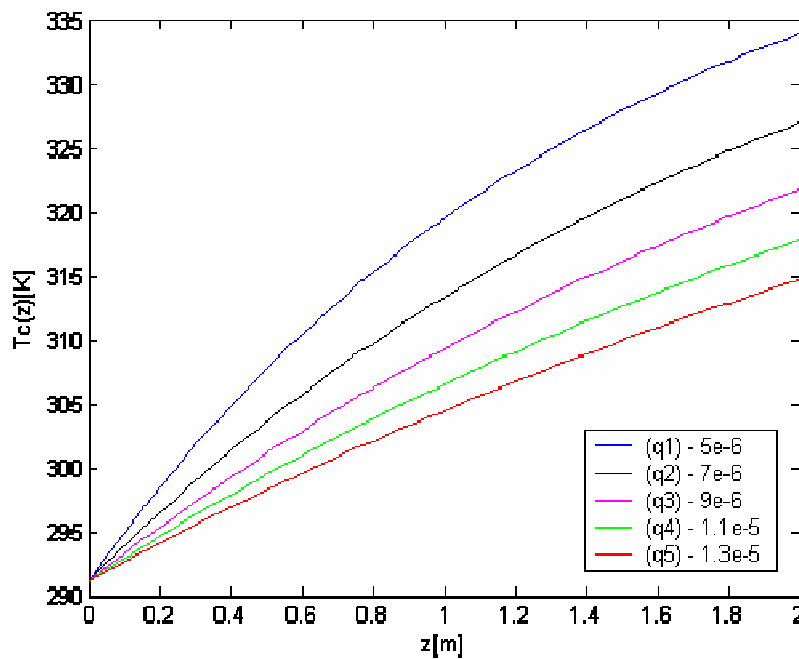


Obr. 6 Teplota chladiva po délce spirály při zvolených průtocích chladiva

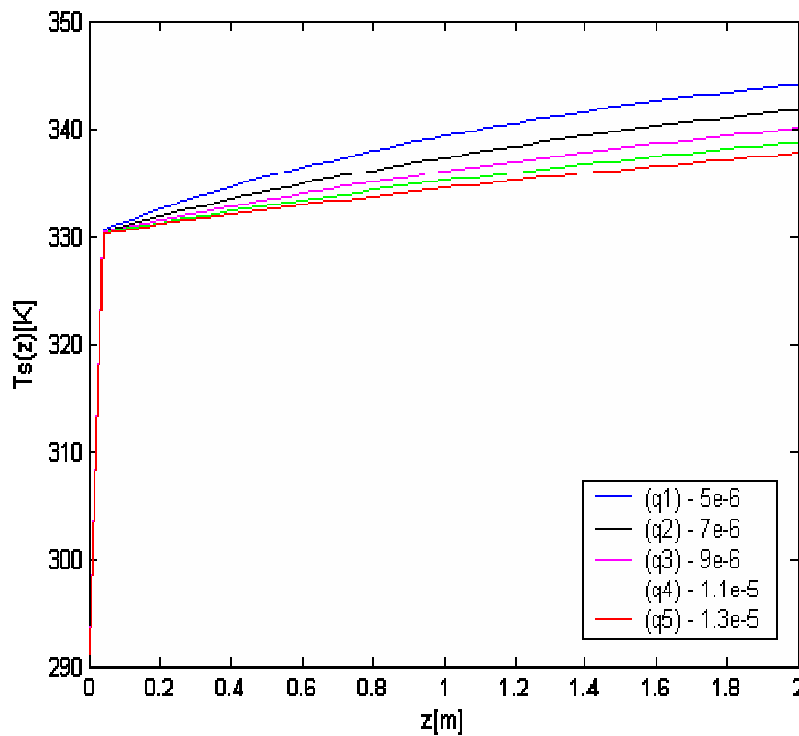


Obr. 7 Teplota stěny chladicí spirály po její délce při zvolených průtocích chladiva

Simulace ustáleného stavu pro stejné průtoky chlazeného média q a chladiva q_c a vstupní teplotu chladiva T_{cv} , ale pro vstupní teplotu chlazeného média $T_v = 243,15K$



Obr. 8 Teplota chladiva po délce spirály při zvolených průtocích chladiva



Obr. 9 Teplota stěny spirály po její délce při zvolených průtocích chladiva

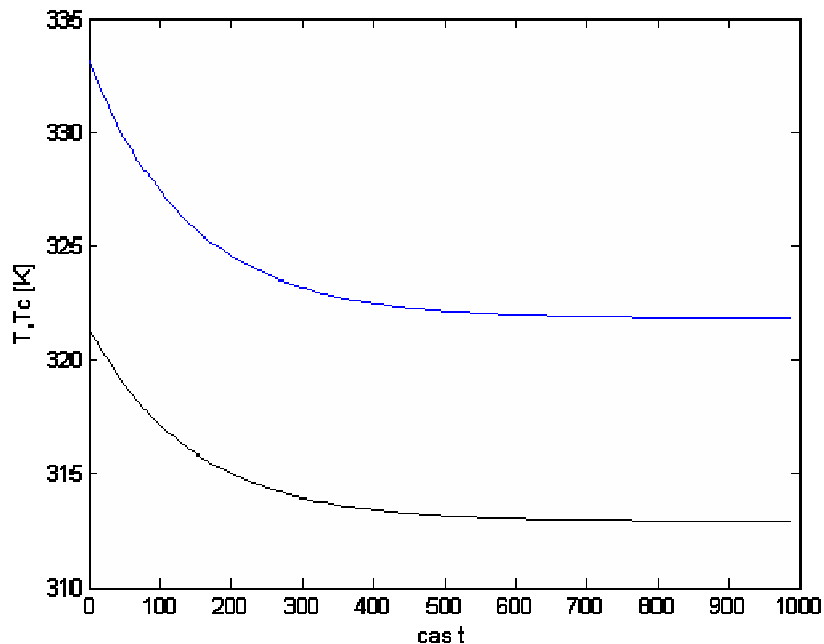
Z předchozích průběhů je zřejmé, že teplota chladiva se po délce spirály zvyšuje. Stejná vlastnost se projevuje i u teploty stěny po její délce. Teplota chlazeného média je v ustáleném stavu ve všech místech nádoby stejná, protože uvažujeme dokonalé míchání kapaliny. Dále je vidět, že s rostoucím průtokem chladicí kapaliny se exponenciální průběh křivky linearizuje. Vlastnosti systému se nemění, ale protože průtok spirálou je vysoký, nestačí se chladicí kapalina po délce dvou metrů dostatečně ohřát. Teoreticky by jsme mohli chladicí spirálu prodloužit a viděli by jsme, že se teploty chladiva i stěny ustálí na nějaké teplotě. My ovšem máme pevně dané parametry systému, které jsme získali při měření na reálném modelu a proto je uvedena délka spirály dva metry a i průtok chladicí kapaliny se pohybuje v rozmezí, které se dá reálně nastavit na modelu. Je zřejmé, že zvýšení vstupní teploty chlazeného média způsobí nárůst jak teploty chladiva, tak teploty stěny. Chování v ustáleném stavu nezávisí pouze na průtoku chladiva, či na vstupní teplotě chlazeného média. Rozhodují také hodnoty koeficienty přestupu tepla α_1 a α_2 , jejich vliv je výrazný. Samozřejmě se projevují i ostatní parametry systému, jako jsou měrné tepelné kapacity, ale koeficienty přestupu tepla jsou výraznější i z toho důvodu, že nejsou jednoznačně stanoveny a i když najdeme v tabulkách jejich hodnoty pro různé materiály,

nemusí ještě jednoznačně platit. I v této práci jsou tyto koeficienty v simulaci přizpůsobovány reálnému modelu.

2.3 Simulace dynamických vlastností a srovnání s reálným modelem

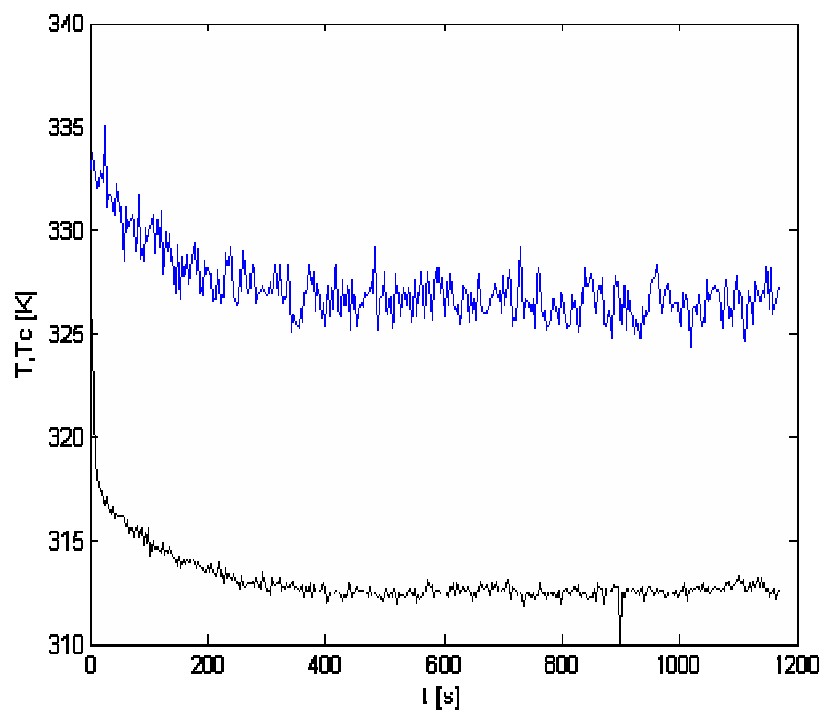
V této části se budeme zabývat simulacemi dynamických vlastností. Protože jsem naměřil dynamické charakteristiky i na reálném modelu, je možné srovnání simulací s reálem. Na reálném modelu máme omezené vlastnosti, hlavně co se týče nastavování průtoku q a q_c . Také nemáme možnost měnit teplotu chladiva. Jsme závislí pouze na vodě přímo z kohoutku, která nemá stálou teplotu. Proto některé měření probíhali při teplotě $T_c = 291,15K$, ale v některých případech byla teplota vyšší a u některých měření i nižší. Jde o reálný proces, takže i průběhy teplot tomuto odpovídají. Na rozdíl od simulací mají naměřené průběhy kmitavý charakter, což je způsobeno například zmiňovanou nestálostí objemových průtoků nebo vzduchem vstupujícím do výměníku s čerpáním kapaliny atd.

Simulace a reálné měření při vstupní teplotě chlazeného média $T_v = 333,15K$ a vstupní teplotě chladiva $T_c = 289,15K$ při průtoku chlazeného média (dále jen $q[m^3 s^{-1}]$) a chladiva (dále jen $q_c[m^3 s^{-1}]$). V tomto případě $q = 8 \cdot 10^{-6} m^3 s^{-1}$.



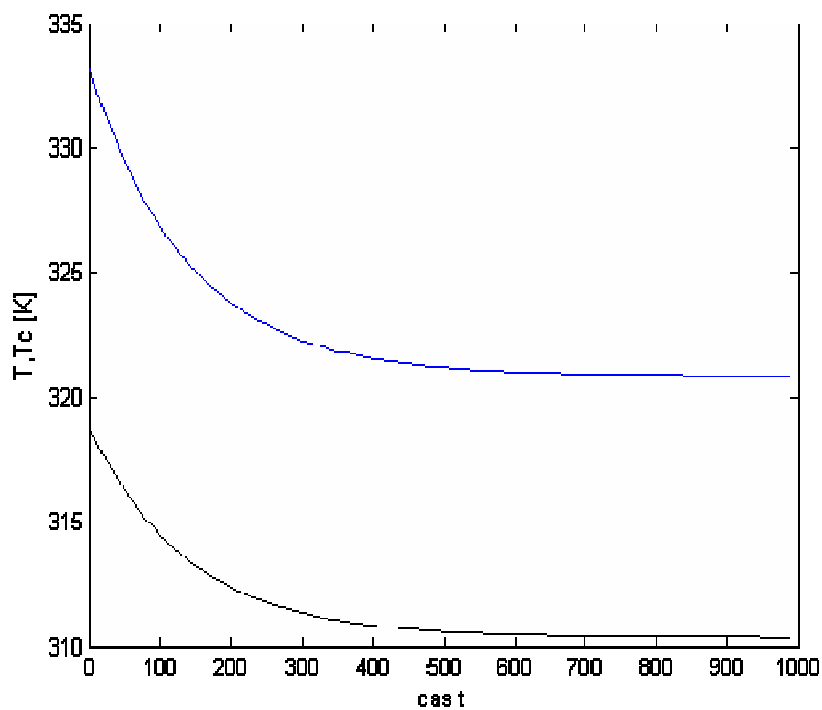
Obr. 10 Simulace dynamiky teplot T a T_c pro

$$q_c = 6 \cdot 10^{-6} m^3 s^{-1}$$



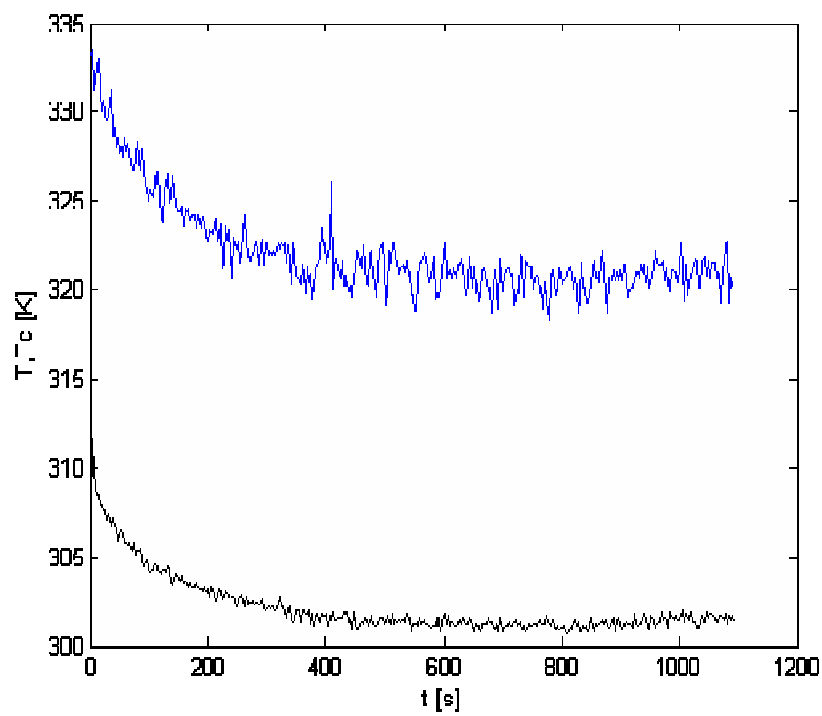
Obr. 11 Naměřené průběhy teplot T a T_c pro

$$q_c = 6 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$$



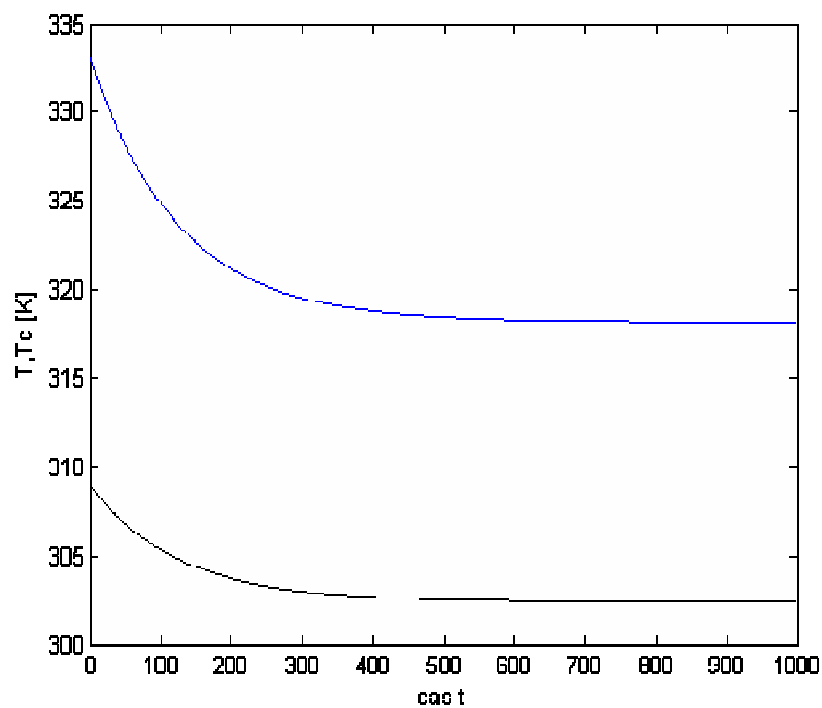
Obr. 12 Simulace dynamiky teplot T a T_c pro

$$q_c = 7 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$$



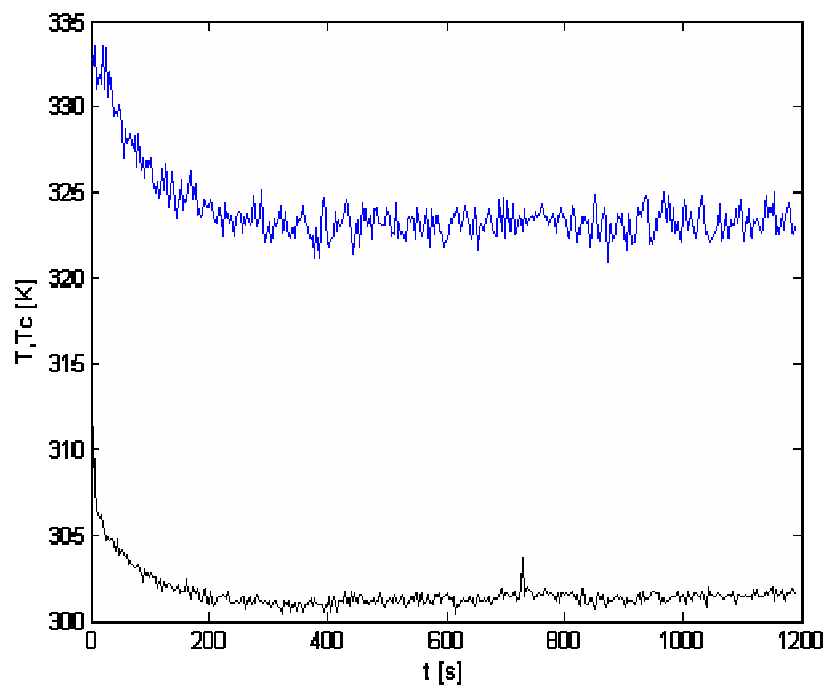
Obr. 13 Naměřené průběhy teplot T a T_c pro

$$q_c = 7 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$$



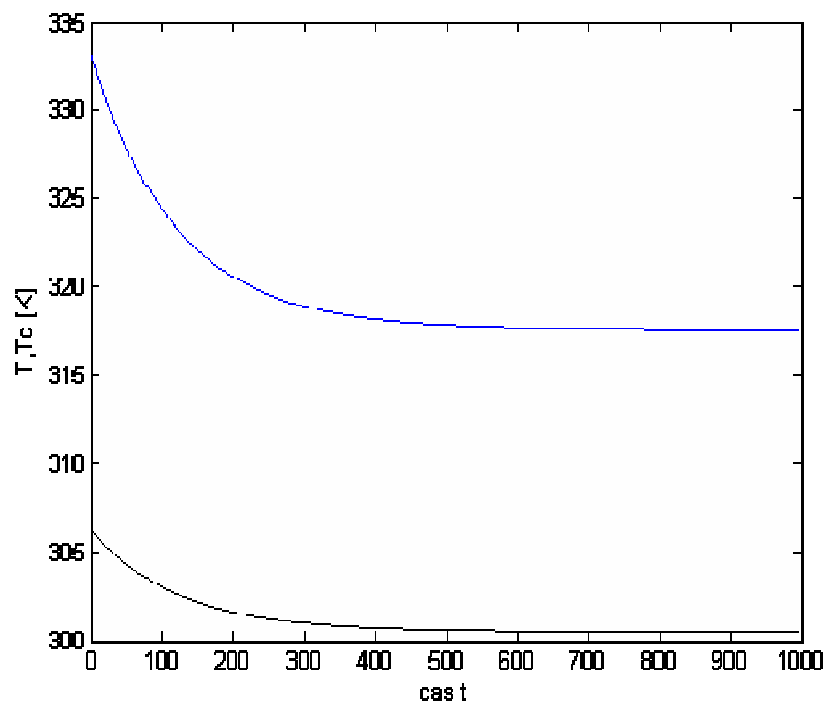
Obr. 14 Simulace dynamiky teplot T a T_c pro

$$q_c = 1,3 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$$



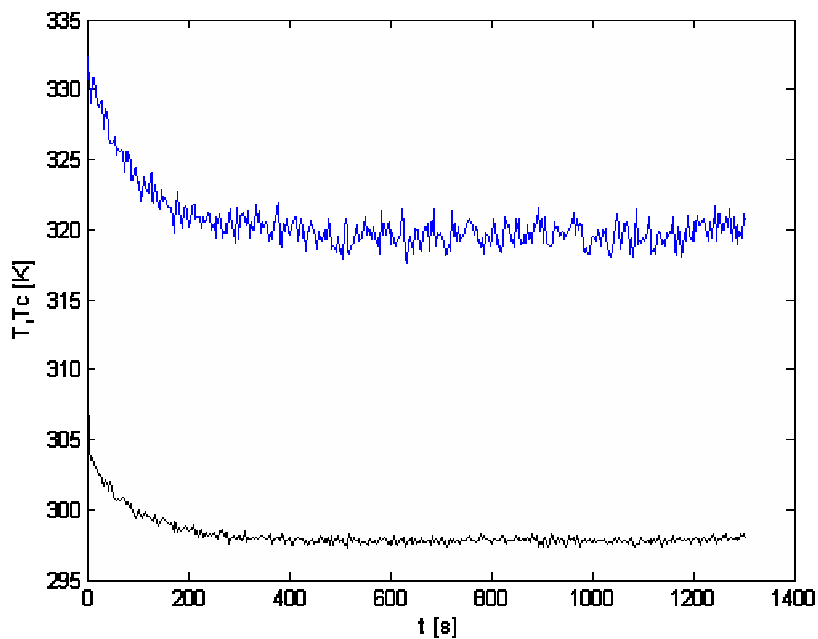
Obr. 15 Naměřené průběhy teplot T a T_c pro

$$q_c = 1,3 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$$



Obr. 16 Simulace dynamiky teplot T a T_c pro

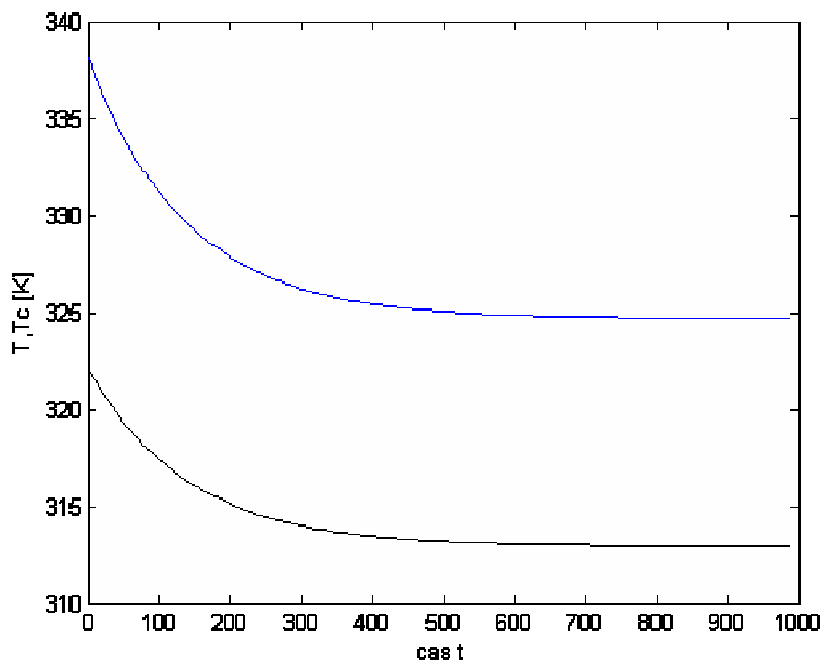
$$q_c = 1,6 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$$



Obr. 17 Naměřené průběhy teplot T a T_c pro

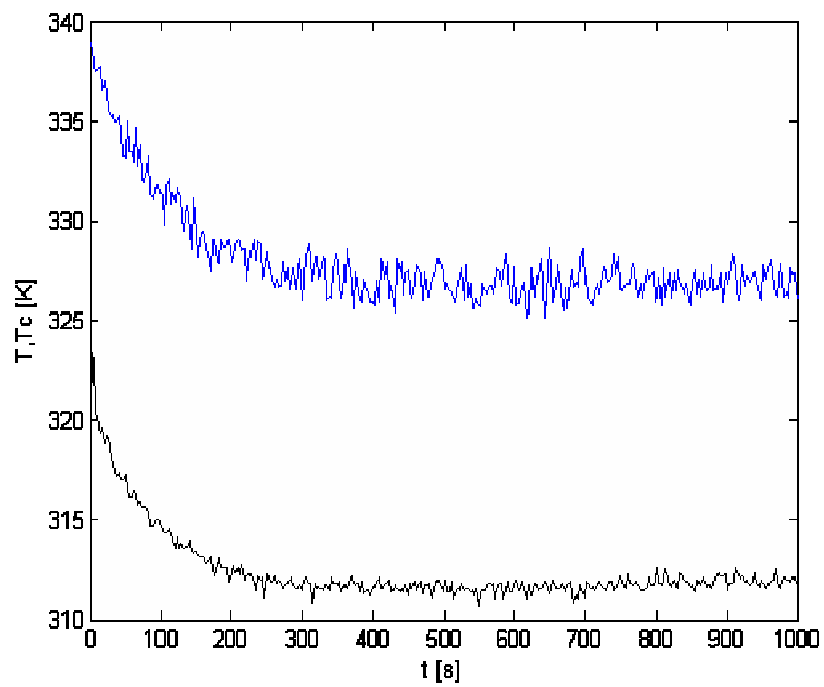
$$q_c = 1,6 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$$

Simulace a reálné měření při vstupní teplotě chlazeného média $T_v = 338,15\text{K}$ a vstupní teplotě chladiva $T_c = 289,15\text{K}$ pro $q = 8 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$.



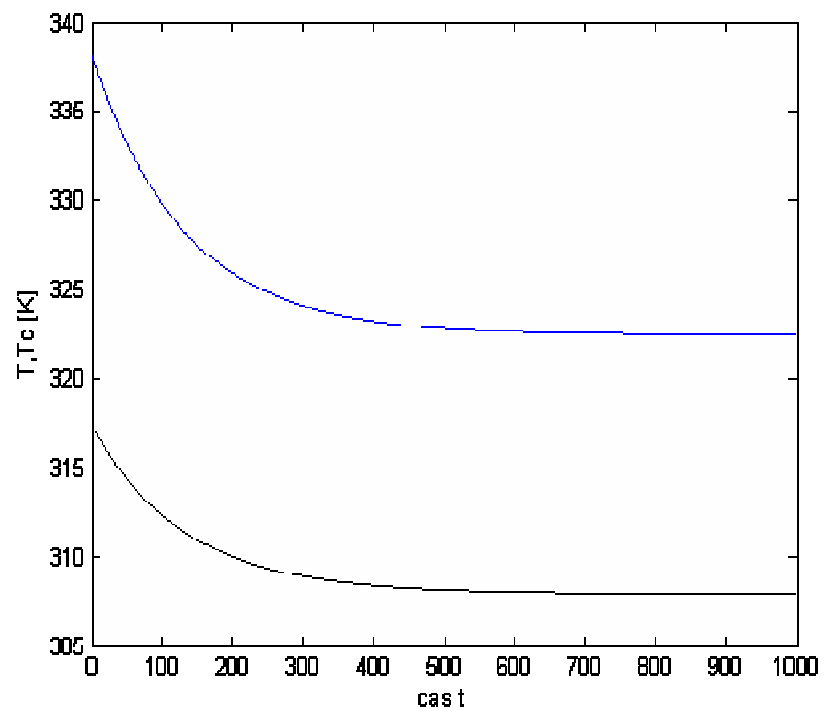
Obr. 18 Simulace dynamiky teplot T a T_c pro

$$q_c = 7 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$$



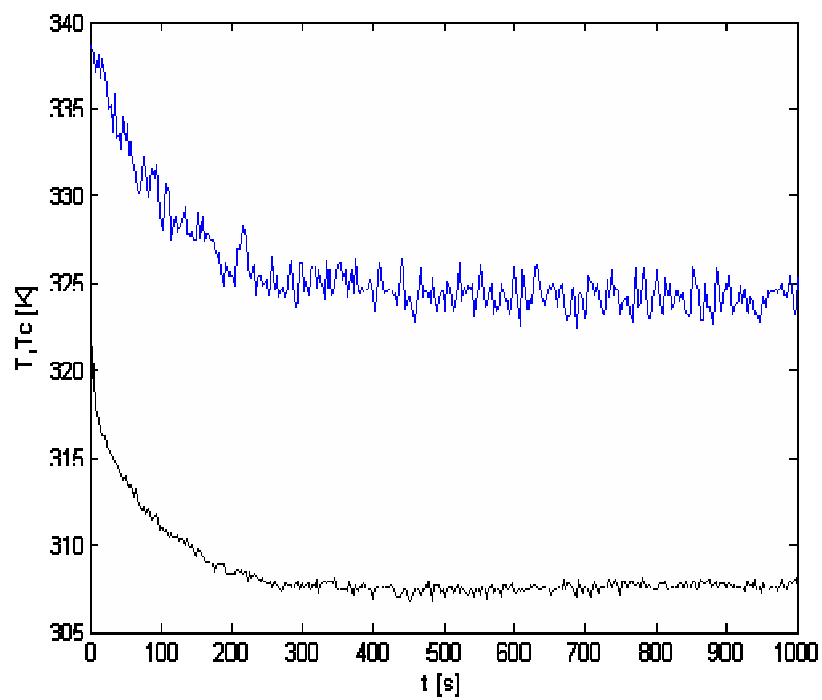
Obr. 19 Naměřené průběhy teplot T a T_c pro

$$q_c = 1,6 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$$



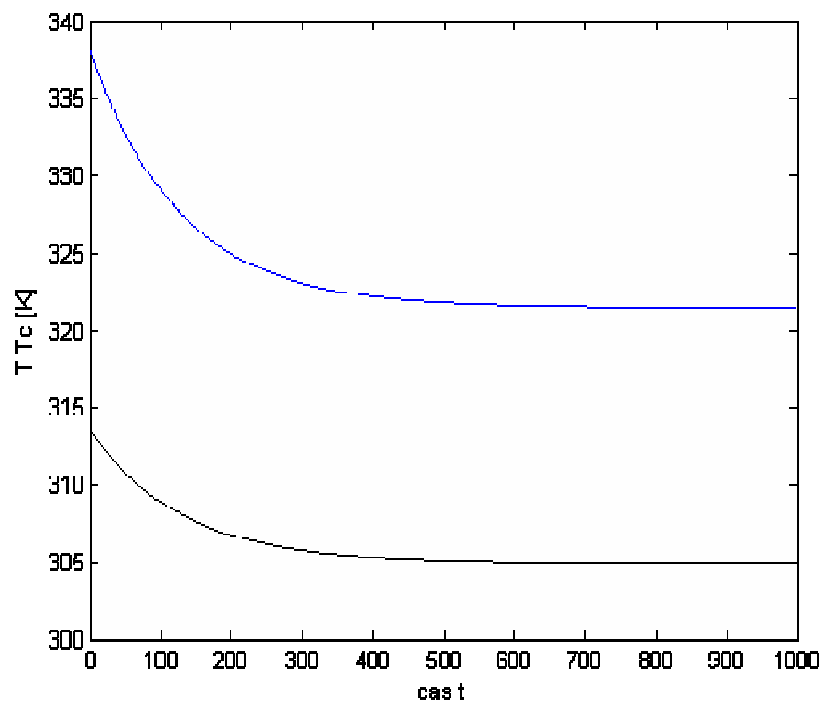
Obr. 20 Simulace dynamiky teplot T a T_c pro

$$q_c = 8,6 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$$



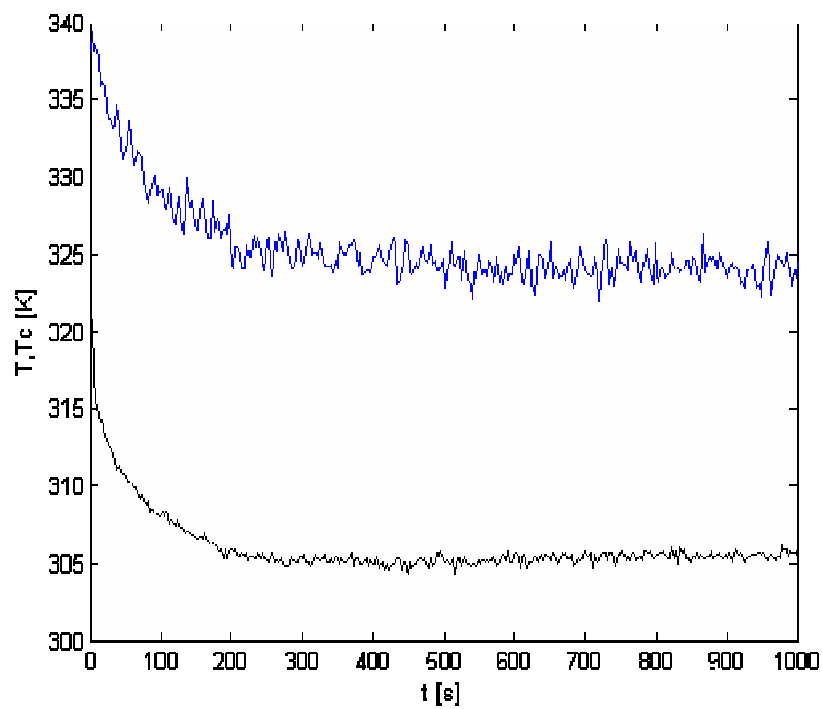
Obr. 21 Naměřené průběhy teplot T a T_c pro

$$q_c = 8,6 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$$



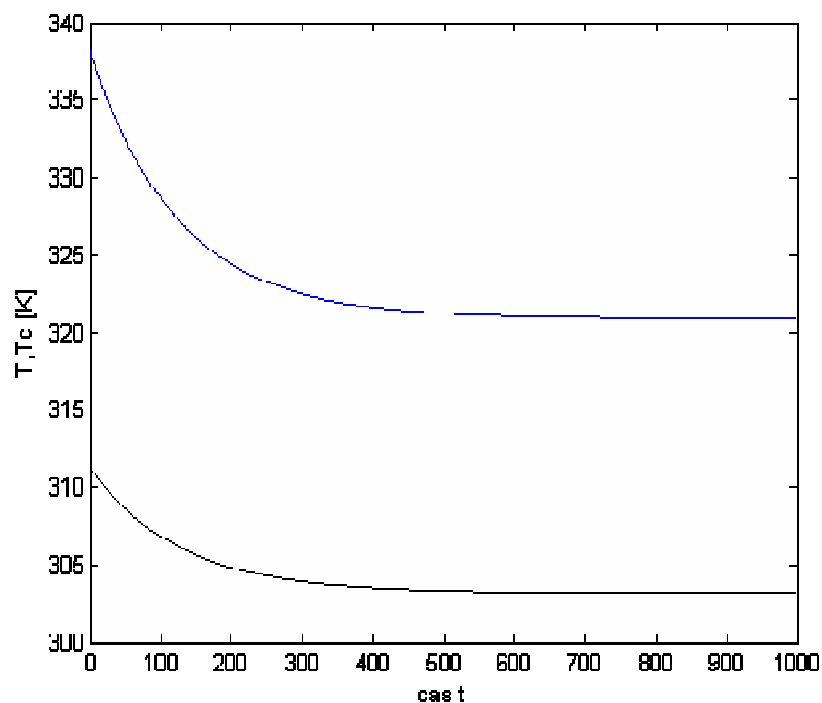
Obr. 22 Simulace dynamiky teplot T a T_c pro

$$q_c = 1,05 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$$



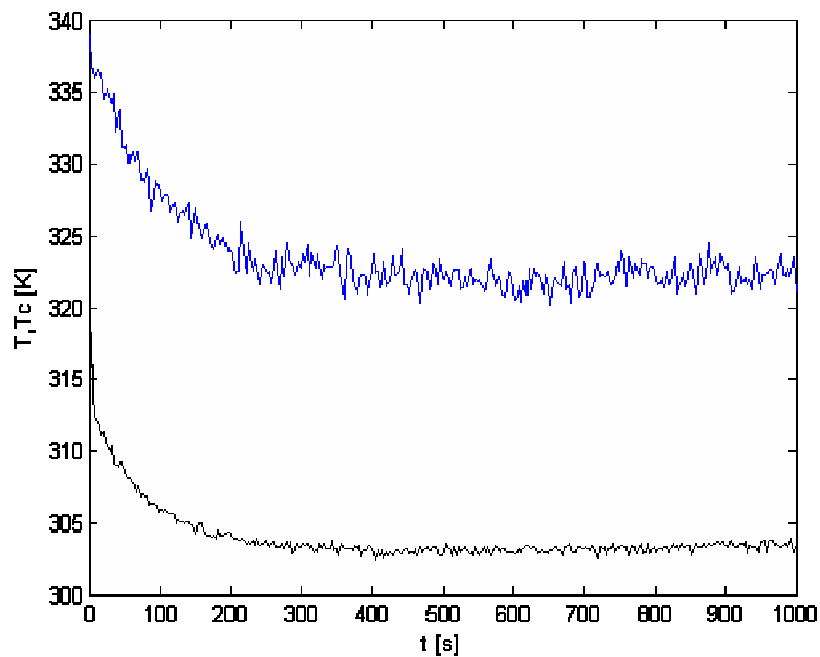
Obr. 23 Naměřené průběhy teplot T a T_c pro

$$q_c = 1,05 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$$



Obr. 24 Simulace dynamiky teplot T a T_c pro

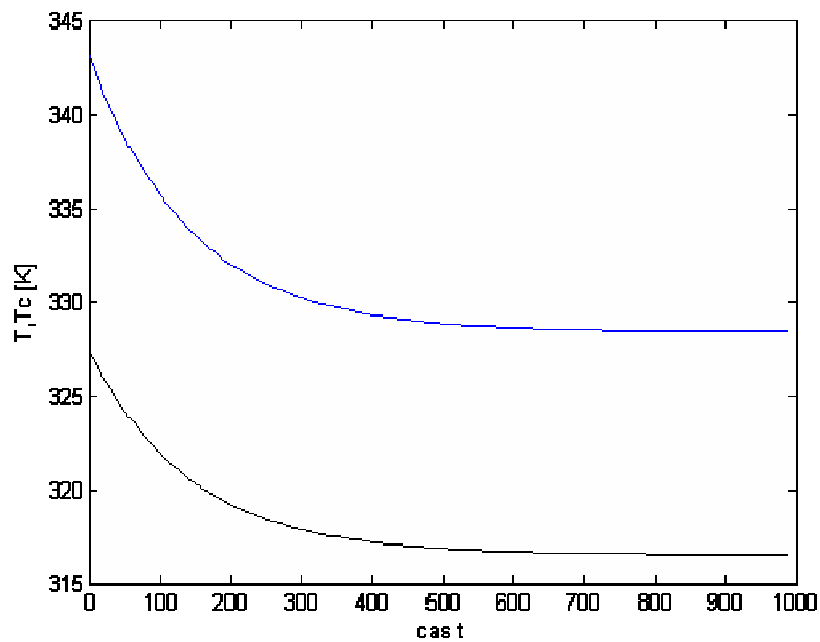
$$q_c = 1,2 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$$



Obr. 25 Naměřené průběhy teplot T a T_c pro

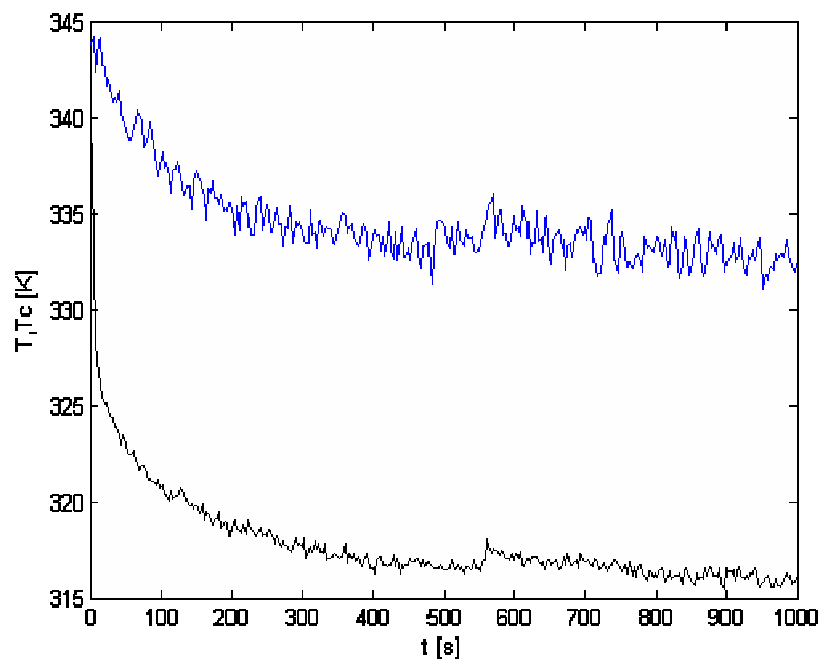
$$q_c = 1,2 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$$

Simulace a reálné měření při vstupní teplotě chlazeného média $T_v = 343,15\text{K}$ a vstupní teplotě chladiva $T_c = 289,15\text{K}$ pro $q = 8 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$.



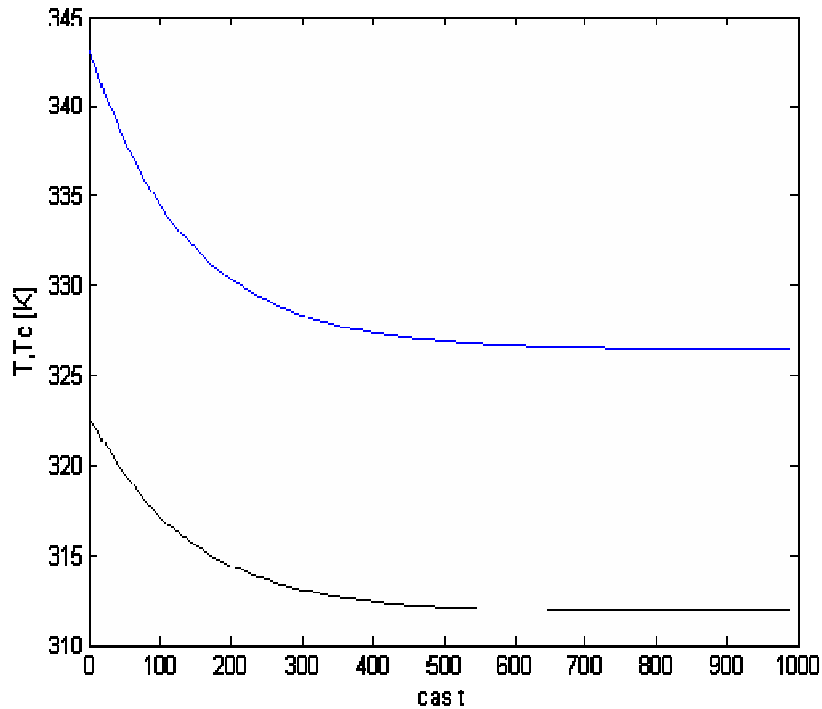
Obr. 26 Simulace dynamiky teplot T a T_c pro

$$q_c = 6,2 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$$



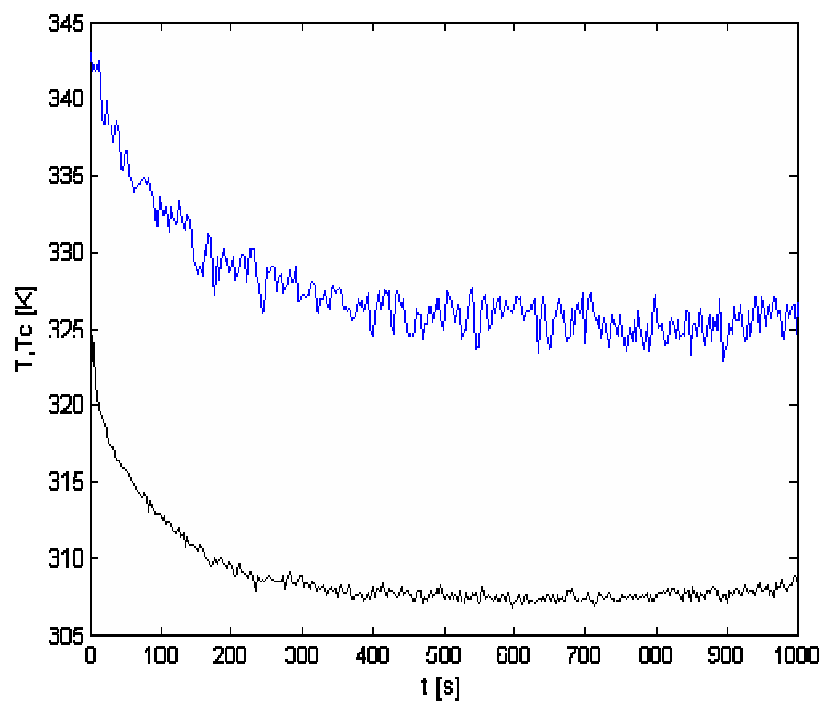
Obr. 27 Naměřené průběhy teplot T a T_c pro

$$q_c = 6,2 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$$



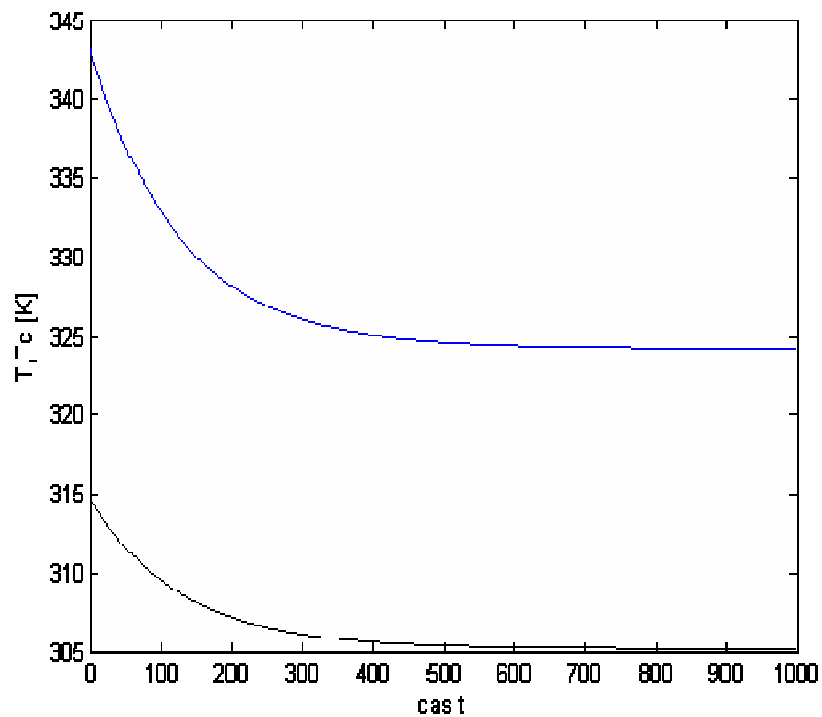
Obr. 28 Simulace dynamiky teplot T a T_c pro

$$q_c = 7,5 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$$



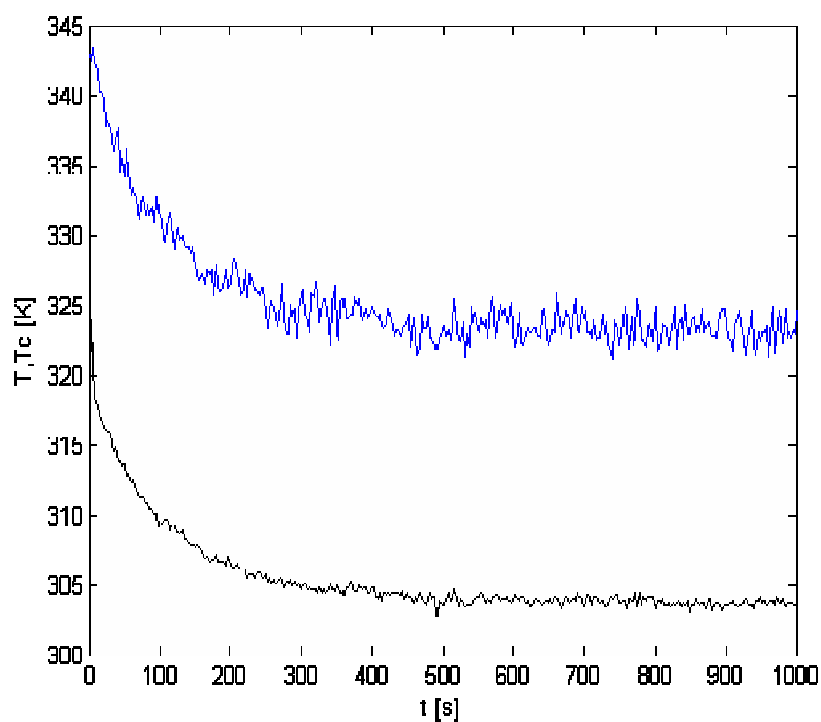
Obr. 29 Naměřené průběhy teplot T a T_c pro

$$q_c = 7,5 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$$



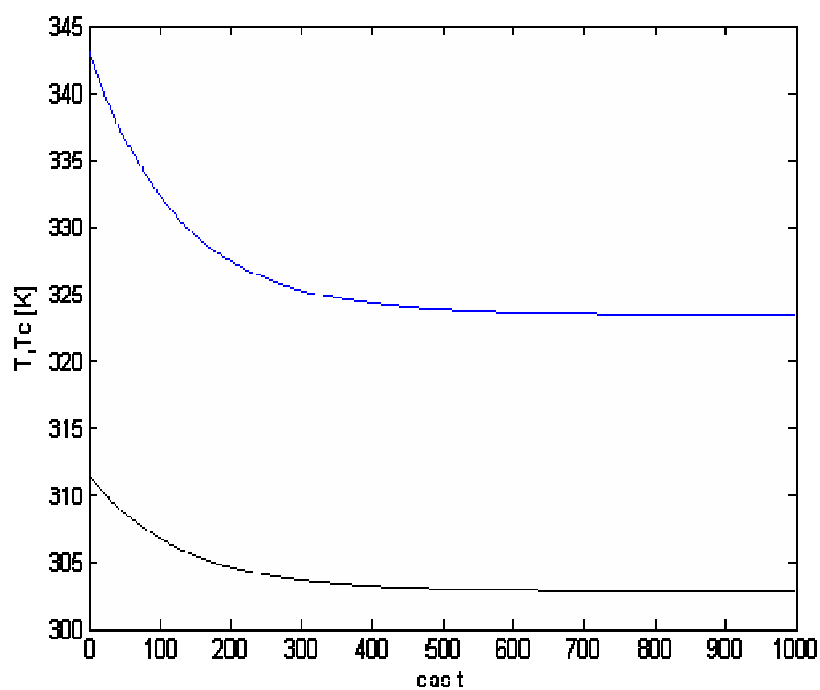
Obr. 30 Simulace dynamiky teplot T a T_c pro

$$q_c = 1,1 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$$



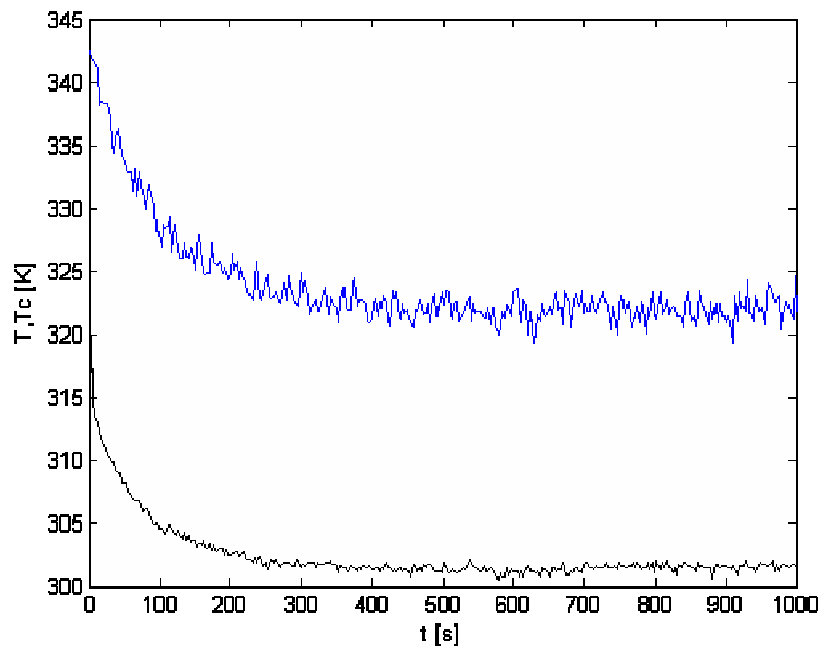
Obr. 31 Naměřené průběhy teplot T a T_c pro

$$q_c = 1,1 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$$



Obr. 32 Simulace dynamiky teplot T a T_c pro

$$q_c = 1,3 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$$



Obr. 33 Naměřené průběhy teplot T a T_c pro

$$q_c = 1,3 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$$

Pozn.: Modrou barvou je vyznačena teplot chlazeného média, černou pak teplota chladiva.

Platí to při simulaci i měření.

Simulace dynamických průběhů teplot je prováděna pro tři různé vstupní teploty chlazeného média. Jsou zvoleny v závislosti na reálném modelu. Model nám totiž neumožňuje libovolné nastavení vstupní teploty. Záměrně jsou voleny průtoky chladiva v rozmezí jednoho řádu, protože nás v tomto případě také omezuje model. Například objemový průtok v řádu $10^{-4} \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ není možné dosáhnout, protože průměr chladicí spirály to jednoduše nedovoluje.

Pokud se podíváme na simulované charakteristiky, tak vidíme, že od naměřených se liší hlavně průběhem, který je rozkmitaný. Druhý viditelný rozdíl je v zesílení systému. Jinými slovy řečeno, teploty, na kterých se simulace a naměřené charakteristiky ustálí nejsou stejné. Můžeme však říci, že se liší v jednotkách stupňů, což je přijatelné. Dalším kritériem, které je dobře viditelné z průběhů je doba ustálení. Je vidět, že reálný model je nepatrně rychlejší, ale z rozkmitaného průběhu není úplně jednoznačný okamžik, kdy se děj ustálí. Všechny tyto odlišnosti, ať už v zesílení nebo v časové konstantě, jsou způsobeny odchylkou mezi odvozeným matematickým modelem a reálným modelem.

V matematickém modelu také neuvažujeme změny prostředí či okolí, které při měření jistě probíhají. V neposlední řadě nesmíme zapomenout na chybu měření.

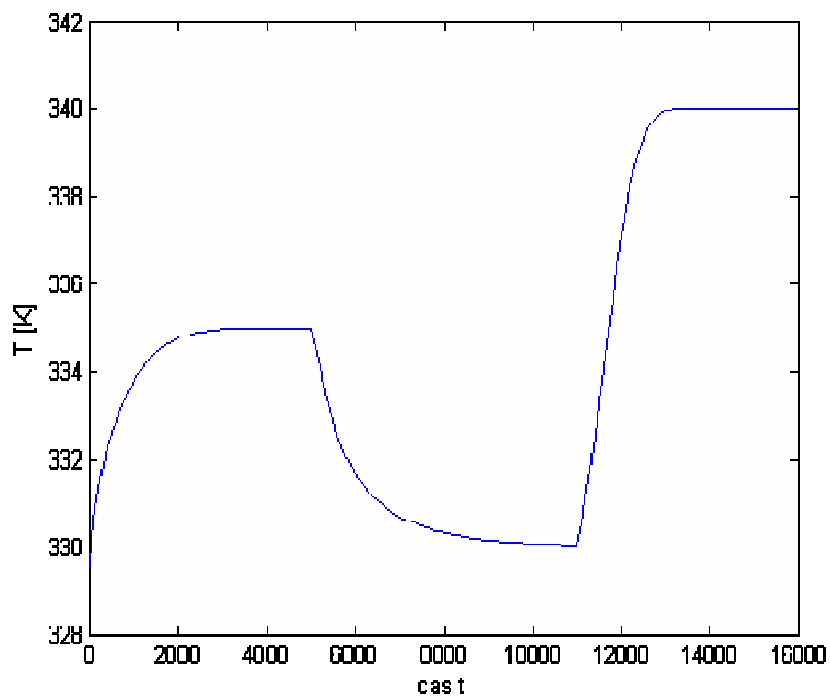
Pokud se zaměříme na průtok chladiva, tak vidíme, že při nižších průtocích chladiva (řádově 10^{-6}) je změna teploty v relativně velkém rozmezí. Dá se říci, že teplota klesne jednoznačně o 10 stupňů. Kdežto pokud zvyšujeme průtok dál (řádově 10^{-5}) tak vidíme, že teplota už se příliš nemění a tudíž je zbytečné průtok dále zvyšovat. Je to způsobeno parametry systému. Jednoduše teplosměnná plocha spirály je omezená a není schopná při dalším zvyšování průtoku ovlivňovat dále změnu teploty. Tento poznatek je důležitý hlavně při řízení teploty. Zjišťujeme tím, že teplotu můžeme řídit právě v tomto rozmezí (v okolí pracovního bodu). Pokud se podíváme na obr. 31 vidíme, že při vstupní teplotě chlazeného média $T_v = 343,15K$ a teplotě chladiva $T_{cv} = 389,15K$ jen těžko můžeme dosáhnout například teplotu $T = 320K$. Tato spojitost platí i u dalších průběhů.

2.4 Simulace řízení systému polynomiální syntézou 1DOF a 2DOF

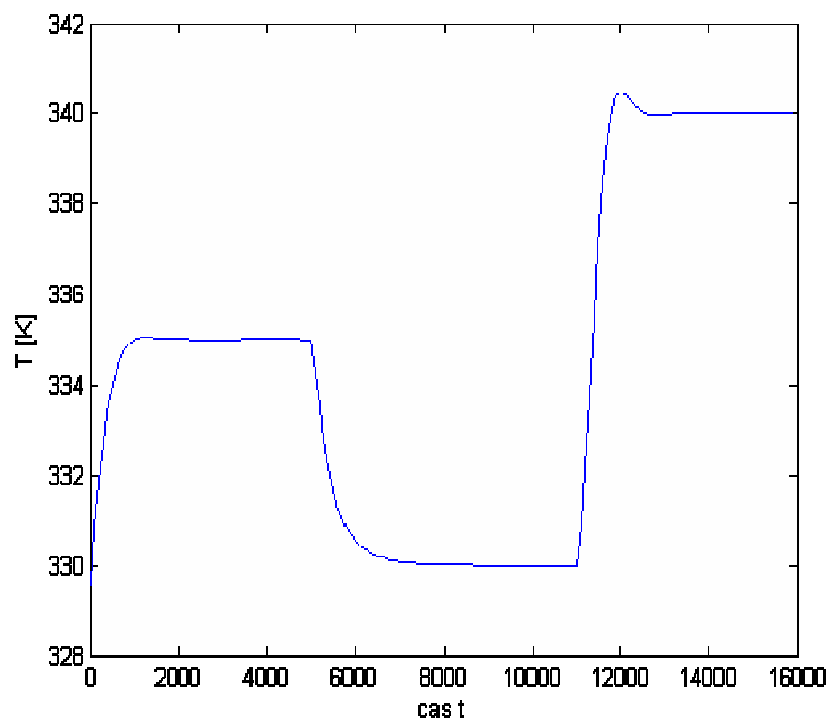
Na začátku je nutné říci, že regulátory jsou navrženy pro systém, který je odvozen aproximací přechodové charakteristiky našeho modelu. Systém je aproximován, jako soustava druhého řádu. Každá simulace řízení probíhá pro zvolenou vstupní teplotu chlazeného média a vstupní teplotu chladiva. Simulace probíhá tak, že nejprve necháme protékat chladivo určitým průtokem a teplota se nám ustálí na nějaké hodnotě. V simulaci si zvolíme čas, po kterém můžeme zahájit regulaci. Akční veličinou je pro nás průtok chladiva q_c .

2.4.1 Simulace v 1DOF struktuře

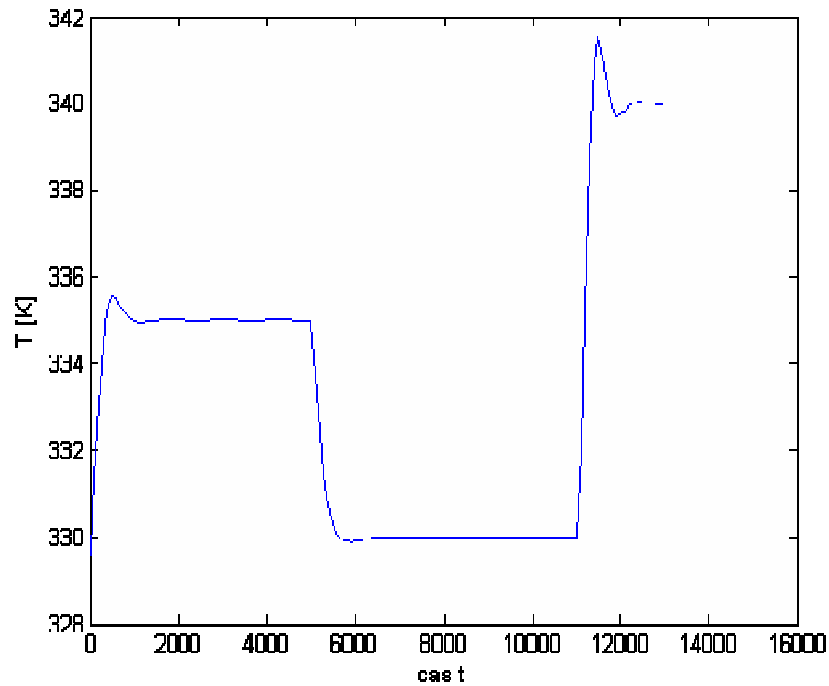
Simulace bude prováděna pro $T_v = 243,15K$ a $T_{cv} = 289,15K$. Průtok výměníkem volíme $q = 8 \cdot 10^{-6} m^3 s^{-1}$, průtok chladiva na začátku simulace je $q_c = 5 \cdot 10^{-6} m^3 s^{-1}$. Jelikož je simulace závislá na násobném pólu γ charakteristického polynomu, bude prováděna pro jeho různé hodnoty. Žádanou hodnotu si zvolíme ve třech skocích jako $w = [335 \ 330 \ 340]K$.



Obr. 34 Simulace řízení pro $\gamma = 4,6 \cdot 10^{-2}$



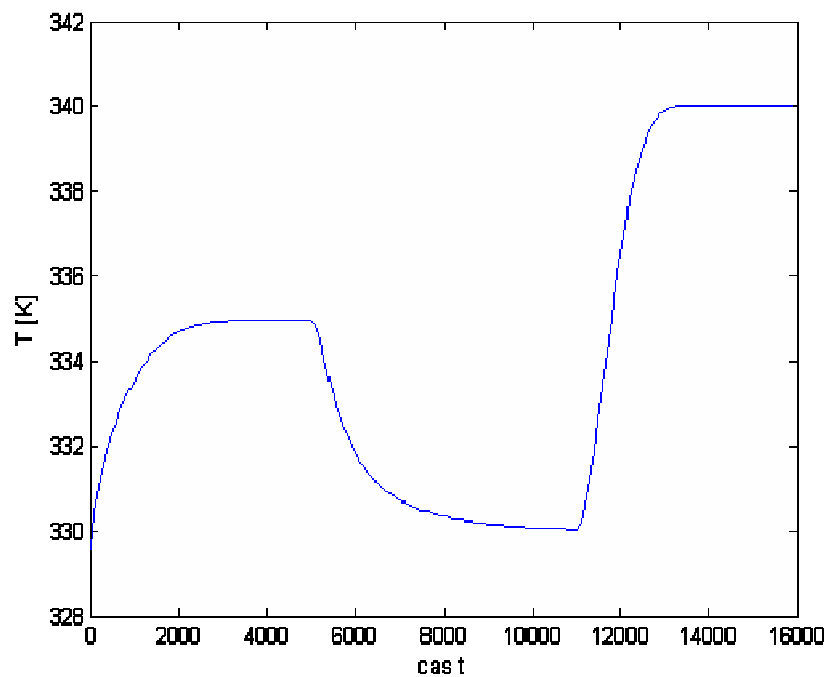
Obr. 35 Simulace řízení pro $\gamma = 6 \cdot 10^{-2}$



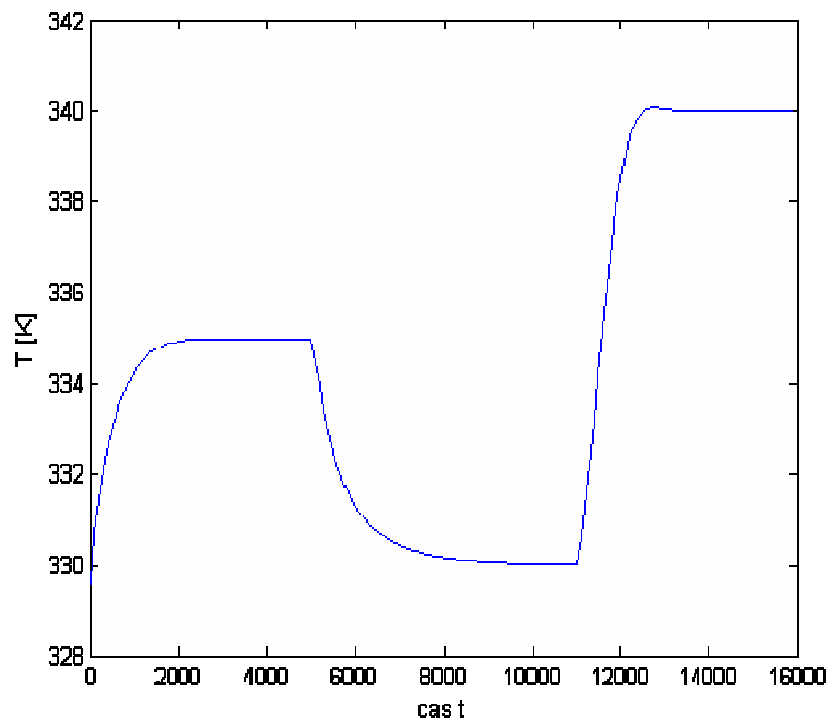
Obr. 36 Simulace řízení pro $\gamma = 8 \cdot 10^{-2}$

2.4.2 Simulace ve 2DOF struktuře

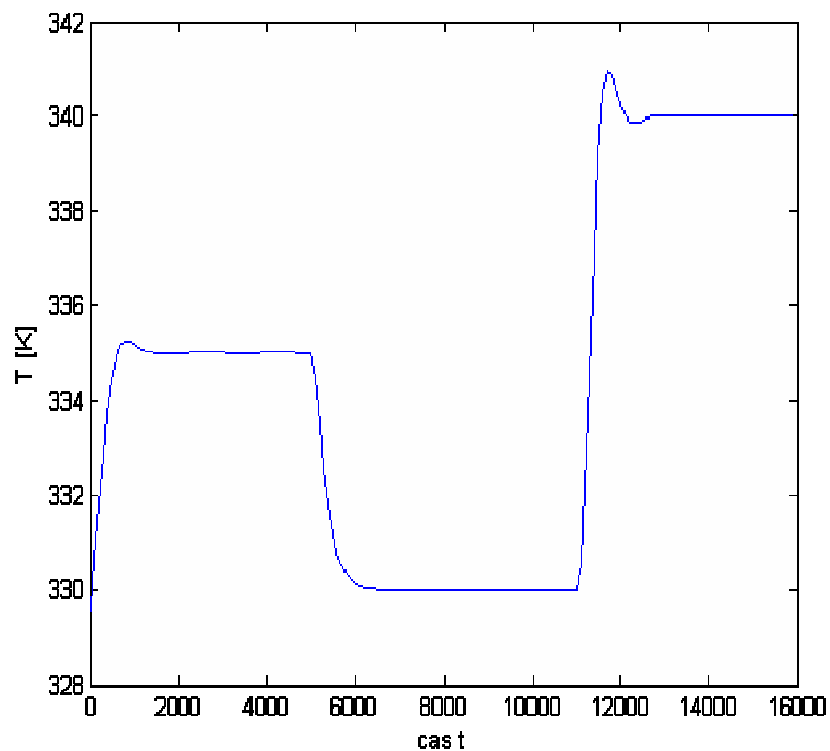
V tomto případě budeme uvažovat stejné počáteční hodnoty i póly charakteristického polynomu. Výsledky obou metod poté srovnáme.



Obr. 37 Simulace řízení pro $\gamma = 4,6 \cdot 10^{-2}$



Obr. 38 Simulace řízení pro $\gamma = 6 \cdot 10^{-2}$



Obr. 39 Simulace řízení pro $\gamma = 8 \cdot 10^{-2}$

Ze simulovaných průběhů je zřejmé, že volba reálného násobného pólu γ má na regulaci výrazný vliv. Je jednoznačně vidět, že jeho zvyšování způsobuje překmit regulované

veličiny, což je ve většině případů nežádoucí vlastnost. Větší ρ způsobuje zrychlení regulace. Ovšem tato změna je vzhledem k délce regulace nepatrná. Proto si myslím, že není dobré zrychlovat regulaci, když přitom vzniká nežádoucí překmit.

Pokud porovnáme obě syntézy, vidíme, že obě vykazují na první pohled takřka stejné výsledky, což může být ve skutečnosti velkou výhodou, protože je možné zvolit z obou regulátorů ten jednodušší a třeba i levnější. Malé rozdíly se vyskytují. 1DOF vykazuje při zvyšování γ nepatrně větší překmit než 2DOF.

Je také vidět, že se potvrdila vlastnost, která byla zmiňovaná v části 2.3 při závěrečném komentáři průběhů. Je jasné vidět, že při regulaci na první žádanou hodnotu $w = 235K$ je regulace poměrně rychlá, ale pokud má být teplota stlačena na $w = 230K$ je vidět, že je regulace problematičtější. Pro $w = 240K$ je pak regulace znovu rychlá. Pokud však zvýšíme γ , pak se i doba regulace na teplotu $230K$ zkracuje, ale u vyšších teplot, pro které je regulace jednodušší již dochází k překmitům.

ZÁVĚR

Úkolem této diplomové práce bylo řešení statických a dynamických vlastností modelu míchaného tepelného výměníku, který je chlazen spirálou protékanou chladivem. Dalším krokem bylo srovnání řešeného matematického modelu s reálným výměníkem. Srovnávacím kritériem je v tomto případě dynamické chování. V poslední části je navržena simulace řízení teploty chlazeného média.

Statické a dynamické vlastnosti jsou nasimulovány v programu MATLAB. Dynamická simulace je využita ke srovnání s reálným modelem.

Srovnávání bylo omezeno možnostmi reálného modelu, ale odchylky od matematického modelu byly patrné. Důležitým poznatkem je, že parametry modelu nejsou nikdy jednoznačně stanoveny. Např. koeficient přestupu tepla má velký vliv na zesílení a je přizpůsobován reálnému modelu. Systém je relativně pomalý. Doba ustálení se pohybuje v minutách nebo spíše desítkách minut. Závisí hodně na objemu výměníku a také na průtoku chladiva a jeho teplotě. Zvyšování průtoku chladiva má smysl pouze do určité hodnoty, protože teplosměnná plocha spirály je omezená a vyšší průtok již není schopen snížit teplotu chlazeného média. Toto zjištění je důležité u simulace řízení. Průběh naměřených hodnot má kmitavý charakter. Je to způsobeno kolísáním objemových průtoků nebo taky vzduchem, který se dostává do systému při čerpání vody atd.

Při návrhu regulátoru je využita polynomiální metoda, spolu s metodou přiřazení pólů a je uvažováno řízení v 1DOF a 2DOF struktuře. Při simulaci řízení modelu je zvoleno více hodnot žádané veličiny. Je zde dobře vidět, že pokud chladíme na teplotu, která je nízká v porovnání se vstupní teplotou chlazeného média, pak i čas regulace je delší. V tomto případě se projevuje omezená teplosměnná plocha spirály a vlastnost průtoku chladiva, která je zmíněna v předchozím odstavci. Pokud zvýšíme reálný násobný pól charakteristického polynomu regulace se zrychlí, ale většinou vede k překmitu regulované veličiny. Obě metody syntézy dávají podobné výsledky. Syntéza 1DOF vykazuje nepatrně větší překmit než 2DOF.

Všechny programy jsou napsány v MATLABu 6.5 a jsou uloženy na příloženém CD.

ZÁVĚR V ANGLIČTINĚ

The aim of this thesis was the compilation of stirred heat flow exchange with spiral cooling. The next part of this thesis was the dynamic attributes confrontation of real model exchanger with the mathematical model of this exchanger. The comparison criterion is the dynamic behavior. The last part of this thesis contains the simulation of mathematical model control.

Everyone simulation was executed in Matlab, the computer program. The dynamic simulation is used for confrontation with the real model. The confrontation was limited by real model options, however the deviation were evident. The important result is, that the model parameters are never set exactly. For example the heat-transfer coefficient influences the gain and adapts to real model. The system is relative slow. The stabilization time range is in minutes. It depends on exchanger volume and also on cooling water flow and on the temperature. The rise of cooling water is effective only to certain point, because the spiral heat transfer surface is limited and the bigger flow rate is not able to bring down the temperature of cooling medium. This is important for simulation of control. The behavior of measured values is oscillating. It is because of the volume flow rate fluctuations, likewise the air, witch comes to system by water pumping.

To project of controller is used a polynomial method with a polynomial approach design and is allow in 1DOF or 2DOF system configuration control. For simulation of control are selected more values of wanted signal. It is evident, that if we cool on lower temperature than incoming cooling medium temperature, the time of regulation is longer. In this case the heat transfer surface of spiral makes itself felt. If we increase the real multiply pole of characteristic polynom, the simulation goes faster, however it means bigger overshoot of control signal. Both synthesis methods offer similar results. The 1DOF syntheses works with a little bid bigger overshoot than 2DOF syntheses.

All programs have been written in Matlab 6.5 and are included in the thesis on the CD.

SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY

- [1] Ogunnaike, B.A., Ray, W.H.: Process dynamics, modeling and control. Oxford University Press, New York, 1994
- [2] Horáček, P.: Systémy a modely (skriptum). Vydavatelství ČVUT, Praha, 1999
- [3] Severance, F.L.: System modeling and simulation. Wiley, Chichester, 2001
- [4] Saleri, F., Quarteroni, A.: Scientific computing with MATLAB. Springer, Heidelberg, 2001
- [5] Kučera, V.: Diophantine equations in control – A survey. Automatica, vol. 29, 1993, 1361-1375

SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK

t	čas $t \in \langle 0, \infty \rangle$	[s]
z	prostorová nezávisle proměnná $z \in \langle 0, L \rangle$	[m]
V	objem výměníku	[m ³]
L	délka chladicí spirály	[m]
d_1	vnitřní průměr chladicí spirály	[m]
d_2	vnější průměr chladicí spirály	[m]
ρ	hustota chlazeného média	[kg.m ⁻³]
ρ_c	hustota chladiva	[kg.m ⁻³]
ρ_s	hustota stěny spirály	[kg.m ⁻³]
c_p	měrná tepelná kapacita chlazeného média	[kJ.kg ⁻¹ .K ⁻¹]
c_{pc}	měrná tepelná kapacita chladiva	[kJ.kg ⁻¹ .K ⁻¹]
c_{ps}	měrná tepelná kapacita stěny spirály	[kJ.kg ⁻¹ .K ⁻¹]
α_1	koeficient přestupu tepla ze spirály do chladiva	[kJ.m ⁻² .K ⁻¹ .s ⁻¹]
α_2	koeficient přestupu tepla z chlazeného média do spirály	[kJ.m ⁻² .K ⁻¹ .s ⁻¹]
ds_1	vnitřní plocha elementu chladicí spirály	[m ²]
ds_2	vnější plocha elementu chladicí spirály	[m ²]
df_c	vnitřní průřez chladicí spirály	[m ²]
df_s	průřez stěny chladicí spirály	[m ²]
dV_s	objemový element stěny spirály	[m ³]
dV_c	objemový element chladiva	[m ³]
Q_p	teplo, které přestoupí z elementu stěny do chladiva	[kW]
T_v	vstupní teplota chlazeného média	[K]
T_{cv}	vstupní teplota chladiva	[K]

T	teplota chlazeného média	[K]
T_s	teplota stěny spirály	[K]
b_{0-4}, a	zjednodušující konstanty	[-]
T_c	teplota chladiva	[K]
q	průtok chlazeného média	[m ³ .s ⁻¹]
q_c	průtok chladiva	[m ³ .s ⁻¹]
v_c	rychlost proudění chladiva	[m.s ⁻¹]
$(*)^S$	ustálená hodnota veličin	[-]
r_1, r_2	průměrná teplota T a T_c	[K]
s_1, s_2	suma T a T_c	[K]
ε	přesnost	[-]
$y(m, i)$	označení veličin	[-]
t_f	doba simulace	[s]
w	žádaná hodnota	[K]
u	akční zásah	[m ³ .s ⁻¹]
v	porucha	[-]
y	regulovaná veličina	[K]
e	regulační odchylka	[K]
G, G_v	regulovaný systém	[-]
Q, R	zpětnovazební a přímovazební regulátor	[-]
γ	reálný násobný pól	[-]
deg x	stupně jednotlivých polynomů	[-]

SEZNAM OBRÁZKŮ

<i>Obr. 1 Schéma tepelného výměníku</i>	12
<i>Obr. 2 Element spirály protékané chladivem</i>	12
<i>Obr. 3 Detail chladící spirály</i>	13
<i>Obr. 4 1DOF konfigurace řízení.....</i>	23
<i>Obr. 5 2DOF konfigurace řízení.....</i>	26
<i>Obr. 6 Teplota chladiva po délce spirály při zvolených průtocích chladiva</i>	32
<i>Obr. 7 Teplota stěny chladící spirály po její délce při zvolených průtocích chladiva.....</i>	33
<i>Obr. 8 Teplota chladiva po délce spirály při zvolených průtocích chladiva</i>	33
<i>Obr. 9 Teplota stěny spirály po její délce spirály při zvolených průtocích chladiva</i>	34
<i>Obr. 10 Simulace dynamiky teplot T a T_c pro $q_c = 6 \cdot 10^{-6} m^3 s^{-1}$</i>	35
<i>Obr. 11 Naměřené průběhy teplot T a T_c pro $q_c = 6 \cdot 10^{-6} m^3 s^{-1}$</i>	36
<i>Obr. 12 Simulace dynamiky teplot T a T_c pro $q_c = 7 \cdot 10^{-6} m^3 s^{-1}$</i>	36
<i>Obr. 13 Naměřené průběhy teplot T a T_c pro $q_c = 7 \cdot 10^{-6} m^3 s^{-1}$</i>	37
<i>Obr. 14 Simulace dynamiky teplot T a T_c pro $q_c = 1,3 \cdot 10^{-5} m^3 s^{-1}$</i>	37
<i>Obr. 15 Naměřené průběhy teplot T a T_c pro $q_c = 1,3 \cdot 10^{-5} m^3 s^{-1}$</i>	38
<i>Obr. 16 Simulace dynamiky teplot T a T_c pro $q_c = 1,6 \cdot 10^{-5} m^3 s^{-1}$</i>	38
<i>Obr. 17 Naměřené průběhy teplot T a T_c pro $q_c = 1,6 \cdot 10^{-5} m^3 s^{-1}$</i>	39
<i>Obr. 18 Simulace dynamiky teplot T a T_c pro $q_c = 7 \cdot 10^{-6} m^3 s^{-1}$</i>	39
<i>Obr. 19 Naměřené průběhy teplot T a T_c pro $q_c = 1,6 \cdot 10^{-5} m^3 s^{-1}$</i>	40
<i>Obr. 20 Simulace dynamiky teplot T a T_c pro $q_c = 8,6 \cdot 10^{-6} m^3 s^{-1}$</i>	40
<i>Obr. 21 Naměřené průběhy teplot T a T_c pro $q_c = 8,6 \cdot 10^{-6} m^3 s^{-1}$</i>	41
<i>Obr. 22 Simulace dynamiky teplot T a T_c pro $q_c = 1,05 \cdot 10^{-5} m^3 s^{-1}$</i>	41
<i>Obr. 23 Naměřené průběhy teplot T a T_c pro $q_c = 1,05 \cdot 10^{-5} m^3 s^{-1}$</i>	42
<i>Obr. 24 Simulace dynamiky teplot T a T_c pro $q_c = 1,2 \cdot 10^{-5} m^3 s^{-1}$</i>	42
<i>Obr. 25 Naměřené průběhy teplot T a T_c pro $q_c = 1,2 \cdot 10^{-5} m^3 s^{-1}$</i>	43
<i>Obr. 26 Simulace dynamiky teplot T a T_c pro $q_c = 6,2 \cdot 10^{-6} m^3 s^{-1}$</i>	43
<i>Obr. 27 Naměřené průběhy teplot T a T_c pro $q_c = 6,2 \cdot 10^{-6} m^3 s^{-1}$</i>	44

<i>Obr. 28 Simulace dynamiky teplot T a T_c pro $q_c = 7,5 \cdot 10^{-6} m^3 s^{-1}$</i>	44
<i>Obr. 29 Naměřené průběhy teplot T a T_c pro $q_c = 7,5 \cdot 10^{-6} m^3 s^{-1}$</i>	45
<i>Obr. 30 Simulace dynamiky teplot T a T_c pro $q_c = 1,1 \cdot 10^{-5} m^3 s^{-1}$</i>	45
<i>Obr. 31 Naměřené průběhy teplot T a T_c pro $q_c = 1,1 \cdot 10^{-5} m^3 s^{-1}$</i>	46
<i>Obr. 32 Simulace dynamiky teplot T a T_c pro $q_c = 1,3 \cdot 10^{-5} m^3 s^{-1}$</i>	46
<i>Obr. 33 Naměřené průběhy teplot T a T_c pro $q_c = 1,3 \cdot 10^{-5} m^3 s^{-1}$</i>	47
<i>Obr. 34 Simulace řízení pro $\gamma = 4,6 \cdot 10^{-2}$</i>	49
<i>Obr. 35 Simulace řízení pro $\gamma = 6 \cdot 10^{-2}$</i>	49
<i>Obr. 36 Simulace řízení pro $\gamma = 8 \cdot 10^{-2}$</i>	50
<i>Obr. 37 Simulace řízení pro $\gamma = 4,6 \cdot 10^{-2}$</i>	50
<i>Obr. 38 Simulace řízení pro $\gamma = 6 \cdot 10^{-2}$</i>	51
<i>Obr. 39 Simulace řízení pro $\gamma = 8 \cdot 10^{-2}$</i>	51