

Určení řízení pohybových stavů Quadrocoptery

Determining Quadrocopter Motion Control State

Bc. Milan Opluštil

Diplomová práce
2014



Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně
Fakulta aplikované informatiky

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení: **Bc. Milan Opluštil**
Osobní číslo: **A12321**
Studijní program: **N3902 Inženýrská informatika**
Studijní obor: **Bezpečnostní technologie, systémy a management**
Forma studia: **prezenční**

Téma práce: **Určení řízení pohybových stavů quadcoptery**
Téma anglicky: **Determining Quadcopter Motion Control State**

Zásady pro vypracování:

1. Nakreslete mechanické uspořádání tuhého tělesa se čtyřmi vrtulemi obecně umístěného v 3D prostoru.
2. Zavedte globální a lokální kartézské soustavy souřadnic pro určení Denavit-Hartenbergových parametrů.
3. Určete kinematické transformační matice transformací mezi jednotlivými soustavami souřadnic.
4. Určete pohybové rovnice takového objektu pomocí Lagrangeových rovnic.
5. Vytvořte simulační model řízeného pohybu quadcoptery v simulačním prostředí Dynast nebo Simulink.
6. Provedte simulační experimenty dokumentující chování tohoto objektu.
7. Navrhněte jeho princip řízení pohybu.
8. Popište a schematicky nakreslete uspořádání technické prostředky pro řízení Quadcoptery pomocí RC.

Rozsah diplomové práce:

Rozsah příloh:

Forma zpracování diplomové práce: **tištěná/elektronická**

Seznam odborné literatury:

1. **ÚŘEDNÍČEK, Z.:** Elektromechanické akční členy, Univerzita T. Bati ve Zlíně, Zlín 2009, ISBN 978-80-7318-835-1.
2. **MANN, H.:** Modelling and Simulation, DynLab, Course on Dynamics of multidisciplinary and controlled System, Computing and Information Centre Czech Technical University in Prague. 2006.
3. **MALGOZA, D., MERCEDES, E. F. D, SMITH, S., WEST, J.:** Quad-Copter- Autonomous Surveillance Robot, EEL 4914 Senior Design I Documentation, University of Central Florida 1910.
4. **DOLE, Charles E. LEWIS, James E.:** Flight theory and aerodynamics: a practical guide for operational safety. 2nd ed. New York: John Wiley, 314 s. : ISBN 04-713-7006-1.
5. **BRAMWELL, A.R.S.:** Helicopter Dynamics. John Wiley and Sons, Inc.1976.
Watkinson, John. The Art of the Helicopter. Elsevier Butterworth-Heinmann.2004.
6. **BOUABDALLAH, S., NOTH, A., SIEGWART, R.:** PID vs LQ control techniques applied to an indoor micro quadrotor. In Intelligent Robots and Systems, 2004. (IROS 2004).
7. **MAGNUSSEN, O., SKJONHAUG, E. S.:** Modeling, Design and Experimental Study for a Quadcopter System Construction, This Masters Thesis University of Agder, 2011.

Vedoucí diplomové práce:

doc. Ing. Zdeněk Úředníček, CSc.

Ústav automatizace a řídicí techniky

Datum zadání diplomové práce:

7. února 2014

Termín odevzdání diplomové práce:

27. května 2014

Ve Zlíně dne 7. února 2014

prof. Ing. Vladimír Vašek, CSc.

děkan



doc. RNDr. Vojtěch Křesálek, CSc.

ředitel ústavu

ABSTRAKT

Cílem diplomové práce je vytvoření pohybových rovnic quadrocoptery, které jsou nutné pro její řízení. Součástí práce je také nakreslení mechanického, dokonale tuhého tělesa v prostoru se čtyřmi vrtulemi. Pro ověření správnosti rovnic bylo navrženo vytvořit model v programu Dynast. Výsledky v Dynastu budou graficky interpretovány v programu SolidWorks. Práce je příprava pro vytvoření kompletních rovnic pro řízení v 3D prostoru a na jejich základě vytvořit model quadrocoptery a její z části autonomní řízení.

Klíčová slova: quadrocopter, pohybové rovnice, Dynast, SolidWorks

ABSTRACT

The aim of the thesis is to create equations of Quad-copter motion, which are necessary for its control. The work also includes mechanical drawing, ideal rigid body in space with four propellers. To verify the accuracy of the equations was designed to create a Dynast program model. The results of DYNAST shall be graphically interpreted in SolidWorks. The work is preparation for the complete control equation in 3D space creation as a basis for creating a model Quad-copter part for its autonomous control.

Keywords: quad-copter, equations of motion, Dynast, SolidWorks

Mé díky patří panu doc. RNDr. Ing. Zdeňku Úředníčkovi, CSc. za vedení a pomoc při zpracování diplomové práce

Prohlašuji, že

- beru na vědomí, že odevzdáním diplomové/bakalářské práce souhlasím se zveřejněním své práce podle zákona č. 111/1998 Sb. o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších právních předpisů, bez ohledu na výsledek obhajoby;
- beru na vědomí, že diplomová/bakalářská práce bude uložena v elektronické podobě v univerzitním informačním systému dostupná k prezenčnímu nahlédnutí, že jeden výtisk diplomové/bakalářské práce bude uložen v příruční knihovně Fakulty aplikované informatiky Univerzity Tomáše Bati ve Zlíně a jeden výtisk bude uložen u vedoucího práce;
- byl/a jsem seznámen/a s tím, že na moji diplomovou/bakalářskou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb. o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon) ve znění pozdějších právních předpisů, zejm. § 35 odst. 3;
- beru na vědomí, že podle § 60 odst. 1 autorského zákona má UTB ve Zlíně právo na uzavření licenční smlouvy o užití školního díla v rozsahu § 12 odst. 4 autorského zákona;
- beru na vědomí, že podle § 60 odst. 2 a 3 autorského zákona mohu užít své dílo – diplomovou/bakalářskou práci nebo poskytnout licenci k jejímu využití jen s předchozím písemným souhlasem Univerzity Tomáše Bati ve Zlíně, která je oprávněna v takovém případě ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které byly Univerzitou Tomáše Bati ve Zlíně na vytvoření díla vynaloženy (až do jejich skutečné výše);
- beru na vědomí, že pokud bylo k vypracování diplomové/bakalářské práce využito softwaru poskytnutého Univerzitou Tomáše Bati ve Zlíně nebo jinými subjekty pouze ke studijním a výzkumným účelům (tedy pouze k nekomerčnímu využití), nelze výsledky diplomové/bakalářské práce využít ke komerčním účelům;
- beru na vědomí, že pokud je výstupem diplomové/bakalářské práce jakýkoliv softwarový produkt, považují se za součást práce rovněž i zdrojové kódy, popř. soubory, ze kterých se projekt skládá. Neodevzdání této součásti může být důvodem k neobhájení práce.

Prohlašuji,

- že jsem na diplomové práci pracoval samostatně a použitou literaturu jsem citoval. V případě publikace výsledků budu uveden jako spoluautor.
- Že odevzdaná verze diplomové práce a verze elektronická nahraná do IS/STAG jsou totožné

Ve Zlíně

.....
podpis diplomanta

OBSAH

| | |
|--|-----------|
| ÚVOD..... | 9 |
| I TEORETICKÁ ČÁST..... | 10 |
| 1 HISTORIE A VÝVOJ..... | 11 |
| 1.1 PRINCIP LETU | 11 |
| 1.2 NEJSTARŠÍ NÁVRHY..... | 11 |
| 1.2.1 Čína | 11 |
| 1.2.2 Leonardo da Vinci..... | 12 |
| 1.3 20. A 21. STOLETÍ..... | 12 |
| 1.3.1 1907 – Breguet-Richet Gyroplane No. 1..... | 12 |
| 1.3.2 1907- Cornu helicopter | 13 |
| 1.3.3 1908 - Breguet-Richet Gyroplane No. 2 | 14 |
| 1.3.4 1920 - Oehmichen | 14 |
| 1.3.5 Vývoj během 2. světové války a po ní | 15 |
| 1.3.6 Přelom 20. a 21. století..... | 16 |
| 2 ROZDĚLENÍ MULTICOPTER..... | 17 |
| 2.1 TRICOPTER (Y3, Y4, Y6) | 17 |
| 2.2 QUADROCOPTER..... | 19 |
| 2.3 HEXACOPTER | 21 |
| 2.4 OCTOCOPTER..... | 21 |
| 3 KOMPONENTY..... | 23 |
| 3.1 RÁM | 23 |
| 3.2 MOTORY | 24 |
| 3.3 REGULÁTOR MOTORU..... | 26 |
| 3.4 VRTULE..... | 27 |
| 3.5 AKUMULÁTOR..... | 28 |
| 3.6 ŘÍDÍCÍ DESKA – VNITŘNÍ SENZORIKA | 30 |
| 4 PRÁVNÍ NÁLEŽITOSTI..... | 32 |
| 4.1 DOPLNĚK X..... | 32 |
| 4.2 VŠEOBECNÉ OPRÁVNĚNÍ Č. VO-R/12/09.2010-12..... | 33 |
| 5 VYUŽITÍ..... | 34 |
| 5.1 POLICIE | 34 |
| 5.2 IZS A HZS | 35 |
| II PRAKTICKÁ ČÁST | 36 |
| 6 POHYBOVÉ ROVNICE PRO QUADROKOPTÉRU V ROVINĚ | 37 |
| 6.1 GLOBÁLNÍ A LOKÁLNÍ KARTÉZSKÉ SOUSTAVY SOUŘADNIC | 37 |
| 6.1.1 Kinetická energie prvního propelleru..... | 37 |
| 6.1.2 Kinetická energie druhého propelleru | 41 |
| 6.1.3 Kinetická energie třetího propelleru..... | 44 |
| 6.1.4 Kinetická energie čtvrtého propelleru | 47 |
| 6.1.5 Kinetická energie těla Quadrocoptery..... | 47 |

| | | |
|----------|--|-----------|
| 6.2 | LAGRANGEOVA FUNKCE..... | 48 |
| 6.3 | MODEL QUADROCOPTERY V DYNASTU | 50 |
| 6.3.1 | Rotace Quadrocoptery v rovině..... | 51 |
| 7 | NÁVRH RC SESTAVY | 53 |
| | ZÁVĚR | 55 |
| | ZÁVĚR V ANGLIČTINĚ..... | 58 |
| | SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK..... | 64 |
| | SEZNAM OBRÁZKŮ | 65 |
| | SEZNAM TABULEK..... | 67 |
| | SEZNAM PŘÍLOH..... | 69 |

ÚVOD

Diplomová práce má za cíl vytvořit pohybové rovnice quadcoptery při jejím pohybu v rovině (vznášení se spinem). Celá diplomová práce je koncipována jako příprava pro budoucí disertační práci. V teoretické práci je provedena literární rešerše historie, rozdělení copter, používané komponenty a také právní náležitosti.

První bod teoretické práce se zabývá historií a vývojem copter. Z dané literární rešerše vyplývá, že ačkoliv princip létání vrtulníků a od nich odvozených copter je znám už několik tisíc let, tak let coptery lidstvo zvládlo technologicky, konstrukčně a z hlediska jejich pohonu až v posledním století a v případě bezpilotních prostředků až v posledních desítkách let. Přesto se však jedná o velice rozšířenou kategorii, protože se jedná o multioborovou kategorii, kde své uplatnění najdou lidé z oborů konstrukce, teorie letu, robotiky, programování, vnitřní a vnější senzorky a další.

Další bod teoretické části se týká rozdělení copter podle počtu motorů a jejich uspořádání. V práci jsou jednotlivé konstrukce rozděleny podle počtu rotorů a jejich uspořádání a také je zde uvedeno, pro jakou kategorii činností se nejvíce využívají.

Dalším důležitým bodem je rozbor všech součástí, které jsou nutné pro konstrukci a provoz copter a to jak z pohledu konstrukce, tak také z hlediska vnitřního senzorického systému.

Posledními body v teoretické části se týká právních náležitostí, které se týkají provozu a využití copter na území ČR.

Praktická část se skládá z výpočtové části, ve které jsou provedeny nutné výpočty pohybových rovnic těla quadcoptery a jednotlivých vrtulí při vznášení v konstantní výšce a spinu (yaw) okolo osy těla.

Druhá část se týká vytvoření modelu quadcoptery v programu Dynast a následného grafického zobrazení pohybu quadcoptery a rychlost otáčení jednotlivých vrtulí. Využitím grafického zobrazení je pak následně zobrazen pohyb v programu SolidWorks.

Posledním bodem praktické části diplomové práce je návrh RC sestavy řízení quadcoptery a schéma takového řízení.

I. TEORETICKÁ ČÁST

1 HISTORIE A VÝVOJ

Quadrocoptera patří svou konstrukcí mezi multicoptery. Multicoptery mají téměř totožnou konstrukci i způsob letu jako klasické helikoptéry s tím rozdílem, že místo jednoho nosného a jednoho vyrovnávacího rotoru, multicoptery využívají, podle konstrukce, nejčastěji 3 – 8 nosných rotorů bez vyrovnávacího rotoru.

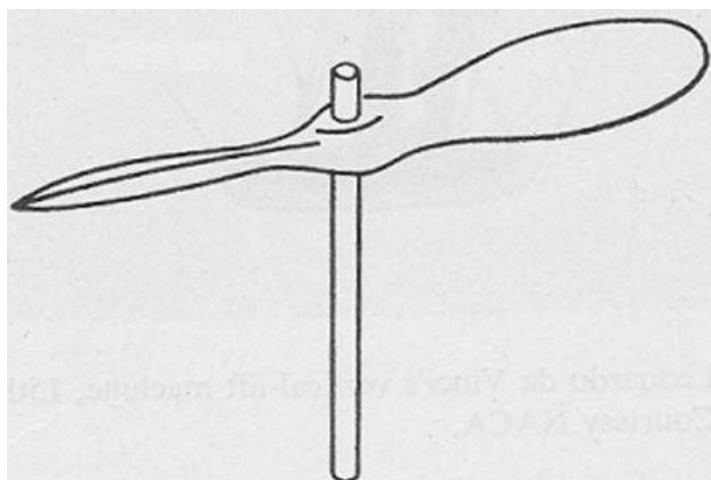
1.1 Princip letu

Princip letu vrtulníků a copter je velmi jednoduchý. Rotor, který má profil křídla, je na hřídeli roztočena na dostatečnou rychlost, aby byla schopná vyvinout dostatečný vztlak pro vzlet. Pro zamezení vzniku nebo řízení rotace kolem osy bývá u vrtulníků umístěn zadní vyrovnávací rotor a u multicopter je to zajištěno nulovým nebo nenulovým součtem momentů všech rotorů. [5]

1.2 Nejstarší návrhy

1.2.1 Čína

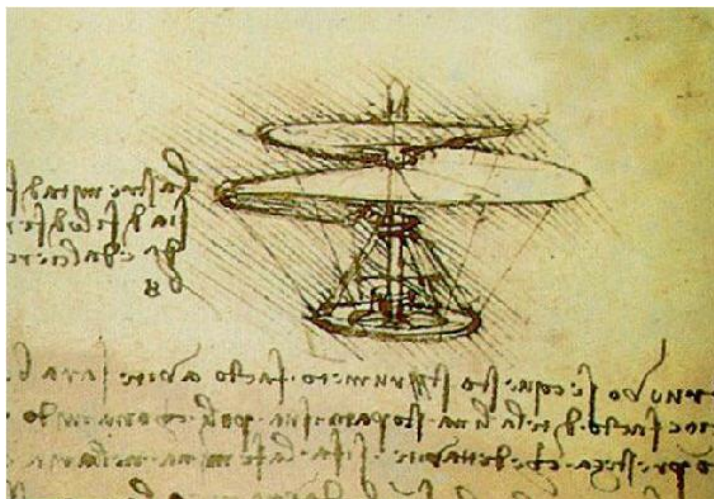
První zmínky a hmatatelné důkazy o „vrtulnicích“ pochází z Číny v době 400 př. n. l. Byly zde objeveny bambusové hračky –taketomba, primitivní konstrukce. K rotoru v její ose byla připevněna hřídel. V dlaních byla hřídeli s rotorem udělena rotace rotoru. Tento princip umožňoval rotoru dodat dostatečný vztlak k několikasekundovému letu. O 800 let později byl v Číně popsán i obecný princip vrtulníku.



Obrázek 1: Vrtulník – taketombo z bambusu [20]

1.2.2 Leonardo da Vinci

První návrh helikoptéry pochází z 15 stol. od Leonarda da Vinci. Přestože da Vinci věřil, že je jeho stroj, sestrojen ze dřeva, rákosu, látky a drátů, schopen létat nikdy k žádnému pokusu nedošlo.



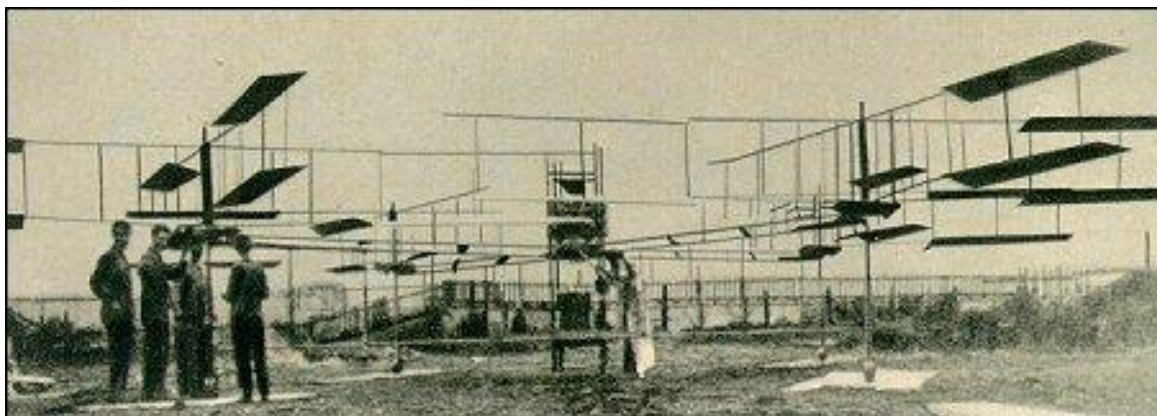
Obrázek 2: Helicoptéra Leonarda da Vinciho [21]

1.3 20. a 21. Století

Na začátku 20 století došlo k rozmachu aviatiky a krom letadel a vrtulníků došlo také i na multikoptéry.

1.3.1 1907 – Breguet-Richet Gyroplane No. 1

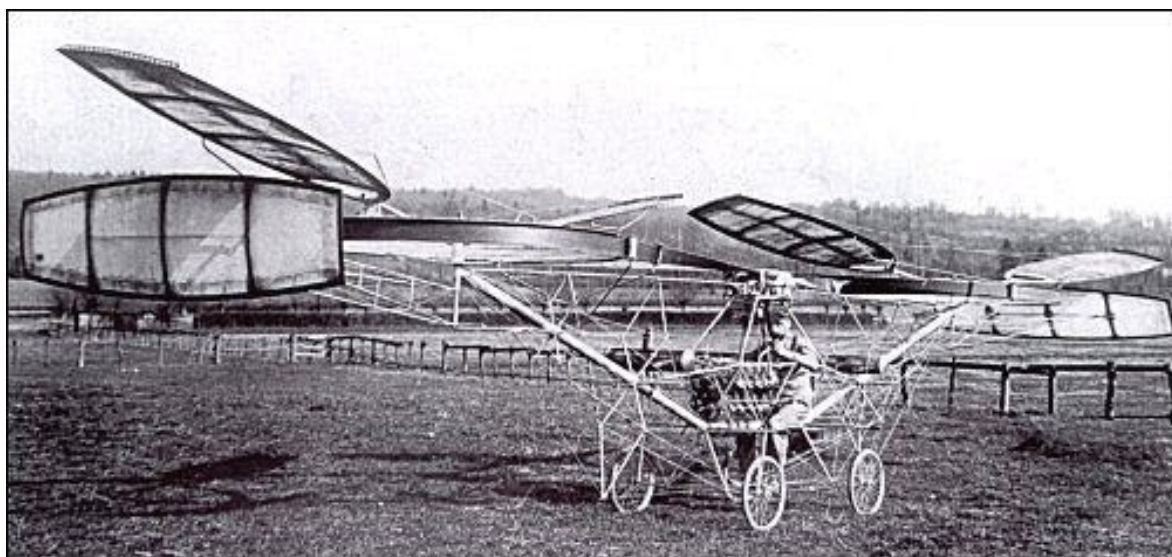
První quadrokoptera, která byla schopná letu i s člověkem, sestrojená Francouzi Luisem a Jaquesem Breguetem a profesorem Charlesem Richetem. Jednalo se o jednoduchou konstrukci se čtyřmi dvojplošниковými vrtulemi, nebo spíše rotujícími dvojíťými křídly, poháněným spalovacím motorem. Dne 24. srpna 1907 (podle jiných zdrojů 19. Zář) došlo k prvnímu vletu. Quadrokoptera se vznesla do výšky asi 60 cm a protože ji nebylo možné jakkoli ovládat, byla držena čtyřmi muži, proto tento pokus nebyl uznán, jako první vzlet, i když muži, kteří ji stabilizovali, nijak nepomáhali vzletu. [13]



Obrázek 3: Breguet-Richet Gyroplane No. 1[9]

1.3.2 1907- Cornu helicopter

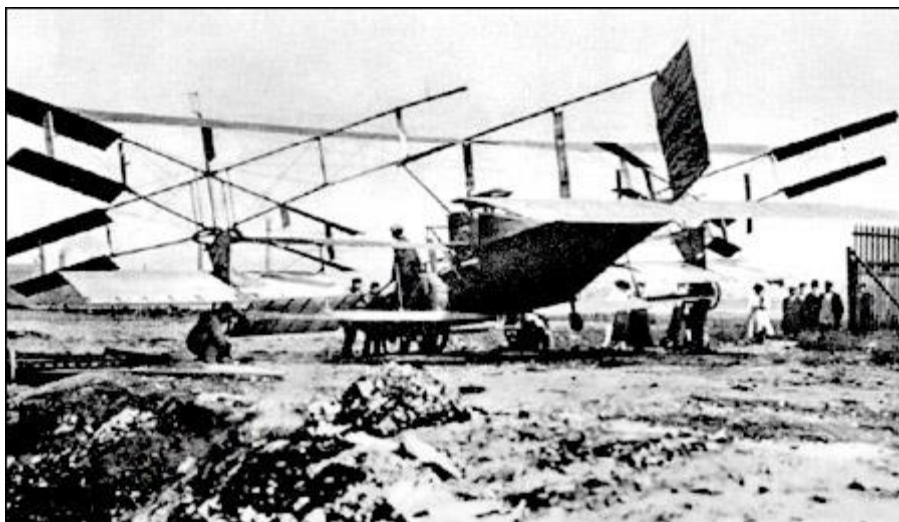
Dne 13. Listopadu roku 1907 došlo k prvnímu opravdovému letu vrtulníku s člověkem na palubě. Jednalo se o vrtulník vyrobený jiným Francouzem, Paulem Cornuem. Jednalo se o vrtulník s dvěma protiběžnými vrtulemi v tandemu, mezi nimiž byl upevněn malý a lehký motor o výkonu 24 koňských sil a seděl zde i pilot. Vpředu a vzadu se také nacházeli plochy, které měli pomoci při manévrování. I přes nesporný úspěch prvního volného letu vrtulníku byl s konstrukcí Paul Cornu nespokojený, protože se nebyl schopný dostat do vzduchu na déle než 20s a výše než 2 metry a spíše než o let se jednalo o krátké kolébání nad zemí. [13]



Obrázek 4: Cornu helikoptér [9]

1.3.3 1908 - Breguet-Richet Gyroplane No. 2

Po nezdaru s konstrukcí Breguet-Richet Gyroplane No. 1 se bratři Breguetové s profesorem Richetem navrhli a sestrojili verzi novou. Protože u jejich první verze nebylo možné ovládání pilotem, vytvořili konstrukci, která byla kombinací letadla a vrtulníku. Do konstrukce dvouplošníku navrhli a sestrojili dvojici vrtulí, na každém straně křídla jednu, pod úhlem 40° směrem dopředu. Tím byla zajištěna síla pro vztlak letadla i pro jeho pohon dopředu. V roce 1908 s ním provedli několik úspěšných letů. Bohužel byl po jednom tvrdém přistání poškozen. Po rekonstrukci byl proveden ještě jeden let, ale poté byl letoun-vrtulník zničen při hurikánu. V důsledku absence jakéhokoliv motoru s dostatečným poměrem výkon/hmotnost, bratři Breguetové s profesorem Richetem upustili od dalších pokusů s vrtulníky a až do roku 1930, kdy se k vrtulníkům vrátili, vyvíjeli letadla. [13]

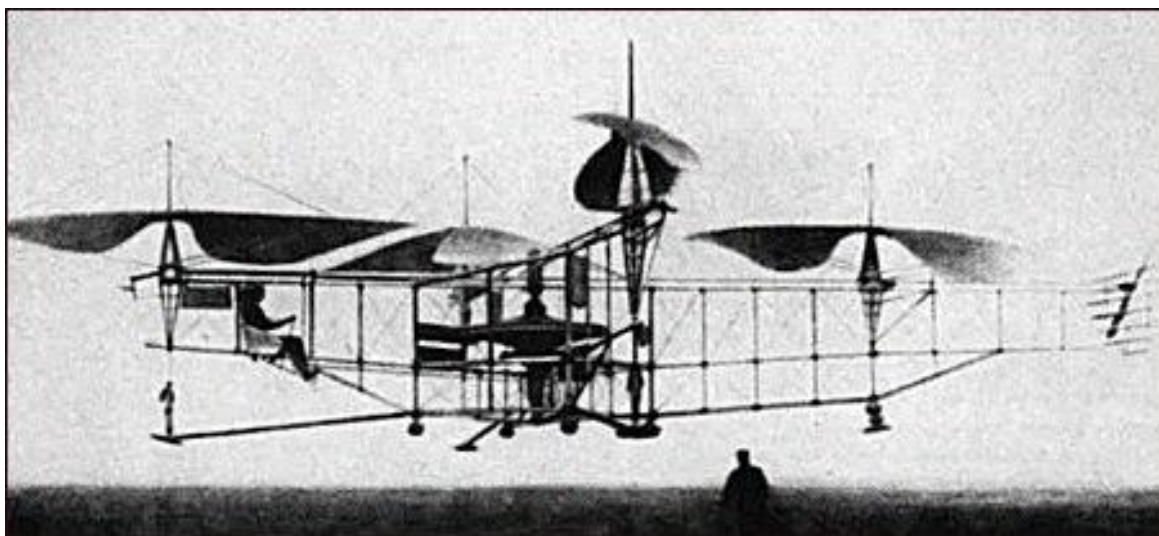


Obrázek 5: Breguet-Richet Groplane No. 2 [9]

1.3.4 1920 - Oehmichen

Etienne Oehmichen byl mladý konstruktér u automobilky Peugeot. Roku 1920 se začal zabývat vrtulníky. První jeho verze vycházela z konceptu Paula Cornua. Pro nedostatek vzlaku pro let byl ale nucen konstrukci doplnit o balón pro zvýšení vztlakové síly a stability. Roku 1922 sestrojil novou konstrukci s výkonnějšími motory, s kterou se poprvé vznesl 11. 11. 1922. Nová konstrukce byla ve tvaru quadcoptery a doplněna o 8 menších vyrovnávacích a ovládacích vrtulí, vše bylo poháněno jedním motorem o výkonu 120 koňských sil. Na svou dobu se jednalo o velmi stabilní quadcopteru a během více než 1000 zkušebních letů se dokázal vznášet ve vzduchu po dobu 4 minut. V roce 1924 založil

první rekord, v kategorii vrtulníků, vedenou organizací FAI, kdy uletěl vzdálenost 360m. O tři dny později byl rekord navýšen na hodnotu 535 metrů. Dne 4. Května stanovil nový rekord v délce jednoho letu na hodnotu 14 minut, kdy překonal vzdálenost více než jednoho kilometru a stanovil rekord v rychlosti obletu 1 km dlouhé báze na čas 7 minut a 40 sekund. I přes tyto velké úspěchy byl Oemichen nespokojen s výškou, kterou byly jeho stroje schopné dosahovat a proto se začal věnovat novému konceptu, jeden hlavní rotor s dvěma menšími vyrovnávacími rotory. [13]



Obrázek 6: Oehmichen [9]

1.3.5 Vývoj během 2. světové války a po ní

Během 2. světové války došlo k rozmachu v celém spektru techniky. Mezi stroji, které prošli vývojem, byli helikoptéry, a coptery se začali odsunovat do pozadí. Hlavními důvody byly spolehlivost a technická náročnost. Na copteře bylo zapotřebí mnohem více rozvodů od centrálního motoru k jednotlivým rotorům a také rozvodů řízení.

Po druhé světové válce proběhlo několik projektů s quadrocoptery, ale žádný se nedostal do nasazení. Mezi takovéto projekty patří například Curtiss-Wright VZ-7.

V druhé polovině 2. Století se objevily stroje nazývané jako VTOL nebo STOL, a jednalo se o kombinaci coptery a letadla. Mezi nejznámější takové stroje patří například Harrier, Yak-38 nebo V-22 Osprey. [10][11]

1.3.6 Přelom 20. a 21. století

V posledních letech došlo k rychlému rozvoji elektroniky a došlo tak k opětovnému vývoji copter. Tentokrát se však jedná o malé modely nebo bezpilotní prostředky s hmotnostmi v řádech jednotek kilogramů.

Coptery se staly populární zejména na univerzitách, v geodézii a bezpečnostním průzkumu.

Na univerzitách jsou využívány díky své interdisciplinaritě, modularitě a malým pořizovacím nákladům. Mezi hlavní oblasti vývoje patří teorie řízení, navigace, autonomní let a robotika. Mezi další disciplíny, které se uplatňují u vývoje copter jsou konstrukce, elektrické pohony, vývoj rotorů, řízení pohybu a další.

V geodézii se coptery uplatňují zejména ve fotografování zemského povrchu. Bez použití copter by museli využívat služeb letadel a cena provozu nebo pronájmu těchto zařízení je nesrovnatelná.

V bezpečnostním průzkumu se uplatňují u armády a policie. Coptery jsou schopné sledovat stojící i pomalu se pohybující cíle v téměř libovolném prostředí a zasílat fotografie nebo video do pozemní stanice. [12]

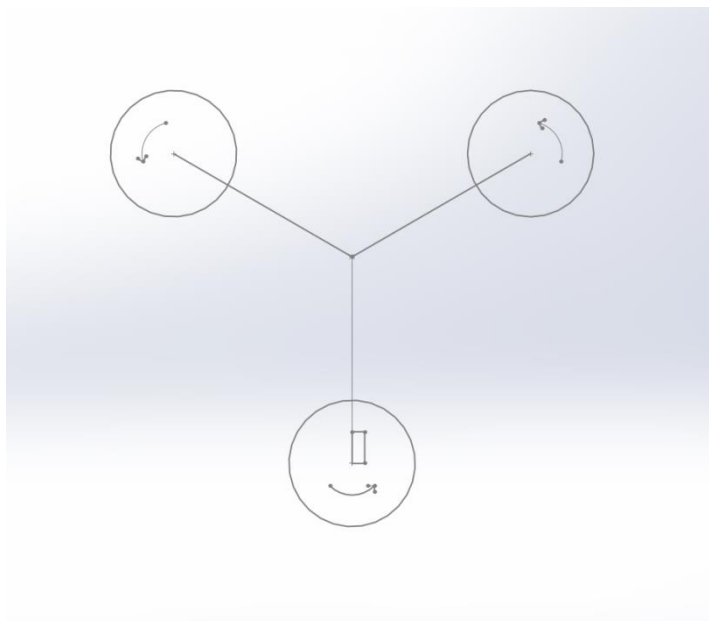
2 ROZDĚLENÍ MULTICOPTER

Během rozvoje multikopter došlo k rozdělení a následnému využívání několika konstrukcí. Tyto modely se liší zejména uspořádáním motorů a jejím počtem. Jednotlivé modely mají své výhody a nevýhody. Tyto nevýhody mohou být odstraňovány případnou kombinací jednotlivých konstrukcí.

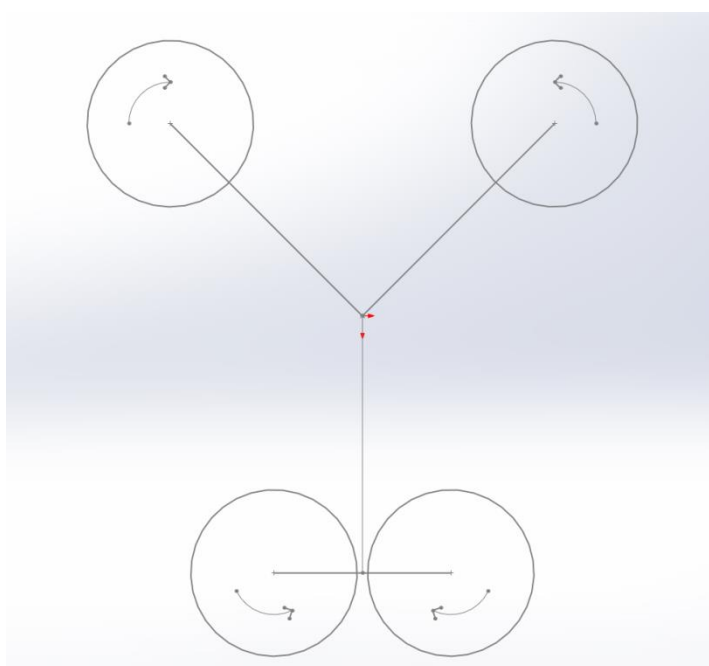
2.1 Tricopter (Y3, Y4, Y6)

Jedná se o konstrukci tři-rotorového copteru, který se svou konstrukcí a letem liší od ostatních. Protože u tricopteru by nebylo možné, nebo by bylo jen velmi obtížné, dosáhnout rovnováhy mezi tahem a momentem setrvačnosti, mají všechny vrtule stejný směr rotace a jejich moment setrvačnosti bývá eliminován umístěním systémem příčného klopení zadního rotoru. Jedná se o hlavní nevýhodu této konstrukce a i proto je často opomíjena při využívání. Výhoda této konstrukce spočívá v již zmíněném systému klopení zadního rotoru a jedná se tak o nejobratnější copter.

Systém klopení je možné eliminovat také zvýšením počtu rotorů. V případě zvýšení o jeden na 4(Y4), je rotor umístěn v ose zadního rotoru s opačným směrem rotace a taktéž motory v předních ramenech mají rozdílný směr rotace. V případě zvýšení počtu rotorů na 6 (Y6), jsou na každém rameni umístěny dva rotory s opačným směrem rotace. Výhodou těchto konstrukcí je eliminace potřeby klopení zadního rotoru, zvýšení užitečného zatížení bez potřeby zvýšení počtu ramen a zachování kompaktnosti oproti konstrukcím quadcoptery a hexacoptery. Nevýhodou je obtížný návrh rotorů a jejich rychlost otáčení a to z důvodu, že spodní rotor pracuje již ve zrychleném proudu vzduchu vrchním rotorem. Nevhodným návrhem tak vzniká riziko, že výhody kompaktnosti a vyšší nosnosti oproti hexacoptere, při využití totožných komponent, budou sníženou účinností spodního rotoru snižovány.



Obrázek 7: Tricopter s vyrovnávacím systémem

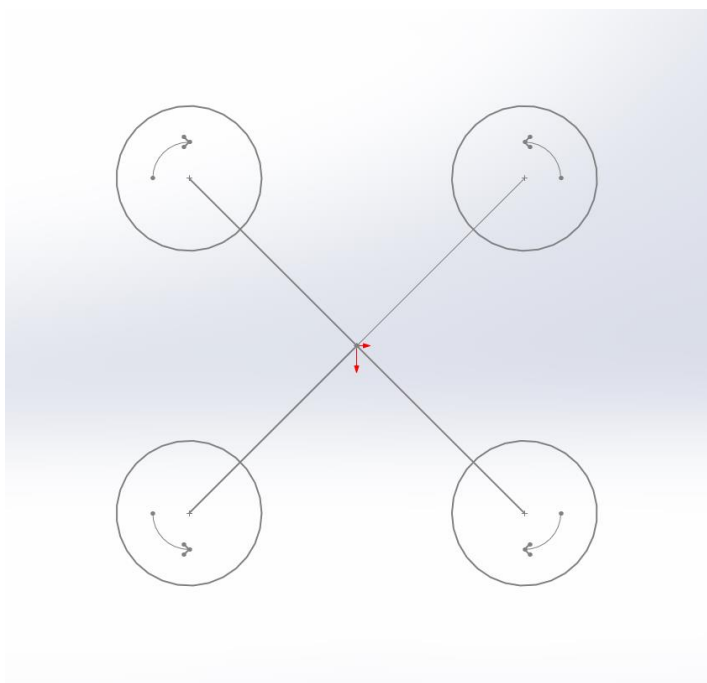


Obrázek 8: Kombinace tri- a quadro- cotperu, zadní rotory mohou být umístěny i nad sebou

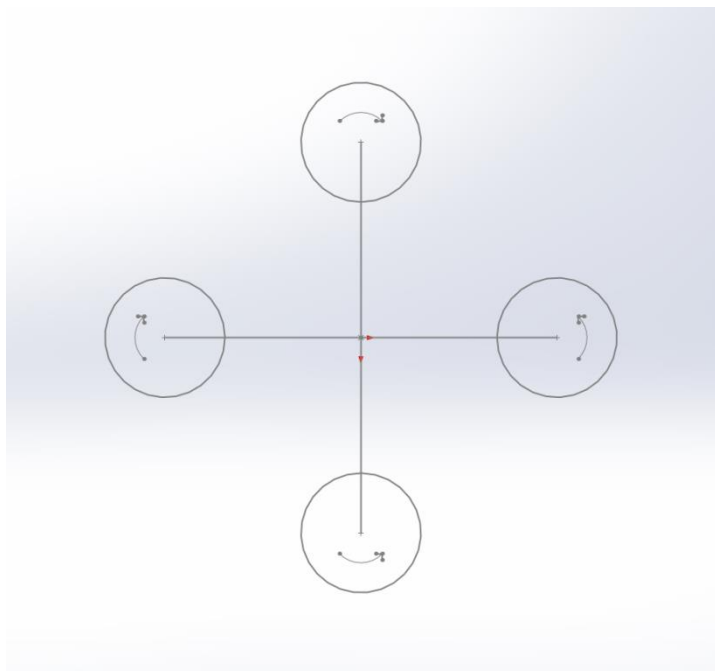
2.2 Quadcopter

Nejpoužívanější konstrukce copter. Snadná konstrukce s nízkou cenou a snadným návrhem řídicího systému, dává konstrukci široké uplatnění a to zejména v oblasti vývoje hardwaru nebo softwaru a je také velmi oblíbená mezi modeláři nebo amatérskými fotografy. Konstrukce umožňuje uspořádání řízení do tvaru X, +, nebo H, popřípadě různých kombinací, konstrukce „Deadcat“, jako kombinace konstrukcí X a H, nebo „Bat“ jako kombinace konstrukcí X a tricoptery. Z důvodu návrhu řídicího software jsou nejčastěji využívány konstrukce X, „Deadcat“ a H.

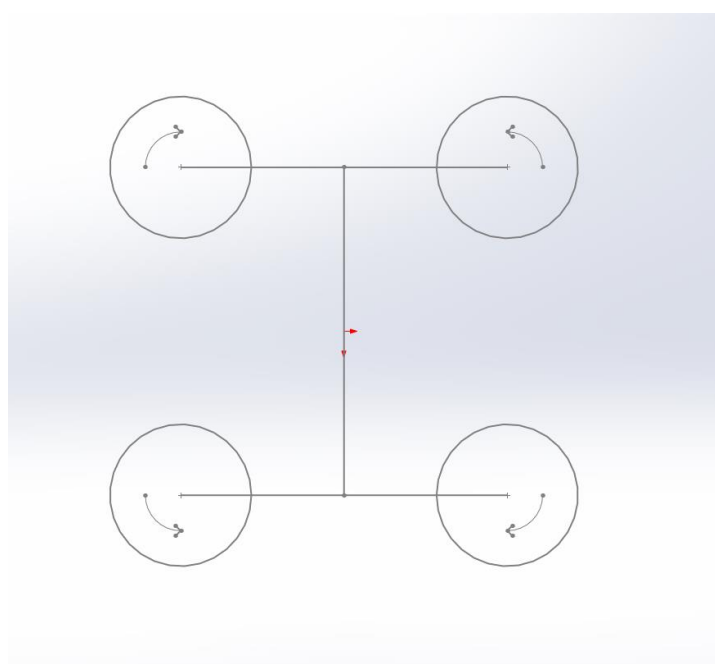
Oproti konstrukci tricoptery odpadá nutnost mechanismu klopení jednoho z rotorů a všechny pohyby jsou možné ovládat řízením otáček jednotlivých rotorů. Oproti hexa- a okto-koptérám však stále postrádá redundantní motory, a v případě výpadku jednoho motoru dochází k havárii quadcoptery. V případě potřeby je možné zvýšit počet rotorů a na každé rameno umístit dva rotory a zvýšit nosnost a redundanci. V případě nevhodného návrhu však očekávaná nosnost nemusí být dosažena a to z důvodu rozdílného pracovního režimu horních a dolních rotorů, protože na rozdíl od horního rotoru rotor dolní pracuje v proudu vzduchu zrychleném horním rotorem a jeho účinnost bývá zpravidla daleko nižší.



Obrázek 9: Quadcopter varianta X



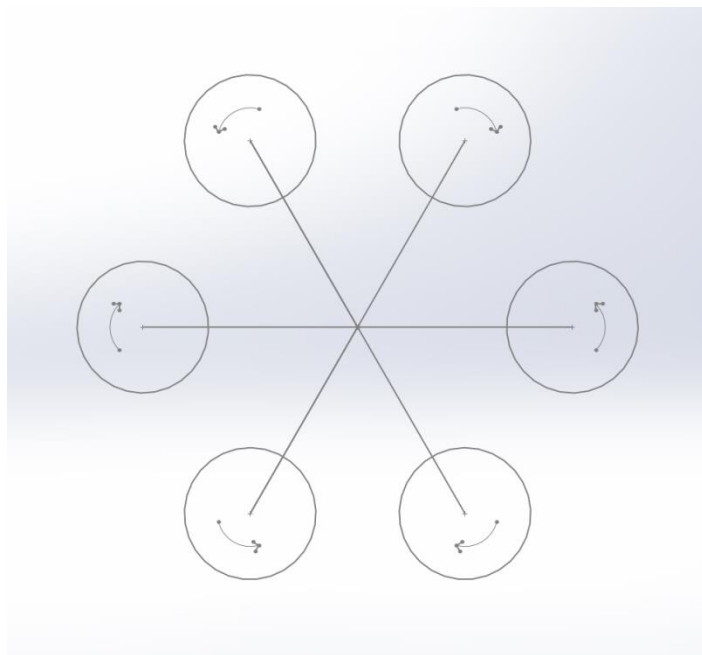
Obrázek 10: Quadrocotper varianta +



Obrázek 11: Quadrocopter varianta H

2.3 Hexacopter

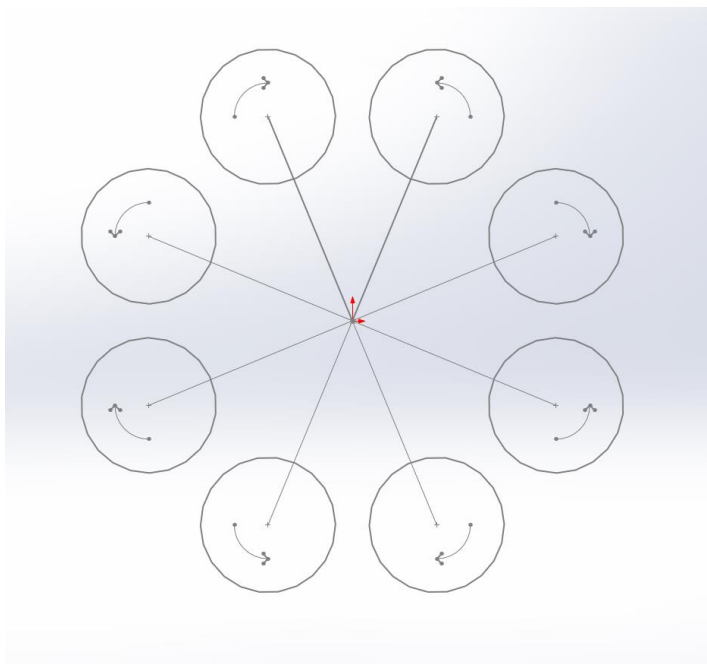
Šesti-rotorová konstrukce coptery, motory jsou umístěny ve vrcholech pravidelného šestiúhelníku. Stejně jako u quadrocoptery platí pravidlo, že polovina rotorů musí být pravotočivých a polovina levotočivých, pro zachování nulového momentu setrvačnosti v klidu. Výhodou je vyšší nosnost a redundance motorů, které i v případě závady umožňují v letu pokračovat a bezpečně přistát.



Obrázek 12: Hexacopter

2.4 Octocopter

Osmi-rotorová konstrukce coptery, motory jsou umístěny ve vrcholech pravidelného osmiúhelníku. Stejně jako u quadrocoptery platí pravidlo, že polovina rotorů musí být pravotočivých a polovina levotočivých, pro zachování nulového momentu setrvačnosti v režimu vznášení se na jednom bodě. Využívá se zejména v nasazení při profesionálním natáčení nebo fotografování nebo jiném nasazení. Výhodou je vysoká nosnost, délka letu a redundance motorů, které umožňují i při výpadku několika motorů pokračovat v letu a bezpečně přistát. Nevýhodou je vyšší pořizovací cena a nižší skladnost oproti jiným copterům. Při využití rotorů s průměrem 15 palců je vzdálenost os protilehlých motorů octocoptery dvojnásobná oproti vzdálenosti os protilehlých motorů u quadrocoptery.



Obrázek 13: Octocopter

3 KOMPONENTY

Konstrukce copter se skládá z několika základních částí, které by měli být navrhovány jako celek. Při návrhu konstrukce je základním stavebním prvkem účel, pro který je copter skládán a od něj se odvíjí následně celý výběr a návrh dalších komponent.

3.1 Rám

Základní součást coptery. Na rám se umísťují všechny řídicí prvky a zdroj energie a na ramenech jsou umístěny motory s vrtulemi. Rám nám také udává o jakou konstrukci coptery se jedná a kolik bude k dispozici rotorů. Rám patří mezi pasivní prvky copter a na rozdíl od aktivních prvků nemá žádný kladný vliv na délku letu. Z tohoto důvodu se využívají takové materiály, aby při zachování dostatečné pevnosti rámu byl rám stále co nejlehčí. Proto se využívají materiály jako uhlík, hliník a v menší míře letecký dural, plast a balza se smrkovým dřevem.

V případě využití pro rekreační nebo výzkumné a vývojové účely se využívá konstrukce quadcopter, pro svoji jednoduchost a finanční nenáročnost oproti vyšším řadám copter.

Při využití pro profesionální nasazení se využívá konstrukcí hexa- a okto-copter, které mají zejména vyšší nosnost, délku letu a bezpečnost provozu.



Obrázek 14: Rám TBS Discovery propagovaný firmou black-sheep.com, využíván zejména pro amatérské FPV lety [22]



Obrázek 15: Složený rám DJI S1000, rám se využívá pro nošení kamer a zrcadlovek pro profesionální natáčení a focení [23]

3.2 Motory

V motorizaci copter se využívá dvou motorů. V počátcích vývoje a levných aplikacích se využívají jednoduché stejnosměrné komutátorové motory. Jedná se o levné motory s jednoduchým ovládáním. Hlavními výhodami je snadné řízení, a to změnou budícího napětí na rotoru a lineární charakteristika závislosti otáček na velikosti budícího napětí na rotoru. Nevýhodou je složitější konstrukce a komutátor, u kterého je nutná údržba kluzných kontaktů.

Nynější aplikace využívají BLDC motory, motory s elektronickým komutátorem. Jedná se o synchronní motory s permanentním magnetem na rotoru, které jsou řízeny třemi proudy statoru vytvářenými ze stejnosměrné sítě. Je poháněn stejnosměrným elektrickým zdrojem. Výhodou je jednoduchá konstrukce, velmi vysoká účinnost, i přes 90%, a velmi vysoký výkon.

Motor se skládá ze statoru, tvořen cívkami, které jsou buzeny řídicí jednotkou a rotoru, na kterém se nacházejí permanentní magnety. BLDC motory mohou být dvojí konstrukce označované jako inrunner a outrunner.

Výkon těchto motorů je omezen pouze kvalitou použitých materiálů a od toho se odvíjející maximální otáčky a maximální teplotou, kterou motor snese. Nevýhodou je složitější řízení výkonové části napájení, na stranu druhou ho lze řídit daleko přesněji.

Inrunner je motor, kde rotor je umístěn uvnitř a plášť je stator. V této konfiguraci mají motory vysoké kV (otáček za vteřinu na Volt bez zatížení) a nižší točivý moment.

Využívají se zejména tam, kde je k dispozici nízké napětí a je potřeba vysokých otáček bez výrazného zatížení oproti stavu bez zatížení. Popřípadě bývají kombinovány s převodovkami.



Obrázek 16: Konstrukce inrunner BLDC motoru [24]

U motoru typu outrunner je to obráceně a plášť motoru je rotor a jádro je stator. Motory mají nižší kV ale vyšší točivý moment. Využívají se v konstrukcích, kde máme k dispozici vyšší napájecí napětí nebo je potřeba nízkého provozního proudu, a není potřeba dosahovat vysokých otáček. Nevýhodou je samotná konstrukce, kdy rotující část je volně dostupná.



Obrázek 17: Konstrukce outrunner BLDC motoru [25]

Hlavními parametry, které se u motorů udávají je maximální povolené napětí, maximální trvalý a špičkový proud a kV. Toto napětí se pohybuje v rozmezí 3,7 – 51,8V. Hodnota trvalého proudu se s velikostí motorů pohybuje v rozmezí desetin ampér až po 500 ampér. U špičkových proudů se jedná o nárůst proudu o 25-50% po dobu 10 sekund. V některých případech lze však inrunner motory zatížit i na několikanásobkem trvalého proudu po krátkou dobu bez rizika poškození motoru. Kv udává počet otáček za minutu

U copter se tak využívají outrunner motory s velmi nízkým kv a vyšším napájecím napětím, nejčastěji hodnota 22,2V. Proud se pohybuje kolem 10A.



Obrázek 18: Motor Turnigy Multistar 4114, svými parametry je určen přímo pro použití v copterách [26]

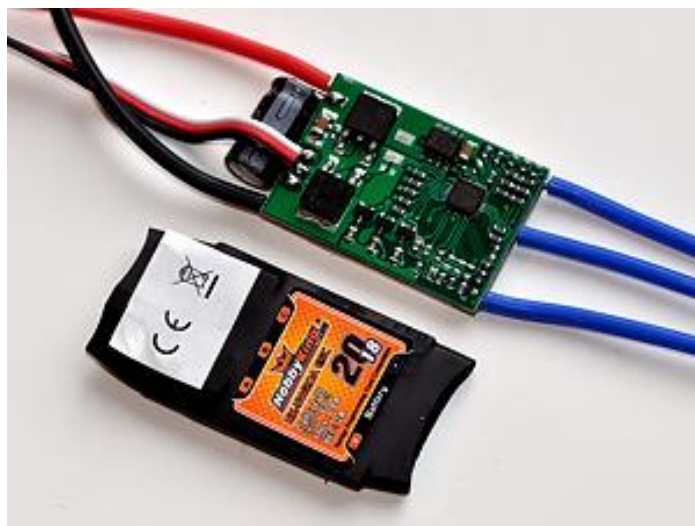
3.3 Regulátor motoru

Jde o elektronický prvek, který v sobě zahrnuje výkonovou i řídicí elektroniku.

Výkonová část zajišťuje provedení přijímaných signálů na pohyb motoru.

Řídicí jednotka zajišťuje příjem řídicího signálu PWM a na jeho základě dochází k řízení motoru. Pro účely copter a jiného využití je v regulátoru také obvod BEC, který slouží k napájení palubní elektroniky napětím 5V. Řídicí část je také schopna sama zjistit počet článků Li-Pol baterií a hlídat jejich napětí. Při poklesu napětí pod danou mez může dojít ke snížení výkonu nebo jiné ochraně baterií.

Nejdůležitějšími údaji u regulátorů je napětí, udávané zejména počtem článků Li-Pol. Toto napětí se udává v rozmezí 3,7-51,8V, tedy 1-14 článků Li-Pol. Druhým údajem je maximální trvalý a špičkový proud. Zde se hodnoty pohybují v mezi 3-250 A v případě špičkových proudů je to nárůst o 25-50% po dobu 10 sekund.



Obrázek 19: Pohled na elektroniku regulátoru [27]

3.4 Vrtule

Vrtule je technologické zařízení, které převádí rotační mechanickou energii motoru na tah nebo tah, respektive energii proudění vzduchu, na energii mechanickou. Během rotace vrtule dochází vlivem profilu vrtule a jejího úhlu náběhu ke vzniku podtlaku na horní straně vrtule a vzniku tlaku na spodní straně. Protože se každá část listu vrtule pohybuje stejnou úhlovou rychlostí, tak s rostoucí vzdáleností od středu dochází ke zvyšování obvodové rychlosti a vrtule musí být konstruovaná tak, aby vztlak na každé části listu vrtule byl konstantní. Vrtule se dělí pro několik skupin podle toho, zda je vrtule stavitelná nebo pevná. Stavitelné vrtule mají možnost, podle rychlosti letu, měnit úhel náběhu a vrtule tak může pracovat v optimálním režimu v širokém spektru rychlostí. Oproti tomu pevné vrtule nemají možnost měnit úhel náběhu a optimální otáčky pro účinný chod vrtule jsou ve velmi úzkém spektru.

Vrtule používané pro pohon copter a modelů jsou z důvodu zachování minimální hmotnosti s pevným úhlem náběhu a z lehkých materiálů, plastu, uhlíkových vláken nebo dřeva.

Coptery, na rozdíl od letadel, využívají vrtule jak ke generování tahu tak také ke generování vztlaku pro let. Vrtule copter tak fungují ve statickém režimu tahu, tedy nepohybují se vzduchem rychlostí, kterou generují. Proto je důležité, aby vrtule pracovali v režimu, kdy bude velká část vztlakové síly generována profilem křídla a ne pouze vztlak generován náběhem křídla.

Při výběru je nutné vycházet z parametrů motoru a našich požadavků. Pro konstrukci stabilních copter je nutné používat vrtule s maximálním průměrem a s malým stoupáním. Parametr stoupání vrtule udává, o jakou maximální vzdálenost se vrtule posune po jedné otáčce.

Při výběru vrtule je nutné také sledovat kvalitu použitých materiálů. Při výběru vrtule ze špatného materiálu dochází při změně zatížení k deformaci geometrie vrtule a dochází ke zvyšování ztrát, které se následně promítají do maximálního času letu.



Obrázek 20: Carbonová vrtule s rozměry 15 x 5 palců, konstrukčně uzpůsobená pro použití na copterách [28]

3.5 Akumulátor

Zařízení pro opakované ukládání elektrické energie pro palubní elektroniku i motory. Dnes je známo více než 10 druhů akumulátorů. Po využití pro coptery je nutné využít baterie s maximální možnou kapacitou a vysokými vybíjecími proudy.

Nejčastěji jsou využívány baterie typu Li-Polymer v menší míře baterie typu LiFePO4 a Li-Ion.

Výhodou Li-Polymerových baterií je vysoká kapacita při zachování nízké hmotnosti a vysoké trvalé a špičkové proudy, které jsou baterie schopné dodat a kterými je možné baterie nabíjet.

Jeden článek Li-Polymerových baterií má nominální hodnotu napětí na 3,7V, ale tato hodnota je v rozmezí 4,2V pro plně nabitou baterii a 3,2-3,5V pro baterii vybitou na bezpečnou mez.

Každá baterie se tak skládá z několika článků seřazených paralelně pro získání vyššího napětí. Počet takto seřazených článků se pohybuje v rozmezí 1 – 12.

Elektrický náboj, který je baterie schopná uchovávat se udává v hodnotách mAh, tedy množství proudu, kterou je baterie schopná dodávat při daném napětí po jednu hodinu. Jednotlivé články dosahují, při daném nominálním napětí, náboje od 100mAh do 10 000mAh. Pro bezpečné užívání baterií je však nutné těchto kapacit nevyužívat a vybijet pouze ze 75 -80% nominální hodnoty.

Dalším parametrem baterie jsou maximální proudy, které je baterie schopná dodávat. Tyto proudy jsou udávány v násobcích náboje, a dosahují hodnot až 70 násobek pro trvalý a až 130 násobek pro proud v délce trvání 5 až 10 sekund. Je tak možné z baterie o kapacitě 5 000 mAh brát po krátkou dobu proud o velikosti až 650A.

Dalším důležitým faktorem je maximální nabíjecí proud. Ten se podobně jako vybíjecí proud udává v násobcích náboje baterie, a v dnešní době je možné baterie nabíjet baterie 5 násobkem této hodnoty.

Nevýhodou těchto baterií je náročnější údržba, nutnost využívat baterie dle jejich specifikací a vlastnit mikroprocesorem řízenou nabíječku, pro jejich nabíjení. Při nesprávném používání, přetěžování, vybíjením hluboko pod bezpečnou mez, a nevhodným nabíjením se baterie stávají velice nebezpečnými a může kdykoliv dojít ke vzplanutí nebo i výbuchu baterie.



Obrázek 21: Li-Polymerová baterie Turnigy Nanotech, nominální napětí 22,2V s kapacitou 5000 mAh s vybíjecími proudy 325A (650A do 5s) [29]

3.6 Řídící deska – vnitřní senzorika

Řídící jednotka je mozkiem celé coptery a bez ní by ji nebylo možné řídit. Řídící jednotka přijímá signály od pilota (nebo v případě autonomního chování, z řídicího systému), například přes RC soustavu a daný pohyb provede. K tomuto účelu tak potřebuje znát své umístění v prostoru v průběhu času a na základě porovnávání řídicích signálů a signálů z řídicí jednotky dochází k řízení a stabilizace coptery.

Pro určení polohy coptery v prostoru ve všech 6 stupních volnosti je potřeba tříosý akcelerometr a tříosý gyroskop.

Akcelerometr je elektronická součástka, která nám umožňuje měřit zrychlení ve všech třech osách X, Y a Z. Na základě zrychlení jsme pomocí integrace podle času schopni vypočítat rychlost a následně i dráhu v průběhu času.

Gyroskop je elektronická součástka, která umožňuje měřit absolutní rychlost otáčení v jednotlivých osách X, Y a Z a stejně jak u akcelerometru jsme schopni přesně zobrazovat absolutní natočení coptery vzhledem na globální referenční systém v průběhu času.

Mezi další senzory, které usnadňují určování polohy coptery v prostoru je magnetometr, GPS, barometr, sonar a další.

Magnetometr je senzor měřící velikost a směr magnetického pole a pomáhá tak určovat natočení coptery vůči magnetickému poli Země. Používá se pro doplňující měření natočení

coptery vůči zemi a zpřesňuje měření akcelerometru v průběhu delšího časového úseku, kdy by se chyba měření akcelerometru sčítala.

GPS neboli Globální Poziční Systém je systém určování polohy na povrchu Země. V dnešní době je možné využívat tři systémů Navstar GPS, GLONASS a Galileo. Při používání v civilním sektoru je přesnost ± 10 metrů. GPS se používá u zařízení zejména pro bezpečnost provozu. Při zapnutí coptery dojde k zapsání vzletové pozice a v případě ztráty signálu je coptera schopná sama doletět na místo vzletu a přistát.



Obrázek 22:Řídící jednotka DJI A2 pro profesionální nasazení s GPS, kompasem a OSD [23]

4 PRÁVNÍ NÁLEŽITOSTI

Stejně jak u technologií copter tak i v zákonech týkajících se provozu a používání těchto prostředků došlo k vývoji a je nutné se dle těchto zákonů řídit. Mezi tyto právní dokumenty patří Doplněk X – bezpilotní systémy leteckého předpisu L 2, Všeobecné oprávnění č. VO-R/12/09.2010-12 týkající se maximálních povolených vysílacích výkonů.

4.1 Doplněk X

Doplněk X – bezpilotní systémy je doplněk k Leteckému předpisu L 2, který ustanovuje pravidla létání. Letecké předpisy uveřejňuje Ministerstvo dopravy jako příslušný správní orgán dle ustanovení § 102 zákona č. 49/1997 Sb., o civilním letectví a o změně a doplnění zákona č. 455/1991Sb.

Do vydání tohoto doplnku bylo dle zákona č. 49/1997Sb. vše s hmotností do 20 kg považováno za model letadla.

Doplněk X rozdělil jakékoliv bezpilotní letadla, tedy i modely, do dvou kategorií. První kategorií jsou modely letadla pro rekreační a sportovní účely a druhou kategorií jsou bezpilotní systémy používané pro jiné, než sportovní a rekreační účely nebo mimo dohled pilota. Mezi tyto účely patří provádění leteckých prací a systémy vedené jako experimentální nebo výzkumné.

Pokud člověk chce provozovat modely letadel do hmotnosti do 20kg, musí se, stejně jako ostatní ve vzdušném prostoru, řídit Doplnkem X. Pro osoby, které provozují modely letadel, jsou nejdůležitější informace o letových prostorech, které udávají, zda v nich je možné provozovat modely a za jakých podmínek, a tyto podmínky musí provozovatelé dodržovat.

Pro ostatní provozovatele, tedy pro provozovatele modelů s hmotností vyšší než 20kg a provozovatele bezpilotních systémů platí přísnější předpisy.

Rozdílem mezi těmito skupinami je nutnost evidence pilota, evidence letadla, praktický a teoretický test pilota, povolení k létání, pojištění dle Nařízení Evropského parlamentu a Rady (ES) č. 785/2004 a další povinnosti vyplývající z Doplnku X. [16]

4.2 Všeobecné oprávnění č. VO-R/12/09.2010-12

Oprávnění se týká jak přenosu dat pomocí RC souprav na frekvenci 2,4GHz, buď jednosměrné nebo obousměrné, tak také přenosu videa z coptery na zem.

Maximální vysílací výkon u RC souprav je 100 mW. V dnešní době také všichni výrobci mají vlastní systém rychlého střídání vysílání v jednotlivých kanálech. Tím je zajištěno, že v případě zarušení části spektra je možné stále model ovládat aniž by došlo k ohrožení přerušení komunikace.

Dle všeobecného oprávnění VO-R/15/08.2005-27 je také možné modely ovládat na frekvencích 27MHz, 35MHz a 40 MHz, kdy frekvence 35MHz je vyhrazena pro ovládání leteckých modelů. Na těchto frekvencích je možné vysílat výkonem 100 mW respektive 1W u 35MHz a vybraných kanálů frekvence 40MHz. Z důvodu nízkého počtu jednotlivých kanálů a slabému zajištění bezpečnosti se nedoporučuje na výše zmíněných frekvencích vysílat.

Pod všeobecné oprávnění č. VO-R/12/09.2010-12 spadají systémy taktéž pro přenos videa z coptery do pozemní stanice.

FPV systémy fungují převážně na frekvenci 5,8 GHz, jsou tímto oprávněním limitovány. Stejně jako systémy na 2,4 GHz mají maximální vysílací výkon 25 mW. Na českém i světovém trhu se však systémy, který tento limit splňují, téměř nevyskytují a prodávané systémy překračují povolenou hodnotu až dvacetinásobně. [17][18]

5 VYUŽITÍ

Coptery se na trhu pro profesionální použití vyskytují jen krátce, ale našli své uplatnění v širokém spektru využití. Coptery našli své uplatnění u policie, HZS, armády, v energetice, u protiteroristických brigád, bezpečnostní služeb, žurnalistice, archeologii, geodeti, geologové, architekti a urbanisté, obchodníci s nemovitostmi, ochránci životního prostředí, meteorologové, filmoví a televizní pracovníci. A slouží k činnostem jako dokumentace dopravních nehod, topografie, pojišťovnictví, monitoring a regulace dopravních situací, monitoring populace fauny, environmentální monitoring, monitoring při záchraně majetku a osob při živelných pohromách, kontrola energetických sítí a zařízení, kontrola exteriéru vysokých staveb, kontrola rozsáhlých stavebních celků (přehrady, mosty, dálnice), kontrola liniových staveb, koordinace, komunikace, sledování, monitoring solárních farem, zemědělství. [19]

5.1 Policie

U policie coptery slouží zejména pro zajišťování leteckého průzkumu, řízení mise, zajištění důkazů a dokumentace.

Největší pokrok v nasazení copter udělala německá policie, která nasazuje několik druhů copter v pěti spolkových republikách. Hlavními dodavateli systémů jsou firmy microdrones GmbH a AirRobot. Nejvíce nasazení probíhalo během sportovních utkání, při hledání marihuanových polí a při osvětlování míst činu.

K masovému využívání pro policejní práci zatím nedošlo zejména z důvodů finančních a etických. Kompletní systémy copter se pohybují v cenové hladině 47 tisíc euro a více. Etické důvody omezení použití copter spočívají zejména v porušování osobních práv, a to zejména fotografováním a natáčením. [19]



Obrázek 23: MD4 – 1000 firmy Microdrones GmbH využívaná i Německou policií [19]

5.2 IZS a HZS

Stejně jako u policie tak i u HZS a IZS slouží coptery zejména k natáčení a monitoringu krizové situace. Coptera je schopna se dostat i do míst, kam se člověk dostat nemůže. Může tak sloužit, s využitím termokamer, k monitoringu rozsáhlých požárů nebo odhalování dalších ložisek ohně. Dalším uplatněním je kontrola budov, do kterých není možné, z různých důvodů, vstoupit. [19]



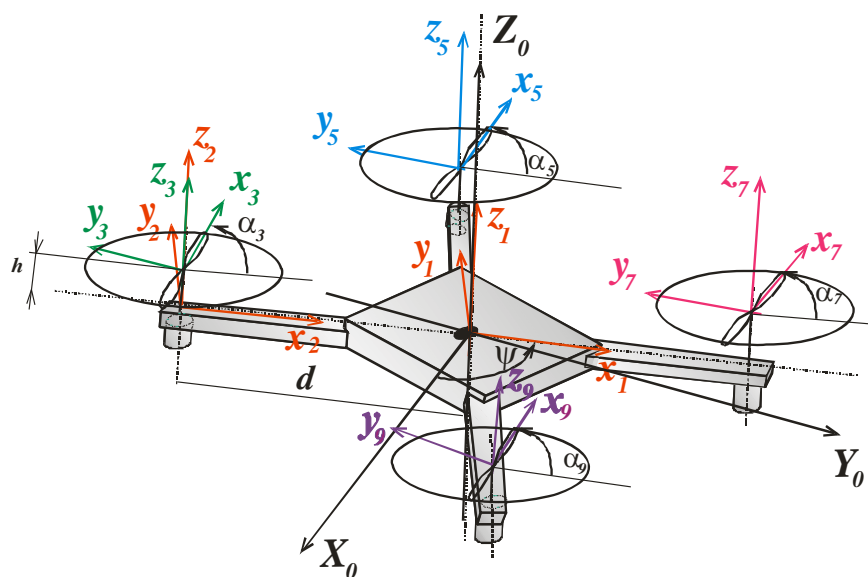
Obrázek 24: MD4 – 1000 firmy Microdrones GmbH v úpravě pro využití pro HZS [19]

II. PRAKTICKÁ ČÁST

6 POHYBOVÉ ROVNÍCE PRO QUADROKOPTÉRU V ROVINĚ

6.1 Globální a lokální kartézské soustavy souřadnic

6.1.1 Kinetická energie prvního propelleru



Obrázek 25: Těleso se čtyřmi rotory v prostoru s globální a lokálními kartézskými soustavami

| para metr č. čl. | a_i | α_i | d_i | Θ_i |
|------------------------|---|--|--|--|
| 1 | $z_0 \rightarrow z_1 \text{ podél } x_1 \Rightarrow 0$ | $z_0 \rightarrow z_1 \text{ okolo } x_1 \Rightarrow 0^0$ | $x_0 \rightarrow x_1 \text{ podél } z_0 \Rightarrow 0$ | $x_0 \rightarrow x_1 \text{ okolo } z_0 \Rightarrow \psi$ |
| 2 | $z_1 \rightarrow z_2 \text{ podél } x_2 \Rightarrow -d$ | $z_1 \rightarrow z_2 \text{ okolo } x_2 \Rightarrow 0^0$ | $x_1 \rightarrow x_2 \text{ podél } z_1 \Rightarrow 0$ | $x_1 \rightarrow x_2 \text{ okolo } z_1 \Rightarrow 0^0$ |
| 3 | $z_2 \rightarrow z_3 \text{ podél } x_3 \Rightarrow 0$ | $z_2 \rightarrow z_3 \text{ okolo } x_3 \Rightarrow 0^0$ | $x_2 \rightarrow x_3 \text{ podél } z_2 \Rightarrow h$ | $x_2 \rightarrow x_3 \text{ okolo } z_2 \Rightarrow \alpha_3$ |
| 4 | $z_1 \rightarrow z_4 \text{ podél } x_4 \Rightarrow -d$ | $z_1 \rightarrow z_4 \text{ okolo } x_4 \Rightarrow 0^0$ | $x_1 \rightarrow x_4 \text{ podél } z_1 \Rightarrow 0$ | $x_1 \rightarrow x_4 \text{ okolo } z_1 \Rightarrow -90^0$ |
| 5 | $z_4 \rightarrow z_5 \text{ podél } x_5 \Rightarrow 0$ | $z_4 \rightarrow z_5 \text{ okolo } x_5 \Rightarrow 0^0$ | $x_4 \rightarrow x_5 \text{ podél } z_4 \Rightarrow h$ | $x_4 \rightarrow x_5 \text{ okolo } z_4 \Rightarrow 90^0 + \alpha_5$ |

Tabulka 1: Tabulka Denavit-Hartenbergových parametrů k Obr. 25

Zavedením souřadných soustav v souladu s Denavit – Hartenbergovými parametry podle uvedeného obrázku 25 lze pomocí parametrů jednotlivých souřadných soustav např. pro první vrtuli, s níž je spojena souřadná soustava $O_{x_3y_3z_3}$, psát homogenní transformační matice.

$${}^{i-1}T_i = \begin{bmatrix} \cos\theta_i & -\cos\alpha_i \sin\theta_i & \sin\alpha_i \sin\theta_i & a_i \cos\theta_i \\ \sin\theta_i & \cos\alpha_i \cos\theta_i & -\sin\alpha_i \cos\theta_i & a_i \sin\theta_i \\ 0 & \sin\alpha_i & \cos\alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^2T_3 = \begin{bmatrix} \cos\alpha_3 & -\sin\alpha_3 & 0 & 0 \\ \sin\alpha_3 & \cos\alpha_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & h \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; {}^1T_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -d \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; {}^0T_1 = \begin{bmatrix} \cos\psi & -\sin\psi & 0 & 0 \\ \sin\psi & \cos\psi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^0T_3 = \begin{bmatrix} \cos\psi & -\sin\psi & 0 & 0 \\ \sin\psi & \cos\psi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -d \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos\alpha_3 & -\sin\alpha_3 & 0 & 0 \\ \sin\alpha_3 & \cos\alpha_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & h \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} \cos\psi & -\sin\psi & 0 & 0 \\ \sin\psi & \cos\psi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos\alpha_3 & -\sin\alpha_3 & 0 & -d \\ \sin\alpha_3 & \cos\alpha_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & h \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} \cos\psi \cos\alpha_3 - \sin\psi \sin\alpha_3 & -\cos\psi \sin\alpha_3 - \sin\psi \cos\alpha_3 & 0 & -d \cos\psi \\ \sin\psi \cos\alpha_3 + \cos\psi \sin\alpha_3 & -\sin\psi \sin\alpha_3 + \cos\psi \cos\alpha_3 & 0 & -d \sin\psi \\ 0 & 0 & 1 & h \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Rovnice 1: Homogenní transformační matice

Bod s hmotou \mathbf{dm} o souřadnicích $\begin{bmatrix} \mathbf{x} & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T$ v $O_{x_3y_3z_3}$ má absolutní souřadnice

$$\begin{bmatrix} x \cdot (\cos\alpha_3 \cos\psi - \sin\alpha_3 \sin\psi) - d \cdot \cos\psi \\ x \cdot (\cos\alpha_3 \sin\psi + \sin\alpha_3 \cos\psi) - d \cdot \sin\psi \\ h \\ 1 \end{bmatrix} \Rightarrow$$

Jeho vektor rychlosti je:

$$\begin{aligned}
 & \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x \cdot (\cos \alpha_3 \cos \psi - \sin \alpha_3 \sin \psi) - d \cdot \cos \psi \\ x \cdot (\cos \alpha_3 \sin \psi + \sin \alpha_3 \cos \psi) - d \cdot \sin \psi \\ h \\ 1 \end{bmatrix} = \\
 & = \begin{bmatrix} x \cdot (-\dot{\alpha}_3 \sin \alpha_3 \cos \psi - \dot{\psi} \cos \alpha_3 \sin \psi - \dot{\alpha}_3 \cos \alpha_3 \sin \psi - \dot{\psi} \sin \alpha_3 \cos \psi) + d \cdot \dot{\psi} \sin \psi \\ x \cdot (-\dot{\alpha}_3 \sin \alpha_3 \sin \psi + \dot{\psi} \cos \alpha_3 \cos \psi + \dot{\alpha}_3 \cos \alpha_3 \cos \psi - \dot{\psi} \sin \alpha_3 \sin \psi) - d \cdot \dot{\psi} \cos \psi \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \\
 & = \begin{bmatrix} -\dot{\alpha}_3 [x \cdot (\sin \alpha_3 \cos \psi + \cos \alpha_3 \sin \psi)] - \dot{\psi} [x \cdot (\cos \alpha_3 \sin \psi + \sin \alpha_3 \cos \psi) - d \cdot \sin \psi] \\ -\dot{\alpha}_3 [x \cdot (\sin \alpha_3 \sin \psi - \cos \alpha_3 \cos \psi)] + \dot{\psi} [x \cdot (\cos \alpha_3 \cos \psi - \sin \alpha_3 \sin \psi) - d \cdot \cos \psi] \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\
 & |\vec{v}|^2 = \text{tr} \left\{ \begin{bmatrix} -\dot{\alpha}_3 [x \cdot (\sin \alpha_3 \cos \psi + \cos \alpha_3 \sin \psi)] - \dot{\psi} [x \cdot (\cos \alpha_3 \sin \psi + \sin \alpha_3 \cos \psi) - d \cdot \sin \psi] \\ -\dot{\alpha}_3 [x \cdot (\sin \alpha_3 \sin \psi - \cos \alpha_3 \cos \psi)] + \dot{\psi} [x \cdot (\cos \alpha_3 \cos \psi - \sin \alpha_3 \sin \psi) - d \cdot \cos \psi] \\ 0 \\ 0 \\ -\dot{\alpha}_3 [x \cdot (\sin \alpha_3 \cos \psi + \cos \alpha_3 \sin \psi)] - \dot{\psi} [x \cdot (\cos \alpha_3 \sin \psi + \sin \alpha_3 \cos \psi) - d \cdot \sin \psi] \\ -\dot{\alpha}_3 [x \cdot (\sin \alpha_3 \sin \psi - \cos \alpha_3 \cos \psi)] + \dot{\psi} [x \cdot (\cos \alpha_3 \cos \psi - \sin \alpha_3 \sin \psi) - d \cdot \cos \psi] \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}^T \right\} = \\
 & = (d^2 + x^2) \cdot \dot{\psi}^2 + 2x^2 \cdot \dot{\alpha}_3 \dot{\psi} + x^2 \dot{\alpha}_3^2 - 2 \cdot d \cdot x \cdot \cos \alpha_3 \cdot (\dot{\psi}^2 + \dot{\alpha}_3 \dot{\psi}) = \\
 & = (\dot{\psi}^2 + \dot{\alpha}_3^2 + 2 \cdot \dot{\alpha}_3 \dot{\psi}) \cdot x^2 - 2 \cdot d \cdot \cos \alpha_3 \cdot (\dot{\psi}^2 + \dot{\alpha}_3 \dot{\psi}) \cdot x + d^2 \cdot \dot{\psi}^2
 \end{aligned}$$

Rovnice 2: Odvození absolutních souřadnic prvního propelleru

Element hmoty 1. Homogenního propelleru je:

$$dm = \rho \cdot S \cdot dx = \frac{m_1}{S \cdot \ell} S \cdot dx = \frac{m_1}{\ell} \cdot dx$$

Jeho kinetická energie je:

$$dW_{kP1} = \frac{1}{2} dm \cdot \left[(\dot{\psi}^2 + \dot{\alpha}_3^2 + 2 \cdot \dot{\alpha}_3 \dot{\psi}) \cdot x^2 - 2 \cdot d \cdot \cos \alpha_3 \cdot (\dot{\psi}^2 + \dot{\alpha}_3 \dot{\psi}) \cdot x + d^2 \cdot \dot{\psi}^2 \right]$$

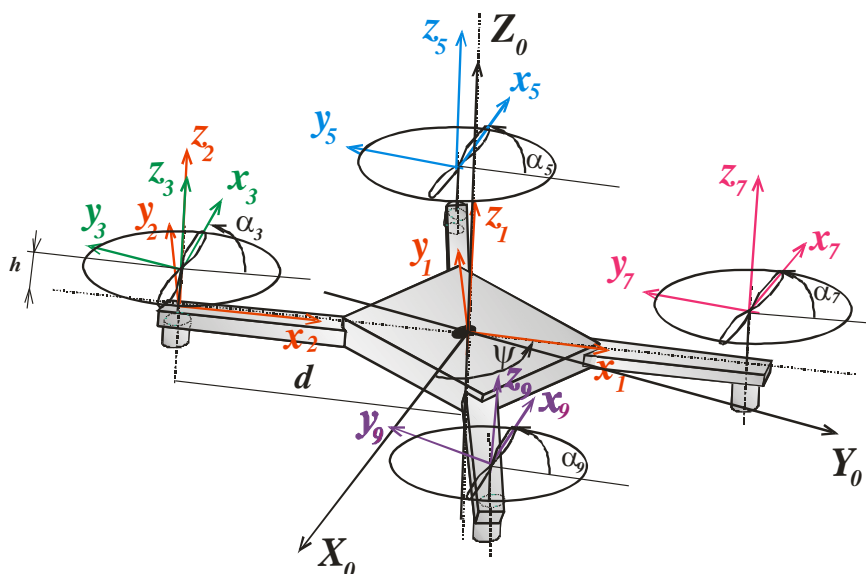
Rovnice 3: Rovnice kinetické energie prvního propelleru

Kinetická energie prvního propelleru je:

$$\begin{aligned} W_{kP1} &= \frac{1}{2} \frac{m_1}{\ell} \cdot \int_{-\ell/2}^{\ell/2} \left[(\dot{\psi}^2 + \dot{\alpha}_3^2 + 2 \cdot \dot{\alpha}_3 \dot{\psi}) \cdot x^2 - 2 \cdot d \cdot \cos \alpha_3 \cdot (\dot{\psi}^2 + \dot{\alpha}_3 \dot{\psi}) \cdot x + d^2 \cdot \dot{\psi}^2 \right] \cdot dx = \\ &= \frac{1}{2} \frac{m_1}{\ell} \cdot \left[(\dot{\psi}^2 + \dot{\alpha}_3^2 + 2 \cdot \dot{\alpha}_3 \dot{\psi}) \cdot \frac{x^3}{3} \Big|_{-\ell/2}^{\ell/2} - 2 \cdot d \cdot \cos \alpha_3 \cdot (\dot{\psi}^2 + \dot{\alpha}_3 \dot{\psi}) \cdot \frac{x^2}{2} \Big|_{-\ell/2}^{\ell/2} + \dot{\psi}^2 \cdot d^2 x \Big|_{-\ell/2}^{\ell/2} \right] = \\ &= \frac{1}{2} \frac{m_1}{\ell} \cdot \left[(\dot{\psi}^2 + \dot{\alpha}_3^2 + 2 \cdot \dot{\alpha}_3 \dot{\psi}) \cdot \left(\frac{\ell^3}{24} + \frac{\ell^3}{24} \right) - 2 \cdot d \cdot \cos \alpha_3 \cdot (\dot{\psi}^2 + \dot{\alpha}_3 \dot{\psi}) \cdot \left(\frac{\ell^2}{8} - \frac{\ell^2}{8} \right) + \dot{\psi}^2 \cdot d^2 \left(\frac{\ell}{2} + \frac{\ell}{2} \right) \right] = \\ &= \frac{1}{2} \frac{m_1}{\ell} \cdot \left[(\dot{\psi}^2 + \dot{\alpha}_3^2 + 2 \cdot \dot{\alpha}_3 \dot{\psi}) \cdot \frac{\ell^3}{12} + \dot{\psi}^2 \cdot d^2 \ell \right] = \frac{1}{2} m_1 \cdot \left[(\dot{\psi}^2 + \dot{\alpha}_3^2 + 2 \cdot \dot{\alpha}_3 \dot{\psi}) \cdot \frac{\ell^2}{12} + \dot{\psi}^2 \cdot d^2 \right] = \\ &= \frac{1}{2} m_1 \cdot d^2 \cdot \dot{\psi}^2 + \frac{1}{24} m_1 \cdot \ell^2 \cdot \dot{\psi}^2 + \frac{1}{24} m_1 \cdot \ell^2 \cdot \dot{\alpha}_3^2 + \frac{1}{12} m_1 \cdot \ell^2 \dot{\alpha}_3 \dot{\psi} \Rightarrow \\ &\Rightarrow W_{kP1} = \frac{1}{2} m_1 \cdot \left(d^2 + \frac{1}{12} \cdot \ell^2 \right) \cdot \dot{\psi}^2 + \frac{1}{24} m_1 \cdot \ell^2 \cdot \dot{\alpha}_3^2 + \frac{1}{12} m_1 \cdot \ell^2 \dot{\alpha}_3 \dot{\psi} \end{aligned}$$

Rovnice 4: Odvozená rovnice kinetické energie prvního propelleru

6.1.2 Kinetická energie druhého propelleru



Obrázek 26: Těleso se čtyřmi rotory v prostoru s globálními a lokálními kartézskými soustavami

| para metr č. čl. | a_i | α_i | d_i | Θ_i |
|------------------------|---|---|---|---|
| 1 | $z_0 \rightarrow z_1$ podél $x_1 \Rightarrow 0$ | $z_0 \rightarrow z_1$ okolo $x_1 \Rightarrow 0^\circ$ | $x_0 \rightarrow x_1$ podél $z_0 \Rightarrow 0$ | $x_0 \rightarrow x_1$ okolo $z_0 \Rightarrow \psi$ |
| 2 | $z_1 \rightarrow z_2$ podél $x_2 \Rightarrow d$ | $z_1 \rightarrow z_2$ okolo $x_2 \Rightarrow 0^\circ$ | $x_1 \rightarrow x_2$ podél $z_1 \Rightarrow 0$ | $x_1 \rightarrow x_2$ okolo $z_1 \Rightarrow 0^\circ$ |
| 3 | $z_2 \rightarrow z_3$ podél $x_3 \Rightarrow 0$ | $z_2 \rightarrow z_3$ okolo $x_3 \Rightarrow 0^\circ$ | $x_2 \rightarrow x_3$ podél $z_2 \Rightarrow h$ | $x_2 \rightarrow x_3$ okolo $z_2 \Rightarrow \alpha_3$ |
| 4 | $z_1 \rightarrow z_4$ podél $x_4 \Rightarrow d$ | $z_1 \rightarrow z_4$ okolo $x_4 \Rightarrow 0^\circ$ | $x_1 \rightarrow x_4$ podél $z_1 \Rightarrow 0$ | $x_1 \rightarrow x_4$ okolo $z_1 \Rightarrow -90^\circ$ |
| 5 | $z_4 \rightarrow z_5$ podél $x_5 \Rightarrow 0$ | $z_4 \rightarrow z_5$ okolo $x_5 \Rightarrow 0^\circ$ | $x_4 \rightarrow x_5$ podél $z_4 \Rightarrow h$ | $x_4 \rightarrow x_5$ okolo $z_4 \Rightarrow 90^\circ + \alpha_5$ |

Tabulka 2: Tabulka Denavit-Hartenbergových parametrů k Obr. 26

Zavedením souřadných soustav v souladu s Denavit – Hartenbergovými parametry podle uvedeného obrázku 26 lze pomocí parametrů jednotlivých souřadných soustav např. pro první vrtuli, s níž je spojená souřadná soustava $Ox_5y_5z_5$ psát homogenní transformační matice.

$${}^{i-1}\mathbf{T}_i = \begin{bmatrix} \cos\theta_i & -\cos\alpha_i \sin\theta_i & \sin\alpha_i \sin\theta_i & a_i \cos\theta_i \\ \sin\theta_i & \cos\alpha_i \cos\theta_i & -\sin\alpha_i \cos\theta_i & a_i \sin\theta_i \\ 0 & \sin\alpha_i & \cos\alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^4\mathbf{T}_5 = \begin{bmatrix} \overbrace{\cos(90+\alpha_5)}^{-\sin\alpha_5} & \overbrace{-\sin(90+\alpha_5)}^{-\cos\alpha_5} & 0 & 0 \\ \overbrace{\sin(90+\alpha_5)}^{\cos\alpha_5} & \overbrace{\cos(90+\alpha_5)}^{-\sin\alpha_5} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & h \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; {}^1\mathbf{T}_4 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & d \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; {}^0\mathbf{T}_1 = \begin{bmatrix} \cos\psi & -\sin\psi & 0 & 0 \\ \sin\psi & \cos\psi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^0\mathbf{T}_5 = \begin{bmatrix} \cos\psi\cos\alpha_5 - \sin\psi\sin\alpha_5 & -\sin\psi\cos\alpha_5 - \cos\psi\sin\alpha_5 & 0 & -d\sin\psi \\ \sin\psi\cos\alpha_5 + \cos\psi\sin\alpha_5 & \cos\psi\cos\alpha_5 - \sin\psi\sin\alpha_5 & 0 & d\cos\psi \\ 0 & 0 & 1 & h \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Bod s hmotou \mathbf{dm} o souřadnicích $[\mathbf{x} \ 0 \ 0 \ 1]^T$ v $\mathbf{O}_{x_5y_5z_5}$ má absolutní souřadnice

$$\begin{bmatrix} x \cdot (\cos\alpha_5 \cos\psi - \sin\alpha_5 \sin\psi) - d \cdot \sin\psi \\ x \cdot (\cos\alpha_5 \sin\psi + \sin\alpha_5 \cos\psi) + d \cdot \cos\psi \\ h \\ 1 \end{bmatrix} \Rightarrow$$

Jeho vektor rychlosti je:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x \cdot (\cos\alpha_5 \cos\psi - \sin\alpha_5 \sin\psi) - d \cdot \sin\psi \\ x \cdot (\cos\alpha_5 \sin\psi + \sin\alpha_5 \cos\psi) + d \cdot \cos\psi \\ h \\ 1 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} x \cdot (-\dot{\alpha}_5 \sin\alpha_5 \cos\psi - \dot{\psi} \cos\alpha_5 \sin\psi - \dot{\alpha}_5 \cos\alpha_5 \sin\psi - \dot{\psi} \sin\alpha_5 \cos\psi) - d \cdot \dot{\psi} \cos\psi \\ x \cdot (-\dot{\alpha}_5 \sin\alpha_5 \sin\psi + \dot{\psi} \cos\alpha_5 \cos\psi + \dot{\alpha}_5 \cos\alpha_5 \cos\psi - \dot{\psi} \sin\alpha_5 \sin\psi) - d \cdot \dot{\psi} \sin\psi \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} -\dot{\alpha}_5 [x \cdot (\sin\alpha_5 \cos\psi + \cos\alpha_5 \sin\psi)] - \dot{\psi} [x \cdot (\cos\alpha_5 \sin\psi + \sin\alpha_5 \cos\psi) - d \cdot \cos\psi] \\ -\dot{\alpha}_5 [x \cdot (\sin\alpha_5 \sin\psi - \cos\alpha_5 \cos\psi)] + \dot{\psi} [x \cdot (\cos\alpha_5 \cos\psi - \sin\alpha_5 \sin\psi) - d \cdot \sin\psi] \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$|\vec{v}|^2 = \text{tr} \left\{ \begin{bmatrix} -\dot{\alpha}_5 [x \cdot (\sin \alpha_5 \cos \psi + \cos \alpha_5 \sin \psi)] - \dot{\psi} [x \cdot (\cos \alpha_5 \sin \psi + \sin \alpha_5 \cos \psi) - d \cdot \cos \psi] \\ -\dot{\alpha}_5 [x \cdot (\sin \alpha_5 \sin \psi - \cos \alpha_5 \cos \psi)] + \dot{\psi} [x \cdot (\cos \alpha_5 \cos \psi - \sin \alpha_5 \sin \psi) - d \cdot \sin \psi] \\ 0 \\ 0 \\ -\dot{\alpha}_5 [x \cdot (\sin \alpha_5 \cos \psi + \cos \alpha_5 \sin \psi)] - \dot{\psi} [x \cdot (\cos \alpha_5 \sin \psi + \sin \alpha_5 \cos \psi) - d \cdot \cos \psi] \\ -\dot{\alpha}_5 [x \cdot (\sin \alpha_5 \sin \psi - \cos \alpha_5 \cos \psi)] + \dot{\psi} [x \cdot (\cos \alpha_5 \cos \psi - \sin \alpha_5 \sin \psi) - d \cdot \sin \psi] \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}^T \right\} =$$

$$= d^2 \cdot \dot{\psi}^2 + x^2 \cdot \dot{\psi}^2 + 2 \cdot x^2 \cdot \dot{\psi} \dot{\alpha}_5 + x^2 \cdot \dot{\alpha}_5^2 + 2 \cdot d \cdot x \cdot \sin \alpha_5 \cdot \dot{\psi}^2 + 2 \cdot d \cdot x \cdot \sin \alpha_5 \cdot \dot{\psi} \dot{\alpha}_5 =$$

$$= (\dot{\psi}^2 + \dot{\alpha}_5^2 + 2 \cdot \dot{\psi} \dot{\alpha}_5) \cdot x^2 + 2 \cdot d \cdot \sin \alpha_5 \cdot (\dot{\psi}^2 + \dot{\psi} \dot{\alpha}_5) \cdot x + d^2 \cdot \dot{\psi}^2$$

Element hmoty 2. propelleru je:

$$dm = \rho \cdot S \cdot dx = \frac{m_1}{S \cdot \ell} S \cdot dx = \frac{m_1}{\ell} \cdot dx$$

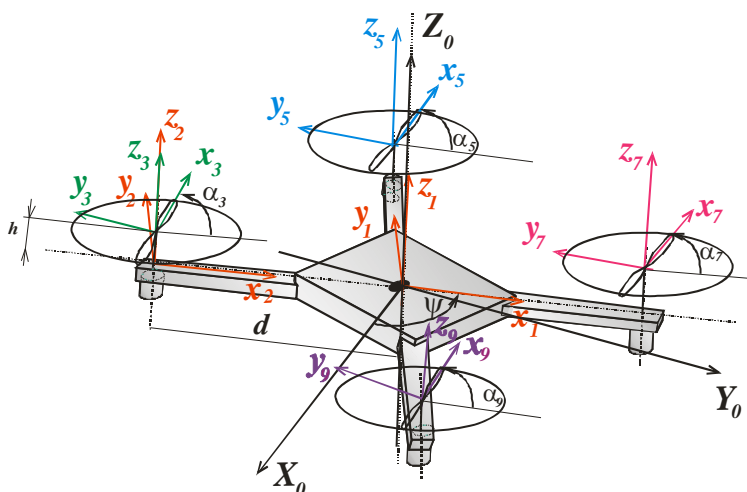
Kinetická energie 2. propelleru je:

$$\begin{aligned} W_{kp2} &= \frac{1}{2} \frac{m_1}{\ell} \cdot \int_{-\ell/2}^{\ell/2} [(\dot{\psi}^2 + \dot{\alpha}_5^2 + 2 \cdot \dot{\alpha}_5 \dot{\psi}) \cdot x^2 + 2 \cdot d \cdot \cos \alpha_5 \cdot (\dot{\psi}^2 + \dot{\alpha}_5 \dot{\psi}) \cdot x + d^2 \cdot \dot{\psi}^2] \cdot dx = \\ &= \frac{1}{2} \frac{m_1}{\ell} \cdot \left[(\dot{\psi}^2 + \dot{\alpha}_5^2 + 2 \cdot \dot{\alpha}_5 \dot{\psi}) \cdot \frac{x^3}{3} \Big|_{-\ell/2}^{\ell/2} - 2 \cdot d \cdot \cos \alpha_5 \cdot (\dot{\psi}^2 + \dot{\alpha}_5 \dot{\psi}) \cdot \frac{x^2}{2} \Big|_{-\ell/2}^{\ell/2} + \dot{\psi}^2 \cdot d^2 x \Big|_{-\ell/2}^{\ell/2} \right] = \\ &= \frac{1}{2} \frac{m_1}{\ell} \cdot \left[(\dot{\psi}^2 + \dot{\alpha}_5^2 + 2 \cdot \dot{\alpha}_5 \dot{\psi}) \cdot \left(\frac{\ell^3}{24} + \frac{\ell^3}{24} \right) - 2 \cdot d \cdot \cos \alpha_5 \cdot (\dot{\psi}^2 + \dot{\alpha}_5 \dot{\psi}) \cdot \left(\frac{\ell^2}{8} - \frac{\ell^2}{8} \right) + \dot{\psi}^2 \cdot d^2 \left(\frac{\ell}{2} + \frac{\ell}{2} \right) \right] = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{2} \frac{m_1}{\ell} \cdot \left[(\dot{\psi}^2 + \dot{\alpha}_5^2 + 2 \cdot \dot{\alpha}_5 \dot{\psi}) \cdot \frac{\ell^3}{12} + \dot{\psi}^2 \cdot d^2 \ell \right] = \frac{1}{2} m_1 \cdot \left[(\dot{\psi}^2 + \dot{\alpha}_5^2 + 2 \cdot \dot{\alpha}_5 \dot{\psi}) \cdot \frac{\ell^2}{12} + \dot{\psi}^2 \cdot d^2 \right] = \\
&= \frac{1}{2} m_1 \cdot d^2 \cdot \dot{\psi}^2 + \frac{1}{24} m_1 \cdot \ell^2 \cdot \dot{\psi}^2 + \frac{1}{24} m_1 \cdot \ell^2 \cdot \dot{\alpha}_5^2 + \frac{1}{12} m_1 \cdot \ell^2 \dot{\alpha}_5 \dot{\psi} \Rightarrow \\
&\Rightarrow W_{kP2} = \frac{1}{2} m_1 \cdot \left(d^2 + \frac{1}{12} \cdot \ell^2 \right) \cdot \dot{\psi}^2 + \frac{1}{24} m_1 \cdot \ell^2 \cdot \dot{\alpha}_5^2 + \frac{1}{12} m_1 \cdot \ell^2 \dot{\alpha}_5 \dot{\psi}
\end{aligned}$$

Rovnice 5: Odvozená rovnice kinetické energie druhého propelleru

6.1.3 Kinetická energie třetího propelleru



Obrázek 27: Těleso se čtyřmi rotory v prostoru s globálními a lokálními kartézskými soustavami

| para metr č. čl. | a_i | α_i | d_i | Θ_i |
|------------------------|--|---|---|--|
| 1 | $z_0 \rightarrow z_1$ podél $x_1 \Rightarrow 0$ | $z_0 \rightarrow z_1$ okolo $x_1 \Rightarrow 0^\circ$ | $x_0 \rightarrow x_1$ podél $z_0 \Rightarrow 0$ | $x_0 \rightarrow x_1$ okolo $z_0 \Rightarrow \psi$ |
| 2 | $z_1 \rightarrow z_2$ podél $x_2 \Rightarrow -d$ | $z_1 \rightarrow z_2$ okolo $x_2 \Rightarrow 0^\circ$ | $x_1 \rightarrow x_2$ podél $z_1 \Rightarrow 0$ | $x_1 \rightarrow x_2$ okolo $z_1 \Rightarrow 0^\circ$ |
| 3 | $z_2 \rightarrow z_3$ podél $x_3 \Rightarrow 0$ | $z_2 \rightarrow z_3$ okolo $x_3 \Rightarrow 0^\circ$ | $x_2 \rightarrow x_3$ podél $z_2 \Rightarrow h$ | $x_2 \rightarrow x_3$ okolo $z_2 \Rightarrow \alpha_3$ |
| 4 | $z_1 \rightarrow z_4$ podél $x_4 \Rightarrow -d$ | $z_1 \rightarrow z_4$ okolo $x_4 \Rightarrow 0^\circ$ | $x_1 \rightarrow x_4$ podél $z_1 \Rightarrow 0$ | $x_1 \rightarrow x_4$ okolo $z_1 \Rightarrow -90^\circ$ |
| 5 | $z_4 \rightarrow z_5$ podél $x_5 \Rightarrow 0$ | $z_4 \rightarrow z_5$ okolo $x_5 \Rightarrow 0^\circ$ | $x_4 \rightarrow x_5$ podél $z_4 \Rightarrow h$ | $x_4 \rightarrow x_5$ okolo $z_4 \Rightarrow 90^\circ + \alpha_5$ |
| 6 | $z_1 \rightarrow z_6$ podél $x_6 \Rightarrow -d$ | $z_1 \rightarrow z_6$ okolo $x_6 \Rightarrow 0^\circ$ | $x_1 \rightarrow x_6$ podél $z_1 \Rightarrow 0$ | $x_1 \rightarrow x_6$ okolo $z_1 \Rightarrow 180^\circ$ |
| 7 | $z_6 \rightarrow z_7$ podél $x_7 \Rightarrow 0$ | $z_6 \rightarrow z_7$ okolo $x_7 \Rightarrow 0^\circ$ | $x_6 \rightarrow x_7$ podél $z_6 \Rightarrow h$ | $x_6 \rightarrow x_7$ okolo $z_6 \Rightarrow 180^\circ + \alpha_7$ |

Tabulka 3: Tabulka Denavit-Hartenbergových parametrů k Obr. 27

$${}^{i-1}\mathbf{T}_i = \begin{bmatrix} \cos\theta_i & -\cos\alpha_i \sin\theta_i & \sin\alpha_i \sin\theta_i & a_i \cos\theta_i \\ \sin\theta_i & \cos\alpha_i \cos\theta_i & -\sin\alpha_i \cos\theta_i & a_i \sin\theta_i \\ 0 & \sin\alpha_i & \cos\alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^6\mathbf{T}_7 = \begin{bmatrix} \overbrace{\cos(180+\alpha_7)}^{-\cos\alpha_7} & \overbrace{-\sin(180+\alpha_7)}^{\sin\alpha_7} & 0 & 0 \\ \overbrace{\sin(180+\alpha_7)}^{-\sin\alpha_7} & \overbrace{\cos(180+\alpha_7)}^{-\cos\alpha_7} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & h \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; {}^1\mathbf{T}_6 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & d \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; {}^0\mathbf{T}_1 = \begin{bmatrix} \cos\psi & -\sin\psi & 0 & 0 \\ \sin\psi & \cos\psi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^0\mathbf{T}_7 = \begin{bmatrix} \cos\psi \cos\alpha_7 - \sin\psi \sin\alpha_7 & -\sin\psi \cos\alpha_7 - \cos\psi \sin\alpha_7 & 0 & d \cos\psi \\ \sin\psi \cos\alpha_7 + \cos\psi \sin\alpha_7 & \cos\psi \cos\alpha_7 - \sin\psi \sin\alpha_7 & 0 & d \sin\psi \\ 0 & 0 & 1 & h \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Bod s hmotou \mathbf{dm} o souřadnicích $[\mathbf{x} \ 0 \ 0 \ 1]^T$ v $\mathbf{O}_{x_7y_7z_7}$ má absolutní souřadnice:

$$\begin{bmatrix} x \cdot (\cos\alpha_7 \cos\psi - \sin\alpha_7 \sin\psi) + d \cdot \cos\psi \\ x \cdot (\cos\alpha_7 \sin\psi + \sin\alpha_7 \cos\psi) + d \cdot \sin\psi \\ h \\ 1 \end{bmatrix} \Rightarrow$$

Jeho vektor rychlosti je:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x \cdot (\cos\alpha_7 \cos\psi - \sin\alpha_7 \sin\psi) + d \cdot \cos\psi \\ x \cdot (\cos\alpha_7 \sin\psi + \sin\alpha_7 \cos\psi) + d \cdot \sin\psi \\ h \\ 1 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} x \cdot (-\dot{\alpha}_7 \sin\alpha_7 \cos\psi - \dot{\psi} \cos\alpha_7 \sin\psi - \dot{\alpha}_7 \cos\alpha_7 \sin\psi - \dot{\psi} \sin\alpha_7 \cos\psi) - d \cdot \dot{\psi} \sin\psi \\ x \cdot (-\dot{\alpha}_7 \sin\alpha_7 \sin\psi + \dot{\psi} \cos\alpha_7 \cos\psi + \dot{\alpha}_7 \cos\alpha_7 \cos\psi - \dot{\psi} \sin\alpha_7 \sin\psi) + d \cdot \dot{\psi} \cos\psi \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} -\dot{\alpha}_7 [x \cdot (\sin\alpha_7 \cos\psi + \cos\alpha_7 \sin\psi)] - \dot{\psi} [x \cdot (\cos\alpha_7 \sin\psi + \sin\alpha_7 \cos\psi) + d \cdot \sin\psi] \\ -\dot{\alpha}_7 [x \cdot (\sin\alpha_7 \sin\psi - \cos\alpha_7 \cos\psi)] + \dot{\psi} [x \cdot (\cos\alpha_7 \cos\psi - \sin\alpha_7 \sin\psi) + d \cdot \cos\psi] \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$|\vec{v}|^2 = \text{tr} \left\{ \begin{bmatrix} -\dot{\alpha}_7 [x \cdot (\sin \alpha_7 \cos \psi + \cos \alpha_7 \sin \psi)] - \dot{\psi} [x \cdot (\cos \alpha_7 \sin \psi + \sin \alpha_7 \cos \psi) + d \cdot \sin \psi] \\ -\dot{\alpha}_7 [x \cdot (\sin \alpha_7 \sin \psi - \cos \alpha_7 \cos \psi)] + \dot{\psi} [x \cdot (\cos \alpha_7 \cos \psi - \sin \alpha_7 \sin \psi) + d \cdot \cos \psi] \\ 0 \\ 0 \\ -\dot{\alpha}_7 [x \cdot (\sin \alpha_7 \cos \psi + \cos \alpha_7 \sin \psi)] - \dot{\psi} [x \cdot (\cos \alpha_7 \sin \psi + \sin \alpha_7 \cos \psi) + d \cdot \sin \psi] \\ -\dot{\alpha}_7 [x \cdot (\sin \alpha_7 \sin \psi - \cos \alpha_7 \cos \psi)] + \dot{\psi} [x \cdot (\cos \alpha_7 \cos \psi - \sin \alpha_7 \sin \psi) + d \cdot \cos \psi] \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right\} =$$

$$=$$

$$d^2 \cdot \dot{\psi}^2 + x^2 \cdot \dot{\psi}^2 + 2 \cdot x^2 \cdot \dot{\psi} \dot{\alpha}_7 + x^2 \cdot \dot{\alpha}_7^2 + 2 \cdot d \cdot x \cdot \cos \alpha_7 \cdot \dot{\psi}^2 + 2 \cdot d \cdot x \cdot \cos \alpha_7 \cdot \dot{\psi} \dot{\alpha}_7 =$$

$$= (\dot{\psi}^2 + \dot{\alpha}_7^2 + 2 \cdot \dot{\psi} \dot{\alpha}_7) \cdot x^2 + 2 \cdot d \cdot \cos \alpha_7 \cdot (\dot{\psi}^2 + \dot{\psi} \dot{\alpha}_7) \cdot x + d^2 \cdot \dot{\psi}^2$$

Element hmoty 3. homogenní vrtule je:

$$dm = \rho \cdot S \cdot dx = \frac{m_1}{S \cdot \ell} S \cdot dx = \frac{m_1}{\ell} \cdot dx$$

Kinetická energie 3. propelleru je:

$$W_{kp3} = \frac{1}{2} \frac{m_1}{\ell} \cdot \left[\int_{-\ell/2}^{\ell/2} (\dot{\psi}^2 + \dot{\alpha}_7^2 + 2 \cdot \dot{\psi} \dot{\alpha}_7) \cdot x^2 + 2 \cdot d \cdot \cos \alpha_7 \cdot (\dot{\psi}^2 + \dot{\psi} \dot{\alpha}_7) \cdot x + d^2 \cdot \dot{\psi}^2 \right] \cdot dx =$$

$$= \frac{1}{2} \frac{m_1}{\ell} \cdot \left[(\dot{\psi}^2 + \dot{\alpha}_7^2 + 2 \cdot \dot{\psi} \dot{\alpha}_7) \cdot \frac{x^3}{3} \Big|_{-\ell/2}^{\ell/2} + 2 \cdot d \cdot \cos \alpha_7 \cdot (\dot{\psi}^2 + \dot{\psi} \dot{\alpha}_7) \cdot \frac{x^2}{2} \Big|_{-\ell/2}^{\ell/2} + \dot{\psi}^2 \cdot d^2 x \Big|_{-\ell/2}^{\ell/2} \right] =$$

$$= \frac{1}{2} \frac{m_1}{\ell} \cdot \left[(\dot{\psi}^2 + \dot{\alpha}_7^2 + 2 \cdot \dot{\psi} \dot{\alpha}_7) \cdot \left(\frac{\ell^3}{24} + \frac{\ell^3}{24} \right) + 2 \cdot d \cdot \cos \alpha_7 \cdot (\dot{\psi}^2 + \dot{\psi} \dot{\alpha}_7) \cdot \left(\frac{\ell^2}{8} - \frac{\ell^2}{8} \right) + \dot{\psi}^2 \cdot d^2 \left(\frac{\ell}{2} + \frac{\ell}{2} \right) \right] =$$

$$= \frac{1}{2} \frac{m_1}{\ell} \cdot \left[(\dot{\psi}^2 + \dot{\alpha}_7^2 + 2 \cdot \dot{\psi} \dot{\alpha}_7) \cdot \frac{\ell^3}{12} + \dot{\psi}^2 \cdot d^2 \ell \right] = \frac{1}{2} m_1 \cdot \left[(\dot{\psi}^2 + \dot{\alpha}_7^2 + 2 \cdot \dot{\psi} \dot{\alpha}_7) \cdot \frac{\ell^2}{12} + \dot{\psi}^2 \cdot d^2 \right] =$$

$$= \frac{1}{2} m_1 \cdot d^2 \cdot \dot{\psi}^2 + \frac{1}{24} m_1 \cdot \ell^2 \cdot \dot{\psi}^2 + \frac{1}{24} m_1 \cdot \ell^2 \cdot \dot{\alpha}_7^2 + \frac{1}{12} m_1 \cdot \ell^2 \dot{\alpha}_7 \dot{\psi} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow W_{kp3} = \frac{1}{2} m_1 \cdot \left(d^2 + \frac{1}{12} \cdot \ell^2 \right) \cdot \dot{\psi}^2 + \frac{1}{24} m_1 \cdot \ell^2 \cdot \dot{\alpha}_7^2 + \frac{1}{12} m_1 \cdot \ell^2 \dot{\alpha}_7 \dot{\psi}$$

Rovnice 6: Odvozená rovnice kinetické energie třetího propelleru

6.1.4 Kinetická energie čtvrtého propelleru

Podobně kinetická energie 4. propelleru je:

$$W_{kP4} = \frac{1}{2} m_1 \cdot \left(d^2 + \frac{1}{12} \cdot \ell^2 \right) \cdot \dot{\psi}^2 + \frac{1}{24} m_1 \cdot \ell^2 \cdot \dot{\alpha}_9^2 + \frac{1}{12} m_1 \cdot \ell^2 \dot{\alpha}_9 \dot{\psi}$$

Rovnice 7: Odvozená rovnice kinetické energie čtvrtého propelleru

6.1.5 Kinetická energie těla Quadrocoptery

Kinetická energie tělesa Q-téry:

$$W_{k_{base}} = \frac{1}{2} J_{zz} \cdot \dot{\psi}^2$$

Rovnice 8: Rovnice kinetické energie těla quadrocoptéry

Přírůstek potenciální energie vrtulí Q-téry k potenciální energii těla je

$$W_{Pk} = 4 \cdot m_1 \cdot g \cdot h$$

Rovnice 9: Rovnice potenciální energie čtyř propellerů

a nemění se při žádném uvažovaném pohybu ve 3D (rotace v rovině)

6.2 Lagrangeova funkce

$$\begin{aligned}
 L = \sum W_{k_i} - W_p &= \frac{1}{2} J_z \cdot \dot{\psi}^2 + \\
 &+ \frac{1}{2} m_1 \cdot \left(d^2 + \frac{1}{12} \cdot \ell^2 \right) \cdot \dot{\psi}^2 + \frac{1}{24} m_1 \cdot \ell^2 \cdot \dot{\alpha}_3^2 + \frac{1}{12} m_1 \cdot \ell^2 \dot{\alpha}_3 \dot{\psi} + \frac{1}{2} m_1 \cdot \left(d^2 + \frac{1}{12} \cdot \ell^2 \right) \cdot \dot{\psi}^2 + \frac{1}{24} m_1 \cdot \ell^2 \cdot \dot{\alpha}_5^2 + \frac{1}{12} m_1 \cdot \ell^2 \dot{\alpha}_5 \dot{\psi} + \\
 &+ \frac{1}{2} m_1 \cdot \left(d^2 + \frac{1}{12} \cdot \ell^2 \right) \cdot \dot{\psi}^2 + \frac{1}{24} m_1 \cdot \ell^2 \cdot \dot{\alpha}_7^2 + \frac{1}{12} m_1 \cdot \ell^2 \dot{\alpha}_7 \dot{\psi} + \frac{1}{2} m_1 \cdot \left(d^2 + \frac{1}{12} \cdot \ell^2 \right) \cdot \dot{\psi}^2 + \frac{1}{24} m_1 \cdot \ell^2 \cdot \dot{\alpha}_9^2 + \frac{1}{12} m_1 \cdot \ell^2 \dot{\alpha}_9 \dot{\psi} - \\
 &- 4 \cdot m_1 \cdot g \cdot h \\
 \frac{\partial L}{\partial \dot{\psi}} &= J_z \cdot \dot{\psi} + 4m_1 \cdot \left(d^2 + \frac{1}{12} \cdot \ell^2 \right) \cdot \dot{\psi} + \frac{1}{12} m_1 \cdot \ell^2 \dot{\alpha}_3 + \frac{1}{12} m_1 \cdot \ell^2 \dot{\alpha}_5 + \frac{1}{12} m_1 \cdot \ell^2 \dot{\alpha}_7 + \frac{1}{12} m_1 \cdot \ell^2 \dot{\alpha}_9
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial L}{\partial \dot{\alpha}_3} &= \frac{1}{12} m_1 \cdot \ell^2 \cdot \dot{\alpha}_3 + \frac{1}{12} m_1 \cdot \ell^2 \cdot \dot{\psi} \\
 \frac{\partial L}{\partial \dot{\alpha}_5} &= \frac{1}{12} m_1 \cdot \ell^2 \cdot \dot{\alpha}_5 + \frac{1}{12} m_1 \cdot \ell^2 \cdot \dot{\psi} \\
 \frac{\partial L}{\partial \dot{\alpha}_7} &= \frac{1}{12} m_1 \cdot \ell^2 \cdot \dot{\alpha}_7 + \frac{1}{12} m_1 \cdot \ell^2 \cdot \dot{\psi} \\
 \frac{\partial L}{\partial \dot{\alpha}_9} &= \frac{1}{12} m_1 \cdot \ell^2 \cdot \dot{\alpha}_9 + \frac{1}{12} m_1 \cdot \ell^2 \cdot \dot{\psi} \\
 \frac{\partial L}{\partial \psi} &= \frac{\partial L}{\partial \alpha_3} = \frac{\partial L}{\partial \alpha_5} = \frac{\partial L}{\partial \alpha_7} = \frac{\partial L}{\partial \alpha_9} = 0
 \end{aligned}$$

Pohybové rovnice pak jsou:

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\psi}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \psi} &= \frac{d}{dt} \left[J_z \cdot \dot{\psi} + 4m_1 \cdot \left(d^2 + \frac{1}{12} \cdot \ell^2 \right) \cdot \dot{\psi} + \frac{1}{12} m_1 \cdot \ell^2 \dot{\alpha}_3 + \frac{1}{12} m_1 \cdot \ell^2 \dot{\alpha}_5 + \frac{1}{12} m_1 \cdot \ell^2 \dot{\alpha}_7 + \frac{1}{12} m_1 \cdot \ell^2 \dot{\alpha}_9 \right] = \\
 &= \left[J_z + 4m_1 \cdot \left(d^2 + \frac{1}{12} \cdot \ell^2 \right) \right] \cdot \ddot{\psi} + \frac{1}{12} m_1 \cdot \ell^2 \ddot{\alpha}_3 + \frac{1}{12} m_1 \cdot \ell^2 \ddot{\alpha}_5 + \frac{1}{12} m_1 \cdot \ell^2 \ddot{\alpha}_7 + \frac{1}{12} m_1 \cdot \ell^2 \ddot{\alpha}_9 = -b \cdot \dot{\psi} \\
 \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\alpha}_3} \right) - \frac{\partial L}{\partial \alpha_3} &= \frac{d}{dt} \left[\frac{1}{12} m_1 \cdot \ell^2 \cdot \dot{\alpha}_3 + \frac{1}{12} m_1 \cdot \ell^2 \cdot \dot{\psi} \right] = \frac{1}{12} m_1 \cdot \ell^2 \cdot \ddot{\alpha}_3 + \frac{1}{12} m_1 \cdot \ell^2 \cdot \ddot{\psi} = M_3(t) \\
 \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\alpha}_5} \right) - \frac{\partial L}{\partial \alpha_5} &= \frac{d}{dt} \left[\frac{1}{12} m_1 \cdot \ell^2 \cdot \dot{\alpha}_5 + \frac{1}{12} m_1 \cdot \ell^2 \cdot \dot{\psi} \right] = \frac{1}{12} m_1 \cdot \ell^2 \cdot \ddot{\alpha}_5 + \frac{1}{12} m_1 \cdot \ell^2 \cdot \ddot{\psi} = M_5(t) \\
 \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\alpha}_7} \right) - \frac{\partial L}{\partial \alpha_7} &= \frac{d}{dt} \left[\frac{1}{12} m_1 \cdot \ell^2 \cdot \dot{\alpha}_7 + \frac{1}{12} m_1 \cdot \ell^2 \cdot \dot{\psi} \right] = \frac{1}{12} m_1 \cdot \ell^2 \cdot \ddot{\alpha}_7 + \frac{1}{12} m_1 \cdot \ell^2 \cdot \ddot{\psi} = M_7(t) \\
 \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\alpha}_9} \right) - \frac{\partial L}{\partial \alpha_9} &= \frac{d}{dt} \left[\frac{1}{12} m_1 \cdot \ell^2 \cdot \dot{\alpha}_9 + \frac{1}{12} m_1 \cdot \ell^2 \cdot \dot{\psi} \right] = \frac{1}{12} m_1 \cdot \ell^2 \cdot \ddot{\alpha}_9 + \frac{1}{12} m_1 \cdot \ell^2 \cdot \ddot{\psi} = M_9(t)
 \end{aligned}$$

Zapišme tuto soustavu maticově:

$$\begin{bmatrix} \ddot{\psi} \\ \ddot{\alpha}_3 \\ \ddot{\alpha}_5 \\ \ddot{\alpha}_7 \\ \ddot{\alpha}_9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{b \cdot \dot{\psi} + (M_3 + M_5 + M_7 + M_9)}{J_{zz} + 4 \cdot m_1 \cdot d^2} \\ \frac{M_3 \left[\left(1 + 48 \cdot \frac{d^2}{\ell^2} \right) m_1 + 12 \cdot \frac{J_{zz}}{\ell^2} \right] + M_5 \cdot m_1 + M_7 \cdot m_1 + M_9 \cdot m_1 + b \cdot m_1 \cdot \dot{\psi}}{J_{zz} \cdot m_1 + 4 \cdot m_1^2 \cdot d^2} \\ \frac{M_3 \cdot m_1 + M_5 \cdot \left[\left(1 + 48 \cdot \frac{d^2}{\ell^2} \right) m_1 + 12 \cdot \frac{J_{zz}}{\ell^2} \right] + M_7 \cdot m_1 + M_9 \cdot m_1 + b \cdot m_1 \cdot \dot{\psi}}{J_{zz} \cdot m_1 + 4 \cdot m_1^2 \cdot d^2} \\ \frac{M_3 \cdot m_1 + M_5 \cdot m_1 + M_7 \cdot \left[\left(1 + 48 \cdot \frac{d^2}{\ell^2} \right) m_1 + 12 \cdot \frac{J_{zz}}{\ell^2} \right] + M_9 \cdot m_1 + b \cdot m_1 \cdot \dot{\psi}}{J_{zz} \cdot m_1 + 4 \cdot m_1^2 \cdot d^2} \\ \frac{M_3 \cdot m_1 + M_5 \cdot m_1 + M_7 \cdot m_1 + M_9 \cdot \left[\left(1 + 48 \cdot \frac{d^2}{\ell^2} \right) m_1 + 12 \cdot \frac{J_{zz}}{\ell^2} \right] + b \cdot m_1 \cdot \dot{\psi}}{J_{zz} \cdot m_1 + 4 \cdot m_1^2 \cdot d^2} \end{bmatrix}$$

Rovnice 10: Maticově zapsané pohybové rovnice quadcoptéry

Označme vektor stavových veličin jako

$$\underline{\mathbf{x}}^T = [\dot{\psi} \quad \psi \quad \dot{\alpha}_3 \quad \alpha_3 \quad \dot{\alpha}_5 \quad \alpha_5 \quad \dot{\alpha}_7 \quad \alpha_7 \quad \dot{\alpha}_9 \quad \alpha_9]$$

Pak model ve stavovém prostoru i s uvažováním lineárního tlumení odporem vzduchu můžeme napsat ve tvaru:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \dot{\psi} \\ \psi \\ \dot{\alpha}_3 \\ \alpha_3 \\ \dot{\alpha}_5 \\ \alpha_5 \\ \dot{\alpha}_7 \\ \alpha_7 \\ \dot{\alpha}_9 \\ \alpha_9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \ddot{\psi} \\ \dot{\psi} \\ \ddot{\alpha}_3 \\ \dot{\alpha}_3 \\ \ddot{\alpha}_5 \\ \dot{\alpha}_5 \\ \ddot{\alpha}_7 \\ \dot{\alpha}_7 \\ \ddot{\alpha}_9 \\ \dot{\alpha}_9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -b_{\psi} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ b_{\alpha} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ b_{\alpha} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ b_{\alpha} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ b_{\alpha} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{\psi} \\ \psi \\ \dot{\alpha}_3 \\ \alpha_3 \\ \dot{\alpha}_5 \\ \alpha_5 \\ \dot{\alpha}_7 \\ \alpha_7 \\ \dot{\alpha}_9 \\ \alpha_9 \end{bmatrix} +$$

$$+ \begin{bmatrix} \frac{1}{J_{zz} + 4 \cdot m_1 \cdot d^2} & \frac{1}{J_{zz} + 4 \cdot m_1 \cdot d^2} & \frac{1}{J_{zz} + 4 \cdot m_1 \cdot d^2} & \frac{1}{J_{zz} + 4 \cdot m_1 \cdot d^2} \\ \frac{\left[\left(1 + 48 \cdot \frac{d^2}{\ell^2} \right) m_1 + 12 \cdot \frac{J_{zz}}{\ell^2} \right]}{J_{zz} \cdot m_1 + 4 \cdot m_1^2 \cdot d^2} & \frac{m_1}{J_{zz} \cdot m_1 + 4 \cdot m_1^2 \cdot d^2} & \frac{m_1}{J_{zz} \cdot m_1 + 4 \cdot m_1^2 \cdot d^2} & \frac{m_1}{J_{zz} \cdot m_1 + 4 \cdot m_1^2 \cdot d^2} \\ \frac{m_1}{J_{zz} \cdot m_1 + 4 \cdot m_1^2 \cdot d^2} & \frac{\left[\left(1 + 48 \cdot \frac{d^2}{\ell^2} \right) m_1 + 12 \cdot \frac{J_{zz}}{\ell^2} \right]}{J_{zz} \cdot m_1 + 4 \cdot m_1^2 \cdot d^2} & \frac{m_1}{J_{zz} \cdot m_1 + 4 \cdot m_1^2 \cdot d^2} & \frac{m_1}{J_{zz} \cdot m_1 + 4 \cdot m_1^2 \cdot d^2} \\ \frac{m_1}{J_{zz} \cdot m_1 + 4 \cdot m_1^2 \cdot d^2} & \frac{m_1}{J_{zz} \cdot m_1 + 4 \cdot m_1^2 \cdot d^2} & \frac{\left[\left(1 + 48 \cdot \frac{d^2}{\ell^2} \right) m_1 + 12 \cdot \frac{J_{zz}}{\ell^2} \right]}{J_{zz} \cdot m_1 + 4 \cdot m_1^2 \cdot d^2} & \frac{m_1}{J_{zz} \cdot m_1 + 4 \cdot m_1^2 \cdot d^2} \\ \frac{m_1}{J_{zz} \cdot m_1 + 4 \cdot m_1^2 \cdot d^2} & \frac{m_1}{J_{zz} \cdot m_1 + 4 \cdot m_1^2 \cdot d^2} & \frac{m_1}{J_{zz} \cdot m_1 + 4 \cdot m_1^2 \cdot d^2} & \frac{\left[\left(1 + 48 \cdot \frac{d^2}{\ell^2} \right) m_1 + 12 \cdot \frac{J_{zz}}{\ell^2} \right]}{J_{zz} \cdot m_1 + 4 \cdot m_1^2 \cdot d^2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} M_3 \\ M_5 \\ M_7 \\ M_9 \end{bmatrix}$$

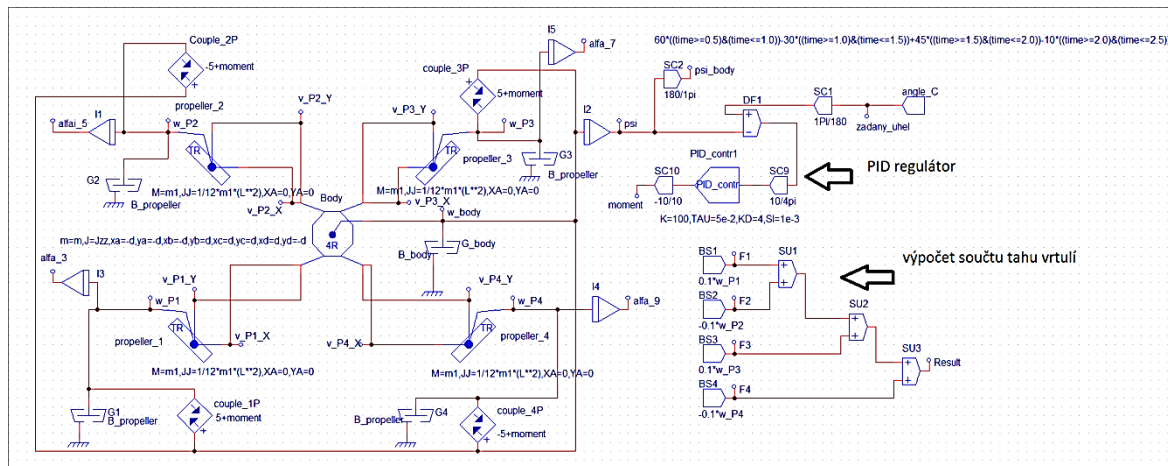
Pokud by nedošlo k uvažování lineárního odporu vzduchu působícího na jednotlivé vrtule, tak by v modelu po nastavení požadované úhlové polohy tělesa docházelo k zastavení otáčení vrtulí.

6.3 Model quadcoptery v Dynastu

1. Nejdříve vytvořme model vycházející z rovnic

$$\begin{bmatrix} \ddot{\psi} \\ \ddot{\alpha}_3 \\ \ddot{\alpha}_5 \\ \ddot{\alpha}_7 \\ \ddot{\alpha}_9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{b \cdot \dot{\psi} + (M_3 + M_5 + M_7 + M_9)}{J_{zz} + 4 \cdot m_1 \cdot d^2} \\ \frac{M_3 \left[\left(1 + 48 \cdot \frac{d^2}{\ell^2} \right) m_1 + 12 \cdot \frac{J_{zz}}{\ell^2} \right] + M_5 \cdot m_1 + M_7 \cdot m_1 + M_9 \cdot m_1 + b \cdot m_1 \cdot \dot{\psi}}{J_{zz} \cdot m_1 + 4 \cdot m_1^2 \cdot d^2} \\ \frac{M_3 \cdot m_1 + M_5 \cdot \left[\left(1 + 48 \cdot \frac{d^2}{\ell^2} \right) m_1 + 12 \cdot \frac{J_{zz}}{\ell^2} \right] + M_7 \cdot m_1 + M_9 \cdot m_1 + b \cdot m_1 \cdot \dot{\psi}}{J_{zz} \cdot m_1 + 4 \cdot m_1^2 \cdot d^2} \\ \frac{M_3 \cdot m_1 + M_5 \cdot m_1 + M_7 \cdot \left[\left(1 + 48 \cdot \frac{d^2}{\ell^2} \right) m_1 + 12 \cdot \frac{J_{zz}}{\ell^2} \right] + M_9 \cdot m_1 + b \cdot m_1 \cdot \dot{\psi}}{J_{zz} \cdot m_1 + 4 \cdot m_1^2 \cdot d^2} \\ \frac{M_3 \cdot m_1 + M_5 \cdot m_1 + M_7 \cdot m_1 + M_9 \cdot \left[\left(1 + 48 \cdot \frac{d^2}{\ell^2} \right) m_1 + 12 \cdot \frac{J_{zz}}{\ell^2} \right] + b \cdot m_1 \cdot \dot{\psi}}{J_{zz} \cdot m_1 + 4 \cdot m_1^2 \cdot d^2} \end{bmatrix}$$

Na následujícím obrázku je jejich model v Dynastu, přičemž momenty otáčející jednotlivými propelery jsou generovány regulační smyčkou s PD regulátorem úhlové polohy báze.



Obrázek 28: Diagram quadcoptery v programu Dynast

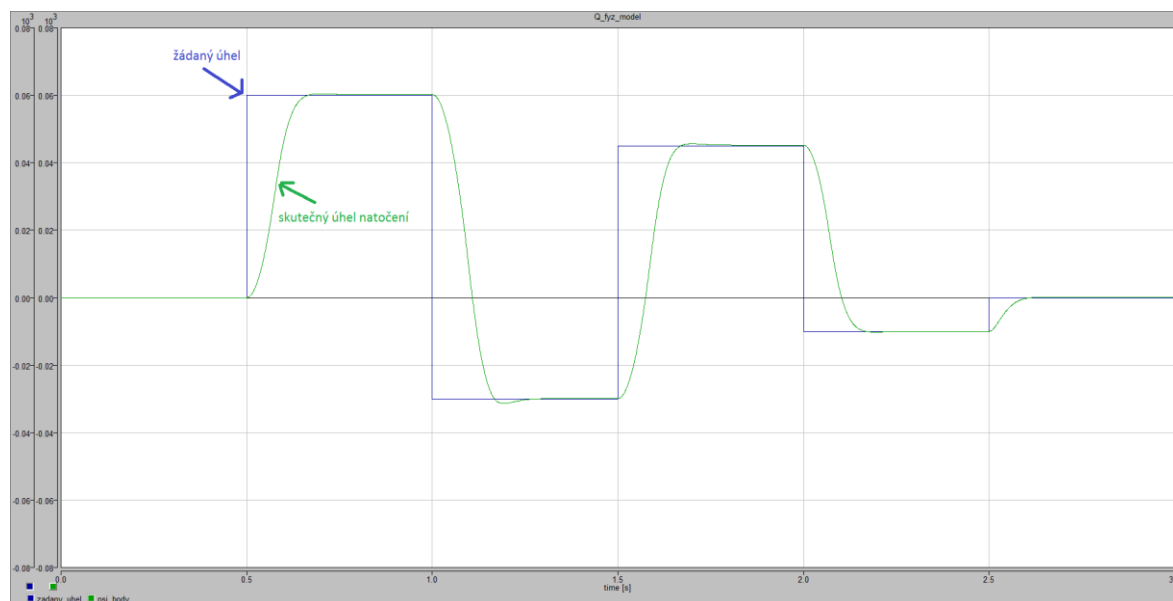
6.3.1 Rotace Quadcoptery v rovině

Při zadání úhlů natočení:

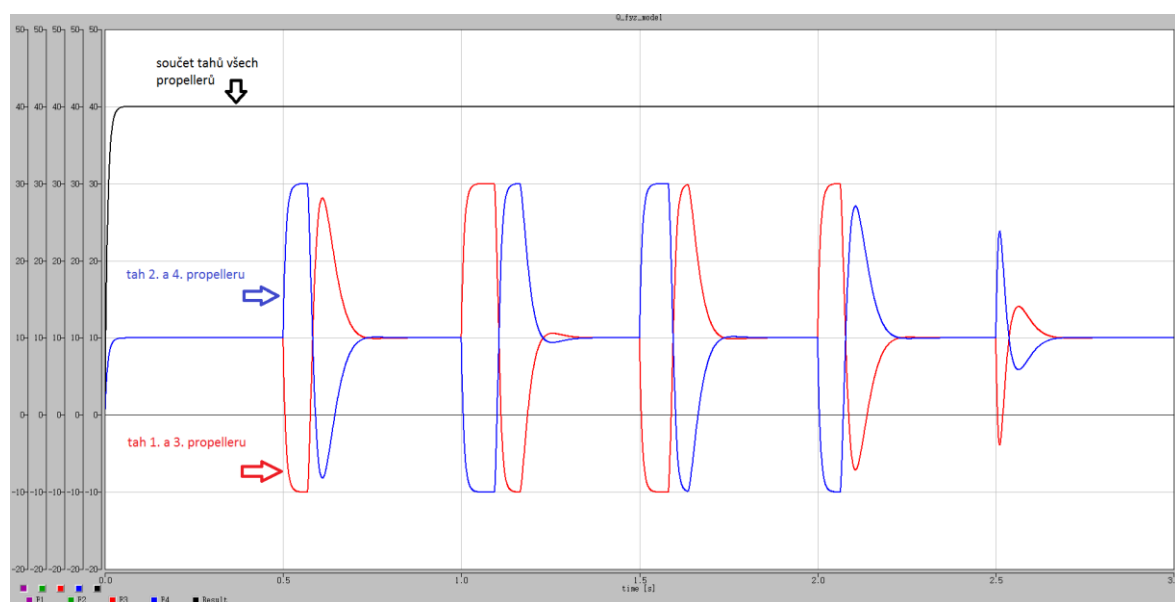
| Úhel natočení [°] | Časový úsek natočení [s] |
|----------------------|-----------------------------|
| + 60 | 0,5 – 1 |
| - 30 | 1 – 1,5 |
| +45 | 1,5 – 2 |
| - 10 | 2 – 2,5 |

Tabulka 4:Zadané úhly v průběhu času

Výsledek požadovaného a skutečného úhlu natočení:



Obrázek 29: Výsledek celkového tahu a tahu jednotlivých vrtulí:



Obrázek 30: Graf tahů jednotlivých tahů vrtulí a celkového tahu všech vrtulí

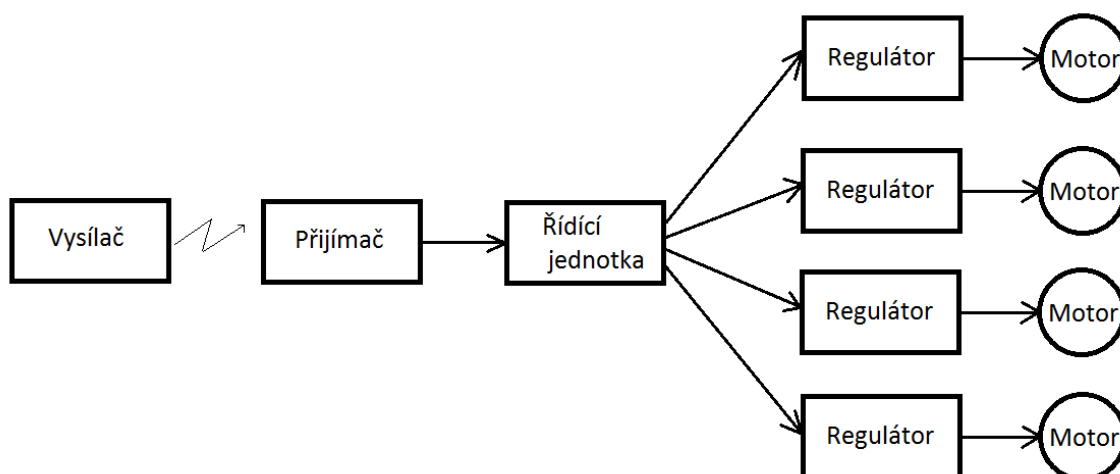
Pro vznášení se quadcoptery v ose Z je nutné, aby součet tahů všech vrtulí byl konstantní.

Pro zabránění pohybu quadcoptery v ose X v rovině XY je nutné, aby součet tahu 1. a 2. vrtule byl roven součtu tahu 3. a 4. vrtule.

Pro zabránění pohybu quadcoptery v ose Y v rovině XY je nutné, aby součet 2. a 3. vrtule byl roven součtu tahu 1. a 4. vrtule.

7 NÁVRH RC SESTAVY

Pro praktické pokusy s návrhy řídicích jednotek se v nejčastějších případech využívá řídicích systémů využívaných v hobby modelářství. Jedná se o jeden z možných a dostupných způsobů řízení.



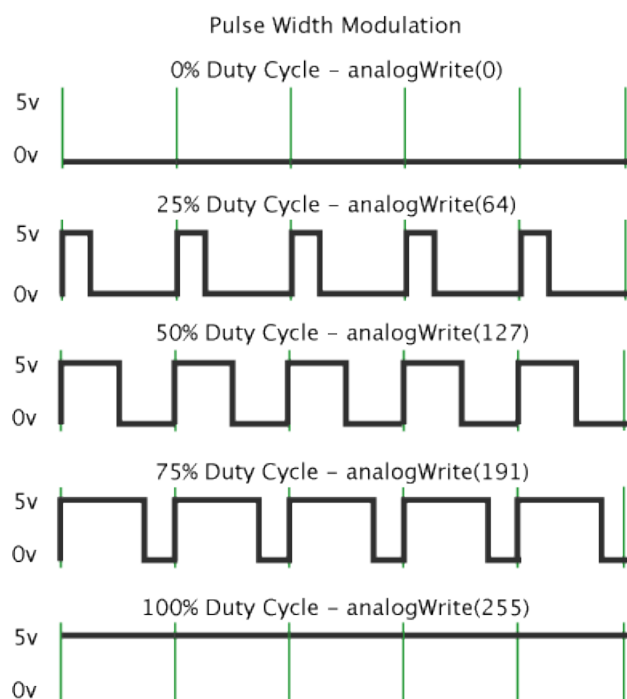
Obrázek 31: Schéma řízení quadcoptéry

Na obrázku číslo 31 lze vidět schéma řízení quadcoptéry. První stupeň řízení je přenos řídicích povelů operátora přes vysílač do přijímače. Vysílač převádí mechanickou polohu pák, popřípadě přepínačů na digitální signál, který je následně bezdrátově přenesen do přijímače. V teoretické části diplomové práce jsou uvedeny všechny dostupné řídicí frekvence.



Obrázek 32: 16 – ti kanálový vysílač Jeti DC-16[30]

Druhým stupněm je převod řídicích signálů z přijímače do řídicí jednotky coptery. Řídicí jednotka slouží jako mezistupeň mezi vysílačem, tedy operátorem a řízenými členy, tedy motory respektive jejich regulátory. Bez řídicí jednotky by operátor nebyl schopný udržet quadcoptery ve vzduchu, protože by nebyl schopný dostatečně rychle reagovat na výchylky a pohyb coptery. Řídicí jednotka reaguje i na minimální výchylky oproti požadovanému stavu a bez zásahu operátora provádí jejich korekce. Signál přijímaný řídicí jednotkou z přijímače a kterým řídicí jednotka ovládá regulátory motorů je modulován pulzní šířkou.



Obrázek 33: PWM signál[31]

ZÁVĚR

V teoretické části byla provedena rešerše problému vývoje a konstrukce copter. Prvním bodem teoretické části bylo provedení rešerše historie a vývoje copter. Ačkoli princip letu vrtulníku, a od něj odvozených copter, je znám již několik tisíc let, první vzlet s posádkou se uskutečnil ve 20. stol. Prvním známým létajícím vrtulníkem byla čínská hračka známá jako taketombo ze 4. stol. př. n. l. Mezi další známé pokusy patří návrh vrtulníku Leonarda da Vinciho z roku 1480. Do roku 1906 vzniklo ještě několik návrhů, ale teprve s příchodem spalovacích motorů, které měli dostatečný poměr výkon/hmotnost došlo k prvním úspěšným vzletům. I přes tyto úspěchy došlo teprve v roce 1938 k velkému rozvoji helikoptér a coptery stále zůstali v pozadí. Vývoj v oblasti copter znova začal až v poslední době a to díky pokroku na poli elektroniky a elektrických pohonů. Centrem vývoje se staly univerzity a to kvůli své interdisciplinaritě, kdy zde své uplatnění najdou studenti konstrukcí, teorie řízení, robotiky, navigace a další. V průmyslu patří mezi hlavní využití copter policie, HZS, armáda, energetika, protiteroristické brigády, bezpečnostní služby, žurnalistika, archeologie, geodézie, geologie, architektura a urbanismus, obchodníci s nemovitostmi, ochrana životního prostředí, meteorologie, filmoví a televizní pracovníci. A slouží k činnostem jako dokumentace dopravních nehod, topografie, pojišťovnictví, monitoring a regulace dopravních situací, monitoring populace fauny, environmentální monitoring, monitoring při záchraně majetku a osob při živelných pohromách, kontrola energetických sítí a zařízení, kontrola exteriéru vysokých staveb, kontrola rozsáhlých stavebních celků (přehrad, mosty, dálnice), kontrola liniových staveb, koordinace, komunikace, sledování, monitoring solárních farem, zemědělství.

Druhým bodem teorie je rešerše jednotlivých konstrukcí copter. I přes to, že se jedná o velice mladé odvětví bezpilotních prostředků, existuje několik konstrukcí. Coptery se dělí podle počtu a jejich uspořádání a mezi základní konstrukce patří tricoptery, quadcoptery, hexacoptery a octocoptery. Existují sice i konstrukce i s více jak 8 motory, ale jedná se spíše o ojedinělé případy. Dalším kritériem je počet motorů, kdy například u tricoptery je možné využít 3, 4 nebo 6 rotorů. Nebo quadcoptery, kde je možné použít 4 nebo 8 rotorů, kde jsou vždy dva nad sebou.

Dalším bodem je rešerše komponent, které jsou nutné pro konstrukci copter. Mezi tyto komponenty patří rám, motory, regulátory, vrtule, baterie a řídicí deska.

Rám je konstrukční prvek, jehož hlavním úkolem je nést všechny potřebné komponenty pro let. Celý návrh konstrukce u rámu začíná určením účelu, pro jaký bude určen a počet motorů, které bude rám nést, a jejich rozmístění. Dalším parametrem u rámu a celkově u copter je hmotnost, protože u copter hraje důležitou roli a je nutné ji mít co nejnižší pro maximální možný dolet. Další část je sestava baterií, regulátorů, motorů a vrtulí. Celá tato sestava slouží ke vzletu a pohybu coptery ve vzduchu a jedná se o jediné součásti, které se podílejí na pohybu. Z rešerše je patrné, že z různých druhů elektrických pohonů, jejich řízení a zdrojů energie je nutné využívat zdroje s maximální účinností. Z elektrických pohonů je tak vhodné používat BLDC motory. Jedná se o konstrukčně jednoduché motory s vysokou účinností s širokou výkonovou škálou. Pro řízení je možné využít hobby nebo profi elektronické regulátory, které umožňují velmi jednoduše a přesně řídit otáčky a výkon výše zmíněných elektrických motorů. Úzce s výběrem elektrického pohonu souvisí i výběr vrtule. Vzhledem k tomu, jak dochází k převodu energie mechanické a energii vzlakovou je při výběru vhodných vrtulí vybírat vrtule z neohebného materiálu a vrtule s velkým průměrem a malým stoupáním. Pokud by nebyly dodrženy tyto parametry, docházelo by k energetickým ztrátám a snižování doby letu. Posledním prvkem pohonného systému jsou baterie. Zde stejně jako v případě motorů a regulátorů je vhodné využít li-polymerové baterie z modelářského prostředí. Li-polymerové baterie mají vysoký poměr uložené elektrické energie na kilogram hmotnosti baterie. Posledním systémem je řídicí jednotka. Řídicí jednotka slouží k převodu řídicích signálů na požadovaný pohyb. K tomu slouží akcelerometr a gyrometr jako hlavní dva senzory, které slouží k měření zrychlení respektive úhlu natočení coptery v prostoru. Bez těchto senzorů by nebylo možné srovnávat požadovanou polohu s polohou reálnou. Mezi další doplňkové senzory, které umožňují určovat polohu v prostoru, patří magnetometr, GPS nebo sonar. Tyto senzory nejsou nezbytně nutné pro určování polohy coptery v prostoru, ale pomáhají ji řídit na větší vzdálenosti, jako Failsafe nebo při přistávání.

Poledním bodem teoretické části diplomové práce jsou právní náležitosti. Při provozu je nutné, krom jiných, dodržovat Doplněk X Leteckého předpisu L2 a všeobecné oprávnění ČTÚ. Doplněk X je velmi diskutovaný doplněk k Leteckému předpisu, a to z důvodu, že upřesňuje jednotlivé limity modelů a bezpilotních letadel. Problém je v tom, že určuje rozdíly mezi bezpilotním letadlem a modelem v hmotnostním limitu do 20 kg. Přitom zákon č. 49/1997 Sb. Paragrafem 2, odstavec 2 definuje cokoliv s hmotností do 20kg jako model letadla. Z toho by tedy vyplývalo, že Doplněk X je v tomto neplatný. Dalšími

právními dokumenty, které je nutné dodržovat je Všeobecné oprávnění č. VO-R/12/09.2010-12 a všeobecné oprávnění č. VQ-R/10/06.2009-9. Dané všeobecné oprávnění limituje maximální vysílací výkony RC vysílaček a vysílací výkony videa. U RC vysílaček na frekvenci 2,4GHz je limit vysílacího výkonu 100mW. Pro přenos videa na frekvenci 2,4 nebo 5,8 GHz je 25mW. Výrobci RC vysílaček vysílací limit 100mW dodržují a k porušování daného oprávnění nedochází. U přenosu videa, kde u vysílání na frekvencích 2,4 GHz a 5,8 GHz je daný limit překračován i 20 – ti násobně. V případě provozování daných systémů se provozovatel vystavuje riziku pokuty.

Praktická část diplomové práce je rozdělená na dvě části. V první části je výpočet a vytvoření pohybových rovnic quadcoptery v prostoru. Dané rovnice slouží k vytvoření modelu v programu Dynast a následné řešení rotace celého modelu. Výsledkem je grafický a numerický výstup. Numerický výstup je následně použit jako vstup pro SolidWorks a vytvoření výstupu jako videa pohybu coptery.

Posledním bodem diplomové práce je vytvoření schématu ovládání quadcoptery pomocí RC vybavení.

Celá práce je zaměřena na vytvoření pohybových rovnic a jejich následnou verifikace v simulačním programu Dynast a zorazení výsledku v programu Solidworks. Zdroje momentu jsou ideální a proto ani výsledky neodpovídají skutečnosti.

ZÁVĚR V ANGLIČTINĚ

In the theoretical part of the problem was done research of the development and construction of copter. The first point of the theoretical part is history of research and development copter. Although the principle of helicopter flight, and derived from it copter is known for several thousand years, the first manned flight took place in the 20th century. The first known flying helikoptér is toy from China known as taketombo of the 4th century BC. Among other known attempts to include the design of the helicopter Leonardo da Vinci from 1480. To 1906 there was established a few suggestions, but only with the advent of internal combustion engines that have sufficient weight / power ratio were the first successful takeoffs. Despite these successes occurred in 1938 to the great development and helicopters but copter still remained in the background. Developments in copter started up again recently thanks to advances in electronics and electrical drives. Development centers have become a university because of its interdisciplinarity, when students find their application design, control theory, robotics, navigation and more. The industry is one of the main use copter police, firefighters, military, energy, anti-terrorist brigade, security services, journalism, archeology, geodesy, geology, architecture and town planning, estate agents, environmental protection, meteorology, film and television professionals. A is used for activities such as documentation of traffic accidents, topography, insurance, monitoring and control of traffic situations, monitoring populations of fauna, environmental monitoring, monitoring the rescue of persons and property from natural disasters, control of energy networks and devices, check the exterior of high buildings, control of large construction units (dams, bridges, highways), control line construction, coordination, communication, tracking, monitoring solar farms, agriculture.

The second point is the theory research of individual constructions copter. Despite the fact that this is a very young industry of UAVs, there are several structures. Copter is divided according to the number and arrangement and the basic design include tricopters, quadrocopters, hexacopters and octocopters. Although there are also structures with more than 8 engines, but these tend to be isolated cases. Another criterion is the number of motors, for example Tricopters can use 3, 4 or 6 of the rotors. Or quadrocopter where you can use 4 or 8 rotors which are always above the other two.

Another point is the research of components that are necessary for the construction copter. These components include the frame, motor, controller, propeller, batteries and control board.

The frame is a structural element, whose main task is to carry all the necessary components for years. The whole construction design for the frame begins by identifying the purpose for which will be determined by a number of engines that will carry the frame, and their placement. Another parameter in frames and overall in copter's weight, because copter plays an important role and need to be as low as possible for maximum range. The other part is a set of batteries, controllers, motors and propellers. The whole assembly is used to take off and movement copter air and is the only components that are involved in the movement. From research it is apparent that various kinds of electric drives, management and energy sources, it is necessary to use resources with maximum efficiency. The electric drive is so convenient to use BLDC motors. It is a simple construction and high efficiency motors with a wide power range. The control can be used hobby or professional electronic controllers that allow easily and accurately control the speed and performance of the above-mentioned electric motors. We work closely with a selection of electric drive is also related to the selection of the propeller. Since, as there is a transfer of energy and mechanical energy to lifting is selecting suitable propeller and choose non-flexible material and a propeller with a large diameter and small pitch. If these parameters are not met, there would be a reduction of energy and losses of flight time. The final element of the propulsion system is the battery. Here, as in the case of motors and controllers is appropriate to use li-polymer battery from the modeling environment. Li-polymer batteries have a high ratio of stored electrical energy per kilogram of battery weight. The last system is the control unit. The control unit is used to transfer control signals to the desired movement. This serves as an accelerometer and gyrometers main two sensors are used to measure the speed or rotation angle copter space. Without these sensors would not be possible to compare the desired position with the real position. Among other other additional sensors that allow you to determine the location in the area include magnetometer, GPS or sonar. These sensors are necessary for positioning copter in space, but they help to determine long period of time. These sensors are necessary for positioning copter in space, but it helps to drive longer distances as Failsafe or landing.

The last point of the theoretical part of the thesis are legal requirements. In operation is necessary, among others, observe Aviation Regulation Supplement X of L2 and general

authorizations of ČTÚ. Complement X is hotly debated supplement to air regulation, for the reason that sets out the various models and the limits of unmanned aircraft. The problem is, that determines the differences between the unmanned aircraft and model in the weight limit of 20 kg but doing so, the Act No. 49/1997 Coll. Section 2, paragraph 2 defines anything with a weight of up to 20kg as model aircraft. It would therefore follow that the complement of X is in this void. Other documents that must follow are the General License No. VO-R/12/09.2010-12 a General License No. VQ-R/10/06.2009-9. The general authorization limits the maximum transmission power RC radios and broadcast video performance. For RC radios at 2.4 GHz is limit the transmission power of 100mW. For video transmission at 2.4 or 5.8 GHz is 25mW. Producers of RC radios transmitting 100mW limit violations and comply with the authorization occurs. For video transmission, which broadcasts at a frequency of 2.4 GHz and 5.8 GHz the limit is exceeded for 20 times. In the case of using the systems, the operator runs the risk of penalties.

The practical part of the thesis is divided into two parts. In the first part of the calculation and creation quadcopter equations of motion in space. The equations used to model the program Dynast and follow rotation of the whole model. The result is a graphical and numerical output. Numerical output is then used as input for SolidWorks and create output as video motion copter.

The last point of the thesis is to create a control scheme using Quadcopter RC equipment.

The whole work is focused on the creation of the equations of motion and their verification in the simulation program Dynast and images result in SolidWorks. Sources moment are perfect and therefore no results do not match reality.

SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY

- [1] Úředníček, Z.: *Elektromechanické akční členy*, Univerzita T. Bati ve Zlíně, Zlín 2009, ISBN 978-80-7318-835-1.
- [2] Mann, H.,. *Modelling and Simulation*, DynLab, Course on Dynamics of multidisciplinary and controlled System, Computing and Information Centre Czech Technical University in Prague. 2006.
- [3] David Malgoza,D., Mercedes E.,F.,D, Smith s., West, J.: *Quad-Copter-Autonomous Surveillance Robot*, EEL 4914 Senior Design I Documentation, University of Central Florida 1910.
- [4] Dole, Charles E. Lewis, James E. :*“Flight Theory and Aerodynamics. A Practical Guide For Operational Safety, Second Edition.”* John Wiley and Sons, Inc. 2000.
- [5] Bramwell, A.R.S.: *“Helicopter Dynamics”*. John Wiley and Sons, Inc.1976. Watkinson, John. *“The Art of the Helicopter”*. Elsevier Butterworth-Heinmann.2004.
- [6] S. Bouabdallah, A. Noth, and R. Siegwart. *PID vs LQ control techniques applied to an indoor micro quadrotor*. In *Intelligent Robots and Systems*, 2004. (IROS 2004).
- [7] Magnussen, Ø, Skjønhaug, E.,S.: *Modeling, Design and Experimental Study for a Quadcopter System Construction*, This Master's Thesis University of Agder, 2011.
- [8] Kallapur I. P. A. ,and Anavatti S. :. *A robust gyroless attitude estimation scheme for a small fixed-wing unmanned aerial vehicle*. *Proceedings of the 7th Asian Control Conference*, Hong Kong, China, August 27-29, 2009.
- [9] AVIASTAR.ORG. *Aviastar.org* [online]. [cit. 2014-03-09].
- [10] Quadcopter. In: *Wikipedia: the free encyclopedia* [online]. San Francisco (CA): Wikimedia Foundation, 2001- [cit. 2014-05-13]. Dostupné z: <http://en.wikipedia.org/wiki/Quadcopter>
- [11] Quadrocopter. In: *Wikipedia: the free encyclopedia* [online]. San Francisco (CA): Wikimedia Foundation, 2001- [cit. 2014-05-13]. Dostupné z: <http://de.wikipedia.org/wiki/Quadrocopter>
- [12] BÜCHI, Roland. *Fascination Quadrocopter*. Books on Demand, 2011. ISBN 987-3-8423-6731-9.
- [13] *Helicopter build between 1907 - 1935* [online]. [cit. 2014-05-13]. Dostupné z: http://aviastar.org/helicopters_eng/france.html
- [14] DELP, Frank. *Aircraft propellers and controls*. Casper, WY: IAP, Inc., 1992?, v, 150 p. ISBN 08-910-0097-6.
- [15] Česká republika. Zákon o civilním letectví. In: č. 49/1997 Sb. Praha: Tiskárna Ministerstva vnitra, 1997, roč. 2006, č. 439, 142. Dostupné z: http://www.mdcr.cz/NR/ronlyres/DBFE6B7E-815D-4F11-94D2-601262631A71/0/zakon_o_cl_uplne_zneni.pdf

- [16] Česká republika. Letecký předpis: Pravidla létání L2. In: http://lis.rlp.cz/predpisy/predpisy/dokumenty/L/L-2/data/print/L-2_cely.pdf. 2000. Dostupné z: <http://lis.rlp.cz/predpisy/predpisy/index.htm>
- [17] Česká republika. Všeobecné oprávnění č. VO-R/12/09.2010-12 k využívání rádiových kmitočtů a k provozování zařízení pro širokopásmový přenos dat v pásmech 2,4 GHz až 66 GHz. In: http://www.ctu.cz/cs/download/oop/rok_2010/vo-r_12-09_2010-12.pdf.
- [18] Česká republika. Všeobecné oprávnění č. VO-R/16/08.2005-28 k využívání rádiových kmitočtů a k provozování zařízení provozovaných společně na určených kmitočtech v pásmech 27MHz až 450MHz. In: http://www.ctu.cz/1/download/Opatreni%20obecne%20povahy/VO_R_16_08_2005_28.pdf.
- [19] MICRODRONES GMBH. *Microdrones* [online]. [cit. 2014-05-19]. Dostupné z: <http://www.microdrones.com/index.php>
- [20] GESSOW AND MAYERS. *Early Helicopter History* [online]. [cit. 19.5.2014]. Dostupný na WWW: <http://www.aerospaceweb.org/design/helicopter/history.shtml>
- [21] AUTOR NEUVEDEN. *Válečné stroje mistra Leonarda: kosy, roboti i kulometry* [online]. [cit. 19.5.2014]. Dostupný na WWW: <http://www.national-geographic.cz/detail/valecne-stroje-mistra-leonarda-kosy-roboti-i-kulometry-10152/>
- [22] AUTOR NEUVEDEN. *Team Black-sheep* [online]. [cit. 19.5.2014]. Dostupný na WWW: <http://team-blacksheep.com/>
- [23] AUTOR NEUVEDEN. *DJI S1000* [online]. [cit. 19.5.2014]. Dostupný na WWW: <http://www.dji.com/product/spreading-wings-s1000>
- [24] AUTOR NEUVEDEN. *Intelligent Control Systems Laboratory* [online]. [cit. 19.5.2014]. Dostupný na WWW: <http://spring.mae.cuhk.edu.hk/~icsl/Projects.htm>
- [25] AUTOR NEUVEDEN. *Elektric R/C Flight* [online]. [cit. 19.5.2014]. Dostupný na WWW: <http://www.wattsup.co.nz/may2002.htm>
- [26] AUTOR NEUVEDEN. *Turnigy Multistar 4114 - 320* [online]. [cit. 19.5.2014]. Dostupný na WWW: http://www.hobbyking.com/hobbyking/store/__45281__4114_320KV_Turnigy_Multistar_Multi_Rotor_Motor_With_3_5mm_Bullet_Connector.html
- [27] AUTOR NEUVEDEN. *RapidESCs* [online]. [cit. 19.5.2014]. Dostupný na WWW: <http://wiki.openpilot.org/display/DocFR/RapidESCs>
- [28] AUTOR NEUVEDEN. *16x5 Carbon fiber propellers* [online]. [cit. 19.5.2014]. Dostupný na WWW: http://www.hobbyking.com/hobbyking/store/__39780__16x5_carbon_fiber_propellers_to_suit_the_dji_s800_hexacopters_1_pair_of_1_h_and_r_h_rotation_.html
- [29] AUTOR NEUVEDEN. *Turnigy nano-tech 5000mah 6S 65~130C Lipo Pack* [online]. [cit. 19.5.2014]. Dostupný na WWW: http://www.hobbyking.com/hobbyking/store/__19156__Turnigy_nano_tech_5000mah_6S_65_130C_Lipo_Pack.html

- [30] AUTOR NEUVEDEN. *Jeti DC-16* [online]. [cit. 19.5.2014]. Dostupný na WWW: <http://www.jetimodel.com/cs/katalog/Vysilace/@produkt/DC-16/>
- [31] AUTOR NEUVEDEN. *PWM* [online]. [cit. 19.5.2014]. Dostupný na WWW: <http://arduino.cc/en/Tutorial/PWM>

SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK

| | |
|--------|--------------------------------|
| RC | Radio control |
| VTOL | Vertical take-off and landing |
| STOL | Short take-off and landing |
| FPV | First-person view |
| BLDC | Brushless direct current motor |
| PWM | Pulse Width modulation |
| BEC | Battery eliminator circuit |
| Li-Pol | Lithium-Polymerová baterie |
| HZS | Hasičský záchranný sbor |
| IZS | Integrovaný záchranný sbor |
| Q-téra | Quadrocoptera |
| ČTÚ | Český Telekomunikační Úřad |

SEZNAM OBRÁZKŮ

| | |
|---|----|
| Obrázek 1: Vrtulník – taketombo z bambusu [20] | 11 |
| Obrázek 2: Helicoptéra Leonarda da Vinciho [21] | 12 |
| Obrázek 3: Breguet-Richet Gyroplane No. 1 [9] | 13 |
| Obrázek 4: Cornu helikoptér [9] | 13 |
| Obrázek 5: Breguet-Richet Groplane No. 2 [9] | 14 |
| Obrázek 6: Oehmichen [9] | 15 |
| Obrázek 7: Tricopter s vyrovnávacím systémem | 18 |
| Obrázek 8: Kombinace tri- a quadro- cotperu, zadní rotory mohou být umístěny i nad sebou | 18 |
| Obrázek 9: Quadrocopter varianta X | 19 |
| Obrázek 10: Quadrocopter varianta + | 20 |
| Obrázek 11: Quadrocopter varianta H | 20 |
| Obrázek 12: Hexacopter | 21 |
| Obrázek 13: Octocopter | 22 |
| Obrázek 14: Rám TBS Discovery propagovaný firmou black-sheep.com, využíván zejména pro amatérské FPV lety [22] | 23 |
| Obrázek 15: Složený rám DJI S1000, rám se využívá pro nošení kamer a zrcadlovek pro profesionální natáčení a focení [23] | 24 |
| Obrázek 16: Konstrukce inrunner BLDC motoru [24] | 25 |
| Obrázek 17: Konstrukce outrunner BLDC motoru [25] | 25 |
| Obrázek 18: Motor Turnigy Multistar 4114, svými parametry je určen přímo pro použití v copterách [26] | 26 |
| Obrázek 19: Pohled na elektroniku regulátoru [27] | 27 |
| Obrázek 20: Carbonová vrtule s rozměry 15 x 5 palců, konstrukčně uzpůsobená pro použití na copterách [28] | 28 |
| Obrázek 21: Li-Polymerová baterie Turnigy Nanotech, nominální napětí 22,2V s kapacitou 5000 mAh s vybíjecími proudy 325A (650A do 5s) [29] | 30 |
| Obrázek 22: Řídící jednotka DJI A2 pro profesionální nasazení s GPS, kompasem a OSD [23] | 31 |
| Obrázek 23: MD4 – 1000 firmy Microdrones GmbH využívaná i Německou policií [19] | 35 |

| | |
|---|----|
| Obrázek 24: MD4 – 1000 firmy Microdrones GmbH v úpravě pro využití pro HZS [19] | 35 |
| Obrázek 25: Těleso se čtyřmi rotory v prostoru s globální a lokálními kartézskými soustavami | 37 |
| Obrázek 26: Těleso se čtyřmi rotory v prostoru s globálními a lokálními kartézskými soustavami | 41 |
| Obrázek 27: Těleso se čtyřmi rotory v prostoru s globálními a lokálními kartézskými soustavami | 44 |
| Obrázek 28: Diagram quadrocoptery v programu Dynast..... | 51 |
| Obrázek 29: Výsledek celkového tahu a tahu jednotlivých vrtulí: | 52 |
| Obrázek 30: Graf tahů jednotlivých tahů vrtulí a celkového tahu všech vrtulí | 52 |
| Obrázek 31: Schéma řízení quadrocoptéry | 53 |
| Obrázek 32: 16 – ti kanálový vysílač Jeti DC-16[30] | 53 |
| Obrázek 33: PWM signál[31] | 54 |

SEZNAM TABULEK

| | |
|--|----|
| Tabulka 1: Tabulka Denavit-Hartenbergových parametrů k Obr. 25 | 37 |
| Tabulka 2: Tabulka Denavit-Hartenbergových parametrů k Obr. 26 | 41 |
| Tabulka 3: Tabulka Denavit-Hartenbergových parametrů k Obr. 27 | 44 |
| Tabulka 4: Zadané úhly v průběhu času | 51 |

SEZNAM ROVNIC

| | |
|--|----|
| Rovnice 1: Homogenní transformační matice | 38 |
| Rovnice 2: Odvození absolutních souřadnic prvního propelleru..... | 39 |
| Rovnice 3: Rovnice kinetické energie prvního propelleru | 40 |
| Rovnice 4: Odvozená rovnice kinetické energie prvního propelleru | 40 |
| Rovnice 5: Odvozená rovnice kinetické energie druhého propelleru..... | 44 |
| Rovnice 6: Odvozená rovnice kinetické energie třetího propelleru | 46 |
| Rovnice 7: Odvozená rovnice kinetické energie čtvrtého propelleru..... | 47 |
| Rovnice 8: Rovnice kinetické energie těla quadrocoptéry | 47 |
| Rovnice 9: Rovnice potenciální energie čtyř propellerů | 47 |
| Rovnice 10: Maticově zapsané pohybové rovnice quadrocoptéry | 49 |

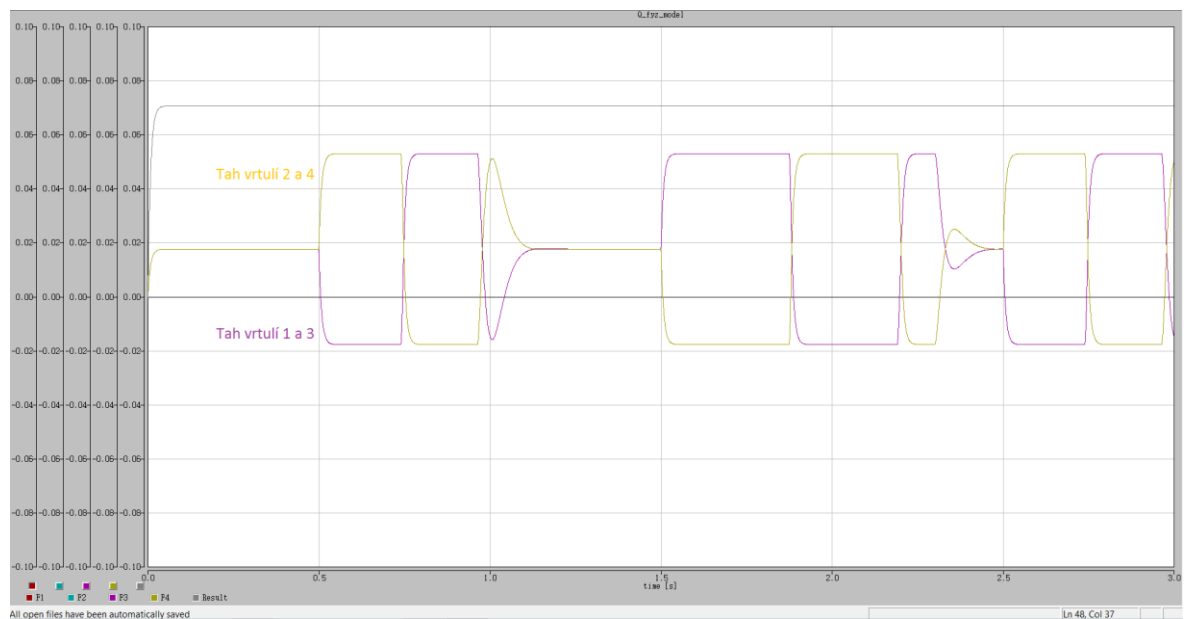
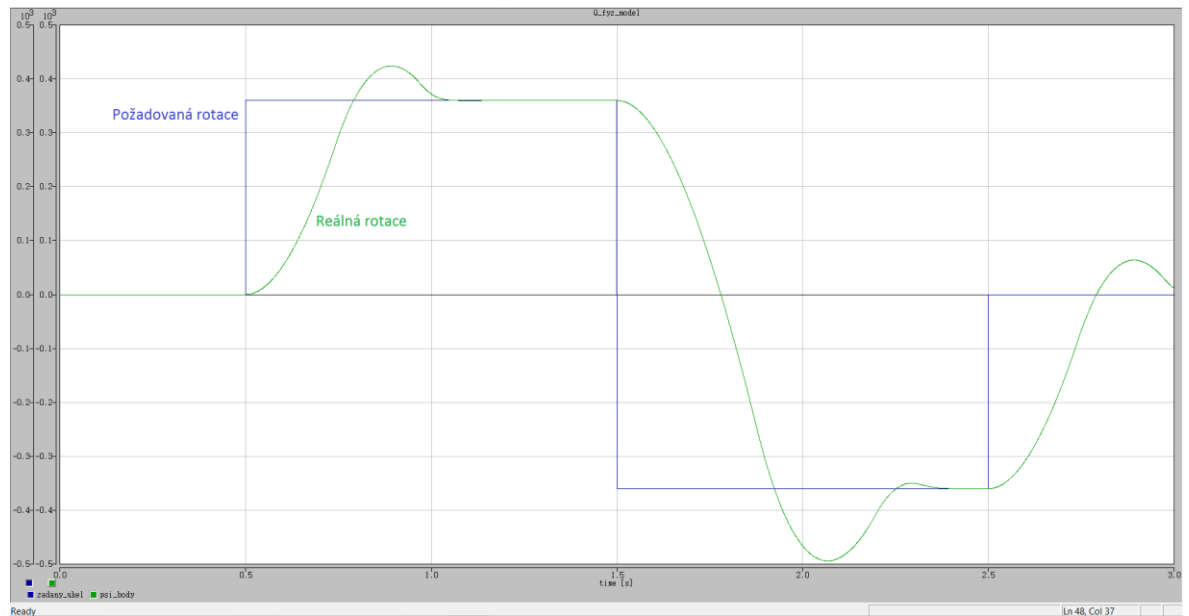
SEZNAM PŘÍLOH

Příloha P1: Grafy rotace 1

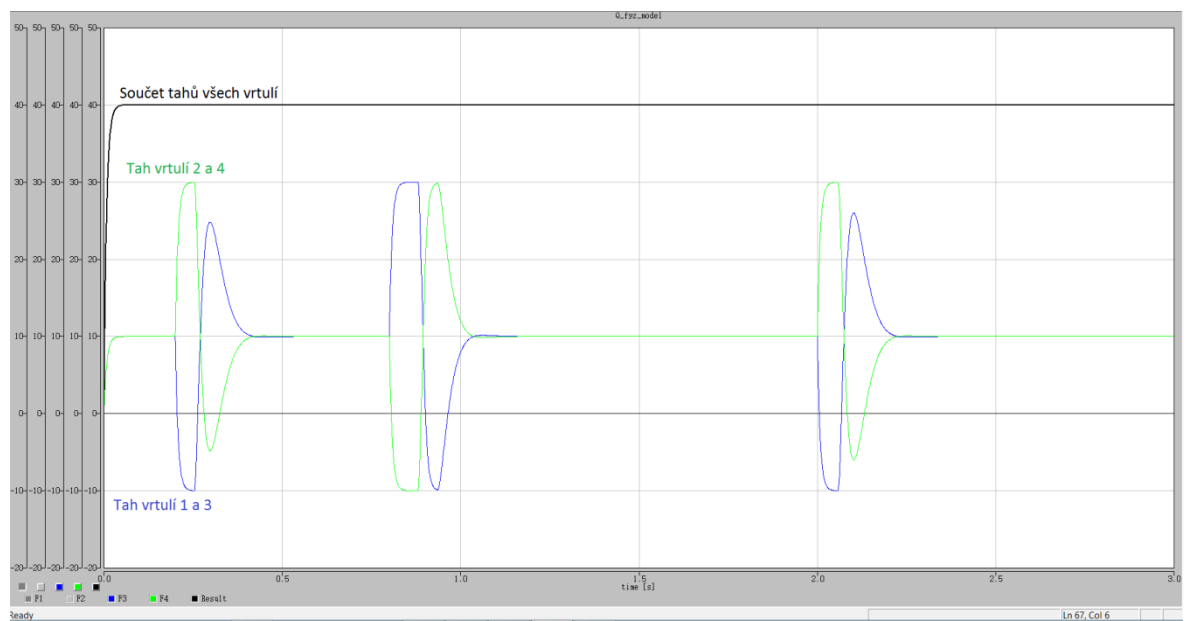
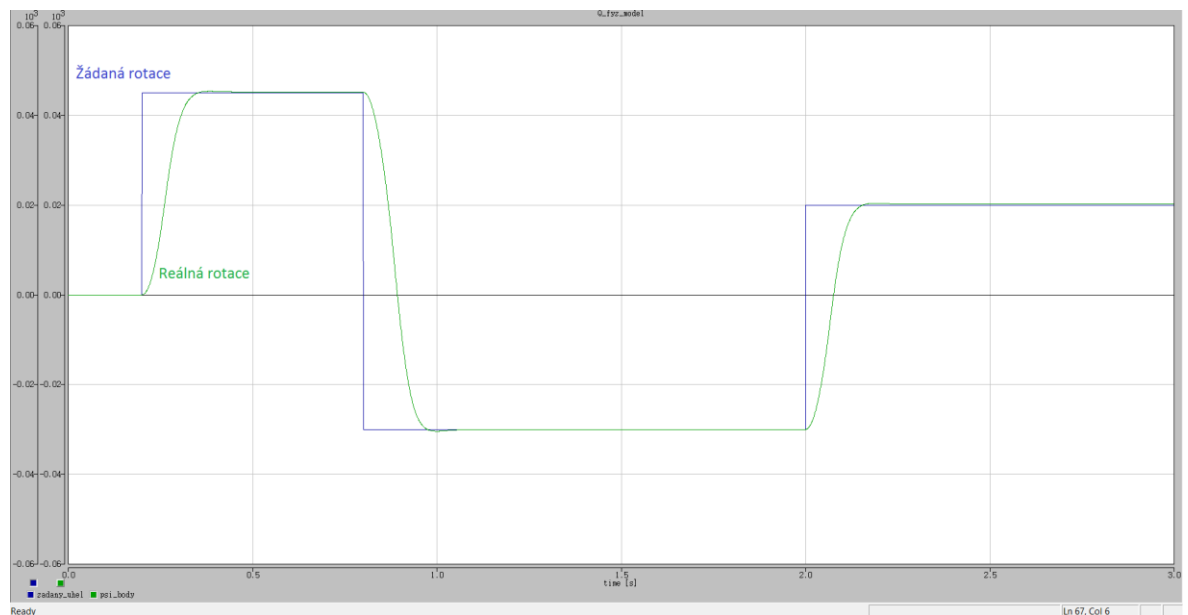
Příloha P2: Grafy rotace 2

Příloha P3: Quadrocoptera v Solidworksu

PŘÍLOHA P I: GRAFY ROTACE 1



PŘÍLOHA P 2: GRAF ROTACE 2



PŘÍLOHA P 3: QUADROCOPTERA V SOLIDWORKSU

