

Mnoharozměrové spojité
regulátory
Multivariable continuous
controllers
Eva Ulmanová

Dipl. práce
2005

Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně
Fakulta technologická



Vložit oficiální zadání diplomové/bakalářské práce

Poděkování:

Je pro mě milou povinností poděkovat svému školiteli Ing. Marku Kubalčíkovi, Ph.D. za odborné vedení, jako i za cenné rady při zpracování celé diplomové práce.

Prohlašuji, že jsem na celé diplomové práci pracoval/a samostatně a použitou literaturu jsem citoval/a.

Ve Zlíně, 10. 06. 2005

.....

jméno diplomanta

Abstrakt

Cílem diplomové práce bylo odvození a ověření algoritmů pro řízení soustav se dvěma vstupy a dvěma výstupy založené na různých konfiguracích regulačního obvodu. Byla rovněž řešena problematika autonomního řízení s využitím známých korekčních členů. Regulátory byly odvozeny ve spojitých modifikacích.

Dalším cílem byla realizace těchto regulátorů jako samočinně se nastavujících prostřednictvím mnohazměrové identifikace parametrů spojitých modelů s využitím filtrace spojitých veličin. Spojité regulátory nejsou doposud v samočinně se nastavujících verzích příliš rozšířeny a s identifikací parametrů spojitých modelů nejsou velké zkušenosti.

Byl vytvořen program v prostředí Matlab+Simulink pro ověření jednotlivých algoritmů a algoritmy byly simulačně ověřeny.

Summary

The aim of the work was design and verification of control algorithms for two input – two output systems. The controllers are based on various configurations of the control loop. Problems of the decoupling control were also solved using known compensators. The controllers were designed in continuous modifications.

Another aim was incorporation of the controllers to an adaptive control system as self tuning controllers. Since the input and output derivations can not be directly determined, the differential filters and filtered variables are established that substitute primary variables. Continuous adaptive controllers are still not widely spread.

A simulation program for verification of the controllers was created in the Matlab+Simulink environment and the algorithms were verified by simulation.

OBSAH

ÚVOD	6
-------------------	----------

1	TEORETICKÁ ČÁST.....	8
1.1	POPIS MNOHAROZMĚROVÝCH SOUSTAV	8
1.2	SYSTÉM SE DVĚMA VSTUPY A DVĚMA VÝSTUPY	10
1.3	VOLBA MODELŮ	11
1.4	SYNTÉZA ZPĚTNOVAZEBNÍHO MNOHAROZMĚROVÉHO ŘÍZENÍ.....	12
1.4.1	Algebraický přístup k syntéze řízení mnohazměrových řízení	12
1.4.2	Vnější popis soustavy	16
2	IDENTIFIKACE PROCESU	20
2.1	PRŮBĚŽNÁ IDENTIFIKACE METODOU NEJMENŠÍCH ČTVERCŮ	20
2.2	ID. PARAMETRŮ DIFERENCIÁLNÍ ROVNICE SPOJITÉHO MODELU.....	22
2.3	MODIFIKACE PRŮBĚŽNÉ ID. PRO REGULÁTORY BEZ KOMPENZÁTORŮ	26
2.4	MODIFIKACE PRŮBĚŽNÉ ID. PRO REGULÁTORY S KOREKČNÍMI ČLENY	27
3	PRAKTICKÁ ČÁST.....	28
3.1	NÁVRH ALGORITMŮ JEDNOTLIVÝCH REGULÁTORŮ	28
3.1.1	Návrh algoritmu regulátoru 1DOF	28
3.1.2	Návrh algoritmu regulátoru 2DOF - A	31
3.1.3	Návrh algoritmu regulátoru 2 DOF - B	35
3.2	AUTONOMNÍ ŘÍZENÍ S VYUŽITÍM KOMPENZÁTORŮ.....	37
3.2.1	Návrh algoritmu regulátoru s kompenzátozem K1	38
3.2.2	Návrh algoritmu regulátoru s kompenzátozem K2	40
3.3	SIMULAČNÍ OVĚŘENÍ NAVRŽENÝCH METOD	42
3.3.1	Programové vybavení pro simulační ověření	42
3.3.2	Popis samočinně se nastavujících dvourozměrových regulátorů	45
3.3.3	Simulační experimenty	48
	ZÁVĚR.....	59
	SEZNAM POUŽITÝCH ZDROJŮ	60
	SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK.....	61
	SEZNAM OBRÁZKŮ.....	63
	SEZNAM TABULEK	64
	SEZNAM PŘÍLOH.....	65

ÚVOD

V oblasti automatizace a regulace jsou kladeny vysoké nároky na kvalitu řízení technologických procesů s minimální spotřebou energie a surovin. Většina regulačních obvodů je realizována jako obvody jednorozměrové, mají jednu žádanou, jednu regulovanou a jednu akční veličinu, popřípadě jednu měřitelnou poruchu. Jednorozměrové regulační obvody jsou jednoduché a teoreticky i prakticky dobře zvládnutelné. Řízené soustavy však často obsahují více akčních, regulovaných i poruchových veličin. Někdy lze takovou soustavu rozložit na řadu jednorozměrových obvodů, většinou však mezi jednotlivými částmi existují vzájemné vazby, což znamená, že jedna výstupní veličina závisí na více vstupních, nebo i poruchových veličinách. Systém potom musíme posuzovat jako celek – mnoharozměrovou soustavu.

Z toho vyplývá potřeba navrhovat takové regulátory, které zajistí kvalitní regulaci mnoharozměrové soustavy. Navrhované regulátory musí proto počítat s vlivem vzájemných vazeb. Spojením mnoharozměrové soustavy a regulátoru vznikne mnoharozměrový regulační obvod. U nich je problém návrhu vhodného regulátoru mnohem komplikovanější.

Převážná většina technologických procesů, se kterými se v běžné technické praxi setkáváme, má stochastický charakter. Proto klasické regulátory s pevně nastavenými parametry se často těžko vyrovnávají se změnami parametrů procesů. V posledních třech dekádách se proto intenzivně rozvíjejí metody adaptivního řízení. Jedním z úspěšných přístupů v této oblasti je použití samočinně se nastavujících regulátorů. Hlavní myšlenkou samočinně se nastavujících regulátorů je kombinace procedury rekurzivní identifikace a zvolené syntézy regulátoru.

Cílem diplomové práce je odvození a ověření algoritmů pro řízení soustav se dvěma vstupy a dvěma výstupy založené na různých konfiguracích regulačního obvodu. Jsou algoritmovány vztahy pro výpočet parametrů regulátoru pro lineární modely řízených systémů ve formě maticových zlomků. Je zde rovněž řešena problematika autonomního řízení s využitím známých korekčních členů. Regulátory jsou odvozeny ve spojitých modifikacích. Dalším cílem je realizace těchto regulátorů jako samočinně se nastavujících prostřednictvím mnoharozměrové identifikace parametrů spojitých modelů

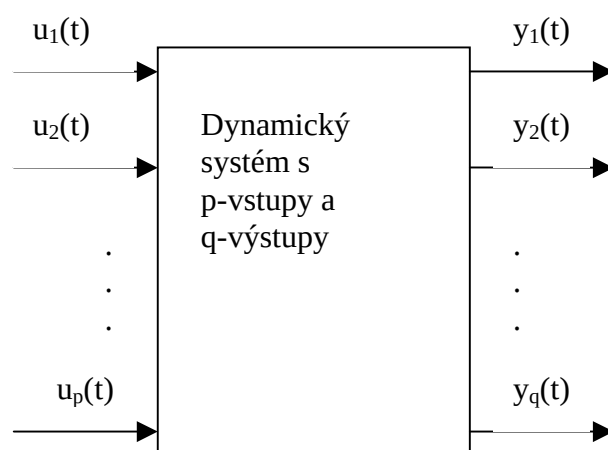
s využitím filtrace spojitých veličin. Spojité regulátory nejsou doposud v samočinně se nastavujících verzích příliš rozšířeny a s identifikací parametrů spojitých modelů nejsou velké zkušenosti. Je vytvořen program v prostředí Matlab+Simulink pro ověření jednotlivých algoritmů a algoritmy byly simulačně ověřeny.

1. TEORETICKÁ ČÁST

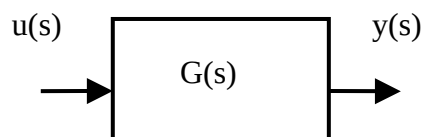
1.1 Popis mnoharozměrových soustav

V technické praxi se běžně setkáváme s technologickými zařízeními, které mají více vstupních a výstupních veličin. Každá ze vstupních veličin může ovlivňovat současně více výstupních veličin. Vzájemnými interakcemi mezi vstupními a výstupními veličinami vznikají složité dynamické souvislosti a vazby. Tyto systémy se označují jako vícerozměrové systémy (Multivariable Systems), nebo jako systémy s více vstupy a výstupy (Multi-input multi-output systems, zkratka MIMO systémy). Zpětnovazební vícerozměrový regulační obvod obsahuje zpravidla více regulátorů, které mohou být ve vzájemné interakci.

Mnoharozměrovou regulovanou soustavu [1] si schematicky můžeme znázornit podle obr.1. Vstupní veličiny dělíme na akční veličiny u_i ($i = 1, 2, \dots, p$), kterými uskutečňujeme řízení veličin výstupních – regulovaných y_i ($i = 1, 2, \dots, q$).



Obr.1: Mnoharozměrová soustava

Obr.2: Blokové schéma soustavy s p -vstupy a q -výstupy

Obecně je výstup modelu (obr.2) dynamického systému [9] s p -vstupy a q -výstupy v maticovém zápisu roven

$$\mathbf{y}(s) = \mathbf{G}(s)\mathbf{u}(s) \quad (1.1)$$

$$\mathbf{G}(s) = \begin{bmatrix} G_{11}(s) & G_{12}(s) & \dots & G_{1q}(s) \\ G_{21}(s) & G_{22}(s) & \dots & G_{2q}(s) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ G_{p1}(s) & G_{p2}(s) & \dots & G_{pq}(s) \end{bmatrix} \quad (1.2)$$

je přenosová matice rozměru $[pxq]$

$$\mathbf{y}(s) = \begin{bmatrix} Y_1(s) \\ Y_2(s) \\ \vdots \\ Y_q(s) \end{bmatrix} \quad (1.3)$$

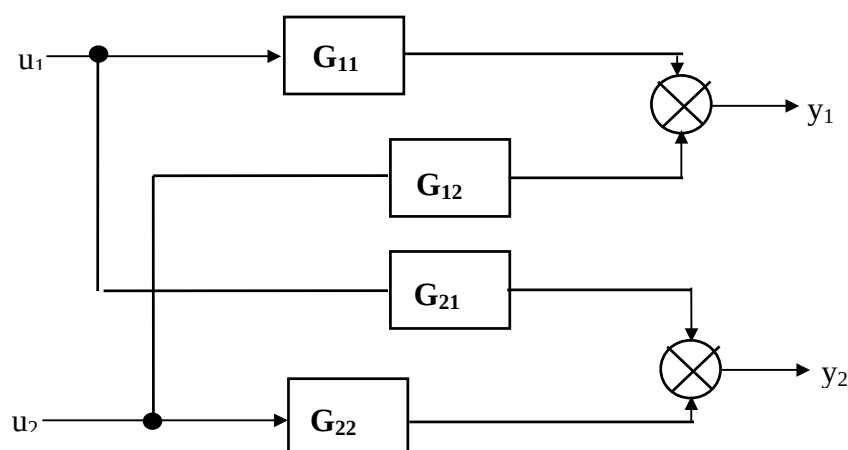
$$\mathbf{u}(s) = \begin{bmatrix} U_1(s) \\ U_2(s) \\ \vdots \\ U_p(s) \end{bmatrix}. \quad (1.4)$$

jsou vektory výstupu a vstupu rozměrů $[qx1]$, $[px1]$.

1.2 Systém se dvěma vstupy a dvěma výstupy

Systém se dvěma vstupy a dvěma výstupy je nejjednodušším a také nejrozšířenějším mnoharozměrovým obvodem. Vztahy pro dvourozměrovou regulaci jsou přehledné a názorné.

Vnitřní strukturu dvourozměrové soustavy popisujeme pomocí dílčích jednorozměrových přenosů, které jednoznačně určují vztahy mezi veličinami. Dvourozměrovou soustavu můžeme znázornit dvěma způsoby - tzv. „P“ - strukturou nebo „V“ - strukturou. Dále se budeme zabývat pouze strukturou „P“ (obr. 3), která bude níže použita i při praktickém návrhu regulace.



Obr.3: Dvourozměrová soustava - struktura „P“

Při použití maticového zápisu můžeme celkový přenos psát

$$\mathbf{G} = \mathbf{A}^{-1} \mathbf{B} = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix} \quad (1.5)$$

1.3 Volba modelů

Pro řízení se samočinně se nastavujícími regulátory je vhodným modelem řízení procesu tzv. vstupně výstupní model, který nebere v úvahu fyzikální podstatu řízeného procesu. Jednotlivé parametry nemají fyzikální význam a jsou identifikovatelné ze vstupně výstupních dat.

Všechny regulátory jsou založeny na modelu s polynomy druhého stupně. Tento model se ukázal jako nejvhodnější, protože výpočet je ve zvládnutelných mezích. Polynomy 1.stupně nejsou vhodné kvůli malému počtu parametrů a pro adaptivní samočinně se nastavující regulátory, které jsou založeny na vstupně výstupním modelu. Model s polynomy vyššího řádu než druhého vede k poměrně složitému výpočtu parametrů regulátoru a řídicího zákona.

Analogické diskrétní regulátory [10] založené na modelech s polynomy 2.stupně se osvědčily při řízení laboratorních modelů.

Dynamické chování procesu může být popsáno modelem ve formě maticového zlomku

$$\mathbf{G}(s) = \frac{\mathbf{Y}(s)}{\mathbf{U}(s)} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{B} = \mathbf{B}_1\mathbf{A}_1^{-1} \quad (1.6)$$

Kde polynomiální matice $\mathbf{A} \in R_{22}$, $\mathbf{B} \in R_{22}$ jsou levým nesoudělným rozkladem přenosové matice $\mathbf{G}(s)$ a matice $\mathbf{A}_1 \in R_{22}$, $\mathbf{B}_1 \in R_{22}$ jsou pravým nesoudělným rozkladem $\mathbf{G}(s)$. $\mathbf{U}(s)$ je vektor akčních veličin a $\mathbf{Y}(s)$ je vektor regulovaných veličin.

Z hlediska syntézy řídicího systému je výhodné, jestliže matice $\mathbf{A}$ je současně řádkově i sloupcově redukována, tzn. jestliže polynomy s největšími stupni má na diagonále. Dá se dokázat, že stejnou vlastnost má potom i matice $\mathbf{A}_1$ v reprezentaci přenosu ve formě pravého maticového zlomku. S ohledem na tento požadavek a na požadavek na ryzost systému předpokládejme tedy spojitou reprezentaci polynomiálních matic $\mathbf{A}(s)$, $\mathbf{B}(s)$ s následující strukturou

$$\mathbf{A}(s) = \begin{bmatrix} s^2 + a_1s + a_2 & a_3s + a_4 \\ a_5s + a_6 & s^2 + a_7s + a_8 \end{bmatrix} \quad (1.7)$$

$$\mathbf{B}(s) = \begin{bmatrix} b_1s + b_2 & b_3s + b_4 \\ b_5s + b_6 & b_7s + b_8 \end{bmatrix} \quad (1.8)$$

Pro návrh regulátorů s kompenzátory byl model řízeného systému zjednodušen předpokladem diagonální matice $\mathbf{A}$. Kdyby matice $\mathbf{A}$ byla nediagonální, její invertovaná forma by musela být součástí kompenzátoru. To by zvýšilo řád stupňů polynomů regulátoru.

Předpoklad diagonální matice $\mathbf{A}(s)$ způsobí redukci počtu parametrů na dvanáct

$$\mathbf{A}(s) = \begin{bmatrix} s^2 + a_1s + a_2 & 0 \\ 0 & s^2 + a_3s + a_4 \end{bmatrix} \quad (1.9)$$

$$\mathbf{B}(s) = \begin{bmatrix} b_1s + b_2 & b_3s + b_4 \\ b_5s + b_6 & b_7s + b_8 \end{bmatrix} \quad (1.10)$$

Diferenciální rovnice (1.11) charakterizují spojitou soustavu 2x2 druhého řádu.

$$y_1'' + a_1y_1' + a_2y_1 + a_3y_2' + a_4y_2 = b_1u_1' + b_2u_1 + b_3u_2' + b_4u_2 \quad (1.11)$$

$$y_2'' + a_5y_1' + a_6y_1 + a_7y_2' + a_8y_2 = b_5u_1' + b_6u_1 + b_7u_2' + b_8u_2$$

1.4 Syntéza zpětnovazebního mnohazměrového řízení

1.4.1 Algebraický přístup k syntéze řízení mnohazměrových systémů

Algebraické metody řízení je společný název pro metody analýzy a syntézy dynamických systémů, které vycházejí z vnějšího popisu systému a chápou jej jako algebraický objekt. Výsledky syntézy spočívají v řešení algebraických rovnic různých typů. V případě mnohazměrových systémů jsou maticovým zobecněním polynomiálních zlomků maticové zlomky.

Nespornou výhodou algebraických metod je formální stránka řešení problému spočívající v nalezení řešení a určení podmínek řešitelnosti určitých rovnic. Problém syntézy řízení systému je tak přesunut do oblasti numerických metod řešení algebraických rovnic.

Nevýhodou algebraického přístupu je vysoký stupeň abstrakce, který může vést ke ztrátě názornosti a fyzikálního pohledu na řešený problém.

Řešení úloh optimálního řízení vede na poměrně složité výpočty, které navíc nejsou vhodné pro algoritmizaci na číslicovém počítači. Tato metoda je použitelná pouze pro lineární konstantní soustavy a pro taková kritéria optimality, které vedou na lineární konstantní regulátory. Metodou komplexní oblasti určíme optimální přenos regulátoru, nikoliv však samotný regulátor. Předností této metody je, že pro syntézu optimálního řízení nevyžaduje úplnou informaci o soustavě, nýbrž pouze znalost přenosových vlastností.

Moderní metody teorie řízení úspěšně používají aparát a pojmy algebry. Pomocí těchto pojmů lze výhodně a obecně formulovat jednotlivé úlohy a problémy a efektivně je řešit. Základním nástrojem popisu jsou polynomy, které jsou chápány ne jako funkce, ale jako konečné posloupnosti čísel – koeficientů polynomu. To umožňuje jednotným způsobem popsat soustavy nad libovolným tělesem, nikoli nutně tělesem reálných čísel.

Zavedeme si nejprve některé pojmy a operace s polynomy.

Základní pojmy a operace s polynomy

Zavedeme si dva algebraické systémy – okruhy (Rings) a tělesa (Fields).

Okruhem je neprázdná množina R , spolu se dvěma binárními operacemi – sčítáním a násobením. Přitom sčítání je komutativní a násobení je asociativní. Dále existuje nulový prvek (O). V okruhu však není možno obecně dělit, tedy k libovolnému prvku $e \in O$ nemusí existovat prvek $i \in O$ tak, že $e \cdot i = 1$. Příkladem okruhu je množina celých čísel.

Okruh R je **komutativní**, jestliže $ab = ba$. Okruh s jednotkovým prvkem je okruh, ve kterém existuje prvek $1 \in R$, že $1 \cdot a = a \cdot 1 = a$ pro $\forall a \in R$.

Okruh je obor integrity, jestliže z $ab = 0$ plyne, že $a = 0$ nebo $b = 0$. Okruh je obor integrity, jestliže součin nenulových prvků je nenulový.

Tělesem nazýváme množinu F s jednotkovým prvkem $e \neq 0$, v níž ke každému prvku $a \in F$, $a \neq 0$, existuje inverzní prvek $a^{-1} \in F$ tak, že $aa^{-1} = a^{-1}a = e$. Jinými slovy, pokud ke každému prvku O existuje inverze, množina O je tělesem. Příkladem tělesa je množina racionálních čísel.

Oborem integrity se nazývá komutativní okruh, v němž jediným dělitelem nuly je 0.

Největším společným dělitelem polynomů $P(x)$ a $Q(x)$ nazýváme jejich společného dělitele nejvyššího možného stupně; Je-li největší společný dělitel stupně 0, jsou $P(x)$ a $Q(x)$ nesoudělné. Polynomy jsou nesoudělné, pokud nemají společné kořeny.

Polynomem se nazývá funkce $P(x)$, kterou lze definovat pro všechna čísla x předpisem

$$P(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_{n-1}x + a_n \quad (1.12)$$

kde n je přirozené číslo a $a_0, a_1, \dots, a_n$ jsou reálná respektive komplexní čísla. Operace v okruhu polynomů $R[q]$ tvoří základ polynomiální syntézy.

Racionální lomenou funkcí nazýváme podíl dvou polynomů. Lineární dynamický systém je charakterizován racionální lomenou funkcí komplexní proměnné q . Množina racionálně lomených funkcí tvoří komutativní těleso.

$R_{mn}[q]$ značíme množinu obdélníkových matic typu $m \times n$ nad oborem integrity $R[q]$, zvaných matice polynomů nebo *polynomiální matice*.

Matici $A \in R_{mn}$ lze analogicky chápat jako maticový polynom.

$$A = A_0 + A_1s + A_2s^2 + \dots + A_ns^n \quad (1.13)$$

Jestliže $A_n \neq 0$, pak n je stupeň polynomiální matice A , označovaný jako ∂A .

Jestliže $A \in R_{mn}[q]$, $B \in R_{pn}[q]$, pak B je *pravý dělitel* matice A , existuje-li matice $C_1 \in R_{mp}[q]$ taková, že $A = C_1B$. Jestliže $A \in R_{mn}[q]$, $B \in R_{mq}[q]$, pak B je *levý dělitel* matice A , existuje-li matice $C_2 \in R_{q,n}[q]$ taková, že $A = BC_2$.

Buď $A \in R_{mn}[q]$, $B \in R_{pn}[q]$ a $\text{rank} \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} = f$. Potom matice $D_1 \in R_{fn}[q]$ se nazývá *společný*

pravý dělitel matic A a B , je-li pravým dělitelem každé z nich.. Je-li navíc dělitelná zprava každým jiným společným pravým dělitelem těchto matic, nazývá se *největší společný*

pravý dělitel. Buď $A \in R_{mn}[q]$, $B \in R_{mq}[q]$ a $\text{rank} \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} = f$. Potom matice $D_2 \in R_{m,f}[q]$ se

nazývá *společný levý dělitel* matic A a B , je-li levým dělitelem každé z nich. Je-li navíc dělitelná zleva každým jiným společným levým dělitelem těchto matic, nazývá se *největší společný levý dělitel*.

Ke každým dvěma polynomiálními maticím $A \in R_{mn}[q]$, $B \in R_{pn}[q]$ vždy existuje největší společný pravý dělitel D_1 a polynomiální matice P_1 , Q_1 a R_1 , S_1 takové, že platí:

$$P_1 A + Q_1 B = D_1 \quad (1.14)$$

$$R_1 A + S_1 B = 0$$

Podobně ke každým dvěma polynomiálními maticím $A \in R_{mn}[q]$, $B \in R_{mq}[q]$ vždy existuje největší společný levý dělitel D_2 a polynomiální matice P_2 , Q_2 a R_2 , S_2 takové, že platí:

$$A P_2 + B Q_2 = D_2 \quad (1.15)$$

$$A R_2 + B S_2 = 0$$

Matice $A \in R_{mn}[q]$, $B \in R_{pn}[q]$ jsou *nesoudělné zprava*, jestliže jejich společnými pravými děliteli jsou jen jednotky v $R_{nn}[q]$. Matice $A \in R_{mn}[q]$, $B \in R_{mq}[q]$ jsou *nesoudělné zleva*, jestliže jejich společnými levými děliteli jsou jen jednotky v $R_{mm}[q]$.

Každou matici $A \in R_{mn}[q]$ je možno si představit ve tvaru zlomku:

$$A = \frac{A_2}{a_n} \quad (1.16)$$

kde $a_n \in R[q]$ je polynom a $A_2 \in R_{mn}[q]$ je polynomiální matice. Mnohem přirozenější je však vyjádření matice A ve tvaru součinu polynomiální matice a inverze jiné polynomiální matice, neboli maticového zlomku.

Maticové zlomky vždy existují, neboť je k dispozici triviální vyjádření

$$A = A_2 (a_m I_n)^{-1} = (a_m I_n)^{-1} A_2 \quad (1.17)$$

Zajímavé jsou však pouze ty maticové zlomky, jejichž čitatel a jmenovatel jsou nesoudělné matice.

Dvojice zleva nesoudělných polynomiálních matic $A \in R_{mm}[q]$, $B \in R_{mn}[q]$ se nazývá *levým nesoudělným rozkladem* matice $C \in R_{mn}[q]$, jestliže

$$\mathbf{C} = \mathbf{A}^{-1} \mathbf{B} \quad (1.18)$$

a dvojice zprava nesoudělných polynomiálních matic $\mathbf{A}_1 \in R_{mn}[q]$, $\mathbf{B}_1 \in R_{nn}[q]$ se nazývá *levým nesoudělným rozkladem* matice $\mathbf{C} \in R_{mn}[q]$, jestliže

$$\mathbf{C} = \mathbf{B}_1 \mathbf{A}_1^{-1} \quad (1.19)$$

Vlivem nekomutativnosti maticového násobení tak obdržíme maticové zlomky dva.

Syntéza mnohorozměrového řízení metodami algebry se dá převést na řešení lineární rovnice typu

$$\mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{B}\mathbf{Y} = \mathbf{C} \quad (1.20)$$

nazývané *diofantická rovnice*, kde $\mathbf{A} \in R_{mp}[q]$, $\mathbf{B} \in R_{mq}[q]$ a $\mathbf{C} \in R_{mn}[q]$ jsou dané matice a $\mathbf{X}, \mathbf{Y}$ jsou neznámé matice. Rovnice (1.20) má řešení $\mathbf{X} \in R_{pn}[q]$ a $\mathbf{Y} \in R_{qn}[q]$ právě tehdy, když společný největší levý dělitel matic $\mathbf{A}$ a $\mathbf{B}$ dělí zleva matici $\mathbf{C}$.

Jestliže $\mathbf{X}_0$ a $\mathbf{Y}_0$ jsou partikulárním řešením diofantické rovnice (1.20), pak každé

$$\mathbf{X} = \mathbf{X}_0 + \mathbf{B}_1 \cdot \mathbf{T} \quad (1.21)$$

$$\mathbf{Y} = \mathbf{Y}_0 - \mathbf{A}_1 \cdot \mathbf{T}$$

kde $\mathbf{B}_1 \in R_{p,p+q-s}[q]$ a $\mathbf{A}_1 \in R_{q,p+q-s}[q]$, $s = \text{rank} [\mathbf{A}, \mathbf{B}]$, jsou zprava nesoudělné matice takové, že

$$\mathbf{A} \mathbf{B}_1 = \mathbf{B} \mathbf{A}_1 \quad (1.22)$$

a $\mathbf{T} \in R_{p+q-s,n}[q]$ je libovolná polynomiální matice, je také řešením. Na tom je založena parametrizace regulátorů.

1.4.2 Vnější popis soustavy

Předpokládejme mnohorozměrový, časově invariantní systém popsany rovnicí

$$\mathbf{A}(q)\mathbf{Y}(q) = \mathbf{B}(q)\mathbf{U}(q) + \mathbf{C}(q)\mathbf{V}(q) + \mathbf{O}(q) \quad (1.23)$$

kde $\mathbf{Y}(q) \in R^m$ je vektor výstupních veličin soustavy, $\mathbf{U}(q) \in R^n$ je vektor vstupních veličin soustavy, $\mathbf{V}(q) \in R^l$ je vektor poruchových veličin. $\mathbf{O}(q)$ je Laplaceova nebo Z -

transformace počátečních podmínek. Deterministická část přenosové matice může být napsána ve tvaru levého nebo pravého maticového zlomku.

$$\mathbf{G}(q) = \mathbf{A}^{-1}(q)\mathbf{B}(q) = \mathbf{B}_1(q)\mathbf{A}_1^{-1}(q) \quad (1.24)$$

Polynomiální matice $\mathbf{A} \in R_{mm}[q]$, $\mathbf{B} \in R_{mn}[q]$ jsou levým nesoudělným rozkladem matice $\mathbf{G}(q)$, polynomiální matice $\mathbf{A}_1 \in R_{mm}[q]$, $\mathbf{B}_1 \in R_{mn}[q]$ jsou pravým nesoudělným rozkladem matice $\mathbf{G}(q)$. Dva maticové zlomky obdržíme vlivem nekomutativnosti maticového násobení.

$$\mathbf{A}(q) = \begin{bmatrix} A_{11}(q) & A_{12}(q) & \cdot & \cdot & \cdot & A_{1m}(q) \\ A_{21}(q) & A_{22}(q) & \cdot & \cdot & \cdot & A_{2m}(q) \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ A_{m1}(q) & A_{m2}(q) & \cdot & \cdot & \cdot & A_{mm}(q) \end{bmatrix} \quad (1.25)$$

kde $A_{11}(q) \dots A_{mm}(q)$ jsou polynomy v q .

$$\mathbf{B}(q) = \begin{bmatrix} B_{11}(q) & B_{12}(q) & \cdot & \cdot & \cdot & B_{1m}(q) \\ B_{21}(q) & B_{22}(q) & \cdot & \cdot & \cdot & B_{2m}(q) \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ B_{m1}(q) & B_{m2}(q) & \cdot & \cdot & \cdot & B_{mm}(q) \end{bmatrix} \quad (1.26)$$

kde $B_{11}(q) \dots B_{mn}(q)$ jsou polynomy.

Pro fyzikálně realizovatelné systémy musí být přenosová funkce $\mathbf{G}(q)$ ryzí. Aby byla přenosová funkce ryzí, musí být ryzí všechny dílčí přenosy v matici $\mathbf{G}(q)$. Znamená to, že stupně polynomů v čitatelích musí být menší nebo rovny stupňům polynomů ve jmenovateli. Pokud platí ostrá nerovnost, je přenos striktně ryzí.

Systém je stabilní tehdy, jestliže je stabilní polynom $\det \mathbf{A}(q)$.

Systém je singulární, jestliže $\mathbf{A}(0) = 0$. V opačném případě je nesingulární.

Naším cílem je řízení vektoru výstupu soustavy vzhledem k vektoru žádané hodnoty. Typickou vlastností žádaných hodnot výstupů lineárních objektů je jejich příslušnost ke třídě deterministických funkcí. Tyto žádané hodnoty jsou prvky $w_j(t)$, $j = 1, \dots, n$ vektoru $w(t)$. Pro obraz vektoru můžeme napsat

$$\mathbf{W}(q) = \mathbf{F}^{-1}(q)\mathbf{g}(q) \quad (1.27)$$

kde $\mathbf{g}(0) \neq 0$ a $\mathbf{F}(q)$ je polynomiální invertovatelná matice.

Při řízení procesů se prakticky můžeme setkat pouze s případem, kdy žádané hodnoty výstupů patří do třídy konečných a po určitém čase konstantních funkcí. Tuto vlastnost můžeme pro j – tý prvek vektoru žádaných hodnot matematicky formulovat

$$\lim_{t \rightarrow \infty} w_j(t) = w_{cj} < \infty \quad (1.28)$$

kde w_{cj} je konstanta a alespoň pro jedno j je splněna podmínka

$$w_{cj} \neq 0 \quad (1.29)$$

v důsledku čehož je w_c nenulový vektor.

Pro takto vymezenou třídu žádaných hodnot můžeme matici $\mathbf{F}(q)$ vyjádřit jako

$$\mathbf{F}(q) = q\mathbf{F}_1(q) \quad (1.30)$$

kde matice $\mathbf{F}_1(q)$ je stabilní matice s nenulovými prvky.

Matice $\mathbf{F}_1(q)$ se často vyskytuje ve tvaru

$$\mathbf{F}_1(q) = \mathbf{f}_1(q)\mathbf{I} \quad (1.31)$$

kde $\mathbf{I}$ je jednotková matice. $\mathbf{F}_1(q)$ je tedy diagonální matice s polynomy $f_1(q)$ na diagonále. To znamená, že v tomto případě jsou jednotlivé žádané hodnoty funkce stejného typu.

Nejčastěji se setkáme s případem, kdy žádané hodnoty jsou konstanty. Tehdy platí $f_1(q) = 1$ a vektor $g(q)$ v rovnici (1.27) je vektor konstant.

2. IDENTIFIKACE PROCESU

2.1 Průběžná identifikace metodou nejmenších čtverců

Pro použití samočinně se nastavujícího regulátoru není možné použít pro výpočet odhadů parametrů modelu procesu klasickou verzi ARX modelu, ale musíme použít jeho rekurzivní verzi vhodnou pro identifikaci v reálném čase. Při této modifikaci se používají nově naměřené hodnoty pouze pro opravu (korekci) původních odhadů, čímž klesá výpočetní složitost identifikačních algoritmů. Rekurzivní algoritmy umožňují sledovat změny vlastností (parametrů) procesu v reálném čase, a proto jsou základem samočinně se nastavujících regulátorů.

Nechť lineární jednorozměrový stochastický model je popsán modelem ARX. O neměřitelné náhodné složce $e_s(k)$ předpokládáme, že je posloupností vzájemně nekorelované náhodné veličiny a rovněž nekorelované se vstupem a výstupem procesu. Dále předpokládáme, že náhodná veličina má nulovou střední hodnotu a konstantní kovarianci (rozptyl). Výhodou rekurzivní metody nejmenších čtverců je ta skutečnost, že potřebuje nejmenší objem apriorních informací o náhodné složce $e_s(k)$.

Naším úkolem je průběžně odhadovat neznámé parametry $\boldsymbol{\theta}$ modelu na základě vstupů a výstupů k časovému okamžiku k , $\{y(i), u(i), i = k, k - 1, k - 2, \dots, k_0\}$ (k_0 je počáteční čas identifikace). Hledáme takový vektor $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ o rozměru $n_z = 2n$, který minimalizuje kritérium

$$J_k(\boldsymbol{\theta}) = \sum_{i=k_0}^k e_s^2(i) \quad (2.1)$$

kde

$$e_s(i) = y(i) - \boldsymbol{\theta}^T \boldsymbol{\phi}(i) = \begin{bmatrix} 1 & -\boldsymbol{\theta}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y(i) \\ \boldsymbol{\phi}(i) \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

Jestliže požadujeme, aby algoritmus byl schopen sledovat pomalé změny parametrů identifikovaného procesu, můžeme toho dosáhnout technikou exponenciálního zapomínání. Potom minimalizujeme modifikované kritérium

$$J_k(\boldsymbol{\theta}) = \sum_{i=k_0}^k \varphi^{2(k-i)} e_s^2(i) \quad (2.3)$$

kde $0 < \varphi^2 \leq 1$ je faktor exponenciálního zapomínání.

V této práci je využit algoritmus směrového zapomínání [4], [7], kdy se standardní exponenciální zapomínání aplikuje pouze na data přinášející novou informaci.

Vektor odhadu parametrů se aktualizuje podle rekurzivního vztahu

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}(k) = \hat{\boldsymbol{\theta}}(k-1) + \frac{\mathbf{C}(k-1)\boldsymbol{\varphi}(k-1)}{1 + \xi(k-1)} \hat{e}(k-1) \quad (2.4)$$

kde

$$\xi(k) = \boldsymbol{\varphi}^T(k-1)\mathbf{C}(k-1)\boldsymbol{\varphi}(k-1) \quad (2.5)$$

je pomocný skalár a

$$\hat{e}(k) = y(k) - \hat{\boldsymbol{\theta}}^T(k)\boldsymbol{\varphi}(k-1) \quad (2.6)$$

je chyba predikce. Jestliže $\xi(k) > 0$, potom čtvercová kovarianční matice o rozměru $n \times n$ je aktualizována podle vztahu

$$\mathbf{C}(k) = \mathbf{C}(k-1) - \frac{\mathbf{C}(k-1)\boldsymbol{\varphi}(k-1)\boldsymbol{\varphi}^T(k-1)\mathbf{C}(k-1)}{\varepsilon^{-1}(k) + \xi(k-1)} \quad (2.7)$$

kde

$$\varepsilon(k) = \varphi(k) - \frac{1 - \varphi(k)}{\xi(k-1)} \quad (2.8)$$

Jestliže $\xi(k-1) = 0$, potom

$$C(k) = C(k-1) \quad (2.9)$$

Hodnota adaptivního směrového zapomínání $\varphi(k)$ je potom počítána v každé periodě vzorkování podle vztahu

$$\varphi(k) = \left\{ 1 + (1 + \rho) [\ln(1 + \xi(k-1))] + \left[\frac{(\nu(k-1) + 1)\eta(k-1)}{1 + \xi(k-1) + \eta(k-1)} - 1 \right] \frac{\xi(k-1)}{1 + \xi(k-1)} \right\}^{-1} \quad (2.10)$$

kde

$$\eta(k) = \frac{\hat{e}^2(k)}{\lambda(k)}; \quad \nu(k) = \varphi(k) [(\nu(k-1) + 1)] \quad (2.11)$$

$$\lambda(k) = \varphi(k) \left[\lambda(k-1) + \frac{\hat{e}^2(k-1)}{1 + \xi(k-1)} \right] \quad (2.12)$$

2.2 Identifikace parametrů diferenciální rovnice spojitého modelu

Uvažujme lineární spojité ARX model systému ve tvaru diferenciální rovnice:

$$A(\sigma)y(t) = B(\sigma)u(t) + n(t) \quad (2.13)$$

kde $u(t)$ je spojité vstup, $y(t)$ spojité výstup, $n(t)$ náhodná spojitá veličina, σ je operátor derivování a a, b jsou polynomy v proměnné σ . Po Laplaceově transformaci obdržíme

$$A(s)Y(s) = B(s)U(s) + N(s) + O_1(s) \quad (2.14)$$

kde A, B jsou polynomy v komplexní proměnné s , $O_1(s)$ je obraz počátečních podmínek. Pro obraz výstupní veličiny a spojitý přenos lineárního systému platí

$$Y(s) = \frac{B(s)}{A(s)}U(s) + \frac{N(s)}{A(s)} + \frac{O_1(s)}{A(s)} \quad (2.15)$$

$$G(s) = \frac{B(s)}{A(s)} \quad (2.16)$$

V Laplaceově přenosu systému $G(s)$ musí být splněna podmínka ryzosti $\deg B \leq \deg A$ a dále $\deg O_1 < \deg A$.

Pro získání aproximací spojitých veličin je nutno zavést filtry pomocí diferenciálních rovnic

$$C(\sigma)U_f(t) = U(t); \quad C(\sigma)Y_f(t) = Y(t) \quad (2.17)$$

kde $c(\sigma)$ je polynom v operátoru derivování, u_f je filtrovaný vstup a y_f je filtrovaný výstup.

Laplaceovou transformací nyní dostaneme:

$$C(s)U_f(s) = U(s) + O_2(s); \quad C(s)Y_f(s) = Y(s) + O_3(s); \quad (2.18)$$

kde $O_2(s)$ je polynom počátečních podmínek pro filtrovaný vstup a $O_3(s)$ je polynom počátečních podmínek pro filtrovaný výstup.

Pro polynom $C(s)$ musí platit:

Polynom $C(s)$ musí být stabilní

Stupeň polynomu C musí být větší nebo roven stupni polynomu A ($\deg C(s) \geq \deg A(s)$). Z praktického hlediska volíme $\deg C(s) \equiv \deg A(s)$ (sledování musí být co nejrychlejší – dynamika sledování referenčního signálu je tím rychlejší, čím je stupeň polynomu menší).

Časové konstanty filtrů musí být menší než časové konstanty daného objektu (zhruba 4x až 5x.) V případě neznalosti časových konstant identifikovaného objektu je volíme dostatečně malé.

Dosažením filtrovaných veličin do vztahu (2.14) obdržíme rovnici

$$A[CY_f(s) - O_3] = B[CU_f - O_2] + N(s) + O_1 \quad (2.19)$$

kterou můžeme postupně upravit

$$ACY_f(s) = BCU_f(s) + O_1 - BO_2 + AO_3 + N(s) \quad (2.20)$$

$$AY_f(s) = BU_f(s) + \frac{O_1 - BO_2 + AO_3 + N(s)}{C} \quad (2.21)$$

po zavedení substituce

$$O = \frac{O_1 - BO_2 + AO_3}{C} \quad (2.22)$$

$$Y_f(s) = \frac{B}{A}U_f(s) + \frac{O}{A} + \frac{1}{A}N(s) \Rightarrow G_f(s) = \frac{B}{A} = G(s) \quad (2.23)$$

To znamená, že přenos systému je při použití filtrovaných veličin stejný, jako u nefiltrovaných veličin. Pouze počáteční podmínky jsou pro filtrované a nefiltrované veličiny různé

Převedením do časové oblasti obdržíme

$$A(\sigma)Y_f(t) = B(\sigma)U_f(t) + \varepsilon(t) \quad (2.24)$$

Tento vztah představuje základní rovnici, jejíž identifikací určujeme parametry a_i , b_j . Proměnná $\varepsilon(t)$ zohledňuje rozdíl mezi filtrovanými a nefiltrovanými veličinami.

Vztah (2.24) upravíme na tvar

$$\sum_{i=0}^n a_i y_f^{(i)} = \sum_{j=0}^m b_j u_f^{(j)} + \varepsilon(t) ; \quad n = \deg a, \quad m = \deg b \quad (2.25)$$

Filtrované hodnoty u_f, y_f budeme odebírat v diskretních krocích t_k

V diskretních časových okamžicích t_k , pro $k = 0, 1, \dots$ a tedy $t_k = k.T_s$, to je následovně:

$$\sum_{i=0}^n a_i y_f^{(i)}(t_k) = \sum_{j=0}^m b_j u_f^{(j)}(t_k) + \varepsilon(t_k), \quad t_k = k.T_s ; k = 0, 1, \dots \quad (2.26)$$

kde T_s je perioda vzorkování.

Vztah (2.26) je ještě třeba upravit na tvar vhodný pro identifikaci rekurzivní metodou nejmenších čtverců. Jsou možné dva způsoby úpravy:

Polynom A je normovaný v nejvyšší mocnině s , $a_n = 1$

$$y_f^{(n)}(t_k) = -\sum_{i=0}^{n-1} a_i y_f^{(i)}(t_k) + \sum_{j=0}^m b_j u_f^{(j)}(t_k) + \varepsilon(t_k) \quad (2.27)$$

Polynom A je normovaný na prostý člen $a_0 = 1$

$$y_f(t_k) = -\sum_{i=1}^n a_i y_f^{(i)}(t_k) + \sum_{j=0}^m b_j u_f^{(j)}(t_k) + \varepsilon(t_k) \quad (2.28)$$

2.3 Modifikace průběžné identifikace pro regulátory bez kompenzátorů

Spojité verze průběžné identifikace metodou nejmenších čtverců se liší od diskrétní v tom, že se odhadují koeficienty lineární diferenciální rovnice a dále pak v plnění vektoru dat. Do vektoru dat se přidá jednička a odhaduje se její koeficient d . Tento koeficient vyrovnává rozdíly v počátečních podmínkách filtrovaných a nefiltrovaných veličin. Jako základní rovnice, jejíž parametry identifikací získáváme byl zvolen vztah (2.27). Regresní model tak získáváme úpravou rovnic (1.11) na tvar (2.27). Takže regresní vektor pro uvažovanou dvourozměrovou spojitou soustavu má tvar

$$\phi^T(t_k) = [-y'_{1f}, -y_{1f}, -y'_{2f}, -y_{2f}, -u'_{1f}, -u_{1f}, -u'_{2f}, -u_{2f}, 1] \quad (2.29)$$

a vektory parametrů jsou

$$\theta_1^T(t_k) = [a_1, a_2, a_3, a_4, b_1, b_2, b_3, b_4, d_1] \quad (2.30)$$

$$\theta_2^T(t_k) = [a_5, a_6, a_7, a_8, b_5, b_6, b_7, b_8, d_2] \quad (2.31)$$

V případě použití systému se dvěma vstupy a dvěma výstupy se bude identifikovat celkem šestnáct neznámých parametrů modelu ARX .

Filtry všech proměnných byly v tomto případě voleny s ohledem na řád systému 2. řádu

$$\begin{aligned} y''_{1f}(t) + c_1 y'_{1f}(t) + c_0 y_{1f}(t) &= y_1(t) \\ y''_{2f}(t) + c_1 y'_{2f}(t) + c_0 y_{2f}(t) &= y_2(t) \\ u''_{1f}(t) + c_1 u'_{1f}(t) + c_0 u_{1f}(t) &= u_1(t) \\ u''_{2f}(t) + c_1 u'_{2f}(t) + c_0 u_{2f}(t) &= u_2(t) \end{aligned} \quad (2.32)$$

2.4 Modifikace průběžné identifikace pro regulátory s korekčními členy

V případě použití systému se dvěma vstupy a dvěma výstupy se bude identifikovat celkem dvanáct neznámých parametrů modelu ARX .

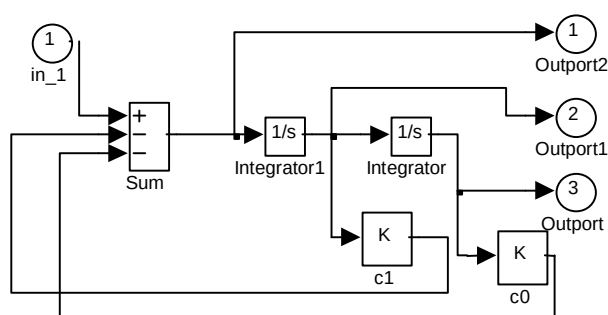
$$\phi_1^T(t_k) = [-y'_{1f}, -y_{1f}, -u'_{1f}, -u_{1f}, -u'_{2f}, -u_{2f}, 1] \quad (2.33)$$

$$\phi_2^T(t_k) = [-y'_{2f}, -y_{2f}, -u'_{1f}, -u_{1f}, -u'_{2f}, -u_{2f}, 1] \quad (2.34)$$

a vektory parametrů jsou

$$\theta_1^T(t_k) = [a_1, a_2, b_1, b_2, b_3, b_4] \quad (2.35)$$

$$\theta_2^T(t_k) = [a_3, a_4, b_5, b_6, b_7, b_8] \quad (2.36)$$



Obr.4: Konstrukce filtru spojitého signálu

3. PRAKTICKÁ ČÁST

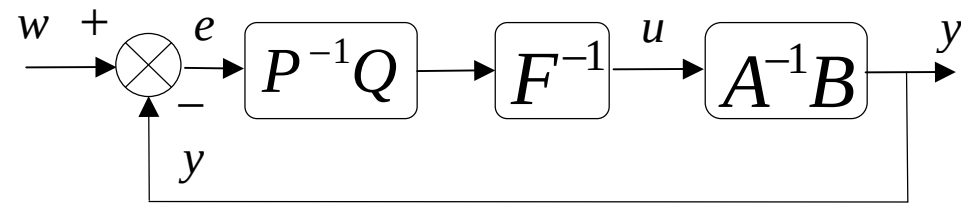
3.1 Návrh algoritmů jednotlivých regulátorů

Následující kapitoly se budou zabývat obecným popisem jednotlivých regulátorů. Jsou to zpětnovazební regulátor s jedním stupněm volnosti (1DOF), dva regulátory se dvěma stupni volnosti (2DOF) – první z nich využívá klasickou konfiguraci se zpětnovazební a přímovazební částí, dále je v textu označován jako 2DOF – A regulátor. Druhý obsahuje dvě zpětné vazby, dále je označován jako 2DOF – B regulátor. Dále jsou zde začleněny tři regulátory využívající kompenzátory pro zajištění autonomnosti, značené jako K_1 , K_2 .

Pro zjednodušení bude operátor s vynechán.

3.1.1 Návrh algoritmu regulátoru 1DOF

1DOF konfigurace je zobrazena na Obr.5



Obr.5: Schéma konfigurace 1DOF

Obsahuje jeden zpětnovazební regulátor. Stejně jako u řízeného systému, přenosová matice regulátoru může být zapsána ve formě maticového zlomku:

$$G_R = P^{-1}Q = Q_1 P_1^{-1} \quad (3.1)$$

Vektor žádaných veličin W je obecně definován jako:

$$W = F_w^{-1} h \quad (3.2)$$

Referenční signály jsou předpokládány ze třídy skokových funkcí. V tomto případě je $\mathbf{h}$ vektor konstant a $\mathbf{F}_w$ nabývá tvaru

$$\mathbf{F}_w = \begin{bmatrix} s & 0 \\ 0 & s \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

Kompenzátor $\mathbf{F}$ je z regulátoru vyčleněn pouze formálně. Tento komponent musí být součástí regulátoru, aby byl splněn požadavek na asymptotické sledování referenčního signálu. Jestliže jsou referenční signály ze třídy skokových funkcí, $\mathbf{F}$ je integrátor.

Z blokového schématu na obrázku 5 vyplývá řídicí zákon

$$\mathbf{U} = \mathbf{F}^{-1} \mathbf{Q}_1 \mathbf{P}_1^{-1} \mathbf{E} \quad (3.4)$$

Pro výstup systému platí maticová rovnice:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{A}^{-1} \mathbf{B} \mathbf{F}^{-1} \mathbf{P}^{-1} \mathbf{Q} \mathbf{E} = \mathbf{A}^{-1} \mathbf{B} \mathbf{F}^{-1} \mathbf{P}^{-1} \mathbf{Q} (\mathbf{W} - \mathbf{Y}) \quad (3.5)$$

Kterou je možno s využitím pravého maticového zlomku regulátoru postupně upravit do tvaru:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{P}_1 (\mathbf{A} \mathbf{F} \mathbf{P}_1 + \mathbf{B} \mathbf{Q}_1)^{-1} \mathbf{B} \mathbf{Q}_1 \mathbf{P}_1^{-1} \mathbf{W} \quad (3.6)$$

Je zřejmé, že prvky vektoru výstupní veličiny mají ve jmenovateli determinant matice $\mathbf{A} \mathbf{F} \mathbf{P}_1 + \mathbf{B} \mathbf{Q}_1$. Tento determinant je charakteristickým polynomem mnohazměrového regulačního obvodu. Kořeny tohoto polynomu mají rozhodující vliv na chování uzavřené smyčky. Musí být umístěny uvnitř jednotkové kružnice, aby byl systém stabilní. Podmínku stability můžeme tedy definovat pomocí následující diofantické rovnice:

$$\mathbf{A} \mathbf{F} \mathbf{P}_1 + \mathbf{B} \mathbf{Q}_1 = \mathbf{M} \quad (3.7)$$

Kde $\mathbf{M} \in R_{22}$ je stabilní diagonální polynomiální matice:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} s^4 + m_1 s^3 + m_2 s^2 + m_3 s + m_4 & 0 \\ 0 & s^4 + m_5 s^3 + m_6 s^2 + m_7 s + m_8 \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

Stupně polynomů v maticích regulátoru musí být zvoleny tak, aby regulační obvod byl vnitřně ryzí. Struktura matic $\mathbf{P}_1$ a $\mathbf{Q}_1$ byla zvolena tak, aby se počet neznámých parametrů regulátoru shodoval s počtem algebraických rovnic plynoucích z řešení diofantické rovnice metodou neurčitých koeficientů. Matice regulátoru byly tedy zvoleny ve tvaru:

$$\mathbf{P}_1 = \begin{bmatrix} s + p_1 & p_2 \\ p_3 & s + p_4 \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

$$\mathbf{Q}_1 = \begin{bmatrix} q_1 s^2 + q_2 s + q_3 & q_4 s^2 + q_5 s + q_6 \\ q_7 s^2 + q_8 s + q_9 & q_{10} s^2 + q_{11} s + q_{12} \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

Z řešení diofantické rovnice vyplývá šestnáct algebraických rovnic, ve kterých vystupují jako neznámé parametry regulátoru. Maticově je možno tyto algebraické rovnice vyjádřit jako:

$$\begin{bmatrix} -a_2 & -a_4 & 0 & 0 & b_2 & 0 & 0 & b_4 \\ a_2 - a_1 & a_4 - a_3 & 0 & b_2 & b_1 & 0 & b_4 & b_3 \\ a_1 - 1 & a_3 & b_2 & b_1 & 0 & b_4 & b_3 & 0 \\ 1 & 0 & b_1 & 0 & 0 & b_3 & 0 & 0 \\ -a_6 & -a_8 & 0 & 0 & b_6 & 0 & 0 & b_8 \\ a_6 - a_5 & a_8 - a_7 & 0 & b_6 & b_5 & 0 & b_8 & b_7 \\ a_5 & a_7 - 1 & b_6 & b_5 & 0 & b_8 & b_7 & 0 \\ 0 & 1 & b_5 & 0 & 0 & b_7 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_1 \\ p_3 \\ q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_7 \\ q_8 \\ q_9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_4 \\ m_3 + a_2 \\ m_2 - a_2 + a_1 \\ m_1 - a_1 + 1 \\ 0 \\ a_6 \\ a_5 - a_6 \\ -a_5 \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

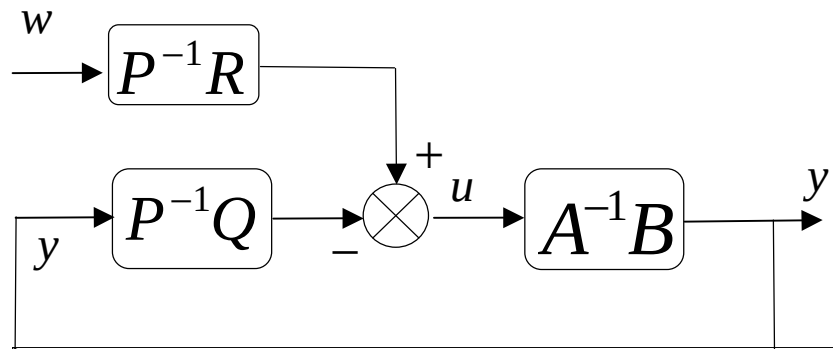
$$\begin{bmatrix} -a_2 & -a_4 & 0 & 0 & b_2 & 0 & 0 & b_4 \\ a_2 - a_1 & a_4 - a_3 & 0 & b_2 & b_1 & 0 & b_4 & b_3 \\ a_1 - 1 & a_3 & b_2 & b_1 & 0 & b_4 & b_3 & 0 \\ 1 & 0 & b_1 & 0 & 0 & b_3 & 0 & 0 \\ -a_6 & -a_8 & 0 & 0 & b_6 & 0 & 0 & b_8 \\ a_6 - a_5 & a_8 - a_7 & 0 & b_6 & b_5 & 0 & b_8 & b_7 \\ a_5 & a_7 - 1 & b_6 & b_5 & 0 & b_8 & b_7 & 0 \\ 0 & 1 & b_5 & 0 & 0 & b_7 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_2 \\ p_4 \\ q_5 \\ q_6 \\ q_7 \\ q_{10} \\ q_{11} \\ q_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ a_4 \\ a_3 - a_4 \\ -a_3 \\ m_4 \\ m_3 + m_4 \\ m_2 - a_4 + a_7 \\ m_1 - a_3 + 1 \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

Parametry regulátoru jsou dány řešením těchto rovnic

$$\begin{aligned}
 & -a_2 p_1 - a_4 p_3 + b_2 q_3 + b_4 q_9 = m_4 \\
 & (a_2 - a_1) p_1 + (a_4 - a_3) p_3 + b_2 q_2 + b_4 q_3 + b_4 q_8 + b_3 q_9 = m_3 + a_2 \\
 & (a_1 - 1) p_1 + a_3 p_3 + b_2 q_1 + b_1 q_2 + b_4 q_7 + b_3 q_8 = m_2 - a_2 + a_1 \\
 & p_1 + b_1 q_1 + b_3 q_7 = m_1 - a_1 + 1 \\
 & -a_6 p_1 - a_8 p_3 + b_6 q_3 + b_8 q_9 = 0 \\
 & (a_6 - a_5) p_1 + (a_8 - a_7) p_3 + b_6 q_2 + b_5 q_3 + b_8 q_8 + b_7 q_9 = a_6 \\
 & a_5 p_1 + (a_7 - 1) p_3 + b_6 q_1 + b_5 q_2 + b_8 q_7 + b_7 q_8 = -a_6 + a_5 \\
 & p_3 + b_5 q_1 + b_7 q_7 = -a_5 \\
 \\
 & -a_2 p_2 - a_4 p_4 + b_2 q_6 + b_4 q_{12} = 0 \\
 & (a_2 - a_1) p_2 + (a_4 - a_3) p_4 + b_2 q_5 + b_1 q_6 + b_4 q_{11} + b_3 q_{12} = a_4 \\
 & (a_1 - 1) p_2 + a_3 p_4 + b_2 q_{41} + b_1 q_5 + b_4 q_{10} + b_3 q_{11} = -a_4 + a_3 \\
 & p_2 + b_1 q_4 + b_3 q_{10} = -a_3 \\
 & -a_6 p_2 - a_8 p_4 + b_6 q_6 + b_8 q_{12} = m_4 \\
 & (a_6 - a_5) p_2 + (a_8 - a_7) p_4 + b_6 q_5 + b_5 q_6 + b_8 q_{11} + b_7 q_{12} = m_3 + a_8 \\
 & a_5 p_2 + (a_7 - 1) p_4 + b_6 q_4 + b_5 q_5 + b_8 q_{10} + b_7 q_{11} = m_2 - a_8 + a_7 \\
 & p_4 + b_5 q_4 + b_7 q_{10} = m_1 - a_7 + 1
 \end{aligned} \tag{3.13}$$

3.1.2 Návrh algoritmu regulátoru 2DOF - A

2DOF – A konfigurace je zobrazena na obr.6



Obr.6: Schéma konfigurace 2DOF - A

Na obr.6 je znázorněna struktura obvodu s přímovazebním a zpětnovazebním regulátorem.

Plyne z něj rovnice

$$U = P^{-1}RW - P^{-1}QA^{-1}BU \quad (3.14)$$

Takže po úpravách dostáváme rovnici

$$(I + P^{-1}QA^{-1}B)U = P^{-1}RW \quad (3.15)$$

Úpravami tohoto vztahu dostáváme

$$U = A_1(PA_1 + QB_1)^{-1}RW \quad (3.16)$$

a dále potom

$$Y = A^1BU = B_1(PA_1 + QB_1)^{-1}RW \quad (3.17)$$

Uzavřená smyčka je tedy stabilní pouze když

$$PA_1 + QB_1 = M \quad (3.18)$$

kde M je zvolená stabilní polynomiální matice,

$$M = \begin{bmatrix} s^3 + m_1s^2 + m_2s + m_3 & 0 \\ 0 & s^3 + m_4s^2 + m_5s + m_6 \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

Z blokového schématu vyplývá rovnice pro regulační odchylku (tato rovnice platí pouze v případě, že diagonální elementy matice M jsou si rovny).

$$E = M^{-1}(M - B_1R)^{-1}F^{-1}h \quad (3.20)$$

Požadavek na asymptotické sledování referenčního signálu je splněn tehdy, jestliže existuje taková polynomiální matice $\mathbf{T}$, aby byla splněna následující diofantická rovnice.

$$\mathbf{M} - \mathbf{B}_1 \mathbf{R} = \mathbf{T} \mathbf{F} \quad (3.21)$$

Polynomiální matice $\mathbf{T}$ a $\mathbf{R}$ jsou řešením další diofantické rovnice

$$\mathbf{T} \mathbf{F} + \mathbf{B}_1 \mathbf{R} = \mathbf{M} \quad (3.22)$$

Matice $\mathbf{P}$, $\mathbf{Q}$ a $\mathbf{R}$ jsou matice regulátoru.

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} s + p_1 & p_2 \\ p_3 & s + p_4 \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} q_1 s + q_2 & q_3 s + q_4 \\ q_5 s + q_6 & q_7 s + q_8 \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} s + r_1 & s + r_2 \\ s + r_3 & s + r_4 \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} s^2 + t_1 s + t_2 & t_3 s + t_4 \\ t_5 s + t_6 & s^2 + t_7 s + t_8 \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

Soustava algebraických rovnic, jejímž řešením jsou neznámé parametry regulátoru, plyne z řešení diofantických rovnic (3.18) a (3.22) metodou neurčitých koeficientů. Tyto algebraické rovnice můžeme v maticovém tvaru specifikovat následujícím způsobem:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & b_1 & 0 & b_5 & 0 \\ a_1 & a_5 & b_2 & b_1 & b_6 & b_5 \\ a_2 & a_6 & 0 & b_2 & 0 & b_6 \\ 0 & 1 & b_3 & 0 & b_7 & 0 \\ a_3 & a_7 & b_4 & b_3 & b_8 & b_7 \\ a_4 & a_8 & 0 & b_4 & 0 & b_8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_1 - a_1 \\ m_2 - a_2 \\ m_3 \\ -a_3 \\ -a_4 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

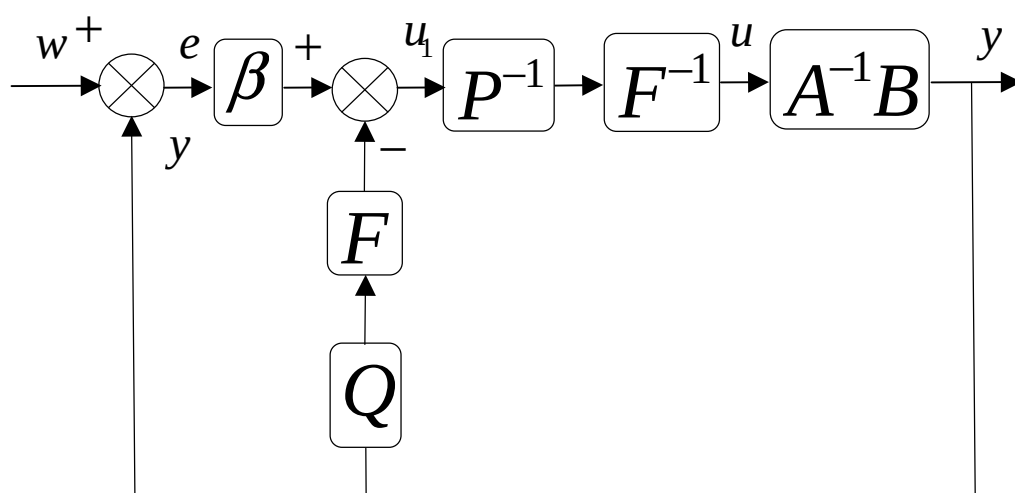
$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & b_1 & 0 & b_5 & 0 \\ a_1 & a_5 & b_2 & b_1 & b_6 & b_5 \\ a_2 & a_6 & 0 & b_2 & 0 & b_6 \\ 0 & 1 & b_3 & 0 & b_7 & 0 \\ a_3 & a_7 & b_4 & b_3 & b_8 & b_7 \\ a_4 & a_8 & 0 & b_4 & 0 & b_8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_3 \\ p_4 \\ q_5 \\ q_6 \\ q_7 \\ q_8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a_5 \\ -a_6 \\ 0 \\ m_4 - a_7 \\ m_5 - a_8 \\ m_6 \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & b_1 & b_3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & b_2 & b_4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & b_5 & b_7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & b_6 & b_8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t_1 \\ t_2 \\ t_5 \\ t_6 \\ r_1 \\ r_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_1 - b_1 - b_3 \\ m_2 - b_2 - b_4 \\ m_3 \\ -b_5 - b_7 \\ -b_6 - b_8 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & b_1 & b_3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & b_2 & b_4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & b_5 & b_7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & b_6 & b_8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t_3 \\ t_4 \\ t_7 \\ t_8 \\ r_2 \\ r_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -b_1 - b_3 \\ -b_2 - b_4 \\ 0 \\ m_4 - b_5 - b_7 \\ m_5 - b_6 - b_8 \\ m_6 \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

3.1.3 Návrh algoritmu regulátoru 2 DOF - B

2DOF – B konfigurace je zobrazena na obr.7



Obr.7: Schéma konfigurace 2DOF – B

Tato struktura obsahuje dvě zpětné vazby. Je zobrazena na obr.7. Ze schématu plyne maticová rovnice pro výstup ze soustavy:

$$Y = A^{-1}BU = A^{-1}BF^{-1}P^{-1}U_1 \quad (3.31)$$

Kde

$$U_1 = \beta(W - Y) - QFY \quad (3.32)$$

Pro výstup z regulátoru platí vztah:

$$U = F^{-1}P^{-1}U_1 \quad (3.33)$$

Po dosazení za U_1 a Y :

$$U = F^{-1}P^{-1}[\beta(W - A^{-1}BU) - QFA^{-1}BU] \quad (3.34)$$

Rovnice (3.33) může být s využitím pravého maticového zlomku řízeného systému upravena do tvaru:

$$U = A_1[PFA_1 + (\beta + FQ)B_1]\beta W \quad (3.35)$$

Regulační obvod je stabilní, jestliže je splněna diofantická rovnice:

$$PFA_1 + (\beta + FQ)B_1 = M \quad (3.36)$$

Matice M je definována

$$M = \begin{bmatrix} s^4 + m_1s^3 + m_2s^2 + m_3s + m_4 & 0 \\ 0 & s^4 + m_5s^3 + m_6s^2 + m_7s + m_8 \end{bmatrix} \quad (3.37)$$

Struktura matic regulátoru byla zvolena podle stejných pravidel jako v předchozích případech následovně:

$$P = \begin{bmatrix} s + p_1 & p_2 \\ p_3 & s + p_4 \end{bmatrix} \quad (3.38)$$

$$Q = \begin{bmatrix} q_1s + q_2 & q_3s + q_4 \\ q_5s + q_6 & q_7s + q_8 \end{bmatrix} \quad (3.39)$$

$$\beta = \begin{bmatrix} \beta_1 & \beta_2 \\ \beta_3 & \beta_4 \end{bmatrix} \quad (3.40)$$

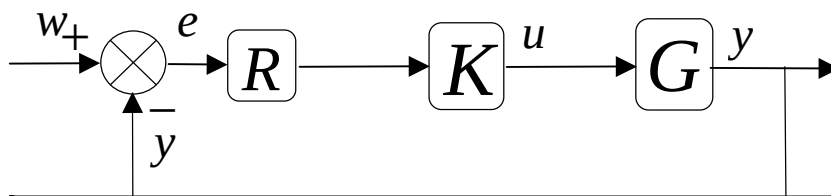
Hodnoty parametrů regulátoru jsou výsledkem řešení diofantické rovnice (3.36). Užití metody neurčitých koeficientů definuje soustavu algebraických rovnic, kterou můžeme opět zapsat v maticovém tvaru:

$$\begin{bmatrix} 1 & a_1 & a_2 & 0 & 0 & a_3 & a_4 & 0 \\ 0 & a_5 & a_6 & 0 & 1 & a_7 & a_8 & 0 \\ b_1 & b_2 & 0 & 0 & b_3 & b_4 & 0 & 0 \\ 0 & b_1 & b_2 & 0 & 0 & b_3 & b_4 & 0 \\ b_5 & b_6 & 0 & 0 & b_7 & b_8 & 0 & 0 \\ 0 & b_5 & b_6 & 0 & 0 & b_7 & b_8 & 0 \\ 0 & 0 & b_1 & b_2 & 0 & 0 & b_3 & b_4 \\ 0 & 0 & b_5 & b_6 & 0 & 0 & b_7 & b_8 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_1 - a_1 \\ m_2 - a_2 \\ m_3 \\ m_4 \\ -a_3 \\ -a_4 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.41)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & a_1 & a_2 & 0 & 0 & a_3 & a_4 & 0 \\ 0 & a_5 & a_6 & 0 & 1 & a_7 & a_8 & 0 \\ b_1 & b_2 & 0 & 0 & b_3 & b_4 & 0 & 0 \\ 0 & b_1 & b_2 & 0 & 0 & b_3 & b_4 & 0 \\ b_5 & b_6 & 0 & 0 & b_7 & b_8 & 0 & 0 \\ 0 & b_5 & b_6 & 0 & 0 & b_7 & b_8 & 0 \\ 0 & 0 & b_1 & b_2 & 0 & 0 & b_3 & b_4 \\ 0 & 0 & b_5 & b_6 & 0 & 0 & b_7 & b_8 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} p_3 \\ p_4 \\ q_5 \\ q_6 \\ q_7 \\ q_8 \\ \beta_3 \\ \beta_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a_5 \\ -a_6 \\ 0 \\ 0 \\ m_5 - a_7 \\ m_6 - a_8 \\ m_7 \\ m_8 \end{bmatrix} \quad (3.42)$$

3.2 Autonomní řízení s využitím kompenzátorů

Existuje několik přístupů k řízení mnohazměrových systémů s vnitřními interakcemi. Jednou z možností je zařazení kompenzátoru do série před soustavu. Cílem je potlačení nežádoucích interakcí mezi vstupními a výstupními veličinami tak, aby každá vstupní veličina ovlivňovala pouze jednu veličinu regulovanou.



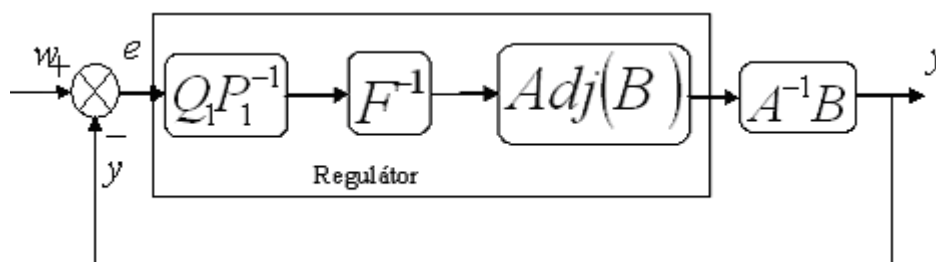
Obr.8: Schéma regulátoru s kompenzátorem

Výsledná přenosová matice $\mathbf{H}$ je potom definována jako

$$\mathbf{H} = \mathbf{K}\mathbf{G} \quad (3.43)$$

Podmínky autonomnosti jsou splněny, jestliže matice $\mathbf{H}$ je diagonální.

3.2.1 Návrh algoritmu regulátoru s kompenzátorem K1



Obr.9: Regulační obvod s kompenzátorem K1

Kompenzátor K1 je adjungovaná matice $\mathbf{B}$. Model byl zjednodušen předpokladem, že matice $\mathbf{A}$ je diagonální.

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} s^2 + a_1s + a_2 & 0 \\ 0 & s^2 + a_3s + a_4 \end{bmatrix} \quad (3.44)$$

Determinanty matice $\mathbf{B}$ jsou v tomto případě diagonálními prvky. Jestliže matice $\mathbf{A}$ je předpokládána jako nediagonální, její inverze musí být zařazena před systém, aby výsledná matice $\mathbf{H}$ byla diagonální, jinak by došlo ke zvýšení řádu regulátoru a ke zvýšení složitosti uzavřeného regulačního obvodu.

Maticová rovnice pro výstup systému má tvar

$$Y = P_1(AFP_1 + H_1Q_1)H_1Q_1P_1^{-1}W \quad (3.45)$$

kde

$$H_1 = \text{adj}(\mathbf{B}) = \begin{bmatrix} \det(\mathbf{B}) & 0 \\ 0 & \det(\mathbf{B}) \end{bmatrix} \quad (3.46)$$

Pro zajištění stability uzavřeného regulačního obvodu musí být splněna následující diofantická rovnice

$$AFP_1 + H_1Q_1 = M \quad (3.47)$$

Polynomiální matice regulátoru jsou zvoleny následovně

$$P_1 = \begin{bmatrix} s^2 + p_1s + p_2 & 0 \\ 0 & s^2 + p_3s + p_4 \end{bmatrix} \quad (3.48)$$

$$Q_1 = \begin{bmatrix} q_1s^2 + q_2s + q_3 & 0 \\ 0 & q_4s^2 + q_5s + q_6 \end{bmatrix} \quad (3.49)$$

a matice M je definována jako

$$M = \begin{bmatrix} s^5 + m_1s^4 + m_2s^3 + m_3s^2 + m_4s + m_5 & 0 \\ 0 & s^5 + m_6s^4 + m_7s^3 + m_8s^2 + m_9s + m_{10} \end{bmatrix} \quad (3.50)$$

Diofantická rovnice definuje soustavu algebraických rovnic, jejímž řešením jsou neznámé parametry regulátoru.

Pro zjednodušení byl vypočítán determinant $\det(\mathbf{B})$:

$$\begin{aligned}\det(\mathbf{B}) &= (b_1 b_7 - b_3 b_5) s^2 + (b_1 b_8 + b_2 b_7 - b_4 b_5 - b_3 b_6) s + (b_2 b_8 - b_4 b_6) = \\ &= db_3 s^2 + db_2 s + db_1\end{aligned}$$

(3.51)

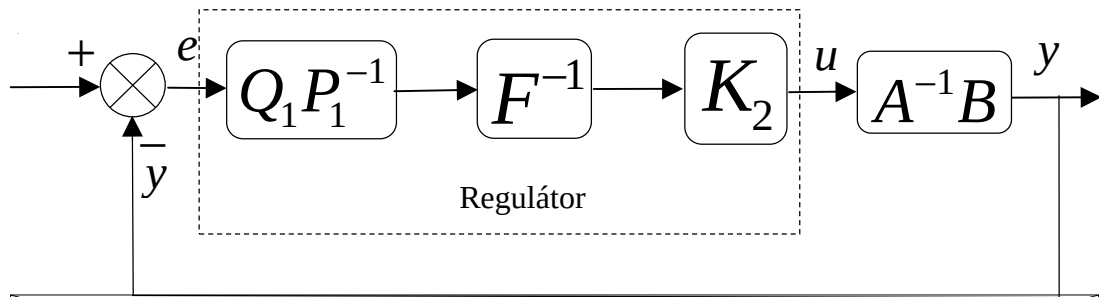
Soustava algebraických rovnic nabývá tvaru

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & db_3 & 0 & 0 \\ a_1 & 1 & db_2 & db_3 & 0 \\ a_2 & a_1 & db_1 & db_2 & db_3 \\ 0 & a_2 & 0 & db_1 & db_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & db_1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_1 - a_1 \\ m_2 - a_2 \\ m_3 \\ m_4 \\ m_5 \end{bmatrix} \quad (3.52)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & db_3 & 0 & 0 \\ a_3 & 1 & db_2 & db_3 & 0 \\ a_4 & a_3 & db_1 & db_2 & db_3 \\ 0 & a_4 & 0 & db_1 & db_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & db_1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} p_3 \\ p_4 \\ q_4 \\ q_5 \\ q_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_6 - a_3 \\ m_7 - a_4 \\ m_8 \\ m_9 \\ m_{10} \end{bmatrix} \quad (3.53)$$

3.2.2 Návrh algoritmu regulátoru s kompenzátorem K2

Blokové schéma uzavřeného regulačního obvodu s kompenzátorem K2 je zobrazeno na obr.10



Obr.10: Regulační obvod s kompenzátorem K2

Kompenzátor K2 je definován následujícím vztahem

$$\mathbf{K}_2 = \frac{1}{\det(\mathbf{B})} \begin{bmatrix} B_{22} & -B_{12} \\ -B_{21} & B_{11} \end{bmatrix} \quad (3.54)$$

Součin matice $\mathbf{B}$ a kompenzátoru je diagonální matice. V případě volby matice $\mathbf{A}$ jako diagonální platí předpoklad uvedený v předchozí kapitole. Výsledná přenosová matice $\mathbf{H}_2$ je definována rovnicí (3.56)

$$\mathbf{H}_2 = \mathbf{B}\mathbf{K}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.55)$$

Rovnice výstupu řízeného systému nabývá po úpravách maticovými operacemi tvaru

$$\mathbf{Y} = \mathbf{P}_1(\mathbf{A}\mathbf{F}\mathbf{P}_1 + \mathbf{H}_2\mathbf{Q}_1)^{-1} \mathbf{H}_2\mathbf{Q}_1\mathbf{P}_1\mathbf{W} \quad (3.56)$$

Podmínky BIBO stability jsou definovány následující diofantickou rovnicí

$$\mathbf{A}\mathbf{F}\mathbf{P}_1 + \mathbf{H}_2\mathbf{Q}_1 = \mathbf{M} \quad (3.57)$$

Matice $\mathbf{M}$ v tomto případě nabývá tvaru

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} s^4 + m_1s^3 + m_2s^2 + m_3s + m_4 & 0 \\ 0 & s^4 + m_5s^3 + m_6s^2 + m_7s + m_8 \end{bmatrix} \quad (3.58)$$

Struktura matice regulátoru byla zvolena podle stejných pravidel uvedených v předchozích kapitolách

$$\mathbf{P}_1 = \begin{bmatrix} s + p_1 & 0 \\ 0 & s + p_2 \end{bmatrix}$$

(3.59)

$$\mathbf{Q}_1 = \begin{bmatrix} q_1 s^2 + q_2 s + q_3 & 0 \\ 0 & q_4 s^2 + q_5 s + q_6 \end{bmatrix}$$

(3.60)

Řešení diofantické rovnice opět vede na soustavu algebraických rovnic, které můžeme maticově zapsat jako

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ a_1 & 1 & 0 & 0 \\ a_2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_1 \\ q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_1 - a_1 \\ m_2 - a_2 \\ m_3 \\ m_4 \end{bmatrix} \quad (3.61)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ a_3 & 1 & 0 & 0 \\ a_4 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_2 \\ q_4 \\ q_5 \\ q_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_5 - a_3 \\ m_6 - a_4 \\ m_7 \\ m_8 \end{bmatrix} \quad (3.62)$$

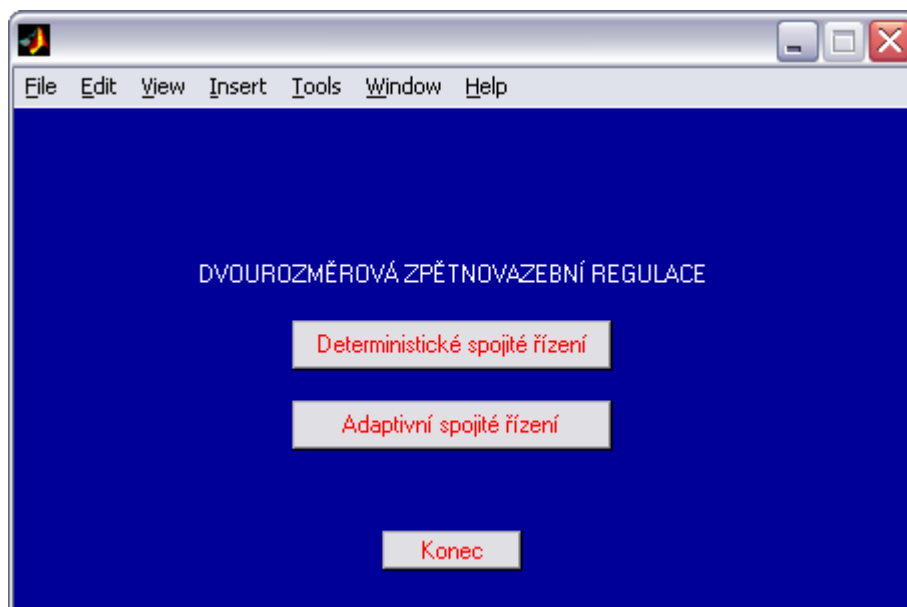
3.3 Simulační ověření navržených metod

Program pro simulaci řízení dvourozměrného regulačního obvodu s dvěma vstupy a dvěma výstupy druhého řádu byl vytvořen v prostředí MATLAB[™] a SIMULINK[™] od firmy “The MathWorks, Inc. “.

3.3.1 Programové vybavení pro simulační ověření

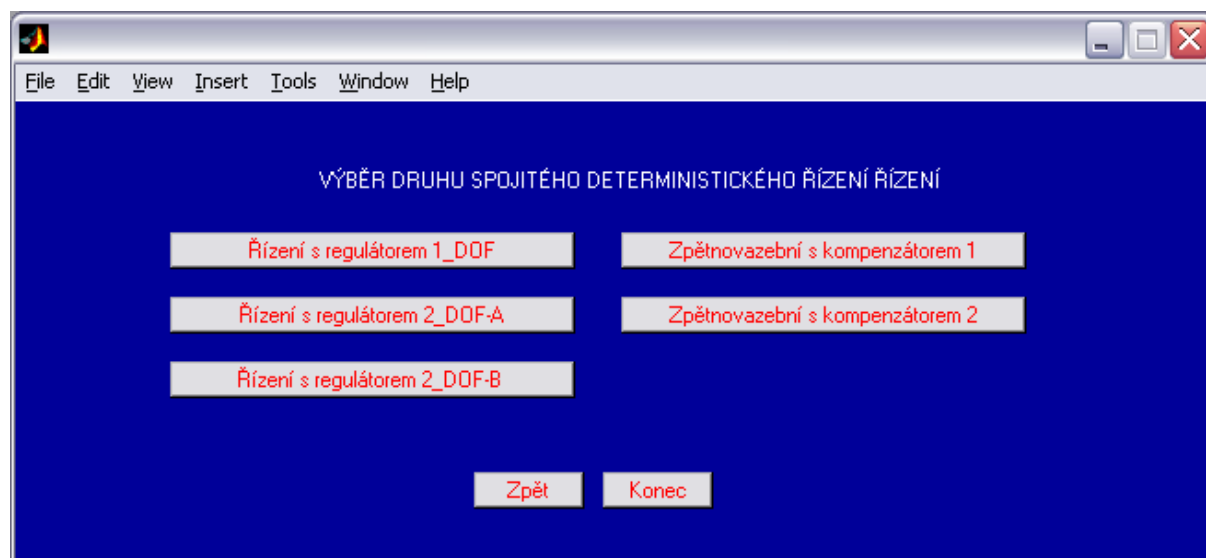
Program pro simulační ověření umožňuje simulaci výše odvozených algoritmů pro konkrétní zadané parametry simulačních modelů.

Program musí být nahrán v kořenovém adresáři „Pr1“. Po spuštění programu příkazem „start“ je možno prostřednictvím tlačítek v dialogových oknech postupně zvolit deterministické nebo adaptivní řízení s průběžnou identifikací.



Obr.11: Dialogové okno pro výběr deterministického nebo adaptivního řízení

Po stisku těchto tlačítek se otevřou okna, kde je možno vybrat konkrétní regulátor ať už deterministický nebo adaptivní. Jsou to konfigurace 1DOF, 2DOF-A, 2DOF-B a zpětnovazební regulátory s kompenzátory K1, K2. Na obrázku 12 je zvoleno deterministické spojitě řízení



Obr.12: Výběr druhu jednotlivých regulátorů spojitého řízení

Po výběru druhu řízení se zobrazí dialogové okno, v němž můžeme zadat parametry regulovaného simulačního modelu a parametry matice M a v případě adaptivního řízení počáteční odhady parametrů modelu a počáteční podmínky pro start průběžné identifikace včetně hodnot konstant filtrů pro získávání derivací spojitých veličin.

The dialog box is titled 'Zadávací menu adaptivního regulátoru'. It features a menu bar with options: File, Edit, View, Insert, Tools, Window, Help. The main area is divided into several sections:

- Parametry soustavy**: A grid of input fields for system parameters:

A1:	2	B1:	0.5
A2:	0.7	B2:	0.2
A3:	0.2	B3:	0.1
A4:	0.4	B4:	0.3
A5:	-0.5	B5:	0.5
A6:	-0.1	B6:	0.1
A7:	2	B7:	0.3
A8:	0.7	B8:	0.4
- Parametry matice M**: A grid of input fields for matrix M parameters:

m4:	1	m8:	1
m3:	4	m7:	4
m2:	6	m6:	6
m1:	4	m5:	4
- Počáteční odhady parametrů**: A row of input fields for initial parameter estimates:

a1	3.1	a2	0.7	a3	0.2	a4	0.4	a5	-0.5	a6	-0.1	a7	3.2	a8	0.6
b1	-1.5	b2	1.3	b3	0.2	b4	-1.3	b5	1.5	b6	1.1	b7	0.2	b8	0.4

On the right side, there are buttons: 'Grafy', 'Simulace', 'Parametry', 'Data pro iden.'. At the bottom right, there are buttons 'Zpět' (highlighted in red) and 'Konec'. In the center, a status bar displays 'Soustava je stabilní'.

Obr.13: Zadávací menu adaptivního regulátoru

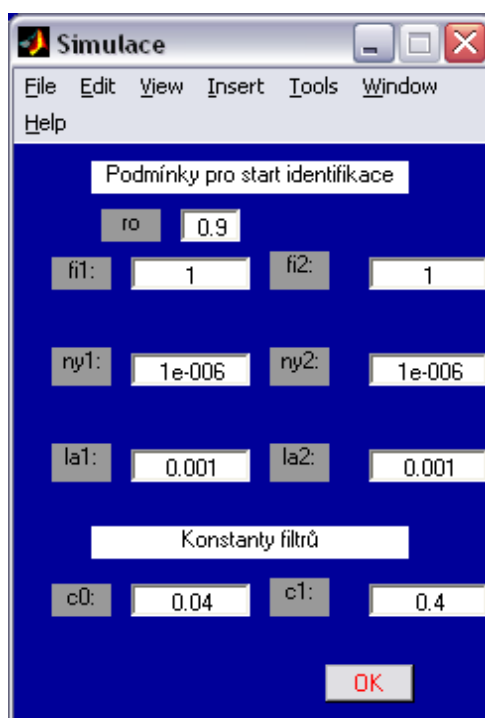
Jednotlivé parametry z menu regulátoru jsou popsány v tabulce 1

Parametry	Popis
	$[A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6, A_7, A_8]$
Parametry soustavy	$[A_1, A_2, A_3, A_4];$

	$[B_1, B_2, B_3, B_4, B_5, B_6, B_7, B_8]$
Parametry matice M	$[m_1, m_2, m_3, m_4, m_5, m_6, m_7, m_8]$
Počáteční odhady parametrů	$[a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8]$ $[a_1, a_2, a_3, a_4];$ $[b_1, b_2, b_3, b_4, b_5, b_6, b_7, b_8]$

Tabulka 1: Parametry adaptivních regulátorů

Podmínky pro start algoritmu průběžné identifikace se zadávají dle obrázku 14



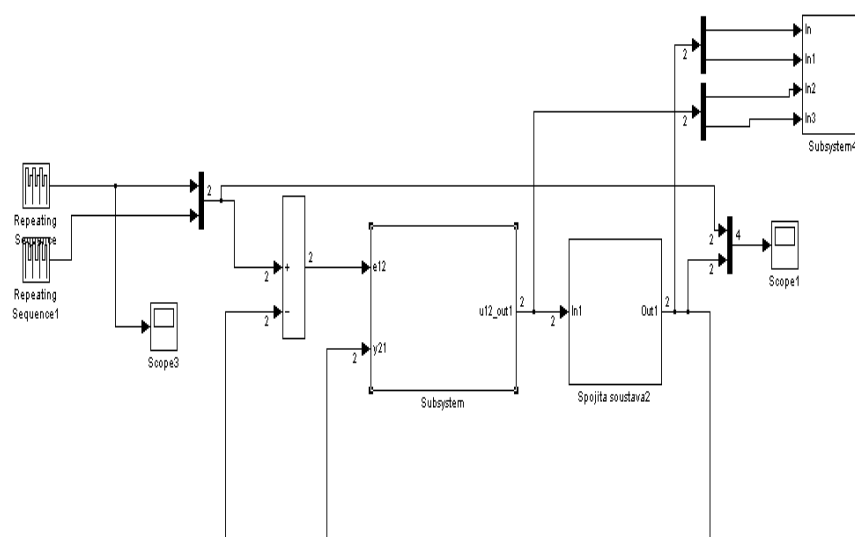
Obr.14: Zadávací menu parametrů identifikace

Parametry soustavy lze volit přímo v simulačním okně, stejně tak jako průběh žádaných hodnot. Spojitá identifikace je realizována pomocí bloků, kde filtr je realizován podle schématu na obr.4

Po zadání všech parametrů můžeme spustit simulaci.

3.3.2 Popis samočinně se nastavujících dvourozměrových regulátorů

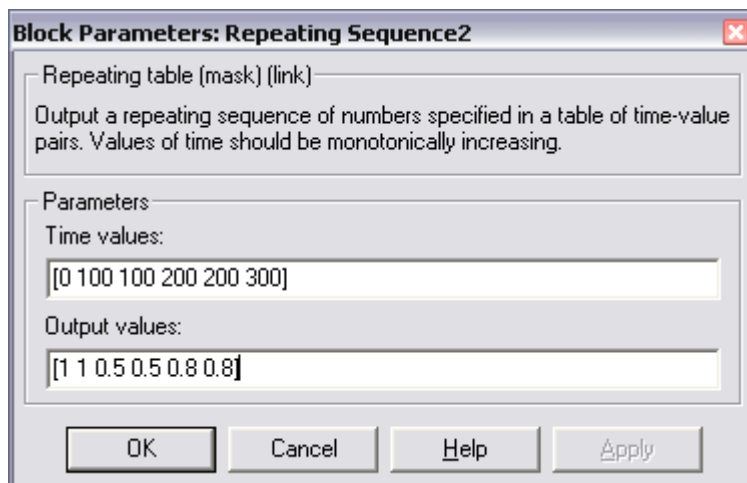
Typické schéma uzavřeného regulačního obvodu s libovolným regulátorem je na obrázku 15. Každý regulátor má čtyři vstupy a dva výstupy. Vstupními signály jsou referenční signály (w_1 , w_2) a vektor aktuálních výstupů řízeného procesu (y). Dalším vstupem je potom vektor akčních zásahů ($u_{1,2_in}$), který je samozřejmě zároveň i hlavním výstupem regulátoru. Druhým výstupem je vektor odhadu parametrů modelu řízeného procesu. Počet prvků tohoto vektoru závisí na typu modelu použitého pro identifikaci.



Obr.15: Simulinkové schéma uzavřeného regulačního obvodu

Dále můžeme zadat parametry simulace, to znamená délku simulace a průběhy žádaných veličin.

Na obrázku 16 je dialogové okno pro zadávání posloupnosti žádané hodnoty v návaznosti na časovou posloupnost.



Obr.16: Menu žádané veličiny

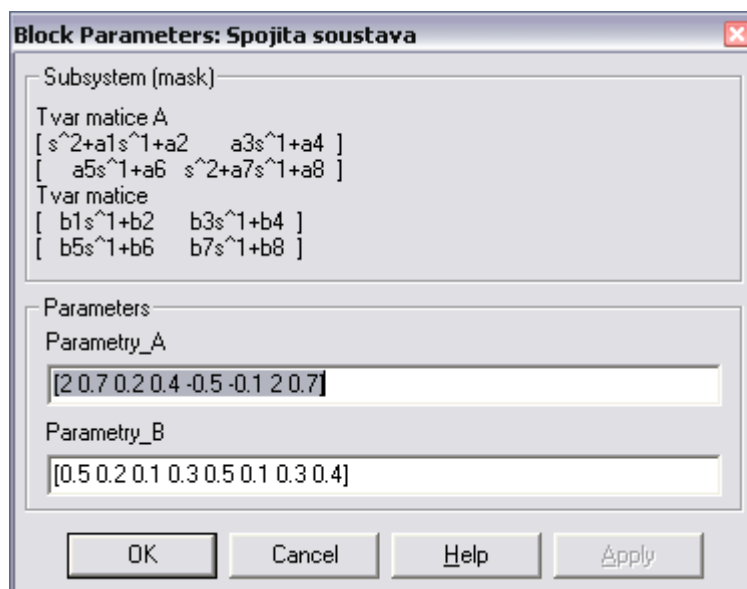
Filtry pro filtraci spojitého vstupního a výstupního signálu soustavy v průběžné identifikaci v případě spojité regulace byly konstruovány podle obr.4. Konstanty filtrů je nutno stanovit experimentálně. Jejich správná volba se odrazí na lepší identifikaci parametrů soustavy a tedy i na přesnějším nastavení parametrů regulátoru.

Algoritmus rekursivní identifikace je realizován jako m – funkce.

Při simulaci adaptivního řízení byly jak pro řízení bez kompenzátoru, tak s oběma kompenzátory nastaveny stejné podmínky pro start algoritmu průběžné identifikace[7]. Prvky hlavní diagonály kovarianční matice $C_{ii}(0) = 10^3$, počáteční hodnota faktoru směrového zapomínání $\varphi(0) = 1$, $\lambda(0) = 0.001$, $\nu(0) = 10^{-6}$, $\rho = 0.99$.

Volbu počátečních odhadů parametrů modelu je nutno provést tak, aby matice soustavy rovnic, ze které se vypočítávají parametry regulátoru nebyla singulární. Zvolené počáteční parametry musí částečně vystihovat dynamiku soustavy, jinak dochází ke zhroucení algoritmu. Nejméně přesné počáteční odhady vyžaduje regulátor s konfigurací 1DOF bez kompenzátoru.

Parametry soustav je možno zadávat prostřednictvím dialogových oken znázorněných na obrázku 17



Obr.17: Menu pro zadání parametrů spojité soustavy s diagonální maticí A

3.3.3 Simulační experimenty

Ověření činnosti regulátorů bylo prováděno na systémech s různou dynamikou. Jako příklad jsou v této práci uvedeny simulační průběhy řízení následujícího spojitého modelu:

$$A(s) = [2, 0.7, 0.2, 0.4, -0.5, -0.1, -2, 0.7]$$

$$B(s) = [0.5, 0.2, 0.1, 0.3, 0.5, 0.1, 0.3, 0.4]$$

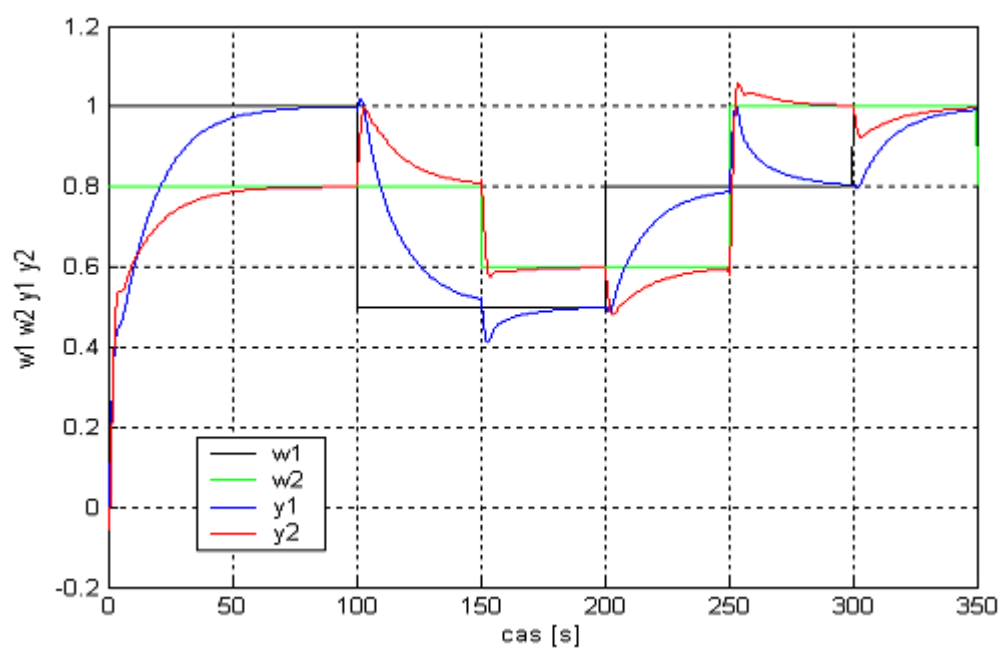
Pro simulace řízení s regulátory využívajícími kompenzátorů pro zajištění autonomnosti byl použit systém s diagonální maticí **A**:

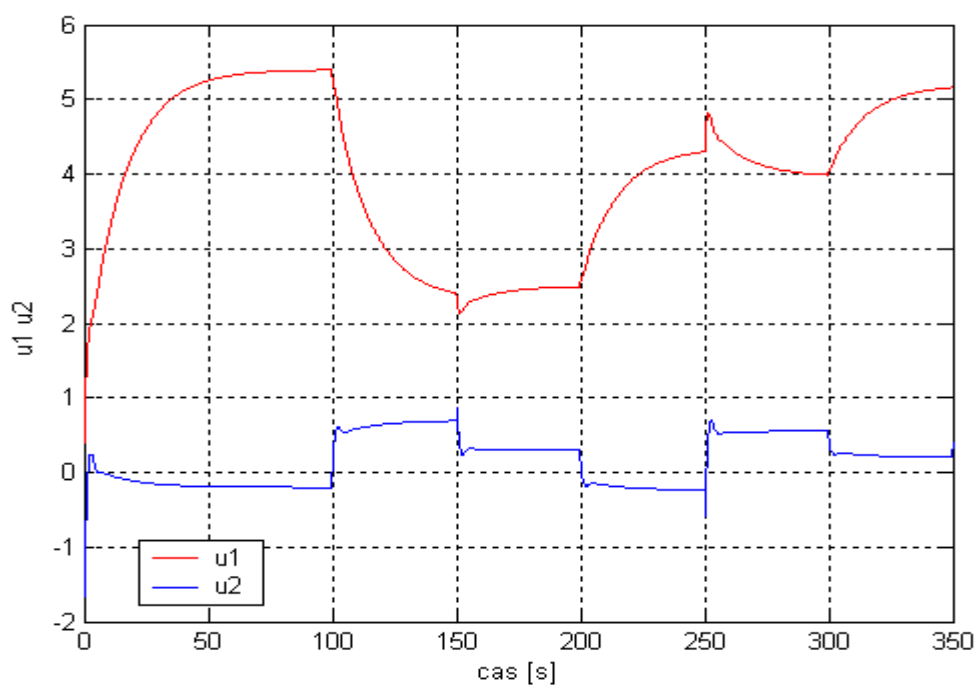
$$A(s) = [2, 0.7, 0.2, 0.4]$$

$$B(s) = [0.5, 0.2, 0.1, 0.3, 0.5, 0.1, 0.3, 0.4]$$

1DOF

Grafy odsimulované regulátorem 1DOF deterministicky:

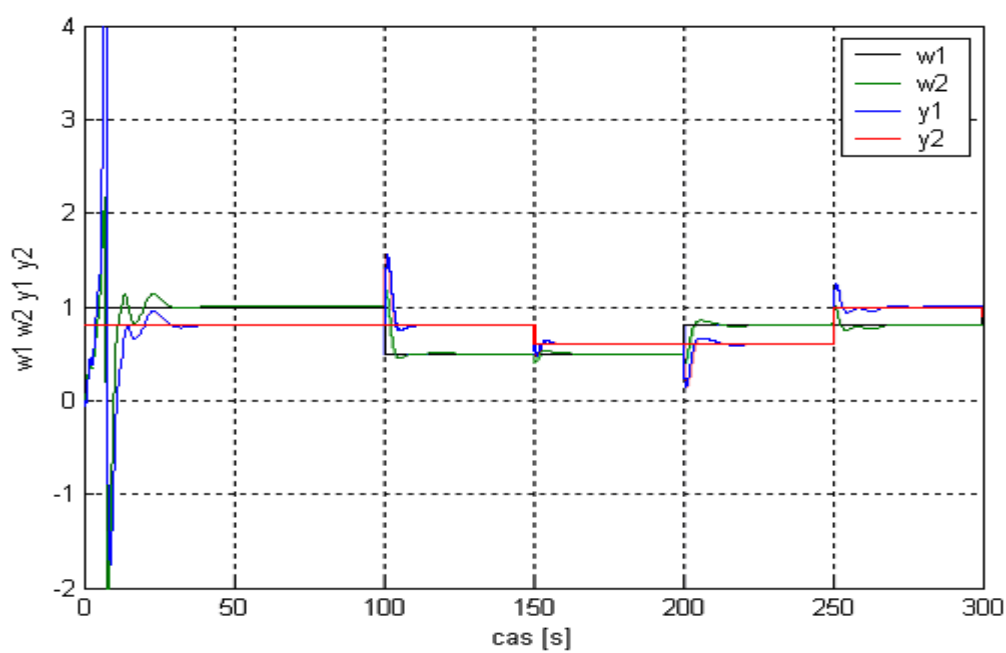


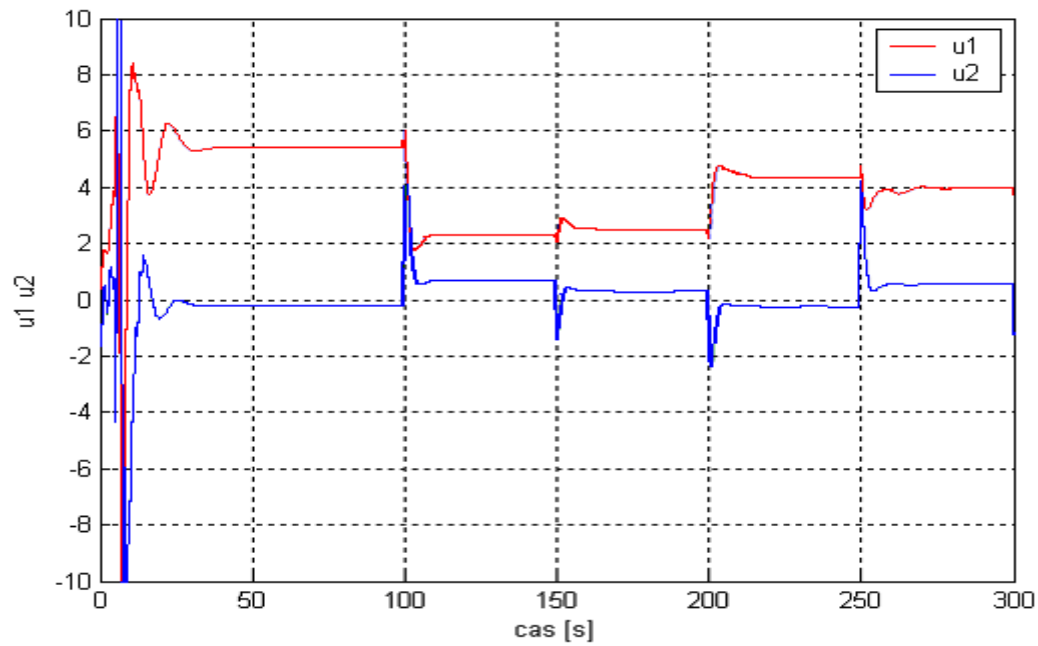


Graf1: Simulace pro deterministické spojité řízení s regulátorem 1DOF

Parametry matice $\mathbf{M} = [1, 6, 4, 1, 4, 6, 4, 1]$

Grafy odsimulované regulátorem 1DOF adaptivně:





Graf2: Simulace pro adaptivní spojité řízení s regulátorem 1DOF

Odhady parametrů modelu

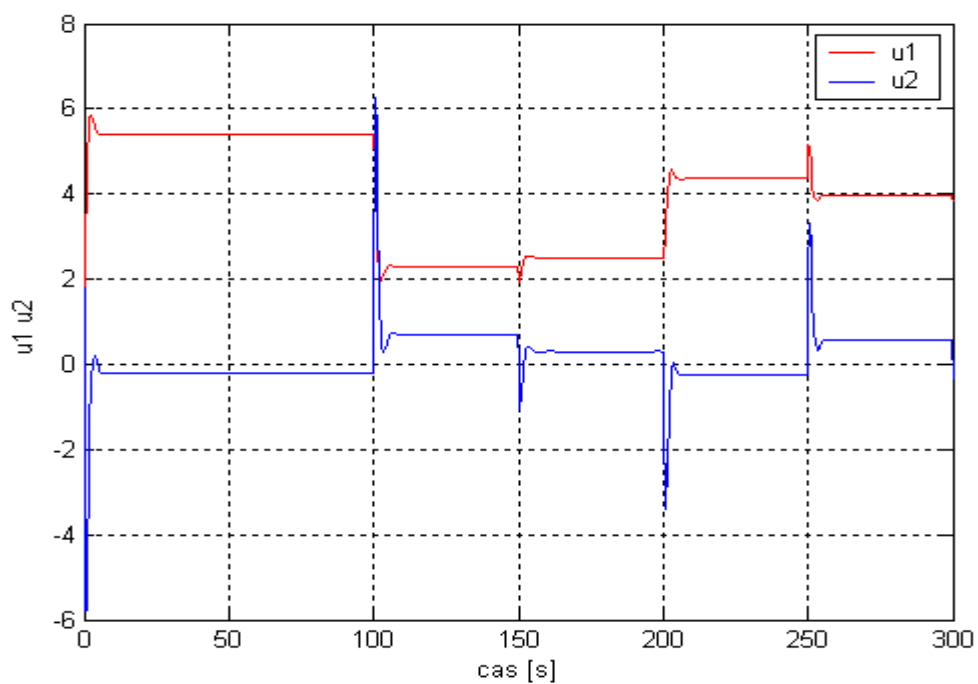
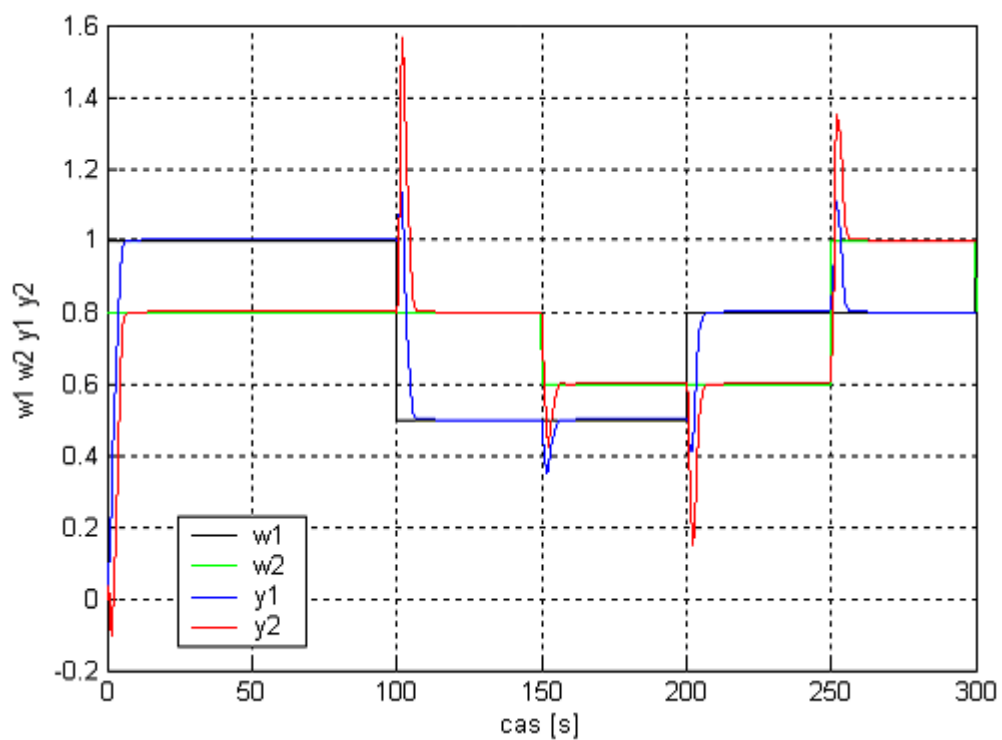
$$a = [3.1, 0.7, 0.2, 0.4, -0.5, -0.1, 3.2, 0.6]$$

$$b = [-1.5, 1.3, 0.2, -1.3, 1.5, 1.1, 0.2, 0.4]$$

$$\text{Parametry matice } \mathbf{M} = [1, 6, 4, 1, 4, 6, 4, 1]$$

2DOF-A

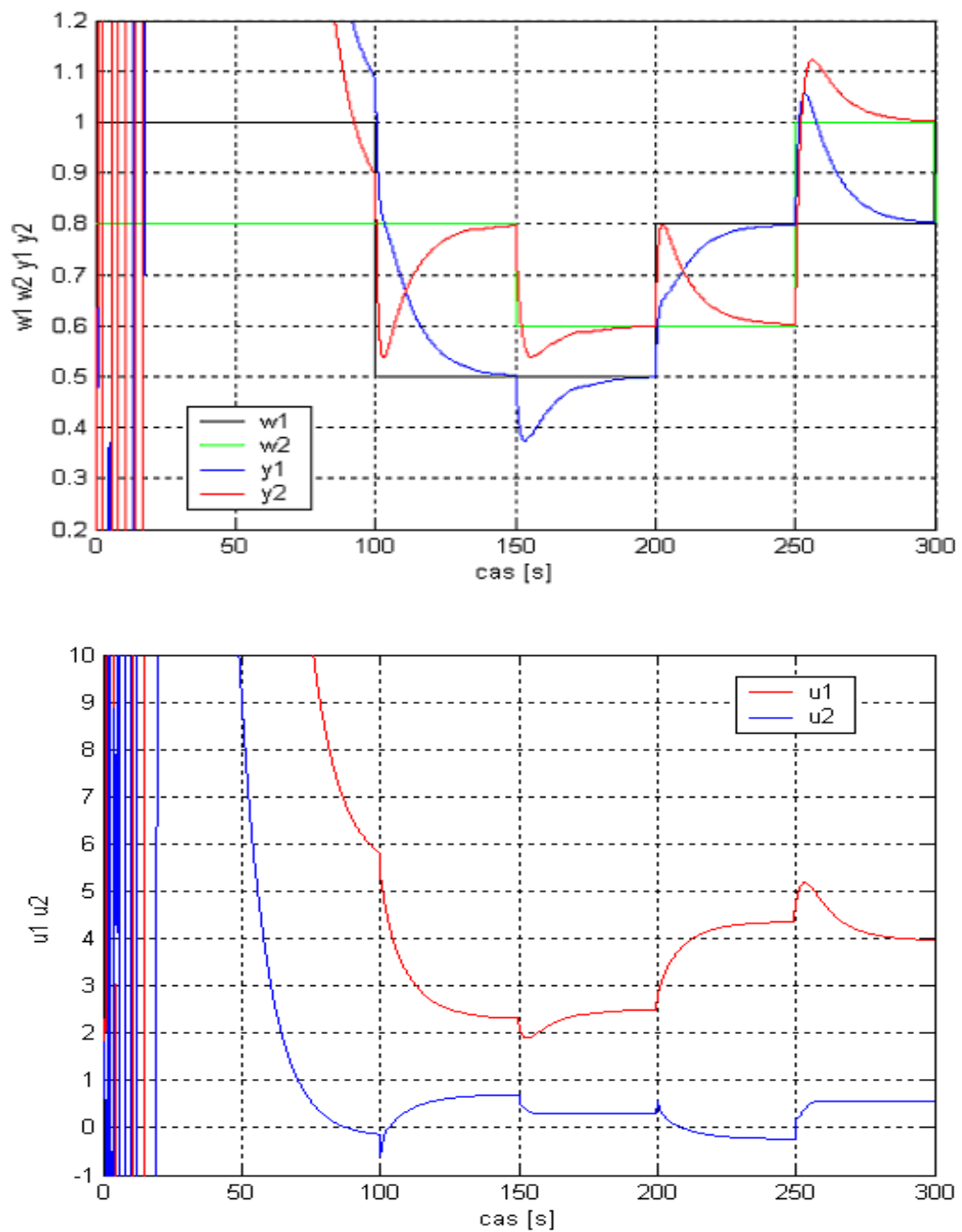
Grafy odsimulované regulátorem 2DOF-A deterministicky:



Graf3: Simulace pro deterministické spojité řízení s regulátorem 2DOF-A

Parametry matice $\mathbf{M} = [1.5, 0.045, 0.59, 1.5, 0.59, 0.045]$

Grafy odsimulované regulátorem 2DOF-A adaptivně:



Graf4: Simulace pro adaptivní spojité řízení s regulátorem 2DOF-A

Odhady parametrů modelu

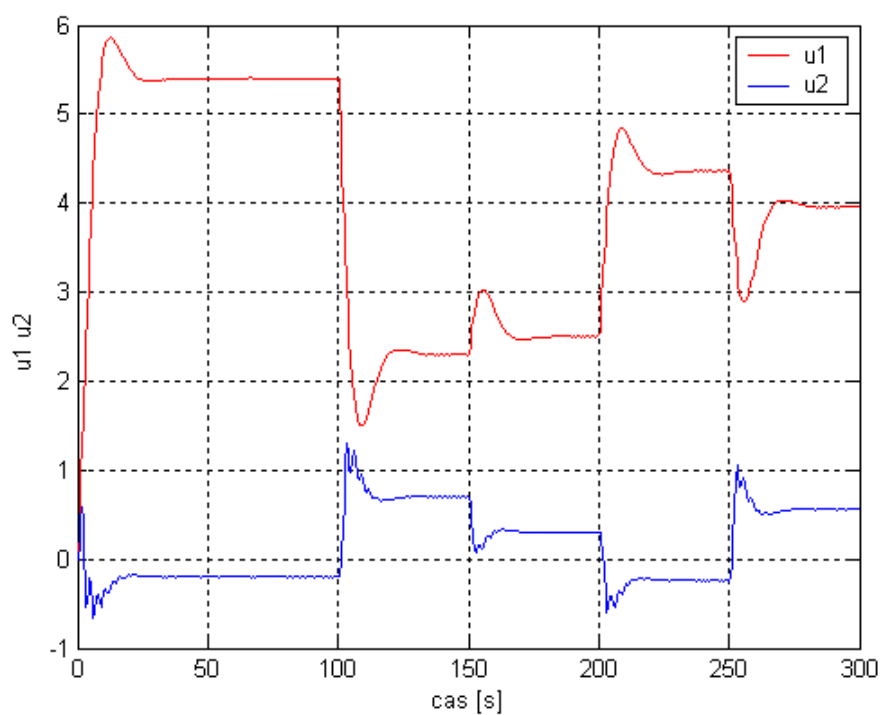
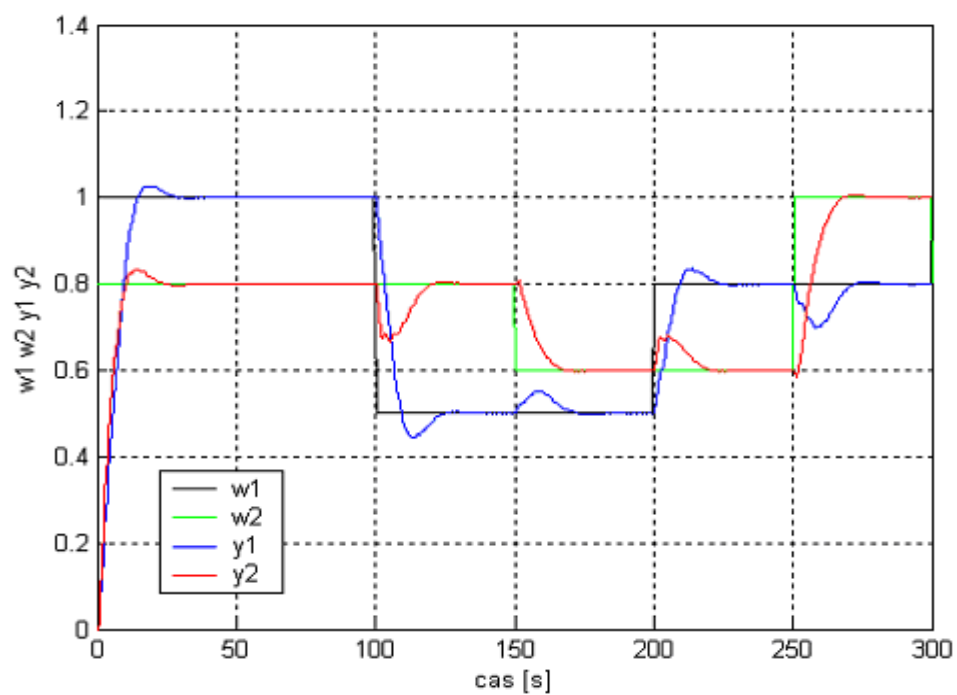
$$a=[0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8]$$

$$b=[0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8]$$

$$\text{Parametry matice } \mathbf{M}=[1.5, 0.045, 0.59, 1.5, 0.59, 0.045]$$

2DOF-B

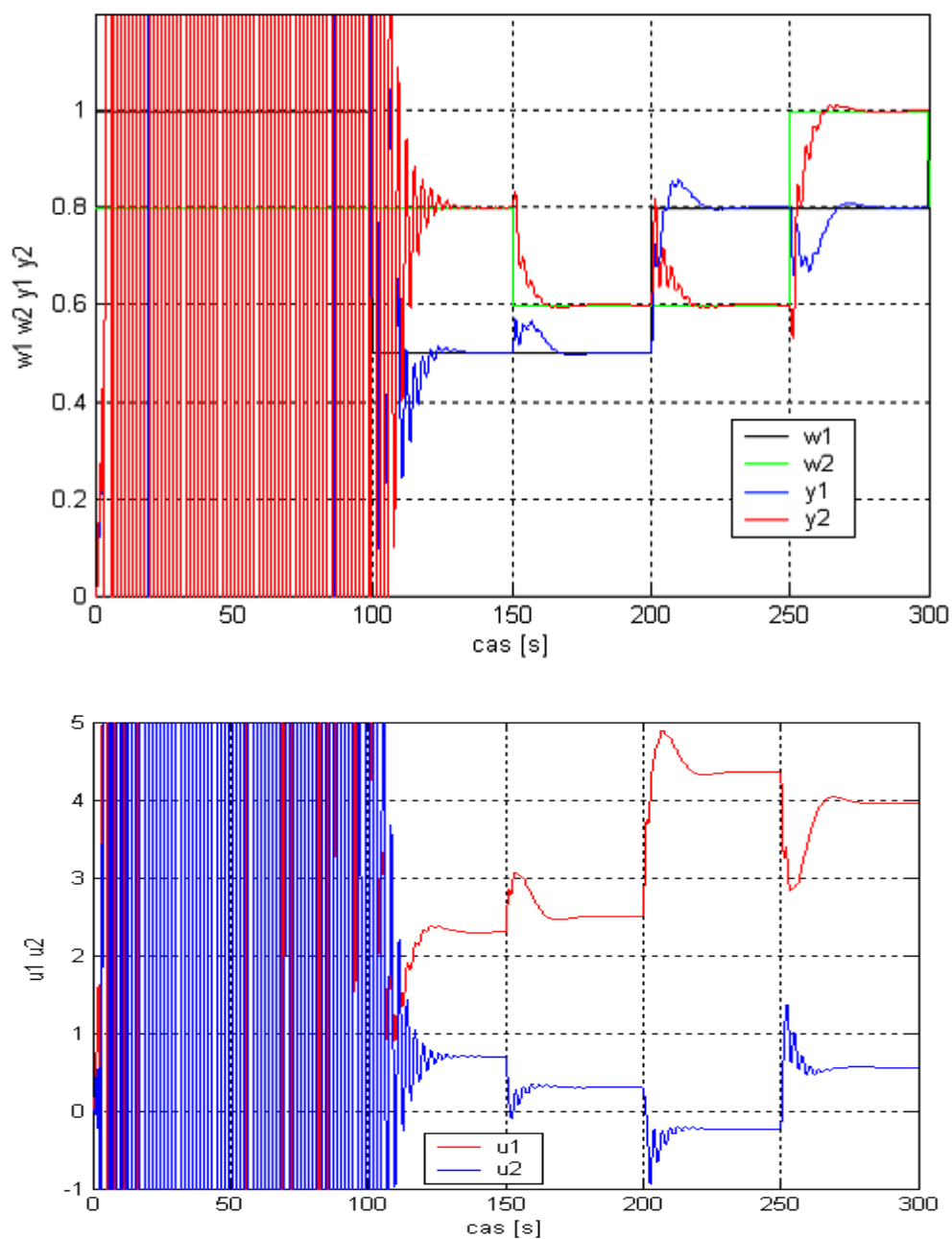
Grafy odsimulované regulátorem 2DOF-B deterministicky:



Graf3: Simulace pro deterministické spojité řízení s regulátorem 2DOF-B

Parametry matice $\mathbf{M} = [2, 9, 6, 2, 2, 9, 6, 2]$

Grafy odsimulované regulátorem 2DOF-B adaptivně:



Graf4: Simulace pro adaptivní spojité řízení s regulátorem 2DOF-B

Odhady parametrů modelu

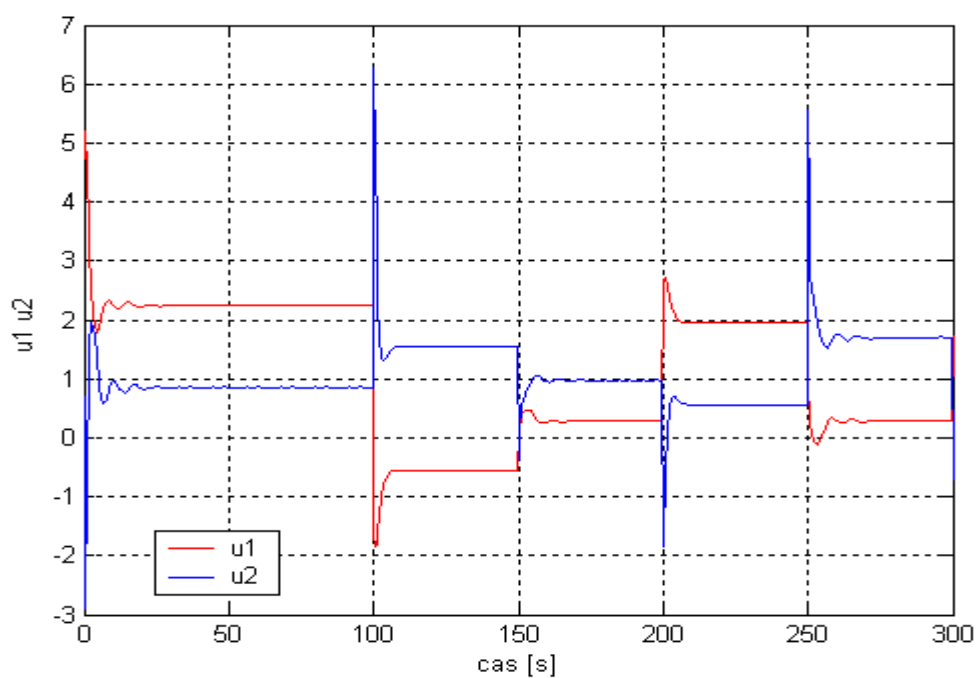
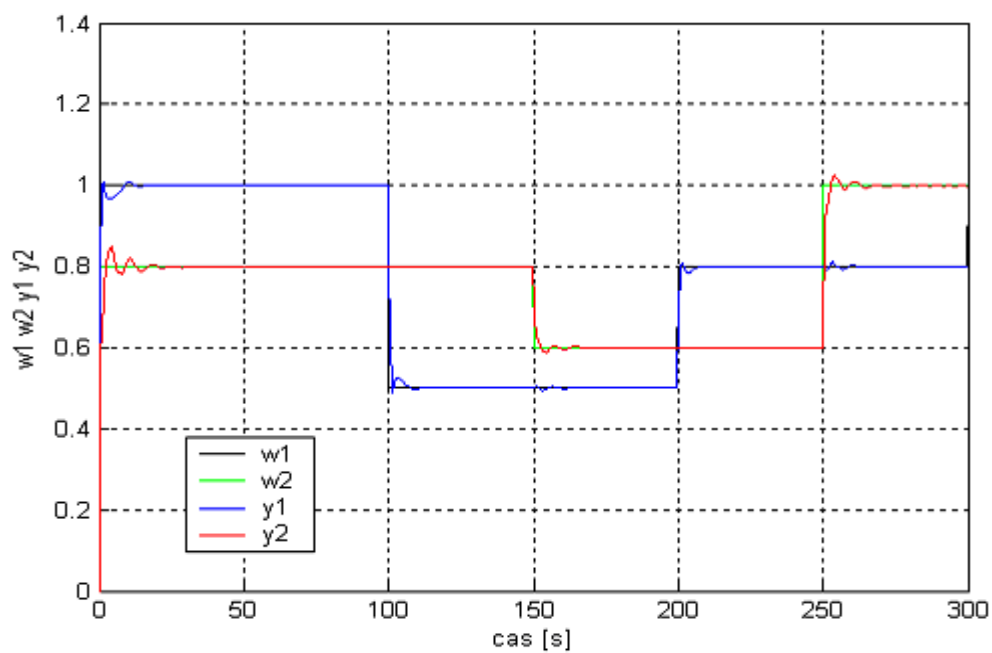
$$a=[3.1, 0.7, 0.2, 0.4, -0.5, -0.1, 3.2, 0.6]$$

$$b=[-1.5, 1.3, 0.2, -1.3, 1.5, 1.1, 0.2, 0.4]$$

Parametry matice $M=[2, 9, 6, 2, 2, 9, 6, 2]$

K1

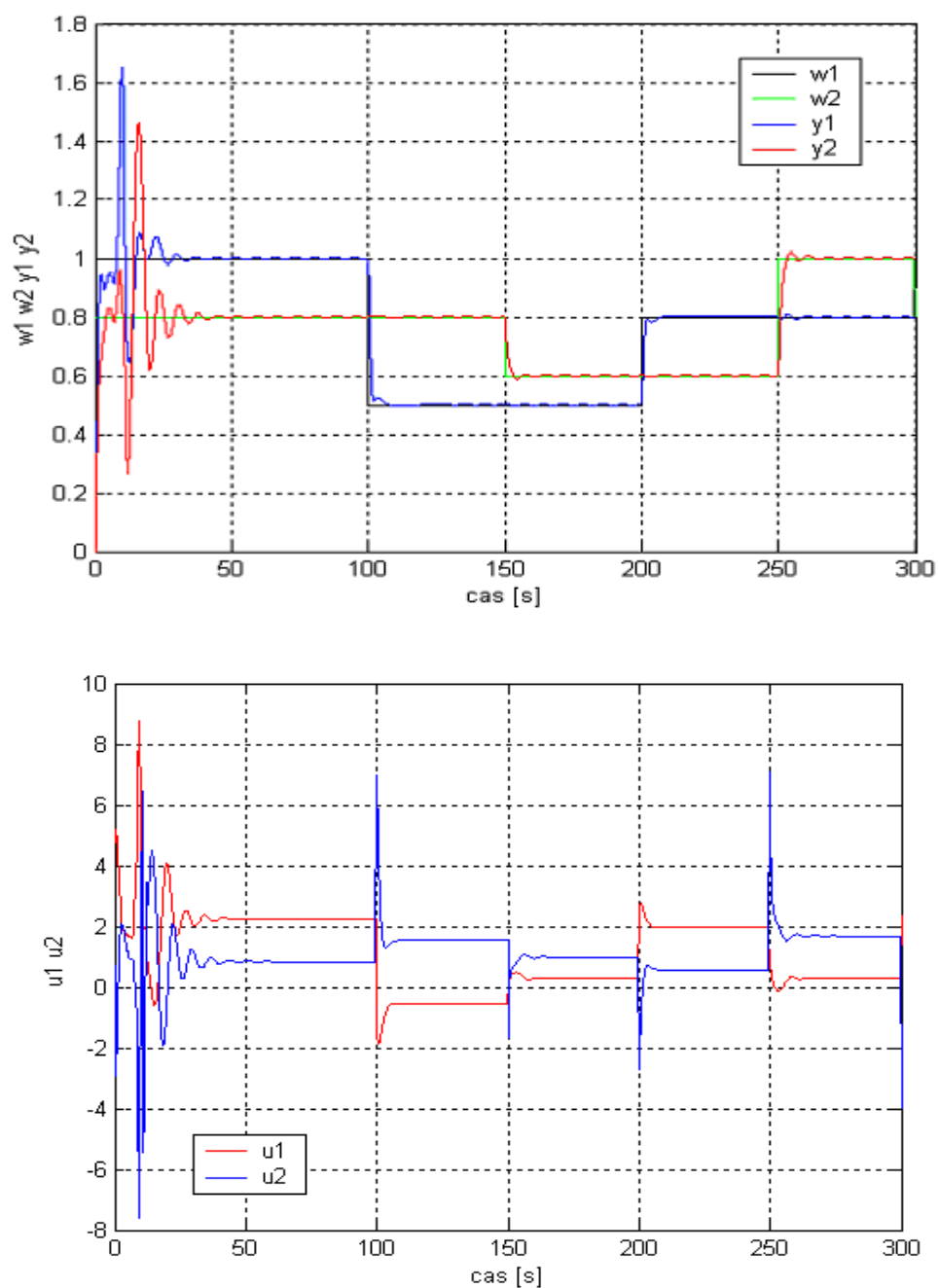
Grafy odsimulované regulátorem K1 deterministicky:



Graf5: Simulace pro deterministické spojité řízení s regulátorem K1

Parametry matice $M=[5, 10, 10, 5, 1, 5, 10, 10, 5, 1]$

Grafy odsimulované regulátorem K1 adaptivně:



Graf6: Simulace pro adaptivní spojité řízení s regulátorem K1

Odhady parametrů modelu

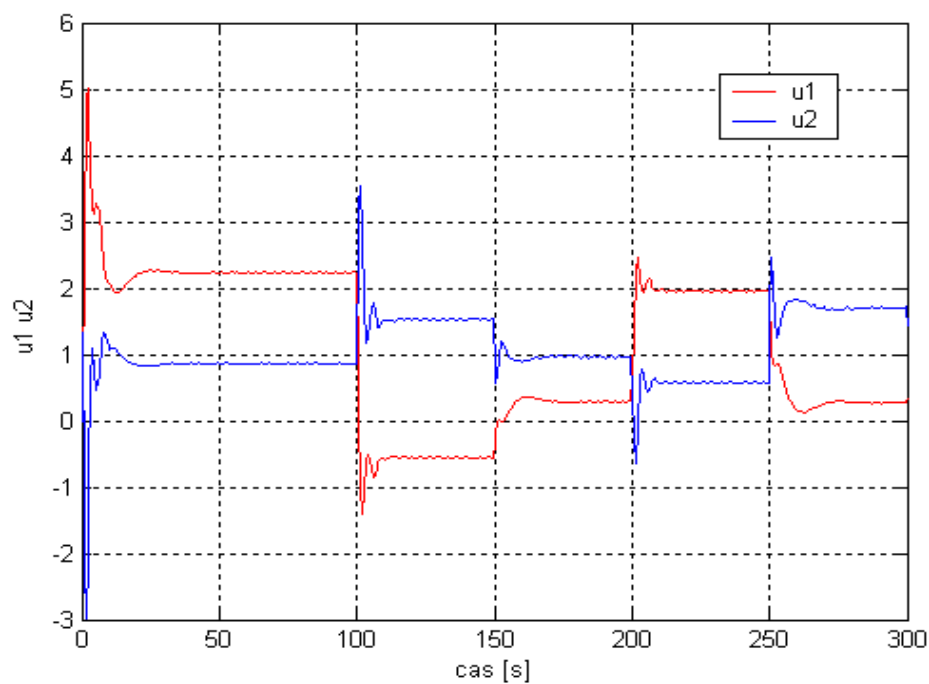
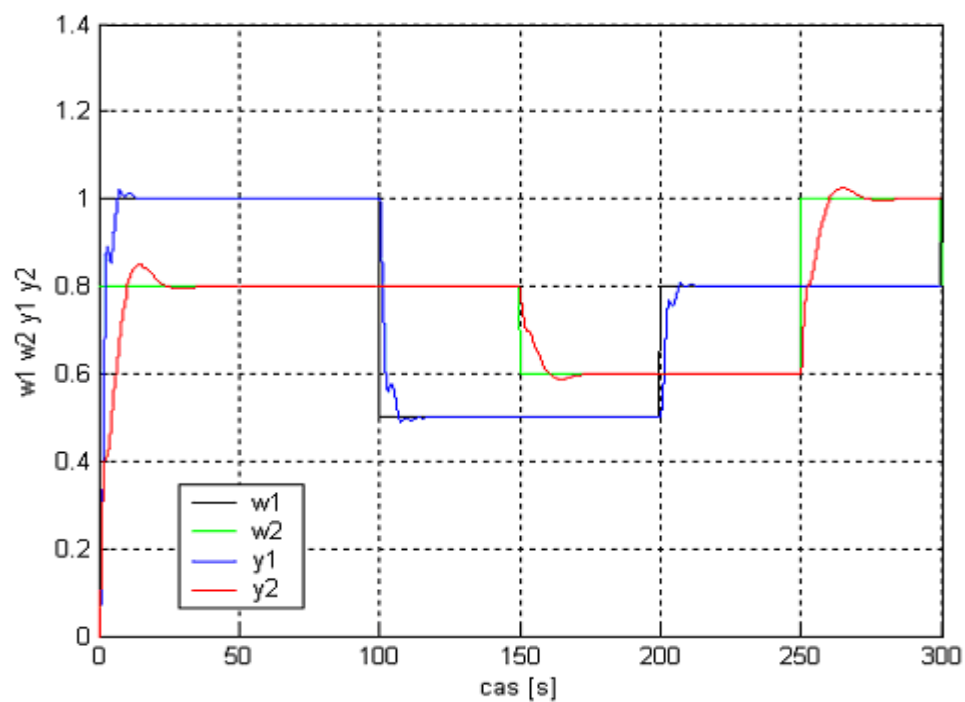
$$a=[2, 0.7, 0.2, 0.7]$$

$$b=[0.5, 0.2, 0.1, 0.3, 0.5, 0.1, 0.3, 0.4]$$

$$\text{Parametry matice } M=[5, 10, 10, 5, 1, 5, 10, 10, 5, 1]$$

K2

Grafy odsimulované regulátorem K2 deterministicky:



Graf7: Simulace pro deterministické spojité řízení s regulátorem K2

Parametry matice $M=[4, 6, 4, 1, 4, 6, 4, 1]$

Při adaptivním řízení s tímto kompenzátozem docházelo při skokových změnách žádaných veličin k výraznému zhoršení regulačního děje.

ZÁVĚR

Cílem diplomové práce bylo odvození a ověření algoritmů pro řízení soustav se dvěma vstupy a dvěma výstupy založené na různých konfiguracích regulačního obvodu. Byli to regulátory 1DOF, 2DOF s přímovazební a zpětnovazební částí a 2DOF se dvěma zpětnými vazbami. Byla rovněž řešena problematika autonomního řízení s využitím dvou známých korekčních členů. Regulátory byly odvozeny ve spojitých modifikacích.

Dalším cílem byla realizace těchto regulátorů jako samočinně se nastavujících prostřednictvím mnohazměrové identifikace parametrů spojitých modelů s využitím filtrace spojitých veličin. Spojité regulátory nejsou doposud v samočinně se nastavujících verzích příliš rozšířeny a s identifikací parametrů spojitých modelů nejsou velké zkušenosti.

V programovém prostředí Matlab+Simulink byl vytvořen program, který umožňuje simulační ověření navržených deterministických i adaptivních regulátorů při řízení simulačních modelů. Simulační výsledky potvrdily použitelnost regulátorů pro řízení lineárních systémů. U adaptivního řízení je důležitá volba počátečních parametrů modelu. Zvolené počáteční odhady musí vystihovat dynamiku soustavy. Jinak dochází ke zhroucení algoritmu. U adaptivního řízení je rovněž nutno experimentálně stanovit konstanty filtrů. Jejich vhodná volba se projeví na lepší identifikaci parametrů soustavy a tedy i na přesnějším nastavení parametrů regulátoru.

SEZNAM POUŽITÝCH ZDROJŮ

- [1] Balátě,J.1996. Vybrané statě z automatického řízení. Brno:VUT, 1996.359 s.
- [2] The mathworks, inc., 1993. Simulink; Dynamic system simulation software. Users guide. Natick:1993.
- [3] Macháček,J.,Kotyk,J.: Návrh kompenzátorů pro autonomní řízení, Sborník konference ŘÍP 94,s.253-255, Horní Bečva, 1994.
- [4] Wahlberg,B.,“On the Identification of Continuous-time dynamic systems“, Report LiTH-ISY-I-0905, Linköping, 1990.
- [5] Kubalčík M.: Mnohorozměrové adaptivní řízení, disertační práce, Vysoké učení technické v Brně, 2000.
- [6] Havlena, V. – Štecha, J.: Moderní teorie řízení. Skriptum ČVUT v Praze, fakulty elektrotechnické, Praha, 1999
- [7] Bobál, V. – Prokop, R. – Böhm, J. – Fresek, J.: Praktické aspekty samočinně se nastavujících regulátorů. VUT, Brno, 1999
- [8] Švarc, I.: Teorie automatického řízení II. Skriptum VUT v Brně, fakulta strojní, Brno, 1990
- [9] Modrlák, O.: Teorie automatického řízení I.; Systémy s více vstupy a výstupy-MIMO systémy. Studijní materiály, Technická univerzita v Liberci, fakulta mechatroniky a mezipodobových inženýrských studií, Liberec 2003
- [10] Maca,M.: Vytvoření knihovny samočinně se nastavujících dvourozměrových regulátorů, diplomová práce, Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně, 2004

SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK

X	matice, vektor
$X(s)$	matice, vektor spadající do spojitého popisu
U	vektor akční veličiny
Y	vektor regulovaných veličin
W	vektor žádaných veličin
G	matice přenosových funkcí
R	matice přenosových funkcí regulátoru
A, B	matice levého maticového zlomku soustavy
A_1, B_1	matice pravého maticového zlomku soustavy
Q, P	matice levého maticového zlomku regulátoru
Q_1, P_1	matice pravého maticového zlomku regulátoru
M	matice rozložení pólů
F	matice integrátoru
H	přenosová matice
β	volitelná matice
y	výstupní regulovaná veličina
u	akční veličina vstupující do soustavy
e	regulační odchylka
w	žádaná veličina
$\hat{x}$	odhad
$\hat{\theta}$	vektor odhadu parametru
φ	vektor dat
φ	faktor směrového zapomínání
$\hat{e}$	chyba predikce
C	čtvercová kovarianční matice
S_e	suma regulačních odchylek
S_u	suma akčních zásahů
k	krok výpočtu
deg	stupeň

<i>det</i>	determinat
<i>1DOF</i>	Regulační obvod s jedním stupněm volnosti
<i>2 DOF - A</i>	Regulační obvod s dvěma stupni volnosti
<i>2 DOF - B</i>	Regulační obvod s dvěma stupni volnosti
<i>K1</i>	Kompezátor
<i>K2</i>	Kompezátor

SEZNAM OBRÁZKŮ

Obr. 1 Mnohazměrová soustava	8
Obr. 2 Blokové schéma soustavy s p-vstupy a q-výstupy	9
Obr. 3 Dvourozměrová soustava - struktura „P“	10
Obr. 4 Konstrukce filtru spojitého signálu	27
Obr. 5 Schéma konfigurace 1DOF	28
Obr. 6 Schéma konfigurace 2DOF - A	32
Obr. 7 Schéma konfigurace 2DOF - B	35
Obr. 8 Schéma regulátoru s kompenzátorem.....	37
Obr. 9 Regulační obvod s kompenzátorem K1	38
Obr. 10 Regulační obvod s kompenzátorem K2	40
Obr. 11 Dialogové okno pro výběr deterministického nebo adaptivního řízení.....	43
Obr. 12 Výběr druhu jednotlivých regulátorů spojitého řízení.....	43
Obr. 13 Zadávací menu adaptivního regulátoru	44
Obr. 14 Zadávací menu parametrů identifikace.....	45
Obr. 15 Simulinkové schéma uzavřeného regulačního obvodu	46
Obr. 16 Menu žádané veličiny	47
Obr. 17 Menu pro zadání parametrů spojitě soustavy s diagonální maticí A.....	48

SEZNAM TABULEK

Tab. 1 Parametry adaptivních regulátorů.....	44
--	----

SEZNAM PŘÍLOH

- P 1 : CD-ROM s programem pro simulační ověření jednotlivých regulátorů. Nutno před spuštěním zkopírovat do adresáře „Pr1“