

Zásobníky na kapalinu – vypracování vzorové úlohy

Tomáš Bílek

Bakalářská práce
2005



Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně
Fakulta technologická
Institut řízení procesů a aplikované informatiky

Úvodem bych chtěl poděkovat vedoucímu mé bakalářské práce Ing. Františku Gazdošovi za odborné vedení, trpělivost, cenné rady a připomínky, které mi poskytoval při vypracování bakalářské práce. Dík patří i všem, kteří mě podporují při studiu.

Souhlasím s tím, že s výsledky mé práce může být naloženo podle uvážení vedoucího bakalářské práce, ředitele ústavu a institutu. V případě publikace budu uveden jako spoluautor.

Prohlašuji, že jsem na celé bakalářské práci pracoval samostatně a použitou literaturu jsem citoval.

Ve Zlíně, 1.9.2005

.....

podpis

RESUMÉ

Úkolem této bakalářské práce je navrhnout a vytvoření jednoduché aplikace grafického uživatelského rozhraní (GUI) v prostředí MATLAB pro analýzu systému dvou válcových zásobníků na kapalinu zapojených za sebou. Je sestaven matematický model tohoto procesu ukazující že jde o nelineární systém se soustředěnými parametry, který se bude dále pro účely řízení linearizovat v okolí zvoleného pracovního bodu. Vytvořené GUI umožňuje výpočet i simulaci jak statických, tak i dynamických vlastností systému. Dále lze daný, původně nelineární model porovnat s jeho linearizovaným protějškem. Na základě vytvořené aplikace je navrhnout vzorový protokol do předmětu „Analýza a simulace technologických procesů“.

ABSTRACT

The goal of this Bachelor thesis is to design a simple graphical user interface (GUI) in the MATLAB environment for analysis of a two-cylinder tanks in series system. First, a mathematical model of the process is derived, consisting of two nonlinear ordinary differential equations. Consequently, for control purposes, this model is linearized in the chosen operating point. The designed GUI enables simulation of both static and dynamic behaviour of the system. Moreover, it is possible to compare properties of the original nonlinear model to its linearized counterpart. Based on the developed application, an exemplary project for the subject “Analysis and simulation of technological processes” is proposed.

OBSAH

ÚVOD	6
1 TEORETICKÁ ČÁST	7
1.1 Modelování a identifikace řízeného systému	7
1.2 Základní postupy při identifikaci	7
1.2.1 Analytický postup	7
1.2.2 Empirický postup	8
1.3 Klasifikace systémů	8
1.4 Vytváření matematických modelů pomocí bilancí	9
1.5 Metoda Linearizace	11
1.6 Simulace	11
1.7 Zásobníky na kapalinu zapojené za sebou	12
1.8 Co je matlab?	15
1.9 GUI - Graphical User Interface	15
1.10 Obecné vytvoření GUI aplikace	16
2 EXPERIMENTÁLNÍ ČÁST	19
2.1 Popis vytvořeného GUI	19
2.2 Analýza dvou zásobníků na kapalinu zapojených za sebou	22
2.2.1 Statické vlastnosti	22
2.2.2 Dynamické vlastnosti	24
2.2.3 Simulace	25
ZÁVĚR	30
SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY	31
SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK	32
SEZNAM OBRÁZKŮ	33
SEZNAM TABULEK	34
SEZNAM PŘÍLOH	35

ÚVOD

Cílem práce je vytvoření jednoduchého programové aplikace pro analýzu statických a dynamických vlastností dvou zásobníků na kapalinu zapojených za sebou. Statické vlastnosti popisují závislost ustálených hodnot výstupních veličiny na ustálených hodnotách vstupních veličin. Dynamické vlastnosti popisují chování v neustáleném stavu, ukazují nám časové průběhy výstupních veličin. Tyto vlastnosti lze zkoumat na základě matematického modelu procesu. Pod pojmem matematický model si lze představit soustavu matematických rovnic, které vystihují chování (podstatné, charakterizující vlastnosti) daného systému. Postup k získání matematického modelu se nazývá modelování a experiment na získaném matematickém modelu se nazývá simulace.

Práce je členena do dvou kapitol. V první, teoretické části práce jsou popsány základní postupy při vytváření matematických modelů. Na základě matematického modelu můžeme daný systém klasifikovat adt. a následně rozhodnout, jak takový model řešit aby při řízení v realitě jsme se nedopustili velké chyby (odchylky). Je zde i popsán obecný postup při vytváření aplikace GUI v prostředí MATLAB 6.5.

V druhé, experimentální části je ověřeno chování daného systému. Je vytvořen matematický model systému při výchozích podmínkách. Následně je provedena analýza daného systému. Jsou v ní řešeny výchozí vztahu určující statické a dynamické vlastnosti dvou zásobníků na kapalinu zapojených za sebou.

Navržená aplikace typu GUI (Graphical User Interface) byla vytvořena v programovém prostředí MATLAB 6.5 a umožňuje výpočet i simulaci statických a dynamických vlastností sledovaného systému.

Podmětem této celé analýzy dvou zásobníků na kapalinu zapojených za sebou bylo vytvoření nástroje pro kontrolu studentských prací a také navržení vzorového protokolu do předmětu „Analýza a simulace technologických procesů“.

1 TEORETICKÁ ČÁST

1.1 Modelování a identifikace řízeného systému

V současné době pro výzkum a studium složitých jevů ve vědě, technice a přírodě využíváme modelů těchto jevů. Model musí vyjadřovat ty vlastnosti a chování daného jevu (procesu), které jsou z hlediska zkoumání důležité. Vytvoříme-li umělý systém, s podobným chováním původního systému, pak umělý systém je *modelem* původního systému. Proces tvorby modelu se nazývá *modelování*. Pod pojmem umělý systém si můžeme představit zkoumaný jev (proces) popsáný soustavou matematických rovnic které vystihují podstatné a charakterizující vlastnosti systému. Využívá se vzájemné analogie mezi zkoumaným procesem a jeho modelem. Při tvorbě modelu dochází z hlediska přesnosti téměř vždy k zjednodušení vzhledem k původnímu procesu tzn. že neuvažujeme některé méně podstatné vlastnosti procesů (jsou zanedbatelně malé, nedůležité, apod.). Nesmí však jít o takové vlastnosti, které jsou pro daný proces charakterizující. Máme i takové systémy, jejichž matematický model bývá někdy z hlediska zkoumání a řízení tak složitý, že jeho řešení je prakticky v realitě neproveditelné (neznáme podrobnosti děje). Matematický model zkoumaného systému musí umožnit analýzu jak statických tak i dynamických vlastností. Za dynamický systém budeme považovat takový systém, jehož veličiny jsou funkcemi času [1, 2, 6].

Postup pro získání konkrétních parametrů matematického modelu nazýváme identifikací daného reálného procesu.

1.2 Základní postupy při identifikaci

Je to tzv. analytický a empirický postup.

1.2.1 Analytický postup

Vychází ze znalostí fyzikálních, fyzikálně chemických, nebo biochemických procesů, které probíhají ve zkoumaném objektu. Aplikací těchto znalostí a sestavením bilančních rovnic získáme analytický model daného procesu. Tento model popisuje vnitřní veličiny procesu a jejich vzájemné vazby. Vnitřní veličiny i parametry modelu mají konkrétní fyzikální význam. Výslední model je modelem struktury daného objektu. Nazývá se i vnitřní anebo stavový model procesu. Model určuje chování daného objektu.

1.2.2 Empirický postup

Vychází z naměřených vstupních a výstupních veličin na reálném objektu. Výsledkem je potom experimentální model daného procesu. Tento model nepopisuje vnitřní veličiny v daném procesu a vazby mezi nimi. Jeho parametry nemají konkrétní fyzikální význam. Nezohledňuje strukturu daného procesu, není tedy modelem struktury ale modelem chování. Nazývá se také vstupně-výstupní, vnější, resp. externí model procesu. Nevýhodou empirického postupu je, že zařízení musí existovat. Výhodou jsou reálné výsledky a větší přesnost, ovšem jen v oblasti, ve které byly výsledky naměřeny.

1.3 Klasifikace systémů

Při sestavování modelů daného reálného objektu prostředky modelování a identifikace připouštíme určitá zjednodušení, která nesmí mířit proti podstatě zkoumaných systémů. Zařazujeme-li systém do určité třídy, tak s ohledem na toto zjednodušení, tzn. s ohledem na model, který jsme pro identifikovaný systém přijali. Budeme tedy hovořit o klasifikaci systému podle *přijatých matematických modelů*.

Modelu dynamického systému vždy přísluší také model ustáleného stavu. Dynamické systémy, resp. modely dynamických systémů dělíme následovně:

Lineární systémy: jsou systémy, u kterých jsou vztahy mezi veličinami systému vyjádřeny lineárními funkcemi. Je to důsledek toho, že zákonitosti dílčích procesů v systému mají lineární charakter.

Nelineární systémy: jsou systémy, u kterých alespoň část vztahů mezi veličinami systému je nelineární. Je to důsledek nelineárního charakteru vztahů reprezentujících zákonnosti dílčích procesů.

Systémy se soustředěnými parametry: jsou systémy, jejichž (stavové) veličiny jsou nezávislé na poloze v prostoru a jsou v dynamickém stavu pouze funkcemi času.

Systémy s rozloženými parametry: jsou systémy, jejichž veličiny jsou v dynamickém stavu funkcemi nejen času, ale i prostorových proměnných. Můžeme je dále dělit na systémy se spojitě rozložitelnými parametry a diskrétně rozložitelnými parametry.

Systémy spojité: jedna se o spojitost v čase. Jsou to systémy, jejich veličiny jsou definované na spojitých intervalech času a jsou tedy funkcemi v čase spojitými.

Systémy diskrétní: u těchto systémů jsou jejich veličiny definovány na množinách diskrétních hodnot času a jsou tedy funkcemi v čase diskrétními.

Systémy deterministické: jsou systémy, u kterých dokážeme momentální stav a výstup určit přesně na základě předcházejícího stavu a působícího vstupu.

Systémy stochastické: jsou systémy, jejichž momentální stav a výstup dokážeme určit jen s určitou pravděpodobností.

Jednorozměrové systémy: jsou systémy, u nichž uvažujeme jen s jedním vstupem a jedním výstupem.

Mnohorozměrové systémy: mají více než jeden vstup a minimálně jeden výstup. Systém se dvěma vstupy a jedním výstupem patří už do třídy mnohorozměrových (vícerozměrových) systémů.

Časově invariantní systémy: jsou systémy, u kterých se parametry nemění v čase, jsou konstantní.

Časově variantní systémy: jejich parametry se v čase mění.

V našem případě, kdy se jedná o systém dvou zásobníků na kapalinu zapojených za sebou, potom bychom tento systém zařadili (na základě přijatých zjednodušení) jako nelineární, mnohorozměrový se soustředěnými parametry.

1.4 Vytváření matematických modelů pomocí bilancí

Bilancemi rozumíme aplikaci zákonů o zachování na daný systém. Jejich využití při vytváření matematických modelů je velice časté. V praxi se jedná nejčastěji o zákony zachování hmoty a energie - hovoříme pak o látkových a energetických bilancích.

Chceme-li se zabývat bilancováním na daném systému nebo zařízení musíme si nejprve vyjasnit některé základní pojmy - je to bilancovaný systém a bilanční časový interval. Bilancovaným systémem rozumíme nějakou (nejčastěji prostorovou) oblast nebo zařízení, která má definované hranice (rozhraní) s okolím. Okolí je to, co systém, zařízení obklopuje. Bilanční časový interval, je čas, během kterého bilancované veličiny sledujeme [7].

Základní bilanční rovnice má tvar

$$VSTUP + ZDROJ = VÝSTUP + AKUMULACE$$

VSTUP je množství bilancované veličiny, které za bilanční časový interval vstoupí z okolí přes rozhraní do systému, zařízení.

VÝSTUP je množství bilancované veličiny, které za bilanční časový interval vystoupí ze systému, zařízení přes rozhraní do okolí.

ZDROJ je množství bilancované veličiny, které za bilanční časový interval uvnitř systému, zařízení vznikne nebo zanikne (rozumí se vznik z jiné, nebilancované veličiny, nebo změna na jinou, nebilancovanou veličinu).

AKUMULACE je změna množství, stavu bilancované veličiny uvnitř systému, zařízení za bilanční časový interval.

Při bilancování musíme nejprve zvolit velikost bilančního časového intervalu. Volba je dána jednoduchým pravidlem:

- pokud se bilance (matematický model) týká ustáleného stavu systému (tj. hodnoty veličin se s časem nemění), pak můžeme volit časový interval zcela libovolný, nejčastěji jednotkový,
- pokud chceme modelovat systém proměnný v čase (tzv. dynamický model), pak musíme volit bilanční časový interval malý, tj. dt .

Následním krokem je volba hranic systému. Vycházíme při ní ze skutečného tvaru systému, zařízení, zda chceme vytvořit model systému se soustředěnými parametry nebo s rozloženými parametry (alespoň jedna souřadnice je v matematickém modelu použita jako nezávisle proměnná). Pravidlo pro volbu velikosti bilancovaného systému, zařízení je jednoduché:

- jedná-li se o model se soustředěnými parametry, volíme rozměry bilancovaného systému, zařízení libovolně
- jedná-li se o model s rozloženými parametry, pak rozměr bilancovaného systému, zařízení v oblasti té souřadnice, na níž problém závisí (objevuje se v popisu jako nezávisle proměnná), musí být malý (dx apod.).

1.5 Metoda Linearizace

Vztahy mezi veličinami systému získané na základě matematického modelu (matematickou-fyzikální analýzou) jsou velmi často popsány nelineárními rovnicemi. Je to proto, že většina reálných systémů je ve své podstatě nelineárních. Takové systémy se často obtížně řeší, proto se je snažíme pomocí určitých metod zjednodušovat. Mezi nejčastější přístupy patří metoda linearizace, např. [1]. Její podstata spočívá v předpokladu, že změny veličiny procesu v okolí nějakého pracovního bodu (kde se často pohybujeme), jsou dostatečně malé, tak že je můžeme nahradit lineárními odchylkami.

Při linearizaci musíme však zavést a potom dodržovat určité předpoklady, nejčastěji vymezením pracovní oblastiv blízkosti okolí pracovního bodu systému, kde se (např. při řízení) pohybujeme. Nejčastěji používaná linearizační metoda je metoda rozvojem do Taylorovy řady [2].

Tento způsob není z teoretického hlediska příliš náročný, je však pracný a k urychlení řešení vyžaduje použití počítače.

V mém případě jde o nelineární systém který budeme následně linearizovat kolem zvoleného pracovního bodu. Nelinearita je způsobena odmocninami v bilanční rovnici (viz sekce 1.7) při zjišťování matematického modelu.

1.6 Simulace

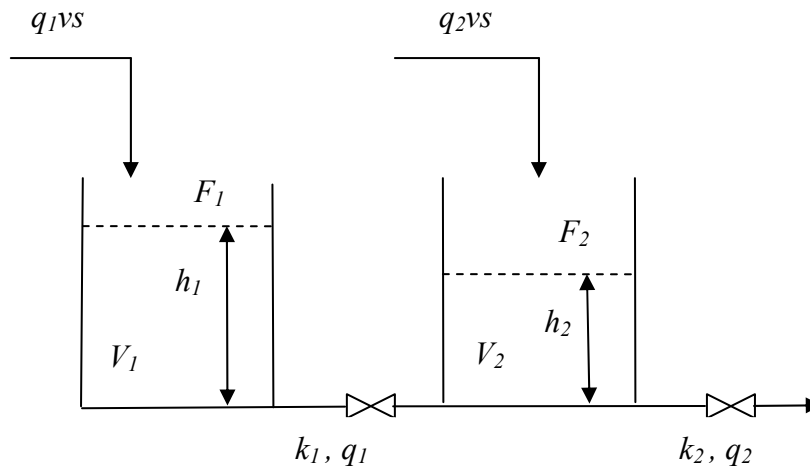
Vznik simulací systémů vyvolaly praktické potřeby zkoumání objektů (zařízení, systémů, soustavy diferenciálních rovnic, atd.) z hlediska pozorovatele. V současné době se provádí simulace téměř výhradně na počítačích. Pozorovatel má určité cíle, které chce dosáhnout studováním soustavy pro kterou má vytvořen její matematický model. Chce zjistit, zda je matematický model originálu dostatečně přesný, jak jej má upravit a doplnit, jaké má provést zásahy do systému, jestliže chce, aby se systém chovat tak, jak požaduje apod. Simulace může být chápána jako převedení numerických výsledků daného matematického modelu do reality.

Použití numerické metody na určení odezvy systému se nazývá *simulace*. Na numerické řešení diferenciálních rovnic existuje mnoho metod. Mezi základní patří např. *Eulerova*

metoda, anebo nejčastěji používaná metoda *Runge-Kutta*. Metoda *Runge-Kutta* je založena na rozvoji funkce do Taylorovy řady a následné aproximaci této řady [8].

1.7 Zásobníky na kapalinu zapojené za sebou

Schematický obrázek:



Obr.1: Zásobníky na kapalinu zapojené za sebou

Vstupními veličinami systému jsou vstupní průtoky q_{1v}, q_{2v} stavovými veličinami výšky hladiny h_1, h_2 a průtoky q_1, q_2 .

Bilance pro oba zásobníky.

{Přítok do zásobníku} = {odtok ze zásobníku} + {akumulace kapaliny v zásobníku}

Jsou-li objemy kapalin v zásobníku označené jako V_1, V_2 bilanční rovnice mají tvar:

$$\begin{aligned} q_{1v} &= q_1 + \frac{dV_1}{dt}, \text{ pro první zásobník} \\ q_{2v} + q_1 &= q_2 + \frac{dV_2}{dt}, \text{ pro druhý zásobník} \end{aligned} \quad (1)$$

Vzhledem k tomu, že průřezy zásobníku jsou konstantní, můžeme změny objemu vyjádřit pomocí změn výšek hladin $dV = Fdh$ a následovně rovnice (1) ve tvaru:

$$\begin{aligned} F_1 \frac{dh_1}{dt} + q_1 &= q_{1v} \\ F_2 \frac{dh_2}{dt} + q_2 - q_1 &= q_{2v} \end{aligned} \quad (2)$$

s počátečními podmínkami $h_1(0) = h_1^S$, $h_2(0) = h_2^S$.

Je známo, že průtok média přes ventil je úměrný druhé odmocnině z rozdílu tlaků média před ventilem a za ventilem. V našem případě jde o hydrostatické tlaky úměrné výškám hladin v zásobnících a tudíž pro výtoky platí:

$$\begin{aligned} q_1 &= k_1 \sqrt{h_1 - h_2} \\ q_2 &= k_2 \sqrt{h_2} \end{aligned} \quad (3)$$

kde k_1, k_2 jsou konstanty ventilu a pro $h_1 < h_2$ je $q_1 = -q_2$.

Model systému je tedy popsán čtyřmi rovnicemi, z toho dvěmi diferenciálními rovnicemi 1. řádu (2) a dvěmi nelineárními rovnicemi (3) vyjadřující nelineární vazby mezi stavovými veličinami. Vzhledem k existenci těchto nelineárních vazeb se tedy jedná o **nelineární model systému**.

Počáteční podmínky v rovnicích (2) získáme řešením modelu ustáleného stavu. Jelikož v **ustáleném stavu** platí $q_1^S = q_{1V}^S$ a $q_2^S = q_{1V}^S + q_{2V}^S$, dostaneme po dosazení těchto vztahů do (3) pro výpočet ustálených hodnot výšek hladin a tedy polohy pracovního bodu (h_1^S , h_2^S) dvě rovnice:

$$\begin{aligned} q_{1V}^S &= k_1 \sqrt{h_1^S - h_2^S} \\ k_2 \sqrt{h_2^S} &= q_{1V}^S + k_1 \sqrt{h_1^S - h_2^S} \end{aligned} \quad (4)$$

Pozn.: v ustáleném vztahu vždy platí $h_1^S > h_2^S$.

Linearizovaný matematický model systému, který bude současně modelem odchylkovým, odvodíme následovně:

Zavedeme odchylky výšek hladin a vstupních průtoků od počátečního ustáleného stavu:

$$\begin{aligned} x_j(t) &= \Delta h_j(t) = h_j(t) - h_j^S, \\ u_j(t) &= \Delta q_{jV}(t) = q_{jV}(t) - q_{jV}^S, j = 1, 2 \end{aligned} \quad (5)$$

Převědeme rovnici (2) do odchylkového tvaru (vždy levou a pravou stranu rovnice)

$$\begin{aligned} F_1 \frac{d\Delta h_1}{dt} + \Delta q_1 &= \Delta q_{1V} \\ F_2 \frac{d\Delta h_2}{dt} + \Delta q_2 - \Delta q_1 &= \Delta q_{2V} \end{aligned} \quad (6)$$

Nyní odchylky (diference) průtoků nahradíme lineárními členy jejich Taylorova rozvoje v okolí pracovního bodu (h_1^S, h_2^S). Pro obě odchylky postupně dostaneme:

$$\begin{aligned}\Delta q_1 &= \left(\frac{\partial q_1}{\partial h_1} \right)^S \Delta h_1 + \left(\frac{\partial q_2}{\partial h_2} \right)^S \Delta h_2 = \frac{k_1}{2\sqrt{h_1^S - h_2^S}} (\Delta h_1 - \Delta h_2) = \frac{k_1 \sqrt{h_1^S - h_2^S}}{2(h_1^S - h_2^S)} (\Delta h_1 - \Delta h_2) = \\ &= \frac{q_{1V}^S}{2\sqrt{h_1^S - h_2^S}} (\Delta h_1 - \Delta h_2) = K_1 (\Delta h_1 - \Delta h_2)\end{aligned}\quad (7)$$

$$\Delta q_2 = \left(\frac{\partial q_2}{\partial h_2} \right)^S \Delta h_2 = \frac{k_2}{2\sqrt{h_2^S}} \Delta h_2 = \frac{k_2 \sqrt{h_2^S}}{2h_2^S} \Delta h_2 = \frac{q_2^S}{2h_2^S} \Delta h_2 = K_2 \Delta h_2 \quad (8)$$

Vidíme, že koeficienty K_1, K_2 jsou závislé na poloze pracovního bodu, tedy počátečního ustáleného stavu, v okolí kterého nelineární model linearizujeme. Z této skutečnosti vyplývá nutnost předběžného řešení ustáleného stavu pro systémy s původně nelineárními modely. Znalost počátečního ustáleného stavu je pak nejen potřebná pro určení počátečních podmínek diferenciálních rovnic, reprezentujících nelineární model, ale i pro případné sestavení linearizovaného modelu.

Po dosazení (5) a (6) spolu s označením (7,8) získáme odchylkový model systému ve tvaru:

$$\begin{aligned}u_1 &= K_1(x_1 - x_2) + F_1 \frac{dx_1}{dt} \\ u_2 &= K_2 x_2 - K_1(x_1 - x_2) + F_2 \frac{dx_2}{dt}\end{aligned}\quad (9)$$

s nulovými počátečními podmínkami $x_1(0) = x_2(0) = 0$. Nyní můžeme model převést do tvaru:

$$\begin{aligned}\frac{dx_1}{dt} &= a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + b_{11}u_1 \\ \frac{dx_2}{dt} &= a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + b_{22}u_2\end{aligned}\quad (10)$$

$$\text{kde} \quad \begin{aligned} a_{11} &= -\frac{K_1}{F_1} & a_{12} &= \frac{K_1}{F_1} & b_{11} &= \frac{1}{F_1} \\ a_{21} &= \frac{K_1}{F_2} & a_{22} &= -\frac{K_1 + K_2}{F_2} & b_{22} &= \frac{1}{F_2} \end{aligned}$$

Znovu je třeba zdůraznit, že koeficienty v linearizovaném modelu (v tomto případě pouze koeficienty a_{ij}) jsou závislé na počátečním ustáleném stavu, tedy na poloze pracovního bodu, v okolí kterého nelineární model linearizujeme.

1.8 Co je matlab?

Jméno MATLAB je zkratka ze slov „matrix laboratory“. MATLAB® - [9] je vysoce výkonný technický program (disponující programátorským jazykem), který se uplatňuje jak pro teoretické zkoumání, tak i v praxi. V univerzitním prostředí je to např. standardní instruktážní nástroj pro výuku matematického modelování a simulaci. V průmyslu je to vysoce produktivní nástroj pro výzkum a analýzu. Integruje výpočty, vizualizaci a programování do jednoduše ovladatelného prostředí. Typické použití zahrnuje:

- Matematiku a výpočty
- Získávání dat
- Modelování a simulace
- Analýza dat, výzkum a vizualizace
- Vědecká a inženýrská grafika
- Tvorba aplikací, včetně grafického rozhraní

1.9 GUI - Graphical User Interface

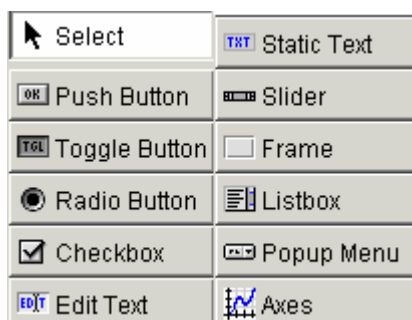
Součástí programu MATLAB® je i aplikace tvořící grafické uživatelské prostředí - GUI (Graphical User Interface). V prostředí GUI si vytváří uživatel různé grafické objekty a ty umísťuje do pracovní oblasti tzv. *Layout area* (viz obr.4). V některých případech a zejména začátečníci dají přednost nástroji, který za ně všechny grafické prvky vytvoří. Tento nástroj, automatický generátor GUI, je v systému MATLAB integrován a nazývá se GUIDE (Graphical User Interface Development Environment). GUIDE je nástroj pro interaktivní tvorbu grafického rozhraní. Po spuštění GUIDE nás vede interaktivním způsobem a uživatel si vybírá grafické objekty, pomocí myši, jako jsou textová pole,

tlačítka, aj. a umisťuje je do žádaných pozic. Grafickým objektům může také přiřazovat různé parametry jako např. barvu, písmo, akce, které se mají provést apod. [3,4].

1.10 Obecné vytvoření GUI aplikace

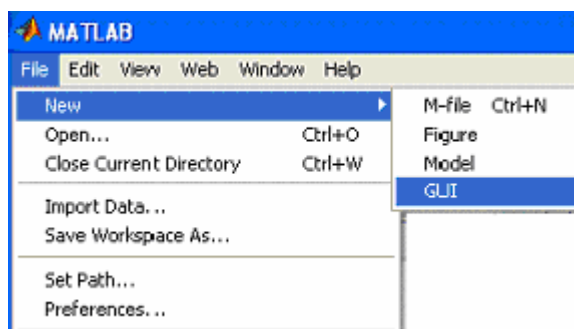
Průvodce tvorbou GUI (GUIDE) je grafické interaktivní prostředí, obsahující všechny grafické objekty typu *uicontrol*, kterými je možno ovládat běh aplikace. GUI generuje automaticky základní zdrojový kód pro ovládání a případné další doplnění. Vzhled vytvořeného GUI ukládá GUIDE do souboru s příponou *.fig a jeho zdrojový kód do tzv. *m-file* s příponou *.m.

Mezi základní grafické objekty patří: *Push Button*, *Toggle Button*, *Radio Button*, *List Box*, *Check Box*, *Edit Text*, *Slider*, *Static Text*, *Frame*, *Axes*, *Pop-up Menu*.



Obr.2: Grafické objekty v GUI aplikaci

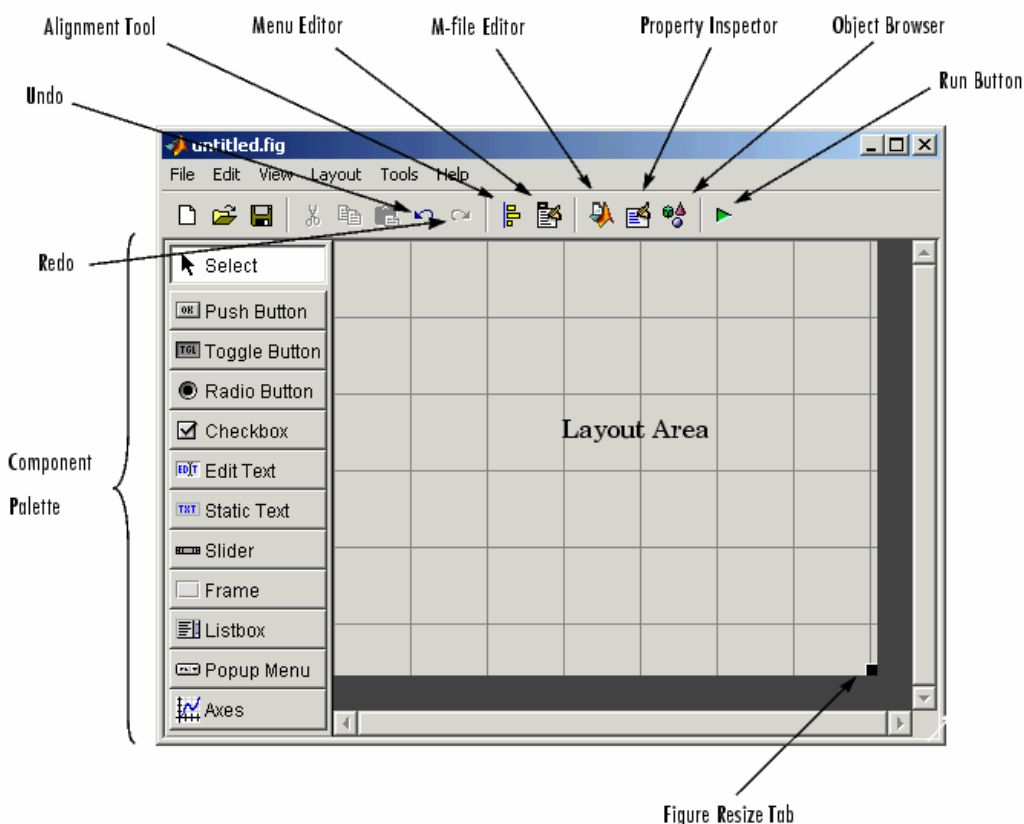
Po spuštění programu MATLAB se zobrazí základní okno programu. Pomocí myši se dostaneme do GUI aplikace - GUIDE (viz obr.3). *File* → *new* → *GUI*



Obr.3: Vstup do GUI aplikace

Po vstupu do GUI (GUIDE) aplikace se zobrazí základní vzhled průvodce GUIDE viz obr.4. Pracovní oblast aplikace, tzv. *Layout area*, umožňuje vizuálně určovat souřadnice

jednotlivých grafických objektů z *component palette* umisťovaných na plochu. Grafickým objektům lze nastavovat jejich parametry v *property inspectoru* (viz obr.5).



Obr.4: Zobrazení pracovní oblasti GUI aplikace

Legenda:

Layout area – pracovní oblast (vkládání grafických objektů)

Component palette – výběr z grafických objektů

Undo – krok zpět v aplikaci

Redo – vrácení kroku zpět (obnovení)

Alignment tool – nástroj pro zarovnání grafických objektů (s ohledem na ostatní objekty)

Menu editor – zobrazí vlastnosti řádkového menu (v horní liště)

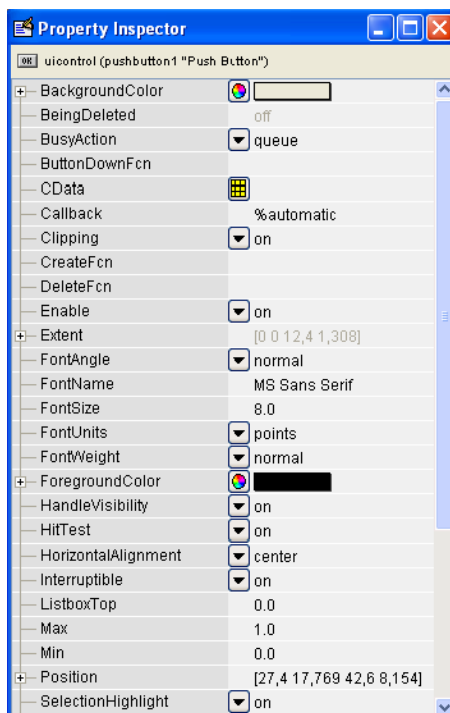
M-file editor – ukládání souborů na disk

Property inspector – okno pro řízení vlastností (např. barvy, písma atd.) grafických objektů

Object browser – prohlížeč objektů, zobrazí všechny použité objekty celé aplikace a jejich hierarchii

Run button – spuštění celkové vytvořené aplikace

Figure resize tab – přizpůsobuje rozměry pracovní oblasti



Obr.5: Property inspector

Po vytvoření konečné aplikace se dostaneme pomocí myši do *m-file editoru* (viz obr.4) kde je GUIDE uloženo na disk a zároveň je vygenerován zdrojový kód. Současně se vytvoří i m-file soubor s daným kódem do kterého můžeme psát pomocí programovacího jazyka MATLABU různé příkazy - co vyžadujeme po grafickém objektu aby vykonal (např. výpočet, graf, atd.). Po tomto kroku se celá aplikace spustí tlačítkem *RUN button* (viz obr.4), zobrazí se výsledné GUI ve kterém budeme dále pracovat (např. zadávat vstupní hodnoty, stavy atd.). Vytvořená aplikace v mém případě je zobrazena na obr.6.

2 EXPERIMENTÁLNÍ ČÁST

V této kapitole bude popsána vytvořená aplikace GUI a dále bude rozebrána analýza daného systému na příkladech výpočtů a simulací.

Byl vytvořen matematický model systému který nám ukazuje, že jde o nelineární systém, mnohorozměrový se soustředěnými parametry, který budeme pro účely řízení ovšem následně linearizovat v okolí zvoleného pracovního bodu. Vytvořené GUI umožňuje výpočet i simulaci jak statických, tak i dynamických vlastností systému. Dále dokáže porovnat daný původně nelineární model systému s jeho linearizovaným protějškem.

2.1 Popis vytvořeného GUI

Vytvořenou aplikaci GUI spustíme souborem *bc.fig* - zobrazí se základní okno GUI do kterého můžeme v editačních oknech zadávat vstupní hodnoty (v tomto případě budeme vycházet z výchozích hodnot, viz tabulka I) a tlačítka které nám slouží k zjednodušení výpočtu a simulaci. V první části mohou být spočítány a vykresleny statické vlastnosti systému. Po zadání průměrů zásobníků a vektorů vstupních ustálených přítoků lze zobrazit tlačítkem STAT.CHAR. statickou charakteristiku zásobníku. V této statické charakteristice si můžeme zvolit pracovní bod, kolem kterého budeme daný systém linearizovat. Po zadání ustálených vstupních průtoků a výšek hladin můžeme pomocí tlačítka $\rightarrow k_1, k_2$ vypočítat konstanty ventilu. Vykreslení daného pracovního bodu ve statické charakteristice můžeme provést pomocí tlačítka ZOBRAZ VE STAT.CHAR. Tlačítko $h_1^S, h_2^S \leftarrow$ slouží k výpočtu ustálených výšek hladin v zásobnících pokud známe vstupní ustálené přítoky a konstanty ventilu.

V druhé části GUI je řešena dynamika systému, kde lze původně nelineární systém linearizovat kolem zvoleného pracovního bodu. Tlačítko LINEARIZOVANÝ MODEL vypočte koeficienty a, b linearizovaného modelu a zobrazí je. Počáteční a koncovou dobu simulace si můžeme zvolit přes editační okna tp a tk . Podobně lze zadat i odchylky od ustálených přítoků do editačních oken u_1, u_2 (pozn. v mém případě jsem zvolil $u_1 = -0,1 \text{ m}^3/\text{min}$ a $u_2 = 0,06 \text{ m}^3/\text{min}$ tzn. že v prvním zásobníku přítok klesne o $0,1 \text{ m}^3/\text{min}$ a ve druhém stoupne o $0,06 \text{ m}^3/\text{min}$). Tlačítkem SIMULACE se zobrazí průběh přechodového děje vzhledem ke vstupním, zadaným hodnotám pro oba zásobníky. Tlačítkem POROVNÁNÍ S NELIN.MODELEM se zobrazí simulace porovnání nelineárního modelu s jeho linearizovaným protějškem, z čehož lze vypožorovat jaké odchylky se v dynamice

dopustíme provedením linearizace. Tlačítko HELP nám poskytne základní info o GUI (vstupní, výstupní hodnoty). Tlačítko RESET vrátí všechny hodnoty do výchozích, viz tabulka I. Tlačítko KONEC ukončí práci s GUI. Tlačítko ULOŽ OKNO uloží základní okno GUI (*.fig). S takto uloženým souborem nejde dále pracovat - zobrazí se pouze jako obrázek.

Tabulka I: Výchozí hodnoty systému

1.zásobník	2.zásobník
$q_1 v^S = 0,5 \text{ m}^3/\text{min}$	$q_2 v^S = 0,3 \text{ m}^3/\text{min}$
$D_1 = 2,5 \text{ m}$	$D_2 = 1,5 \text{ m}$
$h_1^S = 1,5 \text{ m}$	$h_2^S = 1 \text{ m}$
$k_1 = 0,5$	$k_2 = 0,4$
$u_1 = -0,1 \text{ m}^3/\text{min}$	$u_2 = 0,06 \text{ m}^3/\text{min}$

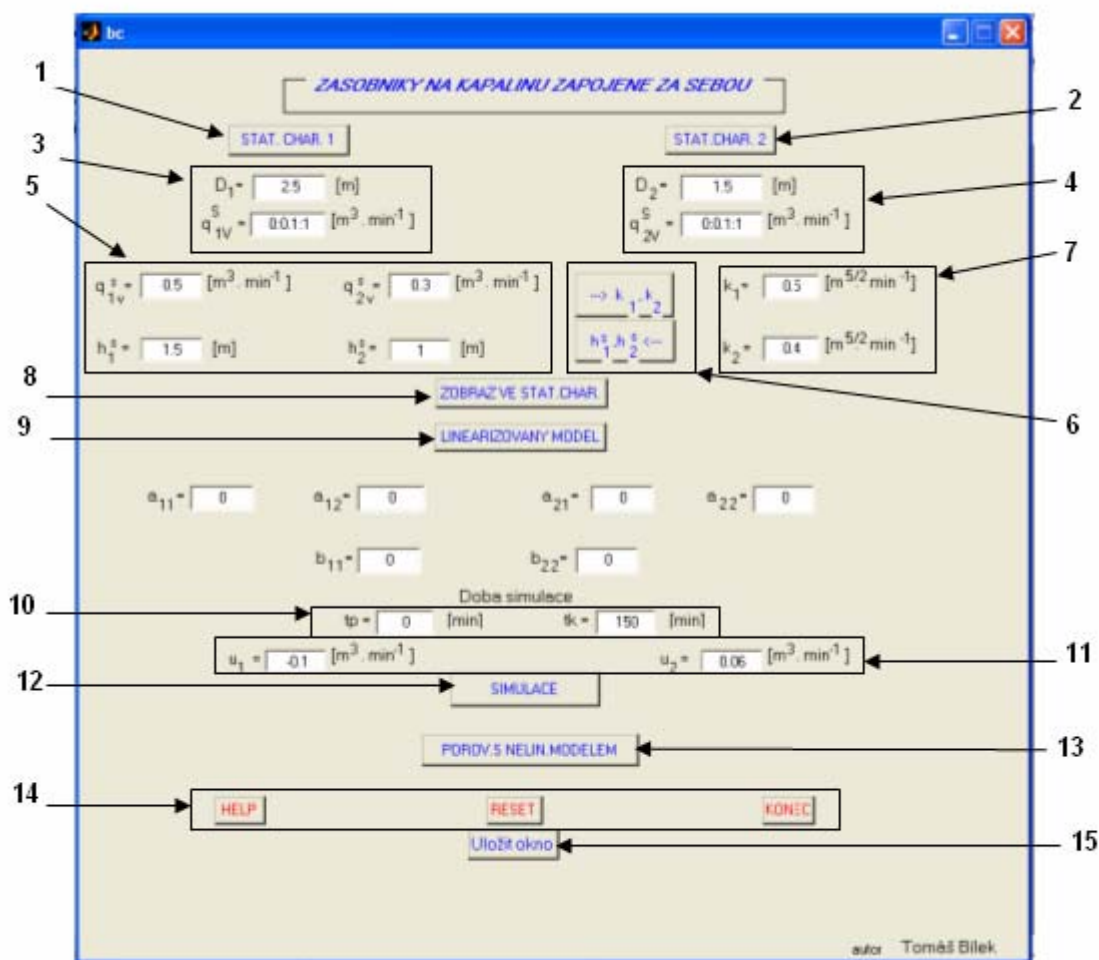
$q_1 v^S, q_2 v^S$ - vstupní ustálené průtoky - [m^3/min]

D_1, D_2 – průměry nádrží - [m]

h_1^S, h_2^S - výška ustálených hladin - [m]

u_1, u_2 – odchylka přítoků od ustálených hodnot - [m^3/min]

k_1, k_2 - konstanty ventilů - [$\text{m}^{5/2}/\text{min}$]



Obr.6: Ukázka vytvořené GUI aplikace

Legenda:

- 1 – tlačítko na vykreslení 3D statické charakteristiky pro 1.zásobník
- 2 – tlačítko na vykreslení 3D statické charakteristiky pro 2.zásobník
- 3 – vstupní hodnoty pro 1.zásobník (q_{1v}^S - vektor, D_1)
- 4 – vstupní hodnoty pro 2.zásobník (q_{2v}^S - vektor, D_2)
- 5 – vstupní hodnoty pro oba zásobníky (q_{1v}^S , q_{2v}^S , h_1^S , h_2^S)
- 6 – tlačítka pro výpočet (k_1 , k_2 , h_1^S , h_2^S)
- 7 – vstupní hodnoty (k_1 , k_2)
- 8 – tlačítko pro zobrazení pracovních bodů ve statických charakteristikách
- 9 – tlačítko pro výpočet koeficientů diferenciálních rovnic linearizovaného modelu

- 10 – vstupní hodnoty pro délku doby simulace (tp , tk)
- 11 – vstupní hodnoty pro odchylku přítoků od jejich ustálených hodnot (u_1, u_2)
- 12 – tlačítko pro vykreslení simulace přechodového děje linearizovaného modelu
- 13 – tlačítko pro porovnání dynamiky nelineárního a linearizovaného modelu
- 14 – aktivní tlačítka (HELP, RESET, KONEC)
- 15 – tlačítko na uložení základního okna GUI na disk (*.fig)

2.2 Analýza dvou zásobníků na kapalinu zapojených za sebou

V této kapitole bude ukázán příklad - jak řešení tak simulace, statických i dynamických vlastností dvou zásobníků na kapalinu zapojených za sebou.

Výchozí hodnoty:

Zvolené parametry průměrů zásobníků, počáteční a koncová doba simulace:

$$D_1 = 4 \text{ m}^2 \quad D_2 = 1,5 \text{ m}^2$$

$$tp = 0 \text{ min} \quad tk = 250 \text{ min}$$

Pozn.: uvedené výpočty i simulace v této kapitole jsou provedeny ve vytvořené aplikaci GUI.

2.2.1 Statické vlastnosti

Výpočet konstant ventilu

Pro výpočet konstant ventilu je důležité znát vstupní ustálené přítoky (q_{1v}^s , q_{2v}^s) a ustálené výšky hladin (h_1^s , h_2^s). Budeme vycházet ze vztahu (4):

Po vyjádření k_1 , k_2 dostaneme:

$$\begin{aligned} k_1 &= \frac{q_{1v}^s}{2(h_1^s - h_2^s)} \\ k_2 &= \frac{q_{1v}^s + q_{2v}^s}{2h_2^s} \end{aligned} \quad (11)$$

Pro první zvolení pracovní bod:

Zvolíme si vstupní ustálené průtoky, ustálené výšky hladin, odchylka přítoků od ustálených hodnot:

$$q_{1v}^s = 0,6 \text{ m}^3/\text{min} \quad q_{2v}^s = 0,2 \text{ m}^3/\text{min} \quad h_1^s = 2,5 \text{ m} \quad h_2^s = 1,5 \text{ m}$$

$$u_1 = -0,03 \text{ m}^3/\text{min} \quad u_2 = 0,2 \text{ m}^3/\text{min}$$

Výpočet konstant ventilu podle vztahu (11) pro zvolení pracovní bod jsou následující:

$$k_1 = 0,6 \text{ m}^{5/2}/\text{min} \quad k_2 = 0,65 \text{ m}^{5/2}/\text{min}$$

Model ustáleného stavu

Při řešení modelu ustáleného stavu budeme vycházet z rovnic nelineárního modelu (2,3). Počáteční podmínky v rovnicích (2) získáme řešením modelu ustáleného stavu. Jelikož v **ustáleném stavu** platí $q_1^s = q_{1v}^s$ a $q_2^s = q_{1v}^s + q_{2v}^s$, dostaneme po dosazení těchto vztahů do (3) pro výpočet ustálených hodnot výšek hladin a tedy polohy pracovního bodu (h_1^s , h_2^s) dvě rovnice :

$$\begin{aligned} q_{1v}^s &= k_1 \sqrt{h_1^s - h_2^s} \\ k_2 \sqrt{h_2^s} &= q_{2v}^s + k_1 \sqrt{h_1^s - h_2^s} \end{aligned} \quad (12)$$

Pozn.: v ustáleném vztahu vždy platí $h_1^s > h_2^s$.

Po vyjádření h_1^s , h_2^s dostaneme:

$$\begin{aligned} h_1^s &= \left(\frac{q_{1v}^s}{k_1} \right)^2 + \left(\frac{q_{1v}^s + q_{2v}^s}{k_2} \right)^2 \\ h_2^s &= \left(\frac{q_{1v}^s + q_{2v}^s}{k_2} \right)^2 \end{aligned} \quad (13)$$

Výše uvedené rovnice popisují hladiny v ustáleném stavu. Jedná se o funkce dvou proměnných.

Pro druhý zvolení pracovní bod:

Zvolíme si vstupní ustálené průtoky, počáteční a koncová doba simulace, konstanty ventilů vychází z prvního pracovního bodu:

$$q_{1v}^s = 0,3 \text{ m}^3/\text{s} \quad q_{2v}^s = 0,3 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$tp = 0 \text{ min} \quad tk = 250 \text{ min}$$

$$k_1 = 0,6 \text{ m}^{5/2}/\text{min} \quad k_2 = 0,65 \text{ m}^{5/2}/\text{min}$$

Výpočet ustálených výšek hladin podle vztahu (13) pro zvolení pracovní bod jsou následující:

$$h_1^s = 1,09 \text{ m} \quad h_2^s = 0,84 \text{ m}$$

2.2.2 Dynamické vlastnosti

Linearizovaný model

Při řešení linearizovaného (odchylkového) tvaru budeme vycházet s rovnic (5,6). V následných úpravách dostaneme výsledné rovnice (7,8) - zde si zavedeme koeficienty K_1, K_2 které jsou závislé na počátečním ustáleném stavu v okolí pracovního bodu, kde nelineární model linearizujeme. Tedy pro ně platí :

$$\begin{aligned} K_1 &= \frac{k_1 \sqrt{h_1^S - h_2^S}}{2(h_1^S - h_2^S)} \\ K_2 &= \frac{k_2 \sqrt{h_2^S}}{2h_2^S} \end{aligned} \quad (14)$$

Pozn.: tyto konstanty jsou v ukázkovém příkladu (viz níže) určeny a zahrnuty ve výpočtu dále, nejsou zobrazeny, ale aplikace GUI s nimi počítá.

Pro určení počátečních podmínek diferenciálních rovnic nelineárního modelu je potřebná znalost počátečního ustáleném stavu - to platí i pro linearizovaný model.

Po dosazení (5) a (6) spolu s označením (7,8) získáme linearizovaný (odchylkový) model systému ve tvaru:

$$\begin{aligned} u_1 &= K_1(x_1 - x_2) + F_1 \frac{dx_1}{dt} \\ u_2 &= K_2 x_2 - K_1(x_1 - x_2) + F_2 \frac{dx_2}{dt} \end{aligned} \quad (15)$$

s nulovými počátečními podmínkami $x_1(0) = x_2(0) = 0$. Dále dostaneme:

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + b_{11}u_1 \\ \frac{dx_2}{dt} &= a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + b_{22}u_2 \end{aligned} \quad (16)$$

kde

$$\begin{aligned} a_{11} &= -\frac{K_1}{F_1} & a_{12} &= \frac{K_1}{F_1} & b_{11} &= \frac{1}{F_1} \\ a_{21} &= \frac{K_1}{F_2} & a_{22} &= -\frac{K_1 + K_2}{F_2} & b_{22} &= \frac{1}{F_2} \end{aligned} \quad (17)$$

Pro první zvolený pracovní bod:

Koeficienty D.R. linearizovaného modelu podle vztahu (17) pro zvolené pracovní body jsou následující:

$$\begin{array}{lll} a_{11} = -0,024 & a_{12} = 0,024 & b_{11} = 0,079 \\ a_{21} = 0,167 & a_{22} = -0,321 & b_{22} = 0,566 \end{array}$$

Pro druhý zvolený pracovní bod:

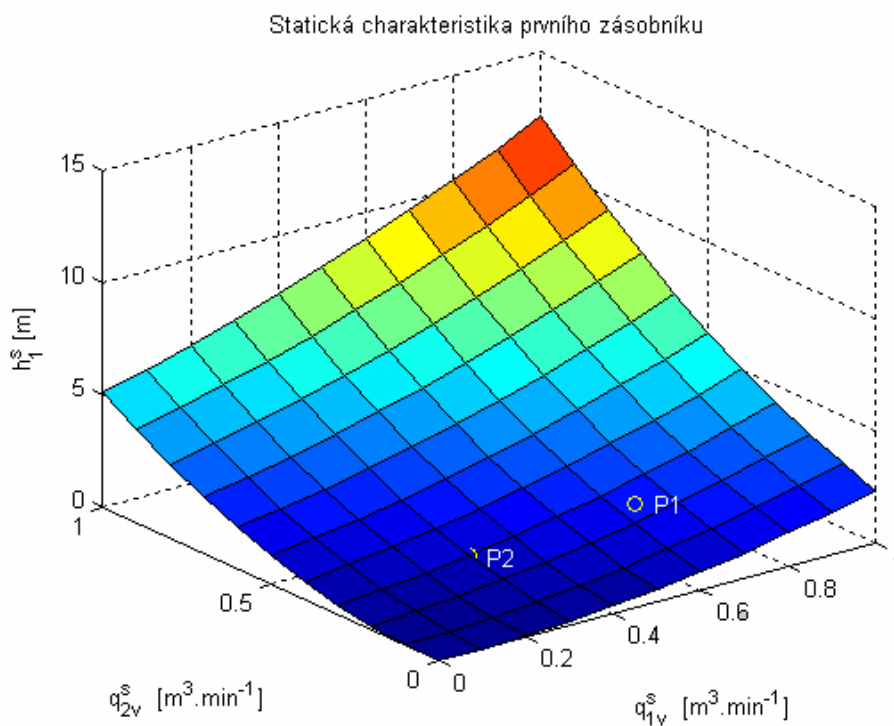
$$\begin{array}{lll} a_{11} = -0,048 & a_{12} = 0,048 & b_{11} = 0,079 \\ a_{21} = 0,336 & a_{22} = -0,541 & b_{22} = 0,566 \end{array}$$

Výsledná simulace statických a dynamických charakteristik pro oba zvolené pracovní body je znázorněna dále.

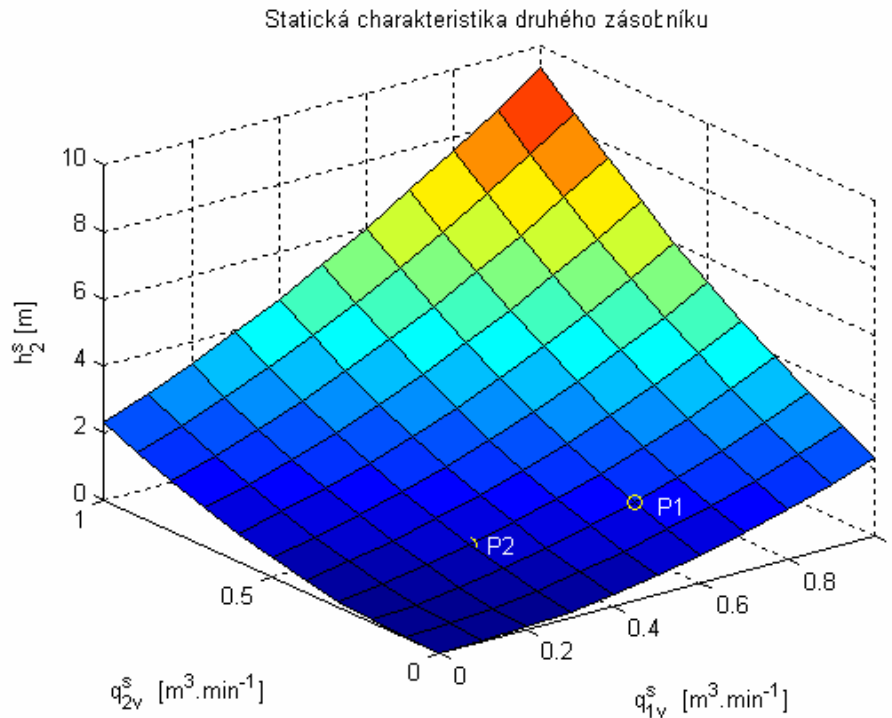
2.2.3 Simulace

Statické vlastnosti:

- zobrazení pracovního bodu P1,P2 ve statické charakteristice



Obr.7: Statická charak. prvního zásobníku s danými pracovními body P1, P2



Obr.8: Statická charak. druhého zásobníku s danými pracovními body P1,P2

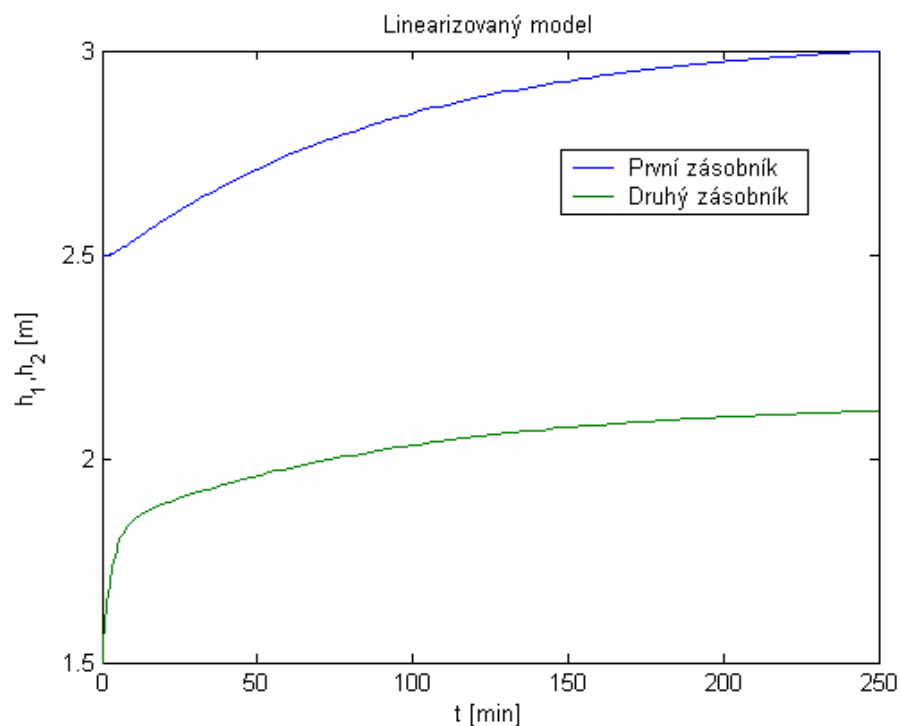
Na obrázcích 7,8 jsou vykresleny statické charakteristiky zásobníků na kterých jsou nalezeny pracovní body, kolem kterých bude provedena následná linearizace. Z těchto grafů je patrna nelinearita původního modelu, daná parabolickou plochou.

Dynamické vlastnosti:

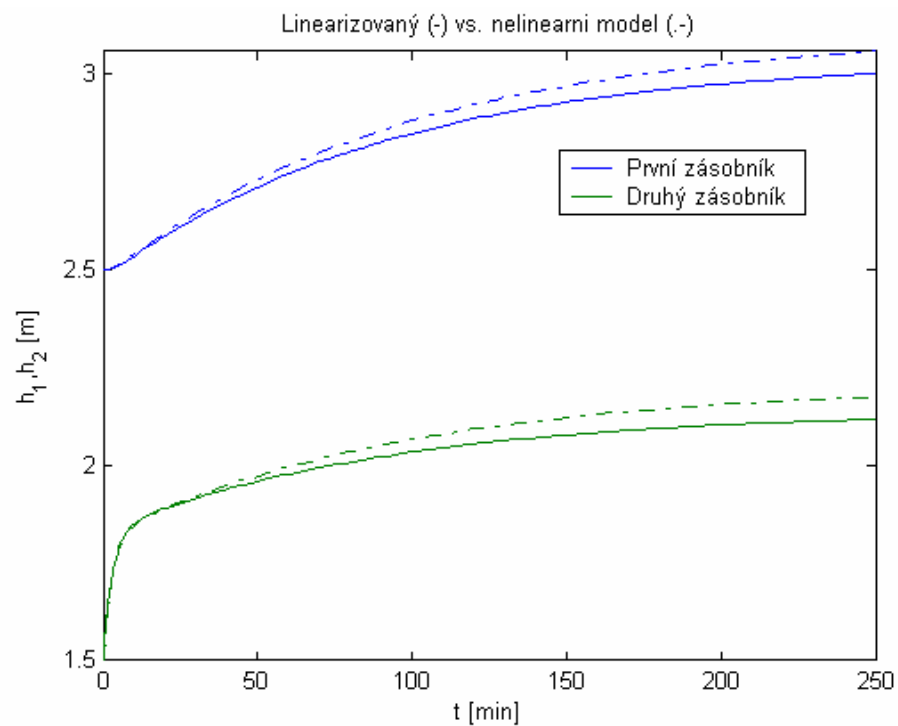
- zobrazení linearizovaného modelu, porovnání s nelineárním modelem pro oba zvolené pracovní body.

Na dalším obr.9 je znázorněna dynamika linearizovaného modelu pro první pracovní bod. Z obrázku jde vidět jak se postupně od daného pracovního bodu ustalují hladiny v obou zásobnících na nových hodnotách pro zvolenou změnu přítoků.

Na obr.10 je ukázáno porovnání linearizovaného a nelineárního modelu. Zde je patrna určitá odchylka v dynamice, která však není tak výrazná. Tato odchylka je způsobena nepřesností (chybou) s jakou kolem pracovního bodu linearizujeme.

První pracovní bod:

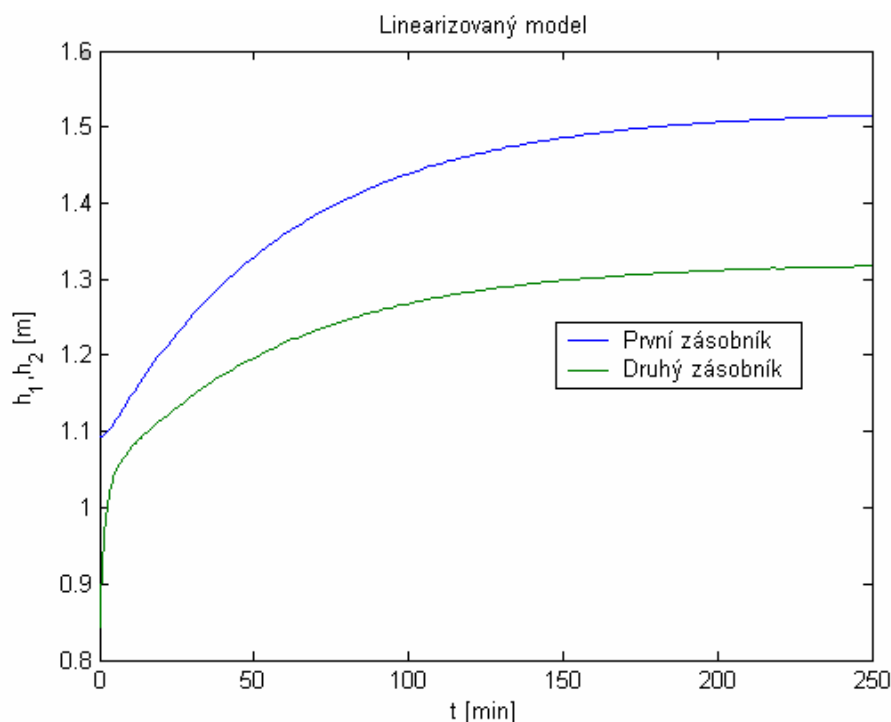
Obr.9: Linearizovaný model pro první pracovní bod



Obr.10: Linearizovaný vs.nelineární model pro první pracovní bod

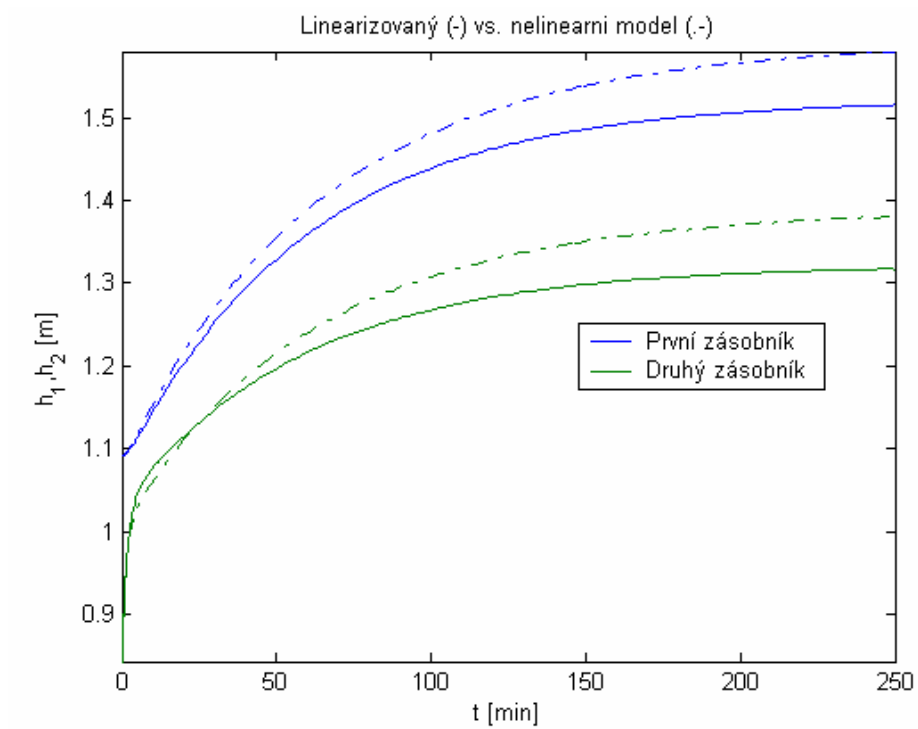
Na obr.11 je znázorněn linearizovaný model pro druhý pracovní bod. Z grafu vidíme že oproti prvnímu pracovnímu bodu se budou hladiny v zásobnících déle ustalovat což je způsobeno výchozími hodnotami (změnami vstupních přítoků).

Druhý pracovní bod:



Obr.11: Linearizovaný model pro druhý pracovní bod

Na obr.12 je uvedeno srovnání linearizovaného a nelineárního modelu pro druhý pracovní bod. Zde opět vidíme určitou odchylku linearizovaného modelu s nelineárním. V tomto případě je odchylka už větší, což je zřetelně patrné s grafu.



Obr.12: Linearizovaný vs.nelineární model pro druhý pracovní bod

ZÁVĚR

Předmětem této bakalářské práce bylo řešit analýzu statických a dynamických vlastností nelineárního, mnohorozměrového dynamického systému se soustředěnými parametry. Jedná se o případ dvou zásobníků na kapalinu zapojených za sebou.

V první části této práce jsem se zabýval teoretickým rozbořem, kde jsou popsány obecné pravidla jak sestavit daný matematický model zkoumaného systému.

Experimentální (praktická) část této práce spočívala ve vytvoření jednoduchého grafického rozhraní GUI v programu MATLAB a ověření výchozích vztahů odvozených na základě vytvořeného matematického modelu. Výsledný model je popsán dvěmi diferenciálními rovnicemi 1. řádu a dvěmi nelineárními rovnicemi.

Matematický model slouží k analýze a následnému řešení statických i dynamických vlastností. Ve statice jsem se zabýval řešením modelu ustáleného stavu systému. Protože ustálené stavy jsou třeba do počátečních podmínek nelineárními D.R., ale promítnou se také do koeficientů linearizovaného modelu. V dynamice jsem se zabýval rozbořem linearizovaného (odchylkového) modelu a jeho porovnáním s původním, nelineárním modelem. Lineární odchylkový model je jednodušší, lépe se řeší, jeho počáteční podmínky jsou nulové, ale koeficienty závisí na zvoleném pracovním bodu, kolem kterého provádíme linearizaci.

Produktem této bakalářské práce je vytvořená aplikace GUI v programu MATLAB která slouží k výpočtům i simulacím řešené problematiky statiky i dynamiky dvou zásobníků na kapalinu zapojených za sebou. Tento program je přiložen jako příloha 2. Podmětem této celé analýzy statických a dynamických vlastností dvou zásobníků na kapalinu zapojených za sebou bylo vytvoření nástroje pro kontrolu studentských prací a také návrh vzorového protokolu do předmětu „Analýza a simulace technologických procesů“. Tento protokol je přiložen jako příloha 1.

SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY

- [1] BALÁTĚ, J. *Automatické řízení*. 1. vyd. Praha: BEN, 2003. 664 s. ISBN 80-7300-020-2.
- [2] Mikleš, J. a M. Fikar: Modelovanie, identifikácia a riadenie procesov I. *Vydavateľ'stvo STU*, Bratislava, 1999.
- [3] Building GUIs with MATLAB. *The Mathworks Inc.*, 1997.
- [4] Using MATLAB Graphics. *The Mathworks Inc.*, 2000.
- [5] Luyben, W.L.: Process modelling, simulation and control for chemical engineers. *McGraw-Hill*, New York, 1989.
- [6] Kolomazník K.: Modelování zpracovatelských procesů, skriptum VUT v Brně, Fakulta technologická ve Zlíně. Brno, 1990.
- [7] Raichelová M.: Analýza statických a dynamických vlastností chemického reaktoru na výrobu cyklopentanolu, bakalářská práce, Zlín, 2001.
- [8] Šťastný J.: Simulace systémů, skriptum VUT FSI v Brně, Fakulta strojního inženýrství VUT, Brno 2002.
- [9] Getting Started With MATLAB *The Mathworks Inc.*, 1997.

SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK

q_1^S, q_2^S – vstupní ustálené průtoky - [m^3/min]

F_1, F_2 – průřezy nádrží - [m^2]

h_1, h_2 – výšky hladin - [m]

V_1, V_2 – objemy kapalin v zásobnících - [m^3]

k_1, k_2 – konstanty ventilů - [$\text{m}^{5/2}/\text{min}$]

q_1, q_2 – výtoky ze zásobníků - [m^3/min]

D_1, D_2 – průměry nádrží - [m]

h_1^S, h_2^S – výška ustálených hladin - [m]

u_1, u_2 – odchylka přítoků od jejich ustálených hodnot - [m^3/min]

tp – počáteční doba simulace - [min]

tk – konečná doba simulace - [min]

q_{1V}, q_{2V} – vstupní průtoky - [m^3/min]

h_1, h_2 – výška hladin - [m]

x_1, x_2 – vnitřní stavy

$a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22}, b_{11}, b_{22}$ – koeficienty diferenciálních rovnic linearizovaného modelu

D.R. – diferenciální rovnice

SEZNAM OBRÁZKŮ

Obr.1: Zásobníky na kapalinu zapojené za sebou

Obr.2: Grafické objekty v GUI aplikaci

Obr.3: Vstup do GUI aplikace

Obr.4: Zobrazení pracovní oblasti GUI aplikace

Obr.5: Property inspector

Obr.6: Ukázka vytvořené GUI aplikace

Obr.7: Statická charak. prvního zásobníku s danými pracovními body P1,P2

Obr.8: Statická charak. druhého zásobníku s danými pracovními body P1,P2

Obr.9: Linearizovaný model pro první nalezený pracovní bod

Obr.10: Linearizovaný vs.nelineární model pro první pracovní bod

Obr.11: Linearizovaný model pro druhý nalezený pracovní bod

Obr.12: Linearizovaný vs.nelineární model pro druhý pracovní bod

SEZNAM TABULEK

Tabulka I: Výchozí hodnoty systému

SEZNAM PŘÍLOH

P1: Vzorový protokol do předmětu Analýza a simulace technologických procesů.

P2: Vytvořená aplikace GUI uložená na CD.

Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně Fakulta technologická Institut řízení procesů a aplikované informatiky			
Předmět:		Analýza a simulace technologických procesů	
Název úlohy:		Zásobníky na kapalinu zapojené za sebou	
Jméno:		Datum:	
Skupina:		Hodnocení:	

Řešte úlohu, kdy jsou dva válcové zásobníky na kapalinu propojené do série. Předpokládejte, že dna zásobníků jsou ve stejné výšce, průřezy obou zásobníků jsou konstantní a oba zásobníky jsou otevřené, takže tlak plynu nad hladinami se nemění.

Zadání protokolu:

Vypracujte protokol který obsahuje následující položky:

- výchozí obecné vztahy popisující daný systém
- výsledný linearizovaný odchylkový model s uvedením vztahů pro výpočet koeficientů diferenciální rovnice
- 3D grafy statických charakteristik
- řešte v programu MATLAB
- simulujte odezvu systému na změnu vstupních přítoků pro 2 zvolené prac. body

Postup:

Ve statických charakteristikách znázorněte použité pracovní body jako P_1 a P_2 (viz dále) a uveďte také použité rovnice. Pro 2 pracovní body zásobníků simulujte přechod z jednoho ustáleného stavu do druhého, přičemž 1. pracovní bod je stejný pro všechny:

Zvolené hodnoty:

$$D_1 = 2,5 \text{ m}, D_2 = 1,5 \text{ m}$$

$$q_{1v}^s = 0,5 \text{ [m}^3/\text{min]}, \quad q_{2v}^s = 0,3 \text{ [m}^3/\text{min]}$$

$$h_1^s = 1,5 \text{ [m]}, \quad h_2^s = 1 \text{ [m]}$$

2. pracovní bod si zvolí každý sám v mezích $\pm 50 \%$ od 1. pracovního bodu. Změnu přítoků od ustálených hodnot do zásobníků nastavte vždy na následující hodnoty:

$$u_1 = -0,1 \text{ [m}^3\text{/min]}, \quad u_2 = 0,06 \text{ [m}^3\text{/min]}$$

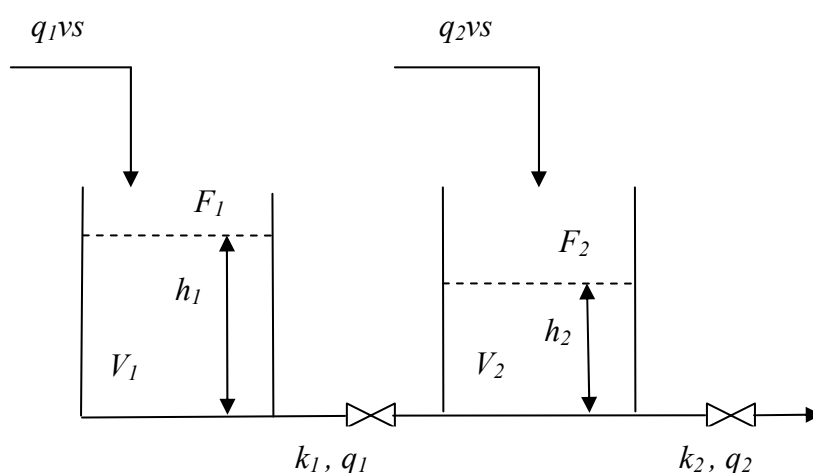
Všimněte si změny v dynamice modelu pro tyto 2 různé pracovní body, své pozorování popište a zdůvodněte.

Tabulka parametrů zásobníků:

$q_1 v^S, q_2 v^S$ - vstupní ustálené průtoky - [m ³ /min]
F_1, F_2 - průřezy nádrží - [m ²]
h_1, h_2 - výška hladin - [m]
V_1, V_2 - objemy kapalin v zásobnících - [m ³]
k_1, k_2 - konstanty ventilů - [m ^{5/2} /min]
q_1, q_2 - výtok ze zásobník - [m ³ /min]
u_1, u_2 - odchylka přítoků od ustálených hodnot - [m ³ /min]
D_1, D_2 - průměry zásobníků - [m]

Vypracování :

Schematický obrázek:



Zásobníky na kapalinu zapojené za sebou

Vstupními veličinami systému jsou vstupní průtoky $q_1 v, q_2 v$ stavovými veličinami výšky hladiny h_1, h_2 a průtoky q_1, q_2 .

Bilance pro oba zásobníky.

$$\{\text{Přítok do zásobníku}\} = \{\text{odtok ze zásobníku}\} + \{\text{akumulace kapaliny v zásobníku}\}$$

Jsou-li objemy kapalin v zásobníku označené jako V_1, V_2 bilanční rovnice mají tvar:

$$\begin{aligned} q_{1V} &= q_1 + \frac{dV_1}{dt}, \text{ pro první zásobník} \\ q_{2V} + q_1 &= q_2 + \frac{dV_2}{dt}, \text{ pro druhý zásobník} \end{aligned} \quad (1)$$

Vzhledem k tomu, že průřezy zásobníku jsou konstantní, můžeme změny objemu vyjádřit pomocí změn výšek hladin $dV = Fdh$ a následovně rovnice (1) ve tvaru:

$$\begin{aligned} F_1 \frac{dh_1}{dt} + q_1 &= q_{1V} \\ F_2 \frac{dh_2}{dt} + q_2 - q_1 &= q_{2V} \end{aligned} \quad (2)$$

s počátečními podmínkami $h_1(0) = h_1^S$, $h_2(0) = h_2^S$.

Je známo, že průtok média přes ventil je úměrný druhé odmocnině z rozdílu tlaků média před ventilem a za ventilem. V našem případě jde o hydrostatické tlaky úměrné výškám hladin v zásobnících a tudíž pro výtoky platí:

$$\begin{aligned} q_1 &= k_1 \sqrt{h_1 - h_2} \\ q_2 &= k_2 \sqrt{h_2} \end{aligned} \quad (3)$$

kde k_1, k_2 jsou konstanty ventilu a pro $h_1 < h_2$ je $q_1 = -q_1$.

Model systému je tedy popsán čtyřmi rovnicemi, z toho dvěmi diferenciálními rovnicemi 1. řádu (2) a dvěmi nelineárními rovnicemi (3) vyjadřující nelineární vazby mezi stavovými veličinami. Vzhledem k existenci těchto nelineárních vazeb se tedy jedná o **nelineární model systému**.

Počáteční podmínky v rovnicích (2) získáme řešením modelu ustáleného stavu. Jelikož v **ustáleném stavu** platí $q_1^S = q_{1V}^S$ a $q_2^S = q_{1V}^S + q_{2V}^S$, dostaneme po dosazení těchto vztahů do (3) pro výpočet ustálených hodnot výšek hladin a tedy polohy pracovního bodu (h_1^S , h_2^S) dvě rovnice:

$$\begin{aligned} q_{1V}^S &= k_1 \sqrt{h_1^S - h_2^S} \\ k_2 \sqrt{h_2^S} &= q_{2V}^S + k_1 \sqrt{h_1^S - h_2^S} \end{aligned} \quad (4)$$

Pozn.: v ustáleném vztahu vždy platí $h_1^S > h_2^S$.

Linearizovaný matematický model systému, který bude současně modelem odchylkovým, odvodíme následovně:

Zavedeme odchylky výšek hladin a vstupních průtoků od počátečního ustáleného stavu:

$$\begin{aligned} x_j(t) &= \Delta h_j(t) = h_j(t) - h_j^S, \\ u_j(t) &= \Delta q_{jV}(t) = q_{jV}(t) - q_{jV}^S, j = 1, 2 \end{aligned} \quad (5)$$

Převědeme rovnici (2) do odchylkového tvaru (vždy levou a pravou stranu rovnice)

$$\begin{aligned} F_1 \frac{d\Delta h_1}{dt} + \Delta q_1 &= \Delta q_{1V} \\ F_2 \frac{d\Delta h_2}{dt} + \Delta q_2 - \Delta q_1 &= \Delta q_{2V} \end{aligned} \quad (6)$$

Nyní odchylky (diference) průtoků nahradíme lineárními členy jejich Taylorova rozvoje v okolí pracovního bodu (h_1^S, h_2^S). Pro obě odchylky postupně dostaneme:

$$\begin{aligned} \Delta q_1 &= \left(\frac{\partial q_1}{\partial h_1} \right)^S \Delta h_1 + \left(\frac{\partial q_2}{\partial h_2} \right)^S \Delta h_2 = \frac{k_1}{2\sqrt{h_1^S - h_2^S}} (\Delta h_1 - \Delta h_2) = \frac{k_1 \sqrt{h_1^S - h_2^S}}{2(h_1^S - h_2^S)} (\Delta h_1 - \Delta h_2) = \\ &= \frac{q_{1V}^S}{2\sqrt{h_1^S - h_2^S}} (\Delta h_1 - \Delta h_2) = K_1 (\Delta h_1 - \Delta h_2) \end{aligned} \quad (7)$$

$$\Delta q_2 = \left(\frac{\partial q_2}{\partial h_2} \right)^S \Delta h_2 = \frac{k_2}{2\sqrt{h_2^S}} \Delta h_2 = \frac{k_2 \sqrt{h_2^S}}{2h_2^S} \Delta h_2 = \frac{q_2^S}{2h_2^S} \Delta h_2 = K_2 \Delta h_2 \quad (8)$$

Vidíme, že koeficienty K_1, K_2 jsou závislé na poloze pracovního bodu, tedy počátečního ustáleného stavu, v okolí kterého nelineární model linearizujeme. Z této skutečnosti vyplývá nutnost předběžného řešení ustáleného stavu pro systémy s původně nelineárními modely. Znalost počátečního ustáleného stavu je pak nejen potřebná pro určení počátečních podmínek diferenciálních rovnic, reprezentujících nelineární model, ale i pro případné sestavení linearizovaného modelu.

Po dosazení (5) a (6) spolu s označením (7,8) získáme odchylkový model systému ve tvaru:

$$\begin{aligned} u_1 &= K_1(x_1 - x_2) + F_1 \frac{dx_1}{dt} \\ u_2 &= K_2x_2 - K_1(x_1 - x_2) + F_2 \frac{dx_2}{dt} \end{aligned} \quad (9)$$

s nulovými počátečními podmínkami $x_1(0) = x_2(0) = 0$. Nyní můžeme model převést do tvaru:

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + b_{11}u_1 \\ \frac{dx_2}{dt} &= a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + b_{22}u_2 \end{aligned} \quad (10)$$

kde

$$\begin{aligned} a_{11} &= -\frac{K_1}{F_1} & a_{12} &= \frac{K_1}{F_1} & b_{11} &= \frac{1}{F_1} \\ a_{21} &= \frac{K_1}{F_2} & a_{22} &= -\frac{K_1 + K_2}{F_2} & b_{22} &= \frac{1}{F_2} \end{aligned}$$

Znovu je třeba zdůraznit, že koeficienty v linearizovaném modelu (v tomto případě pouze koeficienty a_{ij}) jsou závislé na počátečním ustáleném stavu, tedy na poloze pracovního bodu, v okolí kterého nelineární model linearizujeme.

Řešení úlohy:

Zvolené parametry:

$$D_1 = 3 \text{ m} \quad D_2 = 2,5 \text{ m}$$

$$tp = 0 \text{ min} \quad tk = 150 \text{ min}$$

1. pracovní bod:

Výchozí parametry:

$$q_{1v}^s = 0,5 \text{ m}^3/\text{min} \quad q_{2v}^s = 0,3 \text{ m}^3/\text{min} \quad h_1^s = 1,5 \text{ m} \quad h_2^s = 1 \text{ m}$$

$$u_1 = -0,1 \text{ m}^3/\text{min} \quad u_2 = 0,06 \text{ m}^3/\text{min}$$

Vypočtené parametry konstant promocí prostředí MATLAB:

1) ventilů k_1, k_2

$$k_1 = 0,7071 \text{ m}^{5/2}/\text{min} \quad k_2 = 0,8 \text{ m}^{5/2}/\text{min}$$

2) koeficienty D.R. linearizovaného modelu pro simulaci

$$a_{11} = -0,071 \quad a_{12} = 0,071 \quad b_{11} = 0,142$$

$$a_{21} = 0,102 \quad a_{22} = -0,183 \quad b_{22} = 0,204$$

2. pracovní bod:

Zvolené parametry:

- konstanty ventilů vychází z 1.pracovního bodu

$$q_{1v}^s = 0,6 \text{ m}^3/\text{s} \quad q_{2v}^s = 0,35 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$tp = 0 \text{ min} \quad tk = 150 \text{ min}$$

$$k_1 = 0,7071 \text{ m}^{5/2}/\text{min} \quad k_2 = 0,8 \text{ m}^{5/2}/\text{min}$$

Vypočtené parametry konstant promocí prostředí MATLAB:

1) ustálené hladiny

$$h_1^s = 2,13 \text{ m} \quad h_2^s = 1,41 \text{ m}$$

2) koeficienty D.R. linearizovaného modelu pro simulaci

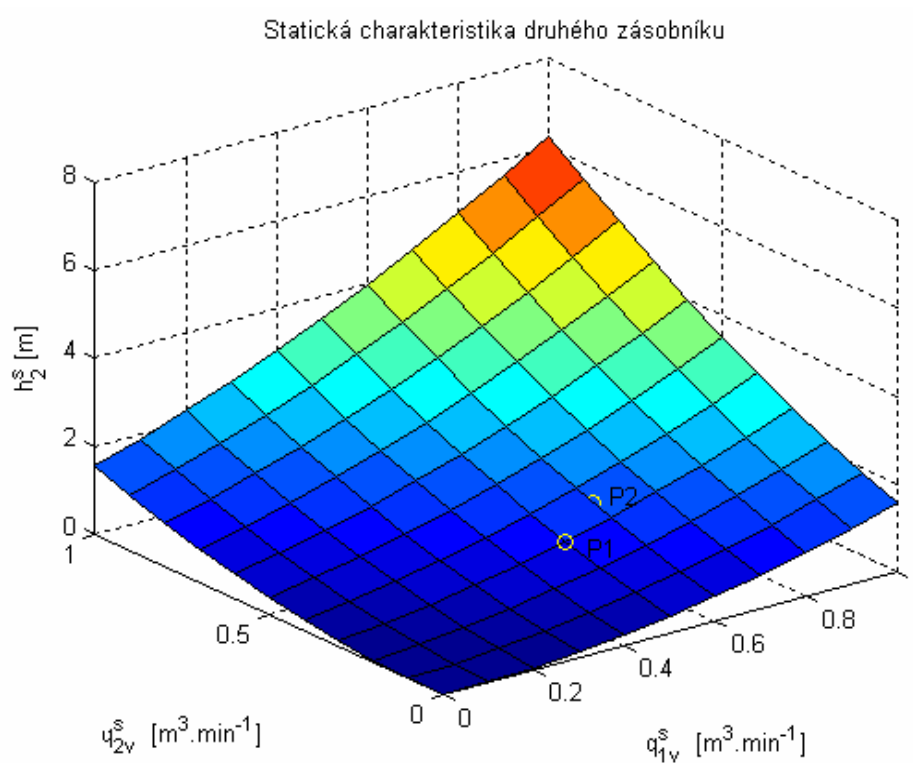
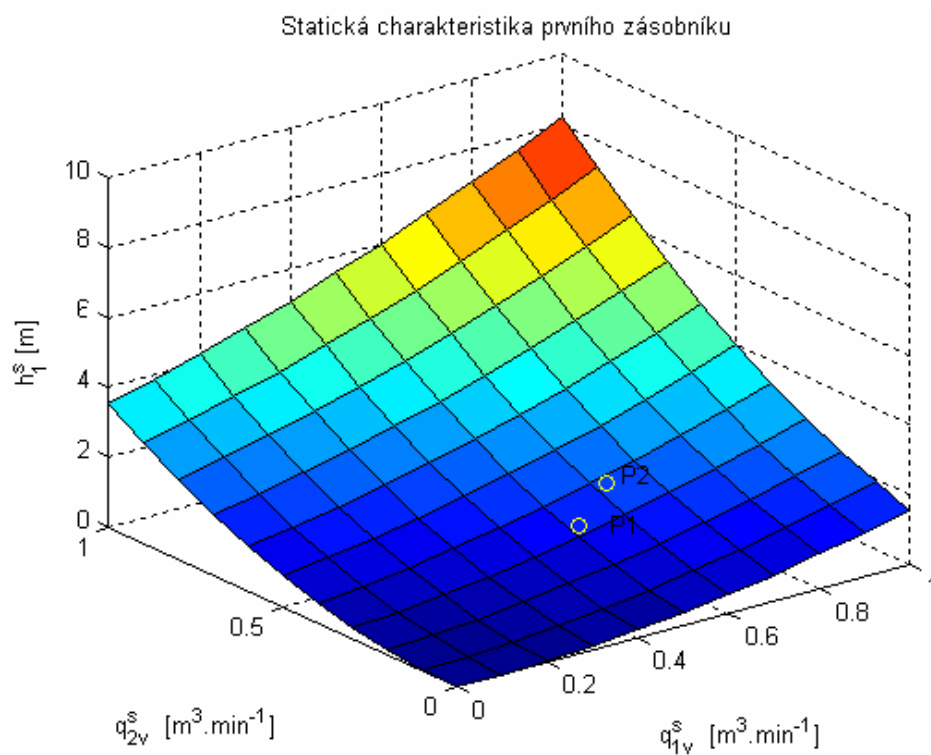
$$a_{11} = -0,059 \quad a_{12} = 0,059 \quad b_{11} = 0,142$$

$$a_{21} = 0,085 \quad a_{22} = -0,153 \quad b_{22} = 0,204$$

Simulace:

Statické vlastnosti:

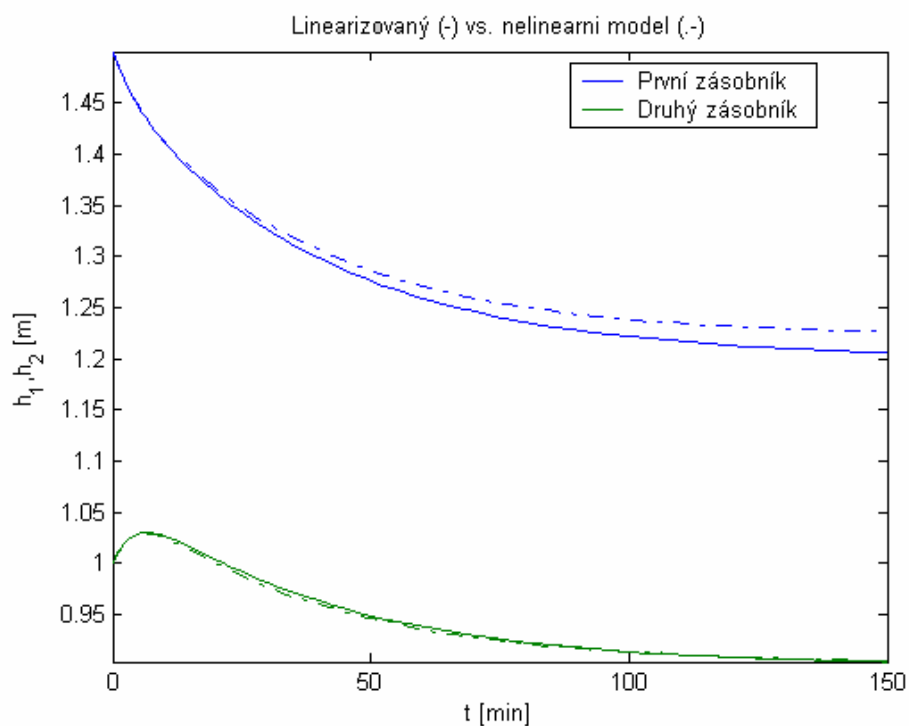
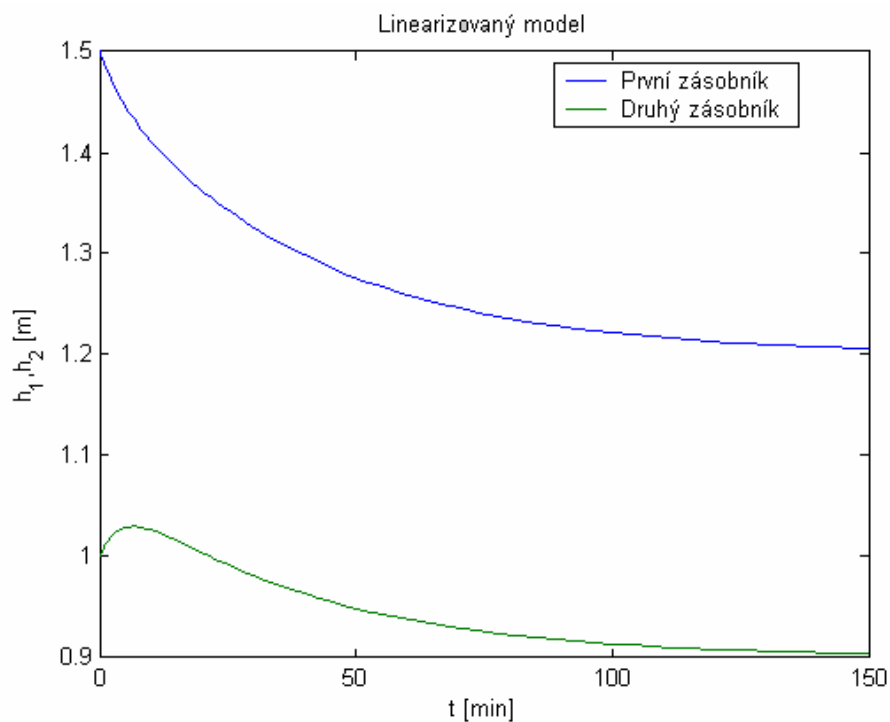
- zobrazení pracovního bodu P1,P2 ve statické charakteristice



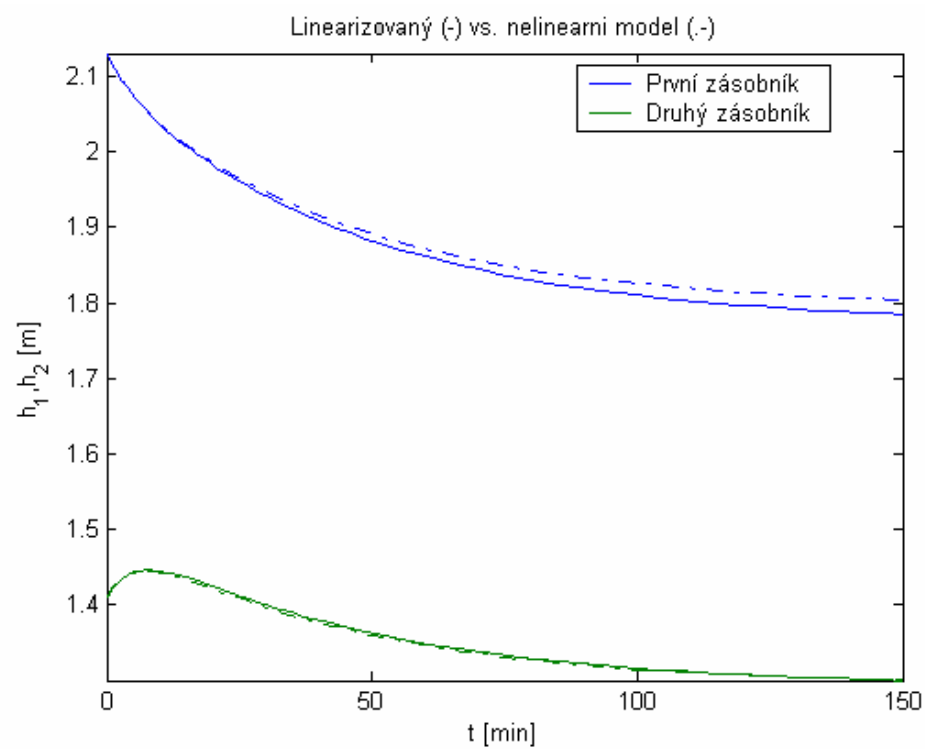
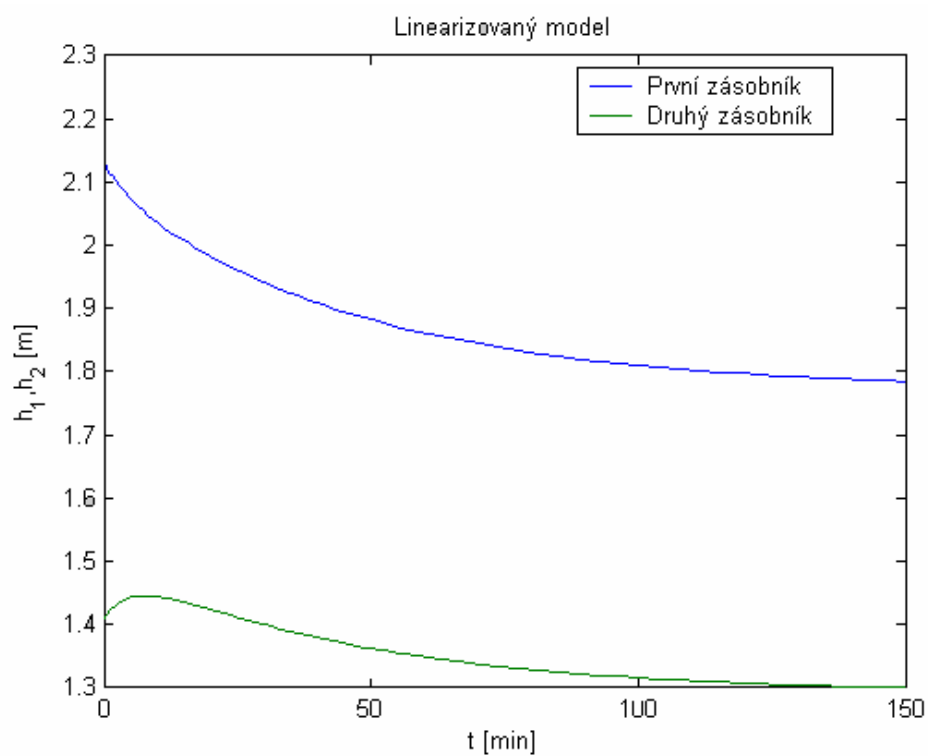
Dynamické vlastnosti:

- simulace linearizovaného modelu, porovnání s nelineárním modelem pro oba zvolené pracovní body.

První pracovní bod:



Druhý pracovní bod:



Závěr:

Byla provedena analýza statických a dynamických vlastností dvou zásobníků na kapalinu zapojených za sebou, a to simulačními prostředky. Matematický model je popsán dvěma diferenciálními rovnicemi 1.řádu a dvěma nelineárními rovnicemi. Jedná se tedy o nelineární systém, mnohorozměrový se soustředěnými parametry. Protože nelinearita není tak silná, můžeme provést linearizaci tečnou rovinou v pracovním bodě. Tím se dopustíme určité odchylky od skutečnosti. Tato odchylka není ale tak velká, pohybujeme-li se při řízení v blízkém okolí pracovního bodu. Chceme-li změnit pracovní bod, musíme znovu spočítat koeficienty lineárních diferenciálních rovnic.

Z grafů jde jasně vidět že se nelineární model v okolí pracovního bodu moc neliší od linearizovaného, tudíž můžeme pro účely řízení vytvořit linearizovanou verzi, a tím se celý návrh řízení zjednoduší.