

Průtočný výměník tepla s promícháváním – vypracování vzorové úlohy

Radek Pochylý

Bakalářská práce
2005



Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně
Fakulta technologická
Institut řízení procesů a aplikované informatiky

Děkuji tímto svému vedoucímu bakalářské práce Ing. Jiřímu Vojtěškovi za odborné vedení, příkladnou trpělivost, rady a připomínky, ale také za čas, který věnoval mně i mé práci.

Souhlasím s tím, že s výsledky mé práce může být naloženo podle uvážení vedoucího bakalářské práce, ředitele ústavu a institutu. V případě publikace budu uveden jako spoluautor.

Prohlašuji, že jsem na celé bakalářské práci pracoval samostatně a použitou literaturu jsem citoval.

Ve Zlíně, 30. 05. 2005

.....

podpis

RESUMÉ

Tato bakalářská práce se zabývá analýzou průtočného výměníku tepla s promícháváním. V první části byl vytvořen matematický model výměníku, který ukazuje že se jedná o lineární systém se soustředěnými parametry. Další část prezentuje výsledky vypočítaných ustálených hodnot a odsimulovaných dynamických vlastností systému. V práci je zahrnut také výpočet přenosů systému. Všechny simulační programy jsou vytvořeny v prostředí Graphic User Interface (GUI) matematického softwaru MATLAB a spojeny ve vzorovém protokolu do předmětu „Analýza a simulace technologických procesů“.

ABSTRACT

This work is concerned on analysis of the stirred flow heat exchanger. The mathematical model shows that this exchanger belongs to the linear lumped-parameters system. This mathematical model was then used for static and dynamic analysis of the process. The next part describes steady-state values and simulation results of dynamic analysis for various step changes. The computation of transfer functions of the system is included in the work too. All simulation programs are made using Graphic User Interface (GUI) in mathematical software MATLAB and resulted in an exemplary project for the subject “Analysis and simulation of the technological processes”.

OBSAH

ÚVOD.....	6
TEORETICKÁ ČÁST	7
1.1 Výměníky tepla	7
1.2 Dynamické systémy	7
1.2.1 Matematický model dynamického systému.....	8
1.2.2 Identifikace modelu	9
1.2.3 Simulace	11
1.2.4 Linearizace	11
1.3 Průtočný výměník tepla s promícháváním.....	13
1.4 GUI.....	16
1.4.1 Prostředí GUIDE	16
1.4.2 Vytvoření GUI aplikace	16
1.4.3 Příklad jednoduché GUI aplikace.....	17
2 PRAKTICKÁ ČÁST.....	19
2.1 Popis vytvořeného programu.....	19
2.2 Analýza průtočného výměníku tepla s promícháváním.....	21
2.2.1 Výpočet ustálených teplot	21
2.2.2 Výpočet přenosů systému.....	22
2.2.3 Výpočet dynamické odezvy systému	22
2.2.4 Simulace dynamických charakteristik	23
ZÁVĚR.....	27
SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY	28
SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK.....	29
SEZNAM OBRÁZKŮ.....	30
SEZNAM TABULEK	31
SEZNAM PŘÍLOH.....	32

ÚVOD

Současnost klade v oblasti řízení technologických procesů značné požadavky na spolehlivost a přesnost řízení. Používají se různě složitá zařízení, jejichž řízení je značně náročné. K řízení technologických procesů potřebujeme znát vlastnosti těchto procesů. Statické a dynamické vlastnosti získáme experimentem na reálném zařízení, nebo se provádí simulací na modelech. Simulaci provádíme v těch případech, kdy experiment na reálném zařízení není možný nebo je příliš drahý. Při simulacích je nutné nejprve vytvořit matematický model, který co nejlépe popisuje reálné zařízení. Při návrhu modelu se však dopouštíme určitých zjednodušení. Tato zjednodušení ovšem nesmí ovlivnit shodu s reálným objektem.

Tato práce se zabývá analýzou průtočného výměníku tepla s promícháváním, tj. vytvořením matematického modelu a výpočtem jeho statických i dynamických vlastností. Matematickým modelem výměníku je soustava dvou obyčejných diferenciálních rovnic (ODR). Tato soustava ODR se anulováním derivací převede na soustavu lineárních rovnic sloužící k výpočtu ustálených teplot ve výměníku. Byl vytvořen také odchylkový model výměníku, umožňující výpočet a simulaci dynamických charakteristik. V další části se provádí simulace dynamických pochodů ve výměníku. V neposlední řadě je v práci zahrnut výpočet přenosů systému.

Závěrem práce bude vytvoření aplikace v prostředí GUI programu Matlab 6.5, umožňující výpočet dynamických a statických charakteristik, přenosů systému a také grafické zobrazení dynamických pochodů probíhajících ve výměníku. A dále vytvoření vzorového protokolu do předmětu „Analýza a simulace technologických procesů“, obsahujícího analýzu průtočného výměníku tepla s promícháváním.

TEORETICKÁ ČÁST

1.1 Výměníky tepla

Výměníky tepla patří mezi častá technologická zařízení. Jejich popis a činnost je uvedena např. v [6]. Výměníky tepla jsou charakterizovány jako zařízení, kde předává tekutina o vyšší teplotě teplo tekutině chladnější. V praxi se setkáváme s celou řadou výměníků, jako jsou chladiče, ohřivače, sušárny, atd. Výměníky s ustáleným teplotním polem jsou charakterizovány tím, že obě tekutiny přichází do výměníku současně a teplo přechází z tekutiny teplejší do chladnější. Těmto výměníkům říkáme rekuperátory.

Rekuperátory se vzájemně liší především uspořádáním vzájemného směru proudění tekutin. Nejjednodušší uspořádání jsou souproud, protiproud a křížový proud. Při proudění tekutiny podél stěny výměníku se mění teplota tekutiny v závislosti na čase a poloze ve výměníku. Předpokládejme však výměník, jehož obsah je dokonale promícháván. V takovém případě je teplota tekutiny v celém objemu stejná, nemění se s polohou ve výměníku. Změna teploty tekutiny tedy závisí pouze na čase. Je to tedy systém se soustředěnými parametry. A právě takové zařízení je průtočný výměník tepla s promícháváním.

1.2 Dynamické systémy

Výměníky tepla můžeme zařadit mezi dynamické systémy. Dynamické systémy jsou popsány např. v [1]. Při řízení dynamických systémů dochází ke změnám všech veličin řízeného systému v čase. Za dynamický systém považujeme takový systém, jehož veličiny jsou funkcemi času a navíc momentální stav (i výstup) závisí nejen na momentálním vstupu, ale i předcházejícím (resp. počátečním) stavu systému. Pokud budou na vstupu do systému dostatečně dlouho působit ustálené, tzn. konstantní vstupní veličiny a v systému odezní přechodové jevy, potom dojde k ustálení i stavových veličiny na konstantních hodnotách. Říkáme, že systém je v ustáleném stavu.

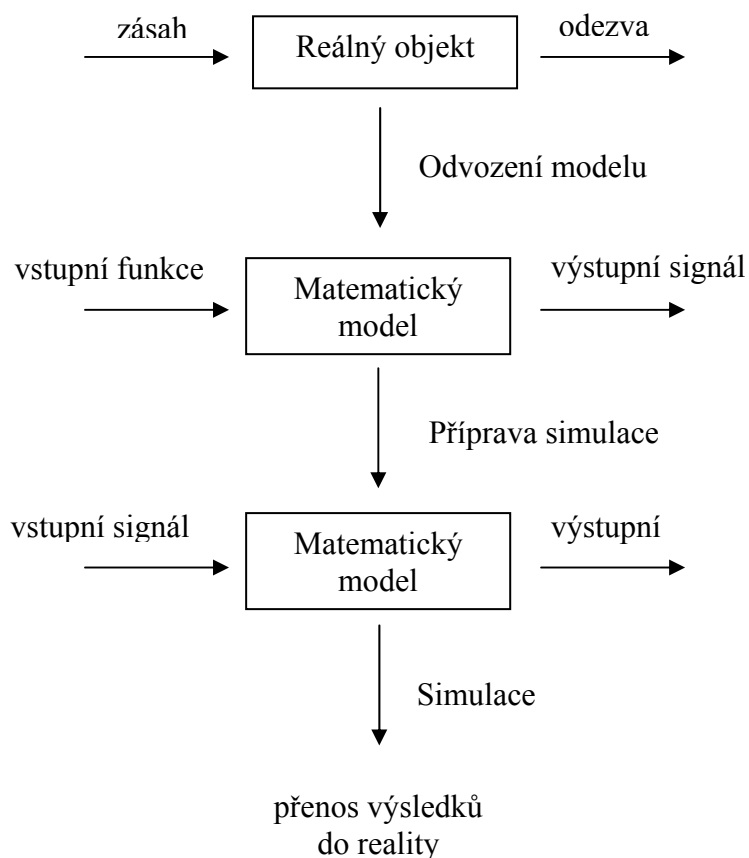
Dynamický systém je charakterizován statickými a dynamickými charakteristikami. Statické charakteristiky systému popisují závislosti ustálených hodnot výstupních veličin na ustálených hodnotách vstupních veličin. Dynamické charakteristiky popisují chování systému v neustáleném stavu, vyjadřují tedy časové průběhy výstupních veličin.

Při návrhu řízení systému musíme znát statické a dynamické charakteristiky systému. Tyto charakteristiky získáme měřením na reálném objektu, anebo k danému reálnému objektu vytvoříme jeho model. Model má podobné vlastnosti jako originál. Musí postihnout ty vlastnosti a jevy originálu, které jsou z hlediska zkoumání podstatné. Vytváření modelů reálných modelů se nazývá modelování.

1.2.1 Matematický model dynamického systému

Existuje mnoho typů modelů dynamických systémů. Známe např. verbální, fyzikální, matematické, aj. modely. Matematický model je matematické vyjádření podstatných vlastností existujícího systému, který popisuje znalosti o systému v použitelné formě. Jedná se vždy o zjednodušení uvažované reality, dochází tedy k redukci některých vlastností. Zanedbáváme však jen ty vlastnosti, které nejsou pro zkoumaný objekt rozhodující.

Postup při získání matematického modelu je následující (obr. 1).



Obr. 1: Vytvoření matematického modelu reálného objektu

Odvození modelu: Při odvozování modelu nejprve analyzujeme systém a uděláme si teoretický model. Tento teoretický model matematicky popíšeme a zvolíme vhodnou metodu řešení.

Příprava simulace: Zde si vytvoříme simulační program a na základě zvolených hodnot parametrů ověříme adekvátnost modelu.

Simulace: Při simulacích počítáme chování systému za různých podmínek, provádíme predikaci chování, atd.

Matematickým modelem tedy rozumíme matematickou strukturu objektu, tzn. např. soustavu rovnic popisujících daný systém. Matematický model získáváme postupem, který se nazývá identifikace modelu.

1.2.2 Identifikace modelu

Identifikace statických a dynamických vlastností systému je určení matematického modelu co do struktury a parametrů. Identifikací tedy rozumíme nalezení matematického modelu daného objektu pro daný účel. Existují dva základní postupy při identifikaci, viz. [7]

Identifikaci vycházející z matematicko-fyzikální analýzy označujeme jako analytickou identifikaci, identifikaci vycházející z měření na systému označujeme jako experimentální identifikaci. *Analytická identifikace* vychází ze znalosti fyzikálních a fyzikálně-chemických procesů probíhajících v objektu, kdy model objektu popisuje vnitřní veličiny systému a jejich vzájemné vazby. Vnitřní veličiny, jakožto i parametry tohoto modelu mají konkrétní fyzikální význam. Výsledný model je pak modelem struktury daného objektu. Protože model vystihuje vazby mezi vnitřními, stavovými veličinami systému nazývá se stavový model systému.

Experimentální identifikace vychází z měření vstupních a výstupních veličin na reálném objektu. Empirický postup tedy logicky vyžaduje existenci reálného, hmotného objektu, který identifikujeme. Experimentální model vzniká zpracováním a vyhodnocením naměřených dat. Experimentální model má zajisté svou matematickou strukturu, ta však neodpovídá struktuře identifikovaného systému. Jeho parametry nemají konkrétní fyzikální význam. Takto získaný model nazýváme vstupně-výstupní. Při experimentální identifikaci postupujeme tak, že si nejprve zvolíme předpokládanou strukturu modelu a měřením pak určíme parametry této struktury.

Jak již bylo řečeno, při vytváření matematického modelu dochází k určitým zjednodušením. Zařazujeme-li tedy zkoumaný systém do určité třídy, děje se tak už s ohledem na model, který jsme pro identifikaci systému přijali. Podle přijatých matematických modelů můžeme provést klasifikaci dynamických systémů.

Lineární systémy: jsou systémy, u kterých jsou vztahy mezi veličinami systému vyjádřeny lineárními funkcemi. Zákonitosti dílčích procesů v systému mají lineární charakter.

Nelineární systémy: jsou systémy, u kterých alespoň část vztahů mezi veličinami systému je nelineární.

Systémy se soustředěnými parametry: jsou systémy, jejichž (stavové) veličiny jsou nezávislé na poloze v prostoru a jsou v dynamickém stavu pouze funkcemi času.

Systémy s rozloženými parametry: jsou systémy, jejichž veličiny jsou v dynamickém stavu funkcemi nejen času, ale i prostorových proměnných.

Systémy deterministické: jsou systémy, u kterých dokážeme momentální stav a výstup určit přesně na základě předcházejícího stavu a působícího vstupu.

Systémy stochastické: jsou systémy, jejichž momentální stav a výstup dokážeme určit s určitou pravděpodobností.

Jednorozměrové systémy: jsou systémy, u nichž uvažujeme jen s jedním vstupem a jedním výstupem.

Mnohorozměrové systémy: mají více než jeden vstup a minimálně jeden výstup.

Časově invariantní systémy: jsou systémy, u kterých se parametry ne mění v čase, jsou konstantní.

Časově variantní systémy: parametry se v čase mění

Například výměník tepla s předpokladem dokonalého promíchávání medií (a za dalších předpokladů) můžeme zařadit do třídy lineárních systémů se soustředěnými parametry, časově invariantních a spojitých..

Pokud máme matematický model reálného objektu, pak experimentování s tímto objektem můžeme nahradit experimentováním s jeho matematickým modelem. Experimentování na matematickém modelu reálného objektu nazýváme simulací.

1.2.3 Simulace

V současnosti se k simulacím používají téměř výhradně počítače. Při simulacích jsou řešeny diferenciální rovnice, jejichž analytické řešení je těžké až nemožné. Tyto diferenciální rovnice se transformují do tvaru diferenčních rovnic, které se dále řeší numericky. Nedostatkem tohoto typu řešení je určitá ztráta přesnosti. Na numerické řešení diferenciálních rovnic existuje mnoho metod - např. Eulerova metoda, anebo nejčastěji používaná metoda Runge-Kutta. Metoda Runge-Kutta je založena na rozvoji funkce do Taylorovy řady a následné aproximaci této řady.

1.2.4 Linearizace

Mnoho systémů není v linearizovaném tvaru, který je výhodný pro další práci. Systémy obsahují různé typy nelinearit. Z nejznámějších typů můžeme uvést alespoň nelinearity ve tvaru odmocnin u průtočných procesů, racionálních funkcí u procesů přestupu látky, exponenciálních funkcí u procesů s chemickou reakcí.

Podstatou linearizace je, že změny veličin procesu od ustáleného stavu jsou v čase dostatečně malé. Linearizaci je možné provádět pouze v okolí zvoleného momentálního stavu, daného okamžitými hodnotami stavových a vstupních veličin. Protože tento stav se s časem mění, lze nelineární model systému nahradit lineárním modelem t-invariantního systému, jehož parametry se s časem mění. Předpokladem pro sestavení linearizovaného modelu původně nelineárního systému je spojitá diferencovatelnost a existence prvních parciálních derivací nelineárních vektorových funkcí podle prvků vektoru stavu nebo i vstupu. Mezi nejčastěji používané linearizační metody patří linearizace rozvojem do Taylorova polynomu.

Předpokládejme, že model dynamického systému se skládá ze dvou rovnic:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{X}} &= \mathbf{F}(\mathbf{X}, \mathbf{U}) \\ \mathbf{Y} &= \mathbf{G}(\mathbf{X}, \mathbf{U})\end{aligned}\tag{1.1}$$

Lineární dynamický systém:

$$\begin{aligned}\Delta \dot{\mathbf{X}} &= \mathbf{A} \cdot \Delta \mathbf{X} + \mathbf{B} \cdot \Delta \mathbf{U} \\ \Delta \mathbf{Y} &= \mathbf{C} \cdot \Delta \mathbf{X} + \mathbf{D} \cdot \Delta \mathbf{U}\end{aligned}\tag{1.2}$$

Pro ryze t-invariantní systém platí, že matice $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, \mathbf{D}$ nejsou funkce, ale čísla. Dále platí předpoklad, že odchylka od dynamického systému je nulová.

Linearizace pomocí Taylorova rozvoje :

$$\begin{aligned}\Delta \dot{\mathbf{X}}_1 &= \frac{\partial f_1^0}{\partial x_1} \Delta \mathbf{X}_1 + \frac{\partial f_1^0}{\partial x_2} \Delta \mathbf{X}_2 + \dots \frac{\partial f_1^0}{\partial x_n} \Delta \mathbf{X}_n + \frac{\partial f_1^0}{\partial u_1} \Delta \mathbf{U}_1 + \frac{\partial f_1^0}{\partial u_2} \Delta \mathbf{U}_2 + \dots \frac{\partial f_1^0}{\partial u_r} \Delta \mathbf{U}_r \\ \Delta \dot{\mathbf{X}}_2 &= \frac{\partial f_2^0}{\partial x_1} \Delta \mathbf{X}_1 + \frac{\partial f_2^0}{\partial x_2} \Delta \mathbf{X}_2 + \dots \frac{\partial f_2^0}{\partial x_n} \Delta \mathbf{X}_n + \frac{\partial f_2^0}{\partial u_1} \Delta \mathbf{U}_1 + \frac{\partial f_2^0}{\partial u_2} \Delta \mathbf{U}_2 + \dots \frac{\partial f_2^0}{\partial u_r} \Delta \mathbf{U}_r \\ &\vdots \\ \Delta \dot{\mathbf{X}}_n &= \frac{\partial f_n^0}{\partial x_1} \Delta \mathbf{X}_1 + \frac{\partial f_n^0}{\partial x_2} \Delta \mathbf{X}_2 + \dots \frac{\partial f_n^0}{\partial x_n} \Delta \mathbf{X}_n + \frac{\partial f_n^0}{\partial u_1} \Delta \mathbf{U}_1 + \frac{\partial f_n^0}{\partial u_2} \Delta \mathbf{U}_2 + \dots \frac{\partial f_n^0}{\partial u_r} \Delta \mathbf{U}_r\end{aligned}\quad (1.3)$$

$$\begin{aligned}\mathbf{A} &= \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1^0}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1^0}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_1^0}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_2^0}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2^0}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_2^0}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n^0}{\partial x_1} & \dots & \dots & \frac{\partial f_n^0}{\partial x_n} \end{bmatrix} & \mathbf{B} &= \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1^0}{\partial u_1} & \frac{\partial f_1^0}{\partial u_2} & \dots & \frac{\partial f_1^0}{\partial u_r} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n^0}{\partial u_1} & \dots & \dots & \frac{\partial f_n^0}{\partial u_r} \end{bmatrix} \\ \mathbf{C} &= \begin{bmatrix} \frac{\partial g_1^0}{\partial x_1} & \frac{\partial g_1^0}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial g_1^0}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial g_n^0}{\partial x_1} & \dots & \dots & \frac{\partial g_n^0}{\partial x_n} \end{bmatrix} & \mathbf{D} &= \begin{bmatrix} \frac{\partial g_1^0}{\partial u_1} & \frac{\partial g_1^0}{\partial u_2} & \dots & \frac{\partial g_1^0}{\partial u_r} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial g_n^0}{\partial u_1} & \dots & \dots & \frac{\partial g_n^0}{\partial u_r} \end{bmatrix}\end{aligned}\quad (1.4)$$

V dalším kroku dostáváme přenos systému, provedeme Laplaceův obraz rovnic

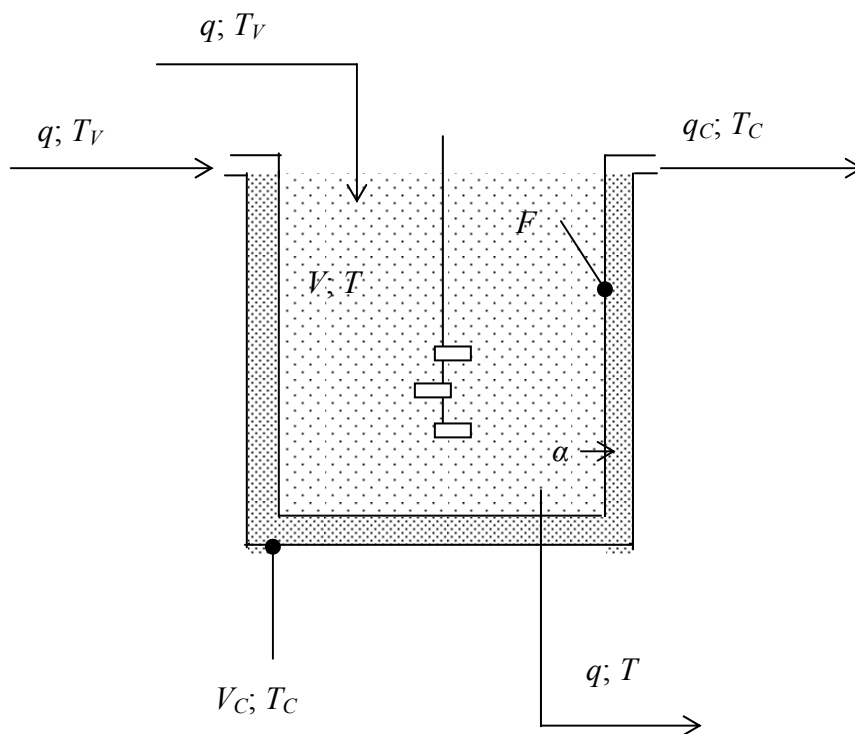
$$\begin{aligned}s \Delta \mathbf{X}_L &= \mathbf{A} \Delta \mathbf{X}_L + \mathbf{B} \Delta \mathbf{U}_L \\ \Delta \mathbf{Y}_L &= \mathbf{C} \Delta \mathbf{X}_L + \mathbf{D} \Delta \mathbf{U}_L \\ s \mathbf{I} \Delta \mathbf{X}_L - \mathbf{A} \Delta \mathbf{X}_L &= \mathbf{B} \Delta \mathbf{U}_L \\ (s \mathbf{I} - \mathbf{A}) \Delta \mathbf{X}_L &= \mathbf{B} \Delta \mathbf{U}_L \\ \Delta \mathbf{X}_L &= (s \mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{B} \Delta \mathbf{U}_L \\ \Delta \mathbf{Y}_L &= \mathbf{C} \Delta \mathbf{X}_L + \mathbf{D} \Delta \mathbf{U}_L \\ \Delta \mathbf{Y}_L &= \left[\mathbf{C} (s \mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{B} + \mathbf{D} \right] \Delta \mathbf{U}_L\end{aligned}\quad (1.5)$$

Získáme přenos :

$$\mathbf{G}(s) = [\mathbf{C} (s \mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{B} + \mathbf{D}] \Delta \mathbf{U}_L \quad (1.6)$$

1.3 Průtočný výměník tepla s promícháváním

Pro průtočný výměník tepla s promícháváním platí, že chlazená kapalina uvnitř i chladicí kapalina v plášti výměníku jsou dokonale promíchávány. Průtoky těchto kapalin a tím i jejich objemy považujeme za konstantní. Tepelnou kapacitu stěny oddělující obě kapaliny zanedbáváme. Ostatní technologické parametry (koeficient prostupu tepla, hustoty a měrná tepla kapalin) považujeme za konstantní.



Obr. 2: Průtočný výměník tepla s promícháváním

Na Obr. 2 jsou vyznačeny objemové průtoky q , objemy V , přestupná plocha F , koeficient prostupu tepla α , teploty T . Indexem $(-)_C$ je označena chladicí kapalina. Pro tento výměník lze provést tepelnou bilanci chladicí a chlazené kapaliny.

Teplo vstupující v proudu kapaliny	=	Teplo odcházející v proudu kapaliny	+	Teplo přest. do chladicí kapaliny	+	Teplo akumulované v objemu V
Teplo vstupující v proudu kapaliny	+	Teplo přest. z chlazené kapaliny	=	Teplo odcházející v proudu kapaliny	+	Teplo akumulované v objemu V_C

Bilanční rovnice můžeme zapsat také ve tvaru lineárních ODR 1. řádu.

$$\begin{aligned} q\rho c_p T_V &= q\rho c_p T + F\alpha(T - T_C) + Vq c_p \frac{dT}{dt} \\ q_C \rho_C c_{PC} T_{CV} + F\alpha(T - T_C) &= q_C \rho_C c_{PC} T_C + V_C q_C c_{PC} \frac{dT_C}{dt} \end{aligned} \quad (1.7)$$

Vstupními veličinami jsou teploty kapalin vstupujících do výměníku $T_V(t)$ a $T_{CV}(t)$, stavovými veličinami pak teploty ve výměníku $T(t)$ a $T_C(t)$. Počáteční podmínky rovnic jsou $T(0) = T^S$; $T_C(0) = T_C^S$. Mezi stavovými veličinami a vstupními veličinami jsou lineární vazby. Po zavedení předpokladu dokonalého promíchávání obou kapalin, kdy jsou obě stavové veličiny nezávislé na prostoru a v dynamickém stavu jsou pouze funkcemi času, dostáváme model systému se soustředěnými parametry.

Počáteční podmínky vypočítáme z modelu ustáleného stavu. Ten dostáváme anulováním derivací podle času a nahrazením stavových veličin jejich ustálenými hodnotami. Následně vyřešíme dvě lineární rovnice o dvou neznámých T^S a T_C^S

$$\begin{aligned} q\rho c_p T_V &= q\rho c_p T^S + F\alpha(T^S - T_C^S) \\ q_C \rho_C c_{PC} T_{CV} + F\alpha(T^S - T_C^S) &= q_C \rho_C c_{PC} T_C^S \end{aligned} \quad (1.8)$$

Vyřešením dvou lineárních rovnic o dvou neznámých dostáváme tyto rovnice.

$$\begin{aligned} T_C^S &= \frac{q_C \rho_C c_{PC} T_{CV} + (F\alpha + q\rho c_p) + F\alpha q\rho c_p T_V}{q_C \rho_C c_{PC} (F\alpha + q\rho c_p) + F\alpha q\rho c_p} \\ T^S &= \frac{q\rho c_p T_V + F\alpha T_C^S}{F\alpha + q\rho c_p} \end{aligned} \quad (1.9)$$

Odchylový model s nulovými počátečními podmínkami získáváme zavedením nových stavových i vstupních veličin ve formě odchylek od původních ustálených hodnot (rovnice 1.10).

$$\begin{aligned} x_1(t) &= \Delta T(t) = T(t) - T^S; x_2 = \Delta T_C(t) = T_C(t) - T_C^S \\ u_1(t) &= \Delta T_V(t) = T_V(t) - T_V^S; u_2 = \Delta T_{CV}(t) = T_{CV}(t) - T_{CV}^S \end{aligned} \quad (1.10)$$

Dosazením těchto nových veličin dostáváme odchylový model.

$$\begin{aligned} V\rho c_p \frac{dx_1}{dt} + (q\rho c_p + F\alpha)x_1 - F\alpha x_2 &= q\rho c_p u_1 \\ V_C \rho_C c_{PC} \frac{dx_2}{dt} + (q_C \rho_C c_{PC} + F\alpha)x_2 - F\alpha x_1 &= q_C \rho_C c_{PC} u_2 \end{aligned} \quad (1.11)$$

Tento model lze řešit dvěma způsoby. První vede k rovnicím obsahující tzv. časové konstanty systému. V našem případě je však lepší způsob, kdy na levých stranách rovnic osamostatníme derivace stavových veličin.

Potom dostáváme tento tvar rovnic.

$$\begin{aligned}\frac{dx_1}{dt} &= a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + b_{11}u_1 \\ \frac{dx_2}{dt} &= a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + b_{22}u_2\end{aligned}\quad (1.12)$$

Kde koeficienty mají tento tvar.

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -\left(\frac{q}{V} + \frac{F\alpha}{Vqc_P}\right) & \frac{F\alpha}{Vqc_P} \\ \frac{F\alpha}{V_Cqc_{PC}} & -\left(\frac{q_C}{V_C} + \frac{F\alpha}{V_Cqc_{PC}}\right) \end{bmatrix}; \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \frac{q}{V} & 0 \\ 0 & \frac{q_C}{V_C} \end{bmatrix} \quad (1.13)$$

Koeficienty v rovnicích jsou konstantní a nezávislé na počátečním stavu. Při zjišťování dynamiky systému nemusíme řešit jeho ustálený stav, tedy polohu pracovního bodu a dynamické charakteristiky můžeme počítat z odchylkového modelu (při nulových počátečních podmínkách).

Uvedený způsob řešení má mimo jiné také tu výhodu, že jdou podle něj jednoduchým způsobem vyjádřit přenosy systému. Jak bylo uvedeno dříve (kapitola 1.2.4), přenos systému má tvar

$$\mathbf{G}(s) = [\mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B} + \mathbf{D}]\Delta\mathbf{U}_L \quad (1.14)$$

Výpočtem podle rovnic (1.13) jsme získali prvky matic $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$. Matice $\mathbf{D}$ je v našem případě nulová. Matice přenosu mají tedy tvar

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}; \mathbf{B} = \begin{pmatrix} b_{11} & 0 \\ 0 & b_{22} \end{pmatrix}; \mathbf{C} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; \mathbf{D} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (1.15)$$

Nyní již není složité vypočítat jednotlivé přenosy systému

$$\begin{aligned}G_{11} &= \frac{b_{11}s - a_{22}b_{11}}{s^2 - (a_{11} + a_{22})s + (a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21})} \\ G_{12} &= \frac{a_{12}b_{22}}{s^2 - (a_{11} + a_{22})s + (a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21})} \\ G_{21} &= \frac{a_{21}b_{11}}{s^2 - (a_{11} + a_{22})s + (a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21})} \\ G_{22} &= \frac{b_{22}s - a_{11}b_{22}}{s^2 - (a_{11} + a_{22})s + (a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21})}\end{aligned}\quad (1.16)$$

Vytvořený program zahrnuje všechny uvedené výpočty, tzn. výpočet přenosů systému, výpočet ustálených hodnot a výpočet jednotlivých prvků matic $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$. Dále obsahuje možnost simulace dynamického pochodu systému při skokové změně vstupních údajů.

1.4 GUI

GUI (Graphical User Interface), neboli grafické uživatelské prostředí je prostředí, kde si uživatel sám vytváří grafické objekty podle potřeby. V některých případech a zejména začátečníci dají přednost nástroji, který za něho všechny grafické prvky vytvoří. Tento nástroj, automatický generátor GUI, je v systému MATLAB integrován, nazývá se GUIDE (Graphical User Interface Development Environment). A je určen pro tvorbu grafického rozhraní v prostředí MATLAB®. Po jeho spuštění nás GUIDE vede interaktivním způsobem a uživatel si vybírá grafické objekty, jako jsou tlačítka, textová pole, posuvníky, aj. A myší je umisťuje do navržené oblasti a zadává jejich parametry. Jde o řešení univerzální a časově nenáročné.

1.4.1 Prostředí GUIDE

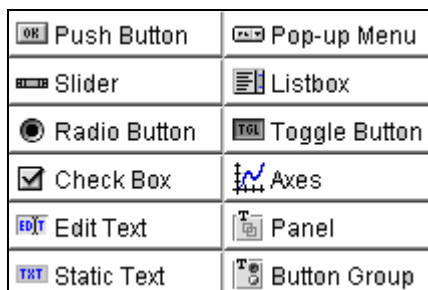
Průvodce tvorbou GUI (GUIDE) je grafické interaktivní prostředí, obsahující grafické objekty typu uicontrol. Vzhled vytvořeného GUI ukládá GUIDE do souboru s příponou *.fig a jeho zdrojový kód do M-souboru s příponou *.m.

Mezi základní atributy tvorby GUI patří :

- jednoduchost (robustnost), pohyb v aplikaci by měl být jednoduchý a rychlý.
- provázanost, v aplikaci musí být vždy zajištěn návrat. Uživatel se tedy nesmí ztratit při běhu aplikace a být bez možnosti návratu.
- komplexnost, neboli ošetření všech eventualit při běhu aplikace.

1.4.2 Vytvoření GUI aplikace

Při vytváření GUI aplikací se používají grafické objekty typu uicontrol. Tyto objekty se jednoduchým přetažením umisťují do hlavního pracovního okna. Mezi základní grafické objekty patří : Slider; Toggle Button; Radio Button; Push Button; List Box; Check Box; Edit Text; Static Text; Axes; Pop-up Menu.



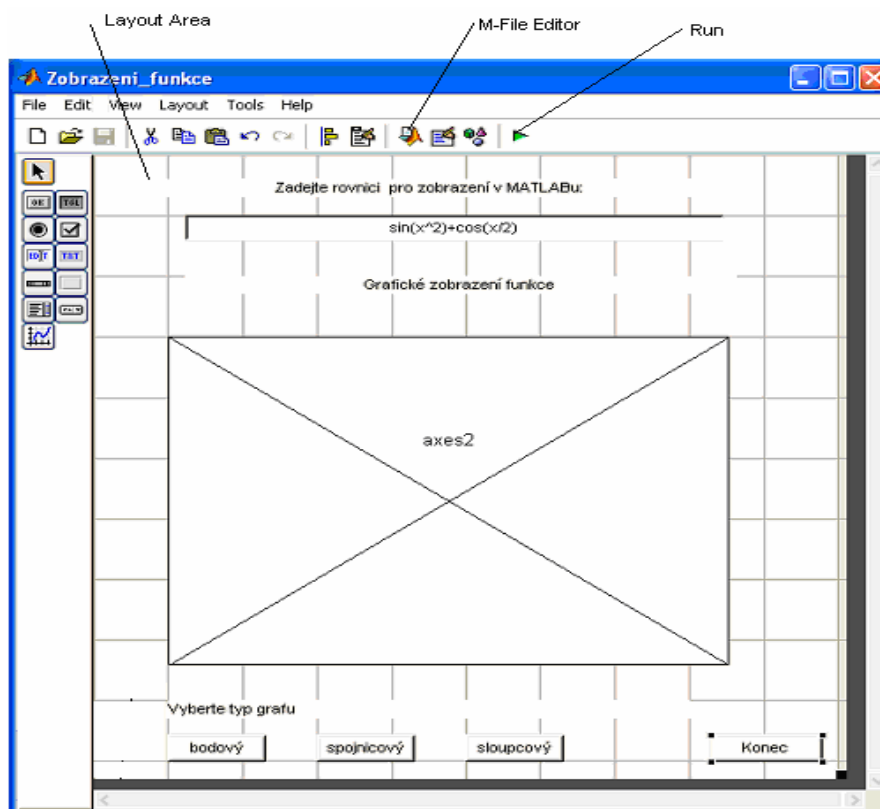
Obr. 3 : Prvky typu uicontrol pro tvorbu GUI aplikace

Těmito grafickými objekty je možno ovládat běh aplikace. Zdrojový kód pro ovládání programu generuje GUI automaticky.

1.4.3 Příklad jednoduché GUI aplikace

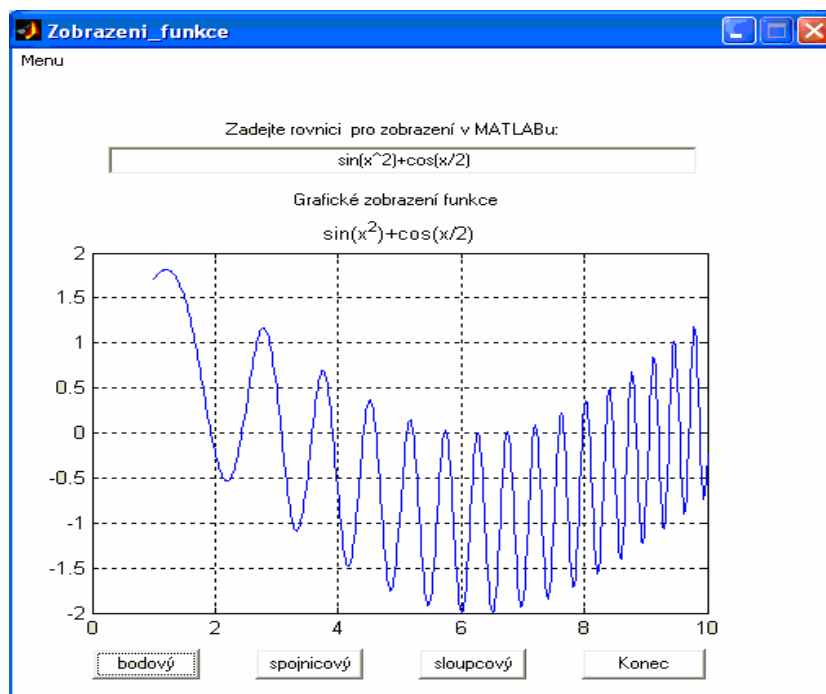
V příkladu zobrazíme průběh goniometrické funkce. Aplikace musí nabízet možnost výběru typu zobrazení grafu a možnost zadání rovnice pro zobrazení.

Nejprve z prostředí Matlab spustíme průvodce vytvořením GUI aplikace – guide. Vybereme vytvoření prázdné GUI aplikace. Nyní navrhne vzhled aplikace pomocí grafických objektů, které jednoduchým přetažením umísťujeme do Layout Area (pracovní oblasti aplikace). Jakmile má aplikace konečný vzhled, spustíme M-file Editor, ve kterém je generován zdrojový kód. V M-file souboru zapíšeme v programovacím jazyku vlastní program, tak aby vykonával požadované funkce. Po uložení souborů na disk je možno vytvořenou aplikaci spustit stiskem tlačítka Run. Vzhled aplikace v režimu návrhu je zachycen na obrázku 4.



Obr. 4 : Příklad vytvoření jednoduché GUI aplikace

Po spuštění, provedení výpočtů a zobrazení grafického výstupu bude aplikace vypadat takto.



Obr. 5: Zobrazení aplikace po spuštění

2 PRAKTICKÁ ČÁST

Při analýze průtočného výměníku tepla s promícháváním zjišťujeme jeho statické a dynamické vlastnosti. Při získání matematického modelu budeme postupovat podle uvedeného schématu (kapitola 1.2.1). V další části se budeme věnovat simulacím na vytvořeném modelu.

Pro výpočet vlastností výměníku a simulaci dynamických charakteristik vytvoříme aplikaci v prostředí GUI programu Matlab. Při praktických výpočtech budeme pracovat s danými hodnotami (viz tabulka 1).

Tabulka I: Zadané hodnoty pro výpočet

$q = 0,08 \text{ m}^3 \text{ min}^{-1}$	$q_c = 0,03 \text{ m}^3 \text{ min}^{-1}$	q – průtok kapaliny
$V = 1,2 \text{ m}^3$	$V_C = 0,64 \text{ m}^3$	V – objem kapaliny
$R = 985 \text{ kg m}^{-3}$	$R_C = 998 \text{ kg m}^{-3}$	R – hustota kapaliny
$c_P = 4,05 \text{ kJ kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$	$c_{PC} = 4,18 \text{ kJ kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$	c_P – měrné teplo kapaliny
$F = 5,5 \text{ m}^2$	$alfa = 43,5 \text{ kJ m}^{-2} \text{ min}^{-1} \text{ K}$	F – plocha; $alfa$ – koef. prost. tepla
$T_V^S = 323 \text{ K}$	$T_{CV}^S = 293 \text{ K}$	T_V^S - ustálená teplota
$T_V = 350 \text{ K}$	$T_{CV} = 330 \text{ K}$	T_V – vstupní teplota

Indexem (-)_C je označena chladicí kapalina

2.1 Popis vytvořeného programu

Po spuštění aplikace *vymenik.fig* se zobrazí základní okno programu (viz obr. 6), kde zadáme do jednotlivých editačních oken vstupní hodnoty. Program vypočítá a zobrazí hodnoty ustáleného stavu systému, jakožto i jednotlivé koeficienty rovnic ustáleného stavu (prvky matic **A**, **B**). Program také vypočítá přenosy systému G_{11} až G_{22} .

Dále jsou zde tlačítka HELP, po jehož stisku se zobrazí nápověda k programu, tlačítko RESET, které uvede všechny hodnoty do základního stavu a tlačítko KONEC, které korektně ukončí program.

Průtočný výměník tepla s promícháváním

$q = 0.08 \text{ m}^3/\text{min}$ $V = 1.2 \text{ m}^3$ $R = 985 \text{ kg/m}^3$ $C_P = 4.05 \text{ kJ/(kg K)}$ $F = 5.5 \text{ m}^2$
 $q_C = 0.03 \text{ m}^3/\text{min}$ $V_C = 0.64 \text{ m}^3$ $R_C = 998 \text{ kg/m}^3$ $C_{PC} = 4.18 \text{ kJ/(kg K)}$ $\text{Alfa} = 43.5 \text{ kJ/(m}^2 \text{ K min)}$

Vypočítej koef. LIN modelu

$a_{11} =$ $a_{12} =$ $a_{21} =$ $a_{22} =$ $b_{11} =$ $b_{22} =$

$T_V^S = 323 \text{ K}$ $T_{CV}^S = 293 \text{ K}$

Vypočti ustálené hodnoty

$T_V^S = \text{K}$ $T_C^S = \text{K}$

$T_V = 350 \text{ K}$ $T_V^S = 323 \text{ K}$ $T_{CV} = 330 \text{ K}$ $T_{CV}^S = 293 \text{ K}$

Vypočítej přenosy

Doba simulace: 50 Simuluj dynamickou odezvu

$G_{11} = \frac{0.0667s + 0.0091}{s^2 + 0.2531s + 0.0114}$ $G_{12} = \frac{0.0023}{s^2 + 0.2531s + 0.0114}$ $G_{21} = \frac{0.006}{s^2 + 0.2531s + 0.0114}$ $G_{22} = \frac{0.0469s + 0.0055}{s^2 + 0.2531s + 0.0114}$

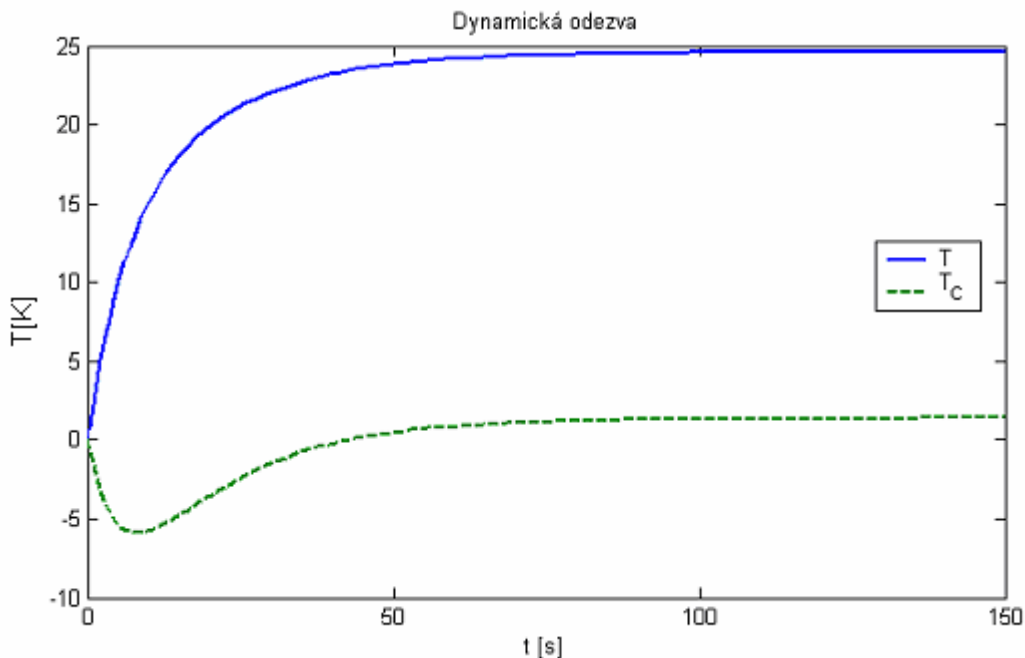
Help Reset Konec

Obr. 6: Okno aplikace

Legenda :

- 1 – Oblast zadávání základních vstupních údajů.
- 2 – Oblast zadávání vstupních teplot chladicího a chlazeného média.
- 3 – Oblast zadávání teplot pro výpočet dynamické odezvy systému.
- 4 – Tlačítko pro výpočet prvků matic **A**, **B** lineárního modelu.
- 5 – Tlačítko pro výpočet ustálených teplot.
- 6 – Tlačítko pro výpočet přenosů systému.
- 7 – Tlačítko pro simulaci dynamické odezvy na skokovou změnu vstupních teplot.
- 8 – Funkční tlačítka aplikace.

Program po zadání vstupních údajů simuluje dynamickou odezvu na skokovou změnu teplot médií na vstupu (viz obr. 7). Dobu simulace lze samozřejmě podle potřeby měnit.



Obr. 7: Grafické zobrazení dynamické odezvy

2.2 Analýza průtočného výměníku tepla s promícháváním

2.2.1 Výpočet ustálených teplot

Pro výpočet ustálených teplot využijeme modelu ustáleného stavu, který je popsán dvěma lineárními rovnicemi (1.8). Po jejich vyřešení dostáváme tvar pro výpočet ustálených teplot.

$$T_C^S = \frac{q_C \rho_C c_{PC} T_{CV} + (F\alpha + q\rho c_P) + F\alpha q\rho c_P T_V}{q_C \rho_C c_{PC} (F\alpha + q\rho c_P) + F\alpha q\rho c_P} \quad (2.1)$$

$$T^S = \frac{q\rho c_P T_V + F\alpha T_C^S}{F\alpha + q\rho c_P}$$

Po dosazení konkrétních hodnot (tabulka 1) a výpočtu jsme získali následující výsledky.

Ustálená teplota chladicí kapaliny: $T_C^S = 308.6639K$

Ustálená teplota chlazené kapaliny: $T^S = 316.8575K$

2.2.2 Výpočet přenosů systému

Přenosy systému jsou charakterizovány jako odezva na skokovou změnu vstupních veličin, tedy teplot. V kapitole 1.3 jsme odvodili tvar přenosu a jeho matic. Budeme tedy počítat podle rovnic (1.13), (1.14) a (1.15). A pokud do uvedených dosadíme konkrétní hodnoty ze zadání, dostáváme následující výsledky.

$$\mathbf{A} = \begin{Bmatrix} -0.1166 & 0.05 \\ 0.0896 & -0.1365 \end{Bmatrix}; \mathbf{B} = \begin{Bmatrix} 0.0667 & 0 \\ 0 & 0.0469 \end{Bmatrix} \quad (2.2)$$

Z vypočítaným prvků matic přenosu můžeme vypočítat i jednotlivé přenosy systému. Podle rovnic (1.16) dostáváme výsledné přenosy systému.

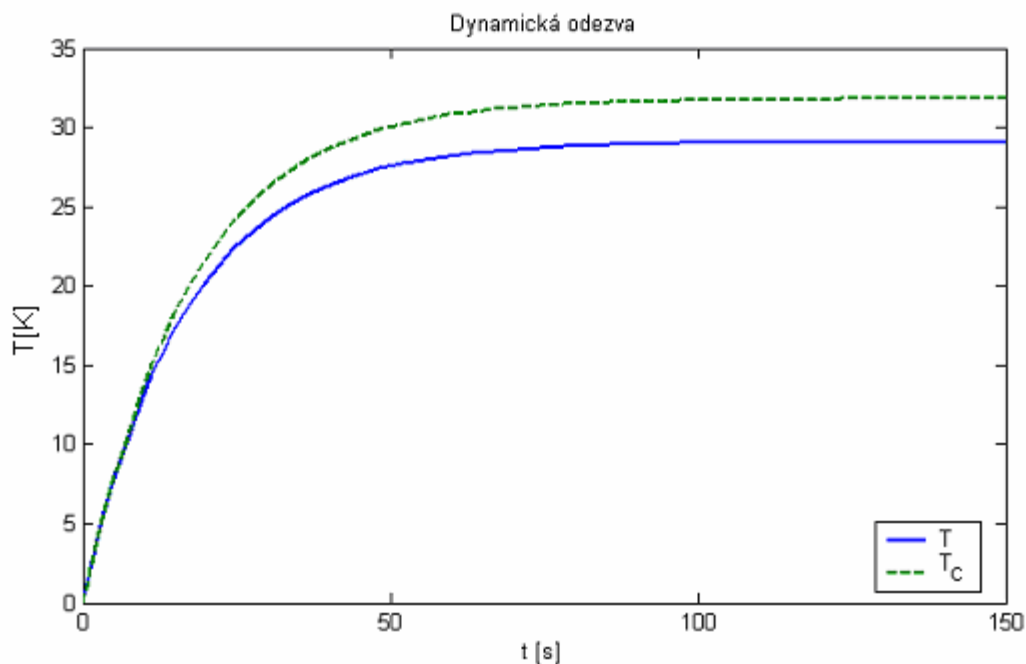
$$\begin{aligned} G_{11} &= \frac{0.0667s + 0.0091}{s^2 + 0.2531s + 0.0114} \\ G_{12} &= \frac{0.0023}{s^2 + 0.2531s + 0.0114} \\ G_{21} &= \frac{0.006}{s^2 + 0.2531s + 0.0114} \\ G_{22} &= \frac{0.0469s + 0.0055}{s^2 + 0.2531s + 0.0114} \end{aligned} \quad (2.3)$$

2.2.3 Výpočet dynamické odezvy systému

Při výpočtu dynamické odezvy systému budeme vycházet z matematického modelu v odchylkovém tvaru (2.4). Postup odvození odchylkového modelu je uveden v kapitole 1.3. Koeficienty v rovnicích mají tvar uvedený v rovnici (1.13). Pokud dosadíme konkrétní zadané hodnoty, dostáváme konstantní hodnoty koeficientů, viz rovnice (2.2)

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + b_{11}u_1 \\ \frac{dx_2}{dt} &= a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + b_{22}u_2 \end{aligned} \quad (2.4)$$

Jak je vidět, dostáváme se k řešení dvou diferenciálních rovnic. Tyto rovnice vyřešíme numericky, pomocí metody Runge-Kutta. Pro numerické řešení diferenciálních rovnic podle metody Runge-Kutta je v programu Matlab implementována funkce *ODE45*. Pomocí této funkce vypočítáme diferenciální rovnice a můžeme zobrazit jejich grafický průběh příkazem *plot*. Pro naše konkrétní hodnoty bude simulace vypadat takto:



Obr. 8: Průběh teplot ve výměníku

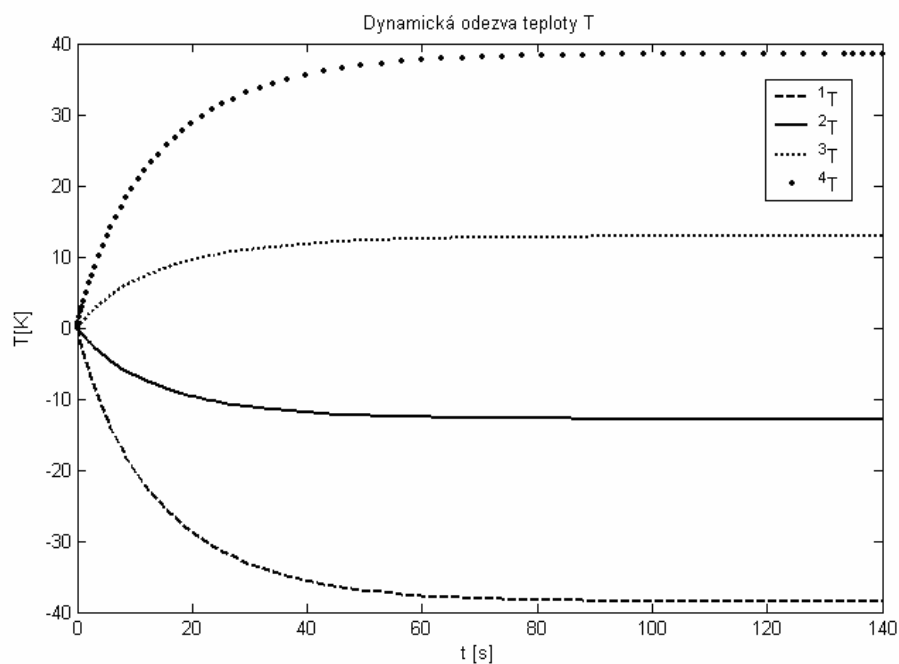
2.2.4 Simulace dynamických charakteristik

V předcházející části jsme vykreslili dynamickou charakteristiku pro konkrétní zadaný příklad. Nyní budeme simulovat několik rozdílných charakteristik, které vyhodnotíme. Budeme měnit vstupní teploty, a to v hodnotách -15%, -5%, +5% a +15% od nulového stavu (tabulka 2). Budeme vždy simulovat průběh jedné veličiny, přičemž druhá bude mít nulový skok.

Tabulka II: Vstupní hodnoty teplot pro simulaci

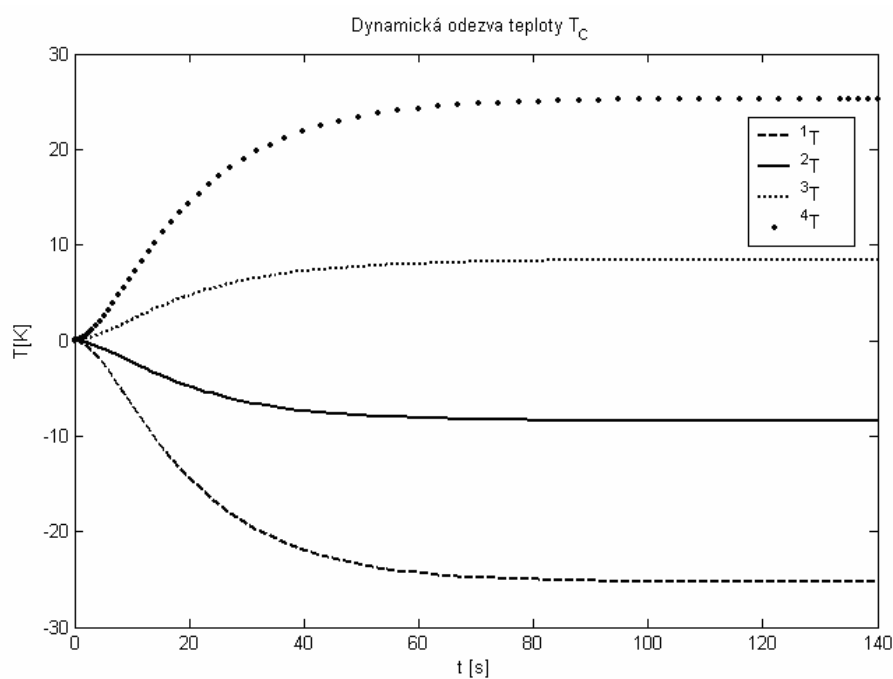
Teplota chladicí kapaliny T_{cv}		Teplota chlazené kapaliny T_v	
1T_c	249,05 K (-15%)	1T	274,55 K (-15%)
2T_c	278,35 K (-5%)	2T	306,85 K (-5%)
3T_c	307,65 K (+5%)	3T	339,15 K (+5%)
4T_c	336,95 K (+15%)	4T	371,45 K (+15%)

Po provedení simulací dostáváme následující grafické průběhy.



Obr. 9: Průběh teploty T ve výměníku při změně teploty T_V

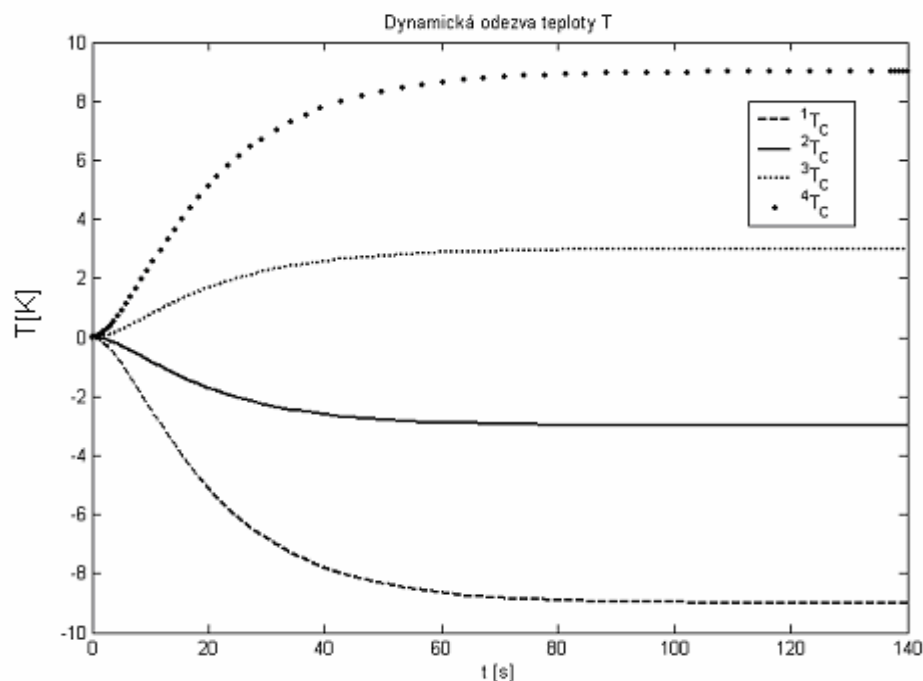
Pokud bychom průběhy teplot T ve výměníku aproximovali pomocí Strejcovy metody, zjistili bychom, že průběh odpovídá přechodové charakteristice prvního řádu (viz. Obr. 9).



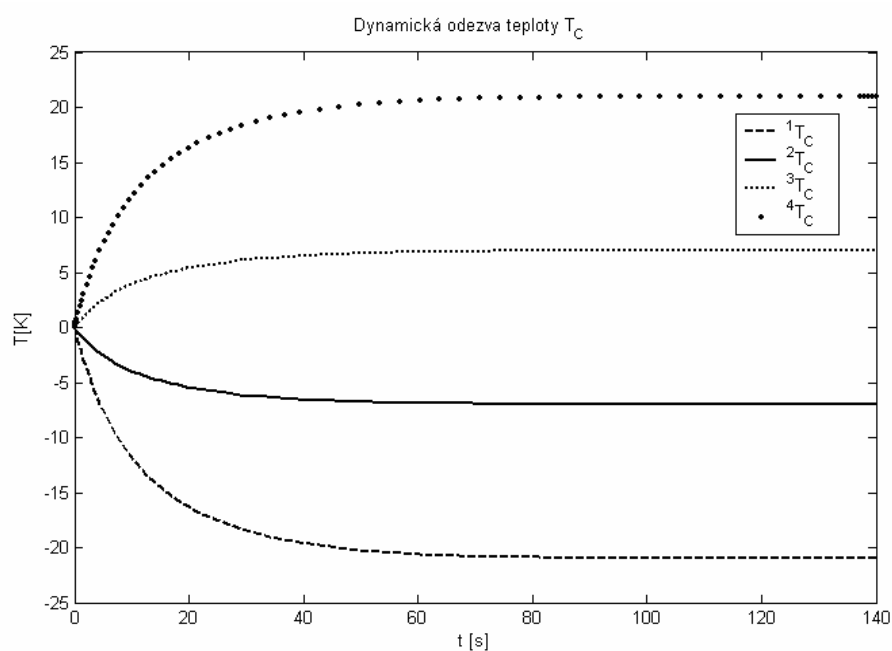
Obr. 10: Průběh teploty T_C ve výměníku při změně teploty T_V

Průběh teploty T_C na Obr. 10 bychom mohli aproximovat přechodovou charakteristikou druhého řádu. Dále platí, že čím větší skokovou změnu přivedeme na vstup, tím je ustálená teplota vyšší. Pokud přivedeme záporný skok, průběh charakteristiky bude stejný, pouze se překlopí do záporných hodnot. To dokazuje linearitu vytvořeného modelu.

Nyní budeme simulovat průběhy teplot při skokové změně teploty chladicí kapaliny T_{CV} .



Obr. 11: Průběh teploty T ve výměníku při změně teploty T_{CV}



Obr. 12: Průběh teploty T_C ve výměníku při změně teploty T_{CV}

Jsou zde zobrazeny průběhy teplot kapalin při změnách teploty T_{CV} chladicí kapaliny. V tomto případě můžeme průběh teploty T aproximovat přechodovou charakteristikou druhého řádu (Obr. 11). a průběh teploty T_C přechodovou charakteristikou prvního řádu (Obr. 12). Dále platí totéž jako v předcházejícím případě. Výsledné přechodové charakteristiky bychom mohli aproximovat libovolnou vhodnou metodou a získat tak podklady pro řízení výměníku.

ZÁVĚR

V práci jsme se zabývali analýzou průtočného výměníku tepla s promícháváním. Nejprve jsme vytvořili matematický model výměníku tepla popisující jeho dynamické vlastnosti. Model je tvořen dvěma diferenciálními rovnicemi. Tyto rovnice jsme anulováním derivací převedli na soustavu dvou lineárních rovnic sloužících k výpočtu ustáleného stavu výměníku.

Dalším úkolem bylo zjistit dynamické vlastnosti výměníku. K tomuto účelu jsme matematický model převedli na tzv. odchylkový (lineární) model výměníku. Výhodou odchylkového modelu je, že parametry jeho rovnic jsou konstantní a časově nezávislé. Odpadá tedy nutnost řešení pracovního bodu systému, model je obecně využitelný. Z vypočtených parametrů lze jednoduchým způsobem vypočítat přenosy systému. Výpočet přenosů se stal také součástí práce.

V další části jsme prováděli simulace na vytvořeném modelu. Simulovali jsme průběhy dvou výstupních teplot z výměníku, tedy sledovali jsme dynamickou odezvu na skokovou změnu vstupních teplot. Pro lepší posouzení vlivu jsme měnili vždy pouze jednu vstupní teplotu, přičemž změna druhé teploty byla nulová. Získané přechodové charakteristiky by mohly být aproximovány soustavami prvního a druhého řádu.

Všechny části práce, tj. výpočet ustálených teplot, koeficientů lineárního modelu, výpočet přenosů a simulace dynamické odezvy, jsou součástí aplikace *vymenik.fig* programu Matlab 6.5. Aplikace bude sloužit k výuce v předmětu „Analýza a simulace technologických procesů“. Do tohoto předmětu byl také pomocí aplikace *vymenik.fig* vytvořen vzorový protokol zabývající se analýzou průtočného výměníku tepla.

SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY

- [1] Mikeš, J. a M. Fikar: Modelovanie, identifikácia a riadenie procesov I. *Vydavateľstvo STU*, Bratislava, 1999.
- [2] Ingham, J., Dunn, I. J., Heinzle, E., Přenosil, J. E.: Chemical Engineering Dynamics. An Introduction to Modeling and Computer Simulation. Second, Completely Revised Edition, VCH Verlagsgesellschaft, Weinheim, 2000.
- [3] Building GUIs with MATLAB. *The Mathworks Inc.*, 1997.
- [4] Using MATLAB Graphics. *The Mathworks Inc.*, 2000.
- [5] Luyben, W.L.: Process modelling, simulation and control for chemical engineers. *McGraw-Hill*, New York, 1989.
- [6] Kolomazník K., Sedlář J., Macháčková A.: Teorie technologických procesů III, VUT Brno, 1978
- [7] Modrlák O., Úvod do identifikace [online]. Technická univerzita v Liberci, poslední revise 20.5.2005. Dostupné z: <http://www.fm.vslib.cz/~krtsb/fm/tr1/tar1_zid.pdf> .

SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK

α (*alfa*) – koeficient prostupu tepla

ρ – hustota chlazené kapaliny

ρ_C - hustota chladicí kapaliny

τ – čas

q – průtok chlazené kapaliny

q_C – průtok chladicí kapaliny

T_C – teplota chladicí kapaliny

T – teplota chlazené kapaliny

T_C^S - ustálená výstupní teplota chladicí kapaliny

T^S - ustálená výstupní teplota chlazené kapaliny

T_{CV}^S - ustálená vstupní teplota chladicí kapaliny

T_V^S - ustálená vstupní teplota chlazené kapaliny

V – objem chlazené kapaliny

V_C – objem chladicí kapaliny

R – hustota chlazené kapaliny

R_C – hustota chladicí kapaliny

c_P – měrná tepelná kapacita chlazené kapaliny

c_{PC} – měrná tepelná kapacita chladicí kapaliny

F – plocha výměníku

SEZNAM OBRÁZKŮ

Obr. 1: Vytvoření matematického modelu reálného objektu

Obr. 2: Průtočný výměník tepla s promícháváním

Obr. 3 : Prvky typu uicontrol pro tvorbu GUI aplikace

Obr. 4 : Příklad vytvoření jednoduché GUI aplikace

Obr. 5: Zobrazení aplikace po spuštění

Obr. 6: Okno aplikace

Obr. 7: Grafické zobrazení dynamické odezvy

Obr. 8: Průběh teplot ve výměníku

Obr. 9: Průběh teploty T ve výměníku při změně teploty T_V

Obr. 10: Průběh teploty T_C ve výměníku při změně teploty T_V

Obr. 11: Průběh teploty T ve výměníku při změně teploty T_{CV}

Obr. 12: Průběh teploty T_C ve výměníku při změně teploty T_{CV}

SEZNAM TABULEK

Tabulka I: Zadané hodnoty pro výpočet

Tabulka II: Vstupní hodnoty teplot pro simulaci

SEZNAM PŘÍLOH

P1: Vzorový protokol do předmětu Analýza a simulace technologických procesů.

Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně, Fakulta technologická Institut řízení procesů a aplikované informatiky			
Předmět: Analýza a simulace technologických procesů			
Název úlohy: Průtočný výměník tepla s promícháváním			
Jméno		Datum	
Skupina		Hodnocení	

Zadání protokolu:

- 1) Uveďte schematický obrázek, matematický model (výsledný vztah a zavedené zjednodušující předpoklady), model ustáleného stavu, odchylkový model a vztahy pro jeho koeficienty (a_{11} - a_{22} , b_{11} - b_{22}).
- 2) Zvolte si průtoky chladicího a chlazeného média q_c a q a spočítejte koeficienty výsledného modelu a_{11} - a_{22} , b_{11} - b_{22} (ve tvaru 2 lineárních diferenciálních rovnic); uveďte také přenos systému a způsob, jakým byl vypočítán.
- 3) Pro 2 zvolené ustálené vstupní teploty chlazeného a chladicího média T_v^s a T_{cv}^s spočítejte ustálené hodnoty teplot na výstupu T^s a T_c^s .
- 4) Simulujte odezvu systému na skokovou změnu ve vstupních teplotách obou medií.
- 5) Závěr – zhodnocení a zdůraznění linearity výsledného modelu (jeho koeficienty a tím i dynamika nezávisí na zvoleném pracovním bodě – nemusíme řešit ustálený stav,...).

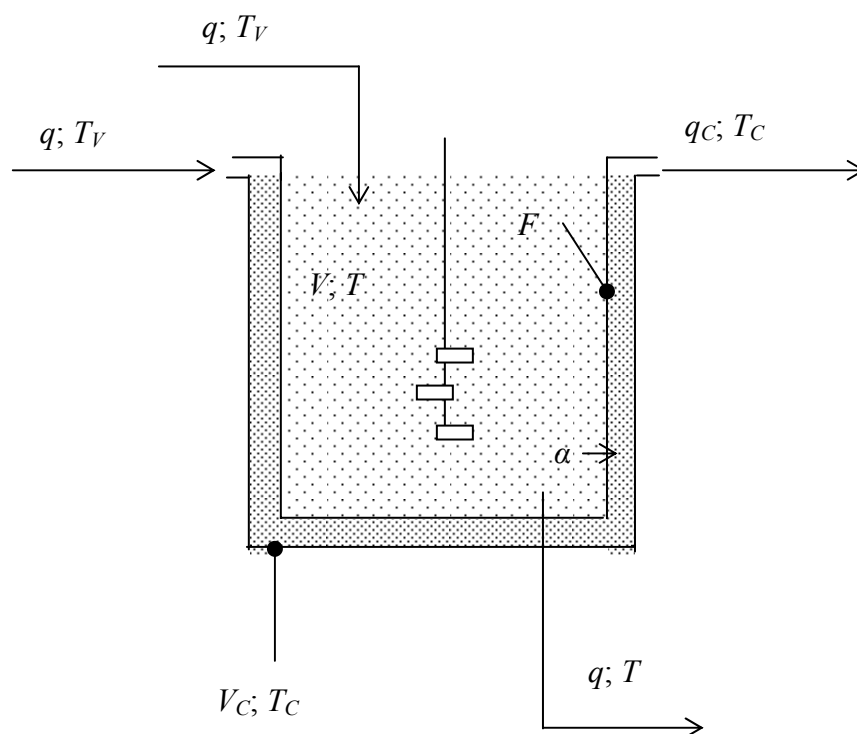
Tabulka 1 : Vstupní údaje

$q = 0,08 \text{ m}^3 \text{ min}^{-1}$	$q_c = 0,03 \text{ m}^3 \text{ min}^{-1}$	q – průtok kapaliny
$V = 1,2 \text{ m}^3$	$V_C = 0,64 \text{ m}^3$	V – objem kapaliny
$R = 985 \text{ kg m}^{-3}$	$R_C = 998 \text{ kg m}^{-3}$	R – hustota kapaliny
$c_P = 4,05 \text{ kJ kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$	$c_{PC} = 4,18 \text{ kJ kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$	c_P – měrné teplo kapaliny
$F = 5,5 \text{ m}^2$	$\alpha = 43,5 \text{ kJ m}^{-2} \text{ min}^{-1} \text{ K}$	F – plocha; α – koef. prostupu tepla
$T_v^s = 323 \text{ K}$	$T_{cv}^s = 293 \text{ K}$	T_v^s - ustálená teplota
$T_V = 350 \text{ K}$	$T_{CV} = 330 \text{ K}$	T_V – vstupní teplota

Indexem (-)_C je označena chladicí kapalina

Vypracování :

1) Schematický obrázek:



Obr. 1 : Průtočný výměník tepla s promícháváním

Matematický model výměníku vychází z bilančních rovnic. Ty sestavíme s přihlédnutím ke zjednodušovacím předpokladům. Mezi zjednodušující předpoklady můžeme zahrnout např. předpoklad dokonalého promíchávání obou kapalin, kdy jsou obě stavové veličiny nezávislé na prostoru a v dynamickém stavu jsou pouze funkcemi času. Nebo předpoklad, že objemy stejně tak jako další technologické parametry (hustota, měrné teplo) jsou konstantní. Ve tvaru diferenciálních rovnic pak balance vypadá následovně.

$$\begin{aligned} q\rho c_p T_V &= q\rho c_p T + F\alpha(T - T_C) + Vq c_p \frac{dT}{dt} \\ q_C \rho_C c_{pC} T_{CV} + F\alpha(T - T_C) &= q_C \rho_C c_{pC} T_C + V_C q_C c_{pC} \frac{dT_C}{dt} \end{aligned} \quad (1)$$

Model ustáleného stavu dostáváme anulováním derivací podle času a nahrazením stavových veličin jejich ustálenými hodnotami. Následně vyřešíme dvě lineární rovnice o dvou neznámých T^S a T_C^S .

$$\begin{aligned} q\rho c_p T_V &= q\rho c_p T^S + F\alpha(T^S - T_C^S) \\ q_C \rho_C c_{pC} T_{CV} + F\alpha(T^S - T_C^S) &= q_C \rho_C c_{pC} T_C \end{aligned} \quad (2)$$

Vyřešením dvou lineárních rovnic o dvou neznámých dostáváme tyto rovnice pro výpočet ustálených teplot

$$\begin{aligned} T_C^S &= \frac{q_C \rho_C c_{PC} T_{CV} + (F\alpha + q\rho c_P) + F\alpha q\rho c_P T_V}{q_C \rho_C c_{PC} (F\alpha + q\rho c_P) + F\alpha q\rho c_P} \\ T_V^S &= \frac{q\rho c_P T_V + F\alpha T_C^S}{F\alpha + q\rho c_P} \end{aligned} \quad (3)$$

Dosazením zadaných hodnot vypočítáme teploty ve výměníku:

Ustálená teplota chladicí kapaliny: $T_C^S = 308.6639K$

Ustálená teplota chlazené kapaliny: $T_V^S = 316.8575K$

Odchylový model s nulovými počátečními podmínkami získáváme zavedením nových stavových i vstupních veličin ve formě odchylek od původních ustálených hodnot. Tyto nové veličiny můžeme vyjádřit takto

$$\begin{aligned} x_1(t) &= \Delta T(t) = T(t) - T^S; x_2 = \Delta T_C(t) = T_C(t) - T_C^S \\ u_1(t) &= \Delta T_V(t) = T_V(t) - T_V^S; u_2 = \Delta T_{CV}(t) = T_{CV}(t) - T_{CV}^S \end{aligned} \quad (4)$$

Odchylový model má tedy tvar

$$\begin{aligned} V\rho c_P \frac{dx_1}{dt} + (q\rho c_P + F\alpha)x_1 - F\alpha x_2 &= q\rho c_P u_1 \\ V_C \rho_C c_{PC} \frac{dx_2}{dt} + (q_C \rho_C c_{PC} + F\alpha)x_2 - F\alpha x_1 &= q_C \rho_C c_{PC} u_2 \end{aligned} \quad (5)$$

Při jeho řešení na levých stranách rovnic osamostatníme derivace stavových veličin. Potom dostáváme tento tvar rovnic odchylového modelu.

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + b_{11}u_1 \\ \frac{dx_2}{dt} &= a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + b_{22}u_2 \end{aligned} \quad (6)$$

Kde jednotlivé koeficienty v rovnicích mají tento tvar.

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -\left(\frac{q}{V} + \frac{F\alpha}{Vq c_P}\right) & \frac{F\alpha}{Vq c_P} \\ \frac{F\alpha}{V_C q_C c_{PC}} & -\left(\frac{q_C}{V_C} + \frac{F\alpha}{V_C q_C c_{PC}}\right) \end{bmatrix}; \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \frac{q}{V} & 0 \\ 0 & \frac{q_C}{V_C} \end{bmatrix} \quad (7)$$

Koeficienty v rovnicích jsou konstantní a nezávislé na počátečním stavu. Při zjišťování dynamiky systému nemusíme řešit jeho ustálený stav, tedy polohu pracovního bodu a

dynamické charakteristiky můžeme počítat z odchylkového modelu (při nulových počátečních podmínkách).

Dosazením zadáných hodnot vypočítáme koeficienty matic **A**, **B**:

$$\mathbf{A} = \begin{Bmatrix} -0.1166 & 0.05 \\ 0.0896 & -0.1365 \end{Bmatrix}; \mathbf{B} = \begin{Bmatrix} 0.0667 & 0 \\ 0 & 0.0469 \end{Bmatrix} \quad (8)$$

Přenos systému se obecně vypočítá takto.

$$\mathbf{G}(s) = [\mathbf{C} \cdot (s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{B} + \mathbf{D}] \cdot \Delta \mathbf{U}_L \quad (9)$$

Výpočtem podle rovnice (7) jsme získali prvky matic **A**, **B**. Matice **D** je v našem případě nulová. Matice přenosu mají tedy tvar

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}; \mathbf{B} = \begin{pmatrix} b_{11} & 0 \\ 0 & b_{22} \end{pmatrix}; \mathbf{C} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; \mathbf{D} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (9)$$

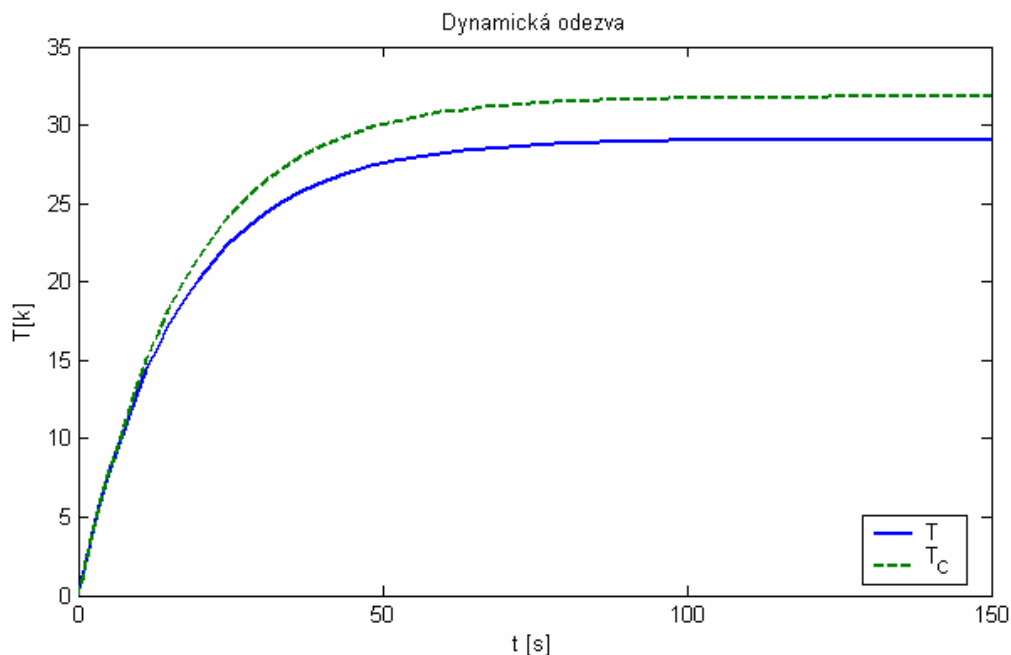
Nyní již není složité vyjádřit jednotlivé přenosy systému

$$\begin{aligned} G_{11} &= \frac{b_{11}s - a_{22}b_{11}}{s^2 - (a_{11} + a_{22})s + (a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21})} \\ G_{12} &= \frac{a_{12}b_{22}}{s^2 - (a_{11} + a_{22})s + (a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21})} \\ G_{21} &= \frac{a_{21}b_{11}}{s^2 - (a_{11} + a_{22})s + (a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21})} \\ G_{22} &= \frac{b_{22}s - a_{11}b_{22}}{s^2 - (a_{11} + a_{22})s + (a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21})} \end{aligned} \quad (10)$$

Z vypočítaným prvků matic přenosu můžeme nyní vypočítat přenosy systému pro konkrétní zadané hodnoty.

$$\begin{aligned} G_{11} &= \frac{0.0667s + 0.0091}{s^2 + 0.2531s + 0.0114} \\ G_{12} &= \frac{0.0023}{s^2 + 0.2531s + 0.0114} \\ G_{21} &= \frac{0.006}{s^2 + 0.2531s + 0.0114} \\ G_{22} &= \frac{0.0469s + 0.0055}{s^2 + 0.2531s + 0.0114} \end{aligned} \quad (11)$$

Odezva systému na skokovou změnu hodnot vstupních veličin. Zadané hodnoty vložíme do programu a odsimulujeme dynamickou odezvu systému. Sledujeme, kdy a na jaké hodnotě se výstupní veličiny ustálí.



Graf 1: Průběhy teplot po skokové změně vstupních veličin

Závěr:

Analýzovali jsme průtočný výměník tepla s promícháváním. Z bilančních rovnic jsme odvodili matematický model výměníku. Model je tvořen dvěma diferenciálními rovnicemi, které jsme anulováním derivací převedli na rovnice sloužící k výpočtu ustálených teplot ve výměníku. Výpočtem jsme zjistili, že ustálená teplota chladicí kapaliny bude $T_C = 308,66\text{K}$ a chlazené $T = 316,86\text{K}$.

Dále jsme sestavili odchylkový model výměníku. Jedná se o lineární model, jehož koeficienty jsou časově konstantní. Tento model je tedy obecně využitelný, nemusíme řešit polohu pracovního bodu systému. Z koeficientů jsme také odvodili přenosy systému. Nakonec jsme simulovali průběh výstupních teplot pro zadanou skokovou změnu vstupních teplot.