

Simulace a řízení systémů se zpožděním

Simulation and Control of Delayed
Systems

Bc. Libor Pekař

Diplomová práce
2005



Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně
Fakulta technologická
Institut řízení procesů a aplikované informatiky

Vložit oficiální zadání diplomové/bakalářské práce

Vřele děkuji vedoucímu diplomové práce panu prof. Ing. Romanu Prokopovi, CSc. za jeho odborné vedení, cenné rady a připomínky, jež mi ochotně poskytoval při řešení této práce.

Souhlasím s tím, že s výsledky mé práce může být naloženo podle uvážení vedoucího diplomové práce, ředitele ústavu a institutu. V případě publikace budu uveden jako spoluautor.

Prohlašuji, že jsem na celé diplomové práci pracoval samostatně a použitou literaturu jsem citoval.

Ve Zlíně, 26. 05. 2005

.....

podpis

ABSTRAKT

Systémy se zpožděním a jejich analýza jsou atraktivní vědní disciplinou v teorii řízení již dlouhá desetiletí. Je dobře známo, že zpožďující členy způsobují problémy zejména ve zpětné vazbě. Navíc, zobecnění dopravního zpoždění na levou část diferenciální rovnice přináší nekonečný počet pólů. Existuje řada metod jak tato problémy řešit, od Smithova prediktoru až k moderním algebraickým přístupům. Diplomová práce se zabývá čtyřmi přístupy v této problematice. První způsob je založen na aproximaci zpoždění a následné syntéze regulátoru přes diofantické rovnice v R_{PS} . Druhý přístup reprezentuje syntézu v okruhu meromorfních funkcí. Třetí princip zobecňuje řízení s vnitřním modelem (IMC) pro anizochronní systémy. Konečně čtvrtý přístup využívá prediktivní filozofie pro návrh regulátorů. Všechny metody byly implementovány do programového prostředí Matlab - Simulink a byl vytvořen programový systém pro obecné použití. Na řadě příkladů byly v tomto prostředí jednotlivé metody testovány a analyzovány.

ABSTRACT

Delayed systems and their analysis has been an attractive and deeply studied area of the control theory for decades. It is well known that delay terms cause obstacles especially in closed loop control. Moreover, delay terms in the left side of differential equations bring an infinite number of poles. The problems can be solved by several principles from Smith predictor to modern algebraic methods. The work is focused on analysis and comparison of four nontraditional approaches for control synthesis. The first method is based on an approximation of delay terms and the following control design via Diophantine equations in the ring R_{PS} . The second one utilizes a modern approach through meromorphic functions which belongs also to algebraic methods. The third principle generalizes Internal model control (IMC) for anisochronic systems. The last principle uses predictive philosophy for continuous time dynamic systems. All principles were implemented into Matlab - Simulink environment and a user friendly control and simulation program was developed. Studied methods were verified and analyzed by many control examples.

OBSAH

ÚVOD.....	7
1 SYSTÉMY SE ZPOŽDĚNÍM.....	8
1.1 SYSTÉMY S DOPRAVNÍM ZPOŽDĚNÍM	8
1.2 SYSTÉMY SE ZPOŽDĚNÍM.....	9
1.3 PROGRAMOVÁ IMPLEMENTACE ANIZOCHRONNÍCH MODELŮ A JEJICH ANALÝZA	11
2 ALGEBRAICKÉ METODY NÁVRHU REGULÁTORŮ.....	16
2.1 OKRUHY R_{PS} A R_{MS}	16
2.1.1 Okruh R_{PS}	16
2.1.2 Okruh R_{MS}	18
2.2 POSTUP SYNTÉZY REGULAČNÍHO OBVODU V OKRUŽÍCH R_{PS} A R_{MS}	19
2.2.1 Syntéza řízení v okruhu R_{PS}	20
2.2.2 Syntéza řízení v okruhu R_{MS}	21
2.3 ŘEŠENÍ TYPOVÝCH ÚLOH	23
3 ŘÍZENÍ S VNITŘNÍM MODELEM (IMC).....	33
3.1 MEROMORFNÍ SYNTÉZA ŘÍZENÍ S VYUŽITÍM IMC STRUKTURY	33
3.2 ŘEŠENÍ TYPOVÝCH ÚLOH	36
4 ŘÍZENÍ SYSTÉMŮ S DOPRAVNÍM ZPOŽDĚNÍM S VYUŽITÍM PREDIKCE.....	41
4.1 ÚVOD.....	41
4.2 SYNTÉZA ŘÍZENÍ PRO SOUSTAVU 1. ŘÁDU.....	41
4.2.1 Modifikace metodiky.....	43
4.3 SYNTÉZA ŘÍZENÍ PRO SOUSTAVY VYŠŠÍCH ŘÁDŮ.....	47
4.3.1 Řešení programové implementace	49
5 PROGRAMOVÁ REALIZACE SIMULAČNÍHO PROGRAMU V PROSTŘEDÍ MATLAB – SIMULINK	58
6 SIMULAČNÍ EXPERIMENTY	63
6.1 SIMULAČNÍ VÝSLEDKY ŘÍZENÍ NESTABILNÍ SOUSTAVY 1. ŘÁDU	63
6.2 SIMULAČNÍ VÝSLEDKY ŘÍZENÍ STABILNÍ NEMINIMÁLNĚ FÁZOVÉ SOUSTAVY 2. ŘÁDU.....	69
6.3 SHRUTÍ A SROVNÁNÍ UVEDENÝCH METODIK SYNTÉZY ŘÍZENÍ.....	74
ZÁVĚR.....	76
SEZNAM POUŽITÝCH ZDROJŮ	78
SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK	80
SEZNAM OBRÁZKŮ	83
SEZNAM PŘÍLOH.....	85

ÚVOD

Analýza a řízení systémů se zpožděními patří již dlouhou dobu k zajímavým, atraktivním a důležitým oblastem moderní teorie automatického řízení. Svědčí o tom široký okruh publikací i velké množství významných vědeckých akcí věnovaných této problematice.

Zpoždění je obecně chápáno jako doba nutná k uskutečnění přenosu hmoty či energie mezi prvky systému, která se podstatně uplatňuje v dynamice řízení. Tento fenomén se vyskytuje v celé řadě procesů (např. přenos tepla a hmoty, dálkové ovládání objektů, atd.). Klasický model uvažuje dopravní zpoždění, vyjádřené posunutím časového argumentu u vstupní veličiny. Zpoždění se ovšem přirozeně vyskytuje i ve zpětných vazbách, proto se nabízí modelovat procesy i s posunutím argumentu na levé straně diferenciální rovnice, tedy u výstupní veličiny. Takový popis vede na tzv. „*delayed systems*“, neboli *anizochronní* modely [16].

Přístupů k řízení systémů s dopravním zpožděním je mnoho. Mezi nejstarší patří tzv. Smithův prediktor, obsahující model řízeného objektu ve zpětné vazbě. Jeho četné nedostatky vedly ke snaze modifikaci této struktury (např. metody srovnávané v [9]) a k rozvoji tzv. IMC (Internal Model Controllers) řízení. Jiná metodika se zakládá na zobecnění PID regulátorů (např. [6]). V moderní teorii řízení však stále významnější místo zaujímají algebraické metody, založené na řešení diofantických rovnic. Tyto jsou vhodné i pro řešení regulace anizochronních modelů (např. [4], [16]).

Tato práce se zabývá různými metodikami řízení jak modelů systémů se zpožděním pouze v čitateli přenosu, tak i anizochronních systémů. Soustřeďuje se především na algebraické metody, na návrh v okruhu R_{MS} , jenž srovnává s návrhem v okruhu R_{PS} (který vyžaduje aproximaci zpožďujícího členu). Část práce je věnována modifikaci IMC metodiky bez nutnosti aproximace. V poslední řadě je studován prediktivní přístup k řízení systémů s dopravním zpožděním s využitím zobecněných PID regulátorů. Byl vypracován uživatelský programový systém v prostředí Matlab Simulink (s využitím Polynomial Toolboxu) pro simulaci výše uvedených přístupů, pro modely stabilních, astatických i nestabilních soustav. Všechny metodiky jsou doprovázeny řadou vzorových příkladů a výsledných simulačních pochodů.

1 SYSTÉMY SE ZPOŽDĚNÍM

1.1 Systémy s dopravním zpožděním

Pojmem zpoždění, resp. dopravní zpoždění, se obecně rozumí časové posunutí mezi určitou příčinou a jejím důsledkem. Lze je chápat jako soustředěné zpoždění (např. doba čekání na ukončení operace) či jako rozložené zpoždění (např. spojitý ohřev proudícího média). Tato práce se zabývá výhradně prvním případem. Dopravní zpoždění se vyskytuje v celé řadě průmyslových procesů, jsou to kupříkladu

- přeprava tekutin a sypkých materiálů
- procesy přestupu tepla
- čekání na ukončení předchozí operace apod.

a má negativní vliv na stabilitu a kvalitu řízení. Zpoždění snižují přípustné hodnoty parametrů regulace a dovolují pomalejší zásahy v řízení.

Jednorozměrné spojitě lineární dynamické systémy (LSDS) s dopravním zpožděním jsou v klasické interpretaci modelovány lineární diferenciální rovnicí s posunutím časového argumentu u vstupní veličiny (1)

$$\begin{aligned} y^{(n)}(t) + a_{n-1}y^{(n-1)}(t) + \dots + a_1y'(t) + a_0y(t) = \\ = b_m u^{(m)}(t - \tau) + \dots + b_1u'(t - \tau) + b_0u(t - \tau); \end{aligned} \quad (1)$$

$m < n$

Za předpokladu nulových počátečních podmínek pak odpovídající přenos systému je

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{(b_ms^m + b_{m-1}s^{m-1} + \dots + b_1s + b_0)}{(s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \dots + a_1s + a_0)} e^{-s\tau} = \frac{B(s)}{A(s)} e^{-s\tau} \quad (2)$$

tedy podíl zpoždění je shrnut do jednoho bloku dopravního zpoždění, který je sériově spojen s ostatním modelem s výhradně akumulací strukturou. Toto zpoždění zahrnuje veškerý účinek různých zpoždění, latencí, rozložených parametrů, apod. do působení vstupu zpožděného o τ . Takové přenosy pak zřejmě nechávají póly beze změny.

1.2 Systémy se zpožděním

Zpoždění se však přirozeně uplatňují i ve zpětných vazbách. Tato skutečnost je modelována umělým zvyšováním řádu systému. Tento řád ovšem nemá nic společného s uvažovaným počtem akumulací, nýbrž je jen náhradní aproximací vlivu vnitřních zpoždění. Proto se nabízí modelovat takové systémy diferenciální rovnicí s posunutím časového argumentu i na levé straně diferenciální rovnice, tedy u výstupní veličiny systému. Tím se tedy zřejmě zpožďující členy objeví i ve jmenovateli přenosu. Takové přenosy mají nekonečně mnoho pólů, které je nutno řešit transcendentní rovnicí. Tento přístup vede na tzv. systémy se zpožděním (*delayed systems*), např. [4], [16]. Ukazuje se, že takové modely poměrně dobře popisují dynamiku soustav vyšších řádů. Vhodnou volbou zpožďujících členů v čitateli, ale zejména pak ve jmenovateli přenosu lze docílit poměrně přesné aproximace přechodové charakteristiky soustavy vyššího řádu (θ posunuje polohu inflexního bodu).

Příkladně systém druhého řádu se zpožděním lze vyjádřit přenosem

$$G(s) = \frac{K}{(T_1 s + e^{-\tau s})(T_2 s + 1)} e^{-\tau s} \quad (3)$$

jemuž odpovídá diferenciální rovnice

$$T_1 T_2 y''(t) + T_1 y'(t) + T_2 y'(t - \tau) + y(t - \tau) = Ku(t - \tau) \quad (4)$$

Vhodnou stavovou reprezentaci nabízí [16] použitím tzv. *metody postupné integrace*. Ta spočívá v tom, že se všechny členy bez derivace v diferenciální rovnici převedou na jednu (pravou) stranu této rovnice a provede se integrace obou stran rovnice (což lineární povaha rovnice dovoluje). Integrál členů bez derivace se označí jako derivace první stavové proměnné. Pak se celý postup opakuje, až na levé straně zůstane vyjádření výstupní veličiny bez derivace. Tedy příkladně pro systém popsany (4)

Úpravou (4)

$$y''(t) + \frac{y'(t)}{T_2} + \frac{y'(t - \tau)}{T_1} + \frac{y(t - \tau)}{T_1 T_2} = \frac{Ku(t - \tau)}{T_1 T_2} \quad (5)$$

a přesunutím členů s derivací nultého řádu na pravou stranu rovnice

$$y''(t) + \frac{y'(t)}{T_2} + \frac{y'(t-\vartheta)}{T_1} = \frac{Ku(t-\tau)}{T_1T_2} - \frac{y(t-\vartheta)}{T_1T_2} \quad (6)$$

se zavede první stavová proměnná $x_1(t)$ dle vztahu (7)

$$\begin{aligned} \frac{dx_1(t)}{dt} &= \frac{Ku(t-\tau)}{T_1T_2} - \frac{y(t-\vartheta)}{T_1T_2} \\ x_1(t) &= \frac{1}{T_1T_2} \int_0^t (Ku(\nu-\tau) - y(\nu-\vartheta)) d\nu \end{aligned} \quad (7)$$

Integrací (6)

$$y'(t) + \frac{y(t)}{T_2} + \frac{y(t-\vartheta)}{T_1} = x_1(t) \quad (8)$$

Tímto se snížil řád diferenciální rovnice o jeden stupeň a stejným postupem jako v (6) - (8) se získá druhá stavová proměnná $x_2(t)$

$$\begin{aligned} \frac{dx_2(t)}{dt} &= x_1(t) - \frac{y(t)}{T_2} - \frac{y(t-\vartheta)}{T_1} \\ x_2(t) &= \int_0^t \left(x_1(\nu) - \frac{y(\nu)}{T_2} - \frac{y(\nu-\vartheta)}{T_1} \right) d\nu \end{aligned} \quad (9)$$

Konečně integrací (8) zůstává

$$y(t) = x_2(t) \quad (10)$$

Z rovnic (6) - (10) se tedy získá stavový popis ve formě soustavy rovnic (11)

$$\begin{aligned}\frac{dx_1(t)}{dt} &= \frac{1}{T_1 T_2} (Ku(t - \tau) - x_2(t - \vartheta)) \\ \frac{dx_2(t)}{dt} &= -\frac{x_2(t)}{T_2} - \frac{x_2(t - \vartheta)}{T_1} + x_1(t)\end{aligned}\quad (11)$$

Přirozeně lze metodu postupné integrace užít i na soustavy vyšších řádů. Tento popis je speciální případ tzv. vektorové diferenciální funkcionální rovnice [16]. Roli rovnice výstupu ve stavovém popisu hraje (10).

Rovnice (11) jsou lineární a lze je zobrazit v Laplaceově transformaci. Pro většinu úloh se předpokládají nulové počáteční podmínky, proto lze obraz soustavy (11) zapsat jedinou vektorovou rovnicí

$$s\mathbf{X}(s) = \mathbf{A}(s)\mathbf{X}(s) + \mathbf{B}(s)U(s) \quad (12)$$

kde funkcionální matice jsou ve tvaru

$$\mathbf{A}(s) = \begin{bmatrix} 0 & \frac{-1}{T_1 T_2} e^{-\tau s} \\ 1 & -\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} e^{-\vartheta s} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}(s) = \begin{bmatrix} \frac{K}{T_1 T_2} e^{-\tau s} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (13)$$

Matice $\mathbf{A}(s)$ a $\mathbf{B}(s)$ jsou funkcionální, neboť jsou v nich zastoupeny exponenciální funkce. Tato stavová formulace je také nazývána jako *anizochronní*, jelikož nejsou všechny proměnné vztaženy k témuž okamžiku t .

1.3 Programová implementace anizochronních modelů a jejich analýza

Podle [4], [16] je vytvoření stavového popisu anizochronního systému metodou postupné integrace nejvhodnějším způsobem pro programovou implementaci modelů systémů se zpožděním v prostředí Matlab-Simulink. V této práci je ovšem použit poněkud jiný (ekvivalentní) postup. Ten využívá linearitu diferenciální rovnice (4) a nevyžaduje definici stavových proměnných.

Postup spočívá ve vyjádření členu s nejvyšším řádem derivace na jedné straně rovnice a provedení integrace každého členu rovnice tolikrát, kolikátého řádu rovnice je. Výsledný vztah, který explicitně vyjadřuje $y(t)$, je pak snadno implementovatelný v prostředí Matlab-Simulink pomocí integračních, sumačních, zesilovacích a zpožďovacích bloků.

Příkladně pro anizochronní model systému druhého řádu (4) je postup programové implementace (při nulových počátečních podmínkách) následující

$$y''(t) = \frac{1}{T_1 T_2} [- (T_1 y'(t) + T_2 y'(t - \vartheta) + y(t - \vartheta)) + Ku(t - \tau)] \quad (14)$$

$$y'(t) = \frac{1}{T_1 T_2} \left[- \left(T_1 y(t) + T_2 y(t - \vartheta) + \int_0^t y(v - \vartheta) dv \right) + K \int_0^t u(v - \tau) dv \right] \quad (15)$$

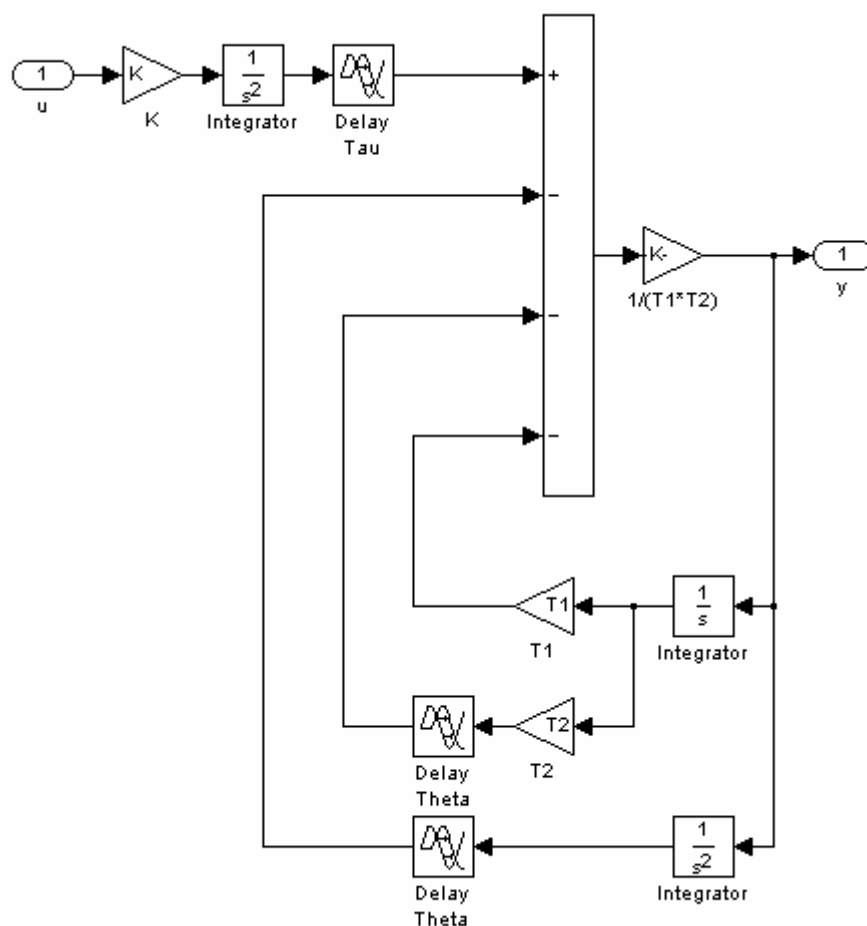
$$y(t) = \frac{1}{T_1 T_2} \left[- \left(\int_0^t (T_1 y(\phi) + T_2 y(\phi - \vartheta)) d\phi + \int_0^t y_I(\phi - \vartheta) d\phi \right) + K \int_0^t u_I(\phi - \tau) d\phi \right] \quad (16)$$

kde v (16) jsou $y_I(t) = \int_0^t y(v - \vartheta) dv$; $u_I(t) = \int_0^t u(v - \tau) dv$.

Respektive (16) v obrazové formulaci (17), vycházející z (3)

$$Y(s) = \frac{1}{T_1 T_2} \left[- \frac{1}{s} (T_1 Y(s) + T_2 Y(s) e^{-\vartheta s}) - \frac{1}{s^2} Y(s) e^{-\vartheta s} + K \frac{1}{s^2} U(s) e^{-\tau s} \right] \quad (17)$$

Získaný výsledek lze pak snadno implementovat v prostředí Matlab-Simulink dle obr. 1.

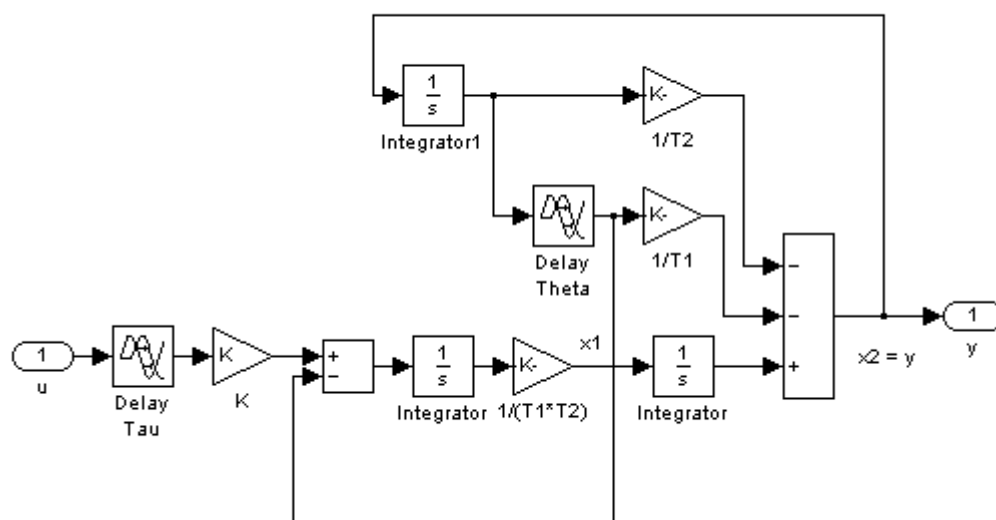


Obr. 1 – Blokové schéma modelu systému se zpožděním (4)

Obdobným způsobem by se postupovalo i pro jiné modely systémů se zpožděním. V programovém prostředí (viz kapitola 5) byly implementovány modely prvního i druhého řádu, stabilní, astatické i nestabilní, minimálně fázové i neminimálně fázové.

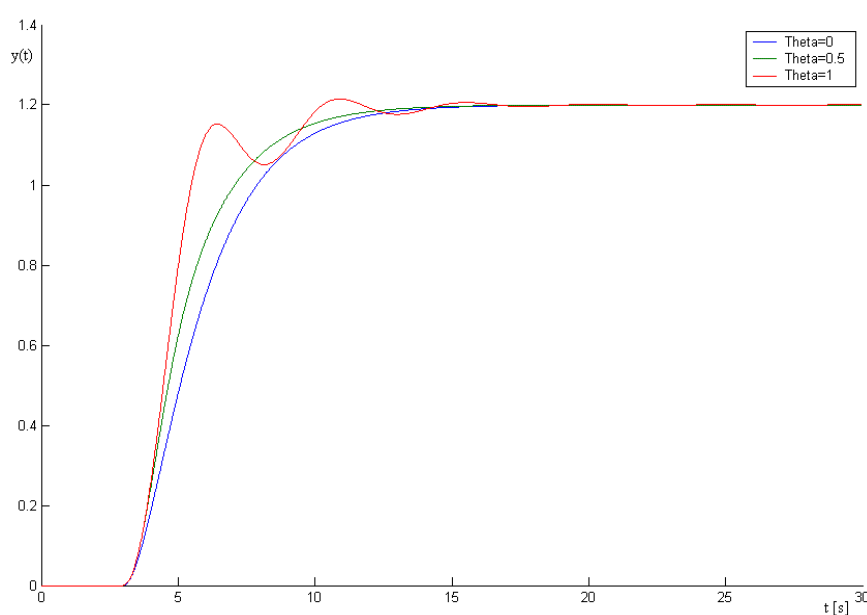
Uvedený postup je taktéž použitelný pro programovou implementaci výsledných anizochronních tvarů regulátorů.

Pro srovnání je schéma ekvivalentního modelu, získaného metodou postupné integrace (5) - (11), uvedeno na obr. 2.



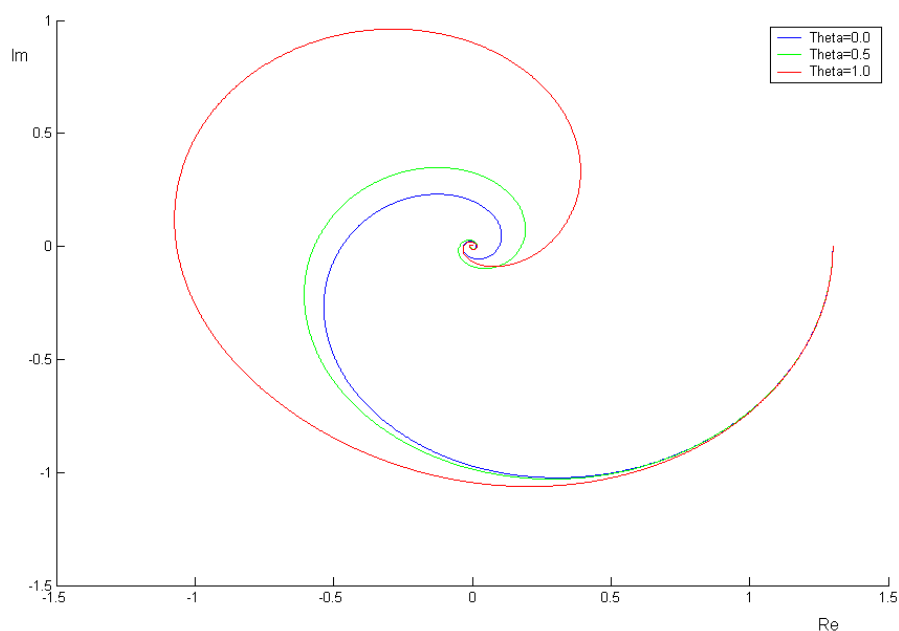
Obr. 2 - Blokové schéma modelu systému se zpožděním (4),
metodou postupné integrace [14]

Jak již bylo naznačeno, volbou θ lze ovlivnit výšku flexního bodu a kmitavost či aperiodicitu přechodového jevu. Obr. 3 poukazuje na tento fakt, který lze interpretovat i skutečností, že anizochronní systémy mohou reprezentovat nebo aproximovat širokou třídu lineárních systémů bez zpoždění, a to i vysokého řádu [16]. Model pro obr. 3 je popsán přenosem (3) s parametry $K = 1.2$, $T_1 = 1$, $T_2 = 2$, $\tau = 1.5$.



Obr. 3 – Přechodové charakteristiky anizochronního modelu 2. řádu

Analogicky tuto skutečnost ilustruje i frekvenční AFFCH (Nyquistova křivka) na obr. 4, kde různou volbou θ lze ovlivnit počet kvadrantů, kterými tato charakteristika prochází.



Obr. 4 – AFFCH (Nyquist plot) anizochronního modelu 2. řádu

2 ALGEBRAICKÉ METODY NÁVRHU REGULÁTORŮ

2.1 Okruhy R_{PS} a R_{MS}

Přenos systému, jako poměr Laplaceových obrazů výstupního a vstupního signálu (při nulových počátečních podmínkách), pro LSDS chápe klasická teorie jako podíl dvou polynomů

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b(s)}{a(s)} \quad (18)$$

kde tedy $a(s), b(s) \in P$.

2.1.1 Okruh R_{PS}

Pro některé účely (např. úlohu robustního řízení) je však vhodnější přejít k okruhu ryzích a stabilních racionálně lomených funkcí R_{PS} . Podrobnější popis a zdůvodnění lze nalézt např. ve [12] – [14]. Podíl dvou polynomů se nahradí podílem dvou polynomiálních zlomků se stabilním jmenovatelem $m(s)$ dostatečně vysokého stupně, tedy

$$G(s) = \frac{b(s)}{a(s)} = \frac{\frac{b(s)}{m(s)}}{\frac{a(s)}{m(s)}} = \frac{B(s)}{A(s)} \quad (19)$$

kde $a(s), b(s) \in P$; $m(s) \in P_S$; $B(s), A(s) \in R_{PS}$; $\deg(m(s)) = n = \max [\deg(a(s)), \deg(b(s))]$.

Jednou z možné volby je v této práci uvažován polynom $m(s)$ ve tvaru

$$m(s) = (s + \lambda)^n \quad (20)$$

Parametrem $\lambda \in \Re > 0$ lze pak ovlivňovat různé vlastnosti a chování regulačního obvodu.

Podmínka *dělitelnosti* $X(s), Y(s) \in R_{PS}$: $X(s)$ dělí $Y(s)$ ($X(s) \setminus Y(s)$) právě tehdy, když všechny nestabilní nuly $X(s)$ (včetně nuly a nekonečna) jsou nestabilními nulami $Y(s)$.

Pro systémy se zpožděním je zřejmě nutné vhodným způsobem aproximovat nelineární členy $e^{-\tau s}$, $e^{-\theta s}$, $e^{-\zeta s}$ jiným způsobem, tedy polynomem či podílem polynomů. K tomu se využije McLaurinova rozvoje exponenciální funkce (21)

$$e^{-xs} \cong 1 - \frac{xs}{1!} + \frac{(xs)^2}{2!} - \dots + \frac{(xs)^{2n}}{(2n)!} \quad (21)$$

kde x nahrazuje časovou hodnotu zpoždění. Ze vztahu (21) je využijí pouze absolutní a lineární člen.

V podstatě se užívají čtyři druhy aproximací:

1) Aproximace se zanedbáním (dopravního) zpoždění:

$$e^{-xs} \cong 1 \quad (22)$$

2) Aproximace zpoždění rozvojem čitatele

$$e^{-xs} \cong 1 - xs \quad (23)$$

3) Aproximace zpoždění rozvojem jmenovatele

$$e^{-xs} = \frac{1}{e^{xs}} \cong \frac{1}{1 + xs} \quad (24)$$

4) Aproximace zpoždění Padého rozvojem

$$e^{-xs} = \frac{e^{-\frac{x}{2}s}}{e^{\frac{x}{2}s}} \cong \frac{1 - \frac{x}{2}s}{1 + \frac{x}{2}s} \quad (25)$$

2.1.2 Okruh R_{MS}

Pro systémy se zpožděním lze definovat další okruh R_{MS} [15], který tvoří množina ryzích a stabilních meromorfních funkcí.

Nejdříve je nutné si definovat pojem *retardovaný (zpožděný) kvazipolynom*: Charakteristický kvazipolynom systému se soustředným zpožděním se nazývá *retardovaný (zpožděný)* $\Leftrightarrow$ (právě tehdy když) jej lze zapsat ve formě (26)

$$F(s) = s^n + \sum_{i=0}^{n-1} \sum_{j=1}^h a_i s^i e^{-x_{ij}s} \quad (26)$$

Takový kvazipolynom je *stabilní* $\Leftrightarrow$ nemá žádný kořen s_0 takový že $\operatorname{Re} s_0 \geq 0$.

Pomocí předchozích pojmů lze definovat *RQ meromorfní funkci*: Poměr kvazipolynomů $H(s)/F(s)$ se nazývá *retardovaná (zpožděná) kvazipolynomiální (RQ) meromorfní funkce* jestliže:

- $F(s)$ je retardovaný kvazipolynom a
- $H(s)$ může být faktorizován jako $H(s) = \tilde{H}(s)e^{-\tau s}$ a
- Zlomek je ryzí, tj. $\deg(F(s)) \geq \deg(H(s))$

RQ-meromorfní funkce je stabilní $\Leftrightarrow F(s)$ je stabilní.

Jelikož počet kořenů $F(s)$ je nekonečný, je vhodné pro určení jeho stability užít *Michajlovovo kritérium* [15]: Zpožděný polynom $F(s)$ ve formě (26) je stabilní $\Leftrightarrow F(0) > 0$ a

Změna argumentu je

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} \arg F(s) \Big|_{s=j\omega} = (j\omega)^n + \sum_{i=0}^{n-1} \sum_{k=1}^h a_i (j\omega)^i e^{-x_{ik}j\omega} = n \frac{\pi}{2} \quad (27)$$

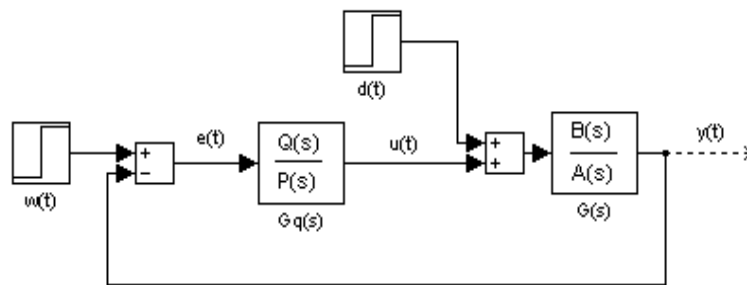
Množina RQ-meromorfních funkcí se stabilním jmenovatelem $F(s)$ tvoří okruh R_{MS} .

V popisu i syntéze v R_{MS} se tedy neprovádí aproximace zpožďujících členů.

2.2 Postup syntézy regulačního obvodu v okruzích R_{PS} a R_{MS}

Pro oba okruhy se uvažují regulační obvody typu 1DOF (obr. 5) a 2DOF (obr. 6). Ačkoliv literatura [15] nenabízí syntézu v okruhu R_{MS} pro strukturu 2DOF, v této práci se autor o tuto syntézu pokusil.

Struktura 1DOF je nejjednodušší typ zpětnovazebního obvodu s jedním regulátorem, který má zajistit jak stabilizaci, tak i požadavky na asymptotické sledování žádané hodnoty a kompenzaci poruch.



Obr. 5 – 1DOF struktura regulačního obvodu

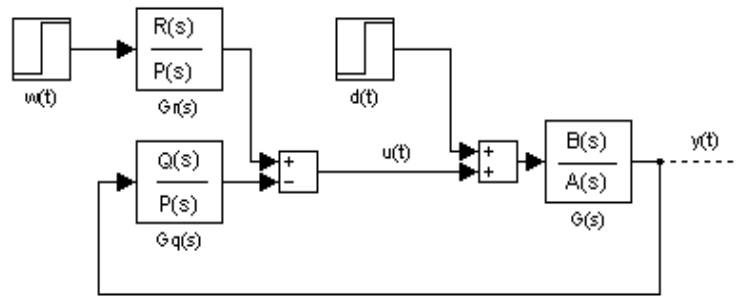
Jestliže jsou obrazy poruchy a žádané hodnoty $D(s) = H_D(s)/F_D(s)$, resp. $W(s) = H_W(s)/F_W(s)$, přenos soustavy se zpožděními $G(s) = B(s)/A(s)$ (zahrnuje i členy zpoždění) a regulátoru $G_Q(s) = Q(s)/P(s)$, pak obraz výstupní veličiny a regulační odchylky je

$$Y(s) = \frac{B(s)Q(s)}{A(s)P(s) + B(s)Q(s)} W(s) + \frac{B(s)P(s)}{A(s)P(s) + B(s)Q(s)} D(s) \quad (28)$$

resp.

$$E(s) = \frac{A(s)P(s)}{A(s)P(s) + B(s)Q(s)} W(s) - \frac{B(s)P(s)}{A(s)P(s) + B(s)Q(s)} D(s) \quad (29)$$

Struktura 2DOF nabízí oddělení zpětnovazební a přímovazební části regulátoru, tedy i nezávislé zajištění kompenzace poruchy a sledování žádané hodnoty.



Obr. 6 – 2DOF struktura regulačního obvodu

Je-li přenos přímovazební části regulátoru $G_R(s) = R(s)/P(s)$, pak platí

$$Y(s) = \frac{B(s)R(s)}{A(s)P(s) + B(s)Q(s)}W(s) + \frac{B(s)P(s)}{A(s)P(s) + B(s)Q(s)}D(s) \quad (30)$$

$$E(s) = \frac{A(s)P(s) + B(s)Q(s) - B(s)R(s)}{A(s)P(s) + B(s)Q(s)}W(s) - \frac{B(s)P(s)}{A(s)P(s) + B(s)Q(s)}D(s) \quad (31)$$

2.2.1 Syntéza řízení v okruhu R_{PS}

Cílem řízení je stabilizovat regulační obvod, zajistit sledování žádané hodnoty $w(t)$ a asymptotickou invarianci vůči poruše $d(t)$ (zde na vstupní veličině), podrobněji v [12] – [14]. Nejprve se aproximují členy zpoždění dle (22) – (25).

Stabilizace se provede řešením diofantické rovnice (neboli Bézoutovy identity) (32) v okruhu R_{PS}

$$A(s)P(s) + B(s)Q(s) = 1 \quad (32)$$

tedy se zajišťuje, aby jmenovatelé v obrazech přenosů uzavřeného regulačního obvodu byli invertibilní jednotkou v okruhu R_{PS} . Řešení (32) se provede převedením na polynomiální diofantickou rovnici a dále např. pomocí metody neurčitých koeficientů. Pro získaná partikulární řešení $P(s)$ a $Q(s)$ jsou všechny stabilizující regulátory dány (33)

$$\frac{\tilde{Q}(s)}{\tilde{P}(s)} = \frac{Q(s) - A(s)T(s)}{P(s) + B(s)T(s)} \quad (33)$$

Vhodnou volbou parametru $T(s) \in R_{PS}$ lze zajistit další požadavky na kvalitu řízení.

Pro 1DOF systém řízení se pro sledování $w(t)$ a kompenzaci $d(t)$ při volbě $T(s)$ vyjde z rovnice (29), tedy se požaduje, aby platilo zároveň $F_w(s) \backslash \tilde{P}(s)$ (tj. $F_w(s)$ dělí $\tilde{P}(s)$) a $F_D(s) \backslash \tilde{P}(s)$, čímž se dosáhne, že $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0$.

Pro 2DOF systém řízení se kompenzace $d(t)$ zajistí takovou volbou $T(s)$, pro které platí $F_D(s) \backslash \tilde{P}(s)$, což vyplývá z (31). Pro sledování $w(t)$ je nutno řešit diofantickou rovnici (34) pro neznámou $R(s)$

$$B(s)R(s) + F_w(s)T_w(s) = 1 \quad (34)$$

kde $T_w(s) \in R_{PS}$ je libovolný parametr, vyhovující řešení (34). Všechna řešení (34) jsou pak dána

$$\frac{\tilde{R}(s)}{\tilde{T}_w(s)} = \frac{R(s) - F_w(s)\hat{T}(s)}{T_w(s) + B(s)\hat{T}(s)} \quad (35)$$

kde $\hat{T}(s) \in R_{PS}$ je opět parametr, jehož volbou lze zajistit další požadavky řízení. V teorii řízení se (35) využívá pouze ve speciálních případech, např. je-li žádoucí zajistit, aby $\tilde{R}(s) = \tilde{Q}(s)$ [11].

2.2.2 Syntéza řízení v okruhu R_{MS}

Pro obě struktury řízení (1DOF, 2DOF) se nejdříve hledají všechny stabilizující regulátory v R_{MS} . Z algebry přenosů platí vztahy (28) - (31), ve kterých stabilitu celého regulačního obvodu lze zajistit opět libovolným řešením (32) v R_{MS} . Nutno poznamenat, že řešení (32) v R_{MS} není tak rutinní jako v okruhu R_{PS} . Přirozeně nelze využít metodu neurčitých koeficientů. Je nutné vhodně zvolit jmenovatel RQ-meromorfní funkce, aby platilo (27), a najít vhodné řešení rovnice (např. tak, že $Q(s)$ se zvolí jako parametr a $P(s)$ se následně dopočítá). Může totiž dojít k tomu, že řešení vybočí z okruhu R_{MS} , nebo se získá nekauzální řešení (s

faktorem e^{xs} v čitateli, tedy předstižné). Problematické je především řešení pro astatické (integrační) a nestabilní systémy se zpožděním. Zde bylo využito [6], kde je nabídnuta stabilizace pomocí P, resp. PD regulátoru ve zpětné vazbě. Výsledky byly analogicky převedeny do algebraického přístupu. Všechny stabilizující regulátory jsou pak dány (33).

Zajištění sledování $w(t)$ a kompenzace $d(t)$ pro 1DOF systém řízení: Jelikož $P(s)$ obsahuje členy zpoždění, nelze obvykle pomocí (33) zajistit dělitelnosti $F_w(s)\tilde{P}(s)$ a $F_D(s)\tilde{P}(s)$. Proto se postupuje tak, že se požaduje, aby $G_Q(s)$ měl integrační charakter [15], tzn.

$$\lim_{s \rightarrow 0} \tilde{P}(s) = 0 \quad (36)$$

V R_{PS} by se takový požadavek zajistil, kdyby platilo, že absolutní člen v čitateli $\tilde{P}(s)$ je nulový. V R_{MS} se nabízí položit absolutní člen čitatele $\tilde{P}(s)$ roven

$$\lambda(1 - e^{-Ts}) \quad (37)$$

kde λ je číselná konstanta.

Ačkoli se literatura [15] o tom výslovně nezmiňuje, dá se očekávat, že podmínka (37) je dostačujících pouze pro případ skokových funkcí $w(t)$ a $d(t)$. Tato domněnka byla autorem mimo tuto práci simulačně ověřena. Pro jiné typy signálů je nutné zajistit další požadavky, např. pro lineární rampovou funkci $w(t)$ to, aby vztah (37) platil i pro koeficient u lineárního členu v $\tilde{P}(s)$. Nicméně tato práce se zabývá pouze skokovými funkcemi $w(t)$ a $d(t)$.

Sledování $w(t)$ a kompenzace $d(t)$ pro 2DOF systém řízení: Kompenzace $d(t)$ se zajistí (36) a (37) s vhodnou volbou $T(s)$. Pro sledování $w(t)$ se vyjde z (31). Z hlediska kauzality řešení $R(s)$ nelze použít rovnici (34). Analogicky s postupem syntézy pro 1DOF systém řízení (36) se nabízí požadovat zajištění platnosti

$$\lim_{s \rightarrow 0} [1 - B(s)R(s)] = 0 \quad (38)$$

Výsledný přímovazební regulátor je pak popsán přenosem $G_R(s) = R(s) / \tilde{P}(s)$.

Nutno poznamenat, že literatura [15] nenabízí syntézu v okruhu R_{MS} pro strukturu 2DOF.

2.3 Řešení typových úloh

Příklad 1: Aproximace zpožďujících členů pro syntézu v R_{PS}

Úkolem je nahradit zpožďující členy v přenosu soustavy podílem polynomů. Necht' je řízená soustava popsána přenosem (3). Aproximace (22) - (25) necht' je obecně vyjádřena jako podíl polynomů

$$e^{-xs} \cong \frac{H_x(s)}{F_x(s)} \quad (39)$$

Tedy pro konkrétní zpoždění $e^{-\tau s} = H_\tau(s)/F_\tau(s)$ a $e^{-\theta s} = H_\theta(s)/F_\theta(s)$ platí (40)

$$\begin{aligned} G(s) &= \frac{K}{(T_1 s + e^{-\tau s})(T_2 s + 1)} e^{-\tau s} \cong \frac{b_0 \frac{H_\tau(s)}{F_\tau(s)}}{s^2 + a_{11}s + a_{12}s \frac{H_\vartheta(s)}{F_\vartheta(s)} + a_0 \frac{H_\vartheta(s)}{F_\vartheta(s)}} = \\ &= \frac{F_\vartheta(s)H_\tau(s)b_0}{F_\vartheta(s)F_\tau(s)s^2 + (a_{11}F_\vartheta(s)F_\tau(s) + a_{12}H_\vartheta(s)F_\tau(s))s + a_0H_\vartheta(s)F_\tau(s)} \end{aligned} \quad (40)$$

kde $b_0 = K/(T_1 T_2)$, $a_{11} = 1/T_2$, $a_{12} = 1/T_1$, $a_0 = 1/(T_1 T_2)$.

Při programové implementaci konkrétního výpočtu lze s výhodou využít nástroje Polynomial Toolbox [10] (kap. 5).

Příklad 2: Syntéza řízení 1DOF regulačního obvodu v R_{PS}

Necht' je přenos řízené soustavy dán (3). Pro aproximaci zpožďujících členů se využije (40). Pro jednoduchost se užije aproximace (22), tedy se zanedbáním zpožďujících členů. Pak přenos v P vypadá následovně

$$G(s) = \frac{b_0}{s^2 + (a_{11} + a_{12})s + a_0} \quad (41)$$

Zavedením stabilního jmenovatele dle (20) se obdrží přenos v R_{PS}

$$G(s) = \frac{\frac{b_0}{(s+\lambda)^2}}{\frac{s^2 + (a_{11} + a_{12})s + a_0}{(s+\lambda)^2}} = \frac{B(s)}{A(s)} \quad (42)$$

Stabilizace regulačního obvodu se zajistí řešením (32), tedy

$$\frac{s^2 + (a_{11} + a_{12})s + a_0}{(s+\lambda)^2} \frac{p_1s + p_0}{s+\lambda} + \frac{b_0}{(s+\lambda)^2} \frac{q_1s + q_0}{s+\lambda} = 1 \quad (43)$$

což vede na řešení na partikulární řešení

$$\begin{aligned} p_1 &= 1 \\ p_0 &= 3\lambda - a_1 \\ q_1 &= \frac{3\lambda^2 - a_1p_0 - a_0}{b_0} \\ q_0 &= \frac{\lambda^3 - a_0p_0}{b_0} \end{aligned} \quad (44)$$

kde $a_1 = a_{11} + a_{12}$. Přirozeně všech řešení (43) je nekonečně mnoho a všechny stabilizující regulátory lze pak parametricky vyjádřit vztahem

$$\frac{\tilde{Q}(s)}{\tilde{P}(s)} = \frac{\frac{q_1s + q_0}{s+\lambda} - \frac{s^2 + a_1s + a_0}{(s+\lambda)^2} T(s)}{\frac{s + p_0}{s+\lambda} + \frac{b_0}{(s+\lambda)^2} T(s)} \quad (45)$$

Jsou-li $w(t)$ i $d(t)$ skokové funkce, platí $F_w(s) = F_D(s) = \frac{s}{s+\lambda}$. Vhodnou volbou $T(s)$ se zajistí podmínky sledování $w(t)$ a kompenzace $d(t)$, tj. $F_w(s) \tilde{P}(s)$ a $F_D(s) \tilde{P}(s)$. Necht' $T(s) = t_0$, pak

$$\tilde{P}(s) = \frac{s + p_0}{s+\lambda} + \frac{b_0}{(s+\lambda)^2} t_0 = \frac{s^2 + (p_0 + \lambda)s + \lambda p_0 + b_0 t_0}{(s+\lambda)^2} \quad (46)$$

Předchozí podmínky jsou splněny $\Leftrightarrow \lambda p_0 + b_0 t_0 = 0$, tj.

$$t_0 = \frac{-\lambda p_0}{b_0} \quad (47)$$

Potom

$$\begin{aligned} \tilde{Q}(s) &= \frac{q_1 s + q_0}{s + \lambda} - \frac{s^2 + a_1 s + a_0}{(s + \lambda)^2} t_0 = \\ &= \frac{\left(q_1 + \frac{\lambda p_0}{b_0} \right) s^2 + \left(\lambda \left(\frac{a_1 p_0}{b_0} + q_1 \right) + q_0 \right) s + \lambda \left(\frac{a_0 p_0}{b_0} + q_0 \right)}{(s + \lambda)^2} \end{aligned} \quad (48)$$

A tedy výsledný regulátor

$$G_Q(s) = \frac{\tilde{Q}(s)}{\tilde{P}(s)} = \frac{\left(q_1 + \frac{\lambda p_0}{b_0} \right) s^2 + \left(\lambda \left(\frac{a_1 p_0}{b_0} + q_1 \right) + q_0 \right) s + \lambda \left(\frac{a_0 p_0}{b_0} + q_0 \right)}{s^2 + (p_0 + \lambda)s} \quad (49)$$

Zákon řízení lze pak vyjádřit různým způsobem, tedy

$$\begin{aligned} U(s)\tilde{P}(s) &= \tilde{Q}(s)E(s) = \tilde{Q}(s)W(s) - \tilde{Q}(s)Y(s) \\ u''(t) + (p_0 + \lambda)u'(t) &= \left(q_1 + \frac{\lambda p_0}{b_0} \right) e''(t) + \left(\lambda \left(\frac{a_1 p_0}{b_0} + q_1 \right) + q_0 \right) e'(t) + \lambda \left(\frac{a_0 p_0}{b_0} + q_0 \right) e(t) \\ u(t) &= \left(q_1 + \frac{\lambda p_0}{b_0} \right) e(t) + \left(\lambda \left(\frac{a_1 p_0}{b_0} + q_1 \right) + q_0 \right) \int e(v) dv + \lambda \left(\frac{a_0 p_0}{b_0} + q_0 \right) \iint e(v) dv - \\ &\quad - (p_0 + \lambda) \int u(v) dv \end{aligned} \quad (50)$$

Pro programovou realizaci je přirozeně nejvhodnější poslední, integrální vyjádření.

Příklad 3: Syntéza řízení 2DOF regulačního obvodu v R_{PS}

Nechť je řízený systém dán (3), resp. (41). $w(t)$ i $d(t)$ jsou skokové funkce. Stabilizace regulačního obvodu a kompenzace poruchy se provede (43) – (48). Zpětnovazební část regulátoru je tedy popsána přenosem (49). Přímovazební část se získá z podmínky pro sledování $w(t)$ (34), tedy

$$\frac{b_0}{(s+\lambda)^2} \frac{r_0}{(s+\lambda)^2} + \frac{s}{s+\lambda} \frac{t_{w3}s^3 + t_{w2}s^2 + t_{w1}s + t_{w0}}{(s+\lambda)^3} = 1 \quad (51)$$

Zřejmě pro r_0 je řešením vztah

$$r_0 = \frac{\lambda^3}{b_0} \quad (52)$$

odtud pak výsledný přenos přímovazebního regulátoru je

$$G_R(s) = \frac{R(s)}{\tilde{P}(s)} = \frac{\frac{\lambda^3}{b_0}}{s^2 + (p_0 + \lambda)s} \quad (53)$$

Zákon řízení je pak

$$\begin{aligned} U(s)\tilde{P}(s) &= \tilde{Q}(s)E(s) = R(s)W(s) - \tilde{Q}(s)Y(s) \\ u''(t) + (p_0 + \lambda)u'(t) &= \frac{\lambda^3}{b_0} w(t) - \left(q_1 + \frac{\lambda p_0}{b_0}\right) y''(t) - \left(\lambda \left(\frac{a_1 p_0}{b_0} + q_1\right) + q_0\right) y'(t) - \\ &\quad - \lambda \left(\frac{a_0 p_0}{b_0} + q_0\right) y(t) \\ u(t) &= \frac{\lambda^3}{b_0} \iint w(v) dv - \left(q_1 + \frac{\lambda p_0}{b_0}\right) y(t) - \left(\lambda \left(\frac{a_1 p_0}{b_0} + q_1\right) + q_0\right) \int y(v) dv - \\ &\quad - \lambda \left(\frac{a_0 p_0}{b_0} + q_0\right) \iint y(v) dv - (p_0 + \lambda) \int u(v) dv \end{aligned} \quad (54)$$

Příklad 4: Syntéza řízení 1DOF regulačního obvodu v R_{MS}

Řízená soustava nechť je v P opět popsána přenosem (3). $w(t)$ i $d(t)$ jsou skokové funkce. Jmenovatel stabilní RQ-meromorfní funkce nechť je zvolen jako polynom $(s + \lambda)^2$, tedy přenos soustavy v R_{MS} je (55)

$$G(s) = \frac{\frac{Ke^{-\tau s}}{(s + \lambda)^2}}{\frac{(T_1 s + e^{-\tau s})(T_2 s + 1)}{(s + \lambda)^2}} = \frac{B(s)}{A(s)} \quad (55)$$

Stabilizující partikulární řešení se najde pomocí Bézoutovy identity (32)

$$\frac{(T_1 s + e^{-\tau s})(T_2 s + 1)}{(s + \lambda)^2} P(s) + \frac{Ke^{-\tau s}}{(s + \lambda)^2} Q(s) = 1 \quad (56)$$

Volbou $Q(s) = 1$ se obdrží řešení

$$P(s) = \frac{(s + \lambda)^2 - Ke^{-\tau s}}{(T_1 s + e^{-\tau s})(T_2 s + 1)} \quad (57)$$

Všechna stabilizující řešení pak poskytuje (33). Pro zajištění sledování $w(t)$ a kompenzaci $d(t)$ je nutné vybrat řešení, splňující podmínku (36), tj.

$$\lim_{s \rightarrow 0} \tilde{P}(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \left[\frac{(s + \lambda)^2 - Ke^{-\tau s}}{(T_1 s + e^{-\tau s})(T_2 s + 1)} - \frac{Ke^{-\tau s}}{(s + \lambda)^2} T(s) \right] = 0 \quad (58)$$

Dále nechť je $T(s)$ zvoleno ve tvaru

$$T(s) = \frac{k(s + \lambda)^2}{(T_1 s + e^{-\tau s})(T_2 s + 1)} \quad (59)$$

kde k je parametr vyhovující (58). Pak zřejmě

$$\begin{aligned}\tilde{P}(s) &= \frac{(s+\lambda)^2 - Ke^{-\tau s}}{(T_1s + e^{-\tau s})(T_2s + 1)} - \frac{Ke^{-\tau s}}{(s+\lambda)^2} \frac{k(s+\lambda)^2}{(T_1s + e^{-\tau s})(T_2s + 1)} = \\ &= \frac{s^2 + 2\lambda s - Ke^{-\tau s} - Ke^{-\tau s}k}{(T_1s + e^{-\tau s})(T_2s + 1)}\end{aligned}\quad (60)$$

Pro splnění (58), resp. (37) musí platit (61)

$$k = \frac{\lambda^2}{K} - 1 \quad (61)$$

Odtud již konečný tvar regulátoru, zajišťující stabilitu regulačního obvodu, sledování $w(t)$ a kompenzaci $d(t)$

$$\begin{aligned}G_Q(s) &= \frac{\tilde{Q}(s)}{\tilde{P}(s)} = \frac{1 + \frac{(T_1s + e^{-\tau s})(T_2s + 1)}{(s+\lambda)^2} \frac{k(s+\lambda)^2}{(T_1s + e^{-\tau s})(T_2s + 1)}}{\frac{(s+\lambda)^2 - Ke^{-\tau s}}{(T_1s + e^{-\tau s})(T_2s + 1)} - \frac{Ke^{-\tau s}}{(s+\lambda)^2} \frac{k(s+\lambda)^2}{(T_1s + e^{-\tau s})(T_2s + 1)}} = \\ &= \frac{\lambda^2 (T_1s + e^{-\tau s})(T_2s + 1)}{K[s^2 + 2\lambda s + \lambda^2(1 - e^{-\tau s})]}\end{aligned}\quad (62)$$

Zákon řízení je pak

$$\begin{aligned}U(s)\tilde{P}(s) &= \tilde{Q}(s)E(s) = \tilde{Q}(s)W(s) - \tilde{Q}(s)Y(s) \\ Ku''(t) + 2K\lambda u'(t) + K\lambda^2 u(t) - K\lambda^2 u(t - \tau) &= \lambda^2 T_1 T_2 e''(t) + \lambda^2 T_1 e'(t) + \lambda^2 T_2 e'(t - \tau) + \\ &\quad + \lambda^2 e(t - \tau) \\ u(t) &= \frac{\lambda^2 T_1 T_2}{K} e(t) + \frac{\lambda^2 T_1}{K} \int e(v) dv + \frac{\lambda^2 T_2}{K} \int e(v - \tau) dv + \frac{\lambda^2}{K} \iint e(v - \tau) dv - \\ &\quad - 2\lambda \int u(v) dv - \lambda^2 \iint u(v) dv + \lambda^2 \iint u(v - \tau) dv\end{aligned}\quad (63)$$

Příklad 5: Syntéza řízení 2DOF regulačního obvodu v R_{MS}

Řízený systém je popsán přenosem (55). $w(t)$ i $d(t)$ jsou skokové funkce. Stabilizující partikulární řešení je dáno (56) a (57). Zpětnovazební regulátor $G_Q(s)$, zajišťující kompenzaci $d(t)$, se nalezne stejným postupem jako v předchozím příkladě, tzn. jeho konečný tvar je (62).

Pro sledování skokové $w(t)$ je nutné splnit podmínku (38), tj.

$$\lim_{s \rightarrow 0} \left[1 - \frac{Ke^{-\tau s}}{(s + \lambda)^2} R(s) \right] = \lim_{s \rightarrow 0} \left[\frac{(s + \lambda)^2 - Ke^{-\tau s} R(s)}{(s + \lambda)^2} \right] = 0 \quad (64)$$

Podmínka (64) je zřejmě splněna při (65)

$$R(s) = \frac{\lambda^2}{K} \quad (65)$$

Potom přímovazební část regulátoru má tvar

$$G_R(s) = \frac{R(s)}{\tilde{P}(s)} = \frac{\lambda^2 (T_1 s + e^{-\tau s})(T_2 s + 1)}{K[s^2 + 2\lambda s + \lambda^2(1 - e^{-\tau s})]} \quad (66)$$

což je výsledek shodný s (62). Tzn. struktura 2DOF přechází na 1DOF. Podobnými výpočty pro jiné modely stabilních soustav (např. prvního řádu, neminimálně fázové soustavy, apod.) lze dospět k závěru, že pro stabilní řízené soustavy je zavedení 2DOF struktury redundantní. Pro astatické a nestabilní soustavy je tomu však jinak, jak ukazuje další příklad.

Příklad 6: Syntéza řízení 1DOF regulačního obvodu v R_{MS} – nestabilní systém

Řízený systém je popsán přenosem

$$G(s) = \frac{Ke^{-\tau s}}{Ts - e^{-\tau s}} \quad (67)$$

a $w(t)$ a $d(t)$ jsou skokové funkce. Jmenovatel stabilní RQ-meromorfní funkce nechť je zvolen ve tvaru

$$Ts - e^{-\tau s} + KK_B e^{-\tau s} \quad (68)$$

kde K_B má funkci proporcionálního členu, který zajišťuje stabilitu (68) ve smyslu (27). V [6] se doporučuje volit

$$K_B = \frac{1}{\sqrt{\frac{\tau}{T}}} \quad (69)$$

Přenos řízeného systému v R_{MS} je tedy

$$G(s) = \frac{\frac{Ke^{-\tau s}}{Ts - e^{-\tau s} + KK_B e^{-\tau s}}}{\frac{Ts - e^{-\tau s}}{Ts - e^{-\tau s} + KK_B e^{-\tau s}}} = \frac{B(s)}{A(s)} \quad (70)$$

Řešením Bézoutovy identity (32) pro (70) je zřejmě $Q(s) = K_B$, $P(s) = 1$, tedy proporcionální regulátor se zesílením K_B .

Ze všech stabilizujících řešení (33) se vybere to, které vyhovuje podmínce pro sledování $w(t)$ a kompenzaci $d(t)$ (36). Necht' je $T(s)$ zvoleno

$$T(s) = \frac{k(Ts - e^{-\tau s} + KK_B e^{-\tau s})}{s + \lambda} \quad (71)$$

Pak tedy

$$G_Q(s) = \frac{\tilde{Q}(s)}{\tilde{P}(s)} = \frac{K_B + \frac{Ts - e^{-\tau s}}{Ts - e^{-\tau s} + KK_B e^{-\tau s}} \frac{k(Ts - e^{-\tau s} + KK_B e^{-\tau s})}{s + \lambda}}{1 - \frac{Ke^{-\tau s}}{Ts - e^{-\tau s} + KK_B e^{-\tau s}} \frac{k(Ts - e^{-\tau s} + KK_B e^{-\tau s})}{s + \lambda}} \quad (72)$$

Podmínce (36) zřejmě vyhovuje řešení $k = \lambda/K$. Potom je výsledný přenos zpětnovazebního regulátoru (73)

$$G_Q(s) = \frac{\tilde{Q}(s)}{\tilde{P}(s)} = \frac{(KK_B + \lambda T)s + \lambda(KK_B - e^{-\tau\lambda})}{K[s + \lambda(1 - e^{-\tau\lambda})]} \quad (73)$$

Odpovídající zákon řízení (74)

$$\begin{aligned} U(s)\tilde{P}(s) &= \tilde{Q}(s)E(s) = \tilde{Q}(s)W(s) - \tilde{Q}(s)Y(s) \\ Ku'(t) + K\lambda u(t) - K\lambda u(t - \tau) &= (KK_B + \lambda T)e'(t) + \lambda KK_B e(t) - \lambda e(t - \tau) \\ u(t) &= \frac{KK_B + \lambda T}{K} e(t) + \lambda K_B \int e(v)dv - \frac{\lambda}{K} \int e(v - \tau)dv - \lambda \int u(v)dv + \lambda \int u(v - \tau)dv \end{aligned} \quad (74)$$

Příklad 7: Syntéza řízení 2DOF regulačního obvodu v R_{MS} – nestabilní systém

Zadání a řešení zpětnovazební části regulátoru jsou shodné s předchozí úlohou. Zbývá nalezení přímovazební části regulátoru pro zajištění sledování skokové $w(t)$. Podmínka (38) je konkrétně dána

$$\lim_{s \rightarrow 0} \left[1 - \frac{Ke^{-\tau\lambda}}{Ts - e^{-\tau\lambda} + KK_B e^{-\tau\lambda}} R(s) \right] = \lim_{s \rightarrow 0} \left[\frac{Ts - e^{-\tau\lambda} + KK_B e^{-\tau\lambda} - Ke^{-\tau\lambda} R(s)}{Ts - e^{-\tau\lambda} + KK_B e^{-\tau\lambda}} \right] = 0 \quad (75)$$

Podmínka (75) je splněna pro

$$R(s) = K_B - \frac{1}{K} \quad (76)$$

Potom tedy přímovazební část regulátoru má tvar

$$G_R(s) = \frac{R(s)}{\tilde{P}(s)} = \frac{\left(K_B - \frac{1}{K} \right) (s + \lambda)}{s + \lambda(1 - e^{-\tau\lambda})} \quad (77)$$

Tento přenos má zřejmě jiný tvar než přenos zpětnovazební části regulátoru (73).

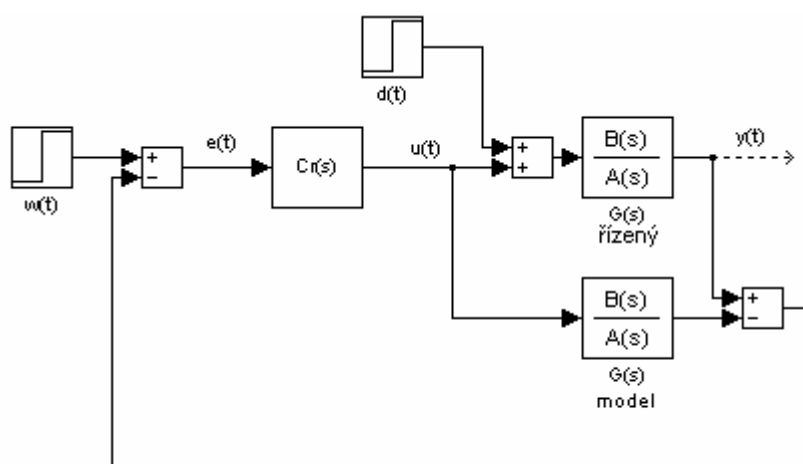
Výsledný zákon řízení je v (78).

$$\begin{aligned}
 U(s)\tilde{P}(s) &= \tilde{Q}(s)E(s) = R(s)W(s) - \tilde{Q}(s)Y(s) \\
 u'(t) + \lambda u(t) - \lambda u(t - \tau) &= \left(K_B - \frac{1}{K}\right)w'(t) + \lambda \left(K_B - \frac{1}{K}\right)w(t) - \frac{KK_B + \lambda T}{K}y'(t) - \\
 &\quad - \lambda K_B y(t) + \frac{\lambda}{K}y(t - \vartheta) \tag{78} \\
 u(t) &= \left(K_B - \frac{1}{K}\right)w(t) + \lambda \left(K_B - \frac{1}{K}\right) \int w(v)dv - \frac{KK_B + \lambda T}{K}y(t) - \\
 &\quad - \lambda K_B \int y(v)dv + \frac{\lambda}{K} \int y(v - \vartheta)dv - \lambda \int u(v)dv + \lambda \int u(v - \tau)dv
 \end{aligned}$$

3 ŘÍZENÍ S VNITŘNÍM MODELEM (IMC)

3.1 Meromorfní syntéza řízení s využitím IMC struktury

Nalezení vhodných meromorfních funkcí $P(s)$, $Q(s)$, $R(s)$ a $T(s)$ může být leckdy velmi obtížné. Proto se nabízí metodika s využitím IMC (Internal Model Control), např. v [5], [8], [15], [16]. IMC syntéza je založena na myšlence tzv. *afinní parametrizace*, kde jsou vlastnosti regulační části dány primárním regulátorem $C_R(s)$ (obr. 7)



Obr. 7 – IMC struktura regulačního obvodu (afinní parametrizace)

Celá regulační část obvodu na obr.7 tedy obsahuje regulátor $C_R(s)$ i model řízené soustavy se zpožděním $G(s)$. Jednoduchým výpočtem je přenos řízení obvodu ve tvaru

$$K_{wy}(s) = C_R(s)G(s) \quad (79)$$

Ideální případ řízení by reprezentoval jednotkový přenos $K_{wy}(s) = 1$. To lze dosáhnout pouze v případě, že $C_R(s)$ je přesná inverze $G(s)$, což vzhledem ke kauzalitě a ryzosti $C_R(s)$ není možné. Srovnáním IMC struktury s jednoduchou 1DOF strukturou regulačního obvodu (obr. 5) lze určit přenos ekvivalentního (náhradního) regulátoru (80)

Zobecněný přenos řízení (79) je tedy

$$K_{wY}(s) = C_R(s)G_T(s) \quad (82)$$

Pro sledování žádané hodnoty $w(t)$ je dostačující následující podmínka

$$C_R(s) = G_{0T}^{-1}(s)F(s) \quad (83)$$

kde

$$G_T(s) = G_{0T}(s)D(s) \quad (84)$$

a

$$G_T(0) = G_{0T}(0) \quad (85)$$

přičemž (neinvertibilní) $D(s)$ zahrnuje všechna vstupní zpoždění a nestabilní nuly (v pravé části komplexní roviny), takže $G_{0T}(s) \in R_{MS}$ má stabilní inverzi. Faktor $F(s)$ v (83), který má funkci dolnoproustního filtru, je volen tak, aby se zajistila ryzost $C_R(s) \in R_{MS}$. $F(s)$ je volen jako ryzí a stabilní racionálně lomená funkce, s podmínkou $F(0) = 1$.

Podmínka pro kompenzaci poruchy $d(t)$ vychází z přenosu poruchy na výstup $y(t)$

$$K_{dY}(s) = G_T(s)[1 - C_R(s)G_T(s)] \quad (86)$$

Opět je zřejmé, že ideální kompenzace $d(t)$ by nastala v případě $C_R(s) = G_T(s)^{-1}$.

Platí následující tvrzení [15]: Nechť je řízená soustava $G_T(s) \in R_{MS}$. Zpětnovazební systém (obr. 8) je stabilní a kompenzuje $d(t) \Leftrightarrow C_R(s)$ je ve tvaru

$$C_R(s) = C_1(s) + G_T(0)^{-1}C_2(s) \quad (87)$$

kde $C_1(s)$, $C_2(s)$ jsou stabilní RQ-meromorfní funkce s vlastnostmi

$$\lim_{s \rightarrow 0} C_1(s) = 0; \quad C_2(0) = 1 \quad (88)$$

Předchozí požadavek je již obvykle splněn při zajištění podmínek (83) – (85).

Za povšimnutí stojí, že uvedená metodika syntézy se nezabývá tvarem funkcí $w(t)$ a $d(t)$.

3.2 Řešení typových úloh

Příklad 8: Meromorfní syntéza metodikou IMC pro stabilní anizochronní soustavu 2. řádu

Přenos řízené soustavy $G(s)$ je popsán (3). Jelikož $G(s) \in R_{MS}$, není nutné zavádět stabilizující zpětnou smyčku. Nejdříve se provede faktorizace $G(s)$ dle (84). Zřejmě

$$G_0(s) = \frac{K}{(T_1 s + e^{-\tau s})(T_2 s + 1)}; \quad D(s) = e^{-\tau s} \quad (89)$$

Pak podle (83) je

$$C_R(s) = \frac{(T_1 s + e^{-\tau s})(T_2 s + 1)}{K} F(s) \quad (90)$$

Pro jednoduchost, nechť je faktor $F(s)$ zvolen ve tvaru

$$F(s) = \frac{\lambda^2}{(s + \lambda)^2} \quad (91)$$

kde $\lambda > 0$ je volitelný skalární parametr.

Tedy $C_R(s)$ ve tvaru (90) a (91) zajišťuje stabilitu regulačního obvodu (obr. 7) a také sledování $w(t)$. Zbývá ukázat, že platí podmínky (87) a (88) pro kompenzaci $d(t)$.

$$\begin{aligned}
C_R(s) &= \frac{(T_1 s + e^{-\tau s})(T_2 s + 1)}{K} \frac{\lambda^2}{(s + \lambda)^2} = \\
&= \frac{(T_1 s + e^{-\tau s} - 1)(T_2 s + 1)}{K} \frac{\lambda^2}{(s + \lambda)^2} + \frac{1}{K} \frac{\lambda^2 (T_2 s + 1)}{(s + \lambda)^2} = \\
&= C_1(s) + G(0)^{-1} C_2(s)
\end{aligned} \tag{92}$$

Pro srovnání ekvivalentní (náhradní) regulátor $G_Q(s)$ pak má tvar

$$G_Q(s) = \frac{C_R(s)}{1 - C_R(s)G(s)} = \frac{\lambda^2 (T_1 s + e^{-\tau s})(T_2 s + 1)}{K[s^2 + 2\lambda s + \lambda^2(1 - e^{-\tau s})]} \tag{93}$$

což je naprosto shodný regulátor s tím, jaký se získal algebraickou metodou syntézy v okruhu R_{MS} (62).

Příklad 9: Meromorfní syntéza metodikou IMC pro nestabilní anizochronní soustavu 1. řádu

Pro srovnání s algebraickou metodou syntézy v okruhu R_{MS} necht' je řízený systém popsán přenosovou funkcí (67). Jelikož $G(s) \notin R_{MS}$, je nutné zavést stabilizující vnitřní zpětnou smyčku (81). Necht' je $R_0 = K_B s$ volbou (69), dle [6]. Potom

$$G_T(s) = \frac{R_0(s)G(s)}{1 + R_0(s)G(s)} = \frac{K_B K e^{-\tau s}}{Ts - e^{-\tau s} + K_B K e^{-\tau s}} \in R_{MS} \tag{94}$$

Ve smyslu (84) a (85) lze tento stabilizovaný systém (94) faktorizovat

$$G_{0T}(s) = \frac{KK_B}{Ts - e^{-\tau s} + K_B K e^{-\tau s}}; \quad D(s) = e^{-\tau s} \tag{95}$$

Pak

$$C_R(s) = \frac{Ts - e^{-\tau s} + K_B K e^{-\tau s}}{KK_B} F(s) \quad (96)$$

s volbou

$$F(s) = \frac{\lambda}{s + \lambda} \quad (97)$$

Ověření podmínek (87) a (88) pro kompenzaci $d(t)$

$$\begin{aligned} C_R(s) &= \frac{Ts - e^{-\tau s} + K_B K e^{-\tau s} - (K_B K - 1)}{KK_B} \frac{\lambda}{s + \lambda} + \frac{K_B K - 1}{K_B K} \frac{\lambda}{s + \lambda} = \\ &= C_1(s) + G_T(0)^{-1} C_2(s) \end{aligned} \quad (98)$$

Přenos náhradního regulátoru je pak

$$G_Q(s) = \frac{C_R(s)}{1 - C_R(s)G_T(s)} = \frac{\lambda(Ts - e^{-\tau s} + KK_B e^{-\tau s})}{KK_B[s + \lambda(1 - e^{-\tau s})]} \quad (99)$$

což je jiný výsledek, než ten, který byl získán algebraickou metodou syntézy v R_{MS} (73), ale evidentně má integrační charakter. Zákon řízení

$$\begin{aligned} U(s)\tilde{P}(s) &= \tilde{Q}(s)E(s) = \tilde{Q}(s)W(s) - \tilde{Q}(s)Y(s) \\ KK_B u'(t) + KK_B \lambda u(t) - KK_B \lambda u(t - \tau) &= \lambda T e'(t) + \lambda KK_B e(t - \tau) - \lambda e(t - \vartheta) \\ u(t) &= \frac{\lambda T}{KK_B} e(t) + \lambda \int e(v - \tau) dv - \frac{\lambda}{KK_B} \int e(v - \vartheta) dv - \lambda \int u(v) dv + \lambda \int u(v - \tau) dv \end{aligned} \quad (100)$$

Příklad 10: Meromorfní syntéza metodikou IMC pro astatickou, neminimálně fázovou anizochronní soustavu 2. řádu

Řízený systém nechť je popsán přenosem (101)

$$G(s) = \frac{K(e^{-\zeta s} - T_B s)e^{-\tau s}}{s(Ts + e^{-\tau s})} \quad (101)$$

Jelikož se nejedná o stabilní RQ-meromorfní funkci, je nutno nejprve zavést stabilizující zpětnou smyčku. Opět nechť je stabilizující vnitřní regulátor $R_0(s) = K_B$. V [6] se pro minimálně fázovou soustavu doporučuje volit

$$K_B = \frac{1}{2K\tau} \quad (102)$$

avšak v případě neminimálně fázového systému zůstává vhodná volba K_B nejasná. Nicméně musí být taková, aby přenos zpětné smyčky $G_T(s)$ byl stabilní RQ-meromorfní funkce.

$$G_T(s) = \frac{R_0(s)G(s)}{1 + R_0(s)G(s)} = \frac{K_B K(e^{-\zeta s} - T_B s)e^{-\tau s}}{s(Ts + e^{-\tau s}) + K_B K(e^{-\zeta s} - T_B s)e^{-\tau s}} \quad (103)$$

Faktorizace (103) na invertibilní a neinvertibilní část je

$$G_{0T}(s) = \frac{K_B K}{s(Ts + e^{-\tau s}) + K_B K(e^{-\zeta s} - T_B s)e^{-\tau s}}; \quad D(s) = (e^{-\zeta s} - T_B s)e^{-\tau s} \quad (104)$$

Odtud podle (83)

$$C_R(s) = \frac{s(Ts + e^{-\tau s}) + K_B K(e^{-\zeta s} - T_B s)e^{-\tau s}}{K_B K} F(s); \quad F(s) = \frac{\lambda^2}{(s + \lambda)^2} \quad (105)$$

Jelikož platí, že $G_T(0) = 1$ a $C_R(0) = 1$, lze snadno dokázat platnost podmínky pro kompenzaci $d(t)$

$$\begin{aligned} C_R(s) &= 0 + 1 \frac{s(Ts + e^{-\tau s}) + K_B K (e^{-\xi s} - T_B s) e^{-\tau s}}{K_B K} \frac{\lambda^2}{(s + \lambda)^2} = \\ &= C_1(s) + G_T(0)^{-1} C_2(s) \end{aligned} \quad (106)$$

Tvar přenosu náhradního regulátoru je dán (107)

$$\begin{aligned} G_Q(s) &= \frac{C_R(s)}{1 - C_R(s)G_T(s)} = \frac{\lambda^2 [s(Ts + e^{-\tau s}) + K_B K (e^{-\xi s} - T_B s) e^{-\tau s}]}{K_B K [(s + \lambda)^2 - \lambda^2 (e^{-\xi s} - T_B s) e^{-\tau s}]} = \\ &= \frac{\lambda^2 [Ts^2 + (e^{-\tau s} - K_B T_B e^{-\tau s})s + K_B K e^{-\xi s} e^{-\tau s}]}{K_B K [s^2 + (2\lambda + T_B \lambda^2 e^{-\tau s})s + \lambda^2 (1 - e^{-\xi s} e^{-\tau s})]} \end{aligned} \quad (107)$$

I tento regulátor zřejmě naplňuje podmínku integračního chování $G_Q(s)$, tj. $\lim_{s \rightarrow 0} G_Q(s) = \infty$.

Zákon řízení

$$\begin{aligned} U(s)\tilde{P}(s) &= \tilde{Q}(s)E(s) = \tilde{Q}(s)W(s) - \tilde{Q}(s)Y(s) \\ K_B K [u''(t) + 2\lambda u'(t) + T_B \lambda^2 u'(t - \tau) + \lambda^2 u(t) - \lambda^2 u(t - \xi - \tau)] &= \\ = \lambda^2 T e''(t) - \lambda^2 K_B T_B e'(t - \tau) + \lambda^2 e'(t - \vartheta) + \lambda^2 K_B e(t - \xi - \tau) \\ u(t) &= \frac{\lambda^2}{K_B K} T e(t) - \lambda^2 T_B \int e(v - \tau) dv + \frac{\lambda^2}{K_B K} \int e(v - \vartheta) dv + \lambda^2 \iint e(v - \xi - \tau) dv - \\ &- 2\lambda \int u(v) dv - T_B \lambda^2 \int u(v - \tau) dv - \lambda^2 \iint u(v) dv + \lambda^2 \iint u(v - \xi - \tau) dv \end{aligned} \quad (108)$$

4 ŘÍZENÍ SYSTÉMŮ S DOPRAVNÍM ZPOŽDĚNÍM S VYUŽITÍM PREDIKCE

4.1 Úvod

Dalším netradičním přístupem k řešení regulace systémů se zpožděním nebo dopravním zpožděním je filozofie prediktivního řízení. Myšlenka predikce signálu je založena na inverzi zpožďujícího členu $e^{-\tau s}$, tj. $e^{\tau s}$, jenž má přirozeně charakter „předstihu“. Metodika pak vede k další modifikaci PI resp. PID struktury, jak je ukázáno např. v [2], [3]. Tyto práce se zabývají řízením pouze systémů s dopravním zpožděním (tedy se zpožděním pouze na pravé straně diferenciální rovnice).

4.2 Syntéza řízení pro soustavu 1. řádu

Odvození prediktoru a zavedení zobecněného PI regulátoru pro řízenou soustavu se provede následovně [2], [3]:

Nechť je řízený SISO systém popsán lineární diferenciální prvního řádu ve tvaru

$$y'(t) + ay(t) = bu(t - \tau) \quad (109)$$

kde $a, b, \tau \in \mathbb{R}$, $b \neq 0$ a $y(0) = 0$.

Užitím Laplaceovy transformace na (109) se získá vztah

$$sY(s) = -aY(s) + bU(s)e^{-\tau s} \quad (110)$$

Nechť je referenční signál $y_r(t) = w(t)$. Dále se zavedou odchylkové veličiny

$$\begin{aligned} u_e(t) &= u(t) - u_r(t) \\ y_e(t) &= y(t) - y_r(t) \end{aligned} \quad (111)$$

kde $u_r(t)$ je „požadovaný vstup“ daný $y_r(t)$ a inverzí přenosu řízeného systému (112)

$$U_r(s) = \frac{s+a}{b} e^{\tau s} Y_r(s) \quad (112)$$

Zavedení vztahu (předstihu) $e^{\tau s} Y_r(s)$ není na překážku, neboť průběh $y_r(t)$ se předpokládá známý pro všechna t . Pak pro tzv. „odchylku (chybu) dynamiky“ (*error dynamics*) platí stejný vztah jako ve (110)

$$sY_e(s) = -aY_e(s) + bU_e(s)e^{-\tau s} \quad (113)$$

Ze vztahu (113) dále úpravou

$$\begin{aligned} e^{\tau s} Y_e(s) &= \frac{b}{s+a} U_e(s) \\ &= \frac{b}{s+a} (e^{-\tau(s+a)} + 1 - e^{-\tau(s+a)}) U_e(s) \\ &= e^{a\tau} Y_e(s) + \frac{b}{s+a} (1 - e^{-\tau(s+a)}) U_e(s) \end{aligned} \quad (114)$$

čímž je definován *prediktor*

$$Y_e^+(s) = e^{\tau s} Y_e(s) = e^{a\tau} Y_e(s) + \frac{b}{s+a} (1 - e^{-\tau(s+a)}) U_e(s) \quad (115)$$

Zřejmě pomocí mírně modifikovaného postupu (114) by se obdržel klasický Smithův prediktor (116)

$$e^{\tau s} Y_e(s) = Y_e(s) + \frac{b}{s+a} (1 - e^{-\tau s}) U_e(s) \quad (116)$$

(zde v modifikaci pro odchylkové veličiny).

Dále necht' je zvolen nekauzální PI regulátor ve tvaru

$$U_e(s) = -\left(k_p + \frac{k_I}{s}\right)e^{\tau s} Y_e(s) \quad (117)$$

Nabízí se využít přímo regulátor (117) pro řídicí část regulačního obvodu, ovšem ukazuje se, že tento regulátor zanechává po vstupu poruchy trvalou regulační odchylku (viz kap. 6).

Proto se využije modifikace PI regulátoru, získaná z (117) (v časové oblasti)

$$\begin{aligned} u_e(t) &= -k_p y_e(t + \tau) - k_I \int_0^{t+\tau} y_e(\sigma) d\sigma \\ &= -k_p y_e(t + \tau) - k_I \int_0^t y_e(\sigma) d\sigma - k_I \int_{t-\tau}^t y_e(\vartheta + \tau) d\vartheta \end{aligned} \quad (118)$$

Převedeno do komplexní oblasti tedy

$$U_e(s) = -k_p Y_e^+(s) - k_I \left(\frac{Y_e(s)}{s} + \frac{1 - e^{-\tau s}}{s} Y_e^+(s) \right) \quad (119)$$

Zbývá určení konstant k_p a k_I . Ty jsou voleny dle charakteristické rovnice (120) uzavřeného regulačního obvodu, při požadovaných kořenech této rovnice.

$$s^2 + (k_p b + a) + k_I b = 0 \quad (120)$$

4.2.1 Modifikace metodiky

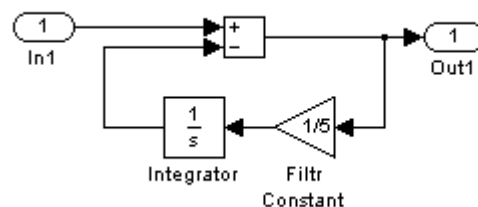
Zjevnou nevýhodou uvedené metodiky syntézy (ačkoliv literatura [2] a [3] to neřeší) je nutnost zavedení $u_r(t)$, tedy „požadovaného vstupu“. Ten lze vytvořit více způsoby.

První možností, která se nabízí (nejpřesnější), je použití přímé inverze přenosu soustavy, tedy implementace vztahu (112). Problém je, že je nutné vytvořit ideální derivace

$y_r(t)$, což naráží na pojem fyzikální realizovatelnosti a přináší nesnáze při skokových změnách $w(t) = y_r(t)$ (saturace).

Proto v tomto případě je výhodné zavedení filtrace derivačního členu a jeho realizace pomocí integračního členu ve zpětné vazbě (obr. 9), tzn. s přenosem

$$\frac{1}{1 + \frac{k_F}{s}} = \frac{s}{s + k_F} \quad (121)$$



Obr. 9 – Zavedení derivačního členu s filtrací

Druhou možností je opomenout dynamiku ve vztahu (112) a uvažovat pouze inverzi statického zesílení přenosu řízené soustavy

$$U_r(s) = \frac{a}{b} e^{\tau s} Y_r(s) \quad (122)$$

Tento postup je zjevně nemožný pro astatické a nestabilní řízené soustavy.

Právě pro integrační soustavy se nabízí další způsob. Je-li $y_r(t)$ ve tvaru skoku

$$Y_r(s) = \frac{k}{s} \quad (123)$$

pak vstupem $u_r(t)$ musí být Diracův impuls, resp. jeho aproximace.

Poslední možností je zcela opomenout $u_r(t)$, tj. $u_r(t) = 0$, a tedy zavést regulační část obvodu (119) přímo pro získání akčního zásahu $u(t)$, tedy

$$U_e(s) = U(s) = -k_p Y_e^+(s) - k_I \left(\frac{Y_e(s)}{s} + \frac{1 - e^{-\tau s}}{s} Y_e^+(s) \right) \quad (124)$$

přičemž prediktivní část taktéž uvažuje $u(t)$ místo $u_e(t)$

$$Y_e^+(s) = e^{\tau s} Y_e(s) = e^{a\tau} Y_e(s) + \frac{b}{s+a} (1 - e^{-\tau(s+a)}) U(s) \quad (125)$$

Z hlediska simulačních experimentů se tato volba jeví nejvhodnější, především pro astatické soustavy (viz kapitola 6).

Ač autoři [2], [3] tuto možnost neuvádějí, je žádoucí úplně obejít nutnost generování $u_r(t)$. Nabízí se paralela se Smithovým prediktorem. Vždyť u něj je prediktivní část (prediktor) vytvořen pro neodchylové veličiny $u(t)$ a $y(t)$ a řídicí část pro odchylkovou veličinu (regulační odchylku) $e(t) = w(t) - y(t) = -y_e(t)$. Výstupní signál z regulační části je přímo akční veličina $u(t)$. Vztahy (115) a (119) pak přejdou na

$$Y^+(s) = e^{\tau s} Y(s) = e^{a\tau} Y(s) + \frac{b}{s+a} (1 - e^{-\tau(s+a)}) U(s) \quad (126)$$

resp.

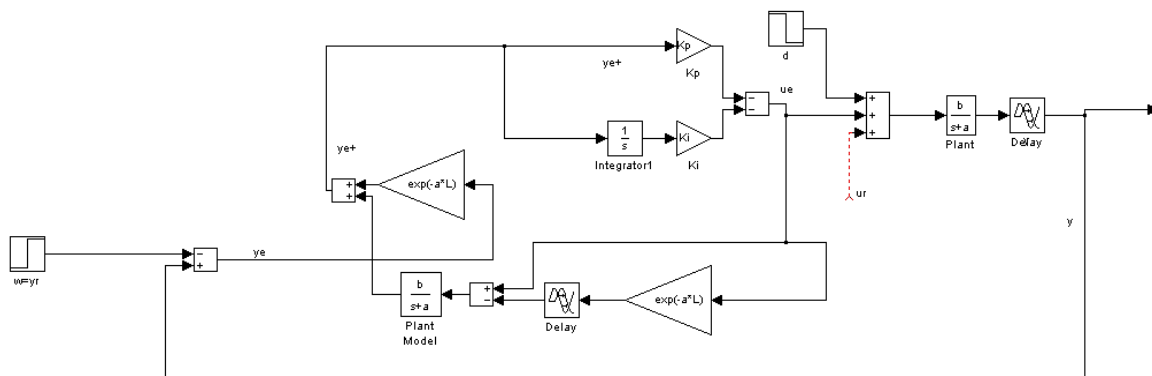
$$U(s) = -k_p Y_e^+(s) - k_I \left(\frac{Y_e(s)}{s} + \frac{1 - e^{-\tau s}}{s} Y_e^+(s) \right) \quad (127)$$

kde

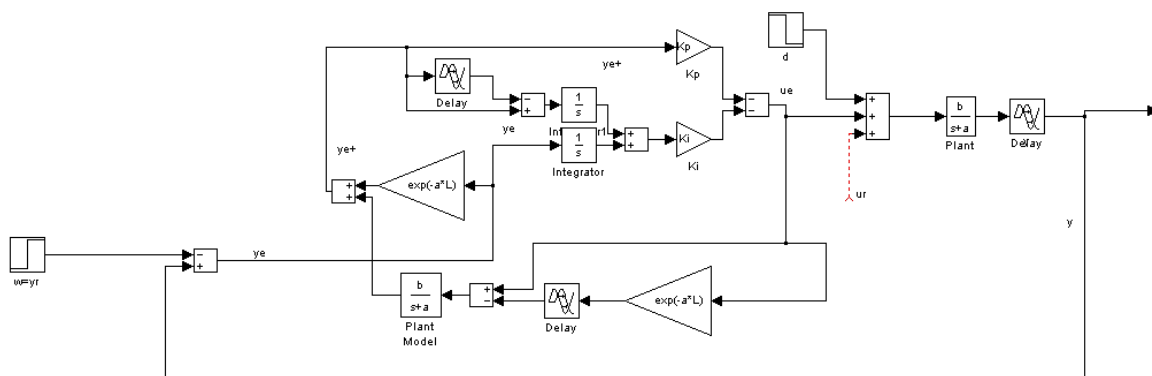
$$\begin{aligned} Y_e(s) &= Y(s) - Y_r(s) \\ Y_e^+(s) &= Y^+(s) - Y_r^+(s) \end{aligned} \quad (128)$$

Výsledky simulací pro všechny zde uvedené varianty jsou srovnány v experimentální část (kapitola 6).

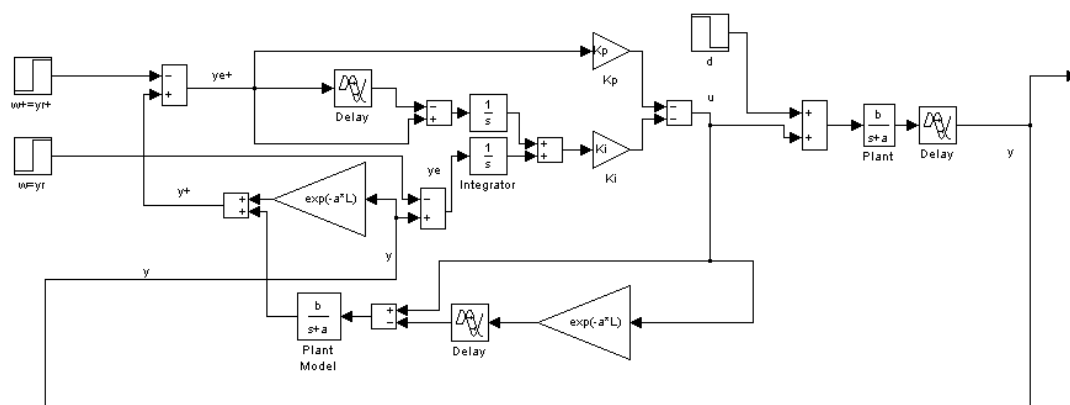
Pro úplnost jsou simulační schémata regulačních obvodů znázorněna na obr. 10 - 12.



Obr. 10 - Simulační schéma regulačního obvodu pro prediktor (115) a regulátor (117)



Obr. 11 - Simulační schéma regulačního obvodu pro prediktor (115) a regulátor (119)



Obr. 12 - Simulační schéma regulačního obvodu pro prediktor (126) a regulátor (127)

4.3 Syntéza řízení pro soustavy vyšších řádů

Nechť je řízený systém popsán přenosovou funkcí druhého řádu ve tvaru (129)

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b_1 s + b_0}{s^2 + a_1 s + a_0} e^{-\tau s} \quad (129)$$

kde $b_1^2 + b_0^2 \neq 0$, $s^2 + a_1 s + a_0$ a $b_1 s + b_0$ jsou nesoudělné.

Dále se zavedou odchylkové veličiny $y_e(t)$ a $u_e(t)$ dle (112). Možnosti generování $u_r(t)$ jsou uvedeny níže. Lze dokázat, že i pro tyto odchylkové veličiny platí (129). Možný stavový popis v komplexní proměnné s pro odchylkovou stavovou proměnnou $\mathbf{X}_e(s)$ pak vypadá následovně

$$\begin{aligned} s\mathbf{X}_e(s) &= \mathbf{A}\mathbf{X}_e(s) + \mathbf{B}U(s) \\ Y(s) &= \mathbf{C}\mathbf{X}_e(s) \end{aligned} \quad (130)$$

kde

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -a_1 & 1 \\ -a_0 & 0 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_0 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{C} = [1 \quad 0] \quad (131)$$

Analogicky s odvozeným výstupním prediktorem (115) se zavede *stavový prediktor*

$$\mathbf{X}_e^+(s) = e^{s\tau} \mathbf{X}_e(s) + (\mathbf{I} - e^{-\tau(s\mathbf{I} - \mathbf{A})})(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{B}U_e(s) \quad (132)$$

přičemž dle (130) platí

$$Y_e^+(s) = \mathbf{C}\mathbf{X}_e^+(s) \quad (133)$$

Jelikož stavová veličina $\mathbf{x}_e(t)$ není přímo měřitelná, je nutné zavést rekonstruktor stavu. V [2], [3] se definuje tzv. *integrální rekonstruktor*, vycházející ze (130)

$$REC(\mathbf{X}_e(s)) = \mathbf{A} \frac{\mathbf{X}_e(s)}{s} + \mathbf{B} \frac{U(s)}{s} \quad (134)$$

a ze (130) lze navíc ukázat, že platí

$$\mathbf{X}_e(s) = \mathbf{O}^{-1} \begin{bmatrix} Y_e(s) \\ sY_e(s) \end{bmatrix} - \mathbf{O}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{CB} \end{bmatrix} e^{-\tau s} U_e(s) \quad (135)$$

kde $\mathbf{O}$ je *matice pozorovatelnosti*

$$\mathbf{O} = [\mathbf{C} \quad \mathbf{CA}]^T \quad (136)$$

Spojením (134) a (135)

$$REC(\mathbf{X}_e(s)) = \mathbf{AO}^{-1} \begin{bmatrix} \frac{Y_e(s)}{s} \\ Y_e(s) \end{bmatrix} - \left(\mathbf{AO}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{CB} \end{bmatrix} - \mathbf{B} \right) \frac{e^{-\tau s} U_e(s)}{s} \quad (137)$$

což je konečný tvar rekonstruktoru $REC(\mathbf{X}_e(s))$.

Ze (130) s využitím (137) se získá rekonstruktor stavového prediktoru

$$REC(\mathbf{X}_e^+(s)) = e^{s\tau} REC(\mathbf{X}_e(s)) + (\mathbf{I} - e^{-\tau(s\mathbf{I} - \mathbf{A})})(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{B} U_e(s) \quad (138)$$

a ze (133) rekonstruktor prediktoru výstupu

$$REC(Y_e^+(s)) = \mathbf{C} \quad REC(\mathbf{X}_e^+(s)) \quad (139)$$

Integrál rekonstruktoru (139) lze rozložit do dvou členů – analogicky s (117) - (119)

$$\begin{aligned}\frac{REC(Y_e^+(s))}{s} &= \frac{Y_e(s)}{s} + \frac{1-e^{-\tau s}}{s} REC(Y_e^+(s)) \\ \frac{REC(Y_e^+(s))}{s^2} &= \frac{Y_e(s)}{s^2} + \frac{1-e^{-\tau s}}{s} \frac{REC(Y_e^+(s))}{s}\end{aligned}\quad (140)$$

Oba integrály (140) tedy explicitně závisí na výstupní odchylkové veličině $y_e(t)$.

Zvolí se dále zobecněný PI regulátor

$$U_e(s) = -[k_{p1} \quad k_{p2}] REC(X_e^+(s)) - k_i \frac{REC(Y_e^+(s))}{s} - k_{ii} \frac{REC(Y_e^+(s))}{s^2} \quad (141)$$

a příslušné konstanty k_{p1} k_{p2} k_i a k_{ii} tak, aby kořeny charakteristického polynomu (142) uzavřeného regulačního obvodu byly všechny stabilní, tj. jejich reálné části byly záporné.

$$s^2 \det \left(sI - A + B \begin{bmatrix} k_{p1} \\ k_{p2} \end{bmatrix} + \frac{Bk_i C}{s} + \frac{Bk_{ii} C}{s^2} \right) \quad (142)$$

Zajištění kompenzace poruchy, uvedené v [2] a [3], celý algoritmus činí ještě mnohem obtížnějším a vyžaduje měření poruchy. Uvedený postup lze využít i pro soustavy vyšších řádu a vhodnou stavovou reprezentací i pro mnohorozměrové systémy.

4.3.1 Řešení programové implementace

Při praktické implementaci je nutno vyřešit hned několik problémů. Předně je zde nutnost generovat $u_r(t)$. Nelze obejít zavedení $u_r(t)$ pomocí analogie se Smithovým prediktorem jako u soustavy prvního řádu (126) a (127), jelikož řídicí část (141) implicitně obsahuje odchylkovou veličinu $u_e(t)$.

Autoři [2] a [3] navrhnou užití tzv. *flatness function*, což je polynomiální časová funkce $f(t)$, např. 5. řádu, pro kterou platí $f(0) = f'(0) = f''(0) = 0$, $f(1) = 1$, $f'(1) = f''(1) = 0$.

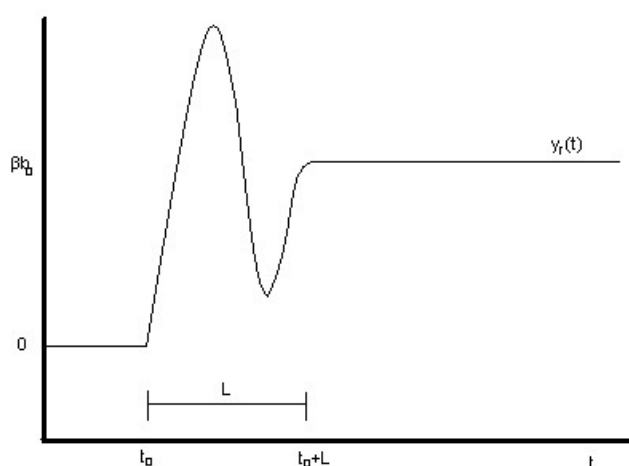
Pomocí $f(t)$ se pak dále definuje *flat input* $z(t)$

$$z(t) = \begin{cases} 0 & t < t_0 \\ \beta f\left(\frac{t-t_0}{L}\right) & t \in \langle t_0, t_0 + L \rangle \\ \beta & t > t_0 + L \end{cases} \quad \text{pro} \quad (143)$$

přičemž se předpokládá žádaná hodnota $w(t) = y_r(t)$ ve tvaru skoku, L je tzv. *predikční horizont*, t_0 je čas skoku a $b_0\beta$ hodnota skoku. Pomocí $z(t)$ se získá aproximaci $y_r(t)$ a $u_r(t)$ (v operátorovém tvaru)

$$\begin{aligned} y_r(t) &= (b_1 s + b_0) z(t) \\ u_r(t) &= (s^2 + a_1 s + a_0) e^{\pi} z(t) \end{aligned} \quad (144)$$

Výsledná funkce $y_r(t)$ ze vztahu (144) aproximuje skutečnou skokovou žádanou hodnotu tak, že až do času skoku t_0 je $y_r(t) = 0$, pro čas $t \in \langle t_0, t_0 + L \rangle$ $y_r(t)$ nabývá nějakých spojitých hodnot (daných volbou $f(t)$) a v čase $t > t_0 + L$ je $y_r(t) = b_0\beta$, např. obr. 13



Obr. 13 – Aproximace $w(t) = y_r(t)$ pomocí (144)

Uvedený postup má ovšem opět své úskalí v podobě derivačních členů a problémů s fyzikální realizovatelností. Z toho důvodu se nabízí využít další možnosti, jak generovat $u_r(t)$.

Jako v předchozí kapitole je možné zavést inverzi přenosu řízené soustavy (129) a užít známého průběhu $w(t) = y_r(t)$, analogicky se (112).

Dále se nabízí ignorovat dynamiku této přímé inverze soustavy (129) a využít pouze inverze statického zesílení, analogicky podle (122). Tento postup nelze užít pro astatické a nestabilní soustavy.

Pro astatické soustavy a skokové hodnoty $w(t) = y_r(t)$ (123) lze jako $u_r(t)$ volit aproximaci Diracovy impulsní funkce.

V poslední řadě je zde možnost brát $u(t) = u_e(t)$, tzn. $u_r(t) = 0$.

Všechny výše uvedené možnosti generování $u_r(t)$ jsou implementovány v uživatelském programovém prostředí (kapitola 5).

Dalším problémem při řešení programové implementace regulačního obvodu je výpočet rekonstruktoru (137) a prediktoru (138). V této práci se dospělo k následujícímu řešení: Vztah (136) s využitím (131)

$$\mathbf{O} = [\mathbf{C} \quad \mathbf{CA}]^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -a_0 & 1 \end{bmatrix} \quad (145)$$

a dále

$$\mathbf{AO}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{CB} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (146)$$

dosazením (146) do (137) se získá (147)

$$\begin{aligned} REC(\mathbf{X}_e(s)) &= \mathbf{AO}^{-1} \begin{bmatrix} \frac{Y_e(s)}{s} \\ Y_e(s) \end{bmatrix} - \left(\mathbf{AO}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{CB} \end{bmatrix} - \mathbf{B} \right) \frac{e^{-\tau s} U_e(s)}{s} = \\ &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -a_0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{Y_e(s)}{s} \\ Y_e(s) \end{bmatrix} - \left(\begin{bmatrix} b_1 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} b_1 \\ b_0 \end{bmatrix} \right) \frac{e^{-\tau s} U_e(s)}{s} = \\ &= \begin{bmatrix} Y_e(s) \\ -a_0 Y_e(s) + b_0 e^{-\tau s} U_e(s) \end{bmatrix} \frac{1}{s} = \begin{bmatrix} REC(X_{e1}(s)) \\ REC(X_{e2}(s)) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (147)$$

V rovnici (138) je zásadní výpočet členu $e^{-\tau(sI-A)}$. Matlab Help [7] udává obecně řešení

$$e^{\mathbf{M}} = \mathbf{V} \text{diag}[e^{\text{diag}(\mathbf{D})}] \mathbf{V}^{-1} \quad (148)$$

kde $\mathbf{M}$ je obecně matice, $\mathbf{D}$ je vektor vlastních čísel a $\mathbf{V}$ je matice vlastních vektorů.

Je tedy nutné najít vlastní čísla a vhodné vlastní vektory matice

$$\tau(s\mathbf{I} - \mathbf{A}) = \begin{bmatrix} -\tau(s + a_1) & \tau \\ -a_0 & -\tau s \end{bmatrix} = \mathbf{H} \quad (149)$$

obecně známým výpočtem vlastních čísel $\det(\lambda\mathbf{I} - \mathbf{H}) = 0$ se získá řešení

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} \frac{-\tau \left[(2s + a_1) + \sqrt{a_1^2 - 4a_0} \right]}{2} \\ \frac{-\tau \left[(2s + a_1) - \sqrt{a_1^2 - 4a_0} \right]}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{bmatrix} \quad (150)$$

Vlastní vektory $\mathbf{V}_1$ a $\mathbf{V}_2$ jsou pak dány řešením soustavy rovnic $(\lambda_1\mathbf{I} - \mathbf{H})\mathbf{V}_1 = \mathbf{0}$, resp. $(\lambda_2\mathbf{I} - \mathbf{H})\mathbf{V}_2 = \mathbf{0}$ [1].

Vhodnou volbou řešení lze najít tyto vlastní vektory

$$\mathbf{V}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{2}{\sqrt{a_1^2 - 4a_0} + a_1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{11} \\ v_{21} \end{bmatrix} \quad (151)$$

$$\mathbf{V}_2 = \begin{bmatrix} \frac{2}{-\sqrt{a_1^2 - 4a_0} + a_1} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{12} \\ v_{22} \end{bmatrix}$$

tedy $\mathbf{V} = [\mathbf{V}_1 \ \mathbf{V}_2]$. Potom $\mathbf{V}^{-1}$ je

$$\mathbf{V}^{-1} = \frac{\begin{bmatrix} v_{22} & -v_{12} \\ -v_{21} & v_{11} \end{bmatrix}}{v_{11}v_{22} - v_{21}v_{12}} = \frac{a_0}{-\sqrt{a_1^2 - 4a_0}} \begin{bmatrix} 1 & \frac{2}{\sqrt{a_1^2 - 4a_0} + a_1} \\ \frac{2}{-\sqrt{a_1^2 - 4a_0} + a_1} & 1 \end{bmatrix} \quad (152)$$

a v (148)

$$\text{diag}[e^{\text{diag}(\mathbf{D})}] = \begin{bmatrix} e^{\lambda_1} & 0 \\ 0 & e^{\lambda_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{-\tau} e^{-\tau \frac{(a_1 - \sqrt{a_1^2 - 4a_0})}{2}} & 0 \\ 0 & e^{-\tau} e^{-\tau \frac{(a_1 + \sqrt{a_1^2 - 4a_0})}{2}} \end{bmatrix} \quad (153)$$

Dosazením (151) – (153) do (148)

$$e^{\mathbf{A}\tau} = e^{-\tau} \begin{bmatrix} \Pi_1 & \Pi_2 \\ \Pi_3 & \Pi_4 \end{bmatrix} \quad (154)$$

kde

$$\begin{aligned}
 \Pi_1 &= \frac{a_0}{-\sqrt{a_1^2 - 4a_0}} \left(v_{11} e^{-\tau \frac{(a_1 - \sqrt{a_1^2 - 4a_0})}{2}} - v_{12} e^{-\tau \frac{(a_1 + \sqrt{a_1^2 - 4a_0})}{2}} \right) \\
 \Pi_2 &= \frac{a_0}{-\sqrt{a_1^2 - 4a_0}} v_{11} v_{12} \left(e^{-\tau \frac{(a_1 + \sqrt{a_1^2 - 4a_0})}{2}} - e^{-\tau \frac{(a_1 - \sqrt{a_1^2 - 4a_0})}{2}} \right) \\
 \Pi_3 &= \frac{a_0}{-\sqrt{a_1^2 - 4a_0}} \left(e^{-\tau \frac{(a_1 - \sqrt{a_1^2 - 4a_0})}{2}} - e^{-\tau \frac{(a_1 + \sqrt{a_1^2 - 4a_0})}{2}} \right) \\
 \Pi_4 &= \frac{a_0}{-\sqrt{a_1^2 - 4a_0}} \left(v_{11} e^{-\tau \frac{(a_1 + \sqrt{a_1^2 - 4a_0})}{2}} - v_{12} e^{-\tau \frac{(a_1 - \sqrt{a_1^2 - 4a_0})}{2}} \right)
 \end{aligned} \tag{155}$$

A konečně dosazením stavových matic (131) a vztahu (154) do rekonstruktoru prediktoru (138) s využitím (151) a (155) a následnou úpravou se získá výpočet požadované části rekonstruktoru

$$\begin{aligned}
 &(\mathbf{I} - e^n)(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{B} = \\
 &= \frac{1}{s^2 + a_1 s + a_0} \left[\begin{array}{c} b_1 s + b_0 - ((b_1 \Pi_1 + b_0 \Pi_2)s + b_0 \Pi_1 + (b_0 a_1 - b_1 a_0) \Pi_2) e^{-\tau s} \\ b_0 s + b_0 a_1 - b_1 a_0 - ((b_1 \Pi_3 + b_0 \Pi_4)s + b_0 \Pi_3 + (b_0 a_1 - b_1 a_0) \Pi_4) e^{-\tau s} \end{array} \right] = \\
 &= \left[\begin{array}{c} \frac{\beta_{11} s + \beta_{12}}{a(s)} - \frac{\beta_{13} s + \beta_{14}}{a(s)} e^{-\tau s} \\ \frac{\beta_{21} s + \beta_{22}}{a(s)} - \frac{\beta_{23} s + \beta_{24}}{a(s)} e^{-\tau s} \end{array} \right] = \begin{bmatrix} \Delta_1 \\ \Delta_2 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{156}$$

což je již snadno implementovatelný vztah v prostředí Matlab – Simulink.

Je-li $a_0 = 0$, tedy jedná-li se o astatickou řízenou soustavu, je nutné vzhledem k zajištění nenulového čitatele v (151) volit jiné vlastní vektory, např. (157)

$$\mathbf{V}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{a_1 + \sqrt{a_1^2}}{2 + a_1 - \sqrt{a_1^2}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{11} \\ v_{21} \end{bmatrix} \quad (157)$$

$$\mathbf{V}_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{a_1 - \sqrt{a_1^2}}{2 + a_1 + \sqrt{a_1^2}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{12} \\ v_{22} \end{bmatrix}$$

a obdobným postupem jako pro (152) a (153) se dospěje ke (154), s tím, že místo (155) platí

$$\begin{aligned} \Pi_1 &= \frac{1}{-\sqrt{a_1^2}} \left(v_{22} e^{-\tau \frac{(a_1 - \sqrt{a_1^2})}{2}} - v_{21} e^{-\tau \frac{(a_1 + \sqrt{a_1^2})}{2}} \right) \\ \Pi_2 &= \frac{1}{-\sqrt{a_1^2}} \left(e^{-\tau \frac{(a_1 + \sqrt{a_1^2})}{2}} - e^{-\tau \frac{(a_1 - \sqrt{a_1^2})}{2}} \right) \\ \Pi_3 &= \frac{1}{-\sqrt{a_1^2}} v_{22} v_{21} \left(e^{-\tau \frac{(a_1 - \sqrt{a_1^2})}{2}} - e^{-\tau \frac{(a_1 + \sqrt{a_1^2})}{2}} \right) \\ \Pi_4 &= \frac{1}{-\sqrt{a_1^2}} \left(v_{22} e^{-\tau \frac{(a_1 + \sqrt{a_1^2})}{2}} - v_{21} e^{-\tau \frac{(a_1 - \sqrt{a_1^2})}{2}} \right) \end{aligned} \quad (158)$$

Další postup vede zřejmě na vztah (156), kde $a_0 = 0$.

S využitím vypočtených vztahů (147) a (156) lze napsat prediktor rekonstruktoru stavu (138) jako (159)

$$\begin{aligned}
REC(X_e^+(s)) &= e^{zA} REC(X_e(s)) + (I - e^{-\tau(sI-A)})(sI - A)^{-1} B U_e(s) = \\
&= \begin{bmatrix} \alpha_1 REC(X_{e1}(s)) + \alpha_2 REC(X_{e2}(s)) \\ \alpha_3 REC(X_{e1}(s)) + \alpha_4 REC(X_{e2}(s)) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta_1 \\ \Delta_2 \end{bmatrix} U_e(s);
\end{aligned} \tag{159}$$

$$e^{zA} = \begin{bmatrix} \alpha_1 & \alpha_2 \\ \alpha_3 & \alpha_4 \end{bmatrix}$$

K výpočtu e^{zA} se v prostředí Matlab – Simulink použije příkaz *expm* [7].

Konstanty k_{p1} k_{p2} k_i a k_{ii} jsou voleny tak, aby charakteristický polynom (142) byl stabilní. Postupuje se tedy tak, že se zvolí kořeny $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ tohoto polynomu a následně se dopočítají odpovídající konstanty. K tomu je třeba provést výpočtovou úpravu vztahu (142)

$$\begin{aligned}
s^2 \det \left(sI - A + B \begin{bmatrix} k_{p1} \\ k_{p2} \end{bmatrix} + \frac{Bk_i C}{s} + \frac{Bk_{ii} C}{s^2} \right) &= \\
= s^2 \det \left(\begin{bmatrix} s + a_1 & -1 \\ a_0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 k_{p1} & b_1 k_{p2} \\ b_0 k_{p1} & b_0 k_{p2} \end{bmatrix} + \frac{\begin{bmatrix} b_1 k_i & 0 \\ b_0 k_i & 0 \end{bmatrix}}{s} + \frac{\begin{bmatrix} b_1 k_{ii} & 0 \\ b_0 k_{ii} & 0 \end{bmatrix}}{s^2} \right) &= \tag{160} \\
= s^4 + (a_1 + b_1 k_{p1} + b_0 k_{p2}) s^3 + (b_0 k_{p2} a_1 + b_1 k_i + a_0 (1 - b_1 k_{p2}) + b_0 k_{p1}) s^2 + \\
+ (b_1 k_{ii} + b_0 k_i) s + b_0 k_{ii}
\end{aligned}$$

a srovnáním s

$$\begin{aligned}
(s - \alpha_1)(s - \alpha_2)(s - \alpha_3)(s - \alpha_4) &= \\
= s^4 - (\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4) s^3 + (\alpha_1 \alpha_2 + \alpha_1 \alpha_3 + \alpha_1 \alpha_4 + \alpha_2 \alpha_3 + \alpha_2 \alpha_4 + \alpha_3 \alpha_4) s^2 - \\
- (\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 + \alpha_1 \alpha_2 \alpha_4 + \alpha_1 \alpha_3 \alpha_4 + \alpha_2 \alpha_3 \alpha_4) + \alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \alpha_4 &= \\
= s^4 + d_3 s^3 + d_2 s^2 + d_1 s + d_0 &= \tag{161}
\end{aligned}$$

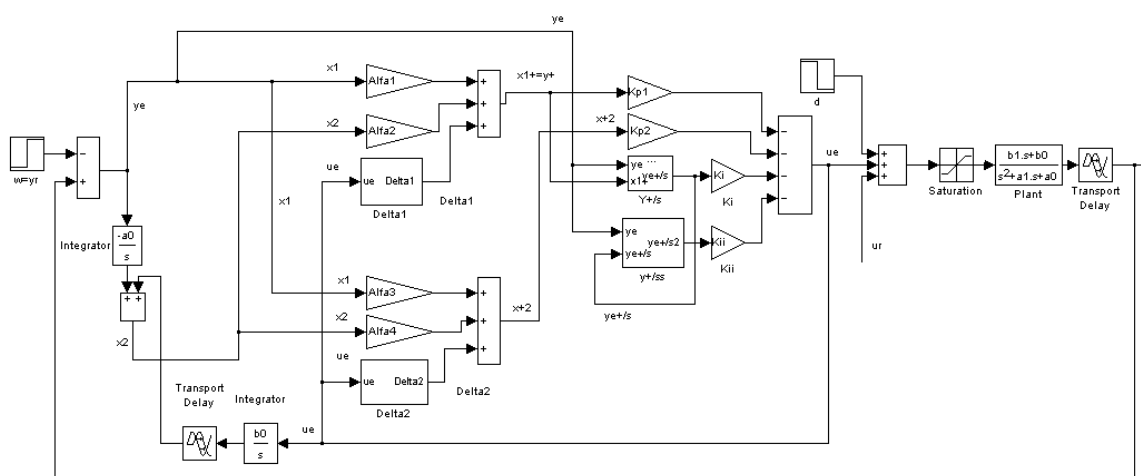
se získají konečné vztahy (162) pro výpočet konstant k_{p1} k_{p2} k_i a k_{ii} .

$$\begin{aligned}
 k_{ii} &= \frac{d_0}{b_0}; k_i = \frac{d_1 - b_1 k_{ii}}{b_0}; \\
 k_{p1} &= \frac{d_3 - a_1 - b_0 k_{ii}}{b_1}; k_{p2} = \frac{d_2 - b_1 k_i - a_0 - \frac{b_0}{b_1}(d_3 - a_1)}{a_1 b_0 - a_0 b_1 - \frac{b_0^2}{b_1}}
 \end{aligned} \quad (162)$$

resp. pro $b_1 = 0$

$$\begin{aligned}
 k_{ii} &= \frac{d_0}{b_0}; k_i = \frac{d_1}{b_0}; \\
 k_{p1} &= \frac{d_3 - a_1}{b_0}; k_{p2} = \frac{d_2 - a_1 d_3 - a_0}{b_0}
 \end{aligned} \quad (163)$$

Výsledný regulační obvod v prostředí Matlab – Simulink je na obr. 14

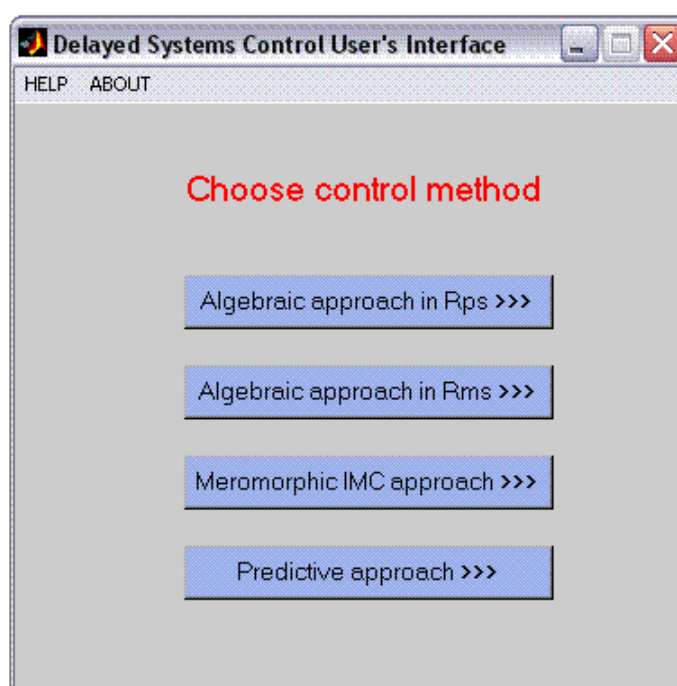


Obr. 14 – Schéma regulačního obvodu pro prediktivní řízení systému 2. řádu

5 PROGRAMOVÁ REALIZACE SIMULAČNÍHO PROGRAMU V PROSTŘEDÍ MATLAB – SIMULINK

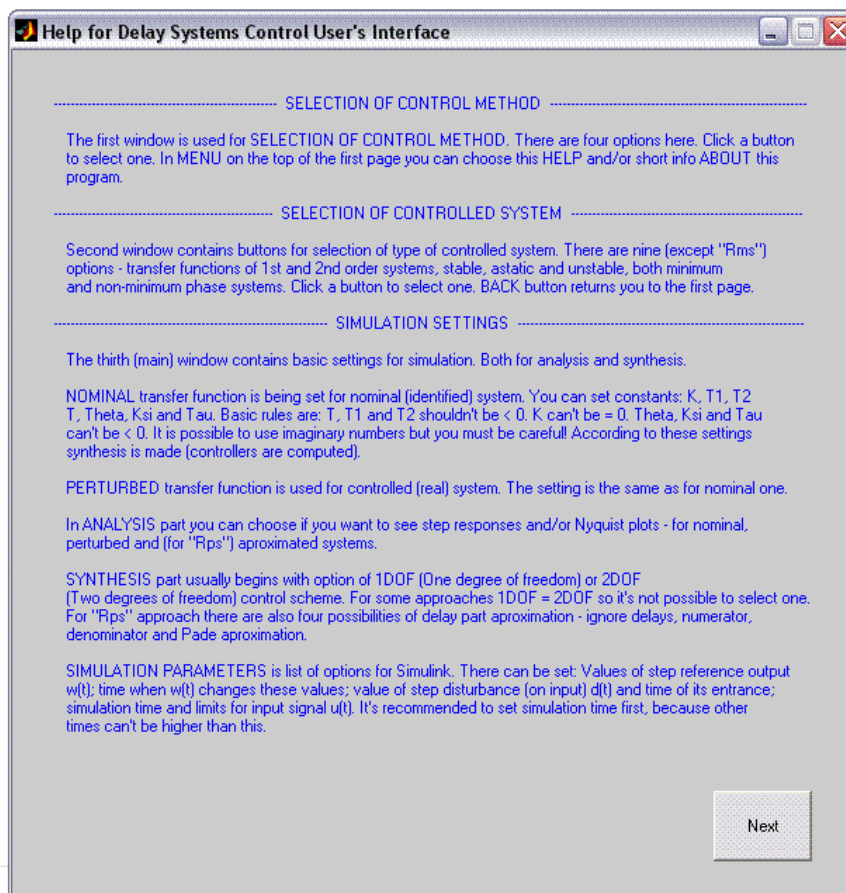
Pro snadné simulační ověřování algoritmů, jimiž se zabývá tato práce, bylo v programu Matlab – Simulink vytvořeno jednoduché uživatelské prostředí. Toto umožňuje zvolit přístup řešení syntézy (metodu), přenos nominálního (identifikovaného) a perturbovaného (skutečně řízeného) systému a dále množství simulačních a stavitelných parametrů regulačního obvodu.

Programové prostředí se spouští příkazem *Delay_start*. Po odeslání příkazu se na obrazovce objeví úvodní okno (obr. 15).



Obr. 15 – Úvodní okno simulačního programového prostředí

V menu lze vyvolat nápovědu poklepnutím na *HELP* (obr. 16) či zobrazit krátkou informaci o programu - volba *ABOUT*.

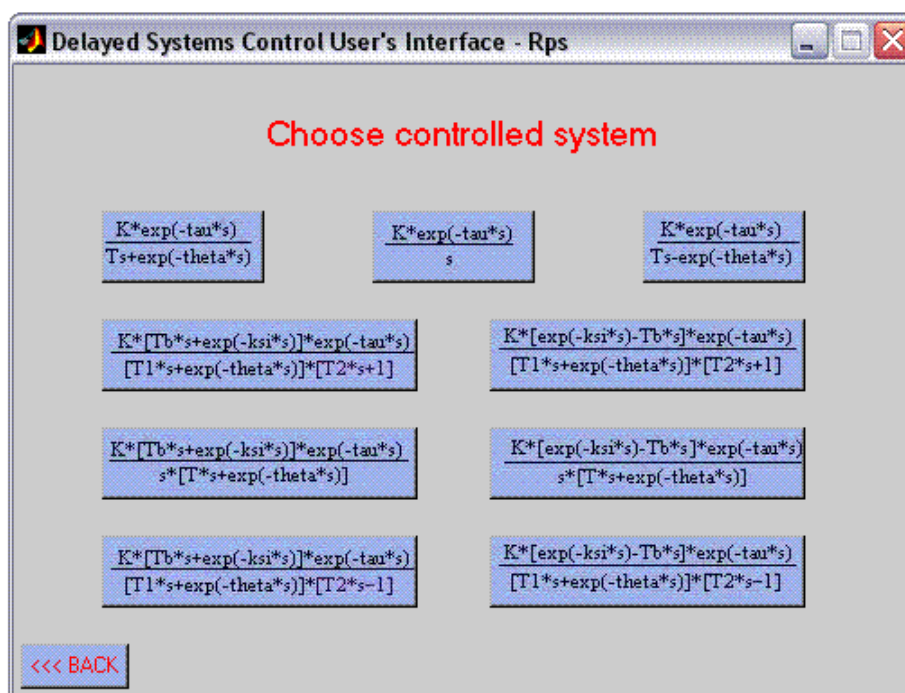


Obr. 16 – Okno nápovědy simulačního programového prostředí

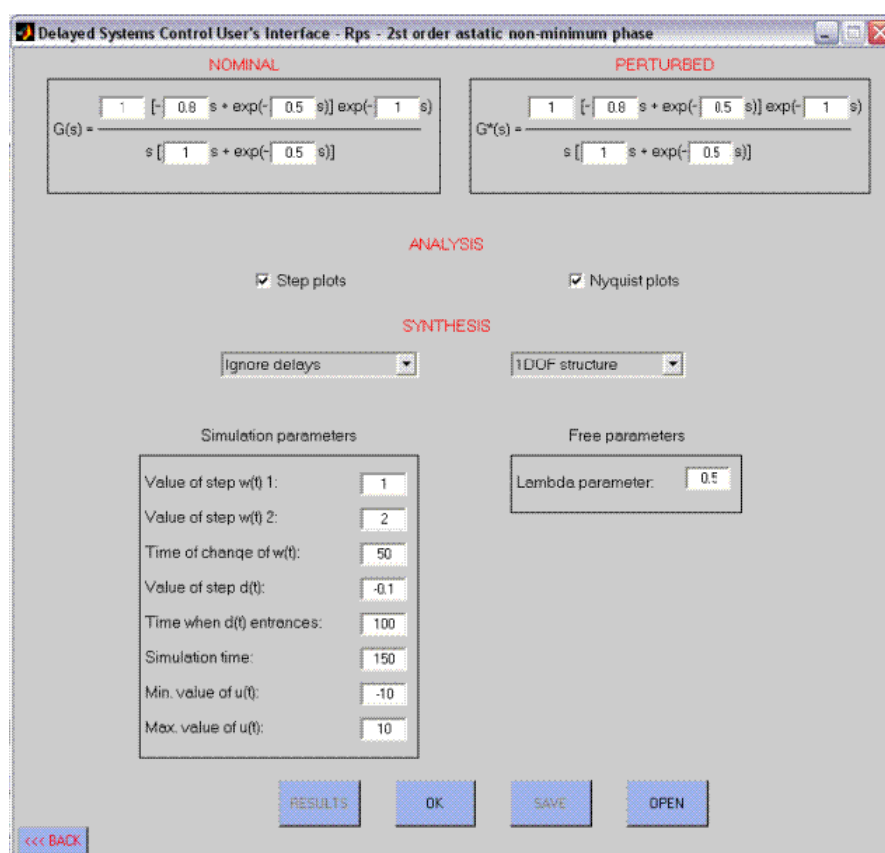
Úvodní okno nabízí čtyři možnosti volby metody řízení. Kliknutím na libovolné z těchto tlačítek se otevře okno, v němž lze dále volit typ přenosu řízeného systému (obr. 17).

Zde je možné zvolit řízený systém prvního či druhého řádu, stabilní, astatický a nestabilní, minimálně i neminimálně fázový. Poklepáním na libovolné tlačítko s typem přenosu řízeného systému se otevře další (hlavní) okno simulačního programu (obr. 18). Tlačítko *BACK* slouží k návratu na úvodní okno.

V hlavním okně (obr. 18.) je možné nastavit parametry nominálního (identifikovaného) a perturbovaného (skutečného) systému. V sekci *ANALYSIS* lze zatrhnout, zda se mají zobrazit přechodové charakteristiky (*Step plots*) a *AFFCH* (*Nyquist plots*) nominálního a perturbovaného systému, v případě syntézy v okruhu R_{PS} navíc i aproximovaného systému. Sekce *SYNTHESIS* umožňuje zadat strukturu regulačního obvodu (1DOF či 2DOF). V některých případech jsou však 1DOF a 2DOF struktury shodné. Při syntéze v okruhu R_{PS} je nutné zvolit ještě aproximaci zpožďujících členů.



Obr. 17 – Volba typu řízeného systému v simulačním programovém prostředí



Obr. 18 – Hlavní okno simulačním programovém prostředí

Sekce *Simulation parameters* umožňuje zadat dvě velikosti skokové žádané hodnoty $w(t)$, čas změny $w(t)$, hodnotu skokové poruchové veličiny $d(t)$ a čas, kdy vstupuje do regulačního obvodu, dále celkový čas simulace a omezení akčního zásahu $u(t)$.

Sekce *Free parameters* se liší dle zvolené metodiky řízení. Při syntéze v okruhu R_{PS} lze volit kladný reálný parametr λ . Pro řízení v okruhu R_{MS} se pro astatické a nestabilní soustavy volí zesílení proporcionálního stabilizujícího regulátoru K_D . Totéž platí i pro meromorfní syntézu s využitím IMC struktury řízení.

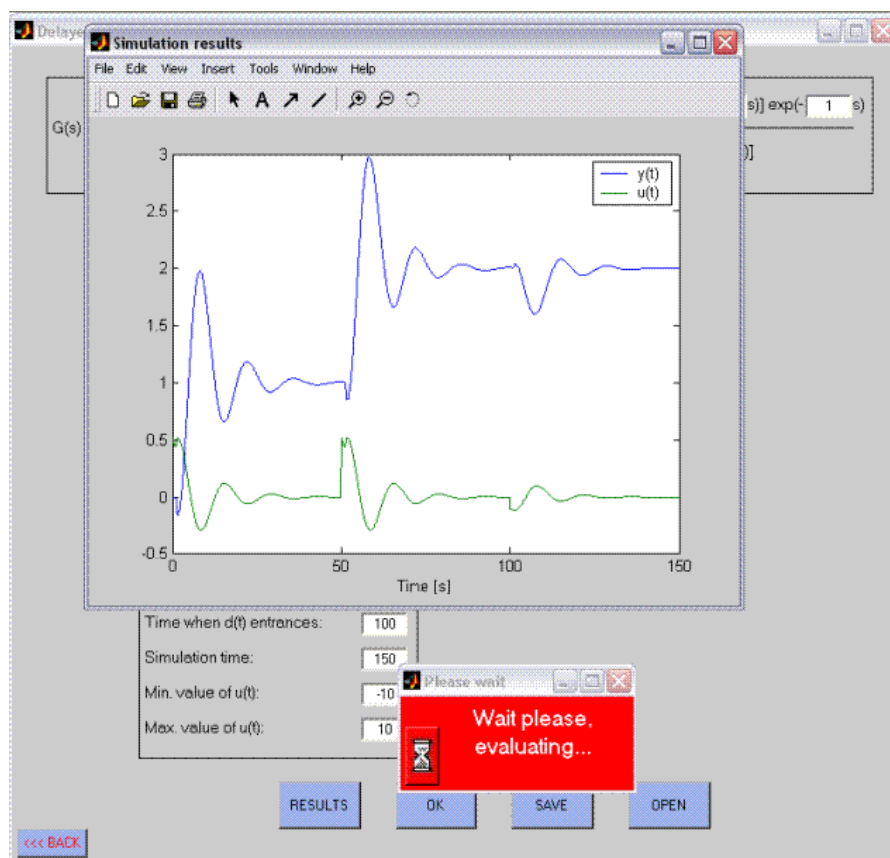
Pro prediktivní řízení je možnost dalších voleb. Při řízení systému prvního řádu se volí typ „požadované“ vstupní veličiny $u_r(t)$, z pěti možností - $u_r(t)$ je ve tvaru Diracova impulsu (pro řízení astatických soustav), $u_r(t)$ je dána inverzí přenosu nominální soustavy a $w(t)$, $u_r(t)$ je dána inverzí zesílení přenosu nominální soustavy a $w(t)$, $u_r(t) = 0$, nebo lze zvolit modifikaci bez nutnosti zavedení $u_r(t)$. Pro některé z těchto voleb pak lze navíc nastavit filtrační konstanta reálného derivačního členu. Dále je nutné zvolit stabilní kořeny charakteristické rovnice uzavřené regulační smyčky. Při řízení systému druhého řádu se volí $u_r(t)$ z těchto možností: $u_r(t)$ je ve tvaru Diracova impulsu, $u_r(t)$ je dána inverzí přenosu nominální soustavy a $w(t)$, $u_r(t)$ je dána inverzí zesílení přenosu nominální soustavy a $w(t)$, $u_r(t) = 0$, nebo se $u_r(t)$ generuje s využitím *flatness function* (zde polynomiální časová funkce stupně tři). V tomto posledním případě je pak možnost nastavit predikční horizont. Taktéž je nutné zvolit stabilní kořeny charakteristické rovnice uzavřené regulační smyčky.

Po nastavení všech volitelných parametrů se pak tlačítkem *OK* provede simulační výpočet a grafické zobrazení průběhu simulace – $y(t)$ a $u(t)$. Je nutné vyčkat, až se zavře okno s výzvou k čekání na ukončení výpočtů (obr. 19). Simulační grafické výstupy lze pak zpracovat standardním způsobem, pomocí menu a ikon v prostředí Matlab – Simulink.

Tlačítko *RESULTS* zobrazí vypočtené přenosy regulátorů, resp. stavitelné konstanty regulační části obvodu při využití predikce.

Tlačítka *OPEN* a *SAVE* slouží k uložení simulačních výsledků, tj. $u(t)$ a $y(t)$, do textového souboru a ke znovunačtení těchto výsledků. Proměnná (matice), do které se dříve uložené výsledky načtou, je pojmenována shodně s názvem souboru (bez přípony), ze kterého se načetly.

Tlačítko *BACK* slouží k návratu do předchozího okna.



Obr. 19 – Průběh výpočtů v simulačním programovém prostředí

Ukončení práce s programem se provede standardním způsobem, tj. poklepáním na symbol křížku v pravém horním rohu obrazovky.

6 SIMULAČNÍ EXPERIMENTY

Pro simulační ověření algoritmů řízení byly vybrány dvě řízené soustavy – nestabilní systém prvního řádu a neminimálně fázový stabilní systém druhého řádu. Simulační experimenty byly provedeny jak pro případ shody nominální a perturbované soustavy, tak pro případ, že je perturbovaná soustava odlišná. V rámci rozsahu této práce byly vždy pevně vybrány volitelné simulační parametry. Ty je samozřejmě možné měnit a provádět další srovnání. Žádaná hodnoty byla zvolena $w(t) = 1$ pro $0 < t < 50$, $w(t) = 2$ pro $50 \leq t \leq 150$, porucha $d(t) = -0.1$ vstupuje v čase $t = 100$.

6.1 Simulační výsledky řízení nestabilní soustavy 1. řádu

Zvolená nominální soustava má přenos

$$G(s) = \frac{1.5e^{-0.7s}}{s - e^{-0.2s}} \quad (164)$$

a soustava perturbovaná je, v případě, kdy se liší od nominální, popsána přenosem

$$G(s) = \frac{1.8e^{-0.7s}}{s - e^{-0.3s}} \quad (165)$$

tzn. s 20% perturbací v zesílení a 50% ve zpožďující časové konstantě ve jmenovateli přenosu.

Pro simulační pokusy při řízení v okruhu R_{PS} byly zvoleny dva druhy aproximací zpožďujících členů, a to zanedbání zpoždění (22) a číselová aproximace (23). Při zanedbání zpoždění jsou simulační výsledky při řízení nominální soustavy (164) na obr. 20, pro 1DOF systém řízení vlevo a pro 2DOF systém řízení vpravo. V případě perturbované soustavy (165) na obr. 21. Výsledný regulátor pro 1DOF je popsán přenosem (166), pro 2DOF přenosy (167) a (168). V případě aproximace zpoždění „v čitateli“ jsou simulační výsledky na obr. 22 a 23 a přenosy regulátorů (169) - (171). Pro 1DOF systém řízení a pro oba druhy aproximací zpožďujících členů je zvoleno $\lambda = 0.3$, pro 2DOF systém řízení $\lambda = 0.5$.

$$G_Q(s) = \frac{1.03s + 0.06}{s} \quad (166)$$

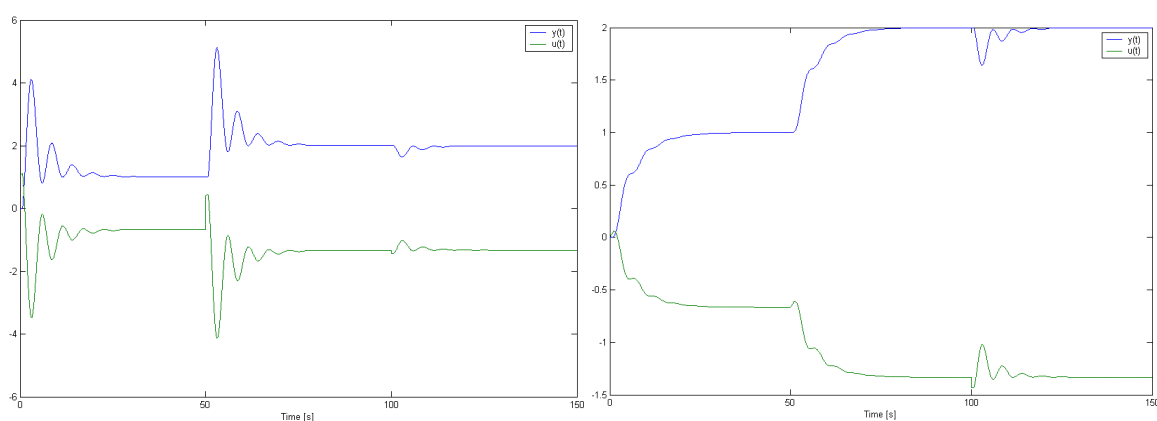
$$G_Q(s) = \frac{1.33s + 0.17}{s} \quad (167)$$

$$G_R(s) = \frac{0.17}{s} \quad (168)$$

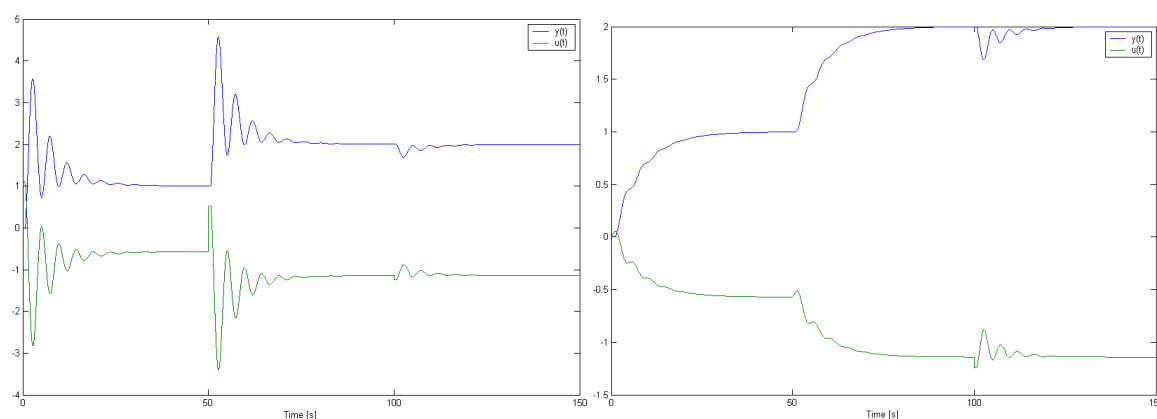
$$G_Q(s) = \frac{s + 0.15}{s} \quad (169)$$

$$G_Q(s) = \frac{0.88s + 0.05}{s} \quad (170)$$

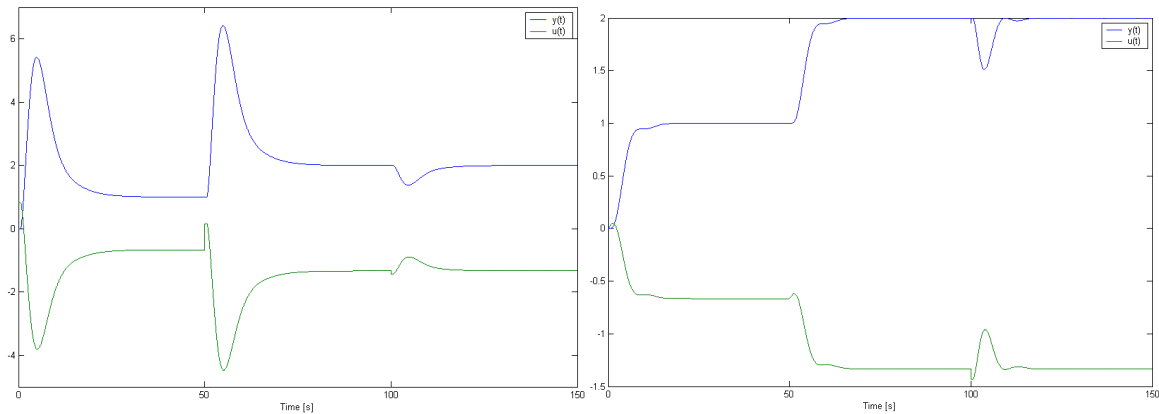
$$G_R(s) = \frac{0.05}{s} \quad (171)$$



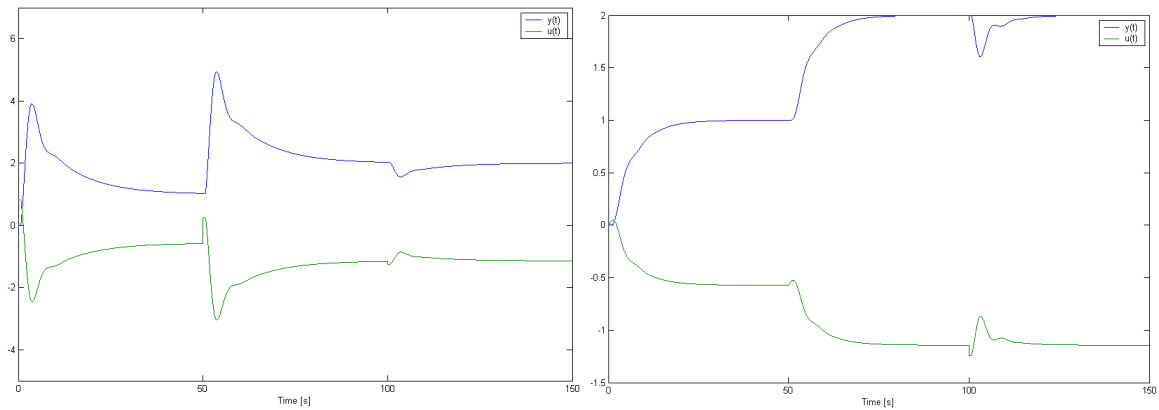
Obr. 20 – Simulační výsledky pro $u(t)$ a $y(t)$ při řízení nominálního nestabilního systému 1. řádu (164) v okruhu R_{PS} se zanedbáním zpožďujících členů pro 1DOF a 2DOF strukturu řízení



Obr. 21 – Simulační výsledky pro $u(t)$ a $y(t)$ při řízení perturbovaného nestabilního systému 1. řádu (165) v okruhu R_{PS} se zanedbáním zpožďujících členů pro 1DOF (vlevo) a 2DOF (vpravo) strukturu řízení



Obr. 22 – Simulační výsledky pro $u(t)$ a $y(t)$ při řízení nominálního nestabilního systému 1. řádu (164) v okruhu R_{PS} s číselnou aproximací zpožďujících členů pro 1DOF (vlevo) a 2DOF (vpravo) strukturu řízení

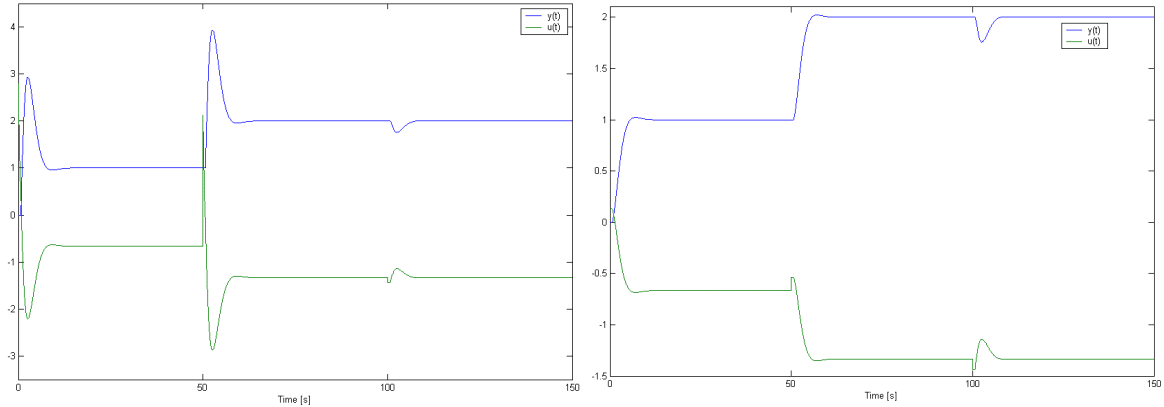


Obr. 23 – Simulační výsledky pro $u(t)$ a $y(t)$ při řízení perturbovaného nestabilního systému 1. řádu (165) v okruhu R_{PS} s číselnou aproximací zpožďujících členů pro 1DOF (vlevo) a 2DOF (vpravo) strukturu řízení

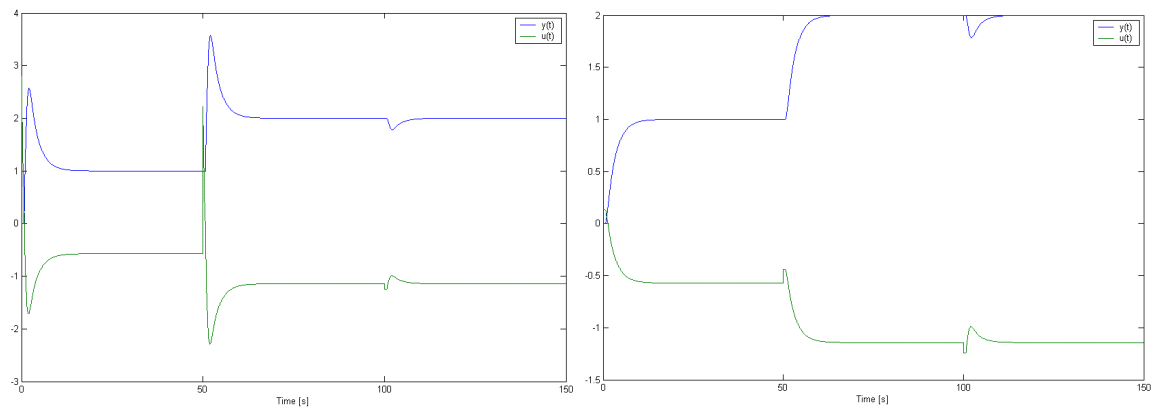
Při syntéze v okruhu R_{MS} bylo pro 1DOF i 2DOF systém řízení zvoleno $\lambda = 3$ a zesílení proporcionálního stabilizujícího regulátoru (69) $K_B = 0.796$. Přenosy výsledných regulátorů jsou (172) a (173), přičemž zpětnovazební regulátor $G_Q(s)$ je shodný pro obě struktury řízení. Simulační pochody pro 1DOF a 2DOF při řízení nominálního systému (164) jsou na obr. 24 a při řízení perturbované soustavy (165) na obr. 25.

$$G_Q(s) = \frac{2.8s + 2.39(1 - e^{-0.2s})}{s + 3(1 - e^{-0.7s})} \quad (172)$$

$$G_R(s) = \frac{0.13(s+3)}{s+3(1-e^{-0.7s})} \quad (173)$$



Obr. 24 – Simulační výsledky pro $u(t)$ a $y(t)$ při řízení nominálního nestabilního systému 1. řádu (164) v okruhu R_{MS} pro 1DOF (vlevo) a 2DOF (vpravo) strukturu řízení

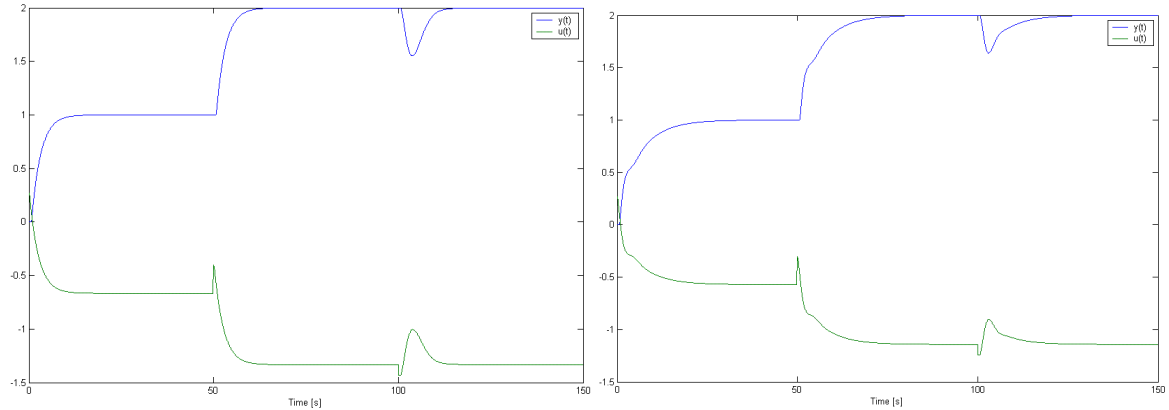


Obr. 25 – Simulační výsledky pro $u(t)$ a $y(t)$ při řízení perturbovaného nestabilního systému 1. řádu (165) v okruhu R_{MS} pro 1DOF (vlevo) a 2DOF (vpravo) strukturu řízení

Při meromorfní syntéze řízení s využitím IMC struktury regulačního obvodu bylo zvoleno $\lambda = 0.4$ a opět dle (69) $K_B = 0.796$. Přenosy parametrizujícího regulátoru $C_R(s)$ a náhradního regulátoru $G_Q(s)$ jsou (174) a (175). Simulační pochody při řízení nominálního (164), vlevo, a perturbovaného systému (165), vpravo, jsou na obr. 26.

$$C_R(s) = \frac{0.27(s - e^{-0.2s} + 1.2e^{-0.7s})}{s + 0.4} \quad (174)$$

$$G_Q(s) = \frac{0.27(s - e^{-0.2s} + 1.2e^{-0.7s})}{s + 0.4(1 - e^{-0.7s})} \quad (175)$$

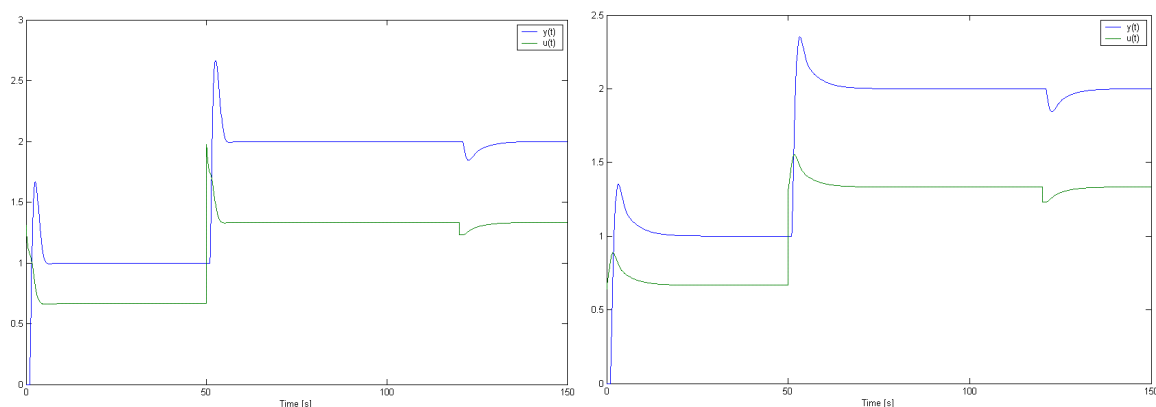


Obr. 26 – Simulační výsledky pro $u(t)$ a $y(t)$ při řízení nominálního (164) (vlevo) a perturbovaného (165) (vpravo) nestabilního systému 1. řádu s využitím IMC struktury řízení

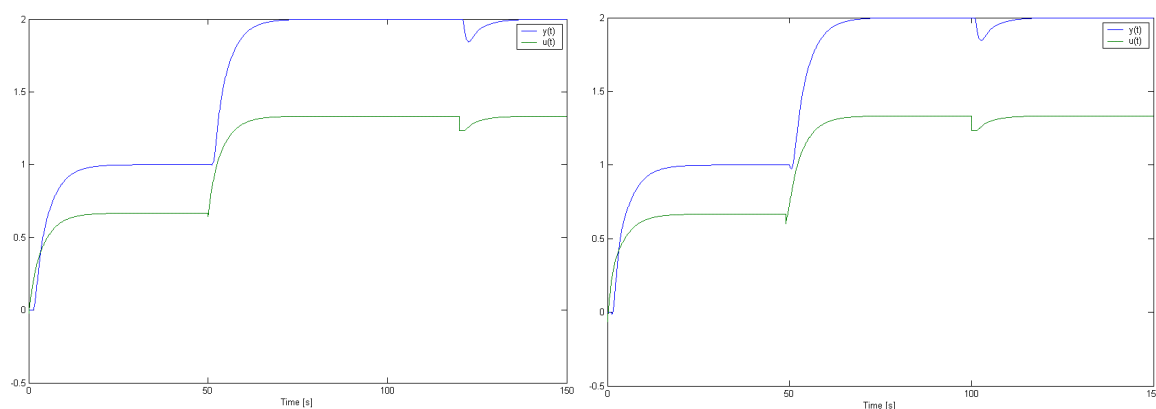
Pro prediktivní přístup k řízení systémů se zpožděním, jenž je uváděn v této práci, se ukázalo, že je nevhodný k řízení nestabilních systémů. Proto byl pro ověření algoritmu zvolen stabilní řízený systém prvního řádu. Uváděný přístup je určen k řízení systému se zpožděním pouze na pravé straně diferenciální rovnice, proto i nominální systém je takto volen, viz (176). Perturovaný systém má ovšem zpožďující členy i ve jmenovateli přenosu, (177). Kořeny charakteristické rovnice byly zvoleny -0.4 a -0.5, čímž jsou pak dány konstanty regulační části (119) obvodu $k_p = 0.07$ a $k_I = 0.13$. Pro generování $u_r(t)$ byly zvoleny tři způsoby: s využitím inverze přenosu nominálního systému a $w(t)$, s využitím inverze statického zesílení nominálního systému a $w(t)$ (122) a s $u_r(t) = 0$, viz (124). Dále byla ověřena modifikace bez nutnosti zavedení $u_r(t)$, viz (127). Taktéž bylo ověřeno, že nemodifikovaná struktura PI regulátoru (117) zanechává trvalou regulační odchylku.

$$G(s) = \frac{1.5e^{-s}}{s+1} \quad (176)$$

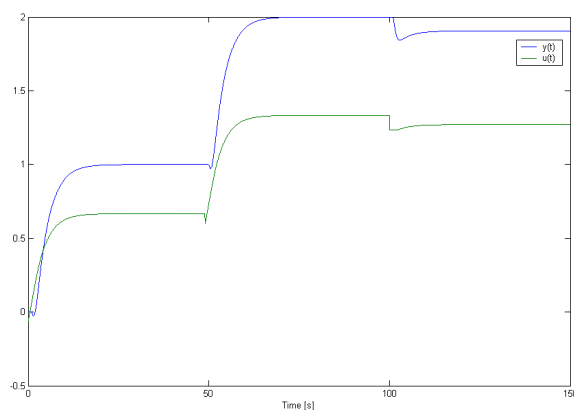
$$G(s) = \frac{1.5e^{-s}}{s + e^{-0.5s}} \quad (177)$$



Obr. 27 – Simulační výsledky pro $u(t)$ a $y(t)$ při řízení stabilního systému 1. řádu (177) s využitím predikce, pro $u_r(t)$ generované pomocí inverze přenosu nominální soustavy (vlevo) a pro $u_r(t)$ generované pomocí inverze zesílení přenosu nominální soustavy (vpravo)



Obr. 28 – Simulační výsledky pro $u(t)$ a $y(t)$ při řízení stabilního systému 1. řádu (177) s využitím predikce, pro $u_r(t) = 0$ (vlevo) a pro modifikaci metodiky bez nutnosti zavedení $u_r(t)$ (vpravo)



Obr. 29 – Simulační výsledky pro $u(t)$ a $y(t)$ při řízení stabilního systému 1. řádu (177) s využitím predikce, pro nemodifikovaný PI regulátor (117) s trvalou regulační odchylkou

6.2 Simulační výsledky řízení stabilní neminimálně fázové soustavy 2. řádu

Zvolená nominální soustava má přenos

$$G(s) = \frac{2(-0.8s + e^{-0.2s})e^{-s}}{(s + e^{-0.5s})(s + 2)} \quad (178)$$

a soustava perturbovaná je, v případě, kdy se liší od nominální, popsána přenosem

$$G(s) = \frac{3(-0.8s + e^{-0.2s})e^{-s}}{(s + e^{-0.75s})(s + 2)} \quad (179)$$

tzn. s 50% perturbací v zesílení i ve zpožďující časové konstantě ve jmenovateli přenosu.

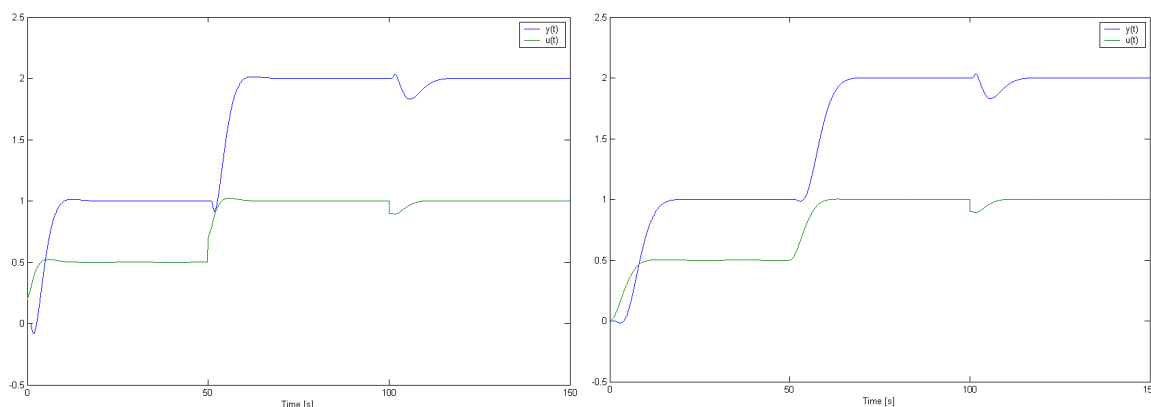
Pro simulační pokusy při řízení v okruhu R_{PS} byly zvoleny stejné typy aproximací zpožďujících členů jako v předchozí podkapitole. Při zanedbání zpoždění jsou simulační výsledky při řízení nominální soustavy (178) na obr. 30, pro 1DOF systém řízení vlevo a pro 2DOF systém řízení vpravo. V případě perturbované soustavy (179) na obr. 31. Výsledné regulátory jsou popsány přenosy (180) a (181). Zpětnovazební regulátor $G_Q(s)$ je shodný pro obě struktury řízení. V případě aproximace zpoždění „v čitateli“ jsou simulační výsledky na obr. 32 a 33 a přenosy regulátorů (182) a (183). Pro 1DOF i 2DOF systém řízení a pro oba druhy aproximací zpožďujících členů je zvoleno $\lambda = 0.5$.

$$G_Q = \frac{0.19s^2 + 0.22s + 0.06}{s(s + 0.66)} \quad (180)$$

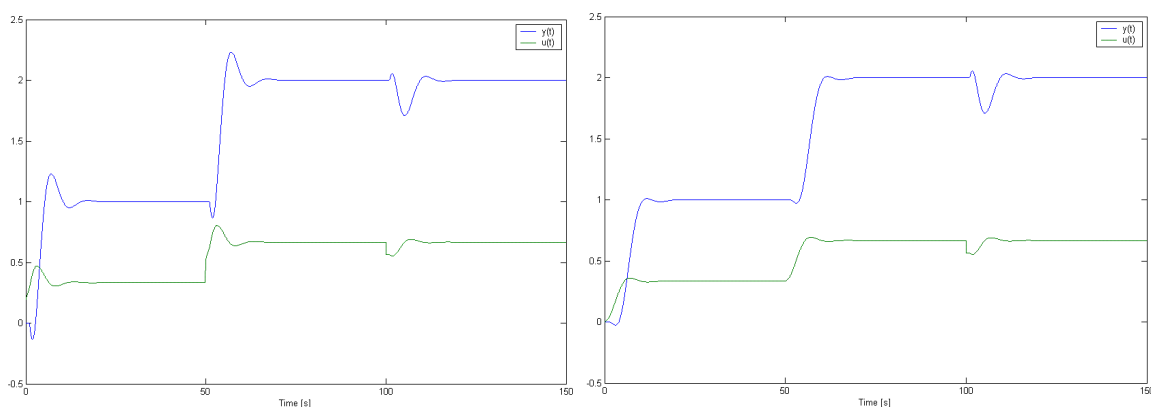
$$G_R = \frac{0.06}{s(s + 0.66)} \quad (181)$$

$$G_Q = \frac{0.17s^2 + 0.17s + 0.04}{s(s + 0.5)} \quad (182)$$

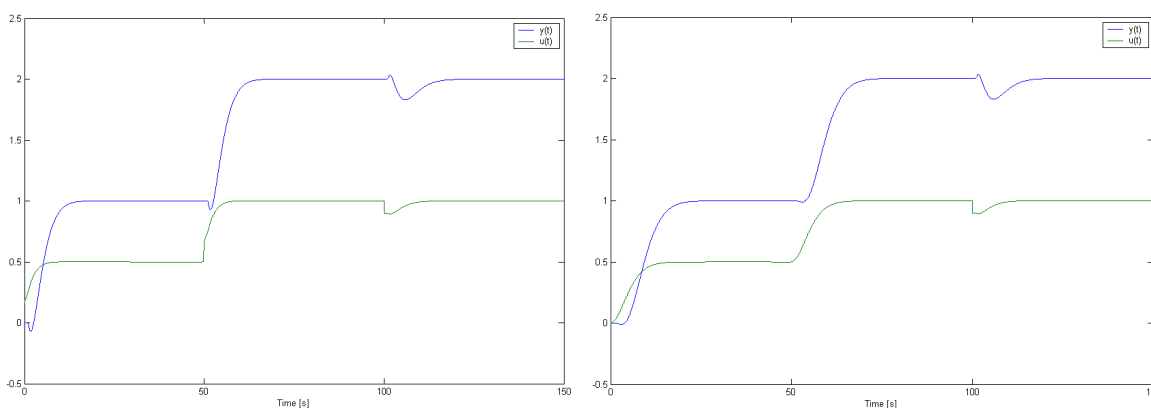
$$G_R = \frac{0.04}{s(s + 0.5)} \quad (183)$$



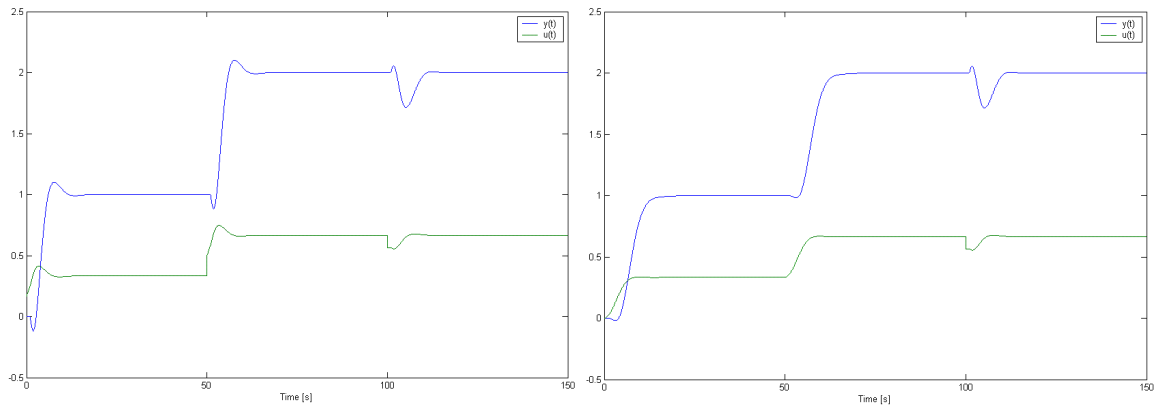
Obr. 30 – Simulační výsledky pro $u(t)$ a $y(t)$ při řízení nominálního stabilního neminimálně fázového systému 2. řádu (178) v okruhu R_{PS} se zanedbáním zpožďujících členů pro 1DOF (vlevo) a 2DOF (vpravo) strukturu řízení



Obr. 31 – Simulační výsledky pro $u(t)$ a $y(t)$ při řízení perturbovaného stabilního neminimálně fázového systému 2. řádu (179) v okruhu R_{PS} se zanedbáním zpožďujících členů pro 1DOF (vlevo) a 2DOF (vpravo) strukturu řízení



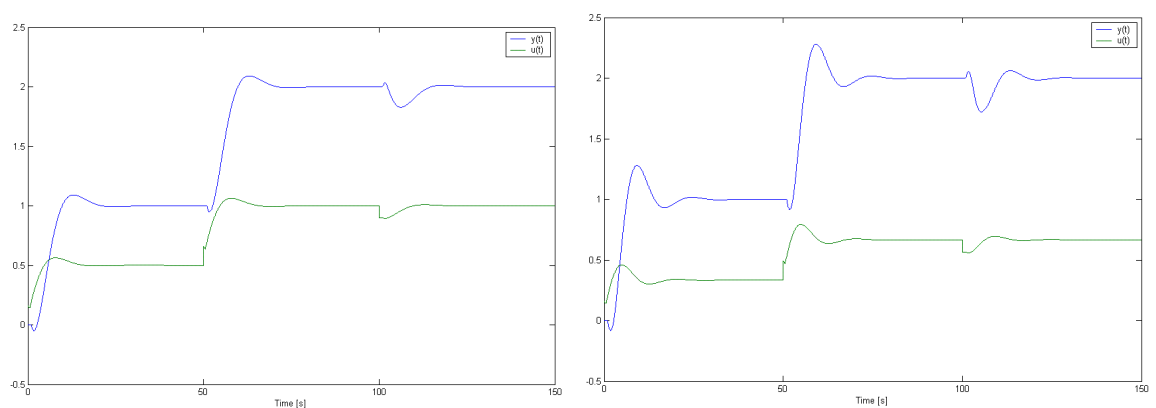
Obr. 32 – Simulační výsledky pro $u(t)$ a $y(t)$ při řízení nominálního stabilního neminimálně fázového systému 2. řádu (178) v okruhu R_{PS} s číselnou aproximací zpožďujících členů pro 1DOF (vlevo) a 2DOF (vpravo) strukturu řízení



Obr. 33 – Simulační výsledky pro $u(t)$ a $y(t)$ při řízení perturbovaného stabilního neminimálně fázového systému 2. řádu (179) v okruhu R_{PS} s číselnou aproximací zpožďujících členů pro 1DOF (vlevo) a 2DOF (vpravo) strukturu řízení

Pro syntézu v okruhu R_{MS} bylo zvoleno $\lambda = 0.4$. 1DOF struktura řízení je shodná s 2DOF strukturou, neboť platí $G_Q(s) = G_R(s)$. Přenos výsledného regulátoru $G_Q(s)$ je (184). Simulační pochody při řízení nominálního (178) a perturbovaného (179) systému jsou na obr. 34.

$$G_Q(s) = \frac{0.2[2s^2 + (1 + 2e^{-0.5s})s + e^{-0.5s}]}{s^2 + (0.8 + 0.13e^{-s})s + 0.16(1 - e^{-1.2s})} \quad (184)$$

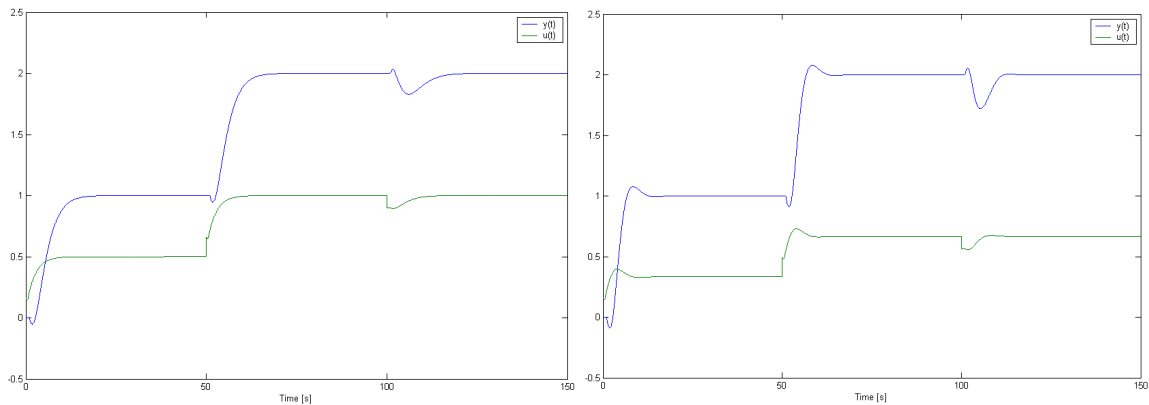


Obr. 34 – Simulační výsledky pro $u(t)$ a $y(t)$ při řízení nominálního (178) (vlevo) a perturbovaného (179) (vpravo) stabilního neminimálně fázového systému 2. řádu v okruhu R_{MS}

Při meromorfní syntéze řízení s využitím IMC struktury regulačního obvodu bylo zvoleno $\lambda = 0.4$. Přenosy parametrizujícího regulátoru $C_R(s)$ a náhradního regulátoru $G_Q(s)$ jsou (185) a (186). Simulační pochody při řízení nominálního (178) (vlevo) a perturbovaného systému (179) (vpravo) jsou na obr. 35.

$$C_R(s) = \frac{0.2[2s^2 + (1 + 2e^{-0.5s})s + e^{-0.5s}]}{s^2 + 0.8s + 0.16} \quad (185)$$

$$G_Q(s) = \frac{0.2[2s^2 + (1 + 2e^{-0.5s})s + e^{-0.5s}]}{s^2 + (0.8 + 0.13e^{-s})s + 0.16(1 - e^{-s})} \quad (186)$$

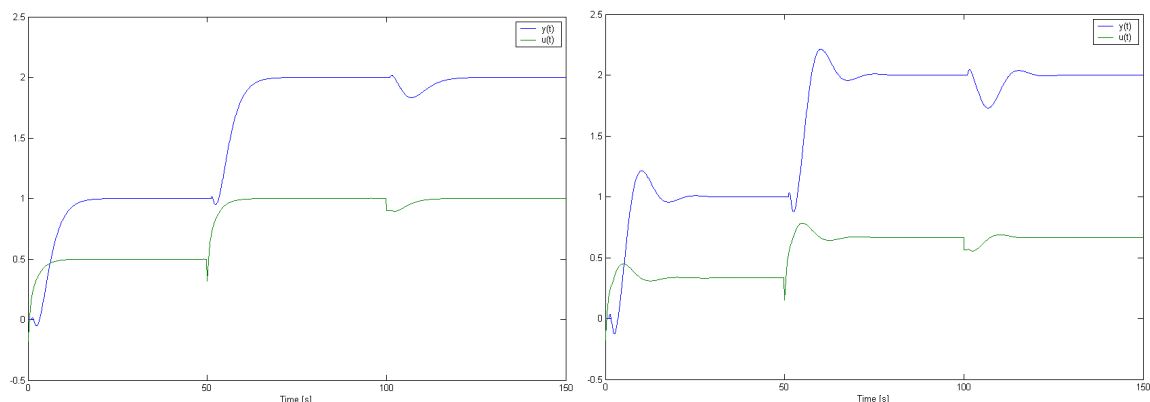


Obr. 35 – Simulační výsledky pro $u(t)$ a $y(t)$ při řízení nominálního (178) (vlevo) a perturbovaného (179) (vpravo) stabilního neminimálně fázového systému 2. řádu s využitím IMC struktury řízení

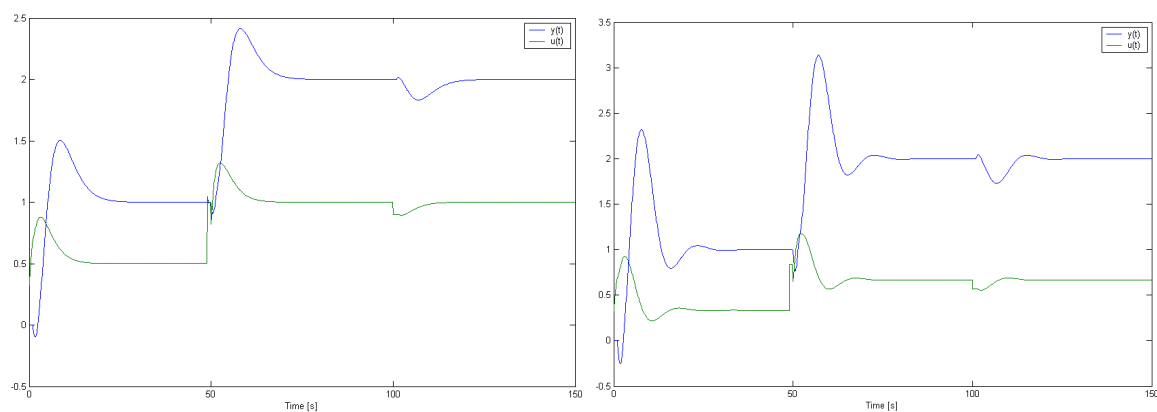
Pro prediktivní přístup k řízení systémů se zpožděním byly zvoleny tři způsoby generování $u_r(t)$: $u_r(t) = 0$, využití inverze statického zesílení nominálního systému a $w(t)$ a využití *flatness function*. Nelze využít inverzi přenosu nominální řízené soustavy, jelikož tato inverze je nestabilní. Metodika je určena k řízení systému se zpožděním pouze na pravé straně diferenciální rovnice, proto i nominální systém je takto volen, viz (187). Perturbovaný systém má ovšem zpožďující členy i ve jmenovateli přenosu, (188). Kořeny charakteristické rovnice byly zvoleny -0.9, -1, -1.1 a -1.2, čímž jsou pak dány konstanty regulační části obvodu (141) $k_{p1} = 0.21$, $k_{p2} = 0.88$, $k_i = 0.71$, $k_{ii} = 0.08$. V případě užití *flatness function* bylo zvoleno omezení akčního zásahu $u(t) \in \langle -4; 4 \rangle$, predikční horizont $L = 3$ a konstanta derivačního filtru $D = 0.8$.

$$G(s) = \frac{2(-0.8s + 1)e^{-s}}{(s + 1)(s + 2)} \quad (187)$$

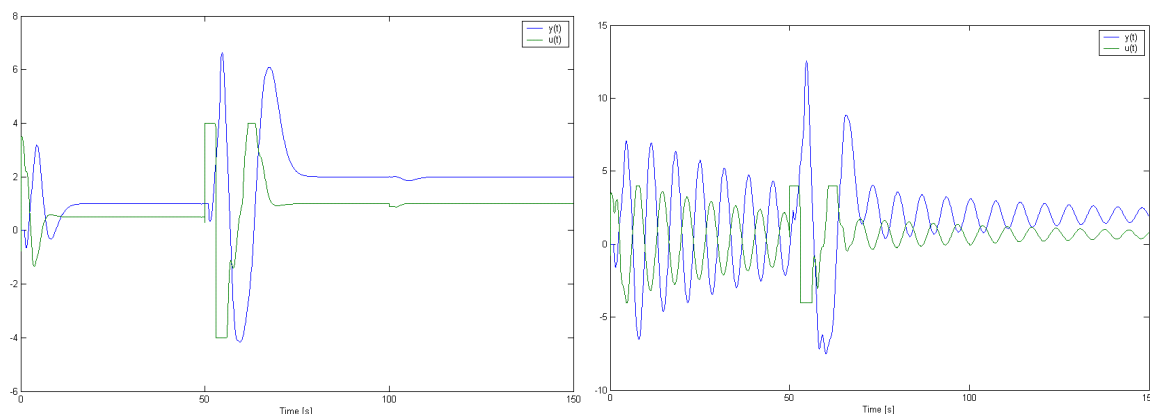
$$G(s) = \frac{3(-0.8s + e^{-0.2s})e^{-s}}{(s + e^{-0.3s})(s + 2)} \quad (188)$$



Obr. 36 – Simulační výsledky pro $u(t)$ a $y(t)$ při řízení nominálního (187) (vlevo) a perturbovaného (188) (vpravo) stabilního neminimálně fázového systému 2. řádu s využitím predikce, pro $u_r(t) = 0$



Obr. 37 – Simulační výsledky pro $u(t)$ a $y(t)$ při řízení nominálního (187) (vlevo) a perturbovaného (188) (vpravo) stabilního neminimálně fázového systému 2. řádu s využitím predikce, pro $u_r(t)$ dané inverzí statického zesílení nominální řízené soustavy



Obr. 38 – Simulační výsledky pro $u(t)$ a $y(t)$ při řízení nominálního (187) (vlevo) a perturbovaného (188) (vpravo) stabilního neminimálně fázového systému 2. řádu s využitím predikce a *flatness function*.

6.3 Shrnutí a srovnání uvedených metodik syntézy řízení

Algebraická metoda syntézy v okruhu R_{PS}

Klady:

- Snadná algoritmizace postupu výpočtu regulátoru
- Možnost ovlivnění regulačního pochodu a robustnosti stavitelným parametrem λ
- Omezení překmitů $y(t)$ při využití 2DOF struktury řízení

Zápory:

- Nutnost aproximace zpožďujících členů polynomy
- Při velkém počtu zpožďujících členů způsobuje aproximace (zvláště Padé) neúměrné zvyšování řádu systému a obtížné hledání vhodné hodnoty λ

Algebraická metoda syntézy v okruhu R_{MS}

Klady:

- Odpadá nutnost aproximace zpožďujících členů
- Možnost ovlivnění regulačního pochodu a robustnosti stavitelným parametrem λ a stability proporcionálním regulátorem K_B

- Omezení překmitů $y(t)$ při využití 2DOF struktury řízení

Zápory:

- Obtížná algoritmizace výpočtu regulátoru, zvláště pro nestabilní soustavy
- Řešení vede na anizochronní regulátory, které jsou hůře realizovatelné

Meromorfní syntéza s využitím IMC struktury řízení

Klady:

- Snadný a zřejmý postup výpočtu regulátoru
- Možnost ovlivnění regulačního pochodu a robustnosti stavitelným parametrem λ a stability proporcionálním regulátorem K_B
- Nejlepší simulační výsledky z hlediska kvality regulace

Zápory:

- Řešení vede na anizochronní regulátory, které jsou hůře realizovatelné

Syntéza s využitím predikce a modifikované struktury PI regulátoru

Klady:

- Snadná implementace regulační části při řízení soustava prvního řádu
- Možnost volit kořeny charakteristické rovnice regulačního obvodu

Zápory:

- Velmi obtížná implementace regulační části při řízení soustav vyšších řádů
- Metodika je určena pro řízení soustav pouze s dopravním zpožděním
- Naprosto nevhodná pro nestabilní soustavy
- Nejasné řešení požadovaného vstupu $u_r(t)$
- Nevhodné užití *flatness function*, vede na velké překmity $y(t)$ a vyžaduje užití derivačních členů

ZÁVĚR

Oblast analýzy a syntézy systémů se zpožděním patří v teorii řízení již dlouho k oblíbeným tématům vědeckého i aplikačního zkoumání. O tom svědčí i řada monografických prací a konferencí konaných na toto téma. Objevuje se tak mnoho nových a moderních přístupů k této problematice. V minulosti dominovaly na tomto poli systémy dopravním zpožděním, tedy s posunutým časovým argumentem na pravé straně diferenciální rovnice. Jelikož se zpoždění může vyskytovat i ve zpětných vazbách, je na místě zabírat se i zpožděními, modelovanými posunutím časového argumentu u výstupní veličiny, tedy na levé straně diferenciální rovnice, tyto systémy lze nazvat anizochronními systémy.

V první řadě se tato práce zabývá způsoby modelování anizochronních systémů v prostředí Matlab – Simulink, jakož i několika metodikami syntézy řízení těchto soustav. V možnostech modelování analyzuje současný přístup, založený na stavovém popisu pomocí metody postupné integrace, a zároveň přináší zjednodušený postup vytváření modelu, který pomíjí nutnost zavedení stavových veličin.

Nosnou část práce tvoří problematika syntézy systémů se zpožděním. Jsou zde popsány a implementovány čtyři přístupy. První dva jsou založeny na řešení diofantických rovnic v okruhu stabilních polynomiálních zlomků (R_{PS}) a stabilních RQ-meromorfních funkcí (R_{MS}). Zatímco syntéza v okruhu R_{PS} je již poměrně dostatečně známá a rozvinutá, možnost hledání vhodných regulátorů v okruhu R_{MS} je novátorské. Práce zobecňuje v literatuře známý postup pro regulační obvod s jedním stupněm volnosti (1DOF), a přináší původní řešení pro strukturu řízení se dvěma stupni volnosti (2DOF). Třetí metodika nabízí meromorfní syntézu s využitím IMC struktury regulačního obvodu, tedy takového, kdy regulační část obsahuje model řízeného objektu. Poslední přístup využívá prediktivní filozofie řízení pro spojitý systém s dopravním zpožděním, s využitím modifikovaného PI regulátoru. Zavádí obecně stavový regulátor, jenž navíc vyžaduje vytvoření prediktoru. Pro programovou implementaci tak bylo nutné provést celou řadu netriviálních maticových výpočtů. Práce nabízí taktéž více možností generování „žádaného vstupu“ jakož i modifikaci prediktivního přístupu bez nutnosti tohoto vstupu. Všechny studované metodiky řízení anizochronních systémů jsou ilustrovány řadou obecných příkladů, typových úloh.

Jako programový výsledek práce byl v prostředí Matlab – Simulink vytvořen uživatelský program. Tento přehledným způsobem implementuje studované metodiky do automatického systému a umožňuje vytváření simulací regulačních pochodů. Pro analýzu a komparaci přístupů poskytuje přechodové a frekvenční charakteristiky řízených soustav prvního a druhého řádu se zpožděním. Dále umožňuje volbu a definici stavitelných (volných) parametrů pro syntézu, druh aproximace zpožďujících členů, typ regulačního obvodu, nabízí uložení výsledků do souboru a jejich načtení ze souboru, zobrazení vypočtených přenosů regulátorů a jiné funkce. Program je taktéž opatřen stručnou nápovědou v anglickém jazyce.

Ze studovaných přístupů řízení anizochronních systémů se velmi perspektivně jeví meromorfní syntéza s využitím IMC struktury regulačního obvodu. Umožňuje snadný a zřejmý postup hledání regulátoru a dává velmi přijatelné simulační výsledky. Taktéž lze vyzdvihnout algebraický postup v okruhu R_{PS} , jenž je snadno programově implementovatelný, ovšem v zásadě zvyšuje řád regulátoru, což znesnadňuje hledání jeho vhodného tvaru. Syntéza v okruhu R_{MS} dává dobré simulační výsledky, ale výpočet regulátoru je nesnadný a často dochází k opuštění okruhu R_{MS} . Prediktivní přístup s využitím modifikované struktury PI regulátoru obsahuje řadu nejasností a nedává jasnou odpověď, jak realizovat hodnoty „žádaného vstupu“. Navíc je regulační obvod velmi složitý a uvedenou metodiku nelze využít pro řízení nestabilních systémů.

Práce naznačuje velké množství směrů, jak dále prohlubovat zkoumání v této oblasti - studovat uvedené metodiky pro různé tvary žádaných hodnot a poruch, zabývat se jejich citlivostní analýzou, či vytvořit syntézu pro vícerozměrné řízené soustavy se zpožděním. V neposlední řadě je žádoucí ověřit uvedené přístupy řízení v reálných laboratorních nebo technologických podmínkách.

SEZNAM POUŽITÝCH ZDROJŮ

- [1] BUDÍNSKÝ, B., CHARVÁT, J.: Matematika I. SNTL. Praha 1987. 504 s. 04-001-87
- [2] FLIESS, M., MARQUES, R., MOUNIER, H.: On a generalization of PID regulator for delay systems. *Proceedings of IFAC Workshop on Time Delay Systems*. TDS'2001, December 8-11, Santa Fe, NM, USA, pp. 29 – 34.
- [3] FLIESS, M., MARQUES, R., MOUNIER, H.: An extension of predictive control, PID regulators and Smith predictors to some linear delay systems. *International Journal of Control*, 2002, vol. 75, No. 10, pp. 728 – 743.
- [4] LATINÁK, L.: Modelování a řízení systémů se zpožděním. Diplomová práce. Zlín 2004.
- [5] LEVINE, W. S.: The Control Handbook. IEEE Press. 1996. ISBN 0-8493-8570-9.
- [6] MAJHI, S., A. K. RAINA and D. P. ATHERTON (2001). A new strategy for integrating and unstable time delay processes. *Proceedings of the European Control Conference*, 2001, pp. 3012-3016.
- [7] Matlab Help. Ver. 6. 5. 0. 180913a (R13). The Mathworks Inc. 2002
- [8] MORARI, M., ZAFIRIOU, E.: Robust Process Control. Englewood's Cliffs. USA. 1989.
- [9] PEKAŘ, L.: Řízení nestabilních systémů s dopravním zpožděním. Bakalářská práce. Zlín 2002.
- [10] Polynomial Toolbox Manual. Ver. 2. 5. 8. Polyx Ltd. Praha 1999.
- [11] PROKOP, R.: Ústní sdělení. Zlín. 2005.
- [12] PROKOP, R. a kol.: Robust analysis of controllers for linear systems with time delays. In: MED 2002. Patras. Greece.
- [13] PROKOP, R., CORRIOU, J.-P.: Design and analysis of simple robust controllers. *International Journal of Control*, 1997, Vol. 69, No. 6, 905-921.
- [14] PROKOP, R., PROKOPOVÁ, Z.: Teorie automatického řízení pro bakalářské studium II. Učební text VUT v Brně. 2000.

- [15] ZÍTEK, P., KUČERA, V.: Algebraic design of anisochronic controllers for time delay systems. *International Journal of Control*, 2003, Vol. 76, No. 16, 905-921.
- [16] ZÍTEK, P., VÍTEČEK, A.: Návrh řízení podsystémů se zpožděními a nelinearitami. Nakladatelství ČVUT. Praha 1999.

SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK

1DOF, 2DOF	One Degree of Freedom, Two Degrees of Freedom, struktury regulačních obvodů s jedním a dvěma stupni volnosti
$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$	kořeny charakteristického polynomu
$\xi, \tau, \theta = \vartheta$	časová zpoždění přímé a zpětné vazby
deg	stupeň příslušného polynomu
$d(t), D(s)$	porucha na $u(t)$, resp. její obraz
$e(t), E(s)$	regulační odchylka, resp. její obraz
$f(t)$	Flatness Function
k_f	filtrační konstanta reálného derivačního členu
k_I, k_p	stavitelná proporcionální, resp. integrační konstanta modifikovaného P regulátoru
$k_i, k_{ii}, k_{p1}, k_{p2}$	stavitelné proporcionální, resp. integrační konstanty modifikovaného PI regulátoru
s	komplexní proměnná
$u(t), U(s)$	vstupní (akční) veličina, resp. její obraz
$u_e(t), U_e(s)$	vstupní (akční) veličina v odchylkovém tvaru, resp. její obraz
$u_r(t), U_r(s)$	„požadovaná“ vstupní (akční) veličina, resp. její obraz
$w(t), W(s)$	žádaná (referenční) hodnota, resp. její obraz
$\mathbf{x}(t), \mathbf{X}(s)$	vektor stavové proměnné, resp. jeho obraz
$\mathbf{x}^+(t), \mathbf{X}^+(s)$	predikce $\mathbf{x}(t)$, resp. $\mathbf{X}(s)$
$\mathbf{x}_e(t), \mathbf{X}_e(s)$	vektor odchylkové stavové proměnné, resp. jeho obraz
$\mathbf{x}_e^+(t), \mathbf{X}_e^+(s)$	predikce $\mathbf{x}_e(t)$, resp. $\mathbf{X}_e(s)$
$y(t), Y(s)$	výstupní veličina, resp. její obraz
$y^+(t), Y^+(s)$	predikce $y(t)$, resp. $Y(s)$
$y_e(t), Y_e(s)$	výstupní veličina v odchylkovém tvaru (tj. $-e(t)$), resp. její obraz

$y_e^+(t), Y_e^+(s)$	predikce $y_e(t)$, resp. $Y_e(s)$
$y_r(t), Y_r(s)$	„požadovaná“ výstupní veličina (tj. $w(t)$), resp. její obraz
$z(t)$	Flat Input
A, B, C	stavové matice a matice výstupu
$A(s), B(s)$	(kvazi)polynomy v čitateli, resp. ve jmenovateli přenosu řízené soustavy
AFFCH	amplitudově fázová frekvenční charakteristika (Nyquistova křivka)
$C_R(s)$	přenos přímovazebního regulátoru v IMC struktuře
D	vektor vlastních čísel d_1 a d_2
$D(s)$	neinvertibilní část $G_T(s)$
$F(s)$	přenos dolnoproustního filtru
$F_D(s), F_w(s)$	jmenovatel obrazu $d(t)$, resp. $w(t)$
$G(s), G_R(s), G_Q(s)$	přenos řízené soustavy, přímovazebního a zpětnovazebního regulátoru
$G_T(s), G_{0T}(s)$	přenos stabilizované smyčky v IMC struktuře, resp. její invertibilní část
IMC	Internal Model Controllers, metodika řízení s vnitřním modelem
$K_{DY}(s)$	přenos poruchy na výstup
$K_{wY}(s)$	přenos řízení
LSDS	lineární spojitý dynamický systém
O	matice pozorovatelnosti
$P(s)$	(kvazi)polynom ve jmenovateli přenosu regulátoru
P	okruh polynomů
PID	proporcionálně – integračně – derivační regulátor
$Q(s), R(s)$	(kvazi)polynomy v čitateli přenosu zpětnovazebního, resp. přímovazebního regulátoru
$\Re$	těleso reálných čísel
$R_0(s)$	stabilizující regulátor v IMC struktuře

R_{MS}	okruh ryzích a stabilních RQ-meromorfních funkcí
R_{PS}	okruh ryzích a stabilních racionálně lomených funkcí
$REC(\mathbf{X}_e(s))$	rekonstruktor stavové odchylkové veličiny
RQ	Retarded Quasipolynomial, retardovaný (zpožděný) kvazipolynomial
SISO	Simple Input - Simple Output, jednorozměrný systém
$\mathbf{V}$	matice vlastních vektorů $\mathbf{V}_1$ a $\mathbf{V}_2$
$\Leftrightarrow$	“právě tehdy když“, ekvivalence
$\backslash$	operátor dělitelnosti

SEZNAM OBRÁZKŮ

Obr. 1 – Blokové schéma modelu systému se zpožděním (4)	13
Obr. 2 - Blokové schéma modelu systému se zpožděním (4), metodou postupné integrace [14]14	
Obr. 3 – Přechodové charakteristiky anizochronního modelu 2. řádu.....	14
Obr. 4 – AFFCH (Nyquist plot) anizochronního modelu 2. řádu	15
Obr. 5 – 1DOF struktura regulačního obvodu.....	19
Obr. 6 – 2DOF struktura regulačního obvodu.....	20
Obr. 7 – IMC struktura regulačního obvodu (afinní parametrizace)	33
Obr. 8 – IMC struktura se stabilizující vnitřní smyčkou.....	34
Obr. 9 – Zavedení derivačního členu s filtrací.....	44
Obr. 10 - Simulační schéma regulačního obvodu pro prediktor (115) a regulátor (117).....	46
Obr. 11 - Simulační schéma regulačního obvodu pro prediktor (115) a regulátor (119).....	46
Obr. 12 - Simulační schéma regulačního obvodu pro prediktor (126) a regulátor (127).....	46
Obr. 13 – Aproximace $w(t) = y_r(t)$ pomocí (144).....	50
Obr. 14 – Schéma regulačního obvodu pro prediktivní řízení systému 2. řádu.....	57
Obr. 15 – Úvodní okno simulačního programového prostředí	58
Obr. 16 – Okno nápovědy simulačního programového prostředí.....	59
Obr. 17 – Volba typu řízeného systému v simulačním programovém prostředí	60
Obr. 18 – Hlavní okno simulačním programovém prostředí	60
Obr. 19 – Průběh výpočtů v simulačním programovém prostředí.....	62
Obr. 20 – Simulační výsledky pro $u(t)$ a $y(t)$ při řízení nominálního nestabilního systému 1. řádu (164) v okruhu R_{PS} se zanedbáním zpožďujících členů pro 1DOF a 2DOF strukturu řízení.....	64
Obr. 21 – Simulační výsledky pro $u(t)$ a $y(t)$ při řízení perturbovaného nestabilního systému 1. řádu (165) v okruhu R_{PS} se zanedbáním zpožďujících členů pro 1DOF (vlevo) a 2DOF (vpravo) strukturu řízení.....	64
Obr. 22 – Simulační výsledky pro $u(t)$ a $y(t)$ při řízení nominálního nestabilního systému 1. řádu (164) v okruhu R_{PS} s číselnou aproximací zpožďujících členů pro 1DOF (vlevo) a 2DOF (vpravo) strukturu řízení.....	65
Obr. 23 – Simulační výsledky pro $u(t)$ a $y(t)$ při řízení perturbovaného nestabilního systému 1. řádu (165) v okruhu R_{PS} s číselnou aproximací zpožďujících členů pro 1DOF (vlevo) a 2DOF (vpravo) strukturu řízení.....	65
Obr. 24 – Simulační výsledky pro $u(t)$ a $y(t)$ při řízení nominálního nestabilního systému 1. řádu (164) v okruhu R_{MS} pro 1DOF (vlevo) a 2DOF (vpravo) strukturu řízení	66
Obr. 25 – Simulační výsledky pro $u(t)$ a $y(t)$ při řízení perturbovaného nestabilního systému 1. řádu (165) v okruhu R_{MS} pro 1DOF (vlevo) a 2DOF (vpravo) strukturu řízení	66
Obr. 26 – Simulační výsledky pro $u(t)$ a $y(t)$ při řízení nominálního (164) (vlevo) a perturbovaného (165) (vpravo) nestabilního systému 1. řádu s využitím IMC struktury řízení.....	67
Obr. 27 – Simulační výsledky pro $u(t)$ a $y(t)$ při řízení stabilního systému 1. řádu (177) s využitím predikce, pro $u_r(t)$ generované pomocí inverze přenosu nominální soustavy (vlevo) a pro $u_r(t)$ generované pomocí inverze zesílení přenosu nominální soustavy (vpravo)	68
Obr. 28 – Simulační výsledky pro $u(t)$ a $y(t)$ při řízení stabilního systému 1. řádu (177) s využitím predikce, pro $u_r(t) = 0$ (vlevo) a pro modifikaci metodiky bez nutnosti zavedení $u_r(t)$ (vpravo).....	68

Obr. 29 – Simulační výsledky pro $u(t)$ a $y(t)$ při řízení stabilního systému 1. řádu (177) s využitím predikce, pro nemodifikovaný PI regulátor (117) s trvalou regulační odchylkou.....	68
Obr. 30 – Simulační výsledky pro $u(t)$ a $y(t)$ při řízení nominálního stabilního neminimálně fázového systému 2. řádu (178) v okruhu R_{PS} se zanedbáním zpožďujících členů pro 1DOF (vlevo) a 2DOF (vpravo) strukturu řízení.....	70
Obr. 31 – Simulační výsledky pro $u(t)$ a $y(t)$ při řízení perturbovaného stabilního neminimálně fázového systému 2. řádu (179) v okruhu R_{PS} se zanedbáním zpožďujících členů pro 1DOF (vlevo) a 2DOF (vpravo) strukturu řízení.....	70
Obr. 32 – Simulační výsledky pro $u(t)$ a $y(t)$ při řízení nominálního stabilního neminimálně fázového systému 2. řádu (178) v okruhu R_{PS} s číselovou aproximací zpožďujících členů pro 1DOF (vlevo) a 2DOF (vpravo) strukturu řízení.....	70
Obr. 33 – Simulační výsledky pro $u(t)$ a $y(t)$ při řízení perturbovaného stabilního neminimálně fázového systému 2. řádu (179) v okruhu R_{PS} s číselovou aproximací zpožďujících členů pro 1DOF (vlevo) a 2DOF (vpravo) strukturu řízení.....	71
Obr. 34 – Simulační výsledky pro $u(t)$ a $y(t)$ při řízení nominálního (178) (vlevo) a perturbovaného (179) (vpravo) stabilního neminimálně fázového systému 2. řádu v okruhu R_{MS}	71
Obr. 35 – Simulační výsledky pro $u(t)$ a $y(t)$ při řízení nominálního (178) (vlevo) a perturbovaného (179) (vpravo) stabilního neminimálně fázového systému 2. řádu s využitím IMC struktury řízení.....	72
Obr. 36 – Simulační výsledky pro $u(t)$ a $y(t)$ při řízení nominálního (187) (vlevo) a perturbovaného (188) (vpravo) stabilního neminimálně fázového systému 2. řádu s využitím predikce, pro $u_r(t) = 0$	73
Obr. 37 – Simulační výsledky pro $u(t)$ a $y(t)$ při řízení nominálního (187) (vlevo) a perturbovaného (188) (vpravo) stabilního neminimálně fázového systému 2. řádu s využitím predikce, pro $u_r(t)$ dané inverzí statického zesílení nominální řízené soustavy	73
Obr. 38 – Simulační výsledky pro $u(t)$ a $y(t)$ při řízení nominálního (187) (vlevo) a perturbovaného (188) (vpravo) stabilního neminimálně fázového systému 2. řádu s využitím predikce a <i>flatness function</i>	74

SEZNAM PŘÍLOH

- P 1 : CD-ROM s elektronickou verzí práce a uživatelským programovým prostředím v programu Matlab – Simulink.