


# **Polynomiální syntéza regulátorů pro systémy s dopravním zpožděním**

Petr Řezníček

---

Bakalářská práce  
2006

 Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně  
Fakulta aplikované informatiky

---

Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně  
Fakulta aplikované informatiky  
Ústav automatizace a řídicí techniky  
akademický rok: 2005/2006

## **ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE**

(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení: **Petr ŘEZNÍČEK**  
Studijní program: **B 3902 Inženýrská informatika**  
Studijní obor: **Automatické řízení a informatika**

Téma práce: **Polynomiální syntéza regulátorů pro systémy s dopravním zpožděním**

Zásady pro vypracování:

1. Studium vlivu dopravního zpoždění na řízený systém
2. Aproximace dopravního zpoždění známými metodami
3. Polynomiální syntéza regulátorů
4. Implementace návrhu a simulace řízení v prostředí Matlab
5. Simulační porovnání průběhu řízení pro jednotlivé aproximační metody

Rozsah práce:

Rozsah příloh:

Forma zpracování bakalářské práce: **tištěná/elektronická**

Seznam odborné literatury:

1. Balátě, J.: Automatické řízení. BEN-technická literatura, Praha, 2003
2. Kučera, V.: Diophantine equations in control - A survey. Automatica, 29,6, 1993
3. Levine, W.S.: The Control Handbook. IEEE Press, USA, 1996
4. Prokop, R. a kol.: Návrh a ladění spojitých regulátorů. Automatizace, 45,12,2002

Vedoucí bakalářské práce:

**Ing. Jiří Korbek**

Ústav automatizace a řídicí techniky

Datum zadání bakalářské práce:

**14. února 2006**

Termín odevzdání bakalářské práce:

**16. června 2006**

Ve Zlíně dne 14. února 2006

prof. Ing. Vladimír Vašek, CSc.  
*pověřený děkan*



prof. Ing. Vladimír Vašek, CSc.  
*ředitel ústavu*

## **ABSTRAKT**

Práce je zaměřena na popis systémů s dopravním zpožděním a metody jeho aproximace. Úvodní část tvoří objasnění pojmu dopravního zpoždění a jeho vliv na řízený systém. Dále pak jsou popsány nejznámější metody jeho aproximace. V praktické části je popsán program, který byl vytvořen v prostředí Matlab + Simulink pro potřeby této bakalářské práce a na závěr následuje několik ukázkových výpočtů a simulací v tomto programu a přehledné srovnání kvality jednotlivých aproximačních metod.

Klíčová slova: dopravní zpoždění, regulátor, aproximace, polynomiální syntéza

## **ABSTRACT**

The thesis is focused on description of systems with transport delay and on description of methods of its approximation. First part of the work says, what transport delay is and describes its influence on the system. Then the well known methods of approximation of the transport delay are mentioned. The program developed in Matlab-Simulink environment is described in the second part of the work. At the end, there are several measurements and simulations with comparison of all methods of approximation of transport delay.

Keywords: transport delay, regulator, approximation, polynomial synthesis

Na tomto místě bych rád poděkoval vedoucímu mé bakalářské práce panu ing. Jiřímu Korbelovi za věcné připomínky, odborné vedení a čas věnovaný konzultacím nad touto prací.

# OBSAH

<b>ÚVOD</b> .....	<b>7</b>
<b>I TEORETICKÁ ČÁST</b> .....	<b>8</b>
<b>1 SYSTÉMY S DOPRAVNÍM ZPOŽDĚNÍM</b> .....	<b>9</b>
1.1 DOPRAVNÍ ZPOŽDĚNÍ.....	9
1.1.1 Vliv dopravního zpoždění na kmitočtovou charakteristiku .....	9
1.1.2 Vliv dopravního zpoždění na přechodovou charakteristiku .....	10
<b>2 KOMPENZACE DOPRAVNÍHO ZPOŽDĚNÍ</b> .....	<b>11</b>
2.1 SMITHŮV PREDIKTOR .....	11
2.2 APROXIMACE DOPRAVNÍHO ZPOŽDĚNÍ .....	12
2.2.1 Zanedbání dopravního zpoždění .....	12
2.2.2 Taylorova aproximace čitatele .....	12
2.2.3 Taylorova aproximace jmenovatele .....	13
2.2.4 Padeho aproximace .....	13
<b>3 POLYNOMIÁLNÍ SYNTÉZA</b> .....	<b>15</b>
3.1 STRUKTURA REGULAČNÍHO OBVODU.....	15
3.2 NÁVRH REGULÁTORU .....	15
<b>II PRAKTICKÁ ČÁST</b> .....	<b>17</b>
<b>4 PROGRAM PRO POLYNOMIÁLNÍ SYNTÉZU REGULÁTORŮ</b> .....	<b>18</b>
<b>5 SIMULACE</b> .....	<b>20</b>
5.1 SIMULACE SYSTÉMU 1. ŘÁDU S DOPRAVNÍM ZPOŽDĚNÍM .....	20
5.1.1 Zanedbání .....	20
5.1.2 Taylorův rozvoj čitatele .....	21
5.1.3 Taylorův rozvoj jmenovatele .....	22
5.1.4 Padeho aproximace .....	23
5.1.5 Smithův prediktor.....	24
5.1.6 Porovnání přechodových charakteristik jednotlivých aproximací.....	26
5.2 SIMULACE SYSTÉMU 3. ŘÁDU .....	26
5.2.1 Zanedbání .....	27
5.2.2 Taylorův rozvoj čitatele .....	28
5.2.3 Taylorův rozvoj jmenovatele .....	29
5.2.4 Padeho aproximace .....	30
5.2.5 Smithův prediktor.....	31
5.2.6 Porovnání přechodových charakteristik jednotlivých aproximací.....	33
<b>ZÁVĚR</b> .....	<b>34</b>
<b>SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY</b> .....	<b>35</b>
<b>SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK</b> .....	<b>36</b>
<b>SEZNAM OBRÁZKŮ</b> .....	<b>37</b>
<b>SEZNAM PŘÍLOH</b> .....	<b>38</b>

## ÚVOD

Spolehlivé a kvalitní řízení technologických procesů je důležitou součástí efektivní a moderní průmyslové výroby. V technologických procesech se často setkáváme se systémy řízení s dopravním zpožděním, které je důsledkem fyzikální podstaty procesů a nelze ho odstranit. Proto při návrhu regulátorů je třeba s tímto zpožděním počítat. Toho dopravní zpoždění může být zapříčiněno například dopravou materiálu, zpracováním signálu, odezvou reakce apod. Dopravní zpoždění, což je vlastně zpoždění výstupního signálu v čase vzhledem k signálu vstupnímu, má negativní vliv na stabilitu a kvalitu řízení. Klasické metody syntéz nestačí pro řízení systémů s dopravním zpožděním. Tento problém lze vyřešit pomocí metod na aproximaci dopravního zpoždění. Také je možno v regulované soustavě použít Smithova prediktoru, což je vlastně rozvětvený obvod s modelem regulované soustavy.

Tato práce se zabývá analýzou vlivu dopravního zpoždění na řízený systém a jeho aproximací s použitím známých metod. Pro potřeby této práce byl vytvořen program v prostředí MATLAB-Simulink s Polynomial Toolboxem a s využitím grafického prostředí GUIDE (Graphic User Interface). Program na základě specifikování řízeného systému a několika parametrů pro simulaci vypočítá příslušné parametry regulátoru a aproximované soustavy a vykreslí výsledný regulační pochod systému i průběh akčního zásahu. Funkčnost programu byla ověřena v mnoha simulačních měřeních, které jsou také součástí této práce.

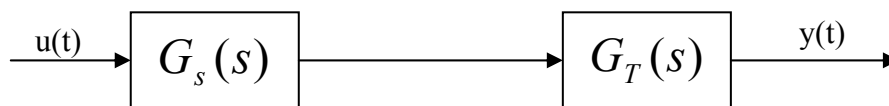
## **I. TEORETICKÁ ČÁST**



# 1 SYSTÉMY S DOPRAVNÍM ZPOŽDĚNÍM

## 1.1 Dopravní zpoždění

Zpoždění obecně znamená časové posunutí mezi určitou příčinou a jejím důsledkem. Regulované systémy mohou často mít dopravní zpoždění, které snižuje přípustné hodnoty parametrů regulace, dovolí pomalejší zásahy v řízení a hlavně způsobuje nestabilitu ve zpětné vazbě frekvenční charakteristiky. Dopravní zpoždění definujeme jako časové posunutí vstupu ku výstupu. Vzhledem k časovému působení vstupního signálu se projeví zpoždění výstupního signálu o hodnotu  $T$ .



Obr. 1. Schéma systému s dopravním zpožděním

Diferenciální rovnice chování systému s dopravním zpožděním:

$$\sum_{i=0}^n a_i \cdot y^{(i)}(t) = \sum_{j=0}^m b_j \cdot u^{(j)}(t - T) \quad (1)$$

$a_i, b_j$  – konstantní koeficienty

$T$  - dopravní zpoždění

$u(t - T)$  - vstupní veličina

$y(t)$  - výstupní veličina

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = G_s(s) \cdot G_T(s) = \frac{b(s)}{a(s)} \cdot e^{-Ts} = \frac{b_m s^m + K + b_1 s + b_0}{s^n + a_{n-1} s^{n-1} + K + a_1 s + a_0} \cdot e^{-Ts} \quad (2)$$

### 1.1.1 Vliv dopravního zpoždění na kmitočtovou charakteristiku

Kmitočtový přenos dopravního zpoždění:

$$G_T(j\omega) = e^{-jT\omega} \quad (3)$$

$\omega$  – úhlová rychlost

Kmitočtová charakteristika:

$$G_T(j\omega) = \cos \omega T - j \sin \omega T \quad (4)$$

Pro vykreslení kmitočtové charakteristiky, která je jednotkovou kružnicí, si potřebujeme z přenosu vyjádřit kmitočtový přenos a použít exponenciální tvar komplexního čísla dílčích přenosů.

$$G_s^T(j\omega) = \frac{Y(j\omega)}{U(j\omega)} = G_s(j\omega) \cdot G_T(j\omega) = |G_s(j\omega)| \cdot e^{j\varphi_s(\omega)} \cdot |G_T(j\omega)| \cdot e^{j\varphi_T(\omega)} \quad (5)$$

$$G_s^T(j\omega) = |G_s(j\omega)| \cdot 1 \cdot e^{+j[\varphi_s(\omega) + \varphi_T(\omega)]}$$

### 1.1.2 Vliv dopravního zpoždění na přechodovou charakteristiku

Dopravní zpoždění časově posune přechodovou charakteristiku o hodnotu  $T$ , když je regulovaná soustava zobrazena přechodovou charakteristikou. Tvar zůstává stejný jako v případě bez dopravního zpoždění.

Diferenciální rovnice:

$$a_n y^{(n)}(t) + K + a_1 y'(t) + a_0 y(t) = u(t - T) \quad (6)$$

Rovnice po použití Laplaceovy transformace při nulových počátečních podmínkách:

$$(a_n y^{(n)}(t) + K + a_1 p + a_0) \cdot L\{y(t)\} = L\{u(t - T)\} \quad (7)$$

Za použití věty o posunutí v originále:

$$L\{f(t - a)\} = a^{-as} F(s) \quad (8)$$

se rovnice změni na:

$$(a_n p^n + K + a_1 p + a_0) \cdot Y(s) = e^{-Ts} \cdot U(s) \quad (9)$$

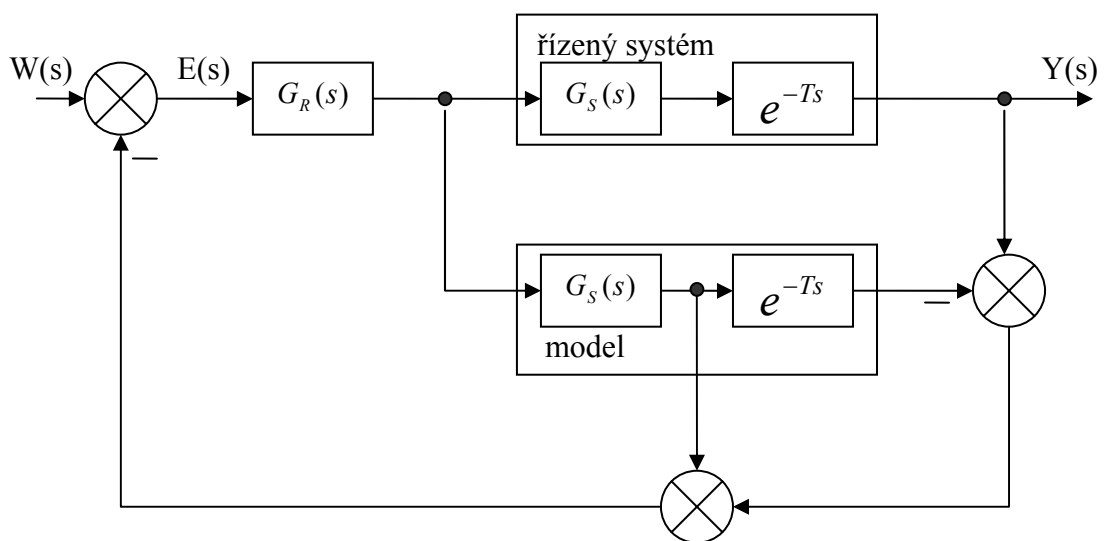
Výsledný přenos regulované soustavy s dopravní zpožděním:

$$G_s^T(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1}{a_0 + a_1 s + K + a_n s^n} \cdot e^{-Ts} \quad (10)$$

## 2 KOMPENZACE DOPRAVNÍHO ZPOŽDĚNÍ

V regulačních obvodech se často setkáváme dopravním zpožděním. Je vyjádřeno exponenciálním výrazem  $e^{-Ts}$ . Tento člen dopravního zpoždění je zejména vlastností regulované soustavy a zhoršuje stabilitu obvodu. Dopravní zpoždění lze kompenzovat použitím zapojení, které označujeme jako Smithův prediktor. Kromě kompenzace dopravního zpoždění pomocí výše uvedeného zapojení, je možno použít i klasický zpětnovazební obvod, ovšem za předpokladu, že toto zpoždění aproximujeme. Aproximované dopravní zpoždění poté lze zahrnout přímo do přenosu regulované soustavy, a pro takto upravenou soustavu využít metod syntézy, které byly navrženy pro nastavení parametru regulátoru pro soustavu bez dopravního zpoždění. U soustav obsahujících dopravní zpoždění není vždy nutné provádět kompenzace tohoto zpoždění pomocí Smithova prediktoru nebo aproximovat toto zpoždění. Existují totiž i metody syntézy, které určí parametry regulátoru i pro soustavu obsahující dopravní zpoždění. Například metoda požadovaného modelu, či metoda vycházející z tříparametrového modelu (soustava se setrvačností 1. řádu s dopravním zpožděním).

### 2.1 Smithův prediktor



Obr. 2. Schéma Smithova prediktoru.

Přenos řízení regulačního obvodu určíme z výše uvedeného obrázku. Dostáváme tedy:

$$G_W(s) = \frac{Y(s)}{W(s)} = \frac{G_R(s)G_S(s)e^{-sT}}{1 + G_R(s)G_S(s)e^{-sT} - G_R(s)G_S(s)e^{-sT} + G_R(s)G_S(s)} \quad (11)$$

$$= \frac{G_R(s)G_S(s)e^{-sT}}{1 + G_R(s)G_S(s)}$$

Charakteristická rovnice uzavřeného obvodu

$$1 + G_R(s)G_S(s) = 0 \quad (12)$$

neobsahuje člen s dopravním zpožděním a je stejná jako u obvodu bez dopravního zpoždění.

Abychom mohli u tohoto zapojení provést kompenzaci dopravního zpoždění, je nutná přesná znalost tohoto zpoždění. Pokud dopravní zpoždění známe, ale nejsme schopni realizovat spojitý model tohoto zpoždění s přenosem

$$G_{Td}(s) = e^{-Ts} \quad (13)$$

je nutno toto dopravní zpoždění aproximovat.

## 2.2 Aproximace dopravního zpoždění

Při algebraických způsobech návrhu regulátorů pro systémy s dopravním zpožděním je nutné před vlastním řešením návrhu přenos soustavy vhodně upravit, proto musíme provést aproximaci exponenciální funkce  $e^{-Ts}$  – vhodným lineárním způsobem.

### 2.2.1 Zanedbání dopravního zpoždění

$$G(s) = \frac{b(s)}{a(s)} \cdot e^{-Ts} \approx \frac{b(s)}{a(s)} = \tilde{G}_1(s) \quad (14)$$

### 2.2.2 Taylorova aproximace čitatele

Tato aproximace je vyjádřena ve tvaru

$$e^{-Ts} = (1 - Ts + \dots) \approx \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!} (Ts)^n \quad (15)$$

Pro  $n = 1$  platí

$$e^{-Ts} \approx 1 - Ts \quad (16)$$

$$G(s) = \frac{b(s)}{a(s)} \cdot e^{-Ts} \approx \frac{b_0 \cdot (1 - Ts)}{a_1 s + a_0} \approx \frac{b_1 + b_0}{a_1 s + a_0} = \tilde{G}_2(s) \quad (17)$$

### 2.2.3 Taylorova aproximace jmenovatele

Tato aproximace je vyjádřena ve tvaru

$$e^{-Ts} = \frac{1}{e^{Ts}} = \frac{1}{(1 + Ts + \dots)} \approx \frac{1}{\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} (Ts)^n} \quad (18)$$

Pro  $n = 1$  platí

$$e^{-Ts} \approx \frac{1}{1 + Ts} \quad (19)$$

$$G(s) = \frac{b(s)}{a(s)} \cdot e^{-Ts} \approx \frac{b_0}{(a_1 s + a_0) \cdot (1 + Ts)} \approx \frac{b_0}{a_2 s^2 + a_1 s + a_0} = \tilde{G}_3(s) \quad (20)$$

### 2.2.4 Padeho aproximace

Tato aproximace je vyjádřena poměrem dvou funkcí

$$e^{-Ts} \approx \frac{P_n(s)}{Q_n(s)} \quad (21)$$

kde značí

$$\begin{aligned}
 P_n(s) &= 1 - \frac{sT}{2} + \frac{n(n-1)}{2n(2n-1)} \frac{s^2 T^2}{2!} - \dots + \frac{(-1)^n n!}{(2n)!} s^n T^n \\
 Q_n(s) &= 1 + \frac{sT}{2} + \frac{n(n-1)}{2n(2n-1)} \frac{s^2 T^2}{2!} + \dots + \frac{n!}{(2n)!} s^n T^n
 \end{aligned} \tag{22}$$

Volbou „n“ lze ovlivnit přesnost aproximace, např.

pro  $n = 2$  lze použít pro úhlový kmitočet

$$0 \leq \omega \leq \frac{2}{T} \tag{23}$$

pro  $n = 4$  lze použít pro úhlový kmitočet

$$0 \leq \omega \leq \frac{6}{T} \tag{24}$$

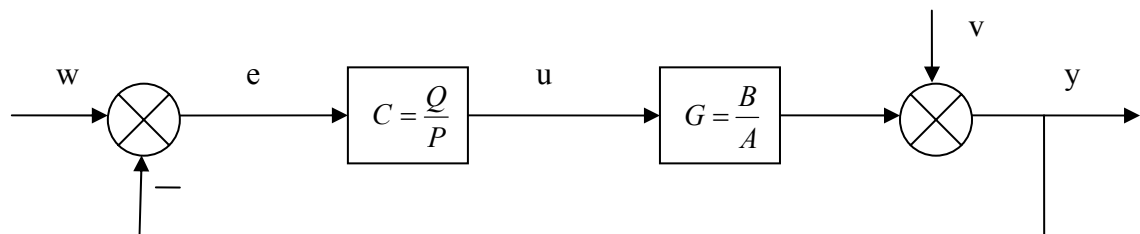
Nejčastěji je používána Padeho aproximace ve zjednodušeném tvaru ( $n = 1$ )

$$e^{-Ts} \approx \frac{1 - \frac{sT}{2}}{1 + \frac{sT}{2}} \tag{25}$$

$$G(s) = \frac{b(s)}{a(s)} \cdot e^{-Ts} \approx \frac{b_0 \cdot (1 - \frac{T}{2}s)}{(a_1 s + a_0) \cdot (1 + \frac{T}{2}s)} \approx \frac{b_1 s + b_0}{a_2 s^2 + a_1 s + a_0} = \tilde{G}_4(s) \tag{26}$$

### 3 POLYNOMIÁLNÍ SYNTÉZA

#### 3.1 Struktura regulačního obvodu



Obr. 3. Schéma regulačního obvodu 1DOF-FB.

Přenosy:

$G = b/a$  – regulovaná soustava

$C = q/p$  – zpětnovazební regulátor

Signály:

$y$  – regulovaná veličina

$w$  – žádaná hodnota

$u$  – akční veličina

$e$  – regulační odchylka

#### 3.2 Návrh regulátoru

Polynomiální syntéza pro systém 1. řádu s přenosem

$$G(s) = \frac{b_0}{a_0} \quad (27)$$

$$(s + a_0).s.p_0 + b_0.(q_1s + q_0) = (s + m)^2$$

$$s^2: p_0 = 1$$

$$s^1: a_0p_0 + b_0q_1 = 2m$$

$$s^0: b_0q_0 = m^2 \quad (28)$$

výsledný regulátor:

$$C(s) = \frac{q_1s + q_0}{s} \quad (29)$$

Polynomiální syntéza 1DOF pro systém 2. řádu s přenosem

$$G(s) = \frac{b_1s + b_0}{s^2 + a_1s + a_0} \quad (30)$$

$$(s^3 + a_1s^2 + a_0s).(p_1s + p_0) + (b_1s + b_0).(q_2s^2 + q_1s + q_0) = (s + m)^4$$

$$s^4: p_1 = 1$$

$$s^3: a_1p_1 + p_0 + b_1q_2 = 4m$$

$$s^2: a_0p_1 + a_1p_0 + b_0q_2 + b_1q_1 = 6m^2$$

$$s^1: a_0p_0 + b_0q_1 + b_1q_0 = 4m^3$$

$$s^0: b_0q_0 = m^4 \quad (31)$$

výsledný regulátor:

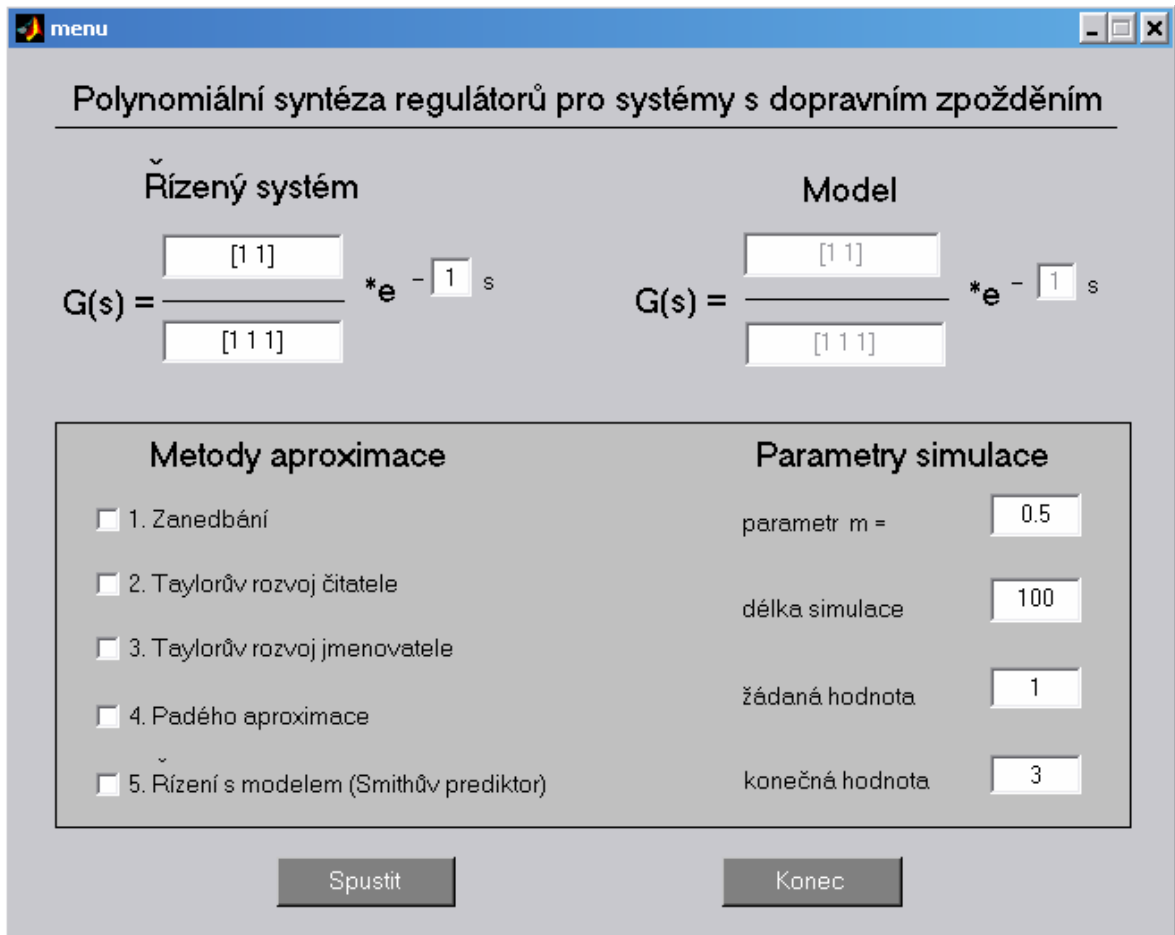
$$C(s) = \frac{q_2s^2 + q_1s + q_0}{s(p_1s + p_0)} \quad (32)$$



## **II. PRAKTICKÁ ČÁST**

## 4 PROGRAM PRO POLYNOMIÁLNÍ SYNTÉZU REGULÁTORŮ

Pro simulační porovnání průběhu řízení pro jednotlivé aproximační metody, jsem vytvořil program v prostředí Matlab 6.5 - Simulink. Rovněž bylo využito grafického rozhraní GUI (Graphic User Interface) pro grafickou podobu programu. Program je určen pro výpočet aproximované soustavy, parametrů regulátoru a vykreslení průběhu regulačního pochodu řízené soustavy.



Obr. 4. Hlavní okno programu.

řízený systém – zde zadáme přenos systému, který chceme regulovat. Polynomy  $b(s)$  a  $a(s)$  se zadávají jako řádkové vektory koeficientů v pořadí klesajících mocnin  $s$

model – používá se pouze při řízení se Smithovým prediktorem. Hodnoty polynomů mohou být stejné nebo odlišné než u řízeného systému

dopravní zpoždění – může se zadat jak do řízeného systému tak do modelu

### Parametry simulace

uživatel definuje parametry simulace

- parametr  $m$  – určuje umístění pólů v uzavřeném regulačním obvodu
- délka simulace – hodnota v sekundách, po kterou bude simulace probíhat
- žádaná hodnota – hodnota, které chceme, aby přenos dosáhl nejprve
- konečná hodnota – konečná hodnota, na které se má přenos ustálit

### Metody aproximace

uživatel si vybere některou z pěti nabízených metod aproximace dopravního zpoždění

spustit – spustí výpočet parametrů regulátoru, aproximované soustavy a vykreslení přenosu

konec – ukončí program

## 5 SIMULACE

V této části jsou provedeny simulační výpočty a vykreslení průběhu regulace pro systém prvního a třetího řádu. Je použito všech čtyř základních aproximačních metod dopravního zpoždění a zapojení s použitím Smithova prediktoru.

### 5.1 Simulace systému 1. řádu s dopravním zpožděním

simulace pro systém

$$G(s) = \frac{1}{s+2} \cdot e^{-1s} \quad (33)$$

parametry simulace:

délka simulace 200s

žádaná hodnota 1

konečná hodnota 3

#### 5.1.1 Zanedbání

aproximovaná soustava

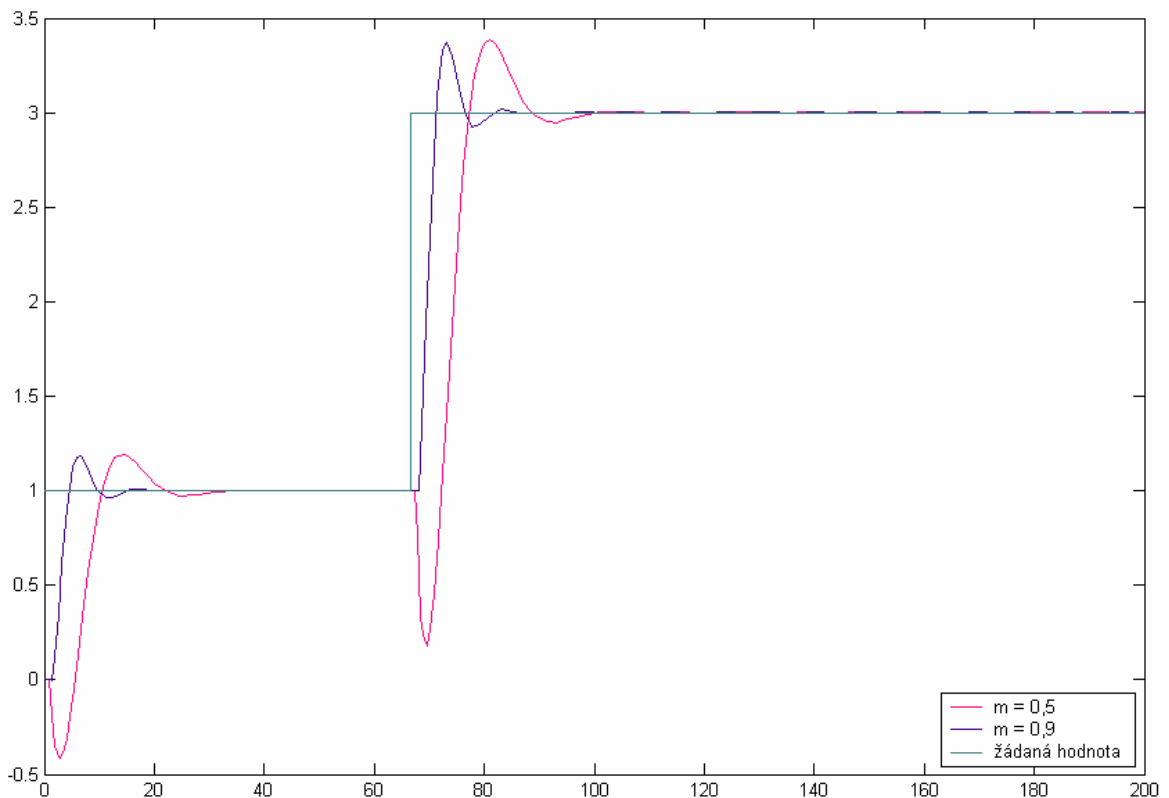
$$G(s) = \frac{1}{s+2} \quad (34)$$

parametry regulátoru pro  $m = 0,5$

$$C(s) = \frac{-s+0,25}{s} \quad (35)$$

parametry regulátoru pro  $m = 0,9$

$$C(s) = \frac{-0,2s+0,81}{s} \quad (36)$$



Obr. 5. Regulační pochod pro metodu zanedbání.

Regulace je pro obě hodnoty  $m$  vyhovující, protože došlo k ustálení na žádané hodnotě. Kvalitnější je výsledný přenos pro  $m = 0,9$  protože nemá na začátku regulace podkmit a došlo rychleji k ustálení na žádané hodnotě.

### 5.1.2 Taylorův rozvoj čitatele

aproximovaná soustava

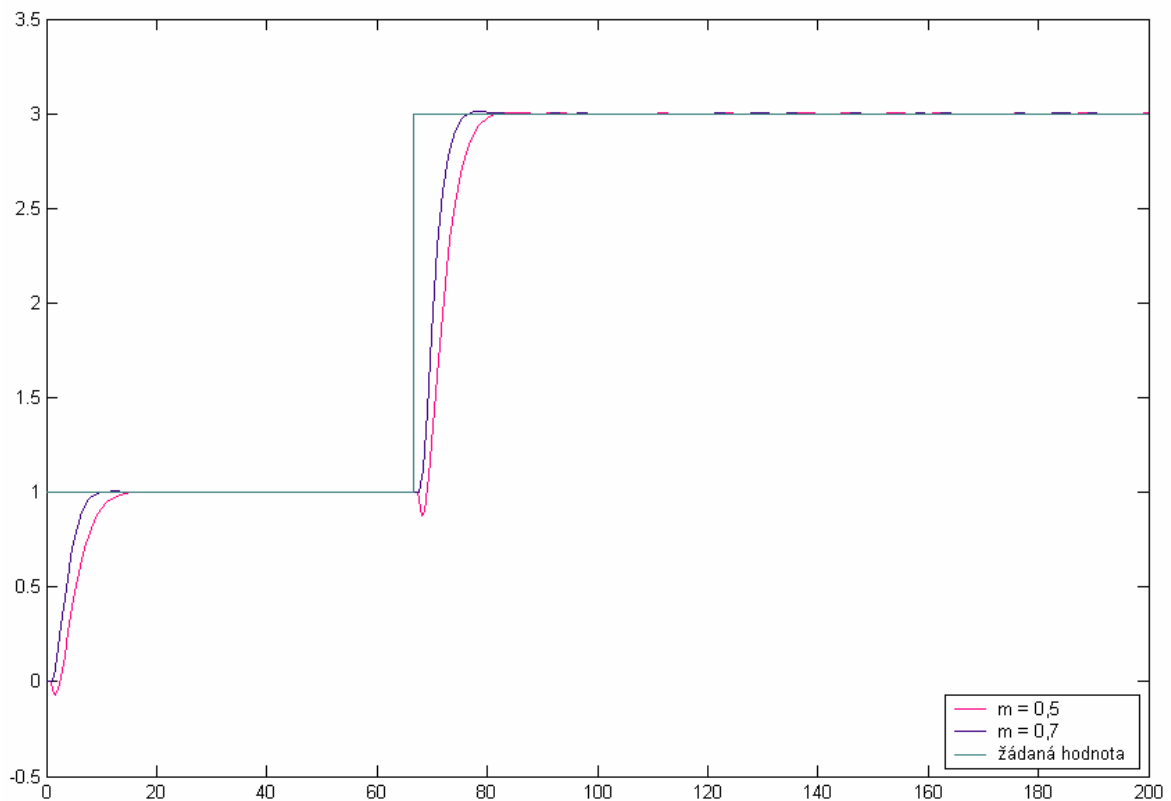
$$G(s) = \frac{-s+1}{s+2} \quad (37)$$

parametry regulátoru pro  $m = 0,5$

$$C(s) = \frac{-0,25s + 0,25}{0,75s} \quad (38)$$

parametry regulátoru pro  $m = 0,7$

$$C(s) = \frac{-0,0367s + 0,49}{0,9633s} \quad (39)$$



Obr. 6. Regulační pochod pro metodu Taylorova rozvoje čitatele

Kvalita regulace je pro obě volby  $m$  dobrá, v obou případech došlo velmi rychle k ustálení na žádané hodnotě.

### 5.1.3 Taylorův rozvoj jmenovatele

aproximovaná soustava

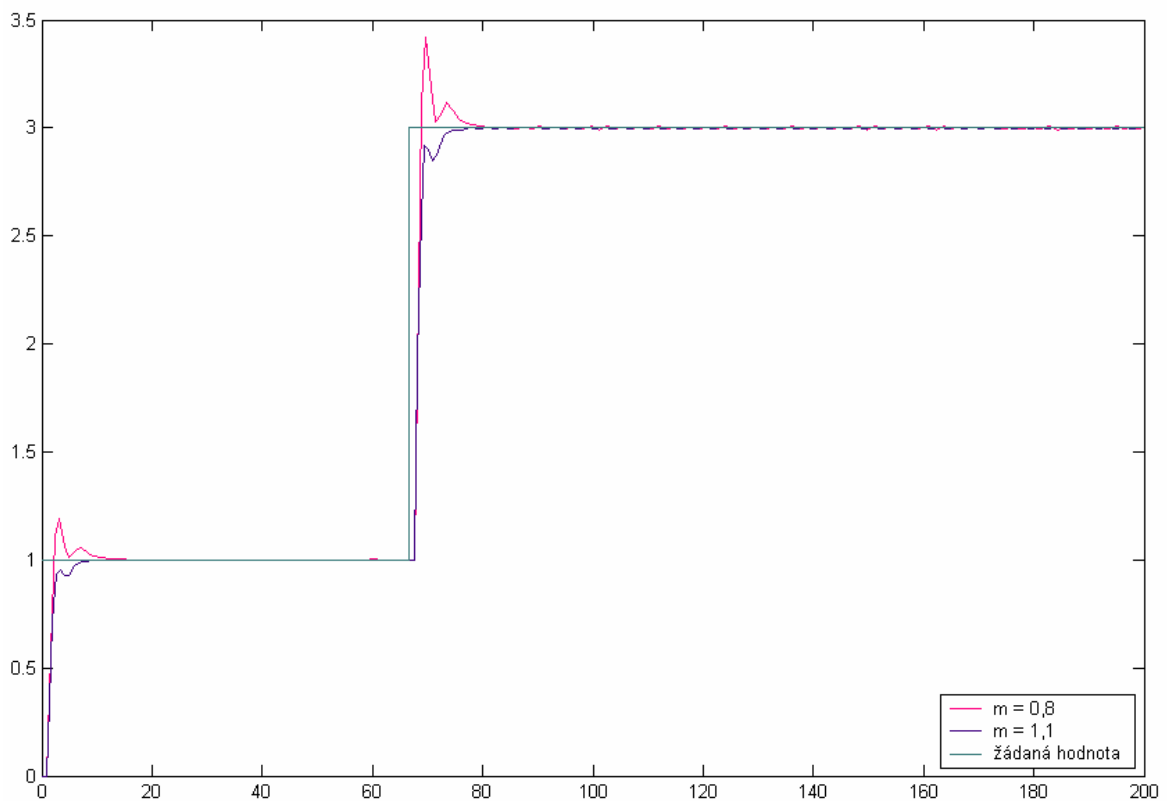
$$G(s) = \frac{1}{s^2 + 3s + 2} \quad (40)$$

parametry regulátoru pro  $m = 0,8$

$$C(s) = \frac{1,24s^2 + 1,648s + 0,4096}{s^2 + 0,2s} \quad (41)$$

parametry regulátoru pro  $m = 1,1$

$$C(s) = \frac{1,06s^2 + 2,524s + 1,4641}{s^2 + 1,4s} \quad (42)$$



Obr. 7. Regulační pochod pro metodu Taylorova rozvoje jmenovatele.

Opět došlo k rychlému ustálení na žádané hodnotě pro obě hodnoty  $m$ . Regulace je vyhovující.

#### 5.1.4 Padeho aproximace

aproximovaná soustava

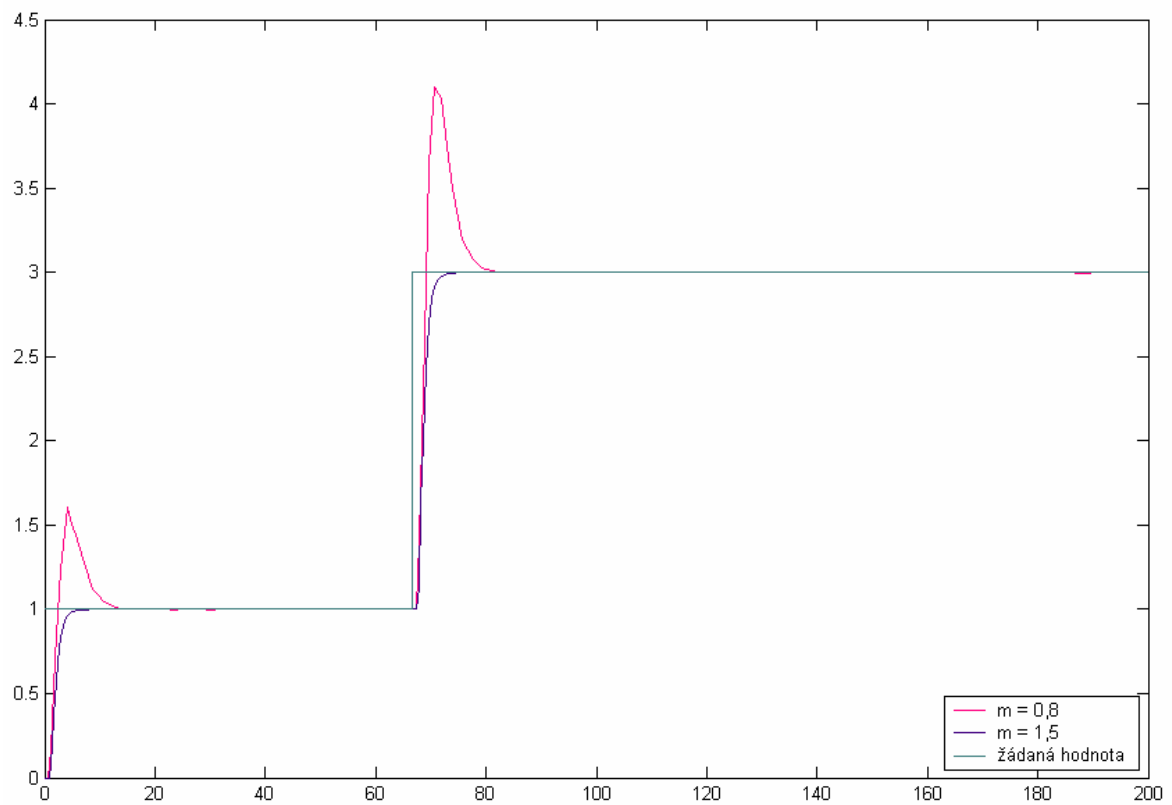
$$G(s) = \frac{-0,5s + 1}{0,5s^2 + 2s + 2} \quad (43)$$

parametry regulátoru pro  $m = 0,8$

$$C(s) = \frac{1,4416s^2 + 2,5696s + 0,4096}{2s^2 - 0,1584s} \quad (44)$$

parametry regulátoru pro  $m = 1,5$

$$C(s) = \frac{1,3789s^2 + 5,2734s + 5,0625}{2s^2 + 5,3789s} \quad (45)$$



Obr. 8. Regulační pochod pro metodu Padeho aproximace.

I když došlo k rychlému ustálení na žádané hodnotě, pro  $m = 0,8$  není kvalita regulace úplně ideální, protože došlo k velkému překmitu.

### 5.1.5 Smithův prediktor

řízený systém

$$G(s) = \frac{1}{s+2} \cdot e^{-1s} \quad (46)$$

parametry regulátoru pro  $m = 1$

$$C(s) = \frac{1}{s} \quad (47)$$

model

$$G1(s) = \frac{1}{2s+4} \cdot e^{-2s} \quad (48)$$

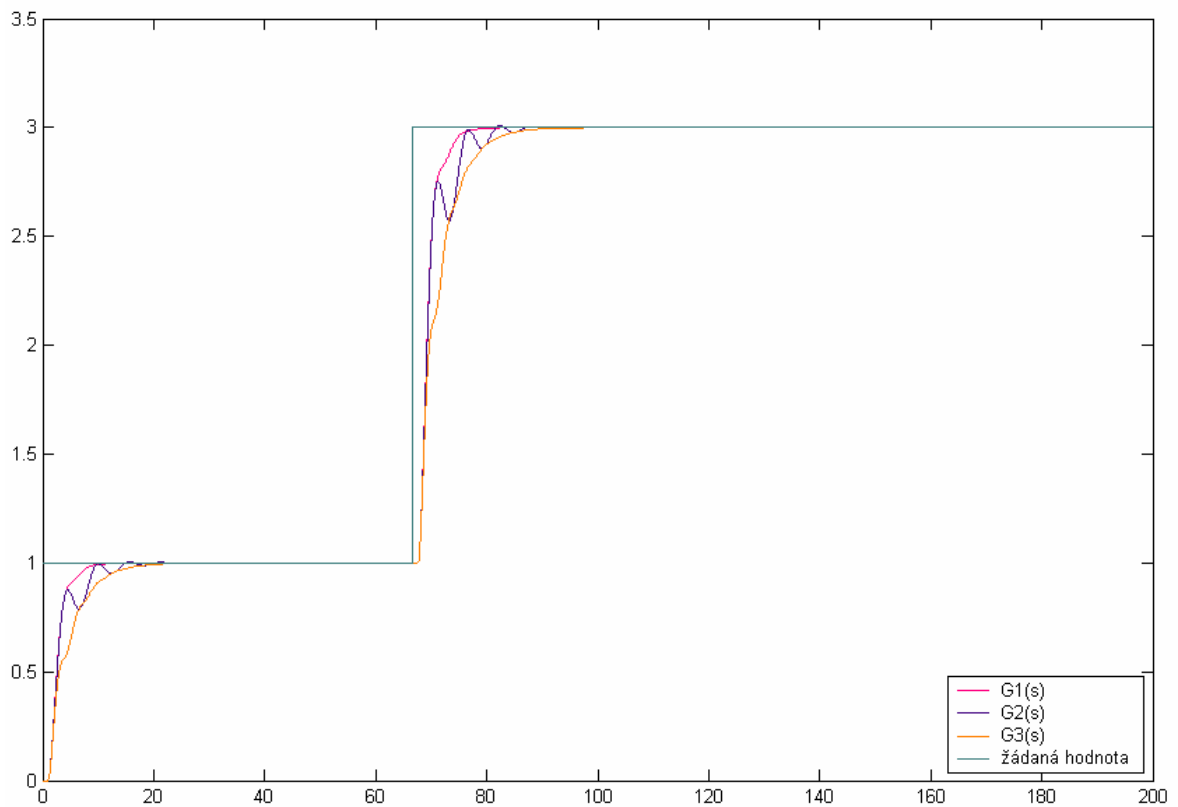


model

$$G2(s) = \frac{1}{s+5} \cdot e^{-4s} \quad (49)$$

model

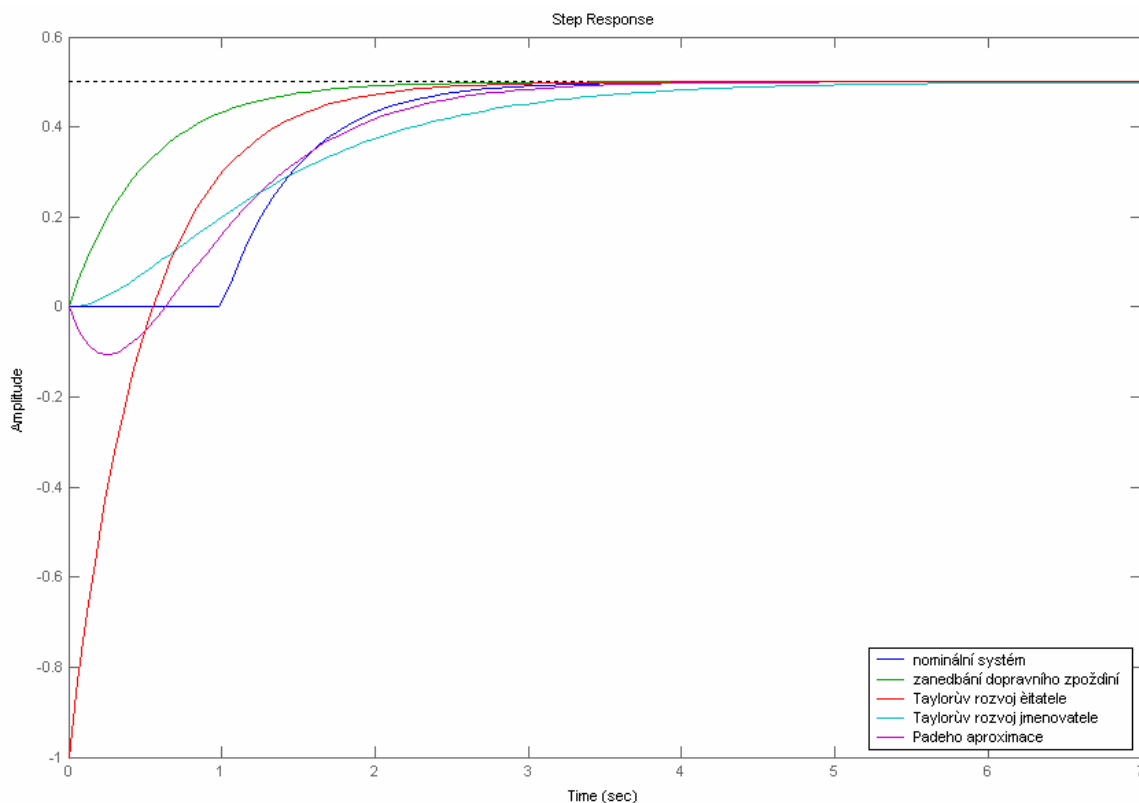
$$G3(s) = \frac{2}{s+3} \cdot e^{-2s} \quad (50)$$



Obr. 9. Regulační pochod za použití Smithova prediktoru.

Z grafu je patrné, že i když neznáme přesný přenos řízeného systému, lze jej díky Smithovu prediktoru uřídit v dostatečné kvalitě.

### 5.1.6 Porovnání přechodových charakteristik jednotlivých aproximací



Obr. 10. Porovnání přechodových charakteristik jednotlivých aproximačních metod.

## 5.2 Simulace systému 3. řádu

simulace pro systém

$$G(s) = \frac{2}{s^3 + 3s^2 + 3s + 1} \cdot e^{-3s} \quad (51)$$

parametry simulace:

délka simulace 200s

žádaná hodnota 1

konečná hodnota 3

### 5.2.1 Zanedbání

aproximovaná soustava

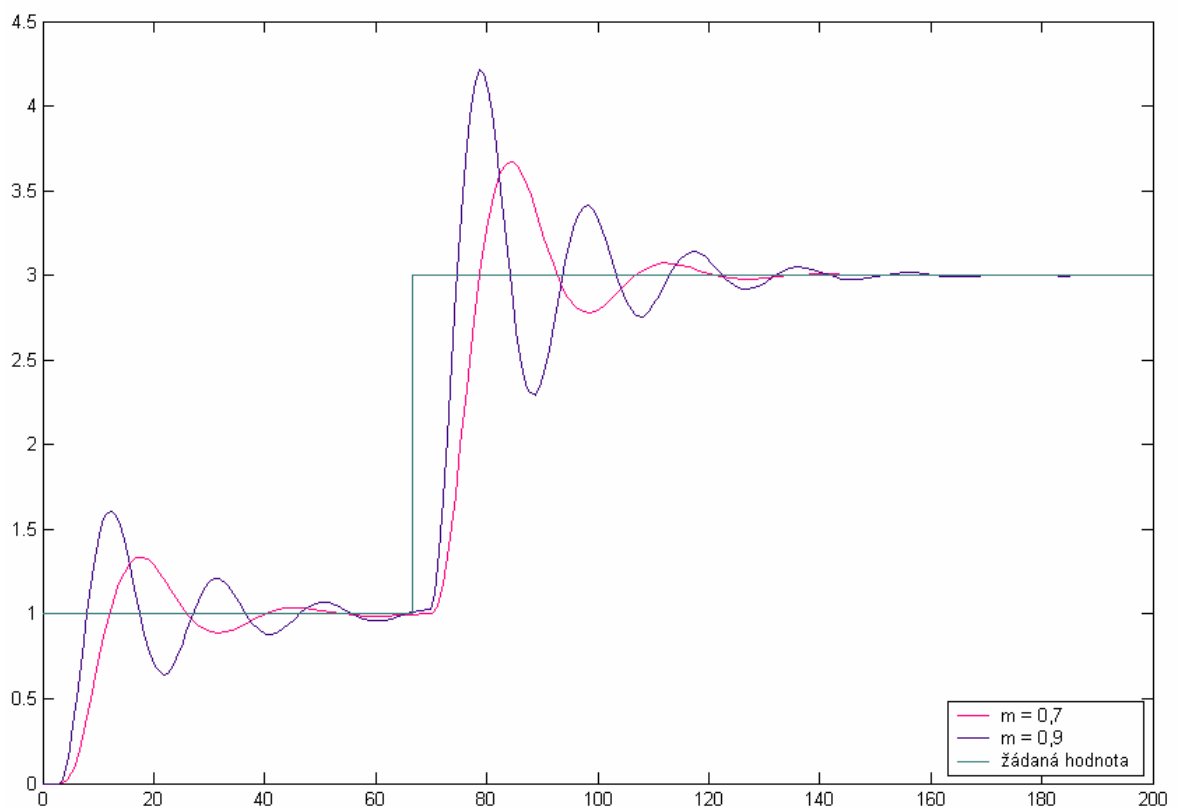
$$G(s) = \frac{2}{s^3 + 3s^2 + 3s + 1} \quad (52)$$

parametry regulátoru pro  $m = 0,7$

$$C(s) = \frac{0,005s^3 + 0,0757s^2 + 0,1292s + 0,0588}{s^3 + 1,2s^2 + 0,75} \quad (53)$$

parametry regulátoru pro  $m = 0,9$

$$C(s) = \frac{0,265s^3 + 0,7958s^2 + 0,7965s + 0,2657}{s^3 + 2,4s^2 + 1,95} \quad (54)$$



Obr. 11. Regulační pochod pro metodu zanedbání.

Přestože chvíli trvá, než se přenos ustálí na žádané hodnotě, je regulace vyhovující.

### 5.2.2 Taylorův rozvoj čitatele

aproximovaná soustava

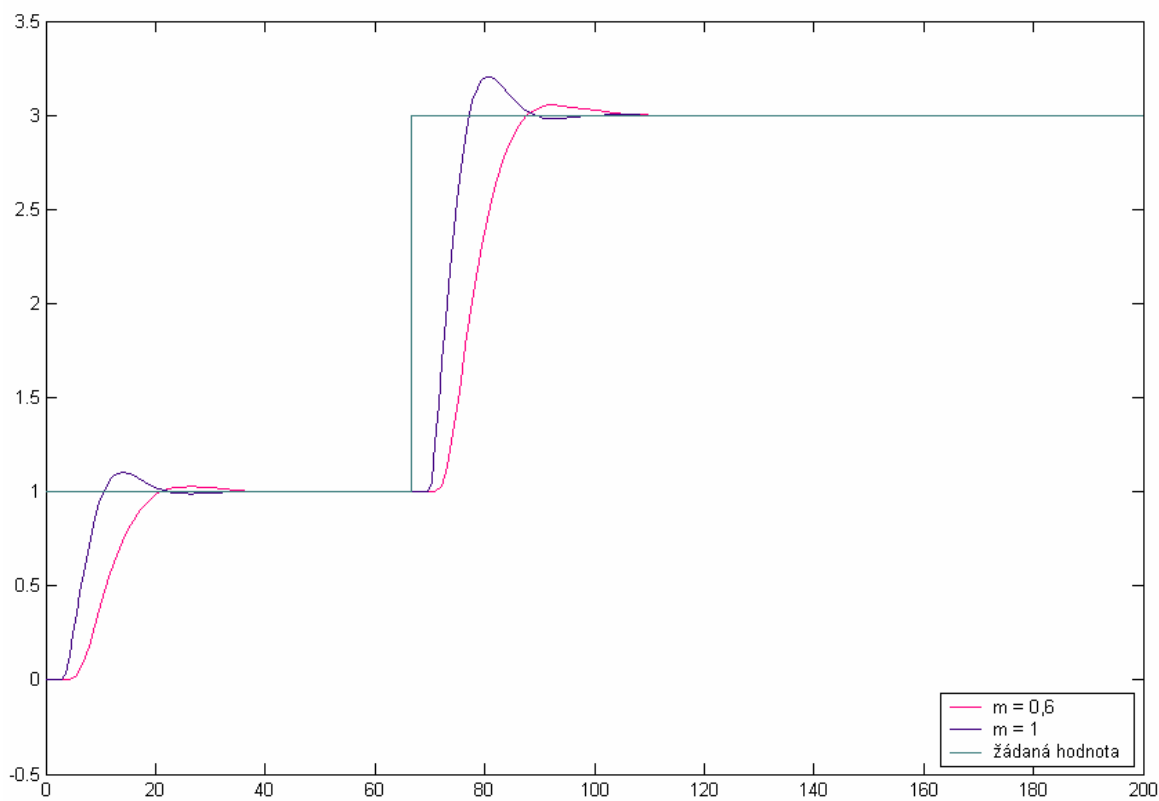
$$G(s) = \frac{-6s + 2}{s^3 + 3s^2 + 3s + 1} \quad (55)$$

parametry regulátoru pro  $m = 0,6$

$$C(s) = \frac{-0,0124s^3 + 0,0053s^2 + 0,0405s + 0,0233}{s^3 + 0,6s^2 + 0,5255s} \quad (56)$$

parametry regulátoru pro  $m = 1$

$$C(s) = \frac{0,5s^3 + 1,5s^2 + 1,5s + 0,5}{s^3 + 3s^2 + 6s} \quad (57)$$



Obr. 12. Regulační pochod pro metodu Taylorova rozvoje čitatele.

Pro obě  $m$  je regulace dostatečně kvalitní a vyhovující.

### 5.2.3 Taylorův rozvoj jmenovatele

aproximovaná soustava

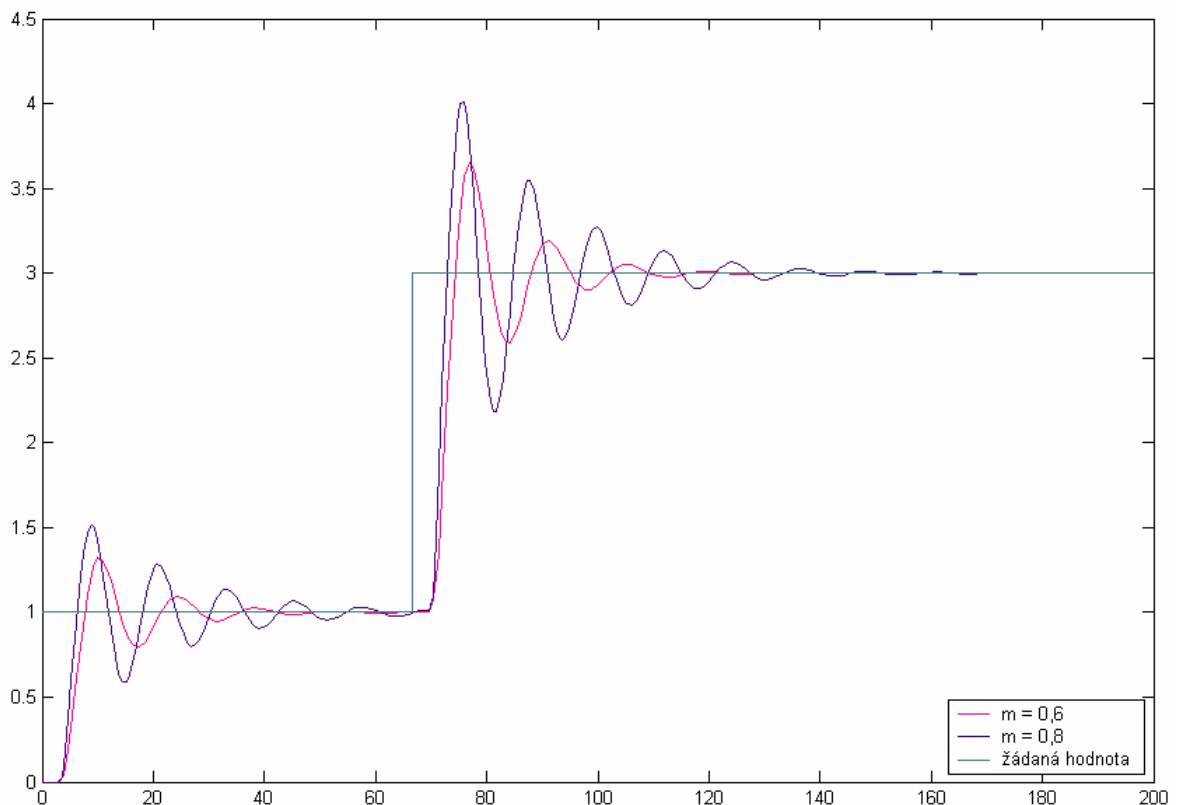
$$G(s) = \frac{2}{3s^4 + 10s^3 + 12s^2 + 6s + 1} \quad (58)$$

parametry regulátoru pro  $m = 0,6$

$$C(s) = \frac{0,0888s^4 + 0,2238s^3 + 0,1957s^2 + 0,0688s + 0,0084}{0,3333s^4 + 0,4889s^3 + 0,397s^2 + 0,0863s} \quad (59)$$

parametry regulátoru pro  $m = 0,8$

$$C(s) = \frac{0,2414s^4 + 0,8073s^3 + 0,9743s^2 + 0,4923s + 0,0839}{0,3333s^4 + 1,0222s^3 + 1,2326s^2 + 0,6931s} \quad (60)$$



Obr. 13. Regulační pochod pro metodu Taylorova rozvoje jmenovatele.

Průběh regulace je v obou případech zpočátku rozkmitaný, ale nakonec se ustálí na žádané hodnotě.

### 5.2.4 Padeho aproximace

aproximovaná soustava

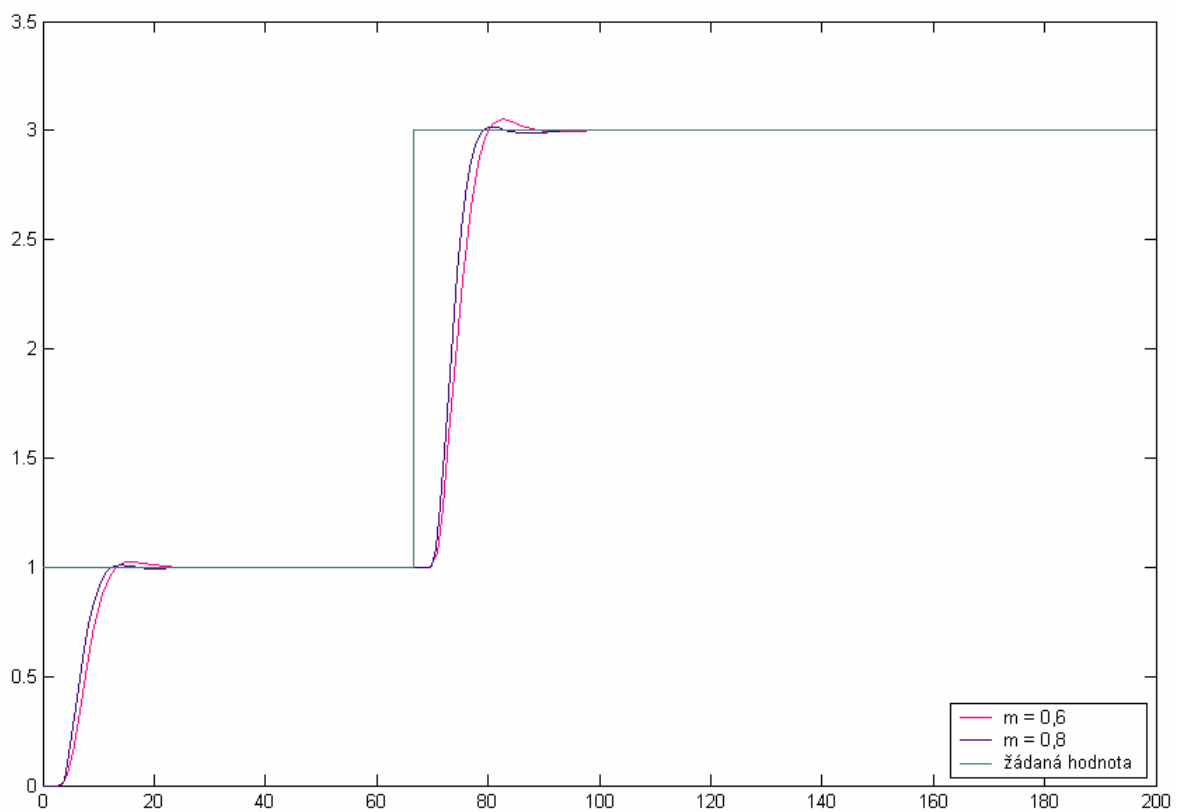
$$G(s) = \frac{-3s + 2}{1,5s^4 + 5,5s^3 + 7,5s^2 + 4,5s + 1} \quad (61)$$

parametry regulátoru pro  $m = 0,6$

$$C(s) = \frac{0,514s^4 + 0,1437s^3 + 0,1439s^2 + 0,0599s + 0,0084}{0,6667s^4 + 0,7556s^3 + 0,6163s^2 + 0,1293s} \quad (62)$$

parametry regulátoru pro  $m = 0,8$

$$C(s) = \frac{0,1266s^4 + 0,4635s^3 + 0,631s^2 + 0,378s + 0,0839}{0,6667s^4 + 1,8222s^3 + 1,9319s^2 + 1,1734s} \quad (63)$$



Obr. 14. Regulační pochod pro metodu Padeho aproximace.

Pro obě hodnoty  $m$  je regulace velmi kvalitní, došlo jen k minimálnímu překmitu a je rychle dosaženo žádané hodnoty.

### 5.2.5 Smithův prediktor

simulace pro systém

$$G(s) = \frac{2}{s^3 + 3s^2 + 3s + 1} \cdot e^{-3s} \quad (64)$$

model

$$G1(s) = \frac{3}{s^2 + 3s + 2} \cdot e^{-5s} \quad (65)$$

parametry regulátoru pro  $m = 1$

$$C(s) = \frac{0,5s^3 + 1,5s^2 + 1,5s + 0,5}{s^3 + 3s^2 + 3s} \quad (66)$$

model

$$G2(s) = \frac{1}{2s^3 + 3s^2 + 2s + 2} \cdot e^{-2s} \quad (67)$$

parametry regulátoru pro  $m = 0,7$

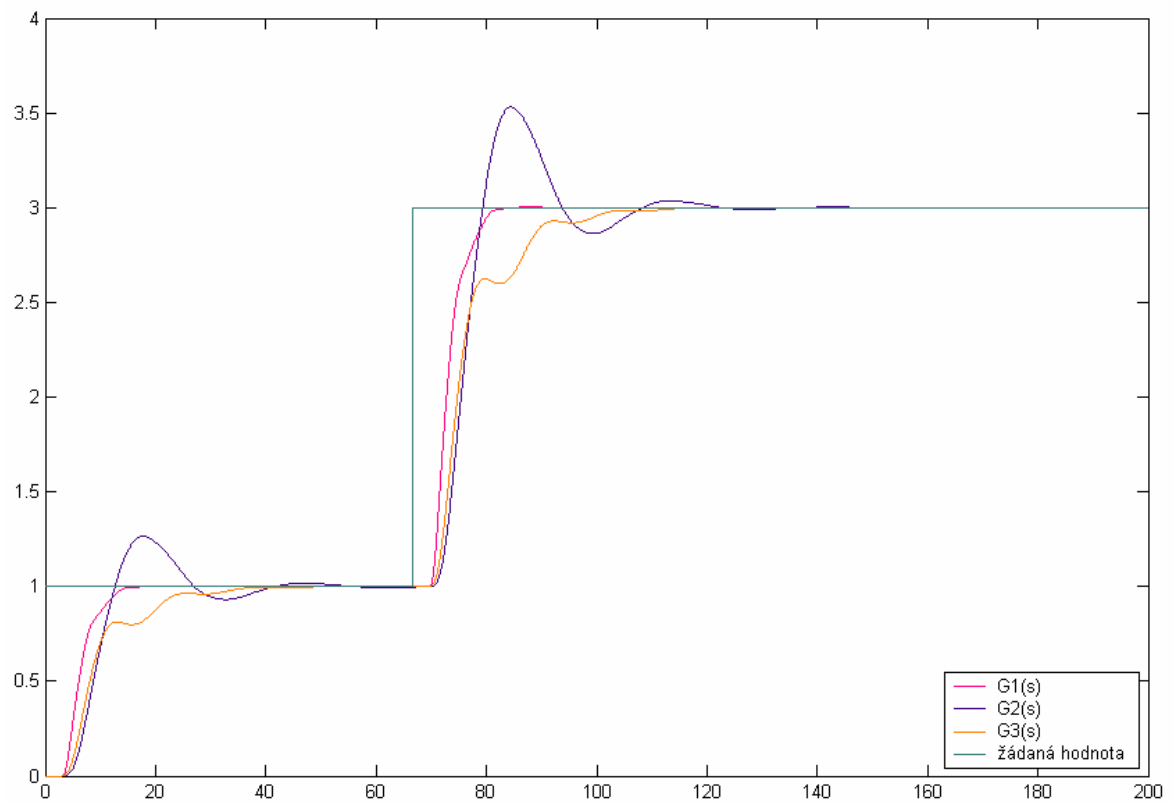
$$C(s) = \frac{0,005s^3 + 0,0757s^2 + 0,1292s + 0,0588}{s^3 + 1,2s^2 + 0,75s} \quad (68)$$

model

$$G3(s) = \frac{4}{4s + 3} \cdot e^{-8s} \quad (67)$$

parametry regulátoru pro  $m = 0,75$

$$C(s) = \frac{0,0625s^3 + 0,2168s^2 + 0,2432s + 0,089}{s^3 + 1,5s^2 + 0,9375s} \quad (69)$$

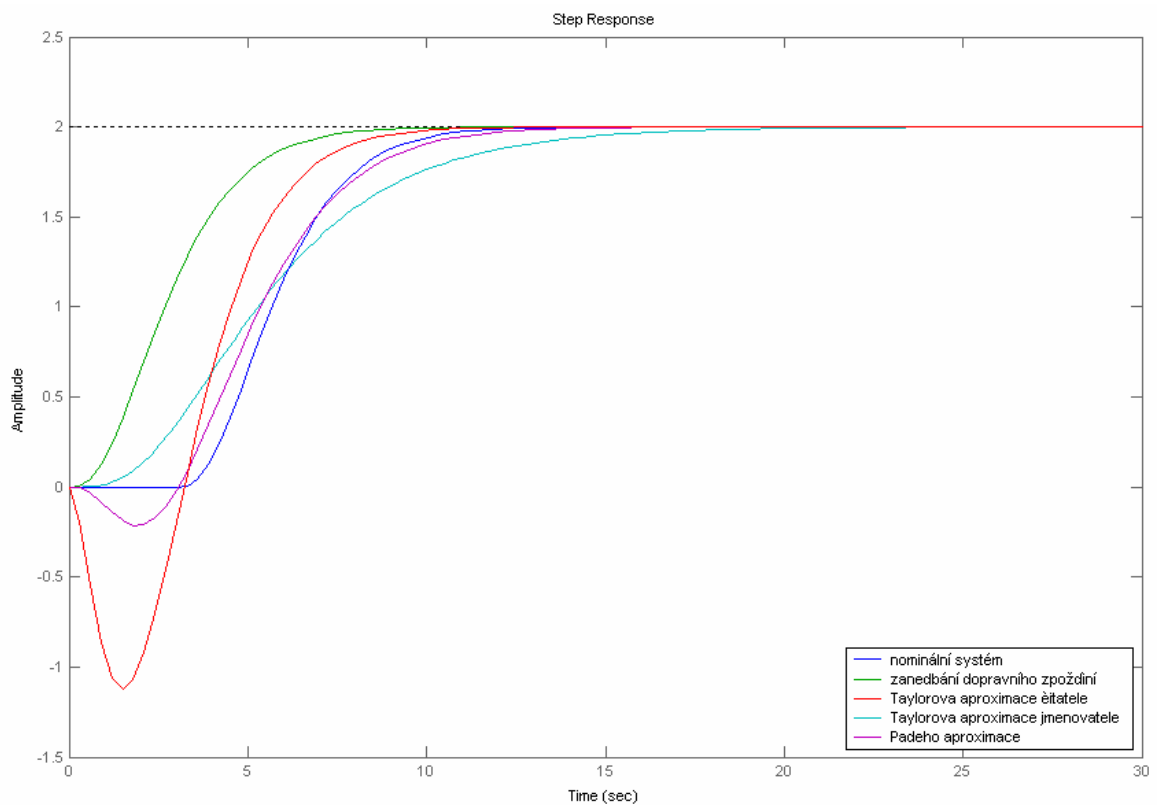


Obr. 15. Regulační pochod za použití Smithova prediktoru.

Opět jako u soustavy prvního řádu i zde je patrné, že při použití modelů odlišných od řízeného systému lze jej regulovat.



### 5.2.6 Porovnání přechodových charakteristik jednotlivých aproximací



Obr. 16. Porovnání přechodových charakteristik jednotlivých aproximačních metod.

## ZÁVĚR

Cílem této bakalářské práce bylo studium vlivu dopravního zpoždění na řízený systém, aproximace tohoto zpoždění za použití známých metod a výpočet regulátoru pomocí polynomiální syntézy. V další části bylo pak úkolem vytvořit program v prostředí MATLAB pro výpočet parametrů aproximované soustavy, regulátoru a vykreslení výsledného regulačního pochodu řízeného systému. Funkčnost programu byla ověřena na mnoha simulacích v programu MATLAB-Simulink. Při simulacích bylo zjištěno, že ne všechny metody aproximací dopravního zpoždění jsou vhodné pro různé systémy, a že pro kvalitní řízení hraje nezanedbatelnou roli správná volba parametru  $m$ .

**SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY**

- [1] BALÁTĚ, J. *Automatické řízení*. 1. vyd. Praha: BEN, 2003. 664 s. ISBN 80-7300-020-2.
- [2] PROKOP, R., PROKOPOVÁ, Z. *Teorie automatického řízení II pro bakalářské studium*. 1. vyd. VUT v Brně, 2000. 80 s. ISBN 80-214-1741-2
- [3] LEVINE, W.S. *The Control Handbook*. USA: IEEE Press, 1996. 1566 s. ISBN 0-8493-8570-9
- [4] KUČERA, V. *Diophantine equations in control – A survey*. Automatica, 29, 6, 1993.
- [5] PROKOP, R. *Návrh a ladění spojitéch regulátorů*. Automatizace, 45, 12, 2002.

**SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK**

$a_i, b_j$	konstantní koeficienty
$T$	dopravní zpoždění
$a(s),$ $b(s)$	prvky okruhu polynomů
$\omega$	úhlová rychlost
$u(t)$	vstupní veličina
$y(t)$	výstupní veličina
$G(s)$	přenos regulované soustavy
$G(j \omega)$	frekvenční přenos
$G_s(s)$	přenos soustavy
$G_R(s)$	přenos regulátoru

**SEZNAM OBRÁZKŮ**

Obr. 1. Schéma systému s dopravním zpožděním.....	9
Obr. 2. Schéma Smithova prediktoru.....	11
Obr. 3. Schéma regulačního obvodu 1DOF-FB.....	15
Obr. 4. Hlavní okno programu.....	18
Obr. 5. Regulační pochod pro metodu zanedbání .....	21
Obr. 6. Regulační pochod pro metodu Taylorova rozvoje čitatele.....	22
Obr. 7. Regulační pochod pro metodu Taylorova rozvoje jmenovatele.....	23
Obr. 8. Regulační pochod pro metodu Padeho aproximace.....	24
Obr. 9. Regulační pochod za použití Smithova prediktoru.....	25
Obr. 10. Porovnání přechodových charakteristik jednotlivých aproximačních metod.....	26
Obr. 11. Regulační pochod pro metodu zanedbání.....	27
Obr. 12. Regulační pochod pro metodu Taylorova rozvoje čitatele.....	28
Obr. 13. Regulační pochod pro metodu Taylorova rozvoje jmenovatele.....	29
Obr. 14. Regulační pochod pro metodu Padeho aproximace.....	30
Obr. 15. Regulační pochod za použití Smithova prediktoru.....	32
Obr. 16. Porovnání přechodových charakteristik jednotlivých aproximačních metod.....	33

## SEZNAM PŘÍLOH

- P I Program Polynomiální syntéza regulátorů pro systémy s dopravním zpožděním. Na přiloženém CD je program, který jsem vytvořil v programovém prostředí Matlab-Simulink pro potřeby této bakalářské práce a s nímž byly provedeny simulační experimenty, jejichž výsledky jsou součástí této bakalářské práce.