

Aplikace polynomiální metody v různých konfiguracích systému řízení

The application of polynomial method using various
control system configurations

Bc. David Hába

Diplomová práce
2005



Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně
Fakulta technologická
Institut řízení procesů a aplikované informatiky

Vložit oficiální zadání diplomové práce

Děkuji tímto vedoucímu mé diplomové práce prof. Ing. Petru Dostálovi, CSc. za odborné vedení, rady, připomínky a všechny zodpovězené dotazy týkající se dané problematiky.

Souhlasím s tím, že s výsledky mé práce může být naloženo podle uvážení vedoucího diplomové práce, ředitele ústavu a institutu. V případě publikace budu uveden jako spoluautor.

Prohlašuji, že jsem na celé diplomové práci pracoval samostatně a použitou literaturu jsem citoval.

Ve Zlíně, 15. 5. 2005

.....

podpis diplomanta

RESUMÉ

Diplomová práce se zabývá aplikací polynomiální metody v návrhu spojitého řízení lineárních spojitéch systémů ve vybraných konfiguracích systému řízení. Obecné požadavky na vlastnosti systémů řízení jsou silná stabilita a vnitřní ryzost systému řízení, asymptotické sledování referenčního signálu a kompenzace poruch vstupujících do systému řízení. Metoda je použita pro různé typy systémů druhého řádu, včetně systémů s neminimální fází a systémů nestabilních v 1DOF, 2DOF a okrajově $2\frac{1}{2}$ DOF konfiguracích systému řízení. Pro uvažované typy řízených systémů jsou polynomiální metodou spolu s metodou přiřazení pólů získány výsledné struktury regulátorů a vztahy pro výpočet jejich parametrů. Postup je ověřen simulacemi na modelech uvažovaných řízených systémů.

SUMMARY

The Master thesis deals with application of polynomial method in design of continuous control of linear continuous systems in selected control system configurations. General requirements on control system features are strong stability and internal properness of the control system, asymptotic tracking of reference signal and attenuation of disturbance entering the control system. The method is used for various second order systems, including non-minimal phase systems and non-stable systems in 1DOF, 2DOF and marginally $2\frac{1}{2}$ DOF control system configurations. For considered types of controlled systems, the resulting controller's structures and terms for calculating their parameters are obtained by polynomial method along with the pole-placement method. The procedure is verified by simulations on models of considered controlled systems.

OBSAH

ÚVOD	7
1 TEORETICKÁ ČÁST	9
1.1 POPIS VLASTNOSTÍ SYSTÉMU	9
1.2 POLYNOMIÁLNÍ METODA SYNTÉZY SYSTÉMU ŘÍZENÍ	10
1.3 ZÁKLADNÍ POŽADAVKY NA VLASTNOSTI SYSTÉMU ŘÍZENÍ	11
1.4 SYNTÉZA V RŮZNÝCH KONFIGURACÍCH SYSTÉMU ŘÍZENÍ	11
1.4.1 1DOF konfigurace systému řízení	12
1.4.2 2DOF konfigurace systému řízení	15
1.4.3 $2^{1/2}$ DOF konfigurace systému řízení	18
1.5 VOLBA PÓLŮ UZAVŘENÉHO REGULAČNÍHO OBVODU	21
1.5.1 Násobné póly	21
1.5.2 Polynom $a(s)$ v kombinaci s násobným pólem	22
1.5.3 Polynom $n(s)$ v kombinaci s násobným pólem	22
1.5.4 Aplikace LQ řízení	23
2 EXPERIMENTÁLNÍ ČÁST	24
2.1 1 DOF KONFIGURACE	25
2.2 2 DOF KONFIGURACE	25
2.3 SOUSTAVA ČÍSLO 1	26
2.3.1 1 DOF konfigurace	26
2.3.2 2 DOF konfigurace	27
2.4 SOUSTAVA ČÍSLO 2	27
2.4.1 1 DOF konfigurace	27
2.4.2 2 DOF konfigurace	28
2.5 SOUSTAVA ČÍSLO 3	29
2.5.1 1 DOF konfigurace	29
2.5.2 2 DOF konfigurace	30
2.6 SOUSTAVA ČÍSLO 4	31
2.6.1 1 DOF konfigurace	31
2.6.2 2 DOF konfigurace	32
2.7 SOUSTAVA ČÍSLO 5	32
2.7.1 1 DOF konfigurace	32
2.7.2 2 DOF konfigurace	33
2.8 SOUSTAVA ČÍSLO 6	34
2.8.1 1 DOF konfigurace	34
2.8.2 2 DOF konfigurace	35
2.9 SOUSTAVA ČÍSLO 1 SE ZMĚNOU VSTUPNÍCH SIGNÁLŮ	36
2.9.1 1 DOF konfigurace	36
2.9.2 2 DOF a $2^{1/2}$ DOF konfigurace	36
3 SIMULAČNÍ ČÁST	38
3.1 Simulační prostředí	38
3.2 SOUSTAVA ČÍSLO 1	40
3.2.1 1 DOF konfigurace	41
3.2.2 2 DOF konfigurace	42
3.2.3 Porovnání 1 DOF a 2 DOF konfigurací	42
3.3 SOUSTAVA ČÍSLO 2	43
3.3.1 1 DOF konfigurace	43
3.3.2 2 DOF konfigurace	44
3.3.3 Porovnání 1 DOF a 2 DOF konfigurací	44
3.4 SOUSTAVA ČÍSLO 3	45
3.4.1 1 DOF konfigurace	45
3.4.2 2 DOF konfigurace	46

3.4.3	Porovnání 1 DOF a 2 DOF konfigurací.....	47
3.5	SOUSTAVA ČÍSLO 4	47
3.5.1	1 DOF konfigurace	48
3.5.2	2 DOF konfigurace	48
3.5.3	Porovnání 1 DOF a 2 DOF konfigurací.....	49
3.6	SOUSTAVA ČÍSLO 5	50
3.6.1	1 DOF konfigurace	50
3.6.2	2 DOF konfigurace	51
3.6.3	Porovnání 1 DOF a 2 DOF konfigurací.....	51
3.7	SOUSTAVA ČÍSLO 6	52
3.7.1	1 DOF konfigurace	52
3.7.2	2 DOF konfigurace	53
3.7.3	Porovnání 1 DOF a 2 DOF konfigurací.....	54
3.8	SOUSTAVA ČÍSLO 1 SE ZMĚNOU VSTUPNÍCH SIGNÁLŮ	55
ZÁVĚR.....		56
SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY		58
SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK.....		59
SEZNAM OBRÁZKŮ.....		60
SEZNAM TABULEK		61
SEZNAM PŘÍLOH.....		62

ÚVOD

Současná teorie automatického řízení zná celou řadu metod syntézy regulačních obvodů, založených na různých přístupech. Lze je v zásadě rozdělit do třídy tzv. metod "konvenčních" (v praxi stále nejvíce používaných) a třídy metod, často označovaných jako metody "moderní". Každá z těchto tříd se ovšem dále dělí a obsahuje celou řadu skupin založených na různých postupech a operacích. Konvenční metody, které je opět možné dělit na metody exaktní, empirické a experimentální, jsou přehledně popsány např. v monografii autorů Šulce a Vítečkové [1]. Operace při návrhu spojitých i diskrétních regulátorů zde mohou být vedeny v oblasti časové, komplexní i frekvenční. Třída moderních metod syntézy je neméně rozsáhlá. Zpravidla sem bývají zařazovány metody algebraické, metody prediktivního řízení a metody založené na využití prvků umělé inteligence.

Diplomová práce je zaměřena na využití polynomiální metody syntézy pro spojitý systém řízení. Tato metoda patří do skupiny algebraických metod syntézy. O algebraických metodách včetně metody polynomiální se lze dočíst např. v práci Kučery [2] nebo v monografii Mikleše a Fikara [3]. Obecně platí, že polynomiální metoda je založena na algebraických operacích v okruhu polynomů v komplexní proměnné (pro spojitý systém je touto komplexní proměnnou s jako parametr L -transformace). Metoda je úzce spojena s metodou přiřazení pólů přenosu uzavřeného regulačního obvodu.

Základní rozdíl mezi návrhem regulátoru konvenčními metodami (máme na mysli metody vycházejícími z koeficientů charakteristického polynomu přenosu uzavřeného regulačního obvodu, jako např. metoda Naslinova, Whiteleyho standardní tvary a některé další) spočívá v následujícím:

Při aplikaci konvenční metody je pro daný přenos řízeného systému zvolen určitý typ regulátoru, zpravidla ze třídy PID regulátorů, a pak způsobem předepsaným danou metodou určeny jeho parametry. Při aplikaci polynomiální metody jsou předepsány pouze základní vlastnosti systému řízení (budou uvedeny v další části diplomové práce) a vymezena třída vstupujících signálů, tj. referenčního signálu a poruchy. Metoda pak vede nejen ke vztahům pro výpočet parametrů výsledných regulátorů, ale určuje i strukturu těchto regulátorů. Tyto struktury pak mohou být netradiční, nepatřící do třídy PID regulátorů, zvláště tehdy, nejsou-li vstupními signály funkce skokové, ale např. funkce rampové, harmonické nebo exponenciální.

Přednosti použití polynomiální metody v návrhu řízení jsou nesporné. Výsledné regulátory jsou zde výsledkem řešení polynomiálních (diofantických) rovnic s polynomem na pravé straně, jehož kořeny představují póly přenosu uzavřeného regulačního obvodu. Vhodnou volbou těchto pólů (úloha přiřazení pólů) lze splnit nejen samozřejmý požadavek stability regulačního obvodu, ale i dosáhnout požadované kvality řízení. Metoda je založena pouze na algebraických postupech, nevyžaduje složitější operace ani žádné doplňující (např. tabelární) údaje. Umožňuje nalézt regulátory nejen stabilizující (tj. zajišťující stabilitu celého systému řízení), ale i stabilní, které jsou vhodné pro praktické použití, viz např. články Dostála a Sysaly [5] nebo Křivánkové a Dostála [6]. Další výhodou metody je, že odvozené vztahy pro výpočet parametrů regulátoru mohou být snadno naprogramovány a poté využity např. v algoritmech adaptivního řízení. Metoda je použitelná v návrhu řízení nejen pro tradiční konfiguraci s pouze zpětnovazebním regulátorem (1DOF), ale i ve složitějších 2DOF a $2\frac{1}{2}$ DOF konfiguracích, které jsou popsány např. v monografii Grimbleho [4].

V diplomové práci jsou uvedeny postupy pro návrh řízení a odvozeny vztahy pro výpočet parametrů regulátoru pro šest různých typů systémů druhého řádu v 1DOF a 2DOF a konfiguracích, v jednom případě ve $2\frac{1}{2}$ DOF konfiguraci. Referenční signál i porucha vstupující do regulačního obvodu jsou uvažovány jako skokové funkce, pouze v jednom případě je referenční signál volen jako rampa. Poslední část práce je věnována simulačnímu ověření získaných algoritmů. Simulace jsou prováděny v programovém prostředí MATLAB-Simulink.

1 TEORETICKÁ ČÁST

1.1 Popis vlastností systému

V časové oblasti je jednorozměrový lineární spojité dynamický systém popsán lineární diferenciální rovnicí ve tvaru:

$$a_n(t)y^{(n)}(t) + \dots + a_1(t)y'(t) + a_0(t)y(t) = b_m(t)u^{(m)}(t) + \dots + b_1(t)u'(t) + b_0(t)u(t) \quad (1)$$

kde $y(t)$ je výstupní a $u(t)$ vstupní veličina systému. Počáteční podmínky v rovnici (1) mohou být obecně nenulové $y^{(i)}(0) = y_0^{(i)}$, $i = 0, 1, \dots, n-1$, $u^{(j)}(0) = u_0^{(j)}$, $j = 0, 1, \dots, m-1$.

Koeficienty $a_i(t), b_i(t)$ mohou být časově proměnné (t-variantní nebo nestacionární systémy) nebo konstantní (t-invariantní nebo stacionární systémy). Pro fyzikálně realizovatelné systémy musí platit $m \leq n$.

Diferenciální rovnici (1) s konstantními koeficienty odpovídá přenos, který tvoří podíl polynomů $b(s)$ a $a(s)$

$$G(s) = \frac{b(s)}{a(s)} \quad (2)$$

Přenos $G(s)$ je racionální lomenou funkcí v komplexní proměnné s . Ryzost přenosové funkce je dána stupni polynomů $a(s)$ a $b(s)$. Platí-li $\deg b \leq \deg a$, mluvíme o ryzí přenosové funkci. Pokud platí pouze nerovnost $\deg b < \deg a$, je přenosová funkce striktně ryzí. Zkratka $\deg$ znamená stupeň polynomu.

Póly přenosu jsou kořeny charakteristického polynomu $a(s)$, tedy kořeny charakteristické rovnice $a(s)=0$. Nulami přenosu rozumíme kořeny polynomu čitatele přenosu $b(s)$, tj. kořeny rovnice $b(s)=0$.

Řád přenosu určuje stupeň polynomu jmenovatele přenosu, tedy stupeň polynomu $a(s)$. Tedy systém 2. řádu bude mít ve jmenovateli přenosu polynom 2. stupně. Relativní řád systému je rozdíl mezi stupni polynomu jmenovatele a polynomu čitatele přenosu:

$$\deg a - \deg b \quad (3)$$

Rozhodující vlastností systému je jeho stabilita. V dalších úvahách bude vyhovující pojem vnější (BIBO – Bounded Input – Bounded Output) stability, kdy za stabilní je považován takový systém, ve kterém omezený vstup do systému generuje omezený výstup ze systému. Jestliže vycházíme z přenosu systému (2), pak nutnou a postačující podmínkou jeho stability je, aby póly tohoto přenosu byly stabilní, tj. aby kořeny $a(s)$ ležely v levé

části komplexní roviny.

Další důležitá vlastnost systému je dána čitatelem přenosu (2). Jestliže zde všechny kořeny $b(s)$ leží v levé části komplexní roviny (jinak řečeno, $b(s)$ je stabilní polynom resp. přenos (2) má pouze stabilní nuly), jedná se o systém s minimální fází. Pokud byť jen jediný z kořenů $b(s)$ leží v pravé části komplexní roviny a $b(s)$ je tedy nestabilní, jde o systém s neminimální fází.

1.2 Polynomiální metoda syntézy systému řízení

Účinným nástrojem pro syntézu systému řízení (regulačního obvodu) je polynomiální metoda, která patří do třídy algebraických metod syntézy. Při aplikaci polynomiální metody je návrh spojitých regulátorů založen na operacích v okruhu polynomů v komplexní proměnné s . Na rozdíl od konvenčních metod syntézy (např. Naslinova metoda, standardní tvary atd.), kdy je nejprve zvolen typ regulátoru (PI, PID) a potom počítány jeho parametry, výsledkem polynomiální metody jsou nejen vztahy pro výpočet parametrů regulátoru, ale i jeho struktura. Struktura regulátoru je přitom určena základními požadavky na vlastnosti systému řízení a také charakterem signálů do něho vstupujících (referenční signál a porucha). Výsledkem aplikace polynomiální metody jsou pak často regulátory s netradiční strukturou, zejména v případech, jestliže referenčním signálem nebo poruchou není skoková funkce, ale např. rampa nebo funkce harmonická.

Vlastní postup při návrhu regulátoru polynomiální metodou spočívá v řešení polynomiálních (diofantických) rovnic s pravou stranou, kterou tvoří charakteristický polynom přenosu uzavřeného regulačního obvodu. Kořeny tohoto polynomu, které jsou póly přenosu uzavřeného regulačního obvodu, pak určují kvalitu řízení. Volba vhodných pólů představuje známou úlohu přiřazení pólů (PA – Pole Assignment). Existuje celá řada způsobů, jak tyto póly volit, od exaktního přiřazení až po přiřazení pólů v daném smyslu optimální.

Mezi výhody polynomiálního přístupu spolu s metodou přiřazení pólů patří skutečnost, že umožňuje nalézt regulátory stabilní – je totiž známo, že systém řízení může být stabilizován i regulátorem nestabilním, který však není příliš vhodný pro praktické použití – nebo regulátor, v jehož čitateli přenosu jsou pouze kladné koeficienty, což zabraňuje vzniku kladných zpětných vazeb pro jednotlivé složky regulátoru. K podstatným výhodám

metody patří i skutečnost, že vztahy pro výpočet parametrů regulátorů jsou lehce programovatelné a metoda může být tedy výhodně použita např. v algoritmech adaptivního řízení.

1.3 Základní požadavky na vlastnosti systému řízení

Základní požadavky na vlastnosti systému řízení lze formulovat následovně:

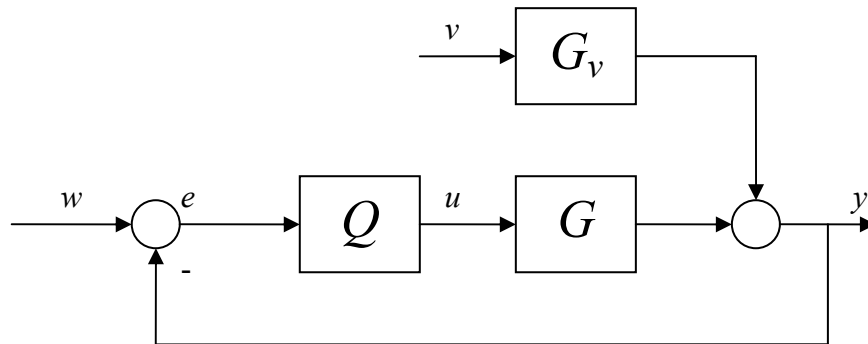
1. Stabilita systému řízení (regulačního obvodu).
2. Vnitřní ryzost systému řízení (systém je vnitřně ryzí tehdy, jestliže jsou ryzí všechny jeho prvky).
3. Asymptotické sledování referenčního signálu (žádané hodnoty výstupu).
4. Úplná kompenzace poruchy vstupujícího do řízeného objektu.

1.4 Syntéza v různých konfiguracích systému řízení

V aplikacích konvenčních metod syntézy bývá zpravidla uvažován regulační obvod s jediným regulátorem ve zpětné vazbě. Polynomiální metoda umožňuje odvození regulátorů i v jiných, složitějších konfiguracích systému řízení. Řízení v těchto konfiguracích pak často umožňuje získat řízení z určitého hlediska kvalitnější, a to jak na straně řízeného výstupu (např. z hlediska překmitu), tak na straně akčního vstupu, např. vzhledem k jeho změnám. Úlohou této části práce je návrh regulátorů ve vybraných konfiguracích systému řízení.

1.4.1 1DOF konfigurace systému řízení

Tato konfigurace obsahuje pouze zpětnovazební regulátor (1DOF znamená one degree of freedom, tedy systém s jedním stupněm volnosti). Konfigurace je zobrazena na Obr. 1.



Obr. 1. 1DOF konfigurace systému řízení

Na obrázku je Q zpětnovazební regulátor, G označuje dynamiku řízeného systému vzhledem k akční veličině a G_v vzhledem k poruše, w je referenční signál (žádaná hodnota výstupu), u je akční veličina, y řízený výstup, e je regulační odchylka a v poruchová veličina.

Přenosy akční veličiny a poruchy jsou

$$G(s) = \frac{b(s)}{a(s)} \quad (4)$$

kde $a(s)$ a $b(s)$ jsou nesoudělné polynomy v komplexní proměnné s kde $\deg b \leq \deg a$ a

$$G_v(s) = \frac{c(s)}{a(s)} \quad (5)$$

kde $\deg c \leq \deg a$

Přenos zpětnovazebního regulátoru hledáme ve tvaru podílu nesoudělných polynomů q a p

$$Q(s) = \frac{q(s)}{p(s)} \quad (6)$$

s podmínkou ryzosti

$$\deg q \leq \deg p \quad (7)$$

Obrazy základních signálů v regulačním obvodu mohou být nyní popsány jako

$$Y(s) = G(s)U(s) + G_v(s)V(s) = \frac{b(s)}{a(s)}U(s) + \frac{c(s)}{a(s)}V(s) \quad (8)$$

$$U(s) = Q(s)E(s) = \frac{q(s)}{p(s)}[W(s) - Y(s)] \quad (9)$$

Dosazením (4) a (9) do (8) a následnou úpravou dostaneme

$$\begin{aligned} Y(s) &= \frac{b(s)}{a(s)} \cdot \frac{q(s)}{p(s)} [W(s) - Y(s)] + \frac{c(s)}{a(s)} V(s) \\ \left(1 + \frac{bq}{ap}\right) Y(s) &= \frac{bq}{ap + bq} W(s) + \frac{c}{a} V(s) \\ Y(s) &= \frac{bq}{ap + bq} W(s) + \frac{cp}{ap + bq} V(s) \end{aligned} \quad (10)$$

Dosadíme (10) do vztahu $E(s) = W(s) - Y(s)$

$$\begin{aligned} E(s) &= \left(1 - \frac{bq}{ap + bq}\right) W(s) - \frac{cp}{ap + bq} V(s) \\ E(s) &= \frac{ap}{ap + bq} W(s) - \frac{cp}{ap + bq} V(s) \end{aligned} \quad (11)$$

Označíme

$$ap + bq = d \quad (12)$$

Potom dostaneme:

$$Y(s) = \frac{1}{d} [bqW(s) + cV(s)] \quad (13)$$

$$E(s) = \frac{p}{d} [aW(s) + cV(s)] \quad (14)$$

$$U(s) = \frac{q}{d} [aW(s) - cV(s)] \quad (15)$$

Podmínka stability systému je splněna, jestliže polynomy p , q v přenosu jsou dány řešením polynomiální rovnice

$$a(s)p(s) + b(s)q(s) = d(s) \quad (16)$$

se stabilním polynomem d na pravé straně.

Obrazy referenčního signálu a poruchy jsou ve tvaru

$$W(s) = \frac{h_w(s)}{f_w(s)} \quad (17)$$

kde $\deg h_w \leq \deg f_w$, w je index žádané hodnoty.

$$V(s) = \frac{h_v(s)}{f_v(s)} \quad (18)$$

kde $\deg h_v \leq \deg f_v$, v je index poruchy.

Pokud dosadíme do (14) za $W(s)$ a $V(s)$ vztahy (17) a (18), dostaneme následující rovnici:

$$E(s) = \frac{p}{d} \left[a \cdot \frac{h_w(s)}{f_w(s)} - c \cdot \frac{h_w(s)}{f_w(s)} \right] \quad (19)$$

Podmínkou asymptotického sledování referenčního signálu v časové oblasti, respektive v komplexní rovině je, aby platilo

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) = 0 \quad (20)$$

Tato podmínka bude v každém případě zajištěna, jestliže polynom p v (19) bude současně dělen jmenovateli obrazů referenčního signálu i poruchy. To bude splněno tehdy, jestliže p bude ve tvaru

$$p(s) = f(s) \tilde{p}(s) \quad (21)$$

kde $f(s)$ je nejmenší společný násobek $f_v(s)$ a $f_w(s)$.

Rovnice (16) může být nyní přepsána do tvaru

$$a(s)f(s)\tilde{p}(s) + b(s)q(s) = d(s) \quad (22)$$

Doposud neznámé stupně polynomů $\tilde{p}$, q a d mohou být počítány na základě následující úvahy:

Předpokládáme, že rovnice (22) bude řešena metodou neurčitých koeficientů, tj. porovnáním koeficientů při stejných mocninách s na její levé a pravé straně. Platí, že polynom k -tého stupně má $k + 1$ koeficientů (k mocnin s + prostý člen) a poskytuje tedy $k + 1$ rovnic pro porovnání. Dále, z podmínek ryzosti přenosů řízeného systému i regulátoru plyne, že dominantní stupeň v rovnici (22) má první člen na její levé straně a ten tedy musí být i stupněm její pravé strany, tzn.

$$\deg d = \deg \left(af \tilde{p} \right) = \deg a + \deg f + \deg \tilde{p} \quad (23)$$

Počet rovnic pro porovnání koeficientů na levé a pravé straně (20) tedy je

$$PR = \deg d + 1 = \deg a + \deg f + \deg \tilde{p} \quad (24)$$

a počet neznámých koeficientů polynomů $\tilde{p}$ a q je

$$PN = \deg \tilde{p} + \deg q + 2 \quad (25)$$

Z rovnosti $PR = PN$ pak lze pro stupně jednotlivých polynomů odvodit vztahy

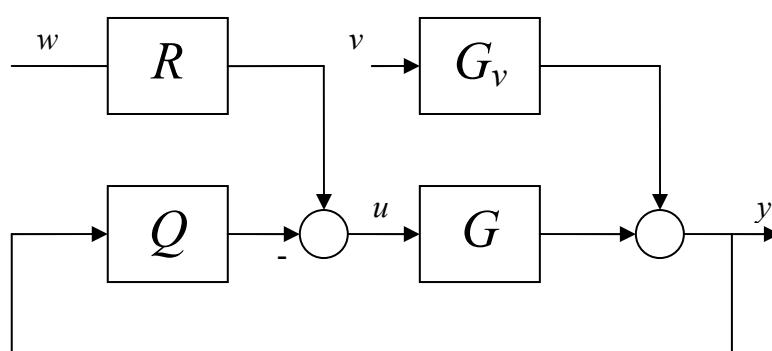
$$\deg q = \deg a + \deg f - 1 \quad (26)$$

$$\deg \tilde{p} \geq \deg a - 1 \quad (27)$$

$$\deg d \geq 2 \deg a + \deg f - 1 \quad (28)$$

1.4.2 2DOF konfigurace systému řízení

Tato konfigurace používá kromě zpětnovazebního regulátoru i regulátor přímovazební. 2DOF znamená two degrees of freedom, tedy systém se dvěma stupni volnosti. Struktura regulačního obvodu v této konfiguraci je zobrazena na Obr. 2.



Obr. 2. 2DOF konfigurace systému řízení

Q – zpětnovazební část regulátoru

R – přímovazební část regulátoru

Ostatní značení je jako u předchozí konfiguraci.

Přenosové funkce:

Přenosy $G(s)$ a $G_v(s)$ jsou ve stejném tvaru jako 1DOF konfigurace.

a) přenosy regulátorů

$$Q(s) = \frac{q(s)}{p(s)} \quad (6)$$

kde $q(s)$ a $p(s)$, jsou nesoudělné polynomy v komplexní proměnné s a platí $\deg q \leq \deg p$

$$R(s) = \frac{r(s)}{p(s)} \quad (29)$$

kde $r(s)$ a $p(s)$ jsou nesoudělné polynomy v komplexní proměnné s a platí $\deg r \leq \deg p$

$$Y(s) = G(s)U(s) + G_v(s)V(s) = \frac{b(s)}{a(s)}U(s) + \frac{c(s)}{a(s)}V(s) \quad (30)$$

$$U(s) = R(s)W(s) + Q(s)Y(s) = \frac{r(s)}{p(s)}W(s) - \frac{q(s)}{p(s)}Y(s) \quad (31)$$

Dosadím (4) a (31) do (30) a následující úpravou dostaneme:

$$\begin{aligned} Y(s) &= \frac{b}{a} \left[\frac{r}{p} W(s) - \frac{q}{p} Y(s) \right] + \frac{c}{a} V(s) \\ \left(1 + \frac{bq}{ap} \right) Y(s) &= \frac{br}{ap} W(s) + \frac{c}{a} V(s) \\ Y(s) &= \frac{br}{ap + bq} W(s) + \frac{cp}{ap + bq} V(s) \end{aligned} \quad (32)$$

Dosadíme (32) do vztahu $E(s) = W(s) - Y(s)$ a dostaneme:

$$E(s) = \left(1 - \frac{br}{ap + bq} \right) W(s) - \frac{cp}{ap + bq} V(s) \quad (33)$$

označíme

$$ap + bq = d \quad (12)$$

Polynom $d(s)$ je charakteristický polynom systému.

Dosazením (12) do (32) a (33) dostaneme:

$$Y(s) = \frac{1}{d} [brW(s) + cpV(s)] \quad (34)$$

$$E(s) = \frac{1}{d} [(d - br)W(s) - cpV(s)] \quad (35)$$

Podmínka stability systému řízení je splněna, jestliže polynomy q a p v přenosu zpětnovazebního regulátoru jsou dány řešením polynomiální rovnice $a(s)p(s) + b(s)q(s) = d(s)$ se stabilním polynomem d na pravé straně

$$W(s) = \frac{h_w(s)}{f_w(s)} \quad (17)$$

$$V(s) = \frac{h_v(s)}{f_v(s)} \quad (18)$$

Pokud dosadíme do (35) za $W(s)$ a $V(s)$ vztahy (17) a (18), dostaneme následující rovnici:

$$E(s) = \frac{1}{d} \left[(d - br) \frac{h_w}{f_w} - cp \frac{h_v}{f_v} \right] \quad (36)$$

Úplná kompenzace poruchy bude zajištěna, jestliže polynom f_v bude dělit polynom p , tzn. bude-li platit:

$$p(s) = f_v(s) \tilde{p} \quad (37)$$

Asymptotické sledování je zajištěno, jestliže f_w ve výrazu (36) bude dělit $d-br$, tzn., že bude platit

$$d-br=tf_w \quad (38)$$

A tedy čítec polynomu r v přímovazební části regulátoru je dán řešením druhé polynomiální rovnice

$$t(s)f_w(s) + b(s)r(s) = d(s) \quad (39)$$

Polynom t nevstupuje do přenosu regulátoru, ale musí být zaveden v zájmu řešitelnosti předchozí rovnice (39)

$$a(s)f_v(s)\tilde{p}(s) + b(s)q(s) = d(s) \quad (40)$$

$$t(s)f_w(s) + b(s)r(s) = d(s) \quad (41)$$

Systém řízení bude vnitřně ryzí, jestliže přenosy všech prvků v systému budou ryzí, tj. platí:

$$\deg d = \deg a + \deg f_v + \deg \tilde{p} \quad (42)$$

$$\text{počet rovnic} \quad PR = \deg d + 1 = \deg a + \deg f_v + \deg \tilde{p} + 1 \quad (43)$$

$$\text{počet neznámých} \quad PN = \deg q + \deg \tilde{p} + 2 \quad (44)$$

Musí platit, že počet rovnic = počet neznámých, z čehož plyne:

$$\deg q = \deg a + \deg f_v - 1 \quad (45)$$

$$\deg f_v + \deg \tilde{p} \geq \deg a + \deg f_v - 1 \quad (46)$$

$$\deg \tilde{p} \geq \deg a - 1 \quad (47)$$

V některých případech je však třeba (jak bude později ukázáno), aby $\deg \tilde{p} \geq \deg a - 1$.

Proto stupeň polynomu p definujeme jako :

$$\deg \tilde{p} = \deg a - 1 + k \quad (48)$$

kde k je číslo, $k=0,1,2,\dots$

Potom platí

$$\deg d = 2 \deg a + \deg f_v - 1 + k \quad (49)$$

$$\deg d = \deg t + \deg f_w \quad (50)$$

$$PR2 = \deg d + 1 = \deg t + \deg f_w + 1 \quad (51)$$

$$PN2 = \deg t + \deg r + 2 \quad (52)$$

$$\deg r - \deg f_w - 1 \quad (53)$$

$$\deg f_v + \deg \tilde{p} \geq \deg r \quad (54)$$

$$\deg f_v + \deg a - 1 + k \geq \deg f_w - 1 \quad (55)$$

$$k \geq \deg f_w - \deg f_v - \deg a \quad (56)$$

pro $\deg f_w - \deg f_v - \deg a$ je $\leq 0 \Rightarrow$ budeme volit $k = 0$

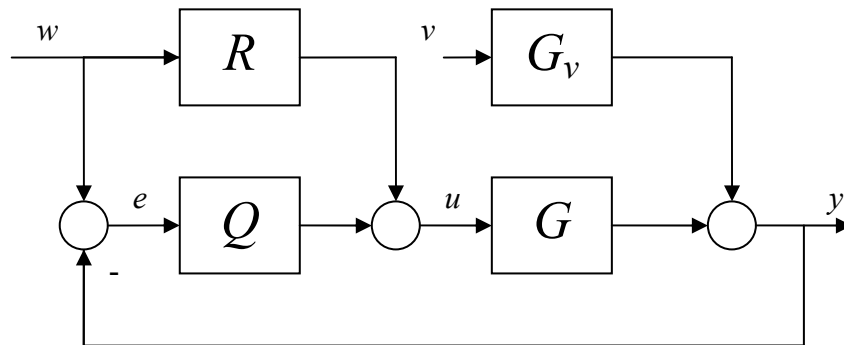
pro $\deg f_w - \deg f_v - \deg a > 0 \Rightarrow k = \deg f_w - \deg f_v - \deg a$

$$\deg t + \deg f_w = 2 \deg a + \deg f - 1 + k$$

$$\deg t = 2 \deg a + \deg f_v - \deg f_w - 1 + k$$

1.4.3 $2^{1/2}$ DOF konfigurace systému řízení

Tato konfigurace opět používá zpětnovazební i přímovazební část regulátoru. Struktura regulačního obvodu v této konfiguraci je zobrazena na Obr. 3.



Obr. 3. $2^{1/2}$ DOF konfigurace systému řízení

Tato konfigurace má značení úplně stejné jako 2 DOF konfigurace

Přenosové funkce:

Přenosy $G(s)$, $G_v(s)$, $Q(s)$, $R(s)$ jsou ve stejném tvaru jako předchozí konfigurace.

$$Y(s) = \frac{b(s)}{a(s)} U(s) + \frac{c(s)}{a(s)} V(s) \quad (57)$$

$$U(s) = \frac{q(s)}{p(s)} E(s) + \frac{r(s)}{p(s)} W(s) \quad (58)$$

Dosazením (4) a (58) do (57) a následovanou úpravou dostaneme

$$Y(s) = \frac{b}{a} \left[\frac{q}{p} (W(s) - Y(s)) + \frac{r}{p} W(s) \right] + \frac{a}{c} V(s)$$

$$\left(1 + \frac{bq}{ap} \right) Y(s) = \frac{bq + br}{ap} W(s) + \frac{c}{a} V(s)$$

Označíme

$$d = ap + bq$$

$$Y(s) = \frac{bq + br}{d} W(s) + \frac{cp}{d} V(s) \quad (59)$$

Dosadíme (59) do vztahu $E(s) = W(s) - Y(s)$

$$E(s) = \left(1 - \frac{bq + br}{d} \right) W(s) - \frac{cp}{d} V(s)$$

$$E(s) = \frac{ap - br}{d} W(s) - \frac{cp}{d} V(s)$$

$$E(s) = \frac{1}{d} \left[(ap - br) \frac{h_w}{f_w} - cp \frac{h_v}{f_v} \right] \quad (60)$$

Pro úplnou kompenzaci poruchy

$$p(s) = f_v(s) \tilde{p}(s) \quad (37)$$

$$a(s) f_v(s) \tilde{p}(s) + b(s) q(s) = d(s) \quad (40)$$

Asymptotické sledování je v tomto případě zajištěno, jestliže f_w v rovnici (60) dělí výraz $cp - br$ a tedy platí:

$$ap - br = t f_w \quad (61)$$

$$t(s) f_w(s) + b(s) r(s) = a(s) f_v(s) \tilde{p}(s) \quad (62)$$

Polynom r v přímovazební části regulátoru je pak dán řešením polynomiální rovnice (62). Jestliže v rovnici (62) bude platit $f_w = f_v$ (např. pro referenční i poruchový signál jako skokové funkce), pak řešením dostaneme $r(s) = 0$ a $t(s) = a(s) \tilde{p}(s)$ a konfigurace degeneruje na 1 DOF konfiguraci. Použití této konfigurace má tedy význam pouze v případě, že referenční a poruchový signál jsou 2 rozdílné třídy funkcí – např. $w(t)$ rampa, $v(t)$ skokové funkce.

Systém řízení bude vnitřně ryzí, jestliže přenosy všech prvků v systému budou ryzí, tj. platí:

$$\deg d = \deg a + \deg f_v + \deg \tilde{p} \quad (42)$$

počet rovnic $PR = \deg d + 1 = \deg a + \deg f_v + \deg \tilde{p} + 1 \quad (43)$

počet neznámých $PN = \deg q + \deg \tilde{p} + 2 \quad (44)$

Musí platit, že počet rovnic = počtu neznámých, z čehož plyne:

$$\deg q = \deg a + \deg f_v - 1 \quad (45)$$

$$\deg f_v + \deg \tilde{p} \geq \deg a + \deg f_v - 1 \quad (46)$$

$$\deg \tilde{p} \geq \deg a - 1 \quad (47)$$

V některých případech je však třeba (jak bude později ukázáno), aby $\deg \tilde{p} \geq \deg a - 1$.

Bylo ošetřeno následovně:

$$\deg \tilde{p} = \deg a - 1 + k \quad (48)$$

k -číslo

Potom

$$\deg d = 2 \deg a + \deg f_v - 1 + k \quad (49)$$

$$\deg d = \deg t + \deg f_w \quad (50)$$

$$PR2 = \deg d + 1 = \deg t + \deg f_w + 1 \quad (51)$$

$$PN2 = \deg t + \deg r + 2 \quad (52)$$

$$\deg r - \deg f_w - 1 \quad (53)$$

$$\deg f_v + \deg \tilde{p} \geq \deg r \quad (54)$$

$$\deg f_v + \deg a - 1 + k \geq \deg f_w - 1 \quad (55)$$

$$k \geq \deg f_w - \deg f_v - \deg a \quad (56)$$

pro $\deg f_w - \deg f_v - \deg a \leq 0 \Rightarrow$ budeme volit $k = 0$

pro $\deg f_w - \deg f_v - \deg a > 0 \Rightarrow k = \deg f_w - \deg f_v - \deg a$

$$\deg t + \deg f_w = 2 \deg a + \deg f - 1 + k$$

$$\deg t = 2 \deg a + \deg f_v - \deg f_w - 1 + k$$

1.5 Volba pólů uzavřeného regulačního obvodu

Úloha přiřazení pólů řeší volbu pravé strany charakteristické rovnice, tedy volbu polynomu $d(s)$. V každém případě to musí být stabilní polynom, který má obecně tvar:

$$d(s) = \prod_{i=1}^{\deg d} (s + s_i), \quad (66)$$

kde $s_i = \alpha_i + j\omega_i$ a $\alpha_i > 0$ pro všechna i . Pokud $\omega_i = 0$ pro všechna i (tj. volíme jen reálné póly), získáme aperiodický (nekmitavý) charakter regulačního pochodu. V případě volby komplexně sdružených pólů obdržíme kmitavý regulační pochod. Volbou reálné a imaginární části pólů zajistíme požadovaný průběh regulačního pochodu, tj. dobu regulace a překmit. Přístupů k volbě pólů je známých mnoho, liší se především podle typu soustavy, kterou chceme řídit. Odlišná je tedy volba pólů pro stabilní a nestabilní soustavy, stejně jako pro soustavy s minimální či neminimální fází. Dalším problémem je, zda zvolit jeden násobný kořen, či několik různých reálných či imaginárních kořenů a jak stanovit vztah mezi těmito kořeny. Další z možností je zvolit jako část polynomu $d(s)$ přímo prvek z přenosu regulované soustavy, např. polynom $a(s)$ či jeho část. V této kapitole uvedu několik možností volby charakteristického polynomu, a to z hlediska typu soustavy.

1.5.1 Násobné póly

Tento typ charakteristického polynomu má tvar:

$$d(s) = (s + \alpha)^n \quad (67)$$

kde $n = \deg d$ a platí $\alpha > 0$.

Volba jednoho několikanásobného pólu je použitelná jen u stabilních soustav a i přesto neposkytuje nejlepší výsledky. Volba pólu α je problematická a volí se na základě zkušeností a simulačního ověření chování obvodu. Příliš velké α vede na velké parametry polynomu $q(s)$, což má za následek nepřiměřené akční zásahy, tzv. wind-up efekt. Protože se parametry regulované soustavy mohou při adaptivním řízení měnit, je vhodné adaptovat i α .

Zlepšení kvality regulace lze dosáhnout volbou dvou několikanásobných pólů. Polynom $d(s)$ pak bude vypadat takto:

$$d(s) = (s + \alpha_1)^k \cdot (s + \alpha_2)^{n-k}, \quad \alpha_i > 0 \quad (68)$$

Neexistuje ovšem žádná metoda, jak explicitně vypočítat vztah mezi α_1 a α_2 , takže jejich volba musí být ověřena simulačně.

Samozřejmě by bylo možno zvolit si ještě více násobných pólů, ale protože neexistuje žádná metoda, která by stanovila jejich vzájemný poměr, jejich volba je spíše otázkou štěstí a zkušenosti. Nalezení takových hodnot α_i , které by významně zlepšily kvalitu regulace, může být navíc velmi zdlouhavé a pracné a nakonec se ani nemusí podařit. Z těchto důvodů se obvykle více než 2 různé póly nevolí.

1.5.2 Polynom $a(s)$ v kombinaci s násobným pólem

Tato volba je možná pouze u stabilních soustav, tj. u soustav se stabilním polynomm $a(s)$ ve jmenovateli přenosu. Polynom $d(s)$ je pak složen ze dvou částí a má tvar:

$$d(s) = a(s)(s + \alpha)^j, \quad (69)$$

kde $j = \deg d - \deg a$. Pro násobný pól opět platí podmínka $\alpha > 0$, jinak by polynom $d(s)$ nebyl stabilní.

1.5.3 Polynom $n(s)$ v kombinaci s násobným pólem

Polynom $d(s)$ v tomto tvaru lze použít u nestabilních soustav a vypadá následovně:

$$d(s) = n(s)(s + \alpha)^j, \quad (70)$$

kde $j = \deg d - \deg a$ a $\alpha > 0$. Polynom $n(s)$ je stabilní polynom získaný spektrální faktorizací

$$n^*(s)n(s) = a^*(s)a(s), \quad (71)$$

kde hvězdička představuje konjugovaný polynom, tzn.

$$n^*(s) = n(-s) \text{ a } a^*(s) = a(-s) \quad (72)$$

a platí $\deg n = \deg a$.

Takováto volba polynomu $d(s)$ stabilizuje i nestabilní soustavy a při výpočtu vede ke stabilnímu regulátoru. Obecně platí, že stabilizovat polynom $a(s)$ můžeme spektrální faktorizací dle rovnice (72).

1.5.4 Aplikace LQ řízení

Postup při aplikaci techniky LQ řízení je podrobně popsán např. v článku Dostála a Bobála [7]. Polynom $d(s)$ zde volíme ve tvaru:

$$d(s) = m(s)g(s) \quad (73)$$

Pro vstupní signály ze třídy skokových funkcí polynom $g(s)$ získáme spektrální faktorizací

$$(sa(s))^* \cdot \varphi(sa(s)) + b^*(s) \cdot \mu b(s) = g^*(s)g(s), \quad (74)$$

kde hvězdička představuje konjugovaný polynom a $\mu \geq 0$ a $\varphi > 0$ jsou váhové koeficienty.

Ke spektrální faktorizaci (74) (známé z teorie LQ řízení) vede úloha minimalizace kvadratického funkcionálu.

$$J = \int_0^\infty \left\{ \mu e^2(t) + \varphi \dot{u}^2(t) \right\} dt \quad (75)$$

V rovnici (75) je $e(t)$ regulační odchylka a $u(t)$ akční zásah regulátoru, $\varphi > 0, \mu \geq 0$ jsou váhové koeficienty.

Polynom $m(s)$ může být definován různými způsoby, např. rovný polynomu $n(s)$ z rovnice (71) (vede na striktní regulátor), nebo rovný stabilní části polynomu $a(s)$, tedy (76).

$$m(s) = a^+(s) \quad (76)$$

Ovšem jen tehdy, jestliže $\deg a^+(s) = \deg a - 1$. Tato volba vede na nestriktnější regulátor.

2 EXPERIMENTÁLNÍ ČÁST

V této části diplomové práce jsem se zaměřil na odvození regulátorů pro několik vybraných typů soustav druhého řádu. Půjde o soustavy stabilní, nestabilní, s minimální i neminimální fází, relativního řádu 1 a 2. Pro stabilní soustavy je použit charakteristický polynom ve tvaru $d(s) = a(s)(s + \alpha)^2$. Pro nestabilní soustavy je použit charakteristický polynom ve tvaru $d(s) = n(s)(s + \alpha)^2$, kde polynom $n(s)$ získáme spektrální faktorizací $n^*(s)n(s) = a^*(s)a(s)$, kde hvězdička představuje konjugovaný polynom. Polynom $n(s)$ je stejného stupně jako polynom $a(s)$, v tomto případě tedy $\deg n = 2$.

$$a(s)a^*(s) = (s^2 + a_1s + a_0)(s^2 - a_1s + a_0) = s^4 + s^2(2a_0 - a_1^2) + a_0^2$$

$$n(s)n^*(s) = (s^2 + n_1s + n_0)(s^2 - n_1s + n_0) = s^4 + s^2(2n_0 - n_1^2) + n_0^2$$

$$s^4 + s^2(2n_0 - n_1^2) + n_0^2 = s^4 + s^2(2a_0 - a_1^2) + a_0^2$$

$$n_0 = \sqrt{a_0^2} \quad n_1 = \sqrt{2n_0 + a_1^2 - 2a_0}$$

Více o tomto způsobu přiřazení pólů je popsáno v kapitole 1.5.

Pro porovnání získaných výsledků je každá soustava řešena zvlášť pro 1 DOF, 2 DOF i $2^{1/2}$ DOF konfiguracích řízení. Jako referenční i poruchový signál jsou uvažovány skokové funkce, tj. $f(s) = f_w(s) = f_v(s) = s$. Jak již bylo uvedeno, použití $2^{1/2}$ DOF konfigurace má význam pouze tehdy, jestliže referenční signál a porucha jsou z rozdílných tříd funkcí. Z tohoto důvodu budou pro oba vstupní signály uvažovány skokové funkce a regulátory budou odvozeny pouze pro 1 DOF a 2 DOF konfigurace. Výsledky pro $2^{1/2}$ DOF konfiguraci budeme řešit v případě, že referenčním signálem je rampa a poruchou skok. Tento případ bude uvedený v poslední části této kapitoly.

Pro uvažované systémy 2. řádu mají vztahy pro výpočet stupňů polynomů a výpočet parametrů následující podobu.

2.1 1 DOF konfigurace

$$\deg q = \deg a + \deg f - 1 = 2 + 1 - 1 = 2 \Rightarrow q(s) = q_2 s^2 + q_1 s + q_0$$

$$\deg \tilde{p} = \deg a - 1 = 2 - 1 = 1 \Rightarrow \tilde{p}(s) = p_1 s + p_0$$

$$\deg d = 2 \deg a + \deg f - 1 = 4 + 1 - 1 = 4 \Rightarrow d(s) = (s + \alpha)^4$$

Výsledný tvar regulátoru je $Q(s) = \frac{q(s)}{p(s)} = \frac{q(s)}{f(s)\tilde{p}(s)} = \frac{q_2 s^2 + q_1 s + q_0}{s(p_1 s + p_0)}$, jeho jednotlivé

hodnoty složek získáme z 1. polynomiální diofantické rovnice

$$a(s)f(s)\tilde{p}(s) + b(s)q(s) = d(s)$$

2.2 2 DOF konfigurace

$$\deg q = \deg a + \deg f_v - 1 = 2 + 1 - 1 = 2 \Rightarrow q(s) = q_2 s^2 + q_1 s + q_0$$

$$\deg \tilde{p} = \deg a - 1 = 2 - 1 = 1 \Rightarrow \tilde{p}(s) = p_1 s + p_0$$

$$\deg d = 2 \deg a + \deg f_v - 1 + k = 4 + 1 - 1 + 0 = 4 \Rightarrow d(s) = (s + \alpha)^4$$

$$\deg r = \deg f_w - 1 = 1 - 1 = 0 \Rightarrow r(s) = r_0$$

$$\deg t = 2 \deg a + \deg f_v - \deg f_w - 1 + k = 4 + 1 - 1 - 1 + 0 = 3 \Rightarrow t(s) = t_3 s^3 + t_2 s^2 + t_1 s + t_0$$

Regulátor $Q(s)$ ve tvaru $Q(s) = \frac{q_2 s^2 + q_1 s + q_0}{s(p_1 s + p_0)}$ získáme řešením 1. polynomiální

diofantické rovnice $a(s)f_v(s)\tilde{p}(s) + b(s)q(s) = d(s)$.

Regulátor $R(s)$ ve tvaru $R(s) = \frac{r_0}{s(p_1 s + p_0)}$ získáme řešením 2. polynomiální diofantické

rovnice $t(s).f_w(s) + b(s).r(s) = d(s)$.

2.3 Soustava číslo 1

V prvním případě bude řízený stabilním systémem 2.řádu, relativního řádu 2 s přenosem

$$G(s) = \frac{b_0}{s^2 + a_1s + a_0}$$

kde $a_1, a_0, b_0 > 0$

2.3.1 1 DOF konfigurace

$$a(s)f(s)\tilde{p}(s) + b(s)q(s) = d(s)$$

$$(s^2 + a_1s + a_0)s(p_1s + p_0) + b_0(q_2s^2 + q_1s + q_0) = a(s)(s + \alpha)^2$$

$$(s^2 + a_1s + a_0)s(p_1s + p_0) + b_0(q_2s^2 + q_1s + q_0) = (s^2 + a_1s + a_0)(s + \alpha)^2$$

$$\begin{aligned} p_1s^4 + a_1p_1s^3 + a_0p_1s^2 + p_0s^3 + a_1p_0s^2 + a_0p_0s + b_0q_2s^2 + b_0q_1s + b_0q_0 = \\ = s^4 + 2\alpha s^3 + \alpha^2 s^2 + a_1s^3 + 2\alpha a_1s^2 + \alpha^2 a_1s + a_0s^2 + 2\alpha a_0s + \alpha^2 a_0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} p_1s^4 + (a_1p_1 + p_0)s^3 + (a_0p_1 + a_1p_0 + b_0q_2)s^2 + (a_0p_0 + b_0q_1)s + b_0q_0 = \\ = s^4 + (2\alpha + a_1)s^3 + (\alpha^2 + 2\alpha a_1 + a_0)s^2 + (\alpha^2 a_1 + 2\alpha a_0)s + \alpha^2 a_0 \end{aligned}$$

Následným porovnáním příslušných koeficientů mocnin dostaneme výsledné rovnice:

$$s^4 : p_1 = 1$$

$$s^3 : a_1p_1 + p_0 = 2\alpha + a_1 \Rightarrow p_0 = 2\alpha$$

$$s^2 : a_0p_1 + a_1p_0 + b_0q_2 = \alpha^2 + 2\alpha a_1 + a_0 \Rightarrow q_2 = \frac{\alpha^2}{b_0}$$

$$s^1 : a_0p_0 + b_0q_1 = \alpha^2 a_1 + 2\alpha a_0 \Rightarrow q_1 = \frac{\alpha^2 a_1}{b_0}$$

$$s^0 : b_0q_0 = \alpha^2 a_0 \Rightarrow q_0 = \frac{\alpha^2 a_0}{b_0}$$

Výsledný regulátor pak bude mít tuto podobu :

$$Q(s) = \frac{q_2s^2 + q_1s + q_0}{s(p_1s + p_0)} = \frac{\frac{\alpha^2}{b_0}(s^2 + sa_1 + a_0)}{s(s + 2\alpha)}$$

2.3.2 2 DOF konfigurace

Rovnice p_1, p_0, q_2, q_1, q_0 jsou totožné jako 1 DOF konfigurace.

Abychom získali poslední potřebnou rovnici r_0 , odvodíme si ji ze 2. polynomiální diofantické rovnice

$$t(s) \cdot f_w(s) + b(s) \cdot r(s) = d(s)$$

$$(t_3 s^3 + t_2 s^2 + t_1 s + t_0)s + b_0 r_0 = (s^2 + a_1 s + a_0)(s + \alpha)^2$$

Následným porovnáním příslušného koeficientu mocnin dostaneme výslednou rovnici:

$$s^0 : b_0 r_0 = \alpha^2 a_0 \Rightarrow r_0 = \frac{\alpha^2 a_0}{b_0}$$

Výsledné regulátory pak budou mít tuto podobu :

$$Q(s) = \frac{q_2 s^2 + q_1 s + q_0}{s(p_1 s + p_0)} = \frac{\frac{\alpha^2}{b_0} (s^2 + s a_1 + a_0)}{s(s + 2\alpha)}$$

$$R(s) = \frac{\frac{\alpha^2}{b_0} a_0}{s(s + 2\alpha)}$$

Podmínkou stability regulátorů v konfiguracích je: $\alpha > 0$

2.4 Soustava číslo 2

Ve druhém případě bude řízený stabilním systémem 2.řádu, relativního řádu 1 s minimální fází přenosu

$$G(s) = \frac{b_1 s + b_0}{s^2 + a_1 s + a_0}$$

kde $a_1, a_0, b_0, b_1 > 0$

2.4.1 1 DOF konfigurace

$$a(s)f(s)\tilde{p}(s) + b(s)q(s) = d(s)$$

$$(s^2 + a_1 s + a_0)s(p_1 s + p_0) + (b_1 s + b_0)(q_2 s^2 + q_1 s + q_0) = (s^2 + a_1 s + a_0)(s + \alpha)^2$$

$$p_1 s^4 + a_1 p_1 s^3 + a_0 p_1 s^2 + p_0 s^3 + a_1 p_0 s^2 + a_0 p_0 s + b_1 q_2 s^3 + b_1 q_1 s^2 + b_1 q_0 s + b_0 q_2 s^2 + b_0 q_1 s + b_0 q_0 =$$

$$= s^4 + 2\alpha s^3 + \alpha^2 s^2 + a_1 s^3 + 2\alpha a_1 s^2 + \alpha^2 a_1 s + a_0 s^2 + 2\alpha a_0 s + \alpha^2 a_0$$

$$p_1 s^4 + (a_1 p_1 + p_0 + b_1 q_2) s^3 + (a_0 p_1 + a_1 p_0 + b_1 q_1 + b_0 q_2) s^2 + (a_0 p_0 + b_1 q_0 + b_0 q_1) s + b_0 q_0 =$$

$$= s^4 + (2\alpha + a_1) s^3 + (\alpha^2 + 2\alpha a_1 + a_0) s^2 + (\alpha^2 a_1 + 2\alpha a_0) s + \alpha^2 a_0$$

Následným porovnáním příslušných koeficientů mocnin dostaneme výsledné rovnice:

$$s^4 : p_1 = 1$$

$$s^3 : a_1 p_1 + p_0 + b_1 q_2 = 2\alpha + a_1$$

$$s^2 : a_0 p_1 + a_1 p_0 + b_1 q_1 + b_0 q_2 = \alpha^2 + 2\alpha a_1 + a_0$$

$$s^1 : a_0 p_0 + b_1 q_0 + b_0 q_1 = \alpha^2 a_1 + 2\alpha a_0$$

$$s^0 : b_0 q_0 = \alpha^2 a_0 \Rightarrow q_0 = a_0 \frac{\alpha^2}{b_0}$$

Řešením tří rovnic o třech neznámých získáme chybějící parametry:

$$p_0 = 2\alpha - b_1 \frac{\alpha^2}{b_0}$$

$$q_2 = \frac{\alpha^2}{b_0}$$

$$q_1 = a_1 \frac{\alpha^2}{b_0}$$

Výsledný regulátor pak bude mít tuto podobu :

$$Q(s) = \frac{\frac{\alpha^2}{b_0} (s^2 + a_1 s + a_0)}{s \left(s + 2\alpha - b_1 \frac{\alpha^2}{b_0} \right)}$$

2.4.2 2 DOF konfigurace

Rovnice p_1, p_0, q_2, q_1, q_0 jsou totožné jako 1 DOF konfigurace.

Abychom získali poslední potřebnou rovnici r_0 , odvodíme si ji ze 2. polynomiální diofantické rovnice

$$t(s) \cdot f_w(s) + b(s) \cdot r(s) = d(s)$$

$$(t_3 s^3 + t_2 s^2 + t_1 s + t_0) s + (b_1 s + b_0) r_0 = (s^2 + a_1 s + a_0) (s + \alpha)^2$$

Následným porovnáním příslušného koeficientu mocnin dostaneme výslednou rovnici:

$$s^0 : b_0 r_0 = \alpha^2 a_0 \Rightarrow r_0 = a_0 \frac{\alpha^2}{b_0}$$

Výsledné regulátory pak budou mít tuto podobu :

$$Q(s) = \frac{\frac{\alpha^2}{b_0} (s^2 + a_1 s + a_0)}{s \left(s + 2\alpha - b_1 \frac{\alpha^2}{b_0} \right)}$$

$$R(s) = \frac{\frac{\alpha^2}{b_0} a_0}{s \left(s + 2\alpha - b_1 \frac{\alpha^2}{b_0} \right)}$$

Podmínkou stability regulátorů v konfiguracích je: $\alpha > 0$

2.5 Soustava číslo 3

Ve třetím případě bude řízený stabilním systémem 2.řádu, relativního řádu 1 s neminimální fází přenosu

$$G(s) = \frac{b_1 s + b_0}{s^2 + a_1 s + a_0}$$

kde $a_1, a_0, b_0 > 0$ a $b_1 < 0$

2.5.1 1 DOF konfigurace

$$a(s)f(s)\tilde{p}(s) + b(s)q(s) = d(s)$$

$$(s^2 + a_1 s + a_0)s(p_1 s + p_0) + (b_1 s + b_0)(q_2 s^2 + q_1 s + q_0) = (s^2 + a_1 s + a_0)(s + \alpha)^2$$

$$\begin{aligned} p_1 s^4 + a_1 p_1 s^3 + a_0 p_1 s^2 + p_0 s^3 + a_1 p_0 s^2 + a_0 p_0 s + b_1 q_2 s^3 + b_1 q_1 s^2 + b_1 q_0 s + b_0 q_2 s^2 + b_0 q_1 s + b_0 q_0 = \\ = s^4 + 2\alpha s^3 + \alpha^2 s^2 + a_1 s^3 + 2\alpha a_1 s^2 + \alpha^2 a_1 s + a_0 s^2 + 2\alpha a_0 s + \alpha^2 a_0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} p_1 s^4 + (a_1 p_1 + p_0 + b_1 q_2) s^3 + (a_0 p_1 + a_1 p_0 + b_1 q_1 + b_0 q_2) s^2 + (a_0 p_0 + b_1 q_0 + b_0 q_1) s + b_0 q_0 = \\ = s^4 + (2\alpha + a_1) s^3 + (\alpha^2 + 2\alpha a_1 + a_0) s^2 + (\alpha^2 a_1 + 2\alpha a_0) s + \alpha^2 a_0 \end{aligned}$$

Následným porovnáním příslušných koeficientů mocnin dostaneme výsledné rovnice:

$$s^4 : p_1 = 1$$

$$s^3 : a_1 p_1 + p_0 + b_1 q_2 = 2\alpha + a_1$$

$$s^2 : a_0 p_1 + a_1 p_0 + b_1 q_1 + b_0 q_2 = \alpha^2 + 2\alpha a_1 + a_0$$

$$s^1 : a_0 p_0 + b_1 q_0 + b_0 q_1 = \alpha^2 a_1 + 2\alpha a_0$$

$$s^0 : b_0 q_0 = \alpha^2 a_0 \Rightarrow q_0 = a_0 \frac{\alpha^2}{b_0}$$

Řešením tří rovnic o třech neznámých získáme chybějící parametry:

$$p_0 = 2\alpha - b_1 \frac{\alpha^2}{b_0}$$

$$q_2 = \frac{\alpha^2}{b_0}$$

$$q_1 = a_1 \frac{\alpha^2}{b_0}$$

Výsledný regulátor pak bude mít tuto podobu :

$$Q(s) = \frac{\frac{\alpha^2}{b_0} (s^2 + a_1 s + a_0)}{s \left(s + 2\alpha - b_1 \frac{\alpha^2}{b_0} \right)}$$

2.5.2 2 DOF konfigurace

Rovnice p_1, p_0, q_2, q_1, q_0 jsou totožné jako 1 DOF konfigurace.

Abychom získali poslední potřebnou rovnici r_0 , odvodíme si ji ze 2. polynomiální diofantické rovnice

$$t(s) \cdot f_w(s) + b(s) \cdot r(s) = d(s)$$

$$(t_3 s^3 + t_2 s^2 + t_1 s + t_0) s + (b_1 s + b_0) r_0 = (s^2 + a_1 s + a_0) (s + \alpha)^2$$

Následným porovnáním příslušného koeficientu mocnin dostaneme výslednou rovnici:

$$s^0 : b_0 r_0 = \alpha^2 a_0 \Rightarrow r_0 = a_0 \frac{\alpha^2}{b_0}$$

Výsledné regulátory pak budou mít tuto podobu :

$$Q(s) = \frac{\frac{\alpha^2}{b_0} (s^2 + a_1 s + a_0)}{s \left(s + 2\alpha - b_1 \frac{\alpha^2}{b_0} \right)}$$

$$R(s) = \frac{\frac{\alpha^2}{b_0} a_0}{s \left(s + 2\alpha - b_1 \frac{\alpha^2}{b_0} \right)}$$

Podmínkou stability regulátorů v konfiguracích je: $\alpha > 0$

2.6 Soustava číslo 4

Ve čtvrtém případě bude řízený nestabilním systémem 2.řádu, relativního řádu 2 s přenosem

$$G(s) = \frac{b_0}{s^2 + a_1s + a_0}$$

kde $b_0 > 0$ a $a_0, a_1 < 0$

2.6.1 1 DOF konfigurace

$$a(s)f(s)\tilde{p}(s) + b(s)q(s) = d(s)$$

$$(s^2 + a_1s + a_0)s(p_1s + p_0) + b_0(q_2s^2 + q_1s + q_0) = (s^2 + n_1s + n_0)(s + \alpha)^2$$

$$\begin{aligned} p_1s^4 + a_1p_1s^3 + a_0p_1s^2 + p_0s^3 + a_1p_0s^2 + a_0p_0s + b_0q_2s^2 + b_0q_1s + b_0q_0 = \\ = s^4 + 2\alpha s^3 + \alpha^2 s^2 + n_1s^3 + 2\alpha n_1s^2 + \alpha^2 n_1s + n_0s^2 + 2\alpha n_0s + \alpha^2 n_0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} p_1s^4 + (a_1p_1 + p_0)s^3 + (a_0p_1 + a_1p_0 + b_0q_2)s^2 + (a_0p_0 + b_0q_1)s + b_0q_0 = \\ = s^4 + (2\alpha + n_1)s^3 + (\alpha^2 + 2\alpha n_1 + n_0)s^2 + (\alpha^2 n_1 + 2\alpha n_0)s + \alpha^2 n_0 \end{aligned}$$

Následným porovnáním příslušných koeficientů mocnin dostaneme výsledné rovnice:

$$s^4 : p_1 = 1$$

$$s^3 : a_1p_1 + p_0 = 2\alpha + n_1 \Rightarrow p_0 = 2\alpha + n_1 - a_1$$

$$s^2 : a_0p_1 + a_1p_0 + b_0q_2 = \alpha^2 + 2\alpha n_1 + n_0 \Rightarrow q_2 = \frac{1}{b_0}(\alpha^2 + 2\alpha n_1 + n_0 - a_1p_0 - a_0)$$

$$s^1 : a_0p_0 + b_0q_1 = \alpha^2 n_1 + 2\alpha n_0 \Rightarrow q_1 = \frac{1}{b_0}(\alpha^2 n_1 + 2\alpha n_0 - a_0p_0)$$

$$s^0 : b_0q_0 = \alpha^2 n_0 \Rightarrow q_0 = n_0 \frac{\alpha^2}{b_0}$$

Výsledný regulátor pak bude mít tuto podobu :

$$Q(s) = \frac{q_2s^2 + q_1s + q_0}{s(s + p_0)}$$

2.6.2 2 DOF konfigurace

Rovnice p_1, p_0, q_2, q_1, q_0 jsou totožné jako 1 DOF konfigurace.

Abychom získali poslední potřebnou rovnici r_0 , odvodíme si ji ze 2. polynomiální diofantické rovnice

$$t(s) \cdot f_w(s) + b(s) \cdot r(s) = d(s)$$

$$(t_3 s^3 + t_2 s^2 + t_1 s + t_0)s + b_0 r_0 = (s^2 + n_1 s + n_0)(s + \alpha)^2$$

Následným porovnáním příslušného koeficientu mocnin dostaneme výslednou rovnici:

$$s^0 : b_0 r_0 = \alpha^2 n_0 \Rightarrow r_0 = n_0 \frac{\alpha^2}{b_0}$$

Výsledné regulátory pak budou mít tuto podobu :

$$Q(s) = \frac{q_2 s^2 + q_1 s + q_0}{s(s + p_0)}$$

$$R(s) = \frac{r_0}{s(s + p_0)}$$

Ze vztahů pro výpočet p_0 je zřejmé, že výsledné regulátory budou vždy stabilní ($p_0 > 0$) pro každé $\alpha > 0$.

2.7 Soustava číslo 5

V pátém případě bude řízený nestabilním systémem 2.řádu, relativního řádu 1 s minimální fází přenosu

$$G(s) = \frac{b_1 s + b_0}{s^2 + a_1 s + a_0}$$

kde $b_0, b_1 > 0$ a $a_1, a_0 < 0$

2.7.1 1 DOF konfigurace

$$a(s)f(s)\tilde{p}(s) + b(s)q(s) = d(s)$$

$$(s^2 + a_1 s + a_0)s(p_1 s + p_0) + (b_1 s + b_0)(q_2 s^2 + q_1 s + q_0) = (s^2 + n_1 s + n_0)(s + \alpha)^2$$

$$\begin{aligned} p_1 s^4 + a_1 p_1 s^3 + a_0 p_1 s^2 + p_0 s^3 + a_1 p_0 s^2 + a_0 p_0 s + b_1 q_2 s^3 + b_1 q_1 s^2 + b_1 q_0 s + b_0 q_2 s^2 + b_0 q_1 s + b_0 q_0 = \\ = s^4 + 2\alpha s^3 + \alpha^2 s^2 + n_1 s^3 + 2\alpha n_1 s^2 + \alpha^2 n_1 s + n_0 s^2 + 2\alpha n_0 s + \alpha^2 n_0 \end{aligned}$$

$$p_1 s^4 + (a_1 p_1 + p_0 + b_1 q_2) s^3 + (a_0 p_1 + a_1 p_0 + b_1 q_1 + b_0 q_2) s^2 + (a_0 p_0 + b_1 q_0 + b_0 q_1) s + b_0 q_0 =$$

$$= s^4 + (2\alpha + n_1)s^3 + (\alpha^2 + 2\alpha n_1 + n_0)s^2 + (\alpha^2 n_1 + 2\alpha n_0)s + \alpha^2 n_0$$

Následným porovnáním příslušného koeficientu mocnin dostaneme výslednou rovnici:

$$s^4 : p_1 = 1$$

$$s^3 : a_1 p_1 + p_0 + b_1 q_2 = 2\alpha + n_1$$

$$s^2 : a_0 p_1 + a_1 p_0 + b_1 q_1 + b_0 q_2 = \alpha^2 + 2\alpha n_1 + n_0$$

$$s^1 : a_0 p_0 + b_1 q_0 + b_0 q_1 = \alpha^2 n_1 + 2\alpha n_0$$

$$s^0 : b_0 q_0 = \alpha^2 n_0 \Rightarrow q_0 = n_0 \frac{\alpha^2}{b_0}$$

Řešením tří rovnic o třech neznámých získáme chybějící parametry:

$$q_2 = \frac{1}{b_1} (2\alpha + n_1 - a_1 p_1 - p_0)$$

$$q_1 = \frac{1}{b_0} (\alpha^2 n_1 + 2\alpha n_0 - a_0 p_0 - b_1 q_0)$$

$$p_0 = \frac{1}{a_1 - \frac{b_1 a_0}{b_0} - \frac{b_0}{b_1}} [\alpha^2 + 2\alpha n_1 + n_0 - a_0 p_1 + \frac{b_1}{b_0} (b_1 q_0 - \alpha^2 n_1 - 2\alpha n_0) + \frac{b_0}{b_1} (a_1 p_1 - 2\alpha - n_1)]$$

Výsledný regulátor pak bude mít tuto podobu :

$$Q(s) = \frac{q_2 s^2 + q_1 s + q_0}{s(s + p_0)}$$

2.7.2 2 DOF konfigurace

Rovnice p_1, p_0, q_2, q_1, q_0 jsou totožné jako 1 DOF konfigurace.

Abychom získali poslední potřebnou rovnici r_0 , odvodíme si ji ze 2. polynomiální diofantické rovnice.

$$t(s) \cdot f_w(s) + b(s) \cdot r(s) = d(s)$$

$$(t_3 s^3 + t_2 s^2 + t_1 s + t_0)s + (b_1 s + b_0)r_0 = (s^2 + n_1 s + n_0)(s + \alpha)^2$$

Následným porovnáním příslušného koeficientu mocnin dostaneme výslednou rovnici:

$$s^0 : b_0 r_0 = \alpha^2 n_0 \Rightarrow r_0 = n_0 \frac{\alpha^2}{b_0}$$

Výsledné regulátory pak budou mít tuto podobu :

$$Q(s) = \frac{q_2 s^2 + q_1 s + q_0}{s(s + p_0)}$$

$$R(s) = \frac{r_0}{s(s + p_0)}$$

Vidíme, že pro zde uvažované řízené systémy 2.řádu, ale relativního řádu jedna, může určitá kombinace parametrů vést k nestabilnímu regulátoru ($p_0 < 0$). V tomto případě je potřeba experimentálně určit takové α , aby výsledný regulátor byl stabilní.

2.8 Soustava číslo 6

V šestém případě bude řízený stabilním systémem 2.řádu, relativního řádu 1 s neminimální fází přenosu

$$G(s) = \frac{b_1 s + b_0}{s^2 + a_1 s + a_0}$$

kde $b_0 > 0$ a $a_1, a_0, b_1 < 0$

2.8.1 1 DOF konfigurace

$$a(s)f(s)\tilde{p}(s) + b(s)q(s) = d(s)$$

$$(s^2 + a_1 s + a_0)s(p_1 s + p_0) + (b_1 s + b_0)(q_2 s^2 + q_1 s + q_0) = (s^2 + n_1 s + n_0)(s + \alpha)^2$$

$$\begin{aligned} p_1 s^4 + a_1 p_1 s^3 + a_0 p_1 s^2 + p_0 s^3 + a_1 p_0 s^2 + a_0 p_0 s + b_1 q_2 s^3 + b_1 q_1 s^2 + b_1 q_0 s + b_0 q_2 s^2 + b_0 q_1 s + b_0 q_0 = \\ = s^4 + 2\alpha s^3 + \alpha^2 s^2 + n_1 s^3 + 2\alpha n_1 s^2 + \alpha^2 n_1 s + n_0 s^2 + 2\alpha n_0 s + \alpha^2 n_0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} p_1 s^4 + (a_1 p_1 + p_0 + b_1 q_2) s^3 + (a_0 p_1 + a_1 p_0 + b_1 q_1 + b_0 q_2) s^2 + (a_0 p_0 + b_1 q_0 + b_0 q_1) s + b_0 q_0 = \\ = s^4 + (2\alpha + n_1) s^3 + (\alpha^2 + 2\alpha n_1 + n_0) s^2 + (\alpha^2 n_1 + 2\alpha n_0) s + \alpha^2 n_0 \end{aligned}$$

Následným porovnáním příslušného koeficientu mocnin dostaneme výslednou rovnici:

$$s^4 : p_1 = 1$$

$$s^3 : a_1 p_1 + p_0 + b_1 q_2 = 2\alpha + n_1$$

$$s^2 : a_0 p_1 + a_1 p_0 + b_1 q_1 + b_0 q_2 = \alpha^2 + 2\alpha n_1 + n_0$$

$$s^1 : a_0 p_0 + b_1 q_0 + b_0 q_1 = \alpha^2 n_1 + 2\alpha n_0$$

$$s^0 : b_0 q_0 = \alpha^2 n_0 \Rightarrow q_0 = n_0 \frac{\alpha^2}{b_0}$$

Řešením tří rovnic o třech neznámých získáme chybějící parametry:

$$q_2 = \frac{1}{b_1}(2\alpha + n_1 - a_1 p_1 - p_0)$$

$$q_1 = \frac{1}{b_0}(\alpha^2 n_1 + 2\alpha n_0 - a_0 p_0 - b_1 q_0)$$

$$p_0 = \frac{1}{a_1 - \frac{b_1 a_0}{b_0} - \frac{b_0}{b_1}} [\alpha^2 + 2\alpha n_1 + n_0 - a_0 p_1 + \frac{b_1}{b_0}(b_1 q_0 - \alpha^2 n_1 - 2\alpha n_0) + \frac{b_0}{b_1}(a_1 p_1 - 2\alpha - n_1)]$$

Výsledný regulátor pak bude mít tuto podobu :

$$Q(s) = \frac{q_2 s^2 + q_1 s + q_0}{s(s + p_0)}$$

2.8.2 2 DOF konfigurace

Rovnice p_1, p_0, q_2, q_1, q_0 jsou totožné jako 1 DOF konfigurace.

Abychom získali poslední potřebnou rovnici r_0 , odvodíme si ji ze 2. polynomiální diofantické rovnice

$$t(s) \cdot f_w(s) + b(s) \cdot r(s) = d(s)$$

$$(t_3 s^3 + t_2 s^2 + t_1 s + t_0)s + (b_1 s + b_0)r_0 = (s^2 + n_1 s + n_0)(s + \alpha)^2$$

Následným porovnáním příslušného koeficientu mocnin dostaneme výslednou rovnici:

$$s^0 : b_0 r_0 = \alpha^2 n_0 \Rightarrow r_0 = n_0 \frac{\alpha^2}{b_0}$$

Výsledné regulátory pak budou mít tuto podobu :

$$Q(s) = \frac{q_2 s^2 + q_1 s + q_0}{s(s + p_0)}$$

$$R(s) = \frac{r_0}{s(s + p_0)}$$

Vidíme, že pro zde uvažované řízené systémy 2.řádu, ale relativního řádu jedna, může určitá kombinace parametrů vést k nestabilnímu regulátoru ($p_0 < 0$). V tomto případě je potřeba experimentálně určit takové α , aby výsledný regulátor byl stabilní.

Poznámka : Jak jsi jde všimnout, tak u všech soustav platí, že $r_0 = q_0$.

2.9 Soustava číslo 1 se změnou vstupních signálů

Abych průkazně prokázal, že jakmile změním referenční signál a poruchu na rozdílné třídy funkcí u soustavy přenosu dostanu rozdílné tvary regulátorů pro 1 DOF, 2 DOF a i pro $2^{1/2}$ DOF konfigurace.

Ověříme to na stabilní systému 2. řádu, relativního řádu 2 s přenosem

$$G(s) = \frac{b_0}{s^2 + a_1 s + a_0}$$

kde $a_1, a_0, b_0 > 0$; $w(t) = kt1(t)$; $v(t) = v_0 1(t) \Rightarrow f_w(s) = s^2, f_v(s) = s \rightarrow f(s) = s^2$

2.9.1 1 DOF konfigurace

$$\deg q = \deg a + \deg f - 1 = 3$$

$$\deg \tilde{p} = \deg a - 1 = 1, \tilde{p}(s) = p_1 s + p_0$$

$$\deg d = 2 \deg a + \deg f - 1 = 5, d(s) = (s^2 + a_1 s + a_0)(s + \alpha)^3$$

$$a(s)f(s)\tilde{p}(s) + b(s)q(s) = d(s)$$

Výsledný tvar regulátoru

$$Q(s) = \frac{q(s)}{f(s)\tilde{p}(s)} = \frac{q_3 s^3 + q_2 s^2 + q_1 s + q_0}{s^2(p_1 s + p_0)}$$

2.9.2 2 DOF a $2^{1/2}$ DOF konfigurace

$$\deg q = \deg a + \deg f - 1 = 2$$

$$\deg \tilde{p} = \deg a - 1 = 1, \tilde{p}(s) = p_1 s + p_0$$

$$\deg r = \deg f_w - 1 = 1$$

$$\deg d = 2 \deg a + \deg f - 1 = 4, d(s) = (s^2 + a_1 s + a_0)(s + \alpha)^2$$

$$\deg t = 2 \deg a + \deg f_v - \deg f_w - 1 = 2$$

$$a(s)f_v(s)\tilde{p}(s) + b(s)q(s) = d(s)$$

pro 2 DOF

$$tf_w + br = d$$

pro $2^{1/2}$ DOF

$$tf_w + br = af_v p$$

$$Q(s) = \frac{q(s)}{f_v(s) \tilde{p}(s)} = \frac{q_2 s^2 + q_1 s + q_0}{s(p_1 s + p_0)}$$

$$R(s) = \frac{r(s)}{f_v(s) \tilde{p}(s)} = \frac{r_1 s + r_0}{s(p_1 s + p_0)}$$

I když na první pohled vypadá, že tvary regulátorů 2 DOF a $2^{1/2}$ DOF jsou naprosto totožné. Zdání klame, po vypočítání jednotlivých členů regulátorů vznikne jeden rozdíl. U $2^{1/2}$ DOF konfigurace se $r_0=0$, a z toho plyne, že tvar přímovazebního regulátoru bude

$$R(s) = \frac{r_1 s}{s(p_1 s + p_0)}$$

Vykrátíme s a dostaneme

$$R(s) = \frac{r_1}{p_1 s + p_0}$$

3 SIMULAČNÍ ČÁST

Hlavním úkolem této kapitoly je simulačně si ověřit použitelnost polynomiální metody u 1 DOF, 2 DOF a $2^{1/2}$ DOF konfigurací pro různé zadané soustavy řízení. V simulacích si nejprve ověříme vliv volitelného parametru pólů α na chování jednotlivých soustav v každé konfiguraci. Dále bude simulačně provedeno porovnání výsledků řízení pro konfigurace 1 DOF a 2 DOF pro stejnou hodnotu parametru α . Konfiguraci $2^{1/2}$ DOF neuvádím pro již dříve zmiňovaný důvod. U všech simulacích je použita žádaná hodnota ve tvaru skokové funkce v čase $t=0$ a skoková porucha $v=-0,2$ v čase $t_I=50$. Do simulačních obvodů jsem přidal prvek omezující akční zásah regulátorů. Akční zásah jsem omezil z intervalu -2 až +2. Hodnoty zvolených parametrů jednotlivých soustav jsou uvedeny v každém bodě.

3.1 Simulační prostředí

Nejprve bylo potřebné si vytvořit pomocné programy pro výpočty hodnot regulátorů pro volně měnící se parametr α . Tyto programy byly napsány v programu Matlab.

Ukázka programu na výpočet hodnot regulátorů:

```
clear all;
close all;
clc;
disp('Resime soustavu cislo 6. pro 2DOF')
disp('Jedna se o nestabilni soustavu 2.radu relativniho radu 1 s minimalni fazi')
disp(' ');
disp('      b1s+b0');
disp('G(s)=-----');
disp('      s2+a1s+a0');
disp('podminka: hodnoty b0 >0 a b1,a0<0');
disp('Zadani parametru systemu')
b1=input('Zadej b1: ');
b0=input('Zadej b0: ');
a1=input('Zadej a1: ');
a0=input('Zadej a0: ');
disp(' ');
```

```

disp(' ');
disp('pro tento tvar prenosu mame tyto tvary regulátoru')
disp('   $q2s^2+q1s+q0$ ');
disp('Q(s)=-----');
disp('   $s(p1s+po)$ ');
disp(' ');
disp('   $r0$ ');
disp('R(s)=-----');
disp('   $s(p1s+po)$ ');
disp('abychom mohli vypočítat hodnoty Q(s), R(s) musíme zadat hodnotu ALFA ');
ALFA=input('Zadej ALFA > 0: ');
disp(' ');
%podminky
if ALFA>=0 & b0>0 & a0<0 & b1<0
    n0=sqrt(a0^2)
    n1=sqrt((2*n0)+(a1^2)-(2*a0))
    p1=1
    q0=(n0*((ALFA^2)/b0))
    g=1/(a1-((b1*a0)/b0)-(b0/b1));
    h=(ALFA^2)+(2*ALFA*n1)+n0-(a0+p1);
    k=((b1/b0)*((b1*q0)-((ALFA^2)*n1)-((2*ALFA)*n0)));
    l=(b0/b1)*((a1*p1)-(2*ALFA)-n1);
    p0=g*(h+k+l)
    q2=(1/b1)*((2*ALFA)+n1-(a1*p1)-p0)
    q1=(1/b0)*(((ALFA^2)*n1)+(2*ALFA*n0)-(a0*p0)-(b1*q0))
    r0=n0*((ALFA^2)/b0)
    citatelq=[q2 q1 q0];
    citatelr=[r0];
    jmenovatel=[p1 p0 0];
    Q='Prenos regulátoru Q(s) je: ';
    Q
    regulatorq=tf(citatelq,jmenovatel)

```

$R = \text{'Prenos regulátoru } R(s) \text{ je:'};$

R

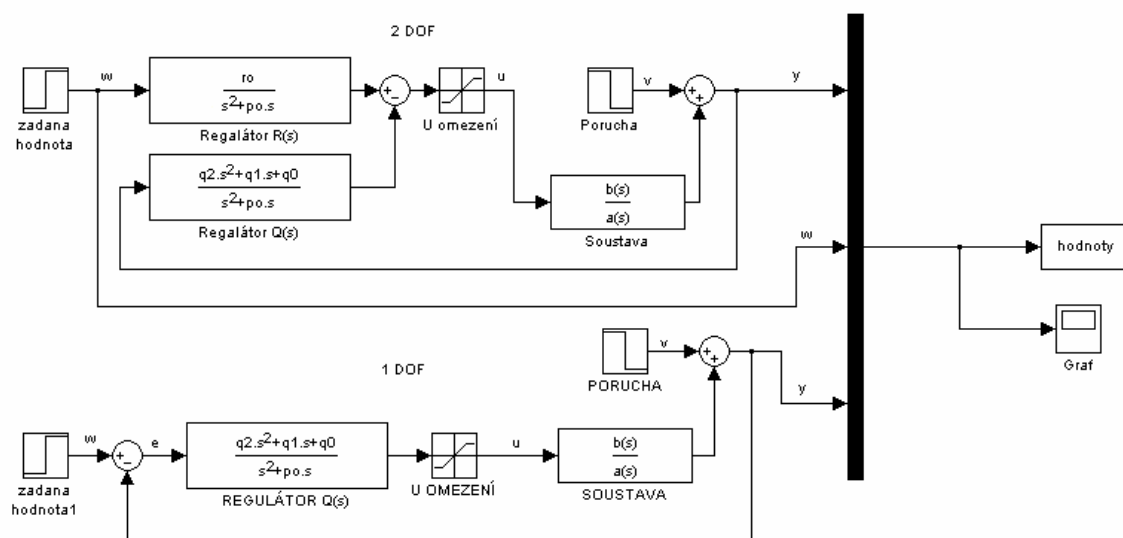
$\text{regulatorr} = \text{tf}(\text{citatelr}, \text{jmenovatel})$

else

$\text{disp('zadal si spatne nekterou hodnotu !!!!! :-')}$

$\text{end};$

Po získání hodnot jednotlivých regulátorů pro různé typy soustav jsem mohl pomocí simulací porovnat 1 DOF a 2 DOF konfigurace. Simulace byly provedeny v programu Matlab Simulink.



Obr. 4 Ukázkové schéma porovnání 1 DOF a 2 DOF konfigurací v prostředí Matlab - Simulink

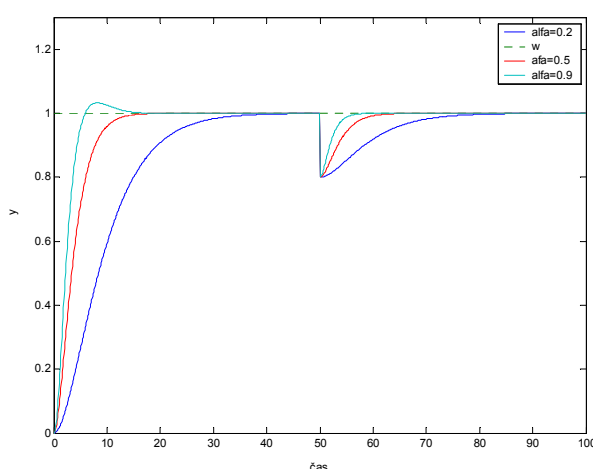
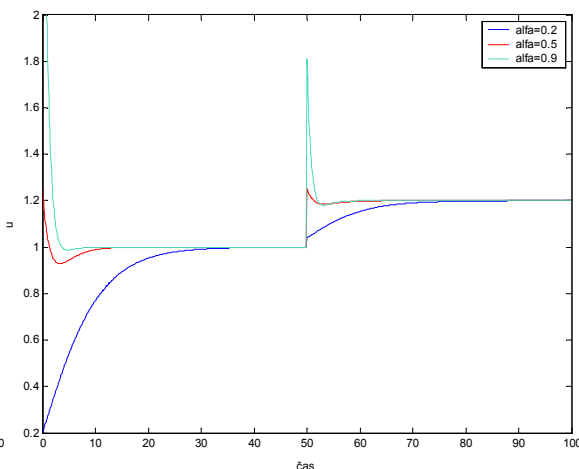
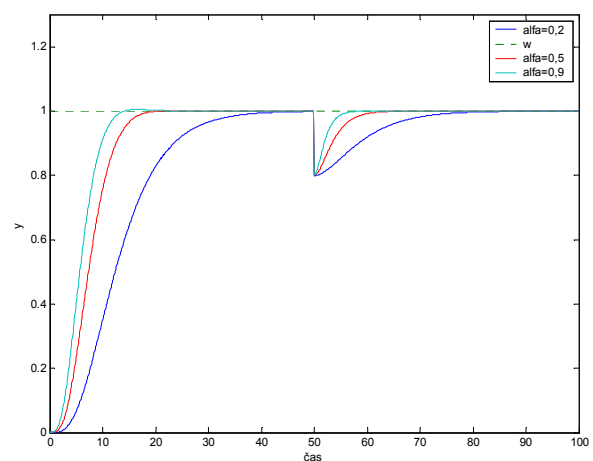
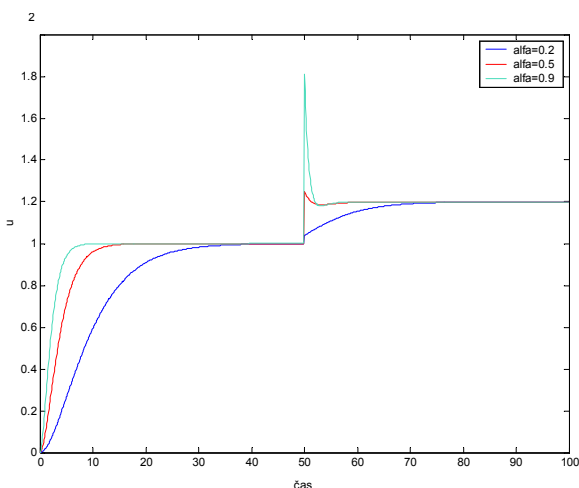
3.2 Soustava číslo 1

Tabulka I. Výsledné hodnoty regulátorů pro soustavu číslo 1

$G(s) = \frac{b_0}{s^2 + a_1 s + a_0} = \frac{0,2}{s^2 + 0,75s + 0,2}$ kde $a_1 = 0,75$; $a_0 = b_0 = 0,2$			
1DOF		2DOF	
$\alpha = 0,2$	$Q(s) = \frac{0,2s^2 + 0,15s + 0,04}{s^2 + 0,4s}$	$Q(s)$ – je stejné jako 1DOF	$R(s) = \frac{0,04}{s^2 + 0,4s}$
$\alpha = 0,5$	$Q(s) = \frac{1,25s^2 + 0,9375s + 0,25}{s^2 + 1s}$	$Q(s)$ – je stejné jako 1DOF	$R(s) = \frac{0,25}{s^2 + 1s}$
$\alpha = 0,9$	$Q(s) = \frac{4,05s^2 + 3,0375s + 0,81}{s^2 + 1,8s}$	$Q(s)$ – je stejné jako 1DOF	$R(s) = \frac{0,81}{s^2 + 1,8s}$

3.2.1 1 DOF konfigurace

Simulační průběhy konfigurace na danou soustavu s různě zvoleným parametrem α jsou na Obr. 5. a Obr. 6. Z prvního obrázku je vidět jednoznačný rozdíl ve zvolení hodnoty parametru α . Tento parametr má vliv na dobu ustálení na žádané hodnotě, vyšší $\alpha = 0,9$ vede dokonce k překmitu regulované veličiny. Na druhém obrázku jsou zobrazeny průběhy akčního zásahu, které se značně liší ve vstupních hodnotách na začátku regulace. Z jednotlivých průběhů je patrné, že s rostoucí hodnotou parametru α roste velikost vstupní hodnoty akčního zásahu, což v praxi může mít za následek překročení reálných možností regulátoru. Proto by bylo nejvhodnější zvolení nižšího α i za cenu delší doby regulace.

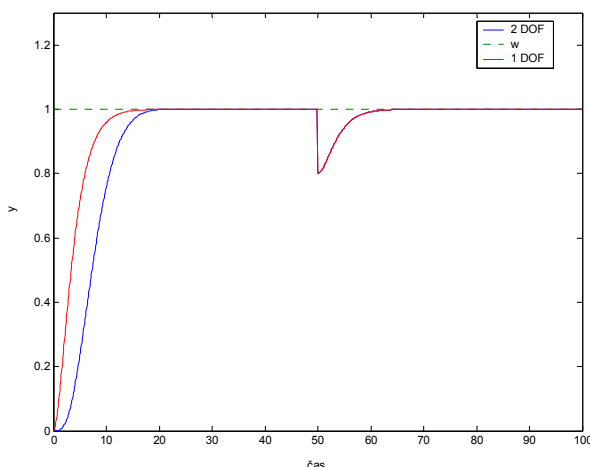
Obr. 5. Průběhy y ve 1 DOF konfiguraciObr. 6. Průběhy u pro 1 DOF konfiguraciObr. 7. Průběhy y ve 2 DOF konfiguraciObr. 8. Průběhy u pro 2 DOF konfiguraci

3.2.2 2 DOF konfigurace

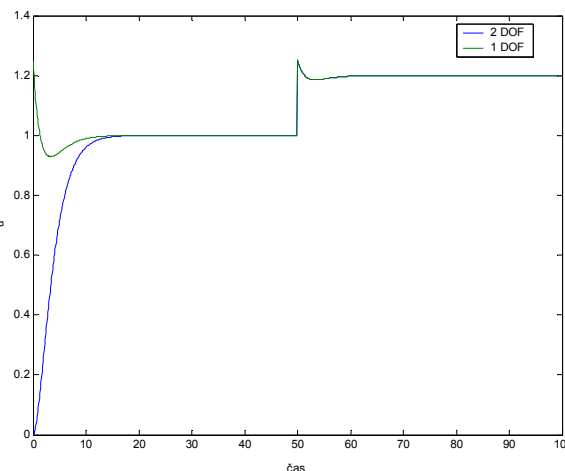
Simulační průběhy konfigurace na danou soustavu s různě zvoleným parametrem α jsou na Obr. 7. a Obr. 8. Z prvního obrázku je vidět jednoznačný rozdíl ve zvolení hodnoty parametru α . Tento parametr má vliv na dobu ustálení na žádané hodnotě, vyšší $\alpha = 0,9$ vede k malinkatému překmitu regulované veličiny. Na druhém obrázku jsou zobrazeny průběhy akčního zásahu, které na začátku regulace mají jen rozdílné změny rychlosti akčních zásahů. Po vstupu poruchy do systému se projeví vlastnosti jednotlivých α , u $\alpha = 0,9$ má dost veliký akční zásah. Z jednotlivých průběhů je patrné, že s rostoucí hodnotou parametru α roste velikost akčního zásahu, což v praxi může mít za následek překročení reálných možností regulátoru. Proto by bylo nejvhodnější zvolení nižšího α i za cenu delší doby regulace.

3.2.3 Porovnání 1 DOF a 2 DOF konfigurací

Simulační průběhy porovnání konfigurací s danou soustavu se zvoleným parametrem $\alpha=0,5$ jsou na Obr. 9. a Obr. 10. Z prvního obrázku je vidět rozdíl v průběhu ustálení regulované veličiny na žádané hodnotě. Konfigurace 1 DOF má o nepatrný časový úsek kratší dobu ustalování na w . Další průběh obou konfigurací je naprosto totožný. Na druhém obrázku jsou zobrazeny průběhy akčního zásahu, které na začátku regulace mají rozdílné hodnoty vstupních akčních zásahů. Po vstupu poruchy do systému mají obě konfigurace opět stejné průběhy. Po porovnání obou konfigurací se lépe jeví 2 DOF konfigurace, protože má přijatelnější vstupní akční zásah



Obr. 9. Průběhy y v porovnání 1 a 2 DOF konfigurace pro $\alpha = 0,5$



Obr. 10. Průběhy u v porovnání 1 a 2 DOF konfigurací pro $\alpha = 0,5$

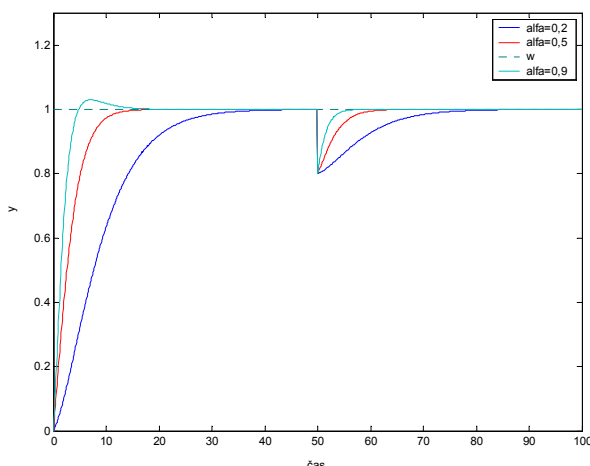
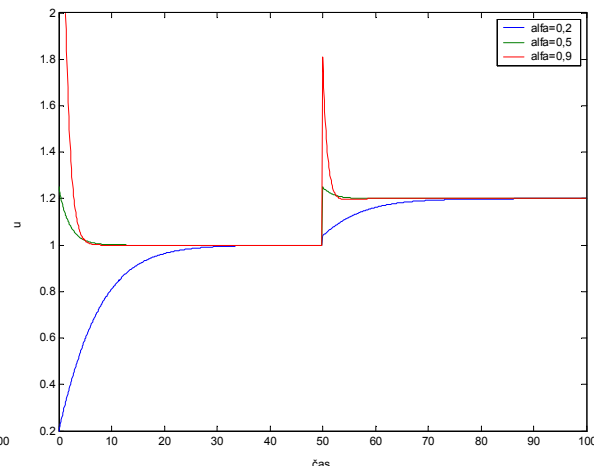
3.3 Soustava číslo 2

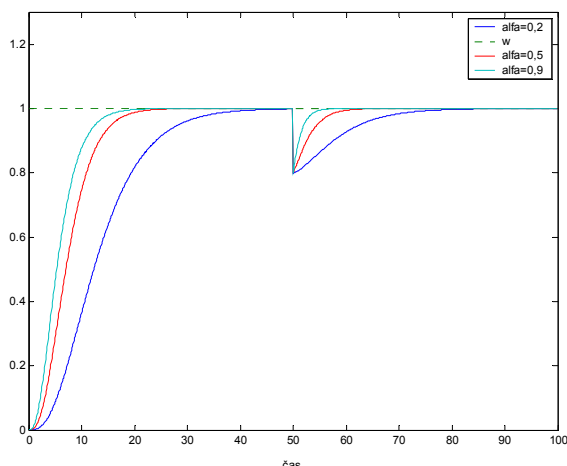
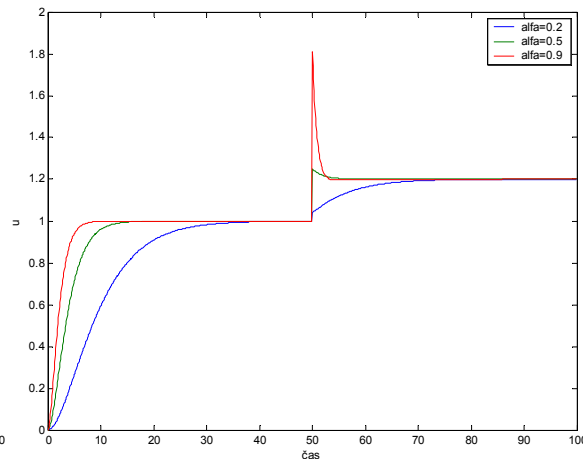
Tabulka II. Výsledné hodnoty regulátorů pro soustavu číslo 2

$G(s) = \frac{b_1 s + b_0}{s^2 + a_1 s + a_0} = \frac{0,15s + 0,2}{s^2 + 0,9s + 0,2}$ $\text{kde } b_1=0,15; b_0=0,2; a_1=0,9$			
1DOF		2DOF	
$\alpha = 0,2$	$Q(s) = \frac{0,2s^2 + 0,18s + 0,04}{s^2 + 0,37s}$	$Q(s)$ – je stejné jako 1DOF	$R(s) = \frac{0,04}{s^2 + 0,37s}$
$\alpha = 0,5$	$Q(s) = \frac{1,25s^2 + 1,125s + 0,25}{s^2 + 0,8125s}$	$Q(s)$ – je stejné jako 1DOF	$R(s) = \frac{0,25}{s^2 + 0,8125s}$
$\alpha = 0,9$	$Q(s) = \frac{4,05s^2 + 3,645s + 0,81}{s^2 + 1,193s}$	$Q(s)$ – je stejné jako 1DOF	$R(s) = \frac{0,81}{s^2 + 1,193s}$

3.3.1 1 DOF konfigurace

Simulační průběhy konfigurace na danou soustavu s různě zvoleným parametrem α jsou na Obr. 11. a Obr. 12. Z prvního obrázku je vidět jednoznačný rozdíl ve zvolení hodnoty parametru α . Tento parametr má vliv na dobu ustálení na žádané hodnotě, vyšší $\alpha = 0,9$ vede dokonce k překmitu regulované veličiny. Na druhém obrázku jsou zobrazeny průběhy akčního zásahu, které se značně liší ve vstupních hodnotách na začátku regulace. Z jednotlivých průběhů je patrné, že s rostoucí hodnotou parametru α roste velikost vstupní hodnoty akčního zásahu, což v praxi může mít za následek překročení reálných možností regulátoru. Proto by bylo nejvhodnější zvolení nižšího α i za cenu delší doby regulace.

Obr. 11. Průběhy y ve 1 DOF konfiguraciObr. 12. Průběhy u pro 1 DOF konfiguraci

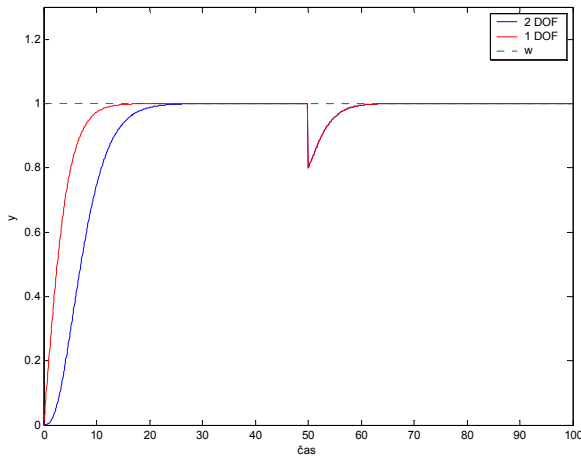
Obr. 13. Průběhy y ve 2 DOF konfiguraciObr. 14. Průběhy u pro 2 DOF konfiguraci

3.3.2 2 DOF konfigurace

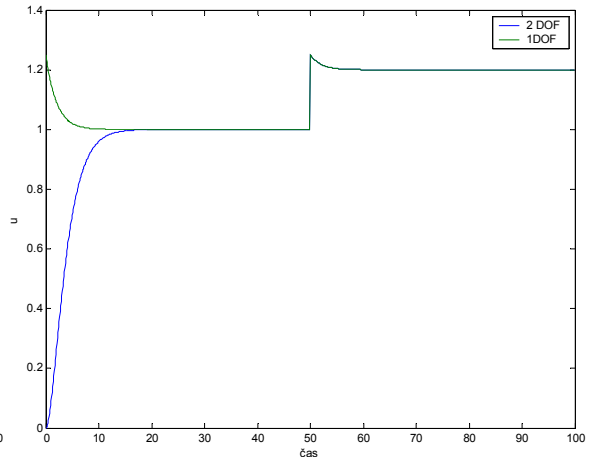
Simulační průběhy konfigurace na danou soustavu s různě zvoleným parametrem α jsou na Obr. 13. a Obr. 14. Z prvního obrázku je vidět jednoznačný rozdíl ve zvolení hodnoty parametru α . Tento parametr má vliv na dobu ustálení na žádané hodnotě, kde $\alpha = 0,9$ má nejkratší čas. Na druhém obrázku jsou zobrazeny průběhy akčního zásahu, které na začátku regulace mají jen rozdílné změny rychlosti akčních zásahů. Po vstupu poruchy do systému se projeví vlastnosti jednotlivých α , u $\alpha = 0,9$ má dost veliký akční zásah. Z jednotlivých průběhů je patrné, že s rostoucí hodnotou parametru α roste velikost akčního zásahu, což v praxi může mít za následek překročení reálných možností regulátoru. Proto by bylo nejvhodnější zvolení nižšího α i za cenu delší doby regulace.

3.3.3 Porovnání 1 DOF a 2 DOF konfigurací

Simulační průběhy porovnání konfigurací s danou soustavou se zvoleným parametrem $\alpha=0,5$ jsou na Obr. 15. a Obr. 16. Z prvního obrázku je vidět rozdíl v průběhu ustálení regulované veličiny na žádané hodnotě. Konfigurace 1 DOF má o nepatrný časový úsek kratší dobu ustalování na w . Další průběh obou konfigurací je naprosto totožný. Na druhém obrázku jsou zobrazeny průběhy akčního zásahu, které na začátku regulace mají rozdílné hodnoty vstupních akčních zásahů. I po vstupu poruchy do systému mají obě konfigurace opět stejné průběhy. Po porovnání obou konfigurací se lépe jeví 2 DOF konfigurace, protože má přijatelnější vstupní akční zásah.



Obr. 15. Průběhy y v porovnání 1 a 2 DOF konfigurace pro $\alpha = 0,5$



Obr. 16. Průběhy u v porovnání 1 a 2 DOF konfiguraci pro $\alpha = 0,5$

3.4 Soustava číslo 3

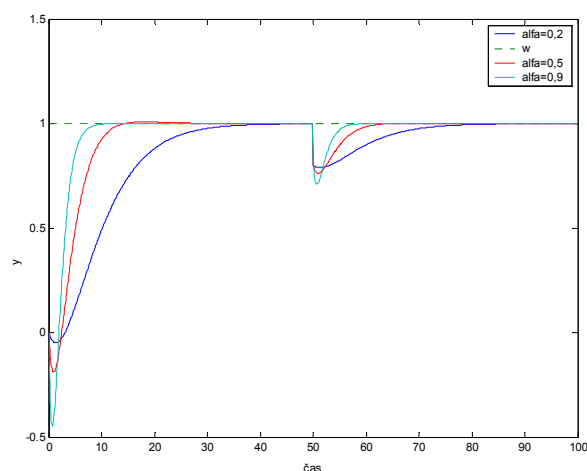
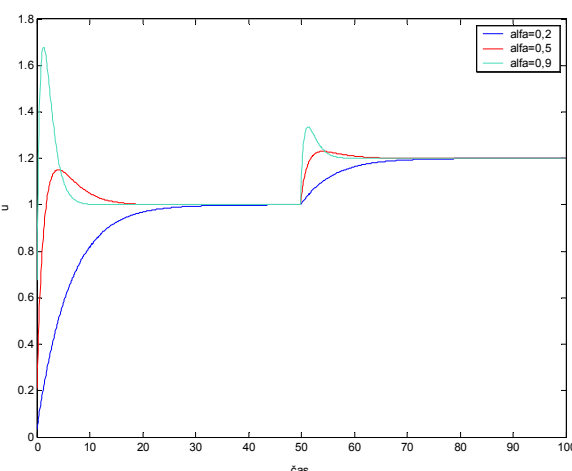
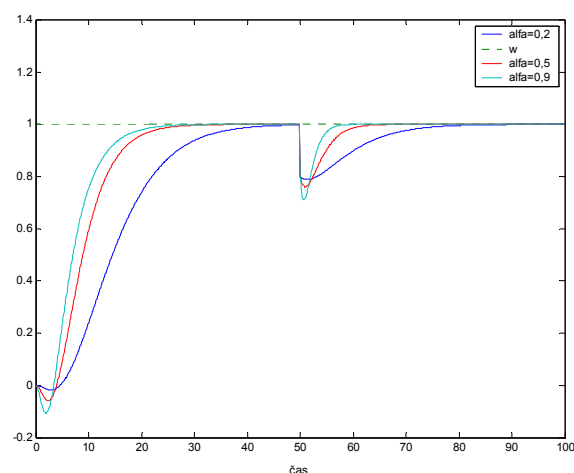
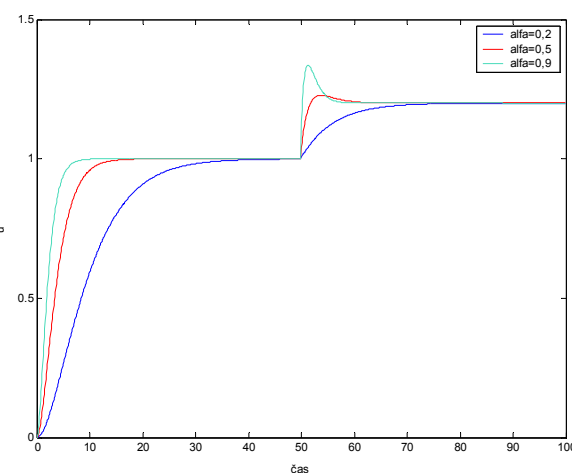
Tabulka III. Výsledné hodnoty regulátorů pro soustavu číslo 3

$G(s) = \frac{b_1 s + b_0}{s^2 + a_1 s + a_0} = \frac{-2.3s + 1,2}{s^2 + 5.1s + 1,2}$ kde $b_1 = -2,3$; $b_0 = a_0 = 1,2$; $a_1 = 5.1$			
1DOF		2DOF	
$\alpha = 0,2$	$Q(s) = \frac{0,0333s^2 + 0,17s + 0,04}{s^2 + 0,4767s}$	$Q(s)$ – je stejné jako 1DOF	$R(s) = \frac{0,04}{s^2 + 0,4767s}$
$\alpha = 0,5$	$Q(s) = \frac{0,2083s^2 + 1,0625s + 0,25}{s^2 + 1,4792s}$	$Q(s)$ – je stejné jako 1DOF	$R(s) = \frac{0,25}{s^2 + 1,4792s}$
$\alpha = 0,9$	$Q(s) = \frac{0,6750s^2 + 3,4425s + 0,81}{s^2 + 3,3525s}$	$Q(s)$ – je stejné jako 1DOF	$R(s) = \frac{0,81}{s^2 + 3,3525s}$

3.4.1 1 DOF konfigurace

Simulační průběhy konfigurace na danou soustavu s různě zvoleným parametrem α jsou na Obr. 17. a Obr. 18. Z prvního obrázku je vidět jednoznačný rozdíl ve zvolení hodnoty parametru α . Má vliv na dobu ustálení na žádané hodnotě. Tohoto rozdílu si jde všimnout po vstupu poruchové veličiny do systému. U průběhu $\alpha=0,2$ se postupně regulovaná veličina přibližuje k žádané hodnotě. Vyšší α způsobí podkmitnutí y , ale zase za velmi krátkou dobu se ustálí na žádané hodnotě. Na druhém obrázku jsou zobrazeny průběhy akčního zásahu, které se značně liší ve velikosti počátečního zásahu. Z jednotlivých průběhů je patrné, že s rostoucí hodnotou parametru α je i větší akční zásah, což v praxi

může mít za následek překročení reálných možností regulátoru. Proto by bylo nejvhodnější zvolení nižšího α i za cenu delší doby regulace.

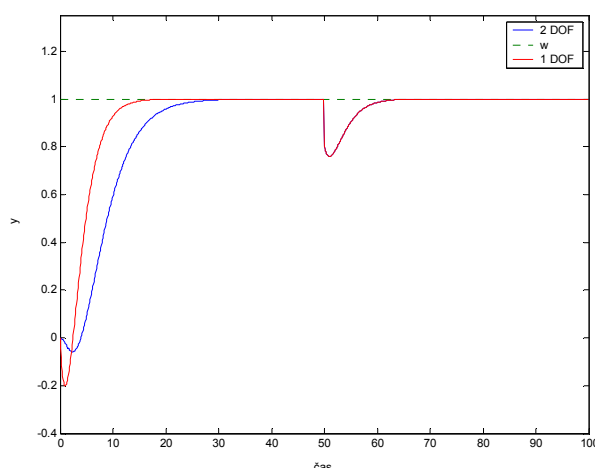
Obr. 17. Průběhy y ve 1 DOF konfiguraciObr. 18. Průběhy u pro 1 DOF konfiguraciObr. 19. Průběhy y ve 2 DOF konfiguraciObr. 20. Průběhy u pro 2 DOF konfiguraci

3.4.2 2 DOF konfigurace

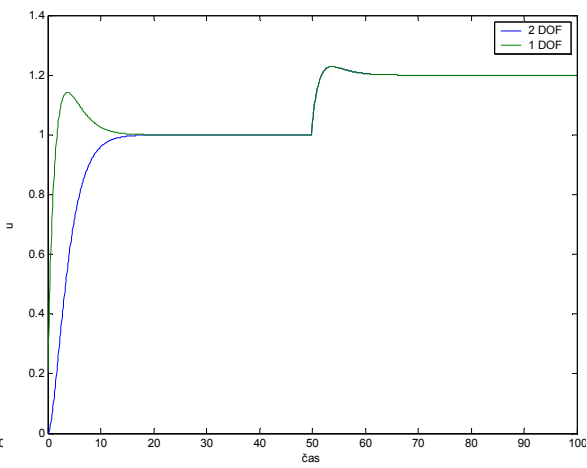
Simulační průběhy konfigurace na danou soustavu s různě zvoleným parametrem α jsou na Obr. 19. a Obr. 20. V počátečních hodnotách simulace je vidět podkmit u všech průběhů y . Čím vyšší parametr α , tak nastane větší počáteční podkmit, ale zase regulovaná veličina se dříve ustálí na žádané hodnotě. Na druhém obrázku jsou zobrazeny průběhy akčního zásahu, které mají počátek zásahu v nule, ale mají postupně rozdílné změny rychlosti akčních zásahů podle velikosti α . Ani po vstupu poruchy do systému nejsou nijak velké akční zásahy pro $\alpha=0,2$ a $\alpha=0,5$.

3.4.3 Porovnání 1 DOF a 2 DOF konfigurací

Simulační průběhy porovnání konfigurací s danou soustavu se zvoleným parametrem $\alpha=0,5$ jsou na Obr. 21. a Obr. 22. Na prvním obrázku je vidět, že v počátečních hodnotách simulace je vidět podkmit u obou průběhů. Menší podkmit má 2 DOF konfigurace, ale zase má delší dobu ustálení na žádané hodnotě než 1 DOF konfigurace. Další průběh obou konfigurací je naprosto totožný. Na druhém obrázku je patrné, že na začátku regulace mají konfigurace rozdílné velikosti akčních zásahů. 2 DOF má pozvolný plynulý akční zásah, kdežto 1 DOF má strmý akční zásah. Další průběh obou konfigurací je naprosto totožný. Po porovnání obou konfigurací se lépe jeví 2 DOF konfigurace, protože má přijatelnější vstupní akční zásah.



Obr. 21. Průběhy y v porovnání 1 a 2 DOF konfigurace pro $\alpha = 0,5$



Obr. 22. Průběhy u v porovnání 1 a 2 DOF konfigurací pro $\alpha = 0,5$

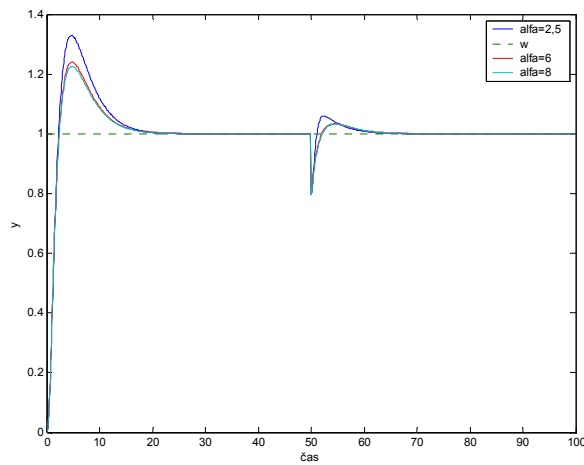
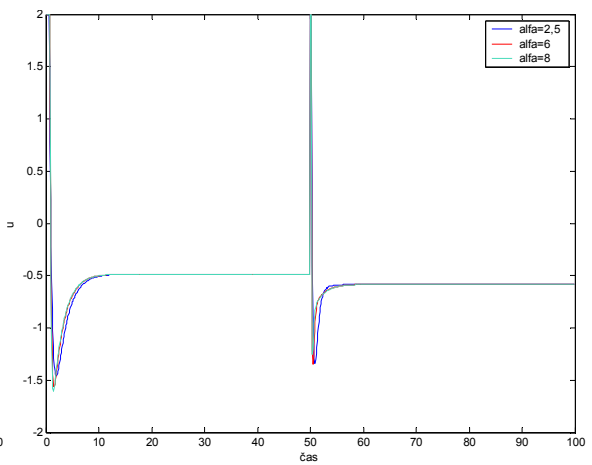
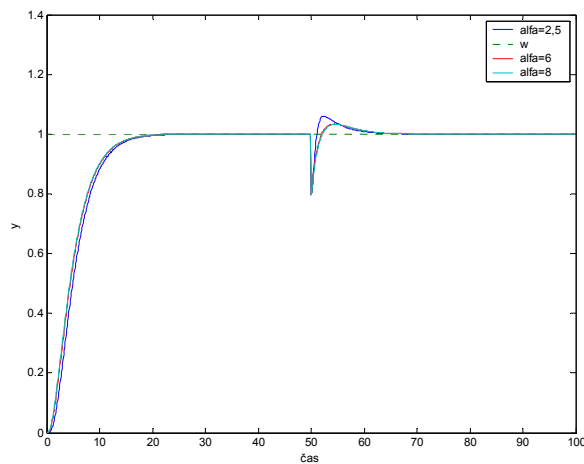
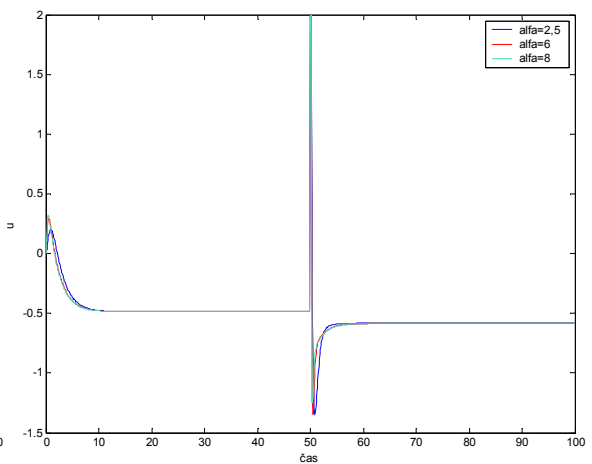
3.5 Soustava číslo 4

Tabulka IV. Výsledné hodnoty regulátorů pro soustavu číslo 4

$G(s) = \frac{b_0}{s^2 + a_1 s + a_0} = \frac{0,35}{s^2 - 0,17s - 0,17}$ kde $b_0=0,35$; $a_0=a_1=-0,17$			
1DOF		2DOF	
$\alpha = 2,5$	$Q(s) = \frac{33,78s^2 + 20,38s + 3,036}{s^2 + 6,012s}$	$Q(s)$ – je stejné jako 1DOF	$R(s) = \frac{3,036}{s^2 + 6,012s}$
$\alpha = 6$	$Q(s) = \frac{139s^2 + 98,75s + 17,49}{s^2 + 13,01s}$	$Q(s)$ – je stejné jako 1DOF	$R(s) = \frac{17,49}{s^2 + 13,01s}$
$\alpha = 8$	$Q(s) = \frac{230,6s^2 + 170s + 31,09}{s^2 + 17,01s}$	$Q(s)$ – je stejné jako 1DOF	$R(s) = \frac{31,09}{s^2 + 17,01s}$

3.5.1 1 DOF konfigurace

Simulační průběhy konfigurace na danou soustavu s různě zvoleným parametrem α jsou na Obr. 23. a Obr. 24. Z prvního obrázku je vidět malý rozdíl ve zvolení hodnoty parametru α . Doby ustálení na žádaných hodnotách jsou skoro totožné, vyšší $\alpha = 8$ vede k menšímu překmitu regulované veličiny. Na druhém obrázku jsou zobrazeny průběhy akčního zásahu, na kterém jdou vidět dost velké vstupní hodnoty na začátku regulace. I když hodnoty α jsou dost rozdílné, průběhy mají skoro totožné. V praxi tak velké zásahy můžou mít za následek překročení reálných možností regulátoru.

Obr. 23. Průběhy y ve 1 DOF konfiguraciObr. 24. Průběhy u pro 1 DOF konfiguraciObr. 25. Průběhy y ve 2 DOF konfiguraciObr. 26. Průběhy u pro 2 DOF konfiguraci

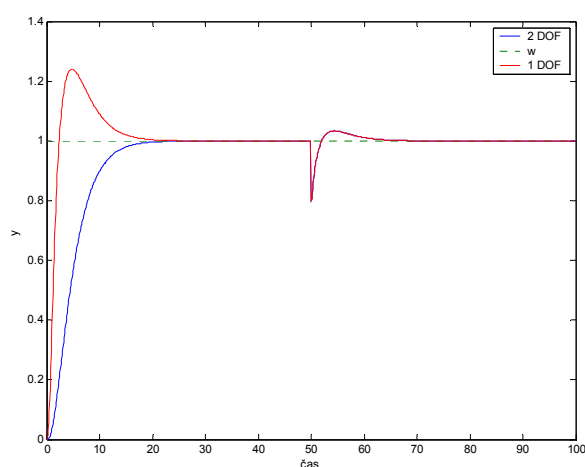
3.5.2 2 DOF konfigurace

Simulační průběhy konfigurace na danou soustavu s různě zvoleným parametrem α jsou na Obr. 25. a Obr. 26. V počátečních hodnotách simulace je vidět velmi podobný průběh regulované veličiny pro různé α , doba ustálení je totožná. Rozdíl průběhů nastane, jakmile

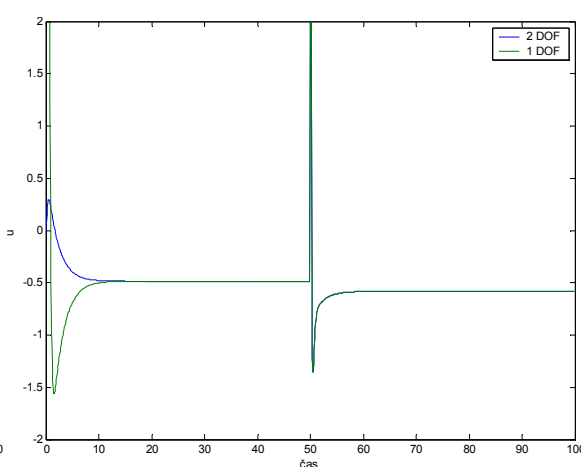
do systému vstoupí porucha. To způsobí pro nejnižší $\alpha = 2,5$ větší překmit než u vyšších α . Na druhém obrázku jsou zobrazeny průběhy akčního zásahu, na kterém jde vidět krátký impulsní tvar vstupních hodnot na začátku regulace. I když hodnoty α jsou dost rozdílné, průběhy mají skoro totožné. Po vstupu poruchy do systému dochází k dost velikým akčním zásahům což může mít v praxi za následek překročení reálných možností regulátoru.

3.5.3 Porovnání 1 DOF a 2 DOF konfigurací

Simulační průběhy porovnání konfigurací s danou soustavu se zvoleným parametrem $\alpha=6$ jsou na Obr. 27. a Obr. 28. Na prvním obrázku je vidět, že průběh 1 DOF konfigurace má překmit, kdežto 2 DOF se postupně ustaluje na žádané hodnotě. Doba ustálení na žádané hodnotě je obě konfigurace stejná. Další průběh obou konfigurací je naprosto totožný. Na druhém obrázku je patrné, že na začátku regulace mají konfigurace rozdílné velikosti akčních zásahů. 2 DOF má klidnější akční zásah, kdežto 1 DOF má strmý akční zásah. Další průběh obou konfigurací je naprosto totožný. Po porovnání obou konfigurací se lépe jeví 2 DOF konfigurace, protože má přijatelnější vstupní akční zásah.



Obr. 27. Průběhy y v porovnání 1 a 2 DOF konfigurace pro $\alpha = 6$



Obr. 28. Průběhy u v porovnání 1 a 2 DOF konfigurací pro $\alpha = 6$

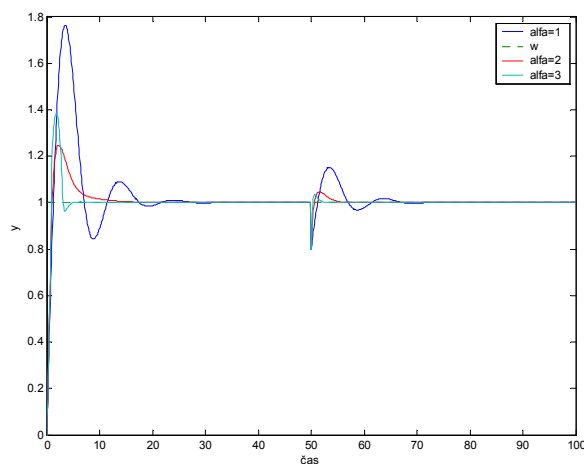
3.6 Soustava číslo 5

Tabulka V. Výsledné hodnoty regulátorů pro soustavu číslo 5

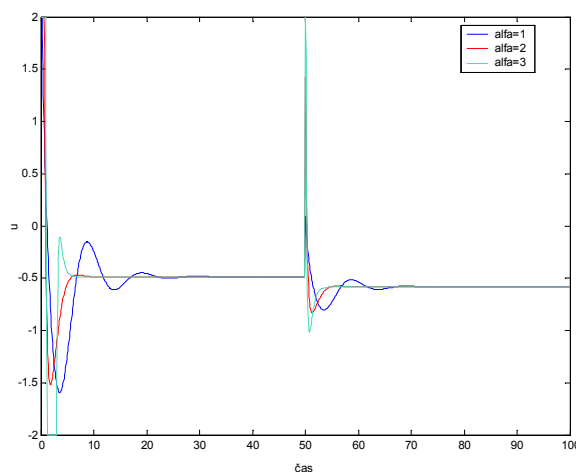
$G(s) = \frac{b_1 s + b_0}{s^2 + a_1 s + a_0} = \frac{0,35s + 0,35}{s^2 - 0,17s - 0,17}$ $\text{kde } b_1 = b_0 = 0,35; a_0 = a_1 = -0,17$			
1DOF		2DOF	
$\alpha = 1$	$Q(s) = \frac{2,891s^2 + 3,863s + 0,4857}{s^2 + 2s}$	$Q(s)$ – je stejné jako 1DOF	$R(s) = \frac{0,4857}{s^2 + 2s}$
$\alpha = 2$	$Q(s) = \frac{9,543s^2 + 10,43s + 1,943}{s^2 + 1,672s}$	$Q(s)$ – je stejné jako 1DOF	$R(s) = \frac{1,943}{s^2 + 1,672s}$
$\alpha = 3$	$Q(s) = \frac{18,07s^2 + 20,53s + 4,371}{s^2 + 0,6878s}$	$Q(s)$ – je stejné jako 1DOF	$R(s) = \frac{4,371}{s^2 + 0,6878s}$

3.6.1 1 DOF konfigurace

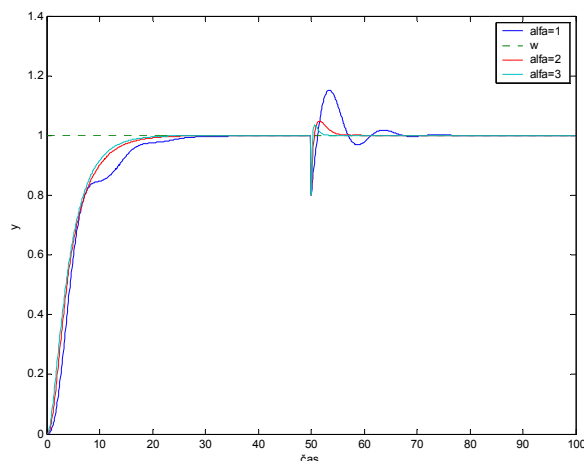
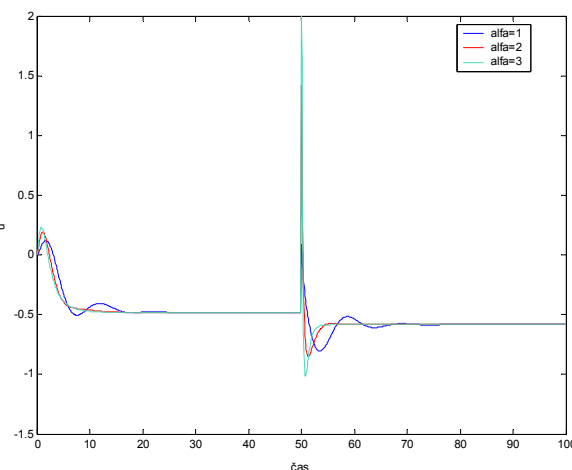
Simulační průběhy konfigurace na danou soustavu s různě zvoleným parametrem α jsou na Obr. 29. a Obr. 30. Z prvního obrázku je vidět velký rozdíl ve zvolení hodnoty parametru α . Při zvolení parametru $\alpha = 1$ dochází k velkému překmitu a podkmitu a následovně se pomalinku ustaluje na žádané hodnotě. U $\alpha = 2$ má průběh malý překmit, ale následně se pozvolně ustálí. Při zvolení $\alpha = 3$ má průběh strmý překmit, ale ustálí se na žádané hodnotě za nejkratší dobu. Na druhém obrázku jsou zobrazeny průběhy akčního zásahu, na kterém jdou vidět dost velké vstupní hodnoty na začátku regulace. I v dalších průbězích jde vidět rozdílné akční zásahy, nejvhodnější průběh je pro $\alpha = 2$. V praxi se může stát, že velké zásahy mohou mít za následek překročení reálných možností regulátoru.



Obr. 29. Průběhy y ve 1 DOF konfiguraci



Obr. 30. Průběhy u pro 1 DOF konfiguraci

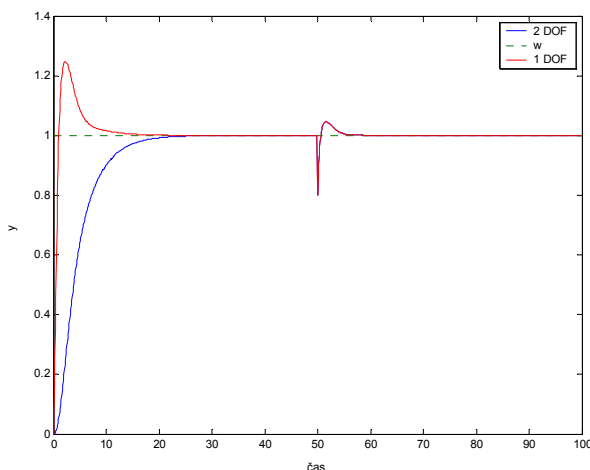
Obr. 31. Průběhy y ve 2 DOF konfiguraciObr. 32. Průběhy u pro 2 DOF konfiguraci

3.6.2 2 DOF konfigurace

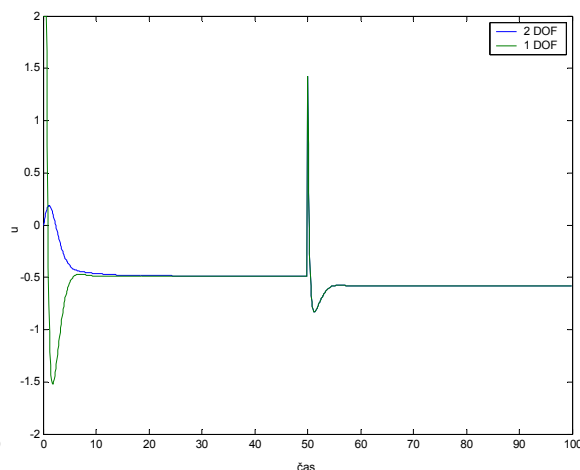
Simulační průběhy konfigurace na danou soustavu s různě zvoleným parametrem α jsou na Obr. 31. a Obr. 32. V počátečních hodnotách simulace je vidět velmi podobný průběh regulované veličiny pro různé α , která s postupně ustaluje na w . Rozdíl průběhů nastane, jakmile do systému vstoupí porucha, ta dokonce u $\alpha = 1$ způsobí malé rozkmitání. Na druhém obrázku jsou zobrazeny průběhy akčního zásahu, na kterém jdou vidět skoro totožné průběhy akčních zásahu pro různá α . Po vstupu poruchy do systému dochází k dost velikým akčním zásahům což může mít v praxi za následek překročení reálných možností regulátoru.

3.6.3 Porovnání 1 DOF a 2 DOF konfigurací

Simulační průběhy porovnání konfigurací s danou soustavu se zvoleným parametrem $\alpha=2$ jsou na Obr. 33. a Obr. 34. Na prvním obrázku je vidět, že průběh 1 DOF konfigurace má překmit, kdežto 2 DOF se postupně ustaluje na žádané hodnotě. Doba ustálení na žádané hodnotě je kratší pro 1 DOF. Další průběh obou konfigurací je naprosto totožný. Na druhém obrázku je patrné, že na začátku regulace mají konfigurace rozdílné velikosti akčních zásahů. 2 DOF má klidnější akční zásah, kdežto 1 DOF má strmý akční zásah. Další průběh obou konfigurací je naprosto totožný. Po porovnání obou konfigurací se lépe jeví 2 DOF konfigurace, protože má přijatelnější vstupní akční zásah.



Obr. 33. Průběhy y v porovnání 1 a 2 DOF konfigurace pro $\alpha = 2$



Obr. 34. Průběhy u v porovnání 1 a 2 DOF konfiguraci pro $\alpha = 2$

3.7 Soustava číslo 6

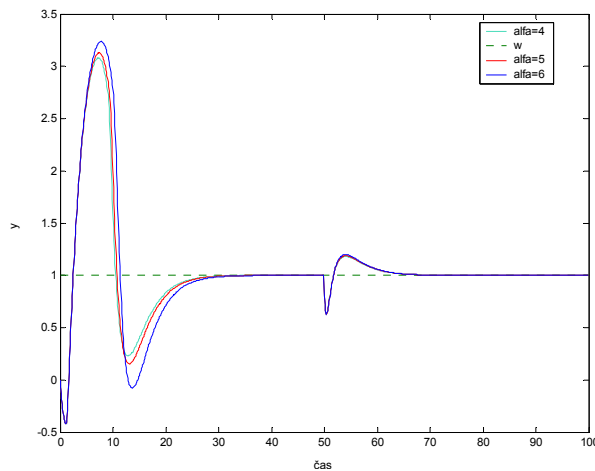
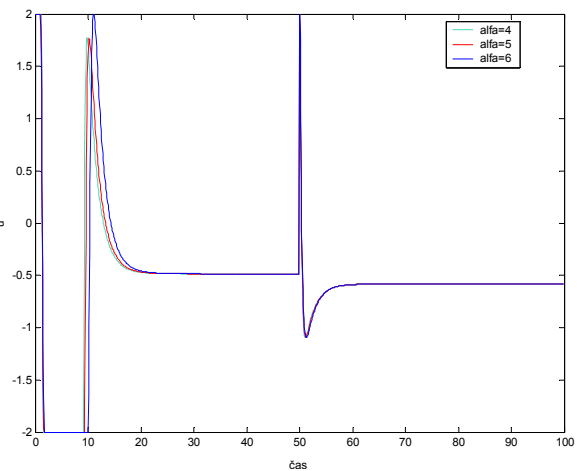
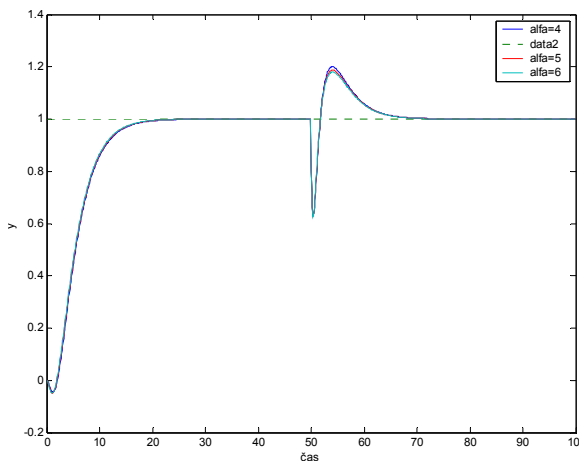
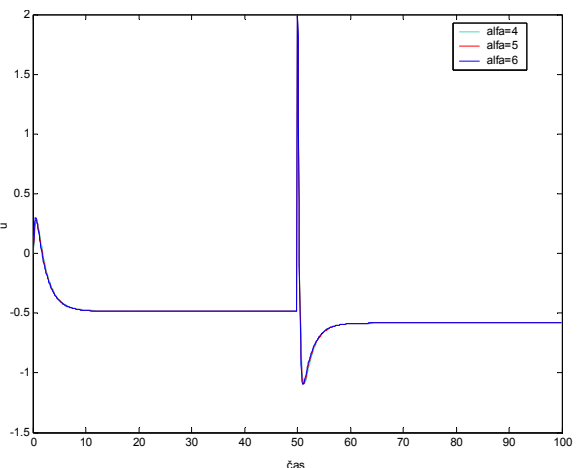
Tabulka VI. Výsledné hodnoty regulátorů pro soustavu číslo 6

$G(s) = \frac{-b_1 s + b_0}{s^2 + a_1 s + a_0} = \frac{-0,35s + 0,35}{s^2 - 0,17s - 0,17}$ kde $b_1 = -0,35; b_0 = 0,35; a_0 = a_1 = -0,17$			
1DOF		2DOF	
$\alpha = 4$	$Q(s) = \frac{184,8s^2 + 85,94s + 7,771}{s^2 + 73,7s}$	$Q(s)$ – je stejné jako 1DOF	$R(s) = \frac{7,771}{s^2 + 73,7s}$
$\alpha = 5$	$Q(s) = \frac{174,9s^2 + 129,2s + 12,14}{s^2 + 107,2s}$	$Q(s)$ – je stejné jako 1DOF	$R(s) = \frac{12,14}{s^2 + 107,2s}$
$\alpha = 6$	$Q(s) = \frac{382,4s^2 + 181,2s + 17,49}{s^2 + 146,9s}$	$Q(s)$ – je stejné jako 1DOF	$R(s) = \frac{17,49}{s^2 + 146,9s}$

3.7.1 1 DOF konfigurace

Simulační průběhy konfigurace na danou soustavu s různě zvoleným parametrem α jsou na Obr. 35. a Obr. 36. Z prvního obrázku je vidět, že průběhy regulovaných veličin jsou si podobné pro různě zvolené α . Samotné průběhy na začátku simulace udělají malý podkmit a přechází do velmi velkého překmitu až nad hodnotu 3. Dále přecházejí do podkmitu, který se blíží k nule a následně se pozvolna ustalují na žádané hodnotě. Po vstupu poruchy do soustavy dojde k malému překmitu a pozvolnému ustálení. Na druhém obrázku jsou zobrazeny průběhy akčního zásahu, na kterém jdou vidět dost velké akční zásahy na začátku regulace než dojde k ustálení. Průběhy akčních zásahů jsou si velmi podobná i

totožná pro různé α . V praxi se může stát, že tak velké akční zásahy můžou mít za následek překročení reálných možností regulátoru.

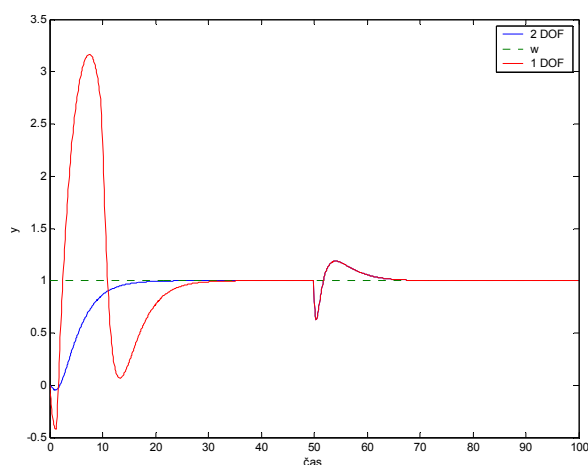
Obr. 35. Průběhy y ve 1 DOF konfiguraciObr. 36. Průběhy u pro 1 DOF konfiguraciObr. 37. Průběhy y ve 2 DOF konfiguraciObr. 38. Průběhy u pro 2 DOF konfiguraci

3.7.2 2 DOF konfigurace

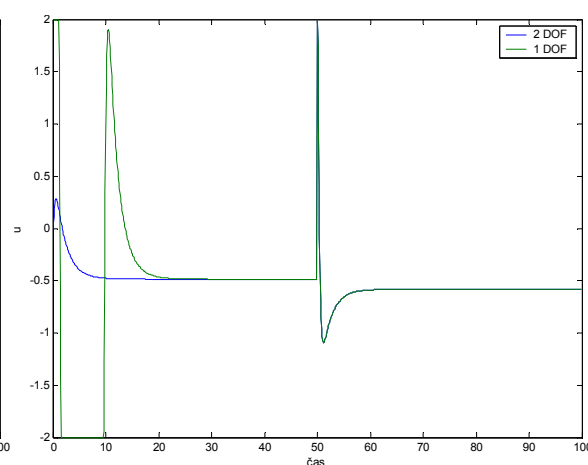
Simulační průběhy konfigurace na danou soustavu s různě zvoleným parametrem α jsou na Obr. 37. a Obr. 38. Od samého počátku simulace je vidět skoro totožné průběhy regulovaných veličin pro různé α . Na počátku simulace sice nastane malinkatý podkmit, ale postupně pozvolna se ustalují na žádané hodnotě. Po vstupu poruchy do soustavy dojde k malému překmitu a následně k pozvolnému ustálení. Na druhém obrázku jsou zobrazeny průběhy akčního zásahu, na kterém jdou vidět skoro totožné průběhy akčních zásahu pro různá α . Po vstupu poruchy do systému dochází k dost velikému akčnímu zásahu, což může mít v praxi za následek překročení reálných možností regulátoru.

3.7.3 Porovnání 1 DOF a 2 DOF konfigurací

Simulační průběhy porovnání konfigurací s danou soustavu se zvoleným parametrem $\alpha=5$ jsou na Obr. 39. a Obr. 40. Na prvním obrázku je vidět, že průběh 1 DOF konfigurace má nejprve malinkatý podkmit přecházející do obrovského překmitu s následným podkmitem, kdežto 2 DOF se po malinkém podkmitu postupně ustaluje na žádané hodnotě. Doba ustálení na žádané hodnotě je kratší pro 2 DOF o více jak 10s. Další průběh obou konfigurací je naprosto totožný. Na druhém obrázku je patrné, že na začátku regulace mají konfigurace rozdílné velikosti akčních zásahů. 2 DOF má klidnější akční zásah, kdežto 1 DOF má počáteční akční zásahy dost velké. Další průběh obou konfigurací je naprosto totožný. Po porovnání obou konfigurací se lépe jeví 2 DOF konfigurace, protože má přijatelnější vstupní akční zásah.



Obr. 39. Průběhy y v porovnání 1 a 2 DOF konfigurace pro $\alpha = 5$

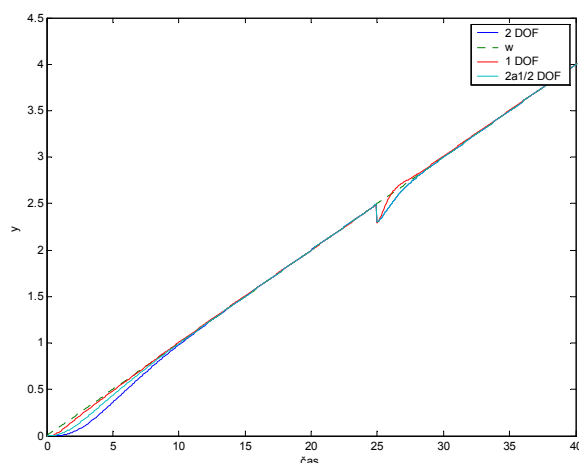


Obr. 40. Průběhy u v porovnání 1 a 2 DOF konfigurací pro $\alpha = 5$

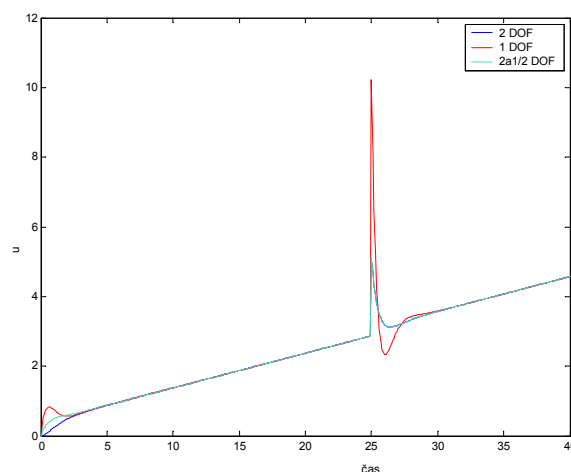
3.8 Soustava číslo 1 se změnou vstupních signálů

Tabulka VII. Výsledné hodnoty regulátorů pro soustavu číslo 1 se změnou vstupních signálů

$G(s) = \frac{b_0}{s^2 + a_1 s + a_0} = \frac{0,2}{s^2 + 0,75s + 0,2}$ kde $a_0=b_0=0,2$; $a_1=0,75$; $\omega=0,1t$; $v(t)=-0,2(v \text{ čase } 25s)$	
1 DOF	
$\alpha = 1,5$	$Q(s) = \frac{36,8s^3 + 45,79s^2 + 12,66s + 2,25}{s^4 + 4,5s^3}$
2 DOF	
$\alpha = 1,5$	$Q(s) = \frac{11,25s^2 + 8,438s + 2,25}{s^2 + 3s} \quad R(s) = \frac{11,44s + 2,25}{s^2 + 3s}$
$2^{1/2}$ DOF	
$\alpha = 1,5$	$Q(s) = \frac{11,25s^2 + 8,438s + 2,25}{s^2 + 3s} \quad R(s) = \frac{3s}{s^2 + 3s}$



Obr. 41. Průběhy y ve všech konfiguracích



Obr. 42. Průběhy u ve všech konfiguracích

Na Obr. 41. jsou zobrazeny výstupní veličiny jednotlivých konfigurací. Jak jde vidět, tak všechny tři průběhy mají velmi podobný průběh. 1 DOF konfigurace se rychle blíží k žádané hodnotě, ale dosáhne malinkatého překmitu na začátku simulace. Překmit nastane také, když do systému vstoupí porucha. 2 a $2^{1/2}$ DOF konfigurace mají skoro stejný průběh výstupní veličiny, který se jen malinko liší na samotném počátku simulace. Samotný průběh obou konfigurací se pozvolna ustaluje na žádané hodnotě a to i po vstupu poruchy do systému. Na Obr. 42. jsou zobrazeny průběhy akčních veličin. Průběhy jsou téměř totožné. Jen 1 DOF konfigurace má na začátku simulace a po vstupu poruchy do systému vyšší hodnoty akčního zásahu než zbylé dvě konfigurace.

ZÁVĚR

Cílem této diplomové práce bylo odvození polynomiálních rovnic pro návrh regulátorů v 1 DOF, 2 DOF a $2^{1/2}$ DOF Konfiguracích systémů řízení. Tento návrh byl řešen s ohledem na požadavky silné stability, vnitřní ryzosti, asymptotického sledování referenčního signálu a také na kompenzaci poruch vstupujících do systému. Výsledkem splnění těchto požadavků jsou odvozené obecné vztahy pro výpočet stupňů polynomů regulátorů jednotlivých konfigurací. Následně byly odvozeny polynomiální diofantické rovnice pro všechny konfigurace, ze kterých se vypočítaly hodnoty jednotlivých parametrů regulátorů v závislosti na koeficientech polynomu pravé strany polynomiální diofantické rovnice. Tvary pravé strany byly řešeny s požadavkem silné stability.

Z předchozí části získané vztahy a rovnice byly použity pro odvození konkrétních vztahů pro výpočet parametrů regulátorů 1 DOF a 2 DOF konfigurací. Konfiguraci $2^{1/2}$ DOF jsem neodvozoval, protože degenerovala na 1 DOF. Bylo zadáno 6 soustav druhého řádu stabilních i nestabilních s minimální i neminimální fází a pro tyto různé soustavy byly odvozeny regulátory. U těchto systémů byl uvažován referenční signál a porucha typu skokové funkce. Pro ukázkou rozdílných tvarů regulátorů u všech konfigurací, tedy i pro $2^{1/2}$ DOF, jsem použil stabilní soustavu 2. řádu, relativního řádu 2, kde je ale referenčním signálem rampa a porucha skok. Její simulační průběhy jsou vyhodnoceny v poslední kapitole této diplomové práce. Na výpočty parametrů regulátorů pro 1 DOF, 2 DOF a $2^{1/2}$ DOF jsou vytvořeny programy v programovém prostředí MATLAB, kde zadáme hodnoty soustavy přenosu a zvolíme si volitelný parametr α .

Pro ověření rozdílných vlastností 1 a 2 DOF konfigurací a hlavně jestli byla vhodně zvolená metoda přiřazení pólů, jsem provedl simulační pokusy na 6 již zmiňovaných soustavách přenosů. Simulační pokusy byly provedeny v programovém prostředí MATLAB-Simulink. Pro každou soustavu jsem nejdříve zkoumal zvlášť vlastnosti 1 DOF a 2 DOF konfigurací, pro 3 různě zvolená α , kde jsem pak vyhodnotil průběhy výstupní a akční veličiny. Následně jsem porovnal a vyhodnotil 1 DOF a 2 DOF konfigurace mezi sebou pro stejnou hodnotu zvoleného parametru α . U všech odsimulovaných soustav se došlo k jednomu výsledku. Konfigurace 1 DOF sice občas dosahuje rychlejšího ustálení výstupní veličiny na žádané hodnotě, ale má nežádoucí překmit než se ustálí. Ale co by bylo největším problémem, jsou jeho veliké akční zásahy do soustavy. Oproti tomu 2 DOF

konfigurace má většinou pozvolný průběh regulované veličiny ustalující se na žádané hodnotě, i když za delší dobu. Také akční zásahy do soustavy má přijatelnější než 1 DOF konfigurace.

Na závěr lze konstatovat, že polynomiální metoda se nám osvědčila, důkazem jsou toho simulační výsledky řízení. Navíc tato metoda se dá snadno naprogramovat a tím má využití v moderní výpočetní technice.

SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY

- [1] ŠULC, B., VÍTEČKOVÁ, M.: Teorie a praxe návrhu regulačních obvodů. Vydavatelství ČVUT, Praha, 2004.
- [2] KUČERA, V.: Diophantine equations in control – A survey. Automatica, 29, 1993, 1361-1375.
- [3] MIKLEŠ, J., FIKAR, M.: Modelovanie, identifikácia a riadenie procesov II (Identifikácia a optimálne riadenie). STU Press, Bratislava, 2004.
- [4] GRIMBLE, M.J.: Robust industrial control. Optimal design approach for polynomial systems. Englewood Cliffs, Prentice Hall, 1993.
- [5] DOSTÁL, P., SYSALA, T.: Volba pólů přenosu uzavřeného regulačního obvodu v souvislosti s požadavky na parametry regulátoru. In: 12th International Conference Process Control '99, Tat. Matliare, Slovak Republik, 1999, Vol.2, 16-19.
- [6] KŘIVÁNKOVÁ, P., DOSTÁL, P.: Design of stable controllers for unstable systems via pole assignment. In: 14th International Conference on Process Control '03, Štrbské Pleso, Slovak Republik, 2003, 024-1 – 024-9.
- [7] DOSTÁL, P., BOBÁL, V.: The suboptimal tracking problem in linear systems. In: 7th IEEE Mediteranean Conference on Control and Automation, Haifa, Israel, 1999, 667-673.

SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK

$--(s)$	komplexní proměnná
$--(t)$	časová proměnná
$a(s), b(s)$	polynomy jmenovatele a čitatele přenosu soustavy
$a(s), c(s)$	polynomy jmenovatele a čitatele přenosu poruchy
α	kořen charakteristického polynomu $d(s)$
deg	stupeň polynomu
$d(s)$	stabilní polynom pravých stran polynomiálních diofantických rovnic
e	regulační odchylka
$f(s)$	polynom dělitelný jmenovateli referenčního signálu $f_w(s)$ a poruchy $f_v(s)$
$f_w(s), h_w(s)$	jmenovatel a čítec přenosu referenčního signálu
$f_v(s), h_v(s)$	jmenovatel a čítec přenosu poruchy
$G(s)$	přenos systému
$n(s)$	polynom obsažený v charakteristickém polynomu $d(s)$
$p(s)$	jmenovatel přenosů regulátorů
$Q(s)$	přenos regulátoru
$q(s)$	čítec přenosu regulátoru $Q(s)$
$R(s)$	přenos regulátoru
$r(s)$	čítec přenosu regulátoru $R(s)$
u	akční zásah
v	porucha na vstupu do systému
w	referenční signál (žádaná hodnota)
y	řízený výstup

SEZNAM OBRÁZKŮ

Obr. 1. 1DOF konfigurace systému řízení	12
Obr. 2. 2DOF konfigurace systému řízení	15
Obr. 3. $2^{1/2}$ DOF konfigurace systému řízení	18
Obr. 4 Ukázkové schéma porovnání 1 DOF a 2 DOF konfigurací v prostředí Matlab - Simulink	40
Obr. 5. Průběhy y ve 1 DOF konfiguraci	41
Obr. 6. Průběhy u pro 1 DOF konfiguraci	41
Obr. 7. Průběhy y ve 2 DOF konfiguraci	41
Obr. 8. Průběhy u pro 2 DOF konfiguraci	41
Obr. 9. Průběhy y v porovnání 1 a 2 DOF	42
Obr. 10. Průběhy u v porovnání 1 a 2 DOF	42
Obr. 11. Průběhy y ve 1 DOF konfiguraci	43
Obr. 12. Průběhy u pro 1 DOF konfiguraci	43
Obr. 13. Průběhy y ve 2 DOF konfiguraci	44
Obr. 14. Průběhy u pro 2 DOF konfiguraci	44
Obr. 15. Průběhy y v porovnání 1 a 2 DOF	45
Obr. 16. Průběhy u v porovnání 1 a 2 DOF	45
Obr. 17. Průběhy y ve 1 DOF konfiguraci	46
Obr. 18. Průběhy u pro 1 DOF konfiguraci	46
Obr. 19. Průběhy y ve 2 DOF konfiguraci	46
Obr. 20. Průběhy u pro 2 DOF konfiguraci	46
Obr. 21. Průběhy y v porovnání 1 a 2 DOF	47
Obr. 22. Průběhy u v porovnání 1 a 2 DOF	47
Obr. 23. Průběhy y ve 1 DOF konfiguraci	48
Obr. 24. Průběhy u pro 1 DOF konfiguraci	48
Obr. 25. Průběhy y ve 2 DOF konfiguraci	48
Obr. 26. Průběhy u pro 2 DOF konfiguraci	48
Obr. 27. Průběhy y v porovnání 1 a 2 DOF	49
Obr. 28. Průběhy u v porovnání 1 a 2 DOF	49
Obr. 29. Průběhy y ve 1 DOF konfiguraci	50
Obr. 30. Průběhy u pro 1 DOF konfiguraci	50
Obr. 31. Průběhy y ve 2 DOF konfiguraci	51
Obr. 32. Průběhy u pro 2 DOF konfiguraci	51
Obr. 33. Průběhy y v porovnání 1 a 2 DOF	52
Obr. 34. Průběhy u v porovnání 1 a 2 DOF	52
Obr. 35. Průběhy y ve 1 DOF konfiguraci	53
Obr. 36. Průběhy u pro 1 DOF konfiguraci	53
Obr. 37. Průběhy y ve 2 DOF konfiguraci	53
Obr. 38. Průběhy u pro 2 DOF konfiguraci	53
Obr. 39. Průběhy y v porovnání 1 a 2 DOF	54
Obr. 40. Průběhy u v porovnání 1 a 2 DOF	54
Obr. 41. Průběhy y ve všech konfiguracích	55
Obr. 42. Průběhy u ve všech konfiguracích	55

SEZNAM TABULEK

Tabulka I. Výsledné hodnoty regulátorů pro soustavu číslo 1	40
Tabulka II. Výsledné hodnoty regulátorů pro soustavu číslo 2	43
Tabulka III. Výsledné hodnoty regulátorů pro soustavu číslo 3	45
Tabulka IV. Výsledné hodnoty regulátorů pro soustavu číslo 4	47
Tabulka V. Výsledné hodnoty regulátorů pro soustavu číslo 5	50
Tabulka VI. Výsledné hodnoty regulátorů pro soustavu číslo 6	52
Tabulka VII. Výsledné hodnoty regulátorů pro soustavu číslo 1 se změnou vstupních signálů	55

SEZNAM PŘÍLOH

- P 1 : Adresáře soustavy 1-6 a rampa, které obsahují jednotlivá schéma zapojení konfigurací + programy na vypočítání hodnot regulátorů
- P 2 : vykresleni.m program na zpracování grafů ze simulací