

Zkoušení hyperelastických materiálů

Marek Jančík

Bakalářská práce
2005



Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně
Fakulta technologická

Zde patří oficiální zadání diplomové práce.

Tato strana se ze šablony netiskne. Je to výstup z IS STAG.

Prohlašuji, že jsem na celé diplomové práci pracoval samostatně a použitou literaturu jsem citoval.

Ve Zlíně, 06. 06. 2005

.....

jméno diplomanta

Abstrakt

Tato práce se zabývá testováním vlastností pro jednoosou napjatost u hyperelastických materiálů, používaných pro výrobu pneumatik. Dále se práce zabývá určením charakteristiky průběhu závislosti napětí na poměrné deformaci pro jednotlivé materiály, jejich popisu, srovnání a určení průměrné hodnoty pevnosti a tažnosti.

V další části je popsána aproximace experimentálních charakteristik chování materiálů pomocí současných materiálových modelů, porovnání těchto modelů a posouzení jejich aproximační vhodnosti.

Abstract

The aim of this study is testing biaxial tension properties of hyperelastic materials used in tyre production. Then study is aimed at determining characteristic of stress-strain behaviour for each individual material and at their description, compare and determine diametral accounts of strength and maximal strain.

Approximation of experimental characteristic for material behaviour by actual material models is described in the next part. They are compared and their appropriacy for approximating is evaluated.

Tímto bych chtěl poděkovat Ing. Jakobovi Javoříkovi, Ph.D. za vedení a pomoc při tvorbě mé bakalářské práce.

OBSAH

ÚVOD.....	7
1 TEORETICKÁ ČÁST	8
1.1 OBECNÁ KLASIFIKACE A VLASTNOSTI HYPERELASTICKÝCH MATERIÁLŮ ..	8
1.2 POPIS VLASTNOSTÍ ZÁKLADNÍCH HYPERELASTICKÝCH MATERIÁLŮ	9
1.2.1 Butadienový kaučuk (BR).....	9
1.2.2 Polyisopren (IR).....	9
1.2.3 Chloroprenový kaučuk (CR).....	9
1.2.4 Butadienstyrenový kaučuk (SBR).....	10
1.2.5 Butadienakrylonitrilový kaučuk (NBR).....	10
1.3 MATERIÁLOVÉ MODELÝ	10
1.3.1 Přehled materiálových modelů.....	10
1.3.2 Kategorie modelů.....	11
1.4 MECHANICKÉ VLASTNOSTI ELASTOMERŮ	15
1.4.1 Obecná teorie velkých elastických deformací.....	15
1.4.2 Obecný vztah mezi napětím a deformací	16
1.4.3 Jednoosá napjatost.....	17
1.4.4 Dvouosá napjatost	18
1.4.5 Čistý smyk.....	18
1.4.6 Průběh mechanického zatěžování	19
1.4.7 Zkoušení hyperelastických materiálů.....	20
2. PRAKTICKÁ ČÁST	22
2.1 STANOVENÍ CÍLŮ	22
2.2 METODIKA PRÁCE.....	22
2.2.1 Zkušební materiály.....	22
2.2.2 Testování materiálů na jednoosou napjatost	23
2.2.3 Zpracování naměřených dat	25
2.2.4 Aproximace materiálovými modely.....	25
2.2 VÝSLEDKY MĚŘENÍ	26
2.2.1 Materiál Č. 1.....	27
2.2.2 Materiál Č. 2.....	28
2.2.3 Materiál Č. 3.....	29
2.2.4 Materiál Č. 4.....	30
2.2.5 Materiál Č. 5.....	31
2.3 DISKUSE VÝSLEDKŮ.....	34
ZÁVĚR	37
SEZNAM POUŽITÝCH ZDROJŮ.....	38
SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK.....	39
SEZNAM OBRÁZKŮ	40
SEZNAM TABULEK.....	41
SEZNAM PŘÍLOH.....	42

ÚVOD

Hyperelastické materiály, označované jako elastomery, patří do speciální třídy polymerů, která zahrnuje přírodní a syntetické pryže. Původně, slovo pryž (rubber) znamenalo materiál získaný ve formě latexu ze stromů *Hevea Braziliensis*. Dnes se tento termín používá pro všechny materiály mající mechanické vlastnosti stejné, jako přírodní pryž. Takové materiály jsou obvykle nazývány elastomery.

Elastomery mají široké použití v inženýrství jako nárazové a dopadové absorbovače, izolátory vibrací, pneumatiky, nebo výrobky nepropouštějící olej a vodu. Vyrůstající užití pryží ve strojírenství vyžaduje přesnější analýzy pro předpověď chování komplexního systému obsahujícího pryžové komponenty. Pro tyto komplexní charakteristiky je velmi důležité zejména určení mechanických vlastností pryžových materiálů.

Jelikož mají elastomerní materiály výrazně odlišné vlastnosti než kovy a jiné materiály, vyžadují také použití speciálních postupů zkoušení mechanických vlastností a vyhodnocení vztahů pro tahové a tlakové zatížení, pro které nelze aplikovat Hookův zákon z důvodu jejich výrazné nelinearity. Aby bylo možné aproximovat chování těchto materiálů pod působením určitého napětí a při určitých deformacích, byla vytvořena řada materiálových modelů založených na napětíovém energetickém potenciálu, které jsou pro vyhodnocování charakteristických vlastností elastomerů nezbytně nutné.

Cílem této práce je úvod do dané problematiky, dále určení některých mechanických vlastností u vybraných vzorků materiálů pomocí tahových zkoušek.

1 TEORETICKÁ ČÁST

1.1 Obecná klasifikace a vlastnosti hyperelastických materiálů

Elastomerní materiály vytváří amorfni strukturu s dlouhými molekulovými řetězci, které jsou v nedeformovaném stavu značně pokrivené, stočené a nahodile orientované. Při působení tahového zatížení se řetězce částečně narovnají a způsobí tak elastické protažení zatíženého materiálu. Jakmile tahová síla přestane působit, řetězce se vrátí do původního stavu. Toto chování materiálu se nazývá jako hyperelastické a je způsobeno formou příčné vazby mezi molekulovými řetězci, která se vytváří při vulkanizačním procesu.

Vlastnosti pryží jsou ovlivněny především jejich chemickou kompozicí. Pryž je uhlovodík obsahující dlouhé řetězce molekul s volným střídavým spojením. Tyto molekuly jsou spojeny v pevný počet vnitřních vazeb, takže se nemohou hýbat nezávisle, jako v tekutině. Vnitřní vazby mezi řetězci jsou v pryžích zavedeny pomocí chemické reakce přírodní pryže se sírou. Tento proces je obecně znám jako vulkanizace sírou.

Na makroskopické úrovni proto vykazuje mechanické chování pryží určité charakteristiky. Pryžové materiály mohou prodělat velké elastické (vratné) deformace v rozmezí 100 až 700%, přitom dojde k srovnání vnitřních molekulových řetězců, jak již bylo řečeno. Přičemž změna objemu zatíženého materiálu při napětí vyvolaném deformací je minimální. Z toho plyne, že elastomery jsou materiály téměř nestlačitelné. Jejich závislost mezi tahem a tlakem je značně nelineární, takže pro její aproximaci nemůžeme aplikovat Hookův zákon, tudíž není možné určit definitivní hodnotu Youngova modulu, kromě oblasti malých deformací. Při napětí materiál obvykle změkne a potom opět ztuhne. V opačném případě, při stlačení, odpovídá materiál tuhému stavu. Hyperelastické materiály jsou isotropní, isothermální a elastické, což znamená, že teplotní roztažení materiálu je isotropní a deformace jsou zcela vratné. (3)

Pro aproximaci pryžové elasticity bylo vyvinuto několik materiálových modelů, které nejsou založeny na molekulárním nebo strukturálním konceptu, ale pouze na materiálové dedukci. V současnosti nepoužívanější modely jsou popsány níže.

1.2 Popis vlastností základních hyperelastických materiálů

1.2.1 Butadienový kaučuk (BR)

Připravuje se stereoregulární polymerací butadienu. Vyniká vysokou odolností proti oděru a je stabilnější při vyšších teplotách. Používá se hlavně pro výrobu směsí na běhouny pneumatik a podlahovin. Hodnota pevnosti v tahu je přibližně 360 kPa a tažnost je přibližně 500%. (5)

1.2.2 Polyisopren (IR)

Připravuje se synteticky, polymerací isoprenu. Vyniká vyšší tažností než přírodní kaučuk a má nižší odolnost proti oděru. Používá se rovněž pro směsi na výrobu pneumatik. Hodnota pevnosti v tahu je u čisté pryže přibližně 360 - 500 kPa. (3)

1.2.3 Chloroprenový kaučuk (CR)

Připravuje se polymerací chloroprenu. Jeho obchodní název je NEOPREN. Vyniká nízkou plynopropustností, je málo hořlavý, samozhášivý. Používá se jako technická pryž s vysokou odolností pro dopravní pásy, hadice, těsnění, pogumování textilu. Hodnota pevnosti v tahu je u čisté pryže přibližně 430 - 580 kPa a tažnost je přibližně 800 – 900%. (3)

1.2.4 Butadienstyrenový kaučuk (SBR)

Jedná se o nejdůležitější druh syntetických kaučuků. Přípravuje se radikálovou nebo aniontovou polymerací. Vyniká dobrou zpracovatelností, větší odolností proti oděru. Používá se jako technická pryž, pro výrobu pneumatik, nebo pro impregnaci kordů a textilu. Hodnota pevnosti v tahu je u čisté pryže přibližně 30 - 43 kPa a tažnost je přibližně 400 – 600%. (3)

1.2.5 Butadienakrylonitrilový kaučuk (NBR)

Přípravuje se radikálovou polymerací s 18-49% akrylonitrilu. Při vyšším obsahu akrylonitrilu stoupá jeho tvrdost a klesá elasticita a botnavost. Vyniká dobrou odolností vůči povětrnosti. Používá se především pro výrobu benzinových hadic, těsnění, klínových řemenů, dopravních pásů. Hodnota pevnosti v tahu je u čisté pryže přibližně 70 – 130 kPa a tažnost je přibližně 300 – 700%. (3)

1.3 Materiálové modely

1.3.1 Přehled materiálových modelů

Hyperelastické modely pro nestlačitelné materiály: *Neo-Hookean*, *Mooney-Rivlin*, *Polynomial Form*, *Ogden Potential*, *Arruda-Boyce*, *Gent* a *Yeoh*.

Každý z těchto modelů je založen na konkrétní formě napětového energetického potenciálu W , (2) který využívá buď deformačních invariant nebo je založen přímo na hlavním protažení. Napětový energetický potenciál vyžaduje konkrétní materiálové konstanty, které jsou závislé na funkci napětového energetického potenciálu. Výběr W a vložené materiálové konstanty je určen vztahem mezi napětím a deformací.

1.3.2 Kategorie modelů

Modely, založené na první nebo druhé deformační invariantě, použitelné pro materiály blízké nestlačitelnosti nebo plně nestlačitelné: *Polynomický model*, *Mooney Rivlin*, *Yeoh*, *Neo-Hookean*.

Mikromechanické modely založené na prvním deformačním invariantu, použitelné pro materiály, které se jeví jako blízké nestlačitelnosti nebo plně nestlačitelné: *Arruda-Boyce*, *Gent*.

Nestlačitelné (*Ogden*, *Neo-Hookean*) nebo stlačitelné (*Hyperfoam*, *Blatz-Ko*) fenomenologické modely založené na hodnotě protažení.

Polynomická forma

Polynomická forma je založena na první a druhé deformační invariantě (I_1 , I_2). Jde o model, jenž má formu:

$$W = \sum_{i+j=1}^N c_{ij} (\bar{I}_1 - 3)^i (\bar{I}_2 - 3)^j, \quad (1)$$

kde c_{ij} jsou materiálové konstanty a za N se dosazují hodnoty od jedné do nekonečna, ale obvykle není hodnota N vyšší než 3. Tato forma může být aplikována pro deformaci dosahující až 300%. (4, 9)

Mooney-Rivlin

Ve čtyřicátých letech Mooney navrhl fenomenologický model se dvěma parametry založenými na předpokladu lineárního vztahu mezi zatížením a smykem během jednoduché smykové deformace. V padesátých letech Rivlin modifikoval Mooneyho model, aby obdržel obecné vyjádření funkce deformační energie vyjádřené pomocí deformačních invariantů.

Existují dvou, tří, pěti a devíti-parametrové Mooney Rivlin modely, které také můžeme uvažovat jako jednotlivé případy polynomicke formy.

- Dvou-parametrový model je jeden z nejvíce používaných modelů. Je ekvivalentní polynomicke formě s $N=1$:

$$W = c_{10}(\bar{I}_1 - 3) + c_{01}(\bar{I}_2 - 3), \quad (2)$$

kde c_{10} , c_{01} jsou materiálové konstanty.

- Tří-parametrový model je shodný s polynomickou formou když $N=2$ a $c_{20}=c_{02}=0$:

$$W = c_{10}(\bar{I}_1 - 3) + c_{01}(\bar{I}_2 - 3) + c_{11}(\bar{I}_1 - 3)(\bar{I}_2 - 3), \quad (3)$$

kde c_{10} , c_{01} , c_{11} jsou materiálové konstanty.

- Pěti-parametrový model je stejný jako polynomická forma, když $N=2$:

$$W = \sum_{i+j=1}^2 c_{ij}(\bar{I}_1 - 3)^i(\bar{I}_2 - 3)^j, \quad (4)$$

kde c_{ij} je materiálová konstanta.

- Devíti-parametrový model je stejný jako polynomická forma, když $N=3$:

$$W = \sum_{i+j=1}^3 c_{ij}(\bar{I}_1 - 3)^i(\bar{I}_2 - 3)^j, \quad (5)$$

kde c_{ij} je materiálová konstanta.

Obecně je možné říct, že dvou-parametrový model může být validní pro 90-100% tahové deformace, ale nemusí být dobře charakterizováno chování materiálu při stlačení. Pěti nebo devíti-parametrové modely mohou být používány pro 100-200% tahové deformace. (4, 9)

Yeoh

Model Yeoh je podobný jako polynomická forma, ale nepoužívá druhého deformačního invariantu a jako takový se obtížněji vyhodnocuje a poskytuje méně přesné výsledky. Je definován jako:

$$W = \sum_{i=1}^N c_{i0} (\bar{I}_1 - 3)^i, \quad (6)$$

kde c_{i0} je materiálová konstanta a za N se dosazují hodnoty od jedné do nekonečna, ale obvykle není hodnota N vyšší než 3.

Yeoh model je obvykle uvažován s $N=3$. Tří-parametrový Yeoh model obecně poskytuje dobré výsledky pro širokou škálu tahové deformace i když nemusí být přesný pro nižší hodnoty. (4, 9)

Neo-Hookean

Model Neo-Hookean je poměrně jednoduchý a je možné ho brát, jako podmnožinu polynomická formy pro $N=1$, $c_{01} = 0$, $c_{10} = \mu / 2$:

$$W = \frac{\mu}{2} (\bar{I}_1 - 3), \quad (7)$$

kde μ je počáteční smykový modul.

Jedná se o poměrně srozumitelný hyperelastický model, jenž může být používán jako vstupní model pro hledané charakteristiky. Je limitován pro deformaci 30-40% v jednoosém namáhání a 80-90% v čistém smyku. (4, 9)

Arruda-Boyce

Arruda-Boyce forma je model založený na statistické mechanice. Arruda-Boyce může být uvažovaná jako rozšíření modelu Yeoh pro $N=5$, kde konstanty mají reálný význam.

$$W = \mu \sum_{i=1}^5 \frac{C_i}{\lambda_L^{2i-2}} (\bar{I}_1^i - 3^i), \quad (8)$$

kde konstanty C_i jsou definovány jako:

$$C_1 = \frac{1}{2}, C_2 = \frac{1}{20}, C_3 = \frac{11}{1050}, C_4 = \frac{19}{7050}, C_5 = \frac{519}{673750}. \quad (9)$$

Z předcházející rovnice je jasné, že Arruda-Boyce forma může být myšlena jako model s $N=5$, kde μ je počáteční smykový modul.

Limitní síťové protažení λ_L je protažení při kterém se napětí začíná blížit nekonečnu. Jestliže se λ_L rovná nekonečnu, forma Arruda-Boyce přechází na Neo-Hookean. Model je limitován pro maximální deformaci do 300%. (4, 9)

Gent

Gent model je mikromechanický model, podobný jako Arruda-Boyce, jenž užívá konceptu limitního síťového protažení:

$$W = -\frac{EI_m}{6} \ln \left(1 - \frac{\bar{I}_1 - 3}{I_m} \right), \quad (10)$$

kde se vkládají konstanty E, I_m . Konstanta E je počáteční modul pružnosti, který se pro nestlačitelné materiály rovná $3\mu_0$. I_m je limitní hodnota $(I_1 - 3)$, analogická k λ_L pro Arruda-Boyce. Jestliže hodnota přirozeného logaritmu narůstá, výsledná forma se bude podobat modelu Yeoh. Gent model může být uvažován jako rozšíření modelu Yeoh, kde konstanty mají reálný význam. Je velmi dobrý pro malé a velké protažení. (4, 9)

Ogden

V roce 1972 Ogden navrhl napětíovou energetickou funkci vyjádřenou v hodnotách hlavního protažení, které je velmi obecný nástroj pro popis hyperelastických materiálů:

$$W = \sum_{i=1}^N \frac{\mu_i}{\alpha_i} (\bar{\lambda}_1^{\alpha_i} + \bar{\lambda}_2^{\alpha_i} + \bar{\lambda}_3^{\alpha_i} - 3), \quad (11)$$

kde μ_i, α_i jsou materiálové konstanty a za N se dosazují hodnoty od jedné do nekonečna, ale obvykle není hodnota N vyšší než 3.

Pro $N=1$ a $\alpha_1 = 2$ se Ogden stává ekvivalentní k modelu Neo-Hookean. Pro $N=2$, $\alpha_1 = 2$ a $\alpha_2 = -2$ Ogden přechází na dvou-parametrový Mooney-Rivlin model. Ogden může být obecně aplikován pro deformaci do 700%. (4, 9)

1.4 Mechanické vlastnosti elastomerů

1.4.1 Obecná teorie velkých elastických deformací

Obecné řešení vztahu mezi tahem a tlakem u pryžových materiálů bylo vyvinuto Rivlinem (2) a vyplývá ze vztahu pro potenciál deformační energie (W), který může být přímo funkcí deformačních invariantů nebo funkcí hlavních protažení:

$$\begin{aligned} W &= W(I_1, I_2, I_3), \\ W &= W(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3). \end{aligned} \quad (12)$$

Na deformačním potenciálu je založen vztah pro napětí ve směru ij , které je definováno jako:

$$\sigma_{ij} = \frac{\partial W}{\partial E_{ij}}, \quad (13)$$

kde E_{ij} je Lagrangeův deformační tenzor. Předpokládáme, že materiál je izotropní v elastickém chování v nezatíženém stavu a téměř nestlačitelný v objemu. Postup při

měření napětí na vzorku elastomeru, nezávislý na výběru osy, je dán třemi deformačními invarianty, definovanými jako:

$$\begin{aligned} I_1 &= \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 - 3 \\ I_2 &= \lambda_1^2 \cdot \lambda_2^2 + \lambda_2^2 \cdot \lambda_3^2 + \lambda_3^2 \cdot \lambda_1^2 - 3 \\ I_3 &= \lambda_1^2 \cdot \lambda_2^2 \cdot \lambda_3^2 - 1, \end{aligned} \quad (14)$$

kde symboly $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ udávají hlavní , definované jako procento z protažené délky na neprotaženou délku hran malého objemového elementu, krychlového v nezátíženém stavu:

$$\lambda = \frac{L}{L_0} = \frac{L + \Delta u}{L_0}. \quad (15)$$

Hodnoty λ_i jsou dány $(1 + \varepsilon_i)$, kde ε_i je poměrná deformace. Hodnoty I_i jsou nulové v nezátíženém stavu, když $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 1$. Pro nestlačitelné materiály je I_3 nulové, tudíž zůstávají pouze dvě nezávislé hodnoty napětíových konstant, I_1, I_2 , z čehož vyplývá rovnice deformačního potenciálu $W = W(I_1, I_2)$. (2)

1.4.2 Obecný vztah mezi napětím a deformací

Vztah mezi napětím a deformací obdržíme z funkce napětíového energetického potenciálu (2), vyjádřením „virtuální“ práce, uvažované jako:

$$\delta W = (\sigma_1 / \lambda_1) \cdot (\partial W / \partial \lambda_1) \delta \lambda_1 \quad (16)$$

analogicky lze vyjádřit vztah pro λ_2, λ_3 . Pro σ_1 obdržíme:

$$\sigma_1 = 2 \left[\lambda_1^2 \left(\frac{\partial W}{\partial I_1} \right) - \left(\frac{1}{\lambda_1^2} \right) \left(\frac{\partial W}{\partial I_2} \right) \right] + P \quad (17)$$

s analogickými vztahy pro σ_2 a σ_3 , kde $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ jsou jednotlivá skutečná napětí. Množství P udává nespecifikovaný tlak. P se stanovuje na základě známých hodnot σ a λ při základních módech zatěžování. (2, 4)

1.4.3 Jednoosá napjatost

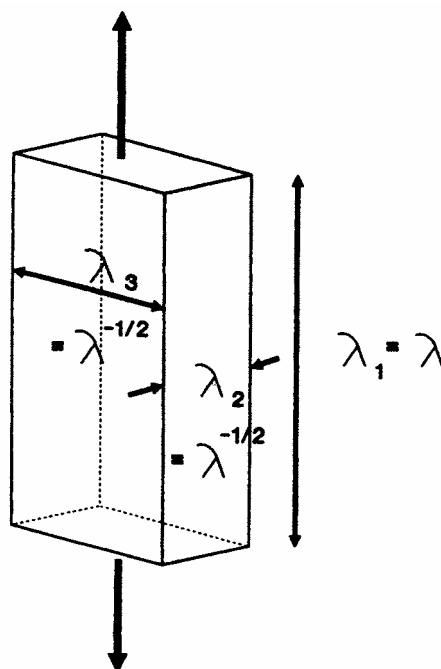
Při jednoosé napjatosti (prostém protažení) působí na daný vzorek materiálu tahová síla pouze v jednom směru. Jednoduché prodloužení je definováno poměrným protažením $\lambda_1 = \lambda, \lambda_2 = \lambda_3 = \lambda^{-1/2}$. Tato deformace vyplývá ze stavu nestlačitelnosti, kdy objem zůstává nezměněn a tudíž $\lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_3 = 1$. Pro tento stav napětí, kde jsou boční strany daného vzorku nezátížené, platí $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$ a rovnice (17.) pro σ_2 a σ_3 se stane rovnicí neznámého stlačení P :

$$P = -2 \left[\lambda^{-1} \left(\frac{\partial W}{\partial I_1} \right) - \lambda \left(\frac{\partial W}{\partial I_2} \right) \right] \quad (18)$$

Když tuto rovnici dosadíme do vztahu (17.) pro $\sigma_1 (= \sigma)$ výsledek je:

$$\sigma = 2 \left[\left(\frac{\partial W}{\partial I_1} \right) + \lambda^{-1} \left(\frac{\partial W}{\partial I_2} \right) \right] (\lambda^2 - \lambda^{-1}), \quad (19)$$

kde σ udává skutečné napětí.

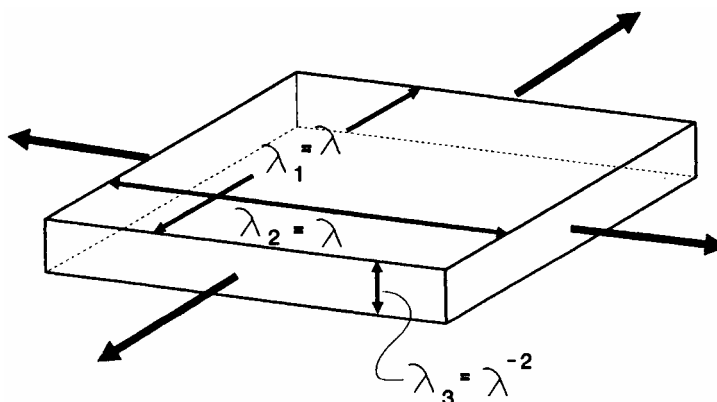


Obr.1: Jednoosá napjatost

Předchozí rovnice je „velko-deformační“ ekvivalent jednoduchého vztahu Hookova zákona, $\sigma = E\varepsilon$ aplikovatelného při malých deformacích. (2)

1.4.4 Dvouosá napjatost

Vztah pro dvouosou napjatost můžeme získat ze vztahů pro jednoosou napjatost. Poměrné protažení je dáno jako $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$; $\lambda_3 = 1/\lambda^2$. Napětí σ_3 je nulové, protože tato strana vzorku je nezatížená. Tudíž tlak P v rovnici (17.) přechází na $P = -2(\lambda^{-4}W_1 - \lambda^4W_2)$. Napětí σ_2 a σ_1 jsou dány jako: $\sigma_1 = \sigma_2 = 2(W_1 + \lambda^2W_2)(\lambda^2 - \lambda^{-4})$. Což opět potvrzuje, že mezi napětím a deformací existuje vysoce nelineární vztah. (2)



Obr. 2. Dvouosá napjatost

1.4.5 Čistý smyk

Další jednoduchý deformační stav je popsán jako „čistý smyk“. Ten je definován jako napětí aplikované ve směru 1, v takové formě, že je zabráněno změně šířky ve směru 2, tzn. $\lambda_2 = 1$. Toto je odůvodnění pro název „smyk“. Při smykové deformaci linie rovnoběžná s jednou z hlavních os nepodléhá žádnému prodloužení. Název „čistý“ znamená, že hlavní osy nerotují během deformace. Výška h daného vzorku ve vertikálním

směru (směr namáhání) je značně menší, než horizontální šířka w ve směru druhém a to řádově méně než jedna desetina w . Dlouhé horizontální svorky zabraňují kontrakci vedlejších stran vzorku a dochází pouze k napětí ve vertikálním směru, takže je dáno $\lambda_2 = 1$.

Poměrné prodloužení je při deformaci dáno jako: $\lambda_1 = \lambda$, $\lambda_2 = 1$ a $\lambda_3 = 1/\lambda$, zatímco napětí $\sigma_3 = 0$. Napětí σ_2 je vyvoláno tuhými svorkami, takže není nulové. Z rovnice (17.) tlak P obdržíme jako:

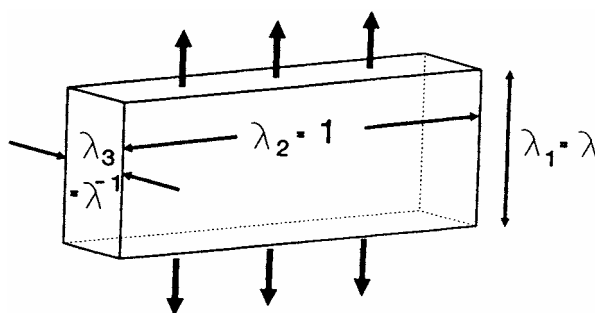
$$P = -2(\lambda^{-2}W_1 - \lambda^2W_2) \quad (20)$$

Tudíž napětí $\sigma_1 (= \sigma)$ v protahovaném směru je dáno jako:

$$\sigma = 2(W_1 + W_2) \cdot (\lambda^2 - \lambda^{-2}) \quad (21)$$

a vedlejší napětí σ_2 je:

$$\sigma_2 = 2(W_1 + \lambda^2W_2) \cdot (1 - \lambda^{-2}) \quad (22)$$



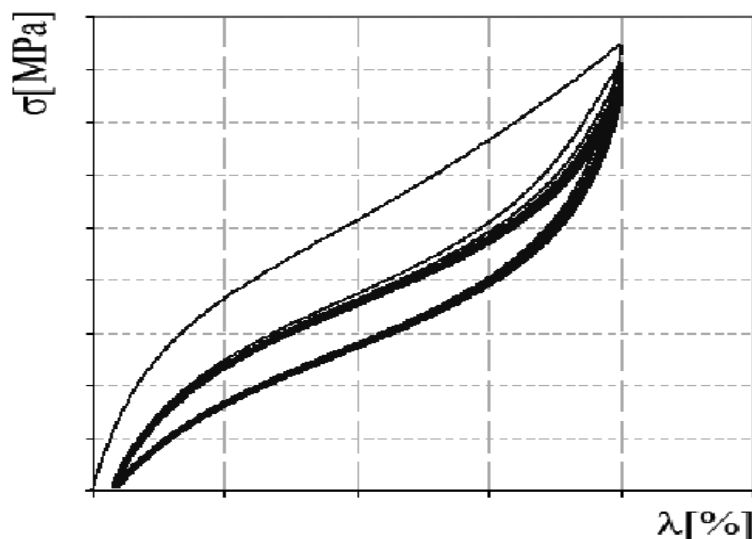
Obr. 3. Čistý smyk

Vztah mezi tahem a tlakem při nuceném napětí je opět vysoce nelineární funkcí. (2)

1.4.6 Průběh mechanického zatěžování

Při cyklickém zatěžování se křivka závislosti mezi napětím a deformací mění podle počtu cyklů. Při prvním zatížení působí na materiál vyšší napětí při stejné poměrné deformaci než v dalších cyklech. Projevuje se zde efekt měknutí zatěžovaného materiálu označovaný

jako Mullinův efekt. (7) Dále v průběhu každého jednotlivého zatěžování má křivka jiný průběh než při zpětném povolování, kdy se deformovaný materiál vrací zpět do původního tvaru při menším napětí za stejné poměrné deformace. (Obr. 4.)



Obr. 4. Křivka vztahu napětí a deformace

Pro přesné určení materiálových konstant pro jednotlivé modely je třeba z diagramu určit typickou křivku průběhu. Materiálové konstanty se potom určují metodou nejmenších čtverců. Pro přesnou aproximaci je potřeba analyzovat ze třech pracovních diagramů, pro jednoosou napjatost, dvouosou napjatost a čistý smyk. Při použití pouze jednoho diagramu nebudou hodnoty dostatečně přesné.

1.4.7 Zkoušení hyperelastických materiálů

Při zkoušení hyperelastických materiálů se obvykle používají metody zatěžování pro jednoosou napjatost, dvouosou napjatost a čistý smyk. Výsledky těchto zkoušek potom lze použít pro přesnou aproximaci charakteristiky chování daného materiálu při zatěžování.

Podstatou zkoušky pro jednoosou napjatost je protahování standardního zkušební tělesa v trhacím stroji konstantní rychlostí v jednom směru, přičemž se odečítají hodnoty síly a prodloužení, potřebné k hodnocení požadovaných charakteristik protahovaných zkušebních těles. Protahování probíhá až do okamžiku přetržení tělesa. (6)

Při zkoušce pro dvouosou napjatost je zkušební těleso protahováno v trhacím stroji rovnoměrnou zatěžovací silou ve dvou směrech, přičemž se odečítají hodnoty síly a protažení. Zkušební těleso tvaru čtverce je v trhacím stroji rovnoměrně upnuto po celém svém obvodu. (5)

Při zkoušce pro čistý smyk je zkušební těleso obdélníkového tvaru rovnoměrně zatěžováno v hlavním směru tak, aby bylo zabráněno změně šířky vedlejších stran, pomocí dlouhých horizontálních svorek. V průběhu zatěžování linie rovnoběžná s jednou z hlavních os nepodléhá žádnému prodloužení.

2. PRAKTICKÁ ČÁST

2.1 Stanovení cílů

Cílem této práce je otestování vlastností vybraných hyperelastických materiálů v jednoosé napjatosti, určení charakteristiky průběhu závislosti napětí na poměrné deformaci pro jednotlivé materiály, jejich popisu a srovnání. Dále určení průměrné hodnoty pevnosti, hodnoty tažnosti a hodnot napětí při různé velikosti protažení pro jednotlivé materiály, jejich statistické zpracování a srovnání.

Dalším cílem této práce je porovnání materiálového popisu chování, což obsahuje aproximaci experimentálních charakteristik chování hyperelastických materiálů současnými materiálovými modely, porovnání těchto modelů a jejich aproximační vhodnosti.

2.2 Metodika práce

2.2.1 Zkušební materiály

Jako zkušební materiály bylo použito pět druhů běžných materiálů pro výrobu pneumatik. Jednotlivé materiálové zkušební vzorky byly vyrobeny ve tvaru oboustranných lopatek předepsaných rozměrů. Jednotlivým materiálům jsem pro orientaci přiřadil čísla 1 až 5. Podrobný popis složení směsí jednotlivých materiálů je doložen v příloze. (P13)

2.2.2 Testování materiálů na jednoosou napjatost

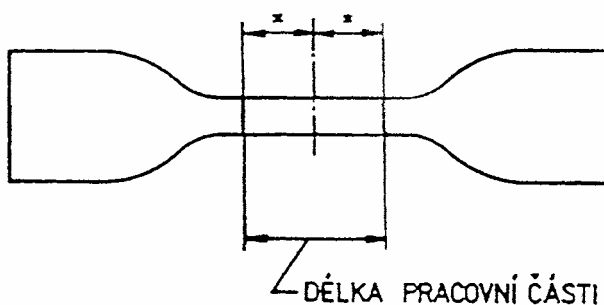
Podstata zkoušky

Zatěžovací tahová zkouška byla prováděna dle příslušné normy ČSN ISO 37 na trhacím stroji. Standardní zkušební tělesa tvaru oboustranných lopatek byla protahována v trhacím stroji konstantní rychlostí v upínacích čelistech. Odečítaly se hodnoty síly a prodloužení, potřebné k hodnocení požadovaných charakteristik protahovaných zkušebních těles v průběhu jejich bezporuchového protahování a v okamžiku přetržení. (6)

Zkušební tělesa

Jako zkušební tělesa bylo použito pět druhů materiálů tvořených vulkanizovanou kaučukovou směsí. Každý druh pryže byl zastoupen pěti zkušebními vzorky ve tvaru oboustranných lopatek. (Obr. 5.)

Standardní tloušťka zúžené části byla u všech vzorků přibližně 2,3 mm a délka pracovní části 6 mm. Ostatní rozměry lopatek jsou dány příslušným sekacím nožem.



Obr. 5. Zkušební těleso tvaru oboustranné lopatky

Zkušební zařízení**vysekávací a vyřezávací nože**

Všechny vysekávací a vyřezávací nože odpovídaly ISO 4661-1. (6)

Tloušťkoměr

Přístroj pro měření tloušťky zkušebních těles tvaru oboustranných lopatek odpovídal požadavkům metody A v ISO 4648:1991. (6)

trhací stroj

Trhací stroj vyhovoval požadavkům ISO 5893:1993. (6)

Počet zkušebních těles

Každý druh materiálu byl zastoupen počtem šesti zkušebních těles.

Postup zkoušky

Přístrojem byla změřena tloušťka každého vzorku na třech místech, z čehož byla vyhodnocena průměrná tloušťka vzorku a vypočítaný obsah průřezu.

Zkušební těleso bylo vloženo do trhacího stroje tak, aby bylo zabezpečeno symetrické upnutí rovnoběžných částí lopatek a aby byl tah rozložen rovnoměrně na příčný průřez tělesa. Na zkušební těleso byl připevněn mechanismus průtahoměru. Poté byl spuštěn chod stroje a průběžně se zaznamenávaly změny pracovní délky zkušebního tělesa a síly po celou dobu zkoušky s přesností $\pm 2\%$, jak je požadováno pro účely vyhodnocení.

Jmenovitá rychlost příčnicku s pohyblivou upínací čelistí byla 55 mm/min (200mm/min). U žádného tělesa nedošlo k přetržení mimo pracovní část.

Zkušební teplota

Zkouška probíhala ve všech případech při laboratorní teplotě.

2.2.3 Zpracování naměřených dat

Naměřená data byla snímána počítačem. Příslušným programem byla graficky vyhodnocena závislost napětí na protažení pro každý materiál. Program dále změřil hodnoty napětí při poměrném protažení 50%, 100%, 200%, 300%, hodnoty pevnosti a tažnosti při přetržení a sloupce hodnot závislosti silového působení na protažení pro každý materiál. Tyto závislosti jsem přepočítal na hodnoty závislosti napětí na poměrné deformaci, dle rovnic:

$$\sigma = \frac{F}{s} [MPa], \quad (23)$$

$$\varepsilon = \frac{L - L_0}{L_0}, \quad (24)$$

kde F je zatěžovací síla, s je plocha průřezu pracovní části, L je délka pracovní části tělesa při protažení a L_0 je délka pracovní části tělesa před deformací.

2.2.4 Aproximace materiálovými modely

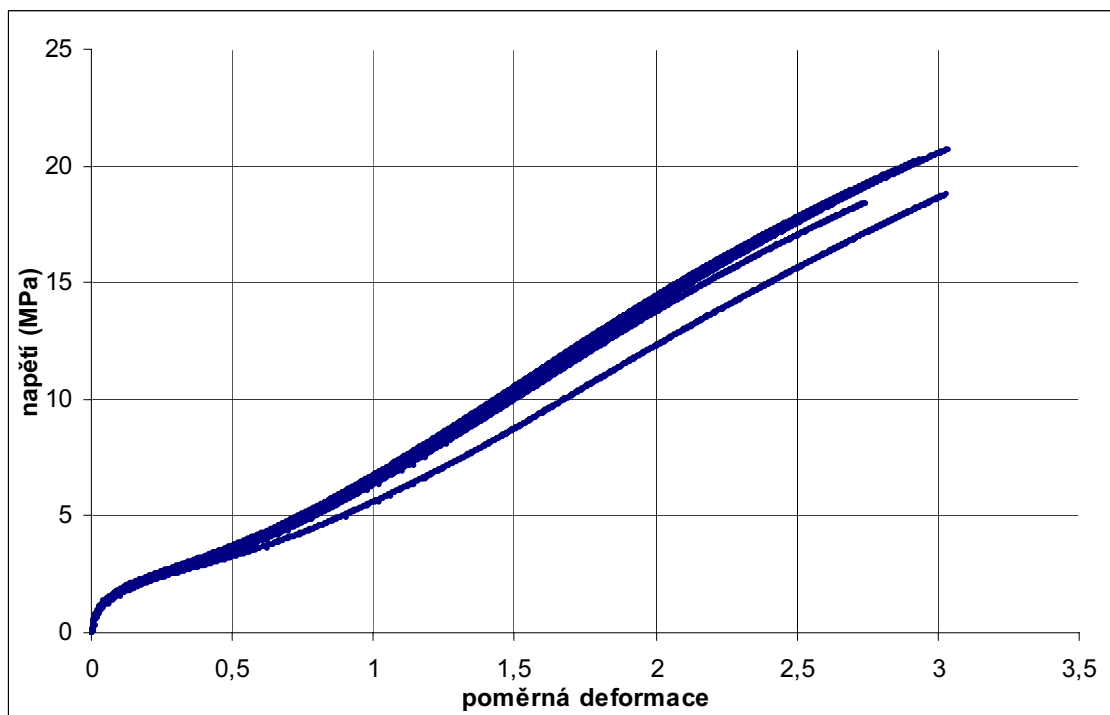
Aproximace materiálových modelů: *Ogden* (pro 2, 4 a 6 parametrů), *Mooney-Rivlin* (pro 2, 3, 5 a 9 parametrů), *Neo-Hookean* (pro 1 parametr), *Yeoh* (pro 1, 2 a 3 parametry), *Arruda-Boyce* (pro 2 parametry) je založena na určení jednotlivých materiálových konstant pomocí metody nejmenších čtverců. Dosazením těchto konstant do příslušných rovnic jednotlivých modelů jsme vyhodnotili jejich průběhy, které v závislosti na poměrné deformaci aproximují průběhy získané experimentálně.

Pro přesnější modelovou charakteristiku je třeba aproximaci provádět na základě výsledků tří deformačních zkoušek, tj. pro jednoosou napjatost, dvouosou napjatost a čistý smyk. V našem případě bylo zkoušení prováděno pouze pro jednoosou napjatost a proto nemohla být aproximace provedena v plném rozsahu deformačních charakteristik pro jednotlivé materiály.

2.2 Výsledky měření

Průběhy experimentální závislosti napětí na poměrné deformaci pro jednotlivé materiály jsou uvedeny na Obr. 6. – 10. Hodnoty modulů 50%, 100%, 200%, 300%, a hodnoty pevnosti a tažnosti při přetržení a jejich statistické zpracování pro jednotlivé materiály jsou uvedené v Tab. I – V.

2.2.1 Materiál Č. 1

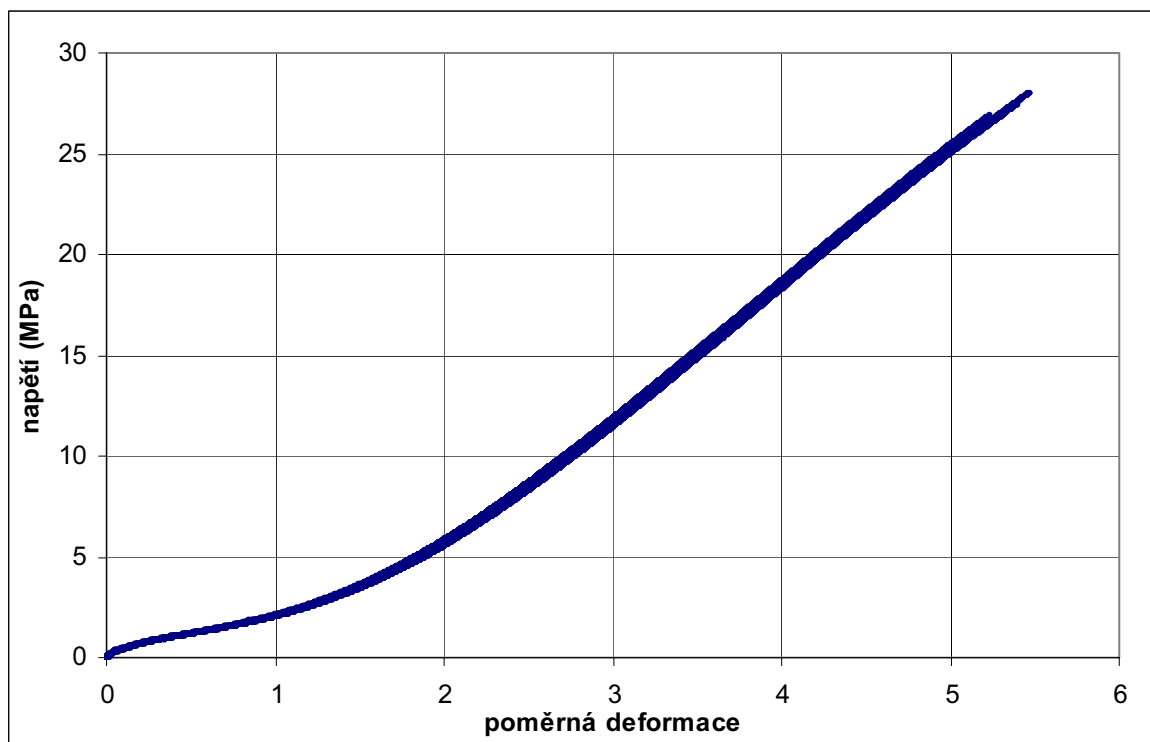


Obr. 6. Závislost napětí na poměrné deformaci pro materiál Č. 1.

Tabulka I. Naměřené deformační hodnoty pro materiál Č. 1

	Hodnoty pevnosti (Mpa)	Hodnoty tažnosti (%)	Modul 50% (Mpa)	Modul 100% (Mpa)	Modul 200% (Mpa)
	20,715	303,200	3,476	6,376	14,062
	17,827	254,100	3,744	6,772	14,427
	18,282	259,300	3,706	6,612	14,260
	18,421	274,300	3,541	6,400	13,781
	20,263	293,200	3,671	6,715	14,428
	18,137	302,900	3,281	5,626	12,323
aritmetický průměr $\bar{x}$	18,941	281,167	3,570	6,417	13,880
směrodatná odchylka s	1,224	21,728	0,174	0,420	0,801
variační koeficient ν [%]	0,065	0,0773	0,0489	0,0654	0,0577
konfidenční interval pro 5% a 95% hodnot	[17,657; 20,225]	[258,365; 303,969]	[3,387; 3,753]	[5,976; 6,857]	[13,0392; 14,721]

2.2.2 Materiál Č. 2

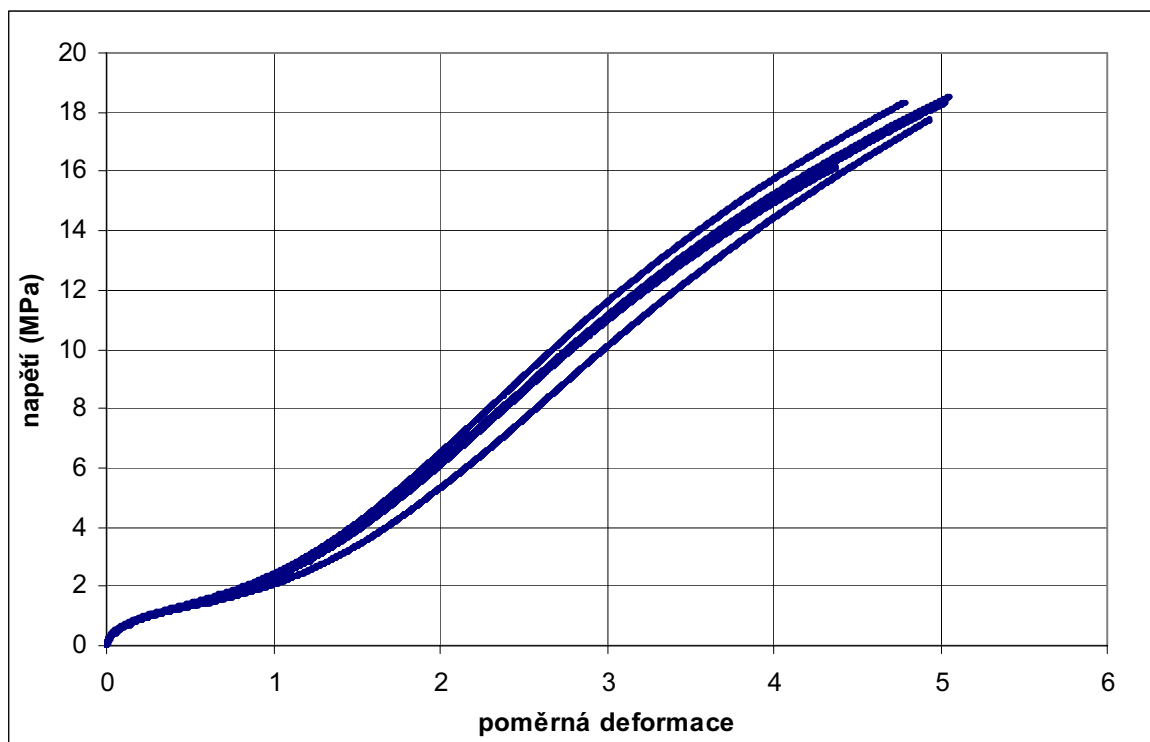


Obr. 7. Závislost napětí na poměrné deformaci pro materiál Č. 2.

Tabulka II. Naměřené deformační hodnoty pro materiál Č. 2.

	Hodnoty pevnosti (Mpa)	Hodnoty tažnosti (%)	Modul 50% (Mpa)	Modul 100% (Mpa)	Modul 200% (Mpa)	Modul 300% (Mpa)
	27,094	531,000	1,239	2,156	5,900	11,922
	28,068	547,200	1,21	2,061	5,581	11,480
	25,832	538,900	1,225	2,135	5,872	11,872
	27,446	539,100	1,203	2,089	5,756	11,710
	26,908	523,100	1,216	2,099	5,832	11,907
aritmetický průměr $\bar{x}$	27,0696	535,860	1,219	2,108	5,7882	11,778
směrodatná odchylka s	0,821	9,148	0,0140	0,0376	0,128	0,187
variační koeficient ν [%]	0,0303	0,0171	0,0115	0,0179	0,0221	0,0159
konfidenční interval pro 5% a 95% hodnot	[26,0500; 28,089]	[524,501; 547,219]	[1,201; 1,236]	[2,0612; 2,155]	[5,629; 5,947]	[11,546; 12,0102]

2.2.3 Materiál Č. 3

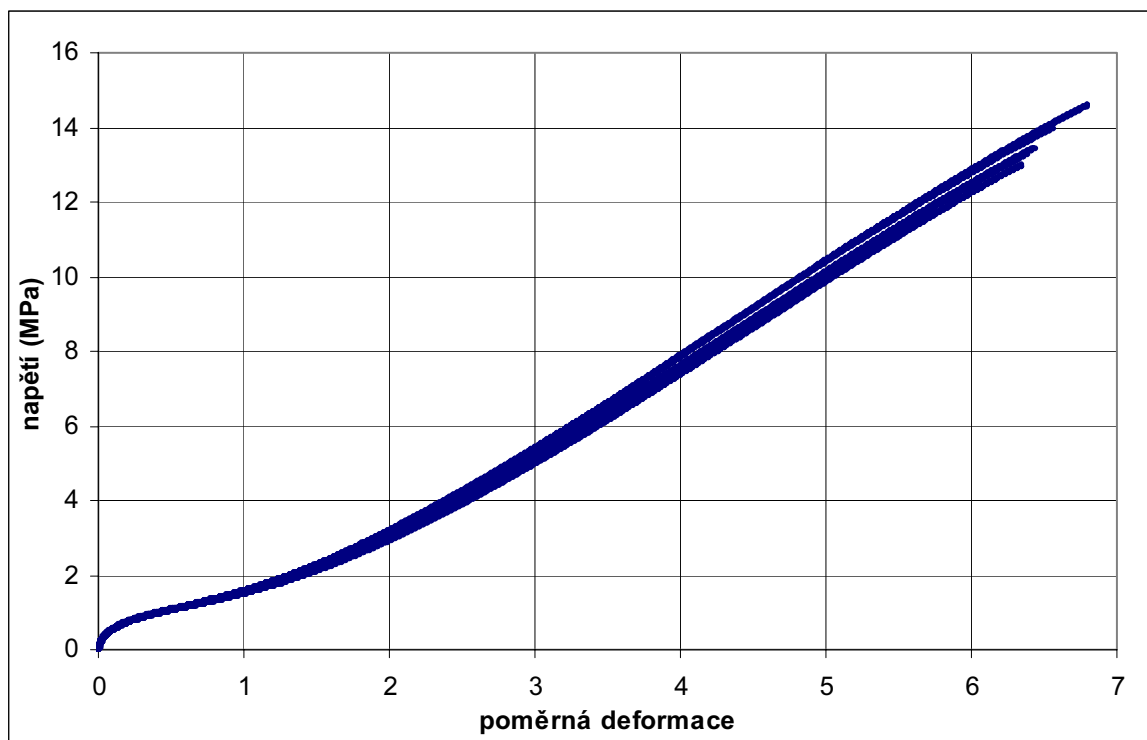


Obr. 8. Závislost napětí na poměrné deformaci pro materiál Č. 3.

Tabulka III. Naměřené deformační hodnoty pro materiál Č. 3.

	Hodnoty pevnosti (Mpa)	Hodnoty tažnosti (%)	Modul 50% (Mpa)	Modul 100% (Mpa)	Modul 200% (Mpa)	Modul 300% (Mpa)
	17,750	493,900	1,322	2,066	5,317	10,097
	16,770	437,700	1,404	2,366	6,362	11,389
	18,310	502,800	1,362	2,292	6,123	11,013
	18,333	479,000	1,422	2,422	6,499	11,595
	17,591	476,400	1,373	2,307	6,083	11,025
	18,526	505,800	1,370	2,319	6,206	11,126
aritmetický průměr $\bar{x}$	17,880	482,600	1,375	2,295	6,0983	11,0408
směrodatná odchylka s	0,654	25,0654	0,0348	0,122	0,413	0,515
variační koeficient ν [%]	0,0366	0,0519	0,0253	0,0531	0,0677	0,0467
konfidenční interval pro 5% a 95% hodnot	[17,193; 18,566]	[456,295; 508,905]	[1,339; 1,412]	[2,167; 2,423]	[5,665; 6,532]	[10,500; 11,582]

2.2.4 Materiál Č. 4

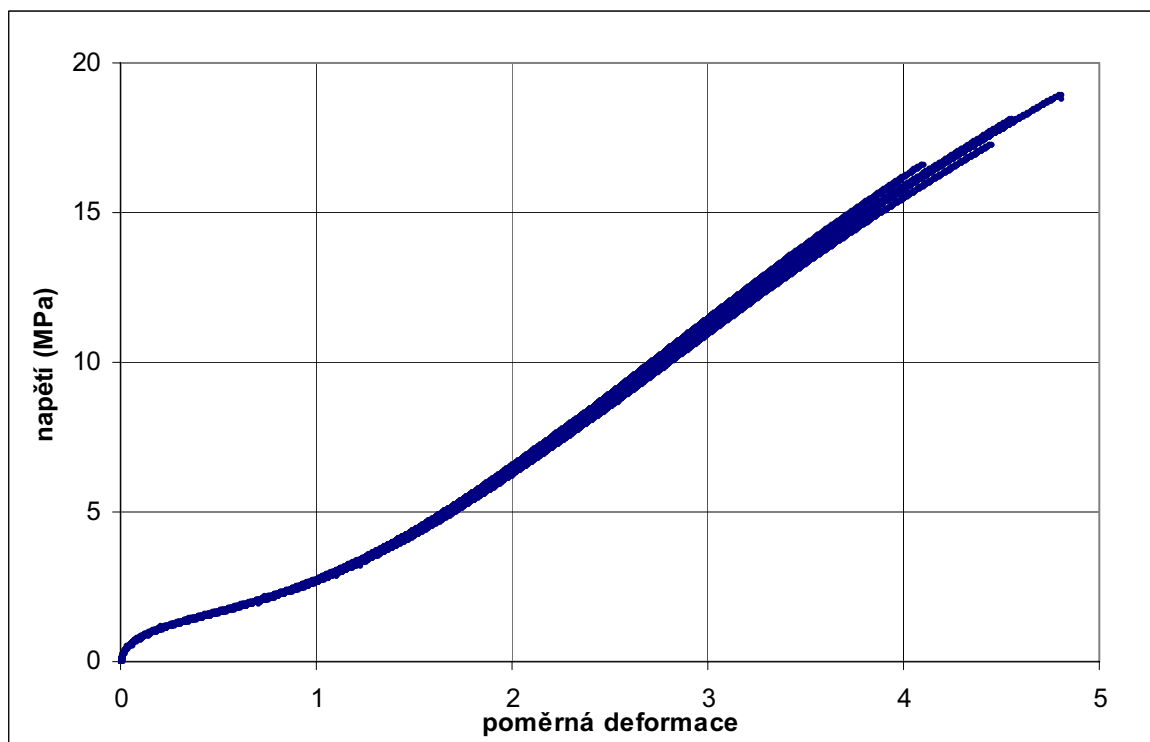


Obr. 9. Závislost napětí na poměrné deformaci pro materiál Č. 4.

Tabulka IV. Naměřené deformační hodnoty pro materiál Č. 4.

	Hodnoty pevnosti (Mpa)	Hodnoty tažnosti (%)	Modul 50% (Mpa)	Modul 100% (Mpa)	Modul 200% (Mpa)	Modul 300% (Mpa)
	13,322	680,000	1,097	1,591	3,159	5,358
	13,275	637,700	1,054	1,515	3,007	5,124
	13,441	643,300	1,076	1,546	3,049	5,188
	11,417	565,600	1,080	1,528	3,088	5,228
	13,972	656,200	1,103	1,598	3,206	5,422
	12,990	635,100	1,071	1,512	2,941	5,007
aritmetický průměr $\bar{x}$	13,069	636,317	1,0802	1,548	3,075	5,221
směrodatná odchylka s	0,871	38,358	0,0178	0,0378	0,0976	0,152
variační koeficient ν [%]	0,0667	0,0603	0,0165	0,0244	0,0317	0,0291
konfidenční interval pro 5% a 95% hodnot	[12,155; 13,984	[596,0627; 676,571	[1,0614; 1,0989	[1,509; 1,588	[2,973; 3,177	[5,0617; 5,381

2.2.5 Materiál Č. 5



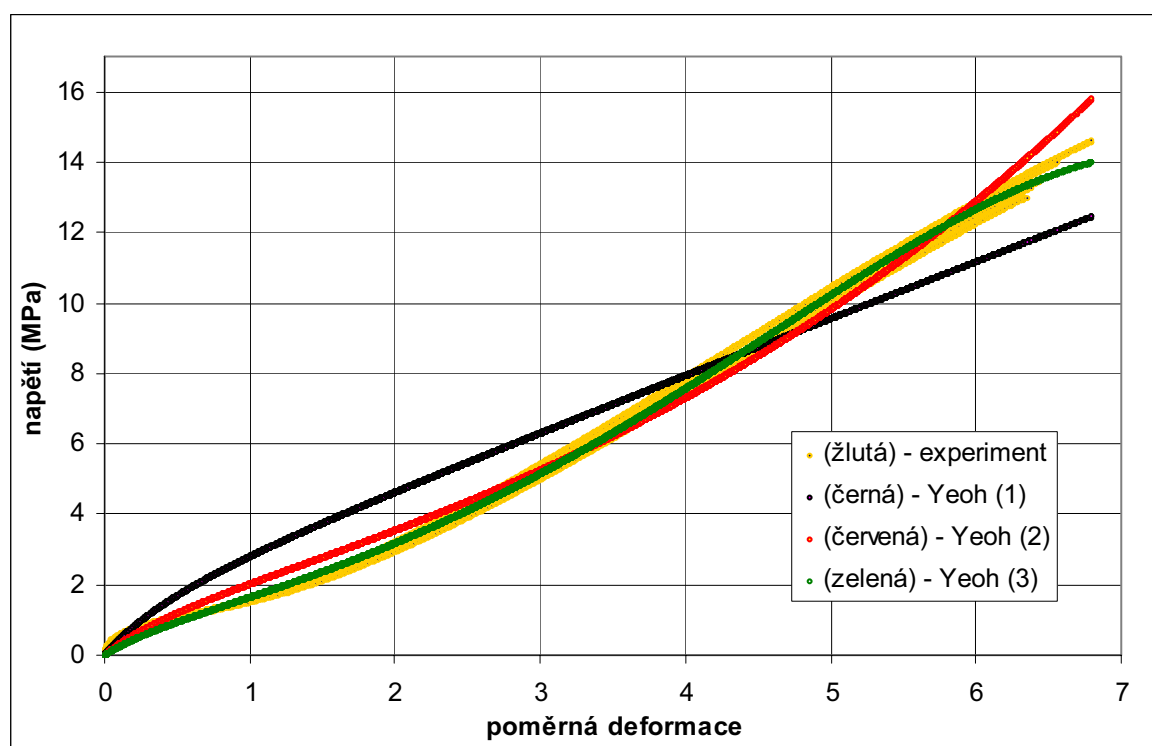
Obr. 10. Závislost napětí na poměrné deformaci pro materiál Č. 5.

Tabulka V. Naměřené deformační hodnoty pro materiál Č. 5.

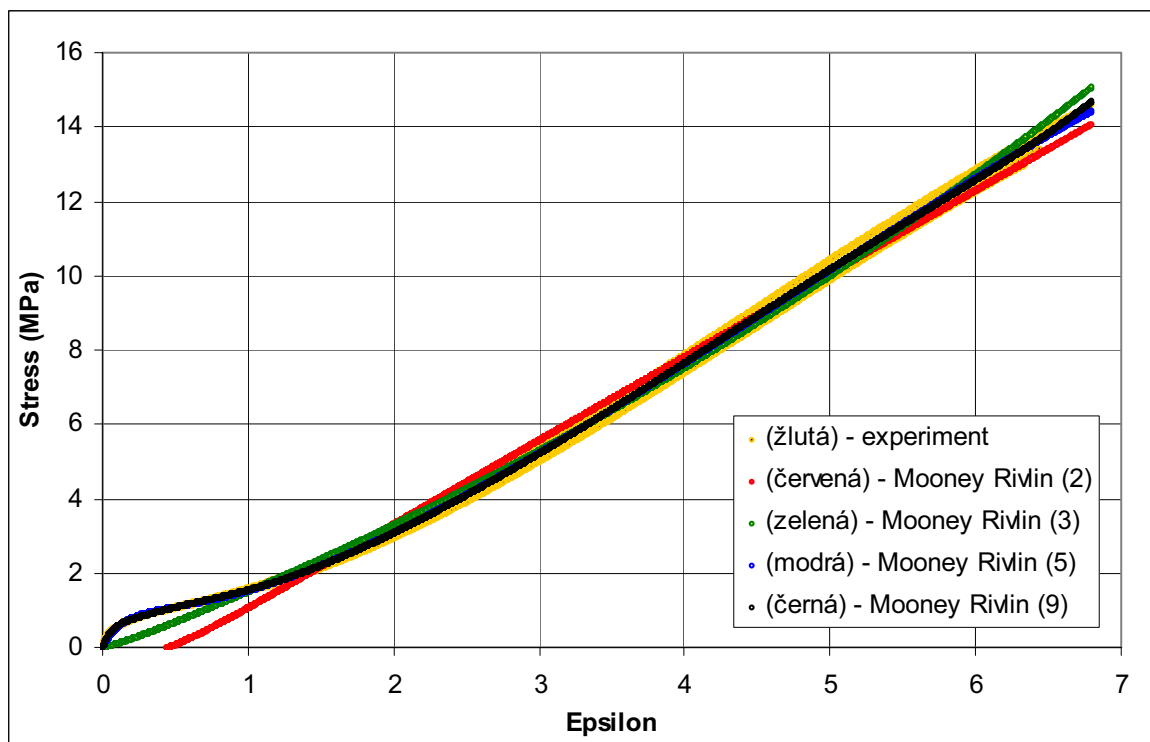
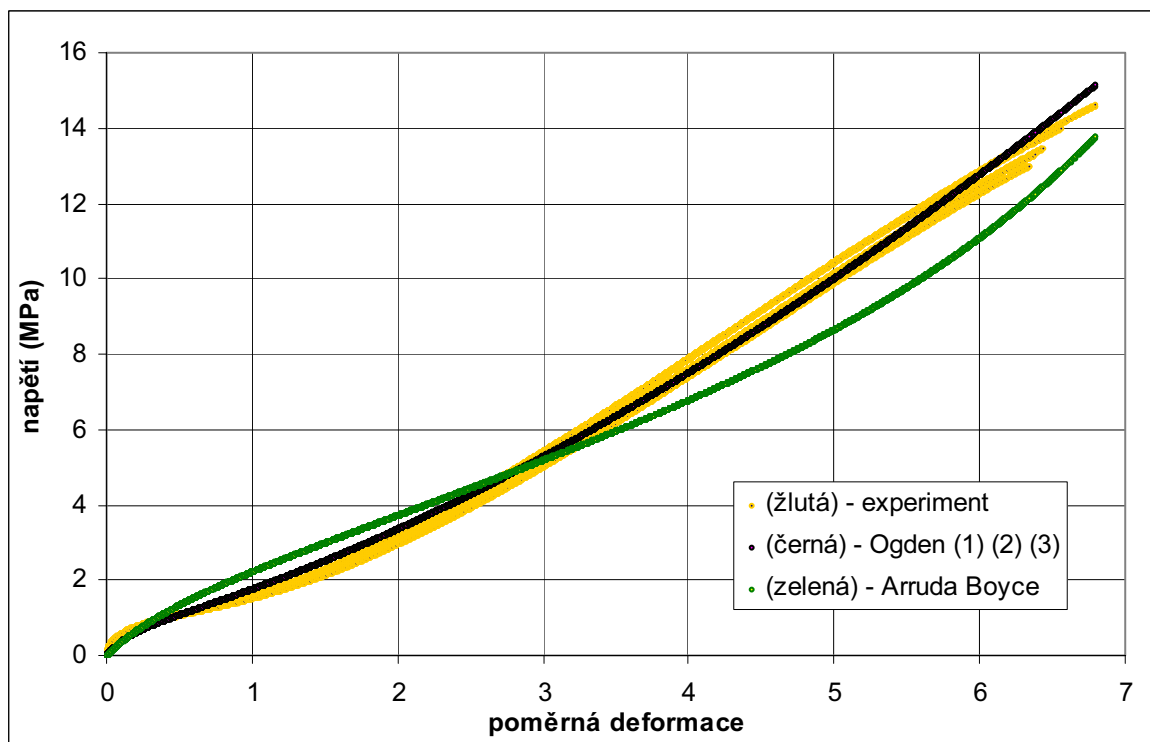
	Hodnoty pevnosti (Mpa)	Hodnoty tažnosti (%)	Modul 50% (Mpa)	Modul 100% (Mpa)	Modul 200% (Mpa)	Modul 300% (Mpa)
	16,616	410,000	1,671	2,729	6,504	11,458
	18,803	480,800	1,675	2,758	6,500	11,267
	17,196	455,400	1,703	2,751	6,471	11,281
	16,097	398,600	1,678	2,758	6,553	11,462
	18,039	455,900	1,634	2,672	6,358	11,166
	17,284	445,000	1,658	2,668	6,258	10,953
aritmetický průměr $\bar{x}$	17,339	440,950	1,670	2,723	6,441	11,264
směrodatná odchylka s	0,972	30,946	0,0229	0,0422	0,111	0,192
variační koeficient ν [%]	0,0560	0,0702	0,0137	0,0155	0,0172	0,0170
konfidenční interval pro 5% a 95% hodnot	[16,319;	[408,475;	[1,646;	[2,678;	[6,324;	[11,0635;
	18,359	473,425	1,694	2,767	6,557	11,465

Výsledky aproximace

Aproximované závislosti pro jednotlivé materiálové modely jsou u všech testovaných materiálů podobné, až na drobné odchylky popsané v diskusi výsledků. Z toho důvodu jsem jako příklad zvolil zobrazení aproximace experimentální závislosti pro materiál Č. 4. Srovnání ostatních aproximovaných průběhů napětí na poměrné deformaci se závislostí získanou experimentálně jsem zobrazil v přílohách (P1 – P12) pro jednotlivé materiály.



Obr.11. Materiál Č. 4: srovnání pro model *Yeoh*

Obr.12. Materiál Č. 4: srovnání pro model *Mooney-Rivlin*Obr.13. Materiál Č. 4: srovnání pro model *Ogden* a *Arruda-Boyce*

2.3 Diskuse výsledků

Na obr. 6. – 10. je vyobrazen průběh závislosti napětí na poměrné deformaci pro jednotlivé materiály získané experimentálně na trhačím stroji. Na obrázcích umístěných v přílohách (P1 – P12) jsou jejich aproximované závislosti získané pomocí materiálových modelů

Největší průměrné hodnoty pevnosti při přetržení, $\sigma = 27,070$ MPa bylo dosaženo u materiálu Č. 2. Pro tento materiál bylo také dosaženo největšího průměrného modulu 300%, $\sigma = 11,778$ MPa. (Tab. II) Nejmenší průměrné hodnoty pevnosti při přetržení, $\sigma = 13,069$ MPa bylo dosaženo u materiálu Č. 4, u kterého bylo také dosaženo nejmenších průměrných hodnot napětí při protažení 50% ($\sigma = 1,080$ MPa), 100% ($\sigma = 1,550$ MPa), 200% ($\sigma = 3,075$ MPa), 300% ($\sigma = 5,221$ MPa) a největší průměrné hodnoty tažnosti, $\delta = 636,317$ %. (Tab. IV) Nejmenší průměrné hodnoty tažnosti, $\delta = 281,167$ %, bylo dosaženo u materiálu Č. 1. Pro tento materiál bylo také dosaženo největších průměrných hodnot napětí při protažení 50% ($\sigma = 3,570$ MPa), 100% ($\sigma = 6,417$ MPa), 200% ($\sigma = 13,880$ MPa). (Tab. I).

Křivky experimentální závislosti napětí na poměrné deformaci by měly mít poměrně jednotný průběh pro všechny zkušební vzorky daného materiálu, kterého dosahují, kromě materiálů Č. 1 a Č. 3. Například u materiálu Č. 1 jsem vypočítal pro průměrnou hodnotu napětí při 100 % protažení variační koeficient $\nu = 0,0654$ % a u materiálu Č. 3 $\nu = 0,0531$, přičemž u materiálů Č. 2, Č. 4 a Č. 5 variační koeficienty při stejném napětí dosahují hodnot $\nu = [0,0179; 0,0244; 0,0155]$. (Tab. I – V)

Pro všechny materiály mají křivky experimentální závislosti třikrát esovitě prohnutý průběh. U většiny materiálů křivka prudce stoupá přibližně do hodnoty $\varepsilon = 0,5$ a od hodnoty $\varepsilon = 2$ dosahuje téměř lineárního charakteru, pouze s mírnou konvexností. Výjimku představuje materiál Č. 1, u kterého dochází k prudkému vzestupu křivky přibližně do hodnoty $\varepsilon = 0,25$ a téměř lineární charakteristiky dosahuje již přibližně od hodnoty $\varepsilon = 1$. U materiálu Č. 2 nedosahuje křivka na počátku průběhu tak prudkého vzestupu. (Obr. 6. – 10.)

Při aproximaci materiálovým modelem *Yeoh* se průběhu experimentální křivky průměrné závislosti napětí na deformaci nejvíce přiblížil tří-parametrový model, který ji aproximuje poměrně dobře pro všechny materiály. Křivka dvou-parametrového modelu *Yeoh* se s experimentálním průběhem shoduje o něco méně. U jedno-parametrového modelu *Yeoh* se aproximovaná křivka shoduje s experimentální křivkou nejméně, což je způsobeno příliš vysokými hodnotami dosažené deformace u všech charakteristik, kdy je experimentální křivka několikrát esovitě prohnutá. Toto se projevuje nejméně u aproximace pro materiál Č. 1., u kterého byla dosažená hodnota tažnosti pouze $\delta = 281,167 \%$. Při maximální deformaci do 100 až 150 % by tedy byla aproximace jedno-parametrovým modelem *Yeoh* mnohem přesnější.

Při aproximaci materiálovým modelem *Mooney-Rivlin* se průběhu experimentální křivky nejvíce přibližuje devíti-parametrový model, který se s touto křivkou přesně shoduje u všech průběhů. Pěti-parametrový model se s experimentální křivkou shoduje téměř přesně. Tří-parametrový a dvou-parametrový model se s experimentální křivkou shoduje přibližně, přičemž na počátku průběhu, kdy závislost prudce roste přibližně do hodnoty $\varepsilon = 0,5$ se od křivky odchyluje nejvíce. Toto se u aproximace pro materiál Č. 1 projevuje lineárním průběhem dvou-parametrového a tří-parametrového modelu. (P2)

Aproximační křivky jedno-parametrového, dvou-parametrového a tří-parametrového modelu *Ogden* mají u všech charakteristik naprosto shodný průběh, proto jsem při aproximaci u materiálů Č. 3, Č. 4 a Č. 5 uvažoval pouze jedno-parametrový model, jehož průběh představuje modely *Ogden* pro všechny parametry. (P9, P12) Křivka tohoto modelu se s experimentální křivkou pro všechny materiály shoduje pouze přibližně. Neshoda je způsobená, stejně jako u materiálového modelu *Yeoh*, příliš vysokými hodnotami dosažené měrné deformace u všech charakteristik, kdy je experimentální křivka několikrát esovitě prohnutá. Toto se projevuje opět nejméně u průběhu pro materiál Č. 1. (P3)

Při aproximaci dvou-parametrovým materiálovým modelem *Arruda-Boyce* nebylo dosaženo shody s průběhem experimentální křivky. Toto je způsobeno, stejně jako u materiálových modelů *Yeoh* a *Ogden*, příliš vysokými hodnotami dosažené deformace u

všech charakteristik. Tento model aproximuje experimentální křivku ze všech materiálových modelů nejhůře. (P3, P6, P9, P12)

Při aproximaci jedno-parametrovým materiálovým modelem *Neo-Hookean* bylo dosaženo naprosto shodného průběhu, jako u jedno-parametrového modelu *Yeoh*, proto jsem tento model dále uvažoval pouze jako *Yeoh (1)*. (P1, P4, P7, P10)

ZÁVĚR

Dle výše uvedených výsledků hodnot napětí při protažení a pevnosti zkoušených materiálů vyplývá, že největší pevnosti dosahuje materiál Č. 2, jehož průměrná hodnota pevnosti při přetržení činí $\sigma = 27,070$ MPa. Materiál Č. 4 prokazuje největší tažnost. Jeho průměrná hodnota tažnosti činí $\delta = 636,317$ %. Tento materiál také prokázal nejmenší modul 50 %, 100 %, 200 % a 300 % a nejmenší hodnotu pevnosti, $\sigma = 13,069$ MPa. Nejmenší hodnota tažnosti byla naměřena u materiálu Č. 1, $\delta = 281,167$ %. Tento materiál je ze zkušebních materiálů jediný, jehož průměrná hodnota tažnosti nepřekročila hodnotu 300 %. (Tab. I–V)

Křivky experimentální závislosti napětí na poměrné deformaci mají pro všechny materiály esovitě prohnutý průběh, který na počátku prudce stoupá přibližně do hodnoty $\varepsilon = 0,5$ a od hodnoty $\varepsilon = 2$ dosahuje téměř lineárního charakteru s mírnou konvexností. Výjimku představuje materiál Č. 1, jehož průběh se výrazně liší od ostatních materiálů z důvodu jeho nízké hodnoty tažnosti a vysokých hodnot napětí při protažení. (Obr. 6.)

Pro aproximování experimentálních průběhů napětí pro jednotlivé materiály se nejlépe projevuje devíti-parametrový materiálový model *Mooney-Rivlin*, jehož průběh kopíruje experimentální křivku naprosto přesně u všech charakteristik. Průběhy ostatních materiálových modelů dosahují určitých odchylek od experimentální křivky.

Nejhorších výsledků bylo dosaženo u modelu *Arruda-Boyce* a jedno-parametrového modelu *Yeoh*, který je naprosto shodný s modelem *Neo-Hookean*. Špatná aproximace u některých modelů je způsobena příliš vysokými hodnotami dosažené měrné deformace, která nabývá u testovaných materiálů průměrných hodnot v rozmezí $[281,167 - 636,317]$ %, kdy je experimentální křivka několikrát esovitě prohnutá a materiálové modely, které fungují na základě jednoho nebo dvou parametrů, jsou pro takto složité experimentální průběhy nevhodné. Pro experimentální průběh, který by dosahoval protažení do 100 až 150% by byly tyto materiálové modely účinnější.

SEZNAM POUŽITÝCH ZDROJŮ

- (1) Ciesielski, A. *An Introduction to Rubber Technology*. Shawbury, UK: Rapra Technology Limited, 2000.
- (2) Gent, A., N. *Engineering with rubber*. Munich: Carl Hauser Verlag, 2001. 365s. ISBN 3-446-21403-8
- (3) Harper, Ch., A. *Handbook of plastics and elastomers*. New York, USA: McGraw-Hill, 1975. 1000s. ISBN 0-07-026681-6
- (4) Kohnke, P. *ANSYS – Theory reference*. Canonsburg, PA, USA: ANSYS, Inc., 1998. 965s.
- (5) Morton, M. *Rubber technology*. 2. vyd. New York, USA: Van Nostrand Reinhold, 1973. 603s.
- (6) ČSN ISO 37: *Přýž z vulkanizovaných nebo termoplastických kaučuků – Stanovení tahových vlastností*.
- (7) MSC Software. c 2004. http://www.mscsoftware.com/assets/103_elat_paper.pdf
- (8) ANSYS, Inc. C 2004. <http://ansys.net/ansys/papers/nonlinear/conflong-hyperel.pdf>

SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK

W je potenciál deformační energie

I_i je deformační invarianta pro materiálové modely

c_{ij} je materiálová konstanta

E je počáteční modul pružnosti, v [MPa]

μ_i je materiálová konstanta

α_i je materiálová konstanta

λ_i je poměrné protažení, v [%]

σ_{ij} je napětí ve směru ij , v [MPa]

E_{ij} je Lagrangeův deformační tenzor

ε_i je poměrná deformace

δ je tažnost, v [%]

L je délka pracovní části po protažení, v [mm]

L_0 je původní délka pracovní části, v [mm]

F je zatěžovací síla, v [N]

s je plocha průřezu pracovní části, v [mm²]

$\bar{x}$ je aritmetický průměr

s je směrodatná odchylka

ν je variační koeficient, v [%]

SEZNAM OBRÁZKŮ

Obr. 1 Jednoosá napjatost	16
Obr. 2 Dvouosá napjatost.....	17
Obr. 3 Čistý smyk	18
Obr. 4 Křivka vztahu napětí a deformace	19
Obr. 5 Zkušební těleso tvaru oboustranné lopatky	22
Obr. 6 Závislost napětí na poměrné deformaci pro materiál Č. 1	25
Obr. 7 Závislost napětí na poměrné deformaci pro materiál Č. 2.....	26
Obr. 8 Závislost napětí na poměrné deformaci pro materiál Č. 3.....	27
Obr. 9 Závislost napětí na poměrné deformaci pro materiál Č. 4.....	28
Obr. 10 Závislost napětí na poměrné deformaci pro materiál Č. 5.....	29
Obr. 11 Materiál Č. 4: srovnání pro model <i>Yeoh</i>	31
Obr. 12 Materiál Č. 4: srovnání pro model <i>Mooney-Rivlin</i>	31
Obr. 13 Materiál Č. 4: srovnání pro model <i>Ogden a Arruda-Boyce</i>	32

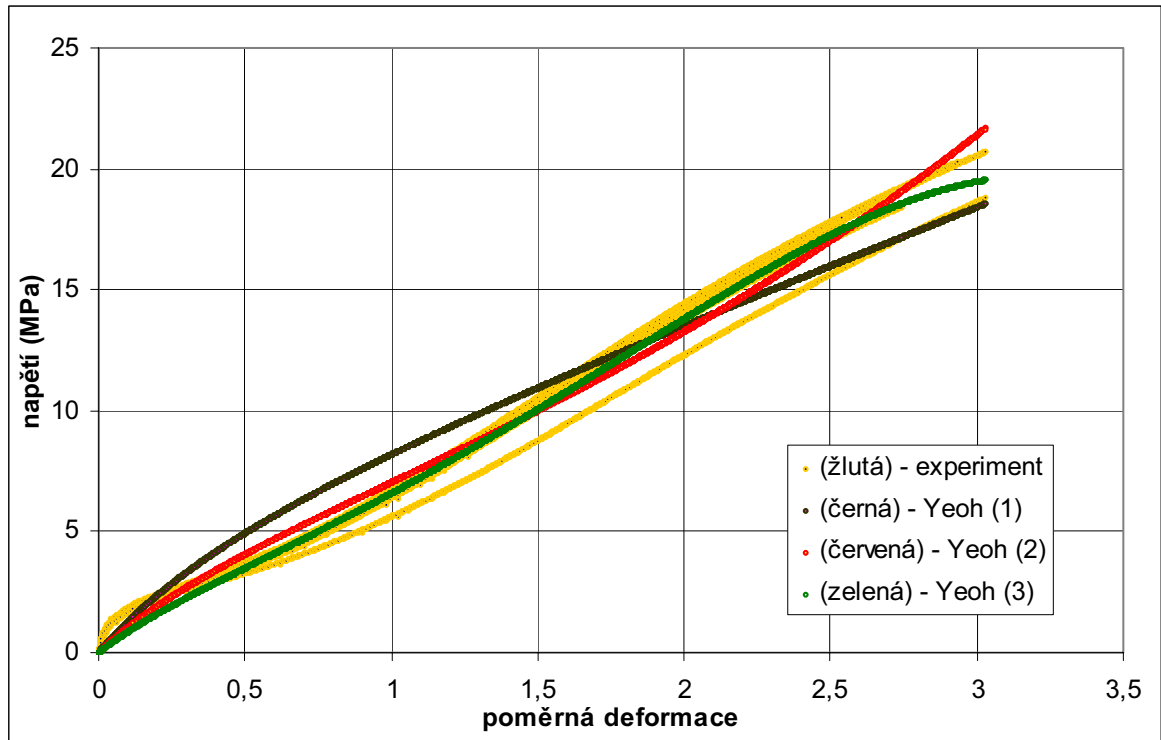
SEZNAM TABULEK

Tab. 1 Naměřené deformační hodnoty pro materiál Č. 1	26
Tab. 2 Naměřené deformační hodnoty pro materiál Č. 2	27
Tab. 3 Naměřené deformační hodnoty pro materiál Č. 3	28
Tab. 4 Naměřené deformační hodnoty pro materiál Č. 4	29
Tab. 5 Naměřené deformační hodnoty pro materiál Č. 5	30

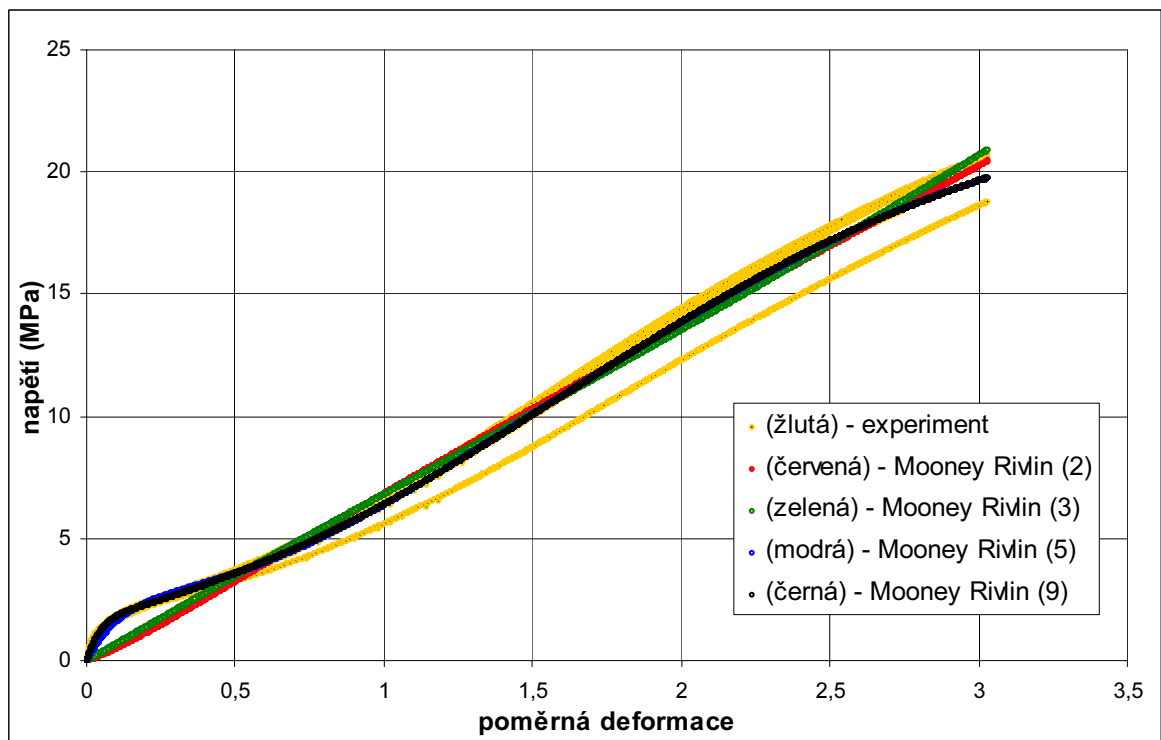
SEZNAM PŘÍLOH

- P1: Materiál Č. 1: srovnání pro model *Yeoh*.
- P2: Materiál Č. 1: srovnání pro model *Mooney-Rivlin*.
- P3: Materiál Č. 1: srovnání pro model *Ogden a Arruda-Boyce*.
- P4: Materiál Č. 2: srovnání pro model *Yeoh*.
- P5: Materiál Č. 2: srovnání pro model *Mooney-Rivlin*.
- P6: Materiál Č. 2: srovnání pro model *Ogden a Arruda-Boyce*.
- P7: Materiál Č. 3: srovnání pro model *Yeoh*.
- P8: Materiál Č. 3: srovnání pro model *Mooney-Rivlin*.
- P9: Materiál Č. 3: srovnání pro model *Ogden a Arruda-Boyce*.
- P10: Materiál Č. 5: srovnání pro model *Yeoh*.
- P11: Materiál Č. 5: srovnání pro model *Mooney-Rivlin*.
- P12: Materiál Č. 5: srovnání pro model *Ogden a Arruda-Boyce*.
- P13: Složení směsí pro jednotlivé materiály.
- P14: Modelové konstanty pro materiál Č. 1.
- P15: Modelové konstanty pro materiál Č. 2.
- P16: Modelové konstanty pro materiál Č. 3.
- P17: Modelové konstanty pro materiál Č. 4.
- P18: Modelové konstanty pro materiál Č. 5.
- P19: Bakalářská práce na CD ROM.

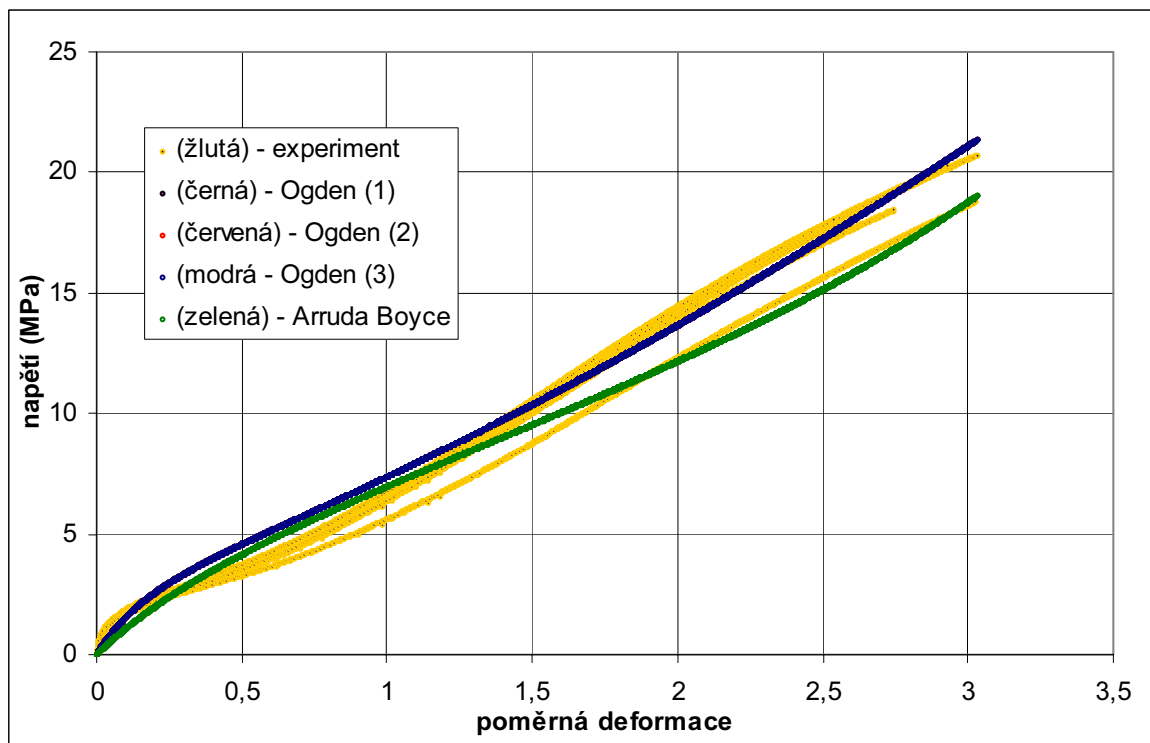
PŘÍLOHA P 1: Materiál Č. 1: srovnání pro model *Yeoh*



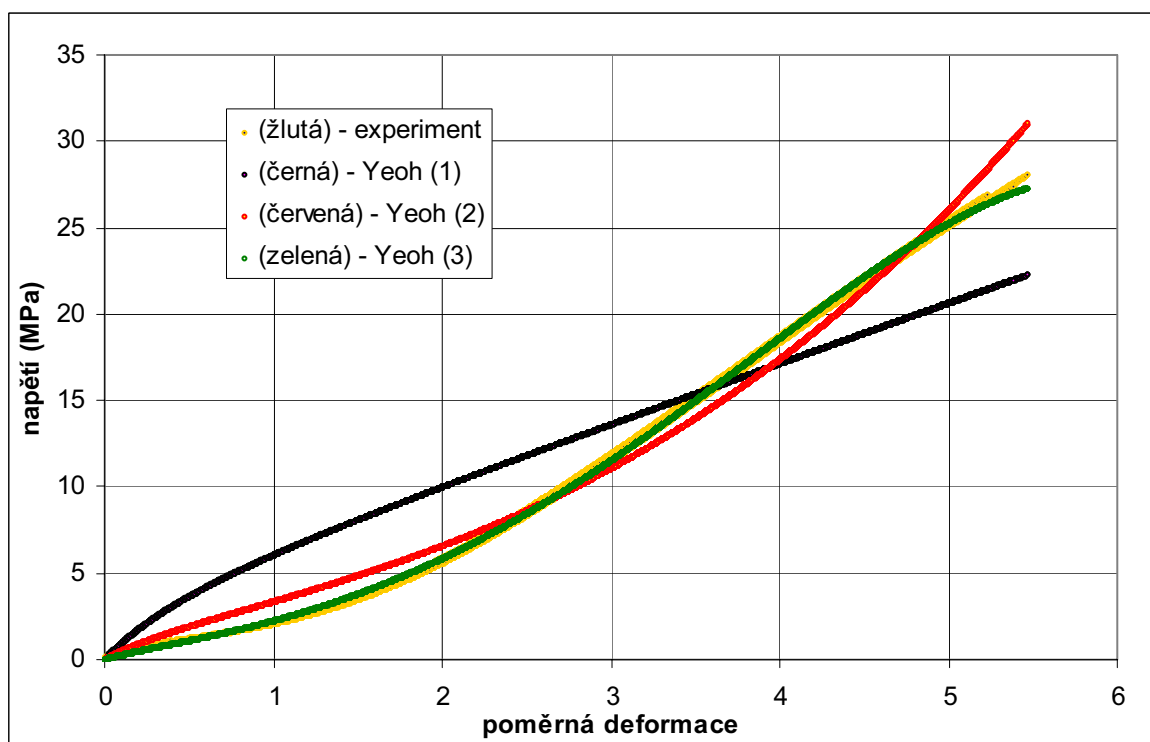
PŘÍLOHA P 2: Materiál Č. 1: srovnání pro model *Mooney – Rivlin*



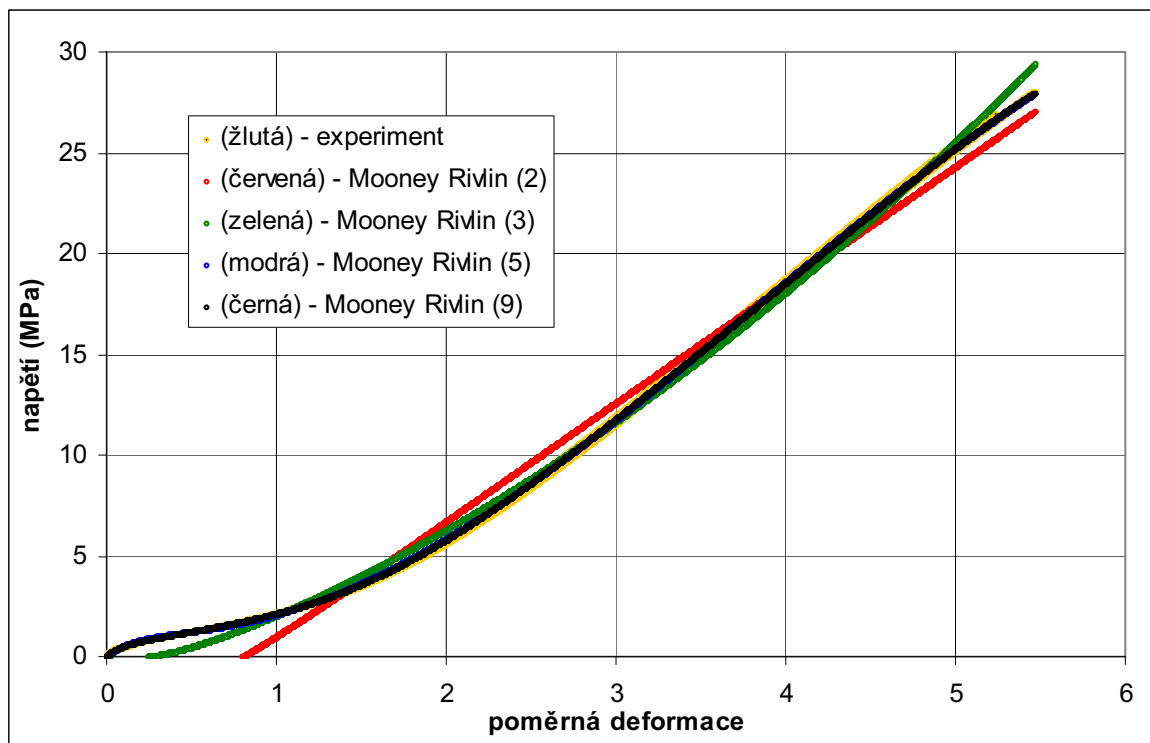
PŘÍLOHA P 3: Materiál Č. 1: srovnání pro model *Ogden* a *Arruda-Boyce*



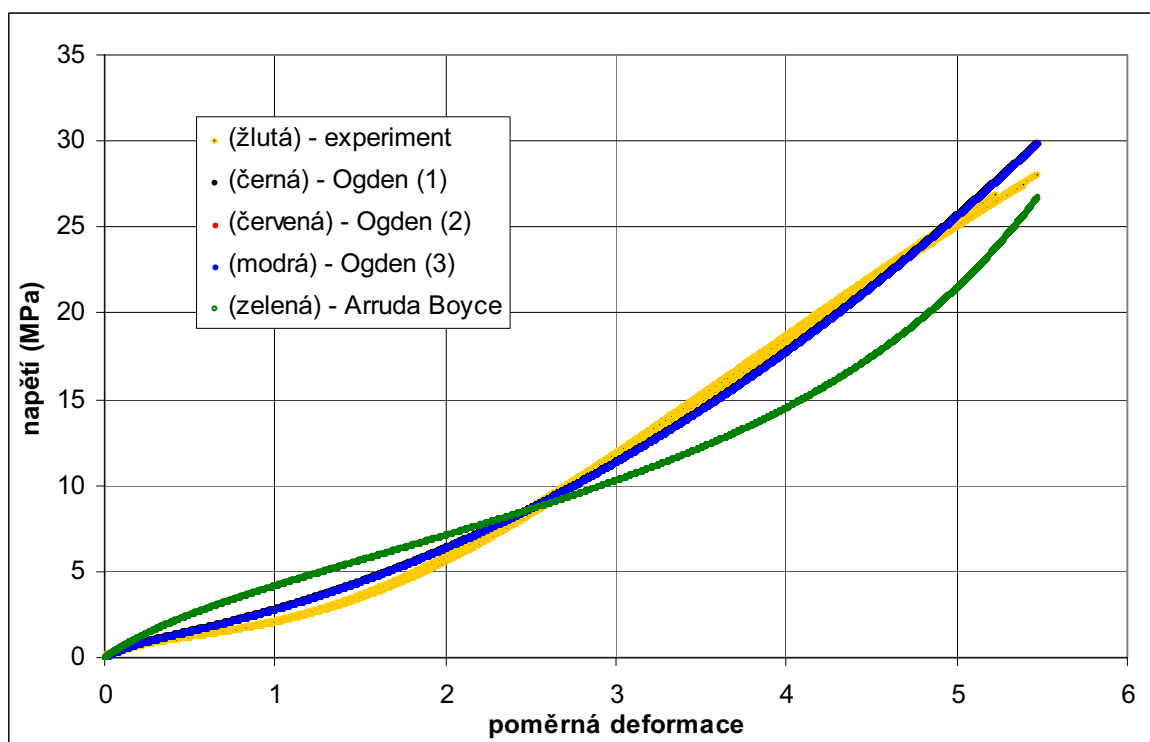
PŘÍLOHA P 4: Materiál Č. 2: srovnání pro model *Yeoh*



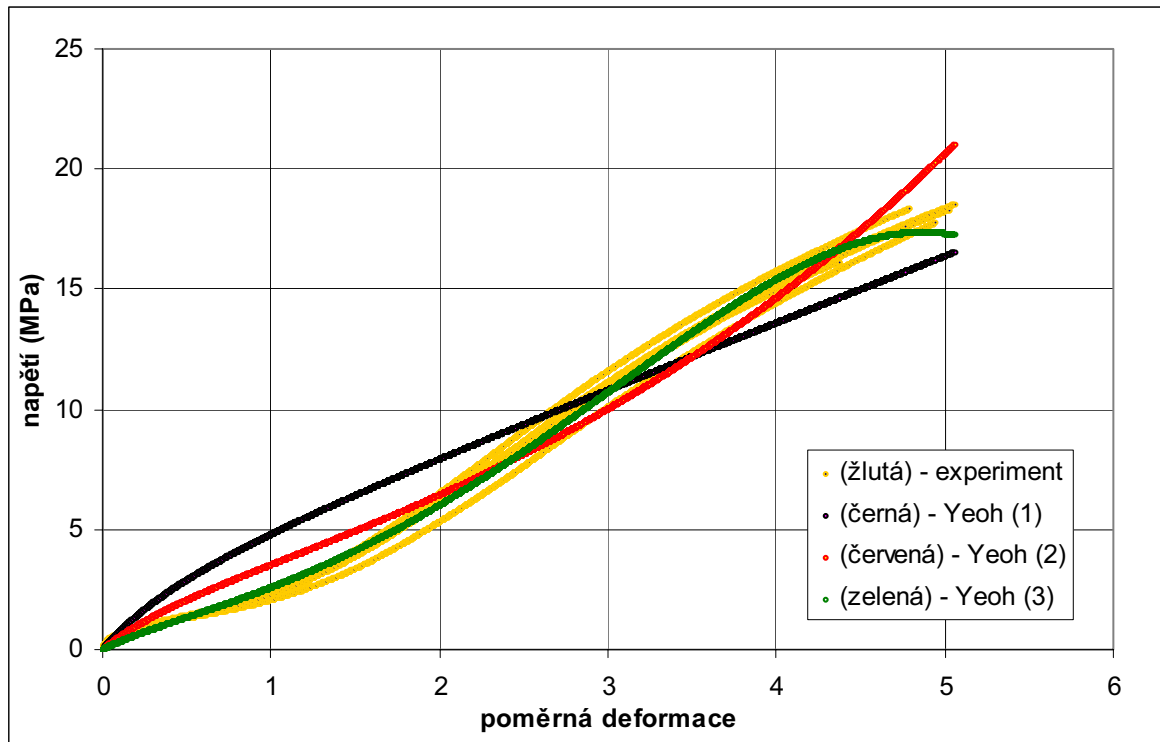
PŘÍLOHA P 5: Materiál Č. 2: srovnání pro model *Mooney-Rivlin*



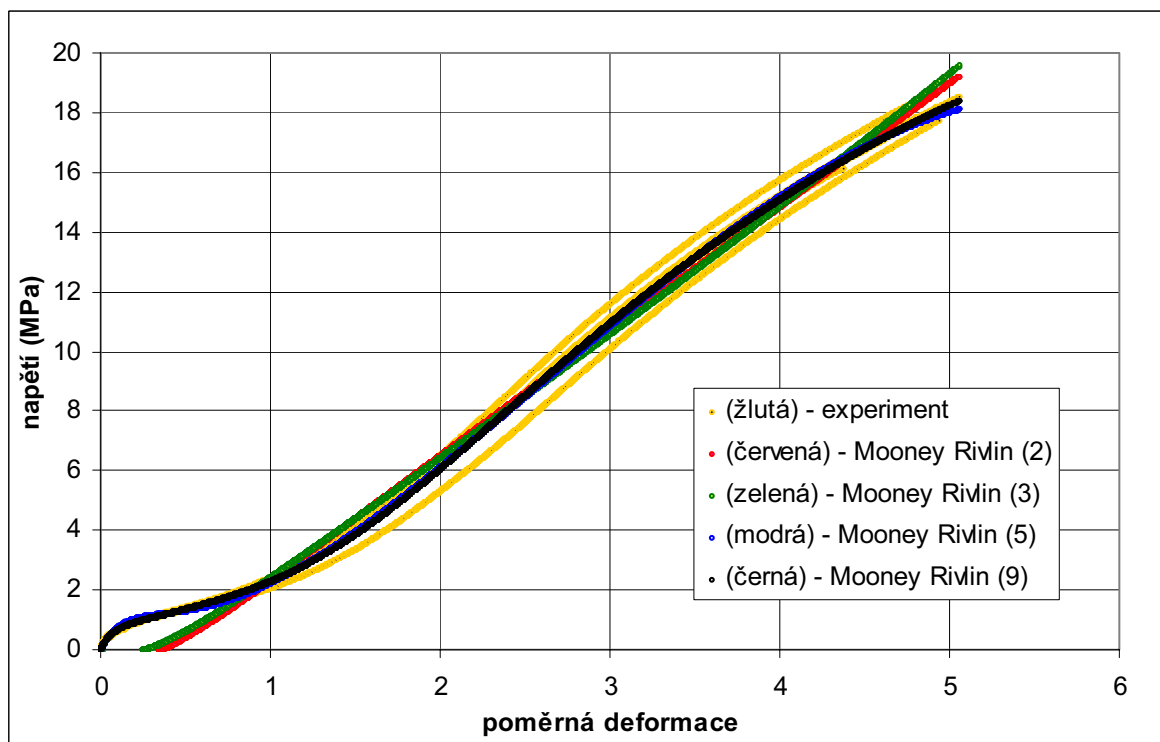
PŘÍLOHA P 6: Materiál Č. 2: srovnání pro model *Ogden* a *Arruda-Boyce*



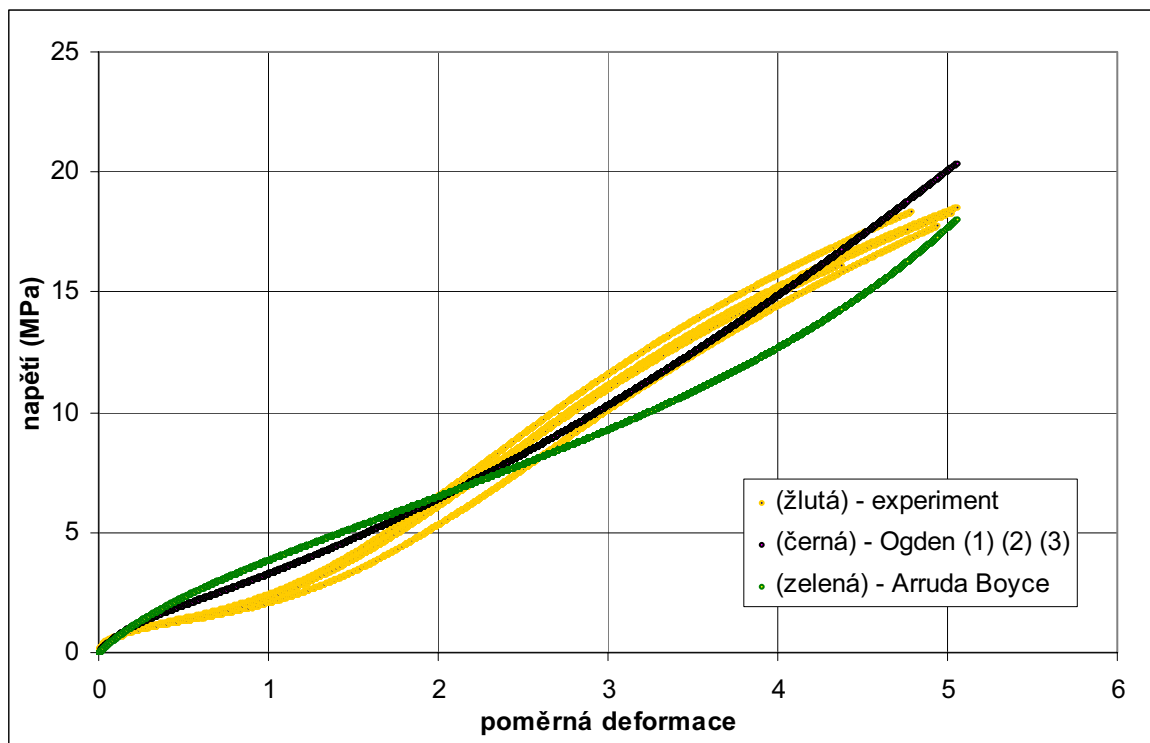
PŘÍLOHA P 7: Materiál Č. 3: srovnání pro model *Yeoh*



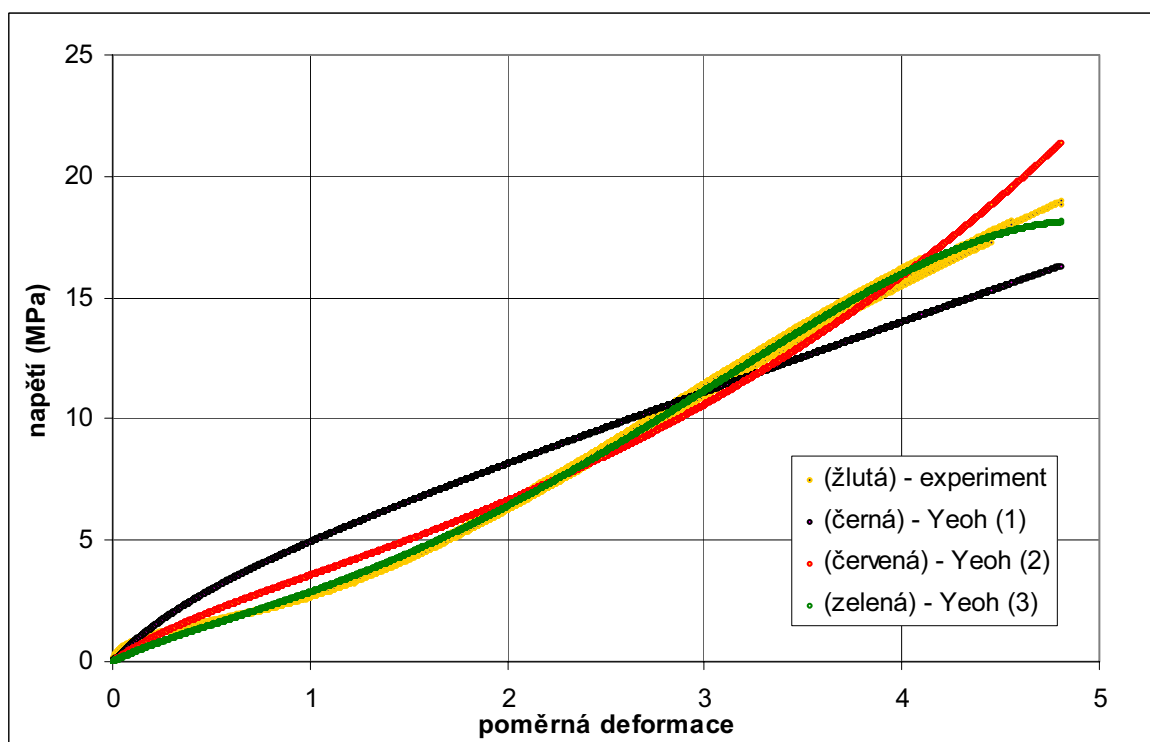
PŘÍLOHA P 8: Materiál Č. 3: srovnání pro model *Mooney-Rivlin*



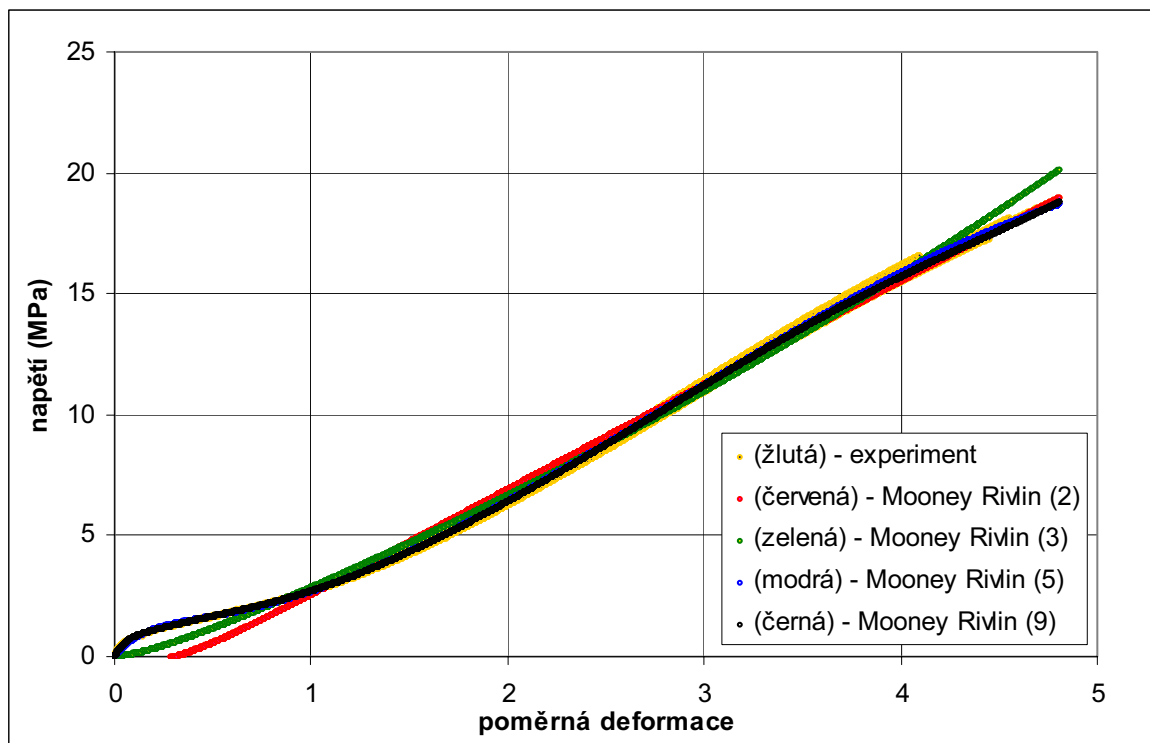
PŘÍLOHA P 9: Materiál Č. 3: srovnání pro model *Ogden* a *Arruda-Boyce*



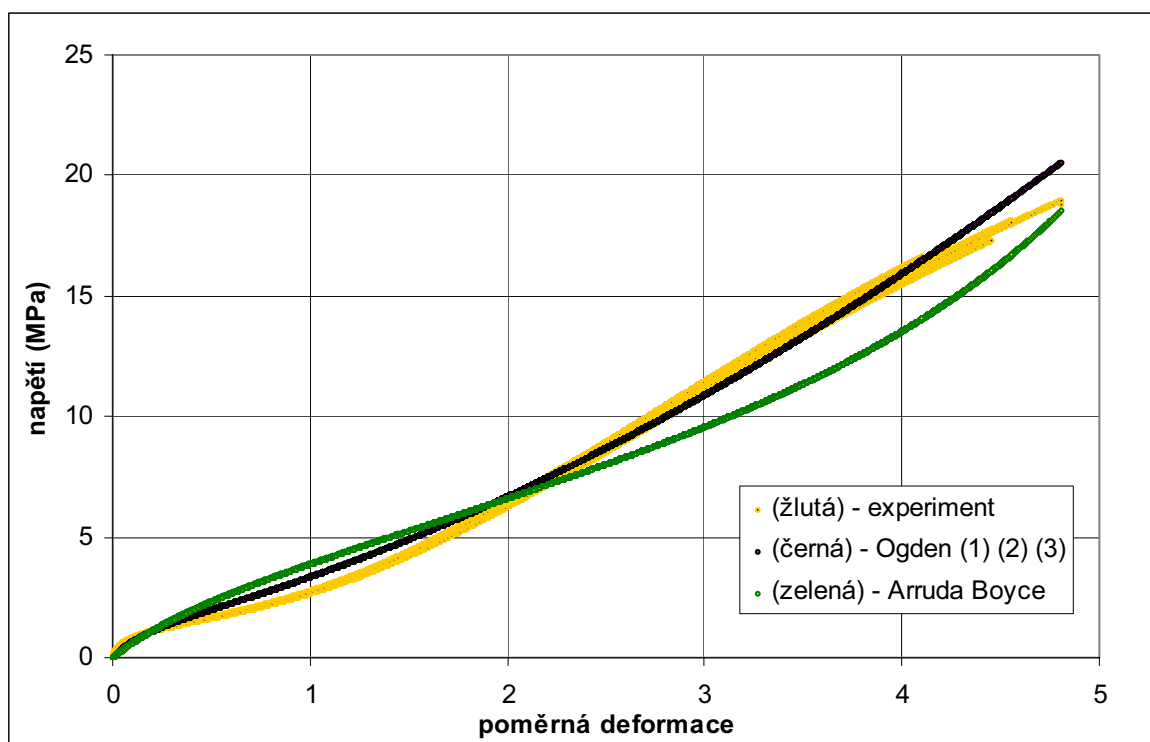
PŘÍLOHA P 10: Materiál Č. 5: srovnání pro model *Yeoh*



PŘÍLOHA P 11: Materiál Č. 5: srovnání pro model *Mooney-Rivlin*



PŘÍLOHA P 12: Materiál Č. 5: srovnání pro model *Ogden* a *Arruda-Boyce*



PŘÍLOHA P 13: Složení směsi pro jednotlivé materiály

materiál Č. 1	materiál Č. 2	materiál Č. 3	materiál Č. 4	materiál Č. 5
Kaučuk	Kaučuk	Kaučuk	Kaučuk	Kaučuk
HIGH CIS BR	HIGH CIS BR	HIGH CIS BR	HIGH CIS BR	HIGH CIS BR
Peptiser	Peptiser	Saze	SSBR	SSBR
Saze	Silika	Silika	Saze	Saze
Zinková běloba	Zinková běloba	Aromatický olej	Silika	Síra granulovaná
Aromatický olej	Saze	Ochráný vosk	Aromatický olej	Aromatický olej
Koresin	Kyselina stearová	Zinková běloba	Řepkový olej	Ochráný vosk
Kyselina stearová	Ochráný vosk	Kyselina stearová	Ochráný vosk	Zinková běloba
Síra	Síra mletá	Síra mletá	Zinková běloba	Kyselina stearová
			Kyselina stearová	Estery vyšších mastných kyselin
			Estery vyšších mastných kyselin	Silan
			Silan	Síra mletá
			Síra mletá	

PŘÍLOHA P 14: Modelové konstanty pro materiál Č. 1.

[illegible]

PŘÍLOHA P 15: Modelové konstanty pro materiál Č. 2.

[illegible]

PŘÍLOHA P 16: Modelové konstanty pro materiál Č. 3.

[illegible]

PŘÍLOHA P 17: Modelové konstanty pro materiál Č. 4.

[illegible]

PŘÍLOHA P 18: Modelové konstanty pro materiál Č. 5.

[illegible]