

Aplikace formální konceptuální analýzy na internetové prohlížeče

Application of Formal Concept Analysis for Web Browsers

Bc. Martin Podmajerský

Diplomová práce
2013



Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně
Fakulta aplikované informatiky

Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně

Fakulta aplikované informatiky

akademický rok: 2012/2013

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení: **Bc. Martin Podmajerský**
Osobní číslo: **A11443**
Studijní program: **N3902 Inženýrská informatika**
Studijní obor: **Počítačové a komunikační systémy**
Forma studia: **prezenční**

Téma práce: **Aplikace formální konceptuální analýzy na internetové prohlížeče**

Zásady pro vypracování:

1. Zpracujte literární rešerši na internetové prohlížeče, které se nejčastěji používají a uveďte jejich přehled.
2. V teoretické části zpracujte základní pojmy a tvrzení teorie uspořádaných množin a teorie svazů. Tvrzení formulujte bez důkazů, pouze s odkazem na doporučenou literaturu.
3. Uveďte definici a základní vlastnosti uzávěrových operátorů a větu o pevném bodě a jejich konkrétní příklady.
4. V praktické části zpracujte základy formální konceptuální analýzy a formulujte základní reprezentační větu. Uveďte konkrétní příklady kontextů a jejich konceptuálních svazů z dané oblasti.
5. Metodami formální konceptuální analýzy provedte rozbor používaných internetových prohlížečů a poskytovaných služeb z hlediska podporovaných protokolů. Aplikujte metody FCA na navigaci v konceptuálním svazu internetových prohlížečů.

Rozsah diplomové práce:

Rozsah příloh:

Forma zpracování diplomové práce: **tištěná/elektronická**

Seznam odborné literatury:

1. G. Birkhoff, S. Mac Lane, **Prehľad modernej algebry**, Alfa, SNTL, Bratislava, Praha, 1979, 468 stran; z anglického originálu **A Survey of Modern Algebra**, The Macmillan Company, Inc., New York, 3. vyd. 1965 (1. vyd. 1941, 2. vyd. 1953), preložili Š. Známa a J. Smítal.
2. T. Katriňák, M. Gavalec, E. Gedeonová, J. Smítal, **Algebra a teoretická aritmetika 1**, Alfa, SNTL, Bratislava, Praha, 1985, 349 strán.
3. Algebra 3. In: **ALGEBRA** [online]. FMFI UK Bratislava, 19. augusta 2005 [cit. 2013-02-11]. Dostupné z: <http://studentmatematiky.own.cz/algebra3/LKD-algebra3.pdf>.
4. The HTML5 test. How well does your browser support HTML5 [online]. 2013 [cit. 2013-02-05]. Dostupné z: <http://html5test.com/results/desktop.html>.
5. BEDNÁŘ, Vojtěch. **Alternativní webové prohlížeče: Firefox, Opera, Mozilla, Maxthon a další**. Vyd. 1. Brno: Computer Press, 2006, 168 s. ISBN 80-251-0566-0.
6. CASTRO, Elizabeth a Bruce HYSLOP. **HTML5 a CSS3: názorný průvodce tvorbou WWW stránek**. 1. vyd. Brno: Computer Press, 2012, 439 s. ISBN 978-80-251-3733-8.
7. GANTER, Bernhard, Rudolf WILLE. **Formal concept analysis: mathematical foundations**. New York: Springer, c1999, x, 284 p. ISBN 35-406-2771-5.

Vedoucí diplomové práce:

RNDr. Jiří Klimeš, CSc.

Ústav matematiky

Datum zadání diplomové práce:

26. února 2013

Termín odevzdání diplomové práce:

31. května 2013

Ve Zlíně dne 26. února 2013

prof. Ing. Vladimír Vašek, CSc.

děkan



prof. Ing. Karel Vlček, CSc.

ředitel ústavu

ABSTRAKT

Diplomová práca sa zaoberá analýzou internetových prehliadačov metódami formálnej konceptuálnej analýzy. Práca je rozdelená na dve časti. V úvode teoretickej časti je spracovaný stručný prehľad vzniku a vývoja internetových prehliadačov, nasleduje popis a prehľad jedenástich vybraných internetových prehliadačov. Ďalej sa teoretická časť práce sústreďuje na základné pojmy a prvky teórie usporiadaných množín. Posledná časť spracováva základné termíny z odbornej literatúry týkajúce sa hlavne teórie zväzov a sú tu tiež vymedzené pojmy ako uzáverový operátor, alebo veta o pevnom bode. Praktická časť práce sa zaoberá matematickými základmi formálnej konceptuálnej analýzy a spôsobmi jej grafickej reprezentácie, ďalej sa sústreďuje hlavne na rozbor internetových prehliadačov práve pomocou tejto metódy.

Kľúčové slová: internetový prehliadač, formálna konceptuálna analýza, usporiadané množiny, teória zväzov, uzáverový operátor, veta o pevnom bode.

ABSTRACT

Master thesis describes the analysis of web browsers with methods of formal concept analysis. The work is divided into two parts. In the introduction of theoretical part is treated with a brief overview of the emergence and development of Internet browsers and description and review the eleven selected web browsers. Furthermore, the theoretical part focuses on the basic terms and elements of the theory ordered sets. The last part describes the basic terms of specialized literature regarding to lattice theory and that are also defined terms as closure operator or fixed point theorem. Practical part of thesis deals with the mathematical basics of formal concept analysis and methods of its graphical representation and deals mainly with the analysis of web browsers currently using this method.

Keywords: Internet browser, formal concept analysis, ordered sets, the lattice theory, closure operator, fixed point theorem.

PodĎakovanie

Chcel by som touto formou poĎakovať vedúcemu mojej diplomovej práce pánovi RNDr. Jiřímu Klimešovi, CSc. za poskytnutie jeho cenných odborných rád, podnetov, korektúr, pripomienok a doporučení, za jeho profesionálne vedenie pri písaní práce a za odborné konzultácie.

PodĎakovanie rovnako patrí celej mojej rodine, hlavne rodičom a priateľom za podporu pri mojom štúdiu.

Prohlašuji, že

- beru na vědomí, že odevzdáním diplomové/bakalářské práce souhlasím se zveřejněním své práce podle zákona č. 111/1998 Sb. o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších právních předpisů, bez ohledu na výsledek obhajoby;
- beru na vědomí, že diplomová/bakalářská práce bude uložena v elektronické podobě v univerzitním informačním systému dostupná k prezenčnímu nahlédnutí, že jeden výtisk diplomové/bakalářské práce bude uložen v příruční knihovně Fakulty aplikované informatiky Univerzity Tomáše Bati ve Zlíně a jeden výtisk bude uložen u vedoucího práce;
- byl/a jsem seznámen/a s tím, že na moji diplomovou/bakalářskou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb. o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon) ve znění pozdějších právních předpisů, zejm. § 35 odst. 3;
- beru na vědomí, že podle § 60 odst. 1 autorského zákona má UTB ve Zlíně právo na uzavření licenční smlouvy o užití školního díla v rozsahu § 12 odst. 4 autorského zákona;
- beru na vědomí, že podle § 60 odst. 2 a 3 autorského zákona mohu užít své dílo – diplomovou/bakalářskou práci nebo poskytnout licenci k jejímu využití jen s předchozím písemným souhlasem Univerzity Tomáše Bati ve Zlíně, která je oprávněna v takovém případě ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které byly Univerzitou Tomáše Bati ve Zlíně na vytvoření díla vynaloženy (až do jejich skutečné výše);
- beru na vědomí, že pokud bylo k vypracování diplomové/bakalářské práce využito softwaru poskytnutého Univerzitou Tomáše Bati ve Zlíně nebo jinými subjekty pouze ke studijním a výzkumným účelům (tedy pouze k nekomerčnímu využití), nelze výsledky diplomové/bakalářské práce využít ke komerčním účelům;
- beru na vědomí, že pokud je výstupem diplomové/bakalářské práce jakýkoliv softwarový produkt, považují se za součást práce rovněž i zdrojové kódy, popř. soubory, ze kterých se projekt skládá. Neodevzdání této součásti může být důvodem k neobhájení práce.

Prohlašuji,

- že jsem na diplomové práci pracoval samostatně a použitou literaturu jsem citoval. V případě publikace výsledků budu uveden jako spoluautor.
- že odevzdaná verze diplomové práce a verze elektronická nahraná do IS/STAG jsou totožné.

Ve Zlíně

.....
podpis diplomanta

OBSAH

| | |
|---|-----------|
| ÚVOD | 9 |
| I TEORETICKÁ ČASŤ | 10 |
| 1 INTERNETOVÉ PREHLIADAČE | 11 |
| 1.1 HISTÓRIA INTERNETOVÝCH PREHLIADAČOV | 12 |
| 1.2 PROBLEMATIKA ZOBRAZOVANIA | 14 |
| 1.3 NAJPOUŽIVANEJŠIE INTERNETOVÉ PREHLIADAČE | 15 |
| 1.3.1 Google Chrome | 15 |
| 1.3.2 Internet Explorer | 16 |
| 1.3.3 Safari | 17 |
| 1.3.4 Mozilla Firefox | 18 |
| 1.3.5 Opera | 18 |
| 1.3.6 Maxthon | 20 |
| 1.4 SÚHRNNÉ INFORMÁCIE O PREDCHÁDZAJÚCICH PREHLIADAČOCH | 20 |
| 1.5 ĎALŠIE ALTERNATÍVNE PREHLIADAČE | 21 |
| 1.5.1 K-Meleon | 21 |
| 1.5.2 Avant Browser | 22 |
| 1.5.3 Sleipnir | 22 |
| 1.5.4 Lunaspace | 23 |
| 1.5.5 Camino | 23 |
| 1.6 SÚHRNNÉ DÁTA O ALTERNATÍVNYCH PREHLIADAČOCH | 24 |
| 2 USPORIADANÉ MNOŽINY | 25 |
| 2.1 ZÁKLADNÉ POJMY | 25 |
| 2.2 USPORIADANIA | 26 |
| 2.3 ŠPECIÁLNE PRVKY USPORIADANÝCH MNOŽÍN | 27 |
| 2.4 HASSEHO DIAGRAM | 28 |
| 3 ZVÄZY | 31 |
| 3.1 DEFINÍCIA A ZÁKLADNÉ VLASTNOSTI | 31 |
| 3.2 ZVÄZY A POLOZVÄZY | 33 |
| 3.3 PODZVÄZY A SÚČINY ZVÄZOV | 34 |
| 3.4 ÚPLNE ZVÄZY | 36 |
| 3.5 OPERÁCIE UZÁVERU | 37 |
| 3.6 PRÍKLADY UZÁVEROV | 39 |
| 3.7 VETA O PEVNOM BODE | 41 |
| 3.8 PRÍKLADY PEVNÝCH BODOV | 42 |
| 3.9 MODULÁRNE ZVÄZY | 43 |
| 3.10 DISTRIBUTÍVNE ZVÄZY | 44 |
| 3.11 KOMPLEMENTÁRNE ZVÄZY | 45 |
| II PRAKTICKÁ ČASŤ | 47 |
| 4 FORMÁLNA KONCEPTUÁLNA ANALÝZA | 48 |

| | | |
|----------|---|-----------|
| 4.1 | ÚVOD DO FCA..... | 48 |
| 4.2 | FORMÁLNY KONTEXT A INDUKOVANÉ GALOISOVE KONEXIE..... | 50 |
| 4.3 | FORMÁLNE KONCEPTY A KONCEPTUÁLNY ZVÁZ..... | 51 |
| 4.4 | HLAVNÁ VETA O KONCEPTUÁLNYCH ZVÄZOCH..... | 53 |
| 4.5 | ATRIBÚTOVÉ IMPLIKÁCIE..... | 53 |
| 4.6 | VIACHODNOTOVÉ KONTEXTY A KONCEPTUÁLNE ŠKÁLOVANIE..... | 55 |
| 5 | APLIKÁCIA FORMÁLNEJ KONCEPTUÁLNEJ ANALÝZY..... | 57 |
| 5.1 | APLIKÁCIA FCA S VYUŽITÍM ŠKÁLOVANIA..... | 57 |
| 5.1.1 | Vysvetlenie pojmov..... | 59 |
| 5.2 | PODPOROVANÉ PROTOKOLY..... | 62 |
| 5.2.1 | Ukážka navigácie v konceptuálnom zväze..... | 64 |
| 5.3 | PODPOROVANÉ JADRÁ A SYSTÉMY..... | 65 |
| 5.3.1 | Vysvetlenie pojmov..... | 68 |
| 5.4 | VYUŽITIE FCA..... | 70 |
| | ZÁVER..... | 71 |
| | ZÁVER PO ANGLICKY..... | 72 |
| | ZOZNAM POUŽITEJ LITERATÚRY..... | 73 |
| | ZOZNAM POUŽITÝCH SYMBOLOV A SKRATIEK..... | 77 |
| | ZOZNAM OBRÁZKOV..... | 79 |
| | ZOZNAM TABULIEK..... | 80 |

ÚVOD

Byť gramotný znamenalo pred sto, pred päťdesiatimi, ešte i pred dvadsiatimi rokmi vedieť čítať, písať a vykonávať jednoduché výpočty. Niekedy pred pätnástimi rokmi sa k tomuto požiadavku pridala schopnosť základného ovládania najbežnejších počítačov. Teraz pojem gramotnosť znamená oveľa viac. Jej súčasťou je tiež schopnosť hľadať informácie, používať Internet, predovšetkým bežnému užívateľovi najdostupnejšiu službu – World Wide Web.

Web sa v priebehu niekoľkých posledných rokov stal oveľa zložitejšou technológiou, než akou bol v dobe svojho vzniku, a ako bol pôvodne zamýšľaný. Webové servery už neobsahujú len vzájomne prepojené stránky s odborným textom, zaujímaví akademikovia a pár nadšencov. Vzhľad a spôsob ovládania webu sa stal základom pre programy, s ktorými môžeme vykonávať činnosti, ktoré sme predtým robili úplne inak. Pomocou webu môžeme ísť do banky, môžeme nakupovať, požičať si knihu, prezrieť múzeum, či vybrať poštu. Ale tiež dozvedieť sa, čo nové sa udialo vo svete, pohovoriť si s priateľmi, zoznámiť sa, komunikovať s úradom, či sa jednoducho len pozerat' na televíziu. Vzhľadom k obrovskej šírke na webe založených služieb a vzhľadom na ich dostupnosť pre takmer kohokoľvek by bolo chybou myslieť si, že práca s webom nie je súčasťou modernej gramotnosti. Základným predpokladom pre užívanie oceánu možností, ktoré nám web ponúka, je pochopenie a zvládnutie práce s programami, bez ktorých by sme ho vôbec nevideli. Týmito programami sú internetové prehliadače – browsery. Preto je viac ako dôležité vedieť, čo nám ktorý z prehliadačov môže poskytnúť.

V diplomovej práci sa budeme podrobnejšie zaoberať aplikáciou formálnej konceptuálnej analýzy (FCA) na internetové prehliadače. FCA je časť aplikovanej matematiky, ktorá dokáže definovať a zachytiť objekty a ich vlastnosti, čo sú bežne sa objavujúce údaje v mnohých oblastiach ľudskej činnosti. Vďaka nej je možné usporiadať pojmy a vytvoriť grafický výstup tak, aby bolo zrejmé, ktoré objekty sú obecnnejšie ako ostatné a predovšetkým, ako spolu vzájomne súvisia. FCA porovnáva objekty vzhľadom na ich unikátne atribúty. Vzájomnú väzbu medzi množinou formálnych objektov a atribútov môžeme potom vyjadriť pomocou formálneho kontextu využitím relácie incidencie a výslednú hierarchickú štruktúru reprezentovať konceptuálnym zväzom. FCA sa využíva pri analýze dát, metóda vychádza z teórie zväzov, čo je časť algebry zaoberajúca sa usporiadanými množinami. V závere práce sú uvedené príklady aplikácie FCA na reálnych dátach internetových prehliadačov.

I. TEORETICKÁ ČASŤ

1 INTERNETOVÉ PREHLIADAČE

Jednou zo služieb fungujúcich na fyzickom rozhraní siete Internet je i WWW (World Wide Web). Základnou myšlienkou je poskytovanie informácií predovšetkým vo forme textu. Informácie sú uložené v dokumentoch, určité miesta v dokumentoch, i jednotlivé dokumenty, môžu byť navzájom prepojené na základe obsahových súvislostí, toto sa nazýva hypertext. Všetky dokumenty, ktoré môžu okrem formátovaného textu obsahovať aj ďalšie prvky, akými sú obrázky, ďalšie multimédia či programy, sa užívateľovi zobrazujú v rovnakom rozhraní. Nezáleží na ich fyzickom umiestnení, ani ako veľká fyzická vzdialenosť ich delí od toho, kto sa k nim snaží prístupovať.

Internetový (webový) prehliadač je program, ktorý umožňuje užívateľovi zobrazovať HTML (HyperText Markup Language) kód, ktorý môže byť uložený v akomkoľvek dokumente na webovom servery. Komunikácia medzi webovým serverom a prehliadačom štandardne využíva pre prenos textu protokol HTTP (HyperText Transfer Protocol). Pre prácu s Internetom je potreba použiť počítač, nezáleží na tom, či sa jedná o klasický stolný PC (Personal Computer), alebo malé, či špecializované zariadenie, mobilný telefón a podobne. Internetový prehliadač je program spustený v rámci operačného systému daného počítača.

Prehliadač sa na jednej strane stará o interakciu s užívateľom a na strane druhej o samotné spracovanie informácií, ktoré dostáva od iných počítačov, s ktorými zdieľa rovnakú sieť, Internet. Tieto počítače poskytujúce informácie sa nazývajú servery, pri službe WWW ide teda o webové servery.

Stránky tvoriace web pozostávajú z textových súborov a značiek určujúcich ich formátovanie, označenia, kam majú byť vložené ďalšie prvky, ako napríklad obrázky a podobne. Prehliadač spracováva informácie zo zakódovanej podoby, HTML jazyka, do formy zrozumiteľnej užívateľovi. Srdcom každého prehliadača je jeho jadro. Jadro prehliadača, alebo vykresľovacie (renderovacie) jadro, či anglicky engine, je kľúčovou technológiou pri zobrazovaní internetových stránok. Ovláda zobrazenie webovej stránky a určuje schopnosti prehliadača. V dnešnej dobe obsahujú moderné stránky okrem tohto jazyka i kódy v ďalších jazykoch, ktoré je potreba v počítači užívateľa spracovať. Väčšina prehliadačov tiež podporuje ďalšie protokoly, ako sú FTP (File Transfer Protocol), HTTPS (Hypertext Transfer Protocol Secure), či majú zabudovanú podporu pre ďalšie služby, akými sú napríklad e-mail a rôzne ďalšie rozšírenia poskytované prehliadačmi. Hoci sa to

na prvý pohľad nezdá, prehliadač internetových stránok je vďaka tomuto relatívne komplikovaný program, ktorý musí zvládnuť značné množstvo rôznych úloh. Webový prehliadač je dnes jednou z najdôležitejších softvérových súčastí PC. [1], [2, s. 9-10]

1.1 História internetových prehliadačov

V roku 1989 vytvoril Tim Berners-Lee prvý hypertextový systém vo švajčiarskom výskumnom stredisku CERN (Európska organizácia pre jadrový výskum) v Ženeve, ktoré bolo vtedy ako jedno z mála miest pripojené k rodiacemu sa Internetu, v podstate išlo o prvý intranet na svete. O rok neskôr napísal prvý program pre tvorbu jednoduchých hypertextových stránok, systém ktorý tieto stránky zobrazoval pomenoval World Wide Web. Jeho nápad umožňoval vedcom zo vzdialených miest zeme organizovať a usporadúvať informácie, avšak na rozdiel od jednoduchého sprístupnenia veľkého množstva dokumentov o výskumoch v podobe súborov, ktoré môžu byť stiahnuté do jednotlivých počítačov, navrhol vytvoriť systém, aby texty v súboroch mohli na seba priamo odkazovať. Inými slovami, bolo možné vytvoriť krížové odkazy medzi jednotlivými dokumentmi. To predstavovalo skutočnosť, že počas čítania jedného dokumentu bolo možné zobrazíť si rýchlo časť iného, súvisiaceho dokumentu, ktorý obsahuje napr. príslušný text alebo diagram. Ešte pred príchodom do CERNu pracoval na tvorbe dokumentov a spracovaní textov a v roku 1980 rozvinul svoj prvý hypertextový systém "Enquire", ktorý slúžil pre jeho osobnú potrebu. HTML, ktoré vytvoril, bolo prísne založené na štandarde SGML (Standard Generalized Mark-up Language), medzinárodne schválenej metóde pre formátovanie textu do štruktúrnych jednotiek ako sú odseky, nadpisy, položky zoznamu a tak ďalej. Na druhej strane sveta, vo výskumnom ústave na univerzite Illinois (NCSA) sa práca Tima Berners-Lee zapáčila natoľko, že sa na základe dvoch dostupných verzií webových prehliadačov z laboratória CERN rozhodli vytvoriť svoj vlastný prehliadač, ktorý nazvali Mosaic. Bol určený pre všetky bežné platformy (Unix, PC/Windows, Macintosh) a jeho prvá verzia bola vydaná vo februári 1993. [3]

Približne v rovnakom čase sa objavuje prehliadač Alpha od firmy Macintosh, riadkový prehliadač pracujúci cez Telnet. V marci 1993 je vydaný textový prehliadač Lynx, zobrazoval iba HTML text a bol určený pre terminály a pre počítače, ktoré používali systém DOS (Disk Operating System). Do tohto obdobia môžeme zaradiť aj prehliadače pre systémy Unix, Viola a Midas vydané v januári 1993. V priebehu roka 1993 a začiatkom roka 1994 si mnoho prehliadačov začalo pridávať do HTML svoje vlastné

prvky, čím sa tento jazyk stal zle definovaným. V snahe vytvoriť poriadok boli všetky značky jazyka HTML usporiadané do jedného dokumentu, ktorý bol špecifikovaný ako štandard HTML2. Rozmach obľúbenosti Internetu nastal po vydaní grafického prehliadača NCSA Mosaic, ktorý pôvodne fungoval na UNIXe, ale čoskoro bol rozšírený i pre ďalšie platformy ako Apple Macintosh a Microsoft Windows. Jeden z hlavných tvorcov Mosaicu Marc Andressen opustil po nezhodách NCSA a spoločne s Jimom Clarkom založil spoločnosť Mosaic Communications (neskôr premenovanú na Netscape Communications), ktorá v decembri 1994 vydala svoj vlastný, nový prehliadač pomenovaný Netscape Navigator, ktorý po svojom vydaní okamžite zaznamenáva obrovský úspech a stáva sa najrýchlejšie predávaným produktom v kategórii prehliadačov. Netscape rýchlo vydával nové verzie prehliadača, na svoju dobu s veľmi atraktívnym vzhľadom a v roku 1995 ovládal 80% trhu s internetovými prehliadačmi. [4]

Počas tohto nástupu medzitým vzniká malý a málo známy prehliadač Opera, ktorý nie je na rozdiel od zatiaľ neexistujúceho Internet Exploreru (IE), ale aj Netscape Navigatoru vypracovaný na programovom základe pomerne starého Mosaicu, ale vydáva sa svojou vlastnou cestou. Obrovská prevaha Netscape Navigatoru bola v tejto dobe pochopiteľná, pretože bol skutočne jednotkou na trhu. Potom však prichádza na svet operačný systém Windows 95 a spoločne s ním aj prehliadač Internet Explorer. Ten nakoniec tvrdo konkuruje prehliadaču spoločnosti Netscape a vyvíja si svoje vlastné črty HTML. Zavádza ActiveX, ktoré urobili prehliadač od Microsoftu unikátnym a Netscape vytvoril plug-in s názvom Ncompass, ktorý umožňoval ovládať ActiveX. Táto myšlienka, pomocou ktorej jeden prehliadač experimentuje s rozšírením HTML, aby predbehol ostatné, pokračuje dodnes. [3]

Začína tak vojna prehliadačov. Bohužiaľ pre Netscape má Microsoft jednu ohromnú výhodu. Ich Internet Explorer je zadarmo a navyše je automaticky pridávaný do operačných systémov, čím sa veľmi ľahko a rýchlo rozširuje. Hoci Netscape na rozdiel od počiatočných verzií Exploreru ponúka veľa funkcií a nástrojov zahŕňajúcich napríklad podporu JavaScriptu, Javy a pluginov, Internet Explorer vďaka rastúcemu počtu osobných počítačov so systémami Windows, stále získaval väčšiu a väčšiu oblasť trhu, pridával nové funkcie a zostával naďalej zadarmo. V auguste 1996 poráža IE 3.0 Netscape v podporovaných funkciách a najmä stabilite samotného prehliadača. V priebehu roka 1997 je ukončená podpora pre Mosaic a na trhu tak zostávajú na výber jediné dva väčšie prehliadače. Netscape sa vzhľadom k rastúcemu úspechu Microsoftu rozhoduje na vydanie

prehliadača, ktorý by bol tiež zadarmo. Vzniká tak prehliadač Mozilla a jeho verzie sú ponúknuté ako open source (vo všeobecnosti je to verejne dostupný software, s možnosťou jeho voľného šírenia) pre vývojárov celého sveta. V októbri 1997 vychádza IE 4.0, ktorý je mnohokrát pokročilejší než čokoľvek, čo tu bolo kedykoľvek predtým. S vydaním verzií 5.0 a 6.0 podiel Netscape na trhu klesol pod 30%, zatiaľ čo Explorer získaval stále viac. Ani Netscape 6.0 z novembra 2000 už nebol schopný tento pokles zastaviť. Nehovoriac o obrovskom množstve chýb, ktoré táto verzia obsahovala. [5]

Rôzne prehliadače sú rozdielne hlavne svojimi schopnosťami. Dnešné moderné prehliadače používajú množstvo štandardov a techník, ktoré v začiatkoch Internetu neexistovali. Ako už bolo skôr spomenuté, v priebehu vojny prehliadačov nastal rapidný rozvoj technológií používaných na Internete. V posledných rokoch sa na vrchol používania užívateľmi dostal Google Chrome. Medzi najpoužívanejšie prehliadače patrí MS Internet Explorer, najmä preto, lebo je stále ako súčasť operačného systému Windows. Nevýhodou tohto prehliadača je pomalá schopnosť vývojárov reagovať na opravovanie chýb ktoré obsahuje. Ďalším prehliadačom v poradí je Mozilla Firefox. K nemu je možné zadarmo sťahovať užitočné pluginy ktorými rozšírime jeho funkčné vlastnosti. Štvrtá pozícia v poradí obľúbenosti patrí prehliadaču Safari. Je to webový prehliadač vyvíjaný spoločnosťou Apple Inc., ktorý je súčasťou Mac OS X a iPhone OS a je ho možné používať i pod Windows. Piate miesto patrí už spomínanému prehliadaču Opera. Okrem samotnej funkcie internetového prehliadača s prehľadom plní i funkciu e-mailového klienta, RSS (Rich Site Summary) čítačky a obsahuje mnohé ďalšie doplnky. Všetky ďalšie prehliadače sú využívané pomerne nižším počtom užívateľov.

1.2 Problematika zobrazovania

Zobrazenie jednotlivých internetových stránok či služieb môže byť v každom z prehliadačov odlišné, záleží to hlavne od ich výkonu a schopností. Navyše ešte stále existujú stránky, na prehliadanie ktorých je lepšie použiť Internet Explorer. Na iné stránky je viac vhodnejší prehliadač s rýchlym JavaScriptom či silnou podporou webových štandardov, ako je HTML5. Voľbu, ktorý z prehliadačov vlastne použiť zjednodušuje skutočnosť, že všetky rozšírené a používané prehliadače sú bezplatné a voľne dostupné. Na jednom PC je možné mať, z hľadiska zobrazenia schopnosti, nainštalovaných aj viacero prehliadačov. Spoločnosť Microsoft ponúka svoj produkt Internet Explorer s jadrom Trident, Firefox používa jadro Gecko a Google Chrome či Safari využívajú open source

projekt WebKit. Zaujímavým prehliadačom je i Opera s vlastným jadrom Presto. Každý z prehliadačov ponúka niečo špecifické a má tak niečo do seba, naopak tiež každému niečo chýba.

1.3 Najpoužívanejšie internetové prehliadače

Ešte pred niekoľkými rokmi bolo obsadenie pozície pre najrozšírenejší resp. najpoužívanejší prehliadač úplne jasné. Železnou rukou trhu vládol Internet Explorer z dielne spoločnosti Microsoft, ktorá ho dlhodobo dodáva ako súčasť svojho operačného systému od čias Windows 95 až do súčasnosti. Aktuálne však nie je jasné, ktorý z prehliadačov je jednotkou na trhu. Existujú dve štatistiky, ku ktorým sa všeobecne prihliada. Jednu poskytuje StatCounter a druhú Net Applications. Dlhodobo však udávajú diametrálne odlišné informácie o rozložení síl na trhu webových prehliadačov. Je to dané rozdielnou metodológiou aj inou vzorkou webov, na ktorých sa skúma trhové zastúpenie jednotlivých prehliadačov. Ktorá štatistika je teda bližšie realite? Na to je prakticky nemožné nájsť serióznu odpoveď. Nie je možné vyvodzovať relevantné závery z jednoduchého pozorovania vo svojom okolí, pretože to určite nepredstavuje platnú globálnu štatistickú vzorku. [6]

1.3.1 Google Chrome

Google Chrome je internetový prehliadač od spoločnosti Google. Pre svoj prehliadač si Google vybral otvorené jadro WebKit, do tej doby známe najmä vďaka použitiu v prehliadači Safari od Applu. Zároveň tiež prišiel s vlastným open source projektom Chromium. Z neho vychádza práve Google Chrome. Pred nedávnom oznámil Google, že sa rozhodol od enginu WebKit odkloniť a použiť nový engine Blink, pôjde tiež o projekt s otvorenými zdrojovými kódmi a bude vychádzať práve z WebKitu. Dôvodom je využitie odlišnej multiprocesorovej architektúry ako iné prehliadače založené na WebKite. Odstrániť komplikovanosť a zjednodušiť pridávanie inovácií má preto práve nový engine. Súčasťou projektu je tiež engine V8 pre spracovanie kódu v jazyku JavaScript. Prvá oficiálna beta verzia pre systém Microsoft Windows vyšla 20. septembra 2008. Stabilná verzia prehliadača bola vydaná v decembri 2008. V tom istom mesiaci sa dostal na štvrté miesto v počte používaní, po Internet Explorer, Mozille Firefox a Safari. Medzi ďalšie novinky patrí implementovanie nových funkcií HTML5, CSS3 (Cascading Style Sheets) a podpora doplnkov, podobných napr. z prehliadača Firefox. Vo verzii desktop ponúka štandardné funkcie, akými sú zmena veľkosti písma, záložky, správa hesiel, podpora

viacerých jazykov, kódové sady vrátane UTF-8 a ďalšie. Prehliadač podporuje anonymný režim, v ktorom nezaznamenáva históriu prehliadania. [6], [7]



Obr. 1. Logo prehliadača Google Chrome. [8]

1.3.2 Internet Explorer

Internet Explorer, označovaný tiež ako IE či MSIE, je internetový prehliadač spoločnosti Microsoft. Ak ste niekedy vlastnili, či používali PC so systémom Windows pravdepodobne ste sa s ním stretli. Priamym predchodcom Internet Exploreru je prehliadač NCSA Mosaic. V minulosti bol vyvíjaný aj pre operačné systémy Mac a UNIX. Vývoj všetkých uvedených verzií bol neskôr prerušený. Od verzie Windows 7 si užívateľ môže vybrať, či chce IE používať alebo si pomocou tzv. *ballot screenu* vybrať z ďalších alternatívnych prehliadačov, napr: Mozilla Firefox, Google Chrome, Opera, Safari, Maxthon atď. Celkovo až z dvanástich prehliadačov. Verzia 9 je dnes predposledná verzia Internet Exploreru, vyšla 15. marca 2011. Zmeny v tejto verzii sú sústredené na výkon, HW akcelerácie, kompatibilitu a jednoduchosť. Vylepšená bola tiež podpora nových webových štandardov. Čiastočne je zahrnutá podpora HTML5 a CSS3. Z dôvodu spätnej kompatibility obsahuje IE9 taktiež renderovacie jadro IE7 a IE8. Najnovšia verzia Internet Explorer 10 vyšla spoločne s uvedením Windows 8. Bola vydaná aj plne funkčná a v podstate finálna verzia pre systém Windows 7. Internet Explorer, najmä verzia 6 a staršie boli často kritizované pre svoju bezpečnostnú politiku, tá umožňuje šírenie vírusov, spyware alebo adware. Chyby v prehliadači bývajú často zneužívané na získavanie kontroly nad systémom, či k získavaniu citlivých údajov o užívateľoch. V minulosti bola tvorcom prehliadača vyčítaná tiež nízka podpora webových štandardov a ich častá nesprávna implementácia. Avšak aktuálne verzie prinášajú v tejto oblasti mnohé zlepšenia, vrátane podpory HTML5. [9; 10]



Obr. 2. Logo prehliadača
Internet Explorer. [11]

1.3.3 Safari

Safari je moderný a stabilný internetový prehliadač od spoločnosti Apple, ktorý je súčasťou Mac OS X a iPhone OS a je možné ho používať aj pod Windows XP, Vista a 7. Prvá verejná, finálna verzia bola uvoľnená 23. júna 2003, spočiatku k voľnému stiahnutiu, ale neskôr aj ako súčasť Mac OS X. Verzia pre Windows bola predstavená v roku 2007. Pri verzii 6 prestal byť tento prehliadač oficiálne podporovaný pre OS Windows. Splňa všetko, čo má moderný prehliadač mať, vrátane bezpečnosti a rýchlosti. Pomerne veľký úspech mal prehliadač aj pri jeho použití do telefónov iPhone. Aktualizácia prehliadača je možná len prostredníctvom Apple Software Update. Využíva typické rozhranie Mac OS X, správa záložiek pracuje obdobne ako databáza v iTunes. Používa integrované multimediálne technológie QuickTime a podporuje prehliadanie so záložkami. Štandardnou súčasťou Safari je tiež zabudované vyhľadávanie prostredníctvom Google a automatické dopĺňanie textových polí a formulárov na stránkach. Bol to tiež prvý prehliadač podporujúci CSS3 animácie a efekty, ktoré priniesli úplne novú úroveň interaktivity na Internet. Používa renderovacie jadro WebKit. [6], [12]



Obr. 3. Logo prehliadača
Safari. [13]

1.3.4 Mozilla Firefox

Mozilla Firefox je otvorený multiplatformový internetový prehliadač vyvíjaný Mozilla Foundation a stovkami dobrovoľníkov. Poskytuje rýchle, pohodlné a bezpečné prehliadanie webových stránok. Prvá verzia bola vydaná v roku 2004. Najväčšou výhodou tohto prehliadača je jeho použiteľnosť na operačných systémoch Windows, Linux i Mac OS. Prehliadač umožňuje pridávať množstvo aplikácií (Add-Ons), ktoré uľahčujú prácu alebo upravujú pracovné prostredie. Aplikácie sú vyvíjané ľuďmi a tak sú ponúkané celkom zadarmo. Firefox je postavený na jadre Gecko a systéme užívateľského rozhrania XUL (XML User Interface Language). Prehliadač je preložený do mnohých svetových jazykov, vrátane slovenčiny a češtiny. Použité technológie umožňujú implementáciu užívateľských vzhľadov, možnosť vytvárať k aplikácii rôzne rozšírenia a doplnky, ktoré spolupracujú s pôvodným prostredím. Dalo by sa povedať, že Firefox je vlastne stavebnica, do ktorej je možné dopĺňať ďalšie časti. V podpore štandardov sa vývoj sústredil na zlepšenie podpory HTML5 a CSS3. Novou je aj podpora technológie WebGL (Web-based Graphics Library) - podpora nového JavaScript API (Application Programming Interface) pre tvorbu 3D grafiky. Vývojári sa zamerali na zlepšenie výkonu aplikácie, najmä čo sa týka JavaScriptu, pričom sa pokúsili dosiahnuť konkurenčné produkty. Veľké zmeny sa realizovali aj v užívateľskom rozhraní. K ďalším vylepšeniam patrí použitie akcelerácie grafických kariet pri určitých operáciách. Nové verzie sú vydávané v kratších intervaloch a s menšími zmenami. Interval medzi novými verziami bol stanovený na 6 týždňov. Okrem vylepšenia podpory štandardov či výkonu aplikácie bola v neposlednom rade znížená i náročnosť na spotrebu operačnej pamäte. [2, s. 79-81], [6], [14]



Obr. 4. Logo prehliadača Mozilla Firefox. [15]

1.3.5 Opera

Opera je multiplatformový internetový prehliadač obsahujúci viaceré aplikácie pre prácu s Internetom. Vznikla ako výskumný projekt nórskej telekomunikačnej spoločnosti Telenor. Neskôr vznikla oddelením spoločnosť Opera Software ASA. Prvá verzia tohto moderného a pohodlného prehliadača vyšla v roku 1996. Veľmi dlho bola vyvíjaná ako

komerčný a platený software, v druhej polovici roku 2005 sa výrobca rozhodol uvoľniť ju ako freeware. Tvorcovia postavili Operu na ich vlastnom jadre nazvanom Presto. V súčasnosti však po 18 rokoch svoje vlastné vybudované jadro opúšťa a chce stavať na základoch otvoreného jadra WebKit a projekte Chromium. Opera je označovaná ako najrýchlejší prehliadač, čo dokazujú i viaceré testy. Poskytuje veľké množstvo aplikácií na stiahnutie a prispôsobenie samotného prehliadača. Podobne ako väčšina moderných prehliadačov začala podporovať CSS3 a HTML5. Napriek faktu, že podiel jej používania nie je celosvetovo až taký výrazný, kompenzáciou pre spoločnosť Opera je využitie pre mobilné zariadenia. Na trhu prehliadačov pre mobilné zariadenia je dominujúca, vďaka svojej použiteľnosti na širokú škálu zariadení, ako aj vďaka rýchlosti prehládania stránok. Opera sa snaží dôsledne riadiť štandardmi W3C (World Wide Web Consortium). Web stránky vytvorené podľa štandardov zobrazuje tak, ako boli navrhnuté. Naopak stránky, ktoré štandardy nedodržiavajú, zvyčajne stránky určené pre IE, sa v Opere nezobrazujú celkom správne. Novšie verzie Opery však už vedú takéto stránky zobrazit' bez väčších ťažkostí. Najnovšie verzie Opery kladú veľký dôraz na bezpečnosť a výrazne zjednodušujú prácu s certifikátmi. Opera sa stala známou pre rozhranie MDI (Multiple Document Interface), ktoré zobrazuje všetky otvorené stránky pomocou záložiek v jednom pôvodnom rodičovskom okne. Okrem internetového prehliadača obsahuje Opera i klienta elektronickej pošty a diskusných skupín, adresár, RSS čítačku, IRC (Internet Relay Chat) klienta, správcu sťahovania, klienta BitTorrent siete a podporu pomôcok Widgets. Opera bola prvým prehliadačom, ktorý uviedol možnosť prehliadať stránky iba pomocou myši. Takéto ovládanie umožňujú gestá myšou, určité pohyby s ktorými je možné asociovať činnosť. Na Opere je možné prispôbiť takmer všetko, dá sa meniť menu, panely nástrojov, klávesové skratky. Pri každom spustení Opery sa začne tzv. session, zoznam všetkých informácií o aktuálnom stave prehládania, počas behu sa pravidelne ukladá a teda hocikedy Opera alebo operačný systém havaruje, je pri nasledujúcom spustení možné pokračovať presne tam, kde ste prestali. [2, s. 61-63], [6], [14]



Obr. 5. Logo prehliadača Opera. [16]

1.3.6 Maxthon

Maxthon je pôvodom čínsky freeware internetový prehliadač, vznikol ako nadstavba Internet Exploreru. Jeho cieľom bolo doplniť do IE niektoré funkcie, ktoré tento program v základnej podobe neobsahoval. Maxthon začínal ako MyIE, súčasný názov získal až v roku 2003, vtedy bol ale stále obyčajnou grafickou nadstavbou jadra Trident prehliadača IE, ktoré je ťažko oddeliteľnou súčasťou MS Windows. Vo verzii 1.x sa dalo použiť aj jadro Gecko, avšak iba s experimentálnou podporou, po prepnutí na Gecko prišiel o svoje viaceré funkcie. Posledná verzia Maxthon využíva otvorené jadro WebKit. Ide o prehliadač s množstvom rozširujúcich funkcií akými sú: blokovanie reklám, skiny, RSS čítačka, gestá myšou atď. Od roku 2010 existuje aj verzia pre mobilné telefóny označovaná ako Maxthon Mobile pre Android, v roku 2012 prišla aj verzia pre systémy s iOS a neskôr aj priamo pre Mac OS X. Maxthon je na tom zo všetkých súčasných prehliadačov najlepšie, čo sa týka podpory HTML5. Na konci roka 2012 prišla štvrtá generácia a Maxthon začal byť propagovaný ako cloudový prehliadač. Vedľa klasického sťahovania súborov z internetu do lokálneho úložiska vie súbory nasmerovať do internetového úložiska, kde sú potom užívateľom k dispozícii z ľubovoľného zariadenia s prístupom na Internet. [2, s. 14-30], [6]



Obr. 6. Logo prehliadača
Maxthon. [17]

1.4 Súhrnné informácie o predchádzajúcich prehliadačoch

| - | Google Chrome | Internet Explorer | Safari | Mozilla Firefox | Opera | Maxthon |
|------|---|---|---|--|---|---|
| Logo |  |  |  |  |  |  |

| | | | | | | |
|-----------------------|---|--|--|--|--|--|
| Renderovacie jadro | WebKit | Trident | WebKit | Gecko | Presto | Trident |
| Operačné systémy | Windows, Mac OS X, Linux | Windows | Windows, Mac OS X | Windows, Max OS X, Linux, BSD, Unix | Windows, Max OS X, Linux, BSD, Unix | Windows |
| Podporované protokoly | http, FTP, SSL, EV, IDN, data: URI, IPv6 | http, FTP, SSL, EV, Gopher, IDN, data:URI, IPv6 | http, FTP, SSL, EV, IDN, data:URI, IPv6 | http, FTP, SSL, EV, Gopher, IDN, data:URI, IPv6 | http, e-mail, FTP, NNTP, SSL, EV, IRC, IDN, data:URI, BitTorrent, IPv6 | http, FTP, SSL, EV, IDN, IPv6 |
| Funkcie | manažér záložiek, sťahovania, správa hesiel, gestá myšou, podpora viacerých jazykov, anonymný režim, auto update, pop-up blokovanie | manažér záložiek, sťahovania, správa hesiel, podpora viacerých jazykov, anonymný režim, auto update, pop-up blokovanie | manažér záložiek, sťahovania, správa hesiel, gestá myšou, anonymný režim, auto update, pop-up blokovanie, zoom | manažér záložiek, sťahovania, správa hesiel, anonymný režim, auto update, pop-up blokovanie, zoom, rôzne moduly, blokovanie reklám | manažér záložiek, sťahovania, správa hesiel, gestá myšou, anonymný režim, auto update, pop-up blokovanie, zoom, prehliadanie v záložkách | pop-up blokovanie, gestá myšou, zoom, manažér záložiek, sťahovania, správa hesiel, |
| Podpora HTML5 | 468 bodov a 13 bonus | 320 bodov a 6 bonus | 378 bodov a 8 bonus | 399 bodov a 10 bonus | 419 bodov a 9 bonus | 476 bodov a 15 bonus |

Tab. 1. Súhrnné dáta o najpoužívanejších prehliadačoch.

1.5 Ďalšie alternatívne prehliadače

V tejto kapitole sú v stručnosti popísané ďalšie používané alternatívne internetové prehliadače.

1.5.1 K-Meleon

K-Meleon je internetový prehliadač založený na renderovacom jadre Gecko. Ide o relatívne jednoduchý prehliadač. Používa grafické prostriedky hostiteľského operačného systému namiesto XUL, vďaka tomu má menšie hardvérové nároky. Je vyvíjaný od roku 2000, šírený je pod licenciou GPL (General Public License). K-Meleon zahŕňa veľa klasických nástrojov, akými sú RSS čítačka, gestá myšou, blokovanie pop-up okien, otváranie stránok v paneloch atď. Avšak je distribuovaný len pre platformu Windows. [18]



Obr. 7. Logo prehliadača
K-Meleon. [19]

1.5.2 Avant Browser

Avant Browser je internetový prehliadač, pôvodne vytvorený na jadre IE, ako jeho nadstavba. Od IE preberá a pridáva viaceré funkcie, akými sú gestá myšou, sťahovanie videí, vyplňanie formulárov, synchronizácia záložiek, oddelené procesy v paneloch, či privátne prehliadanie a ďalšie. Nová dynamická multiprocessorová technológia efektívne zvyšuje rýchlosť zobrazovania internetových stránok, má menšie nároky na pamäť a výrazne znižuje záťaž CPU (Central Processing Unit). Verzia 2012 je rozdelená do dvoch edícií. Edícia Ultimate ponúka užívateľovi možnosť voľby výberu medzi dvomi jadrami a to medzi jadrom Gecko a jadrom WebKit. Edícia Lite obsahuje iba jadro Trident. [20]



Obr. 8. Logo prehliadača Avant Browser. [20]

1.5.3 Sleipnir

Je japonský flexibilný internetový prehliadač, ponúkajúci funkcie a vlastnosti bežné v profesionálnych prehliadačoch. Dostupný je tiež okrem Windows i pre Mac OS X, Apple iOS, Android, či Windows Phone. Vyznačuje sa vysokou mierou prispôsobenia požiadavkám užívateľa, je k dispozícii v niekoľkých európskych jazykoch. Podobne ako pri predchádzajúcom prehliadači si užívateľ môže u tohto prehliadača jedným kliknutím myši zvoliť, či bude prehliadač zobrazovať stránky pomocou jadra Trident alebo Gecko.

Táto skutočnosť zabezpečuje optimálne zobrazenie všetkých stránok, bez nutnosti počas prezerania stránok meniť prehliadač. [21], [22]



Obr. 9. Logo prehliadača Sleipnir. [22]

1.5.4 Lunaspace

Internetový prehliadač Lunaspace je relatívne neznámy, u užívateľov si však pomaly získava svojich priaznivcov. Hlavným dôvodom je jeho unikátnosť využitia nie jedného ale hneď troch renderovacích jadier. Konkrétne ide o jadrá Trident, Gecko a Webkit. Medzi jednotlivými jadrami sa dá pri prehliadaní stránok jednoducho prepínať a takto si môžeme jednotlivým stránkam nastaviť, aké renderovacie jadro majú používať pre zobrazovanie. Už nebudete musieť pre rôzne stránky využívať viaceré prehliadače. Samozrejme obsahuje i všetky základné funkcie používané v ostatných prehliadačoch. [23]



Obr. 10. Logo prehliadača Lunaspace. [24]

1.5.5 Camino






Camino je internetový prehliadač založený na renderovacom jadre Gecko. Je výlučne určený pre platformu Mac OS X. Využíva užívateľské programovacie rozhranie Cocoa. Okrem iného obsahuje samozrejme štandardné funkcie akými sú: integrované vyhľadávanie, download manažér, dopĺňovanie formulárov, záložky, či rôzne

bezpečnostné funkcie. Medzi ďalšie vlastnosti patrí integrované blokovanie nevyžiadaných okien, prehliadanie v paneloch a podpora pre otvorené štandardy. [25]



Obr. 11. Logo prehliadača Camino. [25]

1.6 Súhrnné dáta o alternatívnych prehliadačoch

| - | K-Meleon | Avant Browser | Sleipnir | Lunaspace | Camino |
|-----------------------|---|--|--|--|---|
| Logo |  |  |  |  |  |
| Renderovacie jadro | Gecko | Trident | Gecko, Trident, WebKit | Gecko, Trident, WebKit | Gecko |
| Operačné systémy | Windows | Windows | Windows, Mac OS X | Windows | Mac OS X |
| Podporované protokoly | http, FTP, SSL, Gopher, IDN, data:URI, IPv6 | http, FTP, SSL, EV, IPv6 | http, FTP, SSL, EV, IDN, IPv6 | http, FTP, SSL, EV, Gopher, IDN, IPv6 | http, FTP, SSL, EV, Gopher, IDN, data:URI, IPv6 |
| Funkcie | RSS, gestá myšou, blokovanie pop-up okien, otváranie stránok v paneloch | gestá myšou, sťahovanie videí, vypĺňanie formulárov, synchronizácia záložiek, oddelené procesy v paneloch, privátne prehliadanie | gestá myšou, blokovanie pop-up okien, otváranie stránok v paneloch | prehliadanie v paneloch, zoom, integrované vyhľadávanie, download manažér, blokovanie pop-up, integrované vyhľadávanie | integrované vyhľadávanie, download manažér, vypĺňanie formulárov, blokovanie pop-up |

Tab. 2. Súhrnné dáta o alternatívnych prehliadačoch.

2 USPORIADANÉ MNOŽINY

Predmetom teórie usporiadaných množín je štúdium usporiadania niektorého súhrnu objektov. Špecifické vlastnosti týchto objektov sú vnímané ako podružné, naproti tomu ich vzájomný vzťah daný usporiadaním je prvotný. Skôr ako budú uvedené presné definície je vhodné zvážiť tento elementárny príklad: Platí $1 \leq 3 \leq 5$ aj $2 \leq 4 \leq 6$, čo môžeme interpretovať, ako dve usporiadania dvoch trojprvkových množín $\{1, 3, 5\}$, $\{2, 4, 6\}$. Z hľadiska usporiadania je možné oba prípady stotožniť, nepárnosť čísiel v prvom prípade a ich párnosť v druhom prípade nemá pri tomto prístupe žiadny odlišujúci vplyv. Pojem usporiadania objektov sa dá podložiť intuitívnou predstavou usporiadania reálnych čísiel na číselnej osi, samotný termín, ktorým tento pojem označujeme, naznačuje však, že ide o vzťah, ktorý nemusí platiť pre každé dva prvky uvažovaného súboru. Toto zovšeobecnenie vzťahu „ a je menšie alebo rovné b “ pre dve reálne čísla a, b je neobyčajne užitočné a odráža radu obecnějších vzťahov, s ktorými sa je možné v praxi stretnúť. Pridávaním podmienok postupne pridáme k špeciálnym usporiadaným množinám – zväzom. [26, s. 13]

2.1 Základné pojmy

Relácia na množine. Nech A je množina. Každú podmnožinu karteziánskeho súčinu A^n nazveme n -árnou reláciou na množine A . [27]

Základné vlastnosti binárnych relácií na množine. Nech R je binárna relácia na množine A . [27]

Relácia R je reflexívna na A , ak: $\forall x \in A (x, x) \in R$.

Relácia R je ireflexívna na A , ak: $\forall x \in A (x, x) \notin R$.

Relácia R je symetrická, ak: $\forall x \forall y ((x, y) \in R \rightarrow (y, x) \in R)$.

Relácia R je antisymetrická, ak: $\forall x \forall y ((x, y) \in R \wedge (y, x) \in R \rightarrow x = y)$.

Relácia R je asymetrická, ak: $\forall x \forall y ((x, y) \in R \rightarrow (y, x) \notin R)$.

Relácia R je tranzitívna, ak: $\forall x \forall y \forall z ((x, y) \in R \wedge (y, z) \in R \rightarrow (x, z) \in R)$. [27]

Veta 2.1.1. Nech R je binárna relácia na množine A . [27]

Relácia R je reflexívna práve vtedy, keď $I_A \subseteq R$.

Relácia R je ireflexívna práve vtedy, keď $R \cap I_A = \emptyset$.

Relácia R je symetrická práve vtedy, keď $R \subseteq R^{-1}$, t. j. $R = R^{-1}$.

Relácia R je antisymetrická práve vtedy, keď $R \cap R^{-1} \subseteq I_A$.

Relácia R je asymetrická práve vtedy, keď $R \cap R^{-1} = \emptyset$.

Relácia R je tranzitívna práve vtedy, keď $R \circ R \subseteq R$. [27]

2.2 Usporiadania

Čiastočné a úplne usporiadania. Relácia R na množine A sa nazýva čiastočné usporiadanie, ak je to reflexívna, antisymetrická a tranzitívna relácia na A :

$$\begin{aligned} \forall x \in A (x, x) \in R, \\ \forall x \forall y ((x, y) \in R \wedge (y, x) \in R \rightarrow x = y), \\ \forall x \forall y \forall z ((x, y) \in R \wedge (y, z) \in R \rightarrow (x, z) \in R). \end{aligned}$$

V takomto prípade hovoríme o čiastočne usporiadanej množine (A, R) . Čiastočné usporiadanie R množiny A nazveme úplným (totálnym, lineárnym), ak každé dva prvky množiny A sú porovnateľné v relácii R , teda

$$\forall x \in A \forall y \in A ((x, y) \in R \vee (y, x) \in R).$$

Vtedy hovoríme o úplne (totálne, lineárne) usporiadanej množine (A, R) . [28]

Ostré usporiadanie. Nech R je čiastočné usporiadanie množiny A . Potom nasledujúca relácia pridružená k R :

$$S = \{(x, y) \in A^2 \mid (x, y) \in R \wedge x \neq y\}$$

predstavuje ostré (čiastočné) usporiadanie množiny A . Je to asymetrická a tranzitívna relácia na A :

$$\begin{aligned} \forall x \forall y ((x, y) \in S \rightarrow (y, x) \notin S), \\ \forall x \forall y \forall z ((x, y) \in S \wedge (y, z) \in S \rightarrow (x, z) \in S). \end{aligned}$$

Podmienku úplnosti pre usporiadanie R je možné teraz vyjadriť pomocou tohto dichotomického princípu:

$$\forall x \in A \forall y \in A ((x, y) \in R \vee (y, x) \in S). [28]$$

Veta 2.2.1 (Obrátené usporiadanie.) Ak R je čiastočne resp. úplné usporiadanie množiny A , potom obrátená relácia R^{-1} je tiež čiastočné resp. úplné usporiadanie množiny A . [28]

Veta 2.2.2 (Zúženie usporiadania.) Nech R je čiastočné resp. úplné usporiadanie množiny A . Potom jeho zúženie na množinu $B \subseteq A$:

$$R \cap B^2 = \{(x, y) \in B^2 \mid (x, y) \in R\} \subseteq B^2$$

je čiastočné resp. úplné usporiadanie množiny B . [28]

2.3 Špeciálne prvky usporiadaných množín

Minimálny a maximálny prvok množiny. Nech R je čiastočné usporiadanie množiny A . Prvok $x \in A$ sa nazýva minimálny prvok množiny A , ak

$$\forall y \in A ((y, x) \in R \rightarrow y = x).$$

Prvok $x \in A$ sa nazýva maximálny prvok množiny A , ak

$$\forall y \in A ((x, y) \in R \rightarrow y = x).$$

Úplne usporiadaná množina má najvyšš jeden minimálny a jeden maximálny prvok. [28]

Veta 2.3.1 Každá neprázdna čiastočne usporiadaná konečná množina má minimálny i maximálny prvok. [28]

Najmenší a najväčší prvok množiny. Nech R je čiastočné usporiadanie množiny A . Prvok $x \in A$ sa nazýva najmenší prvok množiny A , ak

$$\forall y \in A (x, y) \in R.$$

Prvok $x \in A$ sa nazýva najväčší prvok množiny A , ak

$$\forall y \in A (y, x) \in R.$$

Pre úplne usporiadané množiny sa pojmy minimálneho a najmenšieho prvku zhodujú. Podobne pre maximálny a najväčší prvok. [28]

Veta 2.3.2 Najmenší resp. najväčší prvok je určený jednoznačne a je to minimálny resp. maximálny prvok. [28]

Dolné a horné ohraničenie množiny. Nech R je čiastočné usporiadanie množiny A a nech $B \subseteq A$. Prvok $x \in A$ sa nazýva dolné ohraničenie množiny B , ak

$$\forall y \in B(x, y) \in R.$$

Prvok $x \in A$ sa nazýva horné ohraničenie množiny B , ak

$$\forall y \in B(y, x) \in R. [28]$$

Infimum a supremum. Nech R je čiastočné usporiadanie množiny A a nech $B \subseteq A$. Prvok $x \in A$ sa nazýva infimum množiny B (označenie $\inf B$), ak platí:

$$\begin{aligned} \forall y \in B(x, y) \in R, \\ \forall y \in A(\forall z \in B(y, z) \in R \rightarrow (y, x) \in R). \end{aligned}$$

Čiže $\inf B$, ak existuje, je najväčšie dolné ohraničenie množiny B .

Prvok $x \in A$ sa nazýva supremum množiny B (označenie $\sup B$), ak platí:

$$\begin{aligned} \forall y \in B(y, x) \in R, \\ \forall y \in A(\forall z \in B(z, y) \in R \rightarrow (x, y) \in R). \end{aligned}$$

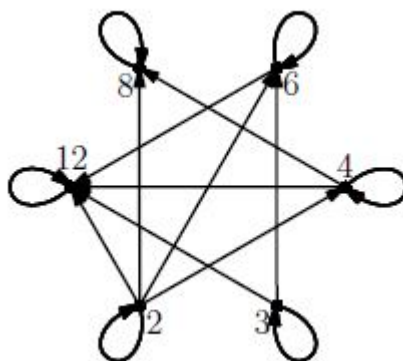
Čiže $\sup B$, ak existuje, je najmenšie horné ohraničenie množiny B . [28]

Zväzy. Čiastočne usporiadanú množinu (A, R) nazveme zväzom, ak pre každé dva prvky $x, y \in A$ existuje $\inf\{x, y\}$ a $\sup\{x, y\}$.

Veta 2.3.3 Každá úplne usporiadaná množina je zväzom. [28]

2.4 Hasseho diagram

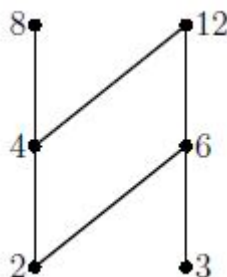
Ľubovoľné usporiadanie samozrejme môžeme, rovnako ako každú inú reláciu, znázorniť v podobe orientovaného grafu. Obr. 12 je znázornením usporiadania deliteľností na množine $\{2, 3, 4, 6, 8, 12\}$. Ako prostriedok pre znázornenie usporiadania však obr. 12 nie je príliš vhodný, rada šípok je v ňom totiž zbytočných. Slučky pri vrcholoch by napríklad nebolo nutné kresliť, pretože každé usporiadanie je z definície reflexívne. Podobne ak sú v relácii dvojice $(2, 4)$ a $(4, 12)$, musí z tranzitivity byť 2 v relácii s 12 a túto šípku by rovnako nebolo potreba kresliť. Efektívne znázornenie usporiadania predstavuje tzv. Hasseho diagram. [29]



Obr. 12. Usporiadanie deliteľnosti
na množine $\{2, 3, 4, 6, 8, 12\}$. [29]

Definujme najskôr jeden pomocný pojem. Nech x, y sú prvky usporiadanej množiny (X, \preceq) . Neostré usporiadania často značíme symbolmi \leq alebo \preceq . Prvok x je bezprostredným predchodcom prvku y (písané $x \triangleleft y$), pokiaľ $x \preceq y$ a neexistuje žiadne $z \in X - \{x, y\}$, pre ktoré by platilo $x \preceq z \preceq y$. Na vzťah \triangleleft sa môžeme pozerať ako na reláciu na množine X (tzv. relácia bezprostredného predchádzania). Táto relácia obecné nie je reflexívna ani tranzitívna. [29]

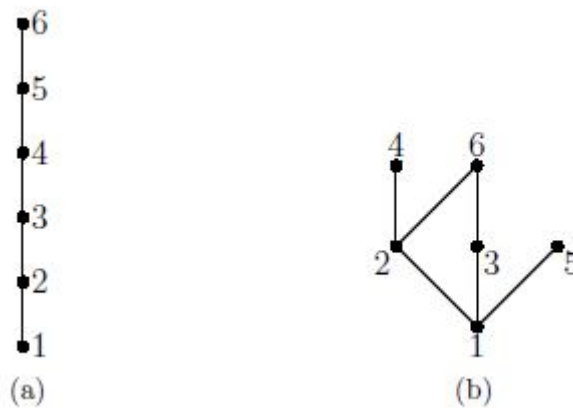
Hasseho diagram usporiadanej množiny (X, \preceq) je znázornenie, v ktorom pre každú dvojicu prvkov $x, y \in X$ platí $x \triangleleft y$, práve keď x, y sú spojené čiarou a prvok y je nakreslený vyššie ako x . Spojnice nie je nutné opatřit šípkou, pretože smer je jednoznačne daný. Na obr. 13 vidíme, že Hasseho diagramom je možné usporiadať množinu z obr. 12 znázorniť oveľa prehľadnejšie. [29]



Obr. 13. Hasseho diagram
usporiadania z obr. 12. [29]

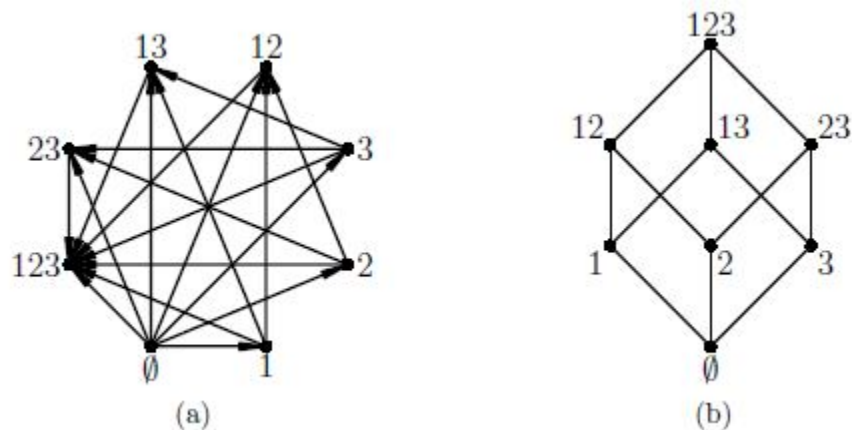
Hasseho diagram lineárne usporiadanej množiny vyzerá podobne, ako na obr. 14a, ktorý zachytáva štandardné usporiadanie na množine prirodzených čísiel $\{2, 3, 4, 6, 8, 12\}$. Iné usporiadanie na rovnakej množine, ktoré lineárne nie je, je určené deliteľnosťou. Jeho

Hasseho diagram je na obr. 14b. Ako je vidieť, jednu množinu možno usporiadať mnohými spôsobmi. [29]



Obr. 14. (a) Obvyklé lineárne usporiadanie na množine $\{1, \dots, 6\}$. (b) Usporiadanie deliteľnosti na tej istej množine. [29]

Ako ďalší príklad zväzme usporiadanie inklúzií na množine všetkých podmnožín množiny $\{1, 2, 3\}$. Bežné zobrazenie a nepomerne prehľadnejší Hasseho diagram tohto usporiadania ukazuje obr. 15. Podmnožiny sú popísané skrátene, napríklad namiesto $\{1, 3\}$ píšeme jednoducho 13. [29]



Obr. 15. Dve znázornenia inklúzií sa súbore všetkých podmnožín množiny $\{1, 2, 3\}$: (a) orientovaný graf (s vynechanými slučkami), (b) Hasseho diagram. [29]

3 ZVÄZY

3.1 Definícia a základné vlastnosti

Nech A je množina, potom systém podmnožín množiny A označujeme 2^A .

Pre ľubovoľné množiny X, Y môžeme vytvoriť

1) zjednotenie $X \cup Y$

2) prienik $X \cap Y$

Vlastnosti zjednotenia a prieniku:

idempotentnosť:

$$\begin{aligned} X \cup X &= X \\ X \cap X &= X, \end{aligned}$$

komutatívnosť:

$$\begin{aligned} X \cup Y &= Y \cup X \\ X \cap Y &= Y \cap X, \end{aligned}$$

asociatívnosť:

$$\begin{aligned} X \cup (Y \cap Z) &= (X \cup Y) \cap Z \\ X \cap (Y \cup Z) &= (X \cap Y) \cup Z, \end{aligned}$$

absorpcia:

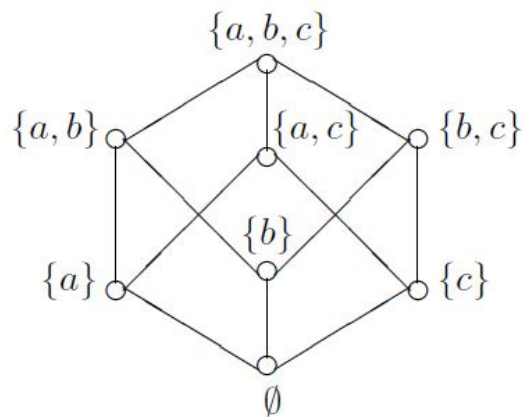
$$\begin{aligned} X \cap (Y \cup X) &= X \\ X \cup (Y \cap X) &= X. [30] \end{aligned}$$

Príklad 3.1.1 Nech $A = \{a, b, c\}$, potom $2^A = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, A\}$ s reláciou „byť podmnožinou“ $A \subseteq B$ (A je podmnožina B), tvorí čiastočne usporiadanú množinu $(2^A; \subseteq)$. Túto usporiadanú množinu môžeme zakresliť do tzv. Hasseho diagramu. [30]

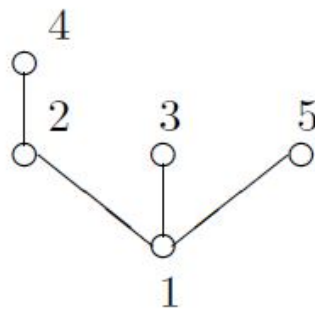
Príklad 3.1.2 Nech $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, relácia deliteľnosti $a|b$ (a delí b) má vlastnosti:

$$\begin{array}{ll} a|b & \text{reflexívnosť,} \\ a|b \wedge b|a \Rightarrow a=b & \text{antisymetrickosť,} \\ a|b \wedge b|c \Rightarrow a|c & \text{tranzitívnosť,} \end{array}$$

potom $(A, |)$ je čiastočne usporiadaná množina. [30]



Obr. 16. Hasseho diagram množiny $(2^A; \subseteq)$. [30]



Obr. 17. Hasseho diagram usporiadania množiny A podľa relácie deliteľnosti. [30]

Usporiadaná trojica $(L; \vee, \wedge)$ sa nazýva zväz, ak $L \neq \emptyset$ a \vee (spojenie), \wedge (priesek) sú binárne operácie na L , o ktorých platí:

- L1) $\forall x \in L: \quad x \vee x = x \qquad \qquad \qquad x \wedge x = x \qquad \qquad \qquad$ idempotentnosť,
- L2) $\forall x, y \in L: \quad x \vee y = y \vee x \qquad \qquad \qquad x \wedge y = y \wedge x \qquad \qquad \qquad$ komutatívnosť,
- L3) $\forall x, y, z \in L: \quad x \vee (y \vee z) = (x \vee y) \vee z \quad x \wedge (y \wedge z) = (x \wedge y) \wedge z \quad$ asociatívnosť,
- L4) $\forall x, y \in L: \quad x \vee (y \wedge x) = x \qquad \qquad \qquad x \wedge (y \vee x) = x \qquad \qquad \qquad$ absorpcia. [30]

Nech (L, \vee, \wedge) je zväz, definujme reláciu \leq na L :

$$x \leq y \Leftrightarrow x \vee y = y$$

$$x \leq y \Leftrightarrow x \wedge y = x$$

(vzťah je ekvivalentný s každou z týchto dvoch podmienok). [30]

Ukážeme, že \leq je relácia čiastočného usporiadania

$$x \vee x = x \quad \Rightarrow \quad x \leq x \quad \text{reflexívnosť,}$$

$$\left. \begin{array}{l} x \leq y \Rightarrow x \vee y = y \\ y \leq x \Rightarrow y \vee x = x \end{array} \right\} \Rightarrow x = y \quad \Rightarrow \quad x \leq y \text{ a } y \leq x \Rightarrow x = y \quad \text{antisymetrickosť,}$$

$$\left. \begin{array}{l} x \leq y \Rightarrow x \vee y = y \\ y \leq z \Rightarrow y \vee z = z \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} x \vee z = x \vee (y \vee z) = \\ = (x \vee y) \vee z = y \vee z = z \end{array} \Rightarrow x \leq y \text{ a } y \leq z \Rightarrow x \leq z \quad \text{tranzitívnosť,}$$

Analogicky sa to dokáže aj pre \wedge . [30]

Podľa princípu duality, ktorý dovoľuje zámenu \wedge a \vee , stačí dokázať vždy len jednu z dvoch vlastností v každej z vlastností L1 až L4.

Nech $(A; \leq)$ je čiastočne usporiadaná množina. Pre prvky $a, b \in A$ definujeme supremum $\sup\{a, b\}$ ako najmenší prvok nad oboma, teda prvok $c \in A$, pre ktorý platí:

$$1) \quad a \leq c, \quad b \leq c,$$

$$2) \quad a \leq d \wedge b \leq d \Rightarrow c \leq d. \quad [30]$$

Obdobne definujeme infimum $\inf\{a, b\}$ ako najväčší prvok pod oboma.

Nech $(L; \vee, \wedge)$ je zväz. Potom

$$\begin{array}{l} x \vee y = \sup\{x, y\} \\ x \wedge y = \inf\{x, y\}. \end{array} \quad [30]$$

Definícia 3.1.3 Zväz je čiastočne usporiadaná množina, v ktorej každé dva prvky a, b majú infimum nazývané priesek $a \wedge b$ a supremum nazývané spojenie $a \vee b$. [31, s. 241]

3.2 Zväzy a polozväzy

Polozväz je množina S s idempotentnou, komutatívnou a asociatívnou binárnou operáciou. Ak operáciu zapisujeme tak, že príslušné prvky píšeme jednoducho vedľa seba (prípadne s použitím zátvoriek), tak podmienky z definície polozväzu možno symbolicky zapísať takto:

$$a^2 = a \quad ab = ba \quad a(bc) = (ab)c \quad \text{pre všetky } a, b, c \in S \quad [31, s. 243]$$

Polozväz je preto komutatívna pologrupa, ktorej všetky prvky sú idempotentné.

Lema 3.2.1 Nech f a g sú dva výrazy v ľubovoľnom polozväze, z ktorých každý je utvorený zo všetkých písmen x_1, \dots, x_n (prípadne s opakovaním). Potom $f = g$. [31, s. 243]

Veta 3.2.2 Každý polozväz je čiastočne usporiadaná množina vzhľadom na reláciu deliteľnosti a platí $ab = n.s.n. (a, b)$. Obrátene, nech P je čiastočne usporiadaná množina, v ktorej každé dva prvky a, b majú infimum $a \wedge b$, potom $[P, \wedge]$ je polozväz, v ktorom $a|b$ práve vtedy, keď $a \geq b$ v čiastočne usporiadanej množine P . [31, s. 244]

Pripomeňme si definíciu zväzu ako čiastočne usporiadanej množiny, v ktorej každé dva prvky a, b majú infimum $a \wedge b$ a supremum $a \vee b$.

Každý zväz je polozväz vzhľadom na \wedge , aj polozväz vzhľadom na \vee . Tieto operácie súvisia s \leq podľa nasledujúceho zákona konzistentnosti: $a \geq b$, $a \wedge b = b$ a $a \vee b = a$ sú ekvivalentné podmienky. [31, s. 244]

Veta 3.2.3 Zväz je množina L , ktorej prvky vyhovujú axiómam L1 až L4. To znamená, že je to polozväz vzhľadom na každú z operácií \wedge , \vee , v ktorom platí nasledujúci zákon absorpcie: $a \wedge (a \vee b) = a \vee (a \wedge b) = a$ pre všetky $a, b \in L$. [31, s. 244]

3.3 Podzväzy a súčiny zväzov

Morfizmus zväzov je funkcia $f : L \rightarrow M$ zo zväzu L do zväzu M taká, že

$$f(x \wedge y) = f(x) \wedge f(y) \text{ a } f(x \vee y) = f(x) \vee f(y)$$

pre všetky $x, y \in L$. Zväz S je podzväz zväzu L , keď S je podmnožina množiny L a inercia $S \rightarrow L$ je morfizmus zväzov. Ekvivalentne, podmnožina S (môže byť aj prázdna) zväzu L je podzväzom zväzu L práve vtedy, keď S je zväz vzhľadom na zúženie binárnych operácií \wedge a \vee zväzu L na podmnožinu S . Z toho, že zväz je opísaný identitami L1 až L4 pre tieto operácie, vyplýva, že podmnožina S zväzu L je podzväzom práve vtedy, ak je uzavretá vzhľadom na \wedge a \vee . [32, s. 551-552]

Ak $f : L \rightarrow M$ je morfizmus zväzov, ľahko dokážeme, že obraz f_*S každého podzväzu S zväzu L je podzväzom zväzu M a že vzor f_*T ľubovoľného podzväzu T zväzu M je podzväz zväzu L . [32, s. 552]

V každom zväze L prázdna podmnožina a každá jednoprvková podmnožina sú podzväzy. Všeobecnejšie, pre každé dva prvky $a \leq b$ zväzu L „interval“ $[a, b]$ všetkých x takých, že $a \leq x \leq b$, je podzväz zväzu L . Je dôležité presvedčiť sa, že podmnožina zväzu L môže

byť zväzom vzhľadom na čiastočné usporiadanie vo zväze L bez toho, aby bola podzväzom zväzu L . Napríklad je to pravda, ak L je zväz všetkých podmnožín konečnej grupy G a S je množina všetkých podgrúp grupy G . [32, s. 552]

Medzi podzväzmi daného zväzu sú obzvlášť pozoruhodné ideály. *Ideál* zväzu L je neprázdna podmnožina J zväzu L taká, že: 1. $a \in J$ a $x \leq a$ implikuje $x \in J$ a 2. $a \in J$ a $b \in J$ implikuje $a \vee b \in J$. Ideály vo zväzoch sa trochu podobajú ideálom v okruhoch; napríklad vzor prvku O vzhľadom na každý morfizmus zväzov je ideál (hoci obrátené tvrdenie nie je vo všeobecnosti pravdivé). Pre každé $a \in L$ množina $J(a) = a \wedge L$ všetkých $x \leq a \vee L$ je ideál, takéto ideály nazývame „hlavnými“ ideálmi. [32, s. 552]

Zväzy L , v ktorých každá podmnožina X má najväčšie dolné ohraničenie $\inf X$ a najmenšie horné ohraničenie $\sup X$, sa nazývajú úplné zväzy. Ak $X = L$, vidíme, že každý neprázdny úplný zväz obsahuje najmenší prvok O a najväčší prvok I . Je zrejmé, že duál ku každému zväzu je zväz a duál ku každému úplnému zväzu je úplný zväz, pričom priesecky a spojenia sa vzájomne zamieňajú. Každý konečný zväz alebo zväz konečnej dĺžky je úplný. [32, s. 552]

Zväz všetkých podgrúp grupy (grupa môže byť aj nekonečná) je typickým príkladom úplného zväzu, pretože vlastnosť byť podgrupou danej grupy je uzáverová vlastnosť v nasledujúcom zmysle.

Definícia 3.3.1 Vlastnosť podmnožín množiny I sa nazýva uzáverová vlastnosť, keď: 1. I má túto vlastnosť a 2. prienik každého systému podmnožín množiny I , ktoré majú túto vlastnosť má tiež túto vlastnosť. [32, s. 552]

Veta 3.3.2 Nech L je úplný zväz a nech S je ľubovoľná podmnožina zväzu L taká, že: 1. $I \in S$ a 2. $T \subset S$ implikuje $\inf T \in S$. Potom S je úplný zväz. [32, s. 552]

Dôsledok 3.3.3 Tie podmnožiny nejakej množiny, ktoré majú danú uzáverovú vlastnosť, tvoria úplný zväz, v ktorom zväzový priesek každého systému podmnožín $\{S, S', \dots\}$ je ich prienik a ich zväzové spojenie je prienik všetkých podmnožín T , ktoré obsahujú každú z množín S, S', \dots . [32, s. 553]

Tak, ako je to prirodzené aj v iných odvetviach matematiky, nové zväzy môžeme konštruovať z daných rôznymi procesmi. Jedným z takých procesov je tvorenie súčinov.

Definícia 3.3.4 Súčin $P \times Q$ dvoch čiastočne usporiadaných množín P a Q je množina všetkých usporiadaných dvojíc (x, y) , kde $x \in P$ a $y \in Q$, čiastočne usporiadaná pravidlom $(x_1, y_1) \leq (x_2, y_2)$ práve vtedy, keď $x_1 \leq x_2$ v P a $y_1 \leq y_2$ v Q . [32, s. 553]

Veta 3.3.5 Súčin $L \times M$ ľubovoľných dvoch zväzov je zväz. [32, s. 553]

3.4 Úplne zväzy

Definícia 3.4.1 Hovoríme, že zväz $(L; \vee, \wedge)$ je úplný, ak pre každé $M \subseteq L$ existuje $\sup M$ a $\inf M$. [30]

Definícia 3.4.2 Nech $(L; \vee, \wedge)$ je zväz, $M \subseteq (L; \leq)$.

$q \in M$ také, že $\forall x \in M : q \geq x$ nazývame horným ohraničením M .

$p \in M$ také, že $\forall x \in M : x \geq p$ nazývame dolným ohraničením M . [30]

Ak má množina M horné (dolné) ohraničenie, hovoríme že M je zhora (zdola) ohraničená.

M je ohraničená, ak je zdola aj zhora ohraničená. [30]

Príklad 3.4.3 Reálne čísla sú reťazec, ale nie je to úplný zväz, lebo napr. interval $(1, \infty)$ nemá v \mathbb{R} supremum.

Príklad 3.4.4 Nech $(G; \cdot)$ je grupa. Označme SG množinu všetkých podgrúp grupy G .

Tvrdíme, že $(SG; \vee, \wedge)$, kde

$$H \wedge K = H \cap K$$

$$H \vee K = [H \cup K] \text{ (t.j. podgrupa generovaná } H \cup K \text{)}$$

je úplný zväz. [30]

Najprv ukážeme, že SG je zväz: Zrejme \vee a \wedge sú binárne operácie na SG . \cap je množinová operácia: idempotentná, komutatívna, asociatívna. $[H \cup K]$ je najmenšie horné ohraničenie a ľahko sa nahliadne, že je idempotentné, komutatívne, asociatívne. Posledná vlastnosť z definície zväzu sa ľahko overí. [30]

Úplnosť zväzu SG : Relácia \leq pre zväz SG je vlastne relácia \subseteq , lebo $H \leq K \Leftrightarrow H \wedge K = H$ a $H \wedge K$ je definované ako $H \cap K$, ale $H \cap K = H \Leftrightarrow H \subseteq K$. Potrebujeme ukázať, že každá podmnožina množiny M , čo je množina podgrúp grupy G , má v SG infimum. Chceme teda v zmysle relácie \subseteq nájsť najväčšie dolné ohraničenie, to

znamená najväčšiu grupu, ktorá je podmnožinou každej grupy z množiny M . A to jednoducho prienik všetkých grúp z M , čo je samozrejme tiež podgrupa grupy G . Teda infimum množiny M patrí do SG . [30]

Podobne supremum ako najmenšia grupa, ktorá je nadmnožinou každej grupy z M , zostrojíme ako najmenšiu grupu generovanú zjednotením všetkých grúp z množiny M , teda

$$\sup M = \left[\bigcup_{H \in M} H \right]. \quad [30]$$

Definícia 3.4.5 Hovoríme, že zväz L je relatívne úplný, ak každá jeho neprázdna zhora ohraničená podmnožina má v L supremum a každá jeho neprázdna zdola ohraničená podmnožina má v L infimum. [30]

Príklad 3.4.6 Relatívne úplným zväzom sú reálne čísla (nie je úplný).

Definícia 3.4.7 Nech $(L; \leq)$ je čiastočne usporiadaná množina. Prvok $a \in L$ nazývame najmenší, ak platí

$$\forall b \in L, b \neq a : a \leq b.$$

Definícia 3.4.8 Zobrazenie $f : L \rightarrow L$ nazývame izotónnym, ak platí:

$$\forall x, y \in L : x \leq y \Rightarrow f(x) \leq f(y). \quad [30]$$

3.5 Operácie uzáveru

Definícia 3.5.1 Operáciou uzáveru na množine A sa nazýva také zobrazenie $\bar{\cdot} : P(A) \rightarrow P(A)$, kde $P(A)$ je množina všetkých podmnožín A a pre každé $X, Y \subset A$ platí:

1. $X \subset X^-$,
2. $X \subset Y \Rightarrow X^- \subset Y^-$,
3. $X^{--} = X^-$.

Množina $X \subset A$ sa nazýva uzavretá, ak $X^- = X$. [33, s. 297]

Lema 3.5.2 Nech $\bar{\cdot}$ je operácia uzáveru na množine A a

$$U := \{X \subset A : X^- = X\}. \quad (1)$$

Potom platí

- a) $A \in U$,

b) Ak $X_i \in U$ pre každé $i \in I$, tak $\bigcap (X_i : i \in I) \in U$. [33, s. 297]

Definícia 3.5.3 Nech A je množina. Množinu $U \subset P(A)$, ktorá má vlastnosti a), b) z lemy 3.5.2, nazývame *uzáverovým systémom* v A . [33, s. 297]

Poznámka 3.5.4 Nevylučujeme prípad, že prázdna množina je prvkom uzáverového systému U .

Nech U je uzáverový systém na množine A . Pre $X \subset A$ definujeme

$$X^- := \bigcap (Y \in U : X \subset Y). \quad (2)$$

Lahko vidno, že $-$ je operácia uzáveru v A . X^- je najmenším prvkom systému U , obsahujúci X ako podmnožinu. [33, s. 297]

Veta 3.5.5 Existuje vzájomne jednoznačná korešpondencia medzi operáciami uzáveru na množine A a uzáverovými systémami v A . V tejto korešpondencii prislúcha operácii uzáveru $-$ uzáverový systém daný vzťahom (1) a uzáverovému systému U prislúcha operácia uzáveru $-$ daná vzťahom (2). [33, s. 298]

Veta 3.5.6 Uzáverový systém v množine, usporiadaný množinovou inklúziou, je úplný zväz. V tomto zväze priesečky sú množinové prieniky, spojenie systému množín je uzáver ich množinového zjednotenia (vzhľadom na príslušnú operáciu uzáveru). [33, s. 298]

Poznámka 3.5.7 Nasledujúce príklady ukazujú, že spojenia vo zväze z vety 3.5.6 nemusia byť množinové zjednotenia.

Príklad 3.5.8 Uvažujme množinu S_I nosičov všetkých podalgebier algebry A . Ak by prienik nejakého systému prvkov z S_I bol prázdny, pridáme do S_I prázdnu množinu. Systém S , ktorý takto vznikne, je uzáverový systém v A . Ak $-$ je príslušná uzáverová operácia, tak pre $X \subset A$ je X^- podalgebra algebry A , generovaná množinou X . Podľa vety 3.5.6 je S úplný zväz, ktorý budeme označovať $S(A)$. Spojenie prvkov $X_i (i \in I)$ v tomto zväze je nosič podalgebry generovanej množinou $\bigcup (X_i : i \in I)$. Zväz $S(A)$ nazývame zväzom podalgebier algebry A . [33, s. 298]

Príklad 3.5.9 Množina $\text{Eq } A$ je uzáverový systém v množine $A \times A$. Príslušná operácia uzáveru priraduje každej binárnej relácii α na A ekvivalenciu α^- (je to najmenšia ekvivalencia na A , ktorá obsahuje α). Usporiadaná množina $(\text{Eq } A; \subset)$ je úplný zväz, v ktorom priesek je množinový prienik a spojenie prvkov α_i je $\bigvee (\alpha_i : i \in I) = (\bigcup (\alpha_i : i \in I))^-$.

$Z))^-$. Nasledujúci fakt je dôležitý: $(x, y) \in V(\alpha_i; i \in I)$ práve vtedy, keď existuje postupnosť $x=x_0, x_1, \dots, x_n=y$ prvkov množiny A , taká, že pre každé $i \in n$ je $(x_i, x_{i+1}) \in \alpha_i$ pre nejaké $i \in I$. [33, s. 298]

Príklad 3.5.10 Ak A je algebra, je $\text{Con } A$ uzáverový systém v množine $A \times A$. Je teda $(\text{Con } A; \subset)$ úplný zväz. Dôležitým faktom je, že tento zväz je uzavretý podzväz zväzu $(\text{Con } A; \subset)$. [33, s. 298]

Ak $B \subset A$, tak medzi kongruenciami na A , ktorých niektorý blok obsahuje B , existuje najmenšia (je to uzáver množiny $B \times B$ pri príslušnej operácii uzáveru) kongruencia. Budeme ju označovať $\theta(B)$. Namiesto $\theta(\{a, b\})$ budeme písať $\theta(a, b)$. Kongruencia $\theta(a, b)$ sa nazýva *hlavná kongruencia*. [33, s. 298]

Lema 3.5.11 $\theta(B) = V(\theta(a, b): (a, b) \in B \times B)$. [33, s. 298]

3.6 Príklady uzáverov

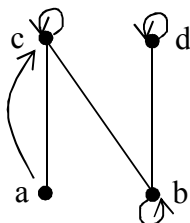
Pretože formálne koncepty v teórii FCA (Formal Concept Analysis) sú pevné body (uzatvorené prvky) operáciou uzáveru, uvádzam konkrétne príklady operácií uzáveru na obecných usporiadaných množinách a úplných zväzoch.

Zobrazenie $f: P \rightarrow P$ usporiadanej množiny (P, \leq) sa nazýva uzáverový operátor na (P, \leq) , ak sú splnené nasledujúce podmienky:

1. $x \leq f(x)$ (*extenzivita*),
2. $x \leq y \Rightarrow f(x) \leq f(y)$ (*izotónnosť*),
3. $f(f(x)) = f(x)$ (*idempotencia*).

V nasledujúcom sú uvedené konkrétne príklady uzáverových operátorov.

Príklad 3.6.1 (P, \leq)

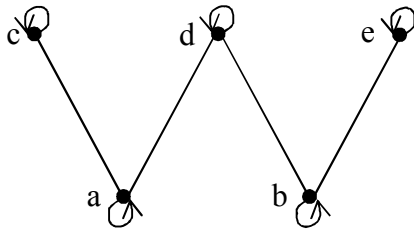


Dve operácie uzáveru:

1. $\text{id} \quad \text{id}(x) = x$
2.

| | | | | |
|--------|-----|-----|-----|-----|
| f | a | b | c | d |
| $f(x)$ | c | b | c | d |

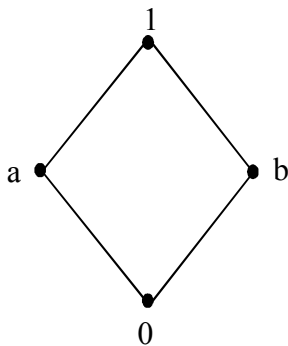
Príklad 3.6.2



Jedna operácia uzáveru:

$$id \quad id(x) = x$$

Príklad 3.6.3 (L, \leq)



Operácie uzáveru:

$$id(x) = x$$

| | | | | |
|----------|---|---|---|---|
| x | 0 | a | b | 1 |
| $f_1(x)$ | 1 | 1 | 1 | 1 |

| | | | | |
|----------|---|---|---|---|
| x | 0 | a | b | 1 |
| $f_4(x)$ | b | 1 | b | 1 |

| | | | | |
|----------|---|---|---|---|
| x | 0 | a | b | 1 |
| $f_2(x)$ | 0 | 1 | 1 | 1 |

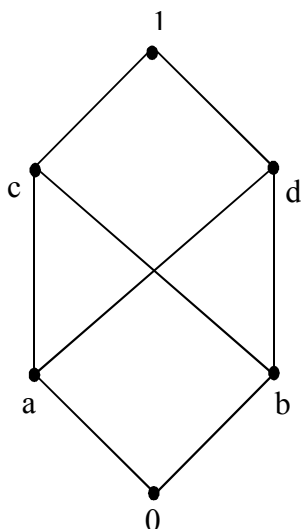
| | | | | |
|----------|---|---|---|---|
| x | 0 | a | b | 1 |
| $f_5(x)$ | 0 | a | 1 | 1 |

| | | | | |
|----------|---|---|---|---|
| x | 0 | a | b | 1 |
| $f_3(x)$ | a | a | 1 | 1 |

| | | | | |
|----------|---|---|---|---|
| x | 0 | a | b | 1 |
| $f_6(x)$ | 0 | 1 | b | 1 |

Množina všetkých operátorov uzáveru na zväze (L, \leq) je úplný zväz.

Príklad 3.6.4



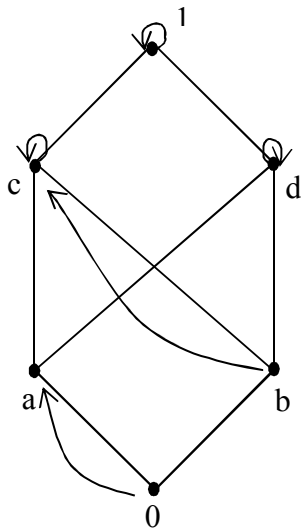
(P, \leq) nie je zväz, pretože $\sup \{a, b\}$ ani $\inf \{c, d\}$ neexistujú!

Príklady uzáverových operátorov sú:

$$id(x) = x$$

| | | | | | | |
|----------|---|---|---|---|---|---|
| x | 0 | a | b | c | d | 1 |
| $f_1(x)$ | a | a | c | c | 1 | 1 |

| | | | | | | |
|--------|---|---|---|---|---|---|
| x | 0 | a | b | c | d | 1 |
| $f(x)$ | a | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

Příklad 3.6.5

Zobrazenie $g: P \rightarrow P$ zadané tabuľkou

| x | 0 | a | b | c | d | 1 |
|------|---|---|---|---|---|---|
| g(x) | a | a | c | c | d | 1 |

nie je operácia uzáveru, pretože nespĺňa druhú podmienku definície, tzn. nie je izotónne lebo $b \leq d$ ale $g(b) = c \not\leq g(d) = d$.

3.7 Veta o pevnom bode

Veta 3.7.1 (TARSKI.) Nech $(L; \leq)$ je úplný zväz a $f: L \rightarrow L$ je izotónne zobrazenie. Potom f má aspoň jeden pevný bod, t.j. $\exists a \in L$ tak, že $f(a) = a$. [30]

Nech $M = \{x \in L \mid x \leq f(x)\}$. 0 je najmenší prvok, teda $0 \leq f(0)$. Potom $0 \in M$, teda $M \neq \emptyset$. $M \subseteq L$ a L je úplný zväz, teda $\exists \sup M := a \in L$. Z izotónnosti f vyplýva

$$\forall x \in M : x \leq a \Rightarrow f(x) \leq f(a),$$

$$\forall x \in M : x \leq f(x) \leq f(a) \Rightarrow f(a) \text{ je horné ohraničenie } M.$$

Keďže a je supremum M , tak je jeho najmenšie horné ohraničenie, teda

$$a \leq f(a) \Rightarrow f(a) \leq f(f(a)).$$

Teda $f(a)$ spĺňa podmienku z $a \in M \Rightarrow f(a) \in M$ a teda $f(a) \leq \sup M = a$. Keďže $a \leq f(a)$ a $f(a) \leq a$, tak $f(a) = a$. Hľadaný pevný bod je a . [30]

Platí aj obrátené tvrdenie, teda:

Veta 3.7.2 Nech $(L; \leq)$ je zväz. Ak každé izotónne zobrazenie na L má aspoň jeden pevný bod, potom zväz L je úplný. [30]

Poznámka 3.7.3 Množina pevných bodov $\text{Fix}(f)$ daného izotónneho zobrazenia f zväzu $(L; \vee, \wedge)$ do seba nemusí byť obecné podzväz zväzu L .

Položme si otázku, či môže byť zväz pevných bodov daného zväzu L úplný?

Množina spojitych funkcií spolu s operáciami \vee, \wedge

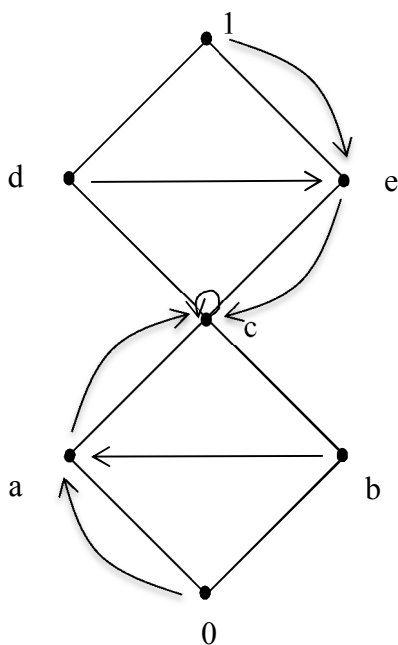
$$(f \vee g)(x) = \max\{f(x), g(x)\},$$

$$(f \wedge g)(x) = \min\{f(x), g(x)\},$$

tvorí úplný zväz. [30]

3.8 Príklady pevných bodov

Príklad 3.8.1

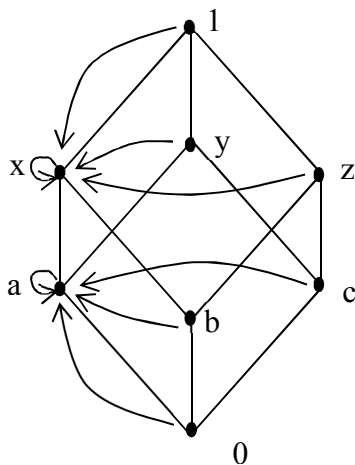


Izotónne zobrazenie $f: (L, \leq) \rightarrow (L, \leq)$ je zadané tabuľkou:

| x | 0 | a | b | c | d | e | 1 |
|------|---|---|---|---|---|---|---|
| f(x) | a | c | a | c | e | c | e |

Pevný bod f je prvok $c \in L$.

Príklad 3.8.2



Zobrazenie $f: (L, \leq) \rightarrow (L, \leq)$ je zadané tabuľkou:

| x | 0 | a | b | c | x | y | z | 1 |
|------|---|---|---|---|---|---|---|---|
| f(x) | a | a | a | a | x | x | x | x |

Zobrazenie f je izotónne a existujú dva pevné body a to $a = f(a), x = f(x)$, množina všetkých pevných bodov $Fix(f) = \{x \in L | x = f(x)\}$ je tiež úplný zväz.

3.9 Modulárne zväzy

Mnohé dôležité zväzy majú ďalšie špeciálne vlastnosti, ktorými sa nevyznačujú všetky zväzy. K týmto špeciálnym triedam zväzov patria i modulárne zväzy.

Definícia 3.9.1 Zväz je modulárny, keď spĺňa nasledujúcu modulárnu identitu:

L5. Ak $x \leq z$, tak $x \vee (y \wedge z) = (x \vee y) \wedge z$. [32, s. 554]

Zväz je distributívny keď spĺňa obidva distributívne zákony:

L6'. $x \wedge (y \vee z) = (x \wedge y) \vee (x \wedge z)$,

L6". $x \vee (y \wedge z) = (x \vee y) \wedge (x \vee z)$. [32, s. 554]

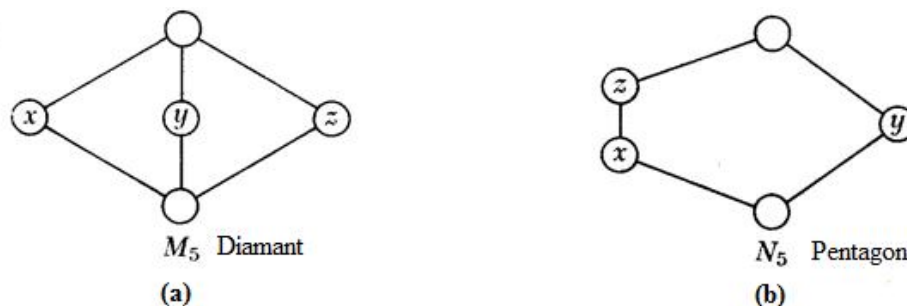
Modulárne zväzy majú prirodzený pôvod v teórii grúp a modulov, ako ukazuje nasledujúci výsledok.

Veta 3.9.2 Normálne podgrupy ľubovoľnej grupy G tvoria modulárny zväz. [32, s. 554]

Normálne podgrupy M, N, \dots grupy G určite tvoria zväz, v ktorom $M \wedge N = M \cap N$ je prienik M a N a $M \vee N = MN$ je množina súčinov xy , kde $x \in M$ a $y \in N$. Aby sme dokázali modulárnosť tohto zväzu, stačí vzhľadom na modulárnu nerovnosť ukázať, že zo vzťahu $L \subset\subset N$ vyplýva $(L \vee M) \cap N \subset L \vee (M \cap N)$. Nech a patrí do $(L \vee M) \cap N$. Potom $a \in L \vee M = LM$, takže $a = bc$, kde $b \in L, c \in M$. Ak teraz dokážeme, že $c \in M \cap N$, vyplynie z toho, že $a \in L(M \cap N) = L \vee (M \cap N)$, ako sme si priali. [32, s. 554 - 555]

Avšak $c = b^{-1}a$ a $b^{-1} \in L \subset N$ a $a \in N$, pretože $a \in (L \vee M) \cap N$. Teda $c \in N$. Ale podľa výberu prvku c vyplýva, že $c \in M$. Teda $c \in M \cap N$. [32, s. 555]

Nie každý zväz je modulárny. Napríklad ľahko sa overí, že zväz N_5 , ktorého diagram je na obr. 18 nie je modulárny. Teraz si ukážeme,



Obr. 18. Príklady zväzov. [32, s. 555]

že zväz na obr. 18 (b) je najmenší nedomulárny zväz. V skutočnosti sa dá ľahko dokázať aj silnejší výsledok. [32, s. 555]

Veta 3.9.3 Každý nedomulárny zväz L obsahuje zväz N_5 z obr. 18 (b) ako podzväz.

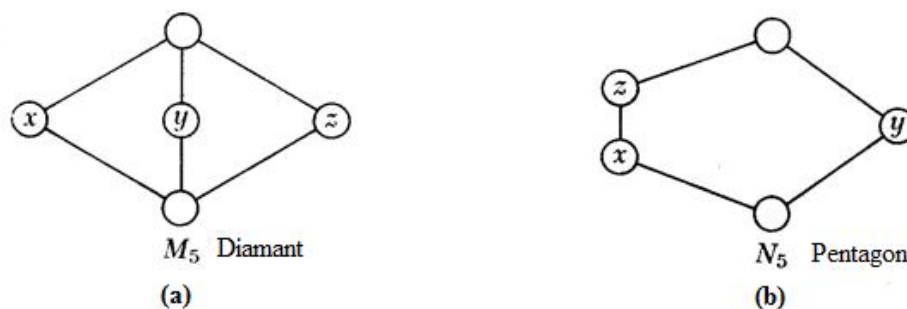
Na druhej strane päťprvkový zväz M_5 , ktorého diagram je na obr. 18 (a) je izomorfný zo zväzom všetkých podgrúp (komutatívnej) štvorkovej grupy $Z_2 \times Z_2$, teda je modulárny. Každý distributívny zväz je modulárny, lebo ak $x \leq z$, je $x \vee z = z$ a teda L6" sa redukuje na L5. Ďalej ešte každý podzväz S modulárneho zväzu M je modulárny, pretože podmienka L5 platná v M tým skôr platí v S .

Veta 3.9.4 Pre každý okruh R , R -podmoduly ľubovoľného R -modulu A tvoria modulárny zväz. [32, s. 555]

3.10 Distributívne zväzy

Definícia 3.10.1 Hovoríme, že zväz $(L; \vee, \wedge)$ je distributívny, ak platí:

$$\forall x, y, z \in L \quad x \wedge (y \vee z) = (x \wedge y) \vee (x \wedge z) \quad x \vee (y \wedge z) = (x \vee y) \wedge (x \vee z) \quad [30]$$



Obr. 19. Triviálne nedistributívne zväzy. [30]

Definícia 3.10.2 Nech $(L; \vee, \wedge)$ a $(M; \vee, \wedge)$ sú zväzy. Zobrazenie $f : L \rightarrow M$ nazývame

homomorfizmus, ak platí:

- 1) $\forall x, y \in L : f(x \vee y) = f(x) \vee f(y)$,
- 2) $\forall x, y \in L : f(x \wedge y) = f(x) \wedge f(y)$.

[30]

Príklad 3.10.3 Zobrazenie f z diamantu D do dvojprvkového zväzu L také, že $\forall a \in D : f(a) = 0$ je homomorfizmus (surjektívny homomorfizmus z D do L neexistuje).

Definícia 3.10.4 Reťazec je čiastočne usporiadaná množina $(A; \leq)$, v ktorej platí:

$$\forall a, b \in A : a < b \quad \text{alebo} \quad b < a \quad \text{alebo} \quad a = b.$$

Hovoríme, že A je lineárne usporiadaná množina. [30]

Veta 3.10.5 Každý reťazec je zväz.

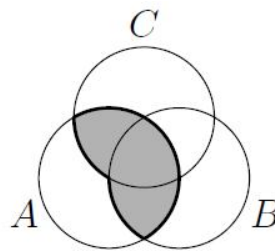
Definícia 3.10.6 Hovoríme, že zväz $(M; \vee, \wedge)$ je podzväz zväzu $(L; \vee, \wedge)$, ak platí:

- 1) $M \subseteq L$,
- 2) $\forall x, y \in M : x \vee y = x \vee y$, [30]
- 3) $\forall x, y \in M : x \wedge y = x \wedge y$.

Veta 3.10.7 Zväz $(L; \vee, \wedge)$ je distributívny práve vtedy, keď neobsahuje podzväz izomorfný s pentagonom alebo diamantom. (Každý reťazec je distributívny.)

Veta 3.10.8 Nech $(L; \vee, \wedge)$ je distributívny zväz, potom platí implikácia: $x \wedge c = y \wedge c$, $x \vee c = y \vee c \Rightarrow x = y$. [30]

Príklad 3.10.9 Príkladom distributívneho zväzu je zväz všetkých podmnožín ľubovoľnej množiny. Ak sú totiž A, B, C nejaké podmnožiny, potom je z nasledujúceho obrázku vidieť, že $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$.



Obr. 20. Distributivita množín.

3.11 Komplementárne zväzy

Definícia 3.11.1 Nech L je zväz s najmenším prvkom 0 a najväčším prvkom I , $x, y \in L$. Hovoríme, že y je komplement prvku x , ak $x \vee y = I$ a $x \wedge y = 0$. Každý prvok v pentagone má komplement. Prvky x, y, z v diamante majú dva komplementy. [30]

Zväz s najmenším a najväčším prvkom sa nazýva komplementárny, ak každý jeho prvok má komplement. Zväz, ktorého každý interval je komplementárnym zväzom, sa nazýva *relatívne komplementárny*. Zväz s 0 , v ktorom každý interval $[0, a]$ je komplementárny, nazveme úsekovo komplementárny. [33, s. 310]

Ak y je komplement prvku x , tak x je komplement prvku y . Relatívne komplementárny zväz s 0 a I je komplementárny, ale obrátené tvrdenie neplatí: Zväz N_5 je komplementárny, ale nie je relatívne komplementárny. Platí však:

Lema 3.11.2 Komplementárny modulárny zväz je relatívne komplementárny. [33, s. 310]

Prvok môže mať viac komplementov. Napríklad vo zväze M_5 má prvok x komplementy y , z . Podobná situácia je vo zväze N_5 . Obidva tieto zväzy sú komplementárne. V modulárnom zväze dva rôzne komplementy (relatívne komplementy) toho istého prvku sú neporovnateľné, v distributívnom zväze môže mať prvok nanajvyš jeden komplement (relatívny komplement v danom intervale). [33, s. 310]

Veta 3.11.3 Prvky distributívneho zväzu $(L; \vee, \wedge)$ s 0 a 1 ktoré majú komplement tvoria jeho podzväz. [30]

Definícia 3.11.4 Komplementárny distributívny zväz sa nazýva *boolovský zväz*. Ak $(L; \wedge, \vee)$ je boolovský zväz, algebra $(L; \wedge, \vee, ', 0, 1)$ sa nazýva *boolovská algebra*. [33, s. 310]

II. PRAKTICKÁ ČASŤ

4 FORMÁLNA KONCEPTUÁLNA ANALÝZA

Formálna konceptuálna analýza (FCA) je jednou z metód dátovej analýzy, teda metód k získavaniu zaujímavých informácií z dát. FCA je metóda analýzy, správy a prezentovania dát. Základy tejto metódy položil okolo roku 1980 Rudolf Wille [34]. Pri svojich výskumoch nadviazal na práce Garretta Birkhoffa [35] o usporiadaní a teórii zväzov.

FCA sa využíva na analýzu dát a jej výsledkom je nájdenie súvislostí v dátach, tzv. *konceptov*. Tieto môžu byť následne ľahko interpretované. Pojmom formálny kontext označujeme formát dát, ktorým je popísaná určitá časť reality. Na rozdiel od iných analytických metód má FCA výhodu v tom, že konceptuálny zväz je vytvorený nad celým vstupným kontextom. Na nájdené koncepty tak môžeme stále nahliadať ako na celok. Dáta stále obsahujú všetky detaily zo zadaného kontextu.

4.1 Úvod do FCA

Keď ľudia vyjadrujú svoje vedomosti o okolitom svete, hovoria najčastejšie o objektoch, ich atribútoch (teda vlastnostiach) a formulujú rôzne zložité tvrdenia o tom, že niektoré objekty majú niektoré atribúty. Základným vzťahom je pritom *mat'* vzťah medzi objektmi a atribútmi: pre daný objekt a daný atribút platí, že objekt má či nemá daný atribút, prípadne objekt má daný atribút do istej miery, či má daný atribút s istou hodnotou a podobne. Vzťah medzi objektmi a atribútmi býva najčastejšie reprezentovaný tabuľkou (maticou), v ktorej riadky zodpovedajú objektom a stĺpce atribútom. Položka tabuľky zodpovedajúca objektu x a atribútu y obsahuje informáciu o tom, či a prípadne s akou hodnotou má objekt x atribút y . [36]

| | y_1 | ... | y_j | ... | y_l |
|-------|-------|-----|---------------|-----|-------|
| x_1 | | | ⋮ | | |
| ⋮ | | | ⋮ | | |
| x_i | ... | ... | $I(x_i, y_j)$ | ... | ... |
| ⋮ | | | ⋮ | | |
| x_k | | | ⋮ | | |

Tab. 3. Tabuľkové dáta s objektmi x_i a atribútmi y_j . [36]

Tabuľkové dáta predstavujú základnú formu reprezentácie dát pre rôzne metódy analýzy a spracovania dát.

FCA je jednou z metód analýzy tabuľkových dát. Namiesto termínu formálna konceptuálna analýza sa taktiež používa označenie *metóda konceptuálnych vzťahov*. FCA je metódou exploračnej (prieskumovej) analýzy dát, užívateľovi ponúka netriviálne informácie o vstupných dátach, sú to nové poznatky, ktoré nie sú pri obyčajnom pohľade zrejme. Tieto výsledky môžu byť nasledovne buď priamo využiteľné, či môžu byť použité pri ďalšom spracovaní dát. Poskytuje dva základné výstupy: tzv. konceptuálny vzťah, čo je hierarchicky usporiadaná množina istých zhukov, tzv. formálnych konceptov, ktoré sú prítomné vo vstupnej tabuľke dát a tzv. vlastnostné implikácie, ktoré popisujú isté závislosti medzi atribútmi tabuľky dát. Pre jednoduchosť budeme predpokladať, že atribúty vo vstupných dátach sú bivalentné logické (áno / nie) atribúty, teda pre každý atribút y a každý posudzovaný objekt x platí, že x má y alebo x nemá y . Tabuľka popisujúci také atribúty obsahuje v položke zodpovedajúcej x a y hodnotu 0, alebo hodnotu 1. [36]

| I | Y_1 | Y_2 | Y_3 | Y_4 |
|-------|-------|-------|-------|-------|
| x_1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| x_2 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| x_3 | 0 | 0 | 1 | 1 |

Tab. 4. Tabuľka popisujúca objekty a atribúty.

Vytváranie pojmov je základným spôsobom, vďaka ktorému je človek schopný vyznať sa vo svete plnom nesmierneho množstva jednotlivých vecí a faktov. Intuitívne je pojem niečo, čo vymedzuje isté zoskupenie nejakých objektov, teda akýsi zhuk objektov, ktoré z nejakého dôvodu patria k sebe. [36]

Vo FCA je termín pojem chápaný v súlade s tzv. Port-Royalskou logikou [37]. Podľa nej je pojem tvorený svojím rozsahom (extent) a obsahom (intent). Rozsah pojmu je zoskupenie všetkých objektov, ktoré pod pojem patria. Napríklad pri pojme OROL je rozsahom zoskupenie všetkých vtákov, obsahom zoskupenie všetkých atribútov všetkých vtákov, napr. mať zobák, mať perie, a pod. Vo FCA nejde o to poskytnúť psychologicky či filozoficky úplne dôveryhodnú teóriu pojmov, ide o to, mať k dispozícii intuitívne prijateľnú a formálne realizovateľnú koncepciu pojmov. Pojem teda možno chápať ako dvojicu (A, B) , kde A je množina objektov a B je množina atribútov, ktoré pod pojem patria. Nie každú dvojicu (A, B) je však možné považovať za pojem. Aby tomu tak bolo, je nutné, aby A bola práve množinou všetkých objektov zdieľajúcich všetky atribúty z B a

naopak, aby B bolo práve množinou všetkých atribútov spoločných všetkým objektom z A . Pojem v zmysle FCA budeme ďalej nazývať koncept, popr. formálny koncept. Poznamenajme, že koncepty vzájomne jednoznačne odpovedajú v tabuľkových dátach maximálnym obdĺžnikom vyplneným jednotkami. [36]

Pojmy používané človekom sú hierarchicky usporiadané vzťahom podpojem - nadpojem, daný pojem môže byť menej alebo viac obyčajný ako iné pojmy. Povieme, že koncept (A_1, B_1) je podpojomom konceptu (A_2, B_2) (teda prvý koncept je najviac tak všeobecný ako druhý a duálne, druhý je nadpojomom prvého, popr. aspoň tak obyčajný ako prvý), ak platí, že každý objekt z A_1 patrí do A_2 alebo, čo je ekvivalentné, že každý atribút z B_2 patrí do B_1 . Táto podmienka, ktorú značíme $(A_1, B_1) \leq (A_2, B_2)$, zodpovedá intuícii. Napr. pojem OROL je podpojomom pojmu vtáky, pretože každý objekt, ktorý je orlom, je tiež vtákom. Vzťah podpojem - nadpojem umožňuje množinu všetkých konceptov usporiadať podľa ich univerzálnosti. Takto usporiadaná množina všetkých konceptov sa nazýva konceptuálny zväz. [36]

Atribútové závislosti sú vo FCA vyjadrované pomocou implikácií tvaru, atribúty y_1, \dots, z_1 implikujú atribúty y_2, \dots, z_2 , čo sa formálne zapisuje $\{y_1, \dots, z_1\} \Rightarrow \{y_2, \dots, z_2\}$. Význam takejto implikácie je ten, že každý formálny koncept, ktorý obsahuje y_1, \dots, z_1 , obsahuje aj y_2, \dots, z_2 (dá sa ukázať, že to platí, práve keď každý objekt, ktorý má všetky atribúty z y_1, \dots, z_1 , má tiež všetky atribúty z y_2, \dots, z_2). V tomto zmysle implikácia platí vo vstupných dátach. Vo vstupných dátach však platí veľké množstvo implikácií, mnoho z nich je triviálnych, preto je užitočné hľadať nejakú neredundantnú podmnožinu všetkých platných implikácií, z ktorej popr. všetky ostatné platné implikácie logicky vyplývajú. [36]

V nasledujúcich kapitolách podrobnejšie vysvetlíme definície a základné teoretické pojmy týkajúce sa FCA. Pre podrobnejšiu diskusiu, zdôvodnenia a ďalšie informácie sa odkazujem na citovanú literatúru, hlavne [36].

4.2 Formálny kontext a indukované Galoisove konexie

Definícia 4.2.1 Formálny kontext je trojica $\langle X, Y, I \rangle$, kde I je binárna relácia medzi množinami X a Y .

Prvky množiny X , resp. Y , sa nazývajú objekty, resp. atribúty. Fakt $\langle x, y \rangle \in I$ interpretujeme tak, že objekt x má atribút y . Formálny kontext teda reprezentujú spomínané tabuľkové objekt - atribútové dáta. [36]

Každý kontext $\langle X, Y, I \rangle$ indukuje zobrazenie $\uparrow : 2^X \rightarrow 2^Y$ a $\downarrow : 2^X \rightarrow 2^Y$ predpisom

$$A^\uparrow = \{y \in Y \mid \text{pre každé } x \in A : \langle x, y \rangle \in I\}$$

pre $A \subseteq X$ a

$$B^\downarrow = \{x \in X \mid \text{pre každé } y \in B : \langle x, y \rangle \in I\}$$

pre $B \subseteq Y$. Namiesto A^\uparrow píšeme tiež $A^{\uparrow I}$, prípadne A^I , podobne pre B^\downarrow . [36]

Poznámka 4.2.2 A^\uparrow je teda množina všetkých atribútov spoločných všetkým objektom z A , B^\downarrow je množina všetkých objektov, ktoré zdieľajú všetky atribúty z B .

Definícia 4.2.3 Zobrazenie $f : 2^X \rightarrow 2^Y$ a $g : 2^X \rightarrow 2^Y$ tvorí tzv. Galoisovu konexiu medzi množinami X a Y , pokiaľ pre $A, A_1, A_2 \subseteq X$ a $B, B_1, B_2 \subseteq Y$ platí $A_1 \subseteq A_2$ implikuje $f(A_2) \subseteq f(A_1)$; $B_1 \subseteq B_2$ implikuje $g(B_2) \subseteq g(B_1)$; $A \subseteq g(f(A))$; $B \subseteq f(g(B))$. [36]

Veta 4.2.4 Pre binárnu reláciu $I \subseteq X \times Y$ tvorí indukované zobrazenia \uparrow^I a \downarrow^I Galoisovu konexiu medzi X a Y . Naopak, ak tvoria f a g Galoisovu konexiu medzi X a Y , existuje binárna relácia $I \subseteq X \times Y$ tak, že $f = \uparrow^I$ a $g = \downarrow^I$. Tým je daný vzájomne jednoznačný vzťah medzi Galoisovými konexiami medzi X a Y a binárnymi reláciami medzi X a Y . [36]

4.3 Formálne koncepty a konceptuálny zväz

Definícia 4.3.1 Formálny koncept v kontexte $\langle X, Y, I \rangle$ je dvojica (A, B) , kde $A \subseteq X$ a $B \subseteq Y$ sú také, že $A^\uparrow = B$ a $B^\downarrow = A$. [36]

Poznámka 4.3.2 Formálny koncept je teda dvojica pozostávajúca z množiny A objektov i množiny B atribútov takých, že B sú práve všetky atribúty spoločné objektom z A a A sú práve všetky objekty zdieľajúce atribúty z B . Z matematického pohľadu je koncept práve pevným bodom Galoisovej konexie danej \uparrow a \downarrow .

Množinu všetkých formálnych konceptov v $\langle X, Y, I \rangle$ označujeme $\mathcal{B}(X, Y, I)$, tzn.

$$\mathcal{B}(X, Y, I) = \{(A, B) \mid A \subseteq X, B \subseteq Y, A^\uparrow = B, B^\downarrow = A\}. [36]$$

Príklad 4.3.3 $\langle A, B \rangle$ je formálny koncept vtedy, keď obsahuje A len objekty, ktoré zdieľa s atribútmi z B a naopak B obsahuje všetky atribúty, ktoré sú zdieľané so všetkými objektmi A . Formálny kontext je zadaný množinou objektov $\{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5\}$ a množinou atribútov $\{y_1, y_2, y_3, y_4\}$. Relácia incidencie je zadaná nasledujúcou tabuľkou.

| l | y_1 | y_2 | y_3 | y_4 |
|-------|-------|-------|-------|-------|
| x_1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| x_2 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| x_3 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| x_4 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| x_5 | 1 | 0 | 0 | 0 |

Tab. 5. Příklad formálního konceptu.

Zvýraznený obdélník v tabulce reprezentuje nasledující kontext:

$$\langle A_1, B_1 \rangle = \langle \{x_1, x_2, x_3, x_4\}, \{y_3, y_4\} \rangle$$

Pretože $\{x_1, x_2, x_3, x_4\}^\uparrow = \{y_3, y_4\}$ a $\{y_3, y_4\}^\uparrow = \{x_1, x_2, x_3, x_4\}$.

Tabulka však obsahuje i další formální koncepty.

| l | y_1 | y_2 | y_3 | y_4 |
|-------|-------|-------|-------|-------|
| x_1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| x_2 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| x_3 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| x_4 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| x_5 | 1 | 0 | 0 | 0 |

Tab. 6. Formální koncept pre $\langle A_2, B_2 \rangle$.

Zvýraznená část tabulky reprezentuje koncept $\langle A_2, B_2 \rangle = \langle \{x_1, x_3, x_4\}, \{y_2, y_3, y_4\} \rangle$.

| l | y_1 | y_2 | y_3 | y_4 |
|-------|-------|-------|-------|-------|
| x_1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| x_2 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| x_3 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| x_4 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| x_5 | 1 | 0 | 0 | 0 |

Tab. 7. Formální koncept pre $\langle A_3, B_3 \rangle$.

Zvýraznená část tabulky reprezentuje koncept $\langle A_3, B_3 \rangle = \langle \{x_1, x_2\}, \{y_1, y_3, y_4\} \rangle$.

| l | y_1 | y_2 | y_3 | y_4 |
|-------|-------|-------|-------|-------|
| x_1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| x_2 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| x_3 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| x_4 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| x_5 | 1 | 0 | 0 | 0 |

Tab. 8. Formální koncept pre $\langle A_4, B_4 \rangle$.

Zvýraznená část tabulky reprezentuje koncept $\langle A_4, B_4 \rangle = \langle \{x_1, x_2, x_5\}, \{y_1\} \rangle$.

Všetky koncepty daného formálního konceptu teda sú: $\langle \{x_1, x_2, x_3, x_4\}, \{y_3, y_4\} \rangle$, $\langle \{x_1, x_3, x_4\}, \{y_2, y_3, y_4\} \rangle$, $\langle \{x_1, x_2\}, \{y_1, y_3, y_4\} \rangle$, $\langle \{x_1, x_2, x_5\}, \{y_1\} \rangle$.

Definícia 4.3.4 Konceptuálny zväz je množina $\mathcal{B}(X, Y, I)$ spolu s reláciou \leq definovanou na $\mathcal{B}(X, Y, I)$ predpisom $(A_1, B_1) \leq (A_2, B_2)$ práve keď $A_1 \subseteq A_2$ (alebo ekvivalentne, $B_2 \subseteq B_1$).

Pre ďalšie účely označíme $\text{Int}(I) = \{B \subseteq Y \mid \langle A, B \rangle \in \mathcal{B}(X, Y, I) \text{ pre nejakú } A \subseteq X\}$, tzn. $\text{Int}(I)$ je množina obsahov všetkých konceptov z $\mathcal{B}(X, Y, I)$. Platí, že $B \subseteq Y$ je obsahom nejakého konceptu z $\mathcal{B}(X, Y, I)$. Podobne značíme $\text{Ext}(I)$ rozsahy konceptov z $\mathcal{B}(X, Y, I)$. [36]

Poznámka 4.3.5 Relácia \leq je teda reláciou podpojem – nadpojem.

4.4 Hlavná veta o konceptuálnych zväzoch

Nasledujúca veta popisuje štruktúru $\mathcal{B}(X, Y, I)$ a mimo iné zdôvodňuje názov konceptuálny zväz.

Veta 4.4.1 (Hlavná veta o konceptuálnych zväzoch.) Majme formálny kontext $\langle X, Y, I \rangle$. Potom množina všetkých konceptov $\mathcal{B}(X, Y, I)$ je vzhľadom k \leq úplný zväz, v ktorom sú infima a suprema definované predpismi

$$\bigwedge_{j \in J} \langle A_j, B_j \rangle = \langle \bigcap_{j \in J} A_j, \left(\bigcap_{j \in J} A_j \right)^\uparrow \rangle = \langle \bigcap_{j \in J} A_j, \left(\bigcup_{j \in J} B_j \right)^{\downarrow\uparrow} \rangle,$$

$$\bigvee_{j \in J} \langle A_j, B_j \rangle = \langle \left(\bigcap_{j \in J} B_j \right)^\downarrow, \bigcap_{j \in J} B_j \rangle = \langle \left(\bigcup_{j \in J} A_j \right)^{\uparrow\downarrow}, \bigcap_{j \in J} B_j \rangle.$$

Daný úplný zväz $V = \langle V, \sqsubseteq \rangle$ je izomorfný s $\mathcal{B}(X, Y, I)$, práve keď existujú zobrazenia $\gamma : X \rightarrow V$, $\mu : Y \rightarrow V$, pre ktoré je $\gamma(X)$ supremálne hustá v V , $\mu(Y)$ infimálne hustá vo V a $\langle x, y \rangle \in I$ platí práve vtedy, keď $\gamma(x) \leq \mu(y)$ (pre každé $x \in X, y \in Y$).

Hovoríme, že množina $K \subseteq V$ je supremálne hustá vo V , práve keď pre každé $v \in V$ existuje $K_v \subseteq K$ tak, že v je supremum množiny K_v , podobne pre infimálne hustú. [36]

4.5 Atribútové implikácie

Atribútová implikácia (nad množinou Y atribútov) je výraz tvaru $A \Rightarrow B$, kde $A, B \subseteq Y$.

Definícia 4.5.1 Pre implikáciu $A \Rightarrow B$ a množinu $C \subseteq Y$ hovoríme, že $A \Rightarrow B$ platí v C , prípadne, že C je modelom $A \Rightarrow B$, ak platí, že pokiaľ $A \subseteq C$, potom i $B \subseteq C$. Obecnjšie, pre množinu $\mathcal{M} \subseteq 2^Y$ množín atribútov a množinu $T = \{A_j \Rightarrow B_j \mid j \in J\}$ implikácií hovoríme, že T platí v \mathcal{M} , prípadne, že \mathcal{M} je modelom T , ak $A_j \Rightarrow B_j$ platí v C pre každé $C \in \mathcal{M}$ a $A_j \Rightarrow B_j \in T$. [36]

Hovoríme, že implikácia platí v kontexte $\langle X, Y, I \rangle$ (príp. že je to implikácia kontextu $\langle X, Y, I \rangle$), ak platí v systéme $\mathcal{M} = \{\{x\}^\uparrow \mid x \in X\}$ obsahov všetkých objekt-konceptov (teda obsahov konceptov v tvare $\langle \{x\}^{\uparrow\downarrow}, \{x\}^\uparrow \rangle$). Ďalej hovoríme, že implikácia platí v konceptuálnom zväze $\mathcal{B}(X, Y, I)$, ak platí v systéme $\text{Int}(I)$ všetkých obsahov. [36]

Veta 4.5.2 Atribútová implikácia platí v $\langle X, Y, I \rangle$, práve keď platí v $\mathcal{B}(X, Y, I)$.

Definícia 4.5.3 Implikácia $A \Rightarrow B$ plynie z množiny T implikácií (zapisujeme $T \models A \Rightarrow B$), ak $A \Rightarrow B$ platí v každej $C \subseteq Y$, v ktorej platí T . Množina T implikácií sa nazýva

- **uzatvorená**, ak obsahuje každú implikáciu, ktorá z nej plynie,
- **neredundantná**, ak žiadna implikácia z T neplynie z ostatných (teda nikdy nie je $T - \{A \Rightarrow B\} \models A \Rightarrow B$). [36]

Množina T implikácií kontextu $\langle X, Y, I \rangle$ sa nazýva **úplná**, ak z nej plynie každá implikácia kontextu $\langle X, Y, I \rangle$. **Báza** je úplná a neredundantná množina implikácií daného kontextu.

Ak nás zaujímajú implikácie, ktoré vo vstupných dátach platia, nezaujímajú nás všetky implikácie. Najmä nás nezaujímajú triviálne implikácie, napr. $A \Rightarrow B$, kde $B \subseteq A$, tie môžeme vynechať. Ďalej je prirodzené vynechať tie implikácie, ktoré v nejakom prirodzenom zmysle plynú z ostatných. Pri vynechávaní by sme mali kontrolovať, či aktuálna množina je stále úplná a snažiť sa, aby nebola redundantná. [36]

Veta 4.5.4 Množina T implikácií je uzatvorená, ak pre každé $A, B, C, D \subseteq Y$ platí:

1. $A \Rightarrow A \in T$,
2. pokiaľ $A \Rightarrow B \in T$, potom $A \cup C \Rightarrow B \in T$,
3. pokiaľ $A \Rightarrow B \in T$ a $B \cup C \Rightarrow D \in T$, potom $A \cup C \Rightarrow D \in T$.

Definícia 4.5.5 Pseudointent kontextu $\langle X, Y, I \rangle$ je množina $A \subseteq Y$, pre ktorú platí, že $A \neq A^{\uparrow\downarrow}$ a že $B^{\uparrow\downarrow} \subseteq A$ pre každý pseudointent $B \subset A$. [36]

Veta 4.5.6 Množina

$$\{A \Rightarrow A^{\uparrow} \mid A \text{ je pseudointent } \langle X, Y, I \rangle\}$$

implikácií je úplná a neredundantná, teda báza. [36]

4.6 Viachodnotové kontexty a konceptuálne škálovanie

Viachodnotové kontexty sú rozšírením formálnych kontextov, ktoré umožňujú reprezentovať vstupné dáta aj s inými atribútmi ako len s bivalentnými logickými atribútmi.

Definícia 4.6.1 Viachodnotový kontext je štvorica $\langle X, Y, W, I \rangle$, kde $I \subseteq X \times Y \times W$ je ternárna relácia taká, že pokiaľ $\langle x, y, v \rangle \in I$ a $\langle x, y, w \rangle \in I$, potom $v = w$. [36]

Prvky množín X , Y a W sa nazývajú objekty, (viachodnotové) atribúty a hodnoty atribútov. Fakt $\langle x, y, w \rangle \in I$ znamená, že objekt x má atribút y s hodnotou w , píšeme tiež $y(x) = w$. Nasledujúca tabuľka reprezentuje viachodnotový kontext. Atribúty y_1, y_2, y_4 nadobúdajú len hodnoty 0 a 1 a tieto atribúty sú teda bivalentné logické. Atribút y_3 nadobúda pre objekty x_1, x_2, x_3 postupne hodnoty 2, 15, 95. Viachodnotové kontexty zrejším spôsobom rozširujú základné kontexty. Vo FCA je viachodnotový kontext prostredníctvom vhodného tzv. *konceptuálneho škálovania* prevedený na základný kontext, ktorý je potom analyzovaný. [36]

Definícia 4.6.2 Škála (scale) pre atribút y viachodnotového kontextu je kontext $S_y = \langle X_y, Y_y, I_y \rangle$, pre ktorý $y(X) \subseteq X_y$ (kde $y(X) = \{y(x) \mid x \in X\}$). Prvky množín X_y a Y_y sa nazývajú škálové hodnoty a škálové atribúty. [36]

| I | y ₁ | y ₂ | y ₃ | y ₄ |
|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| x ₁ | 1 | 1 | 2 | 0 |
| x ₂ | 0 | 1 | 15 | 0 |
| x ₃ | 0 | 0 | 95 | 1 |

| I | y ₁ | y ₂ | y ₀₋₂₀ | y ₂₁₋₁₀₀ | y ₁₀₁₋ | y ₄ |
|----------------|----------------|----------------|-------------------|---------------------|-------------------|----------------|
| x ₁ | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| x ₂ | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| x ₃ | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |

| I | y ₁ | y ₂ | y ₀₋₂₀ | y ₂₁₋₁₀₀ | y ₁₀₁₋ | y ₄ |
|----------------|----------------|----------------|-------------------|---------------------|-------------------|----------------|
| x ₁ | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| x ₂ | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| x ₃ | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |

Tab. 9. Viachodnotový kontext (hore) a jemu odpovedajúce kontexty vytvorené aplikovaním konceptuálneho škálovania pomocou škál z Tab. 8.

Ako škálu pre daný atribút viachodnotového kontextu môžeme použiť ľubovoľný kontext spĺňajúci podmienky definície. Avšak škála by mala odrážať význam daného atribútu. Pre atribúty, ktoré sa vo viachodnotových kontextoch bežne vyskytujú, je k dispozícii rad

šstandardných škál. Dve možné škály pre atribút y_3 z kontextu v tab. 9 hore sú uvedené v Tab. 10 (obe majú rovnaké množiny atribútov, čomu tak nemusí byť). [36]

| I | Y_{0-20} | Y_{21-100} | Y_{101-} |
|-------|------------|--------------|------------|
| x_1 | 1 | 0 | 0 |
| x_2 | 1 | 0 | 0 |
| x_3 | 0 | 1 | 0 |

| I | Y_{0-20} | Y_{21-100} | Y_{101-} |
|-------|------------|--------------|------------|
| x_1 | 1 | 0 | 0 |
| x_2 | 1 | 0 | 0 |
| x_3 | 1 | 1 | 0 |

Tab. 10. Dve škály pre atribút y_3 viachodnotového kontextu z Tab. 7 hore.

Teraz si popíšeme tzv. jednoduché škálovanie, ktoré je základnou procedúrou prevedenia viachodnotového kontextu na základný kontext.

Definícia 4.6.3 Ak je $\langle X, Y, W, I \rangle$ viachodnotový kontext a ak sú S_y ($y \in Y$) škály, potom kontext odvodený jednoduchým škálovaním je kontext $\langle X, Z, J \rangle$, kde

- $N = \bigcup_{y \in Y} \dot{Y}_y$ ($\dot{Y}_y = \{y\} \times Y_y$),
- $\langle x, \langle y, z \rangle \rangle \in J$ práve keď $y(x) = w$ a $\langle w, z \rangle \in I_y$. [36]

Objekty odvodeného kontextu sú teda zhodné s objektmi viachodnotového kontextu a množina atribútov odvodeného kontextu je disjunktným zjednotením atribútov jednotlivých škál. Operácia jednoduchého škálovania sa dá popísať nasledovne: v tabuľke sa označenie riadkov nemení, namiesto stĺpca s označením y vložíme $|Y_y|$ stĺpcov označených atribútmi z Y_y a každú hodnotu $y(x)$ z viachodnotového kontextu nahradíme riadkom škály S_y príslušné objekty x .

5 APLIKÁCIA FORMÁLNEJ KONCEPTUÁLNEJ ANALÝZY

V nasledujúcich kapitolách si ukážeme pár praktických využití metód formálnej konceptuálnej analýzy na reálnych dátach používaných internetových prehliadačov, ktoré sme už podrobnejšie zmienili na začiatku práce a tiež si predvedieme aplikáciu FCA na navigáciu v konceptuálnom zväze.

5.1 Aplikácia FCA s využitím škálovania

Na šesť najrozšírenejších internetových prehliadačov a ich atribútov použijeme metódu FCA. Ako atribúty bolo zvolených dvanásť používaných protokolov a ďalej body, ktoré dosiahli jednotlivé prehliadače v teste podpory HTML5. I keď nie je špecifikácia HTML5 úplne hotová, jednotliví tvorcovia prehliadačov postupne aktualizujú svoje prehliadače, aby splnili potreby užívateľov a stále sa rozvíjajúceho Internetu. Bodové ohodnotenie podpory HTML5 je prevzaté z [38]. HTML5 definuje audio a video prvky, ktoré umožňujú prehliadaču prehrávať mediálne súbory. Špecifikácia HTML5 nedefinuje požadované kodeky, preto boli pre každý podporovaný kodek zavedené bonusové body. Bonusové body sa nezapočítavajú do celkového skóre.

Množina objektov:

$$X = \{\textit{Google Chrome, Internet Explorer, Safari, Mozilla Firefox, Opera, Maxthon}\}.$$

Množina atribútov:

$$Y = \{\textit{HTTP, E-mail, FTP, NNTP, SSL, EV, IRC, Gopther, IDN, data:URI, BitTorrent, IPv6, HTML5 skóre, HTML5 bonus}\}.$$

| I | HTTP | E-mail | FTP | NNTP | SSL | EV | IRC | Gopther | IDN | data:URI | Bit-Torrent | IPv6 | HTML5 skóre | Bonus body |
|-------------------|------|--------|-----|------|-----|-----|-----|---------|-----|----------|-------------|------|-------------|------------|
| Google Chrome | áno | nie | áno | nie | áno | áno | nie | nie | áno | áno | nie | áno | 468 | 13 |
| Internet Explorer | áno | nie | áno | nie | áno | áno | nie | áno | áno | nie | nie | áno | 320 | 6 |
| Safari | áno | nie | áno | nie | áno | áno | nie | nie | áno | áno | nie | áno | 378 | 8 |
| Mozilla Firefox | áno | nie | áno | nie | áno | áno | nie | áno | áno | áno | nie | áno | 394 | 10 |
| Opera | áno | áno | áno | áno | áno | áno | áno | nie | áno | áno | áno | áno | 419 | 9 |
| Maxthon | áno | nie | áno | nie | áno | áno | nie | nie | áno | nie | nie | áno | 476 | 15 |

Tab. 11. Formálny kontext najpoužívanejších internetových prehliadačov.

Teraz je nutné využiť konceptuálne škálovanie, teda prevedieme číselné vyjadrenie v posledných dvoch stĺpcoch na príslušnosť do jednotlivých intervalov charakterizovaných bivalentnými hodnotami. Získame tak nasledujúcu formálnu kontextovú tabuľku.

| I | Protokoly | | | | | | | | | | | HTML5 skóre | | | | Bonusové body | | | |
|-------------------|-----------|--------|-----|------|-----|----|-----|---------|-----|----------|-------------|-------------|---------|---------|---------|---------------|-----|------|-----|
| | HTTP | E-mail | FTP | NNTP | SSL | EV | IRC | Gopther | IDN | data:URI | Bit-Torrent | IPv6 | 320-360 | 361-400 | 401-440 | 441-480 | 0-7 | 8-12 | 13- |
| Google Chrome | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| Internet Explorer | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| Safari | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| Mozilla Firefox | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| Opera | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| Maxthon | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |

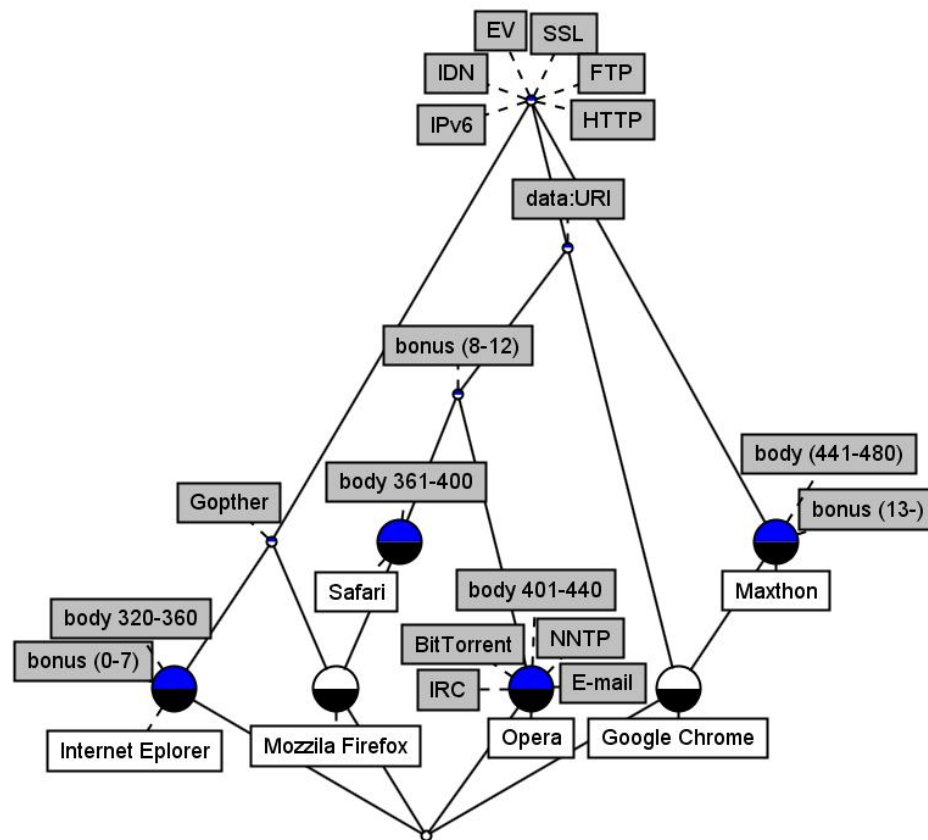
Tab. 12. Formálny kontext najpoužívanejších internetových prehliadačov po využití škálovania dát.

Z bivalentných logických hodnôt kontextu odvodíme jednotlivé formálne koncepty. Ich množina bude vyzerat' nasledovne.

Zoznam konceptov:

| | | |
|-----------------|--|--|
| c ₁ | {Google Chrome} | {HTTP,FTP,SSL,EV,IDN,data:URI,IPv6,body (441-480),bonus (13-)} |
| c ₂ | {Internet Explorer} | {HTTP,FTP,SSL,EV,Gopther,IDN,IPv6,body (320-360),bonus (0-7)} |
| c ₃ | {Safari,Mozilla Firefox} | {HTTP,FTP,SSL,EV,IDN,data:URI,IPv6,body (361-400),bonus (8-12)} |
| c ₄ | {Safari,Mozilla Firefox} | {HTTP,FTP,SSL,EV,Gopther,IDN,data:URI,IPv6,body (361-400),bonus (8-12)} |
| c ₅ | {Opera} | {HTTP,E-mail,FTP,NNTP,SSL,EV,IRC,IDN,data:URI,BitTorrent,IPv6,body (401-440),bonus (8-12)} |
| c ₆ | {Google Chrome,Maxthon} | {HTTP,FTP,SSL,EV,IDN,IPv6,body (441-480),bonus (13-)} |
| c ₇ | {Google Chrome,Internet Explorer,Safari,Mozilla Firefox,Opera,Maxthon} | {HTTP,FTP,SSL,EV,IDN,IPv6} |
| c ₈ | {Google Chrome,Safari,Mozilla Firefox,Opera} | {HTTP,FTP,SSL,EV,IDN,data:URI,IPv6} |
| c ₉ | {Internet Explorer,Safari,Mozilla Firefox,Opera} | {HTTP,FTP,SSL,EV,Gopther,IDN,IPv6} |
| c ₁₀ | {Safari,Mozilla Firefox,Opera} | {HTTP,FTP,SSL,EV,IDN,data:URI,IPv6,bonus (8-12)} |
| c ₁₁ | {} | {HTTP,E-mail,FTP,NNTP,SSL,EV,IRC,Gopther,IDN,data:URI,BitTorrent,IPv6,body (320-360),body (361-400),body (401-440),body (441-480),bonus (0-7),bonus (8-12),bonus (13-)} |

Tab. 13. Množina formálnych konceptov pre najpoužívanejšie prehliadače.

Konceptuálny vzäz:

Obr. 21. Konceptuálny vzäz najpoužívanejších prehliadačov.

5.1.1 Vysvetlenie pojmov**HTTP**

Hypertext Transfer Protocol je internetový protokol určený pre výmenu hypertextových dokumentov vo formáte HTML. Zvyčajne používa port 80, spolu s elektronickou poštou je najviac používaným a zaslúžil sa o obrovský rozmach internetu. V súčasnej dobe je používaný aj pre prenos ďalších informácií. Pomocou rozšírenia MIME (Multipurpose Internet Mail Extensions) dokáže prenášať akýkoľvek súbor. HTTP používa ako niektoré ďalšie aplikácie tzv. jednotný lokátor prostriedkov URL (Uniform Resource Locator), ktorý špecifikuje jednoznačné umiestnenie nejakého zdroja v Internete. Samotný protokol HTTP neumožňuje šifrovanie ani zabezpečenie integrity dát. [39]

E-mail

Elektronická pošta, skrátene e-mail je spôsob odosielania, doručovania a prijímania správ cez elektronické komunikačné systémy. Termín e-mail sa používa ako pre internetový systém elektronickej pošty založený na protokole SMTP (Simple Mail Transfer Protocol),

tak aj pre intranetové systémy, ktoré dovoľujú užívateľom navzájom si posielat' správy vnútri jednej spoločnosti alebo organizácie. K širokému rozšíreniu e-mailu prispel najmä Internet. [39]

FTP

FTP (File Transfer Protocol) je v informatike protokol pre prenos súborov medzi počítačmi pomocou počítačovej siete. Využíva protokol TCP (Transmission Control Protocol) z rodiny TCP/IP a môže byť používaný nezávisle na použítom operačnom systéme. Jeho podpora je súčasťou internetových prehliadačov alebo špecializovaných programov, tzv. FTP klientov. [39]

NNTP

NNTP (Network News Transfer Protocol) je v informatike prenosový protokol pre sieťové diskusné skupiny, ktoré boli používané najmä v počiatkoch Internetu. Príspevky diskusných skupín sú uložené na mnohých serveroch, medzi ktorými sa príspevky synchronizujú. Servery tvoria distribuovanú sieť, ktorá využíva NNTP protokol k vzájomnej komunikácii. [39]

SSL

Protokol SSL (Secure Sockets Layer) a jeho novšia náhrada protokol TLS (Transport Layer Security) sú kryptografické protokoly, poskytujúce možnosť zabezpečenej komunikácie na Internete pre služby ako WWW, elektronická pošta, internetový fax a ďalšie dátové prenosy. [40]

EV

EV (Extended Validation) certifikáty ponúkajú najvyššie možné používateľské zabezpečenie WWW stránok. Koncový používateľ je o zabezpečení a prítomnosti EV SSL certifikátu informovaný v prehliadači ikonou zámku a predovšetkým výraznou zelenou farbou adresného riadka s informáciou o organizácii, pre ktorú bol SSL certifikát vystavený. Dôležitou vlastnosťou nových EV SSL certifikátov sú však podstatne náročnejšie prístupy pri overovaní vlastníka vydávaného certifikátu. [40]

IRC

IRC (Internet Relay Chat) bol jednou z prvých možností komunikácie v reálnom čase po Internete. Vo svojej dobe spájal významnú časť užívateľov Internetu. IRC tak čiastočne stojí pri zrode chatovania. IRC je otvorený protokol, ktorý používa TCP a voliteľne SSL.

Gopher

Gopher je jednoduchý nástroj na vyhľadávanie informácií na Internete. Tvorí ho súbor hierarchicky zoradených ponukových zoznamov, pričom každý ponukový zoznam je buď informačným zdrojom, alebo lokalizovaním miesta v Internete. V pozadí vykonáva príkazy Telnetu. Gopher bežal na mnohých serveroch, ku ktorým bol prístup možný pomocou Telnetu. Umožňoval v rámci jedného programu prístup k rôznym typom protokolov a serverov. Nástupom WWW serverov sa táto služba stala zastaranou a prakticky zanikla. [41]

IDN

IDN (Internationalized Domain Names) sú internetové domény, ktoré na rozdiel od pôvodných pravidiel pre tvorbu doménových mien môžu obsahovať aj znaky národných abecied, teda napr. znaky s diakritikou, znaky iných písiem ako latinky atď. [42]

Data:URI

Jednotný identifikátor zdroja, URI (Uniform Resource Identifier), je kompaktný reťazec znakov používaný na identifikáciu alebo pomenovanie zdroja. Hlavný účel tejto identifikácie je umožniť interakciu s prezentáciami zdroja cez sieť, typicky cez WWW, použitím špecifických protokolov. URI sú definované v schémach definujúc špecifickú syntax a asociované protokoly. [42]

BitTorrent

BitTorrent je v informatike nástroj pre peer-to-peer (P2P) distribúciu súborov, vďaka čomu sú dátové prenosy rozkladané medzi všetkých klientov, ktorí si dáta sťahujú. Veľmi populárny je pri sťahovaní veľkých objemov dát, napr. distribúcia Linuxu, ale väčšinou však warez. Názov BitTorrent sa používa ako názov distribučného protokolu, originálne klientskej aplikácie a typu súboru s príponou .torrent.

IPv6

IPv6 (Internet Protocol version 6) je v informatike označenie nastupujúceho protokolu pre komunikáciu v súčasnom Internete, resp. v počítačových sieťach, ktoré Internet vytvárajú. IPv6 nahrádza dosluhujúci protokol IPv4. Hlavným dôvodom vytvorenia IPv6 bol nedostatok adresného priestoru, obzvlášť v husto obývaných krajinách. IPv4 podporuje iba 4 miliardy (4×10^9) adries, zatiaľ čo IPv6 podporuje až približne 3.4×10^{38} adries. Prináša teda najmä masívne rozšírenie adresného priestoru a tým i možnosť pridelit' všetkým

zariadeniam ich vlastnú IPv6 adresu a zdokonalenie schopnosti prenášať vysokorýchlostné dáta. [39]

HTML5

HTML5 je v informatike špecifikácia jazyka HTML, ktorá je v súčasnosti v štádiu návrhu organizáciou W3C. Podľa súčasného plánu by mala byť konečná špecifikácia schválená do konca roka 2014. HTML5 umožňuje okrem iného prehrávať multimédiá priamo v prehliadači. Je tiež možné vytvoriť aplikáciu, ktorá funguje v prehliadači aj vtedy, keď používateľ nemá internetové pripojenie, a ktorá ukladá dáta do lokálneho úložiska na užívateľovom počítači. Keď je internetové pripojenie k dispozícii, môže aplikácia synchronizovať dáta so vzdialeným serverom.

Špecifikácia HTML5 je zložená z niekoľkých viac menej nezávislých častí, napríklad: nové HTML značky (tagy) sémanticky definujúce štruktúru stránky, perzistentné úložisko formou asociatívneho poľa, relačná databáza s podporou transakcií, podpora offline aplikácií. [43]

5.2 Podporované protokoly

Nasledujúci príklad sa sústreďuje na všetky vybrané internetové prehliadače z hľadiska ich podpory protokolov. Aj v tomto prípade boli využité internetové prehliadače už podrobnejšie popísané na začiatku práce. Okrem šiestich najpoužívanejších prehliadačov z predchádzajúceho príkladu som pridal ďalších päť, ich výber ovplyvnilo hodnotenie užívateľov na viacerých stránkach, hlavne stránka [44]. Za atribúty boli zvolené tie isté protokoly, ako v predchádzajúcom príklade.

Množina objektov:

$X = \{Google\ Chrome, Internet\ Explorer, Safari, Mozilla\ Firefox, Opera, Maxthon, K-Meleon, Avant\ Browser, Sleipnir, Lunaspace, Camino\}$.

Množina atribútov:

$Y = \{HTTP, E-mail, FTP, NNTP, SSL, EV, IRC, Gopher, IDN, data:URI, BitTorrent, IPv6\}$.

Tabuľka s jednotlivými hodnotami atribútov by obsahovala rovnaké dáta ako v predchádzajúcom príklade, preto je vynechaná a je tu zobrazená až kontextová tabuľka po aplikácii metódy konceptuálneho škálovania.

| I | HTTP | E-mail | FTP | NNTP | SSL | EV | IRC | Gopther | IDN | data:URI | BitTorrent | IPv6 |
|-------------------|------|--------|-----|------|-----|----|-----|---------|-----|----------|------------|------|
| Google Chrome | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| Internet Explorer | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| Safari | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| Mozilla Firefox | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| Opera | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| Maxthon | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| K-Meleon | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| Avant Browser | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| Sleipnir | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| Lunaspace | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| Camino | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |

Tab. 14. Formálny koncept všetkých vybraných internetových prehliadačov.

Z bivalentných logických hodnôt kontextu opäť odvodíme jednotlivé formálne koncepty. Ich množina bude vyzerat' nasledovne.

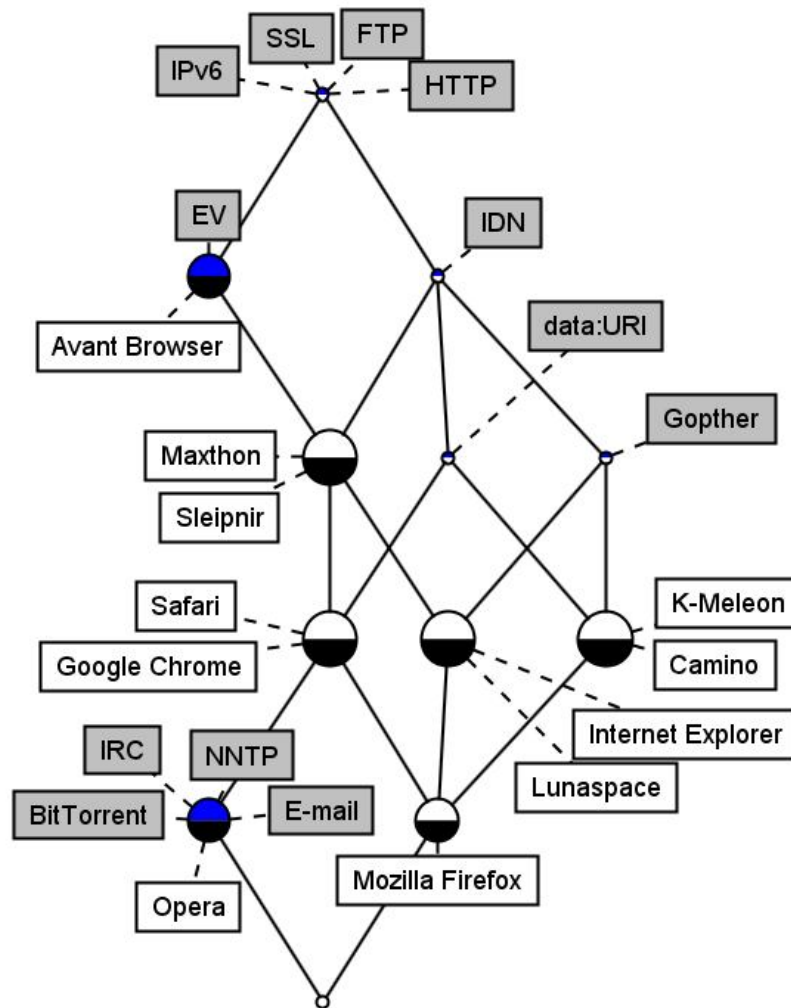
Zoznam konceptov:

| | | |
|-----------------|---|--|
| c ₁ | {Google Chrome; Internet Explorer; Safari; Mozilla Firefox; Opera; Maxthon; K-Meleon; Avant Browser; Sleipnir; Lunaspace; Camino} | {HTTP; FTP; SSL; IPv6} |
| c ₂ | {Google Chrome; Internet Explorer; Safari; Mozilla Firefox; Opera; Maxthon; K-Meleon; Sleipnir; Lunaspace; Camino} | {HTTP; FTP; SSL; IDN; IPv6} |
| c ₃ | {Google Chrome; Safari; Mozilla Firefox; Opera; K-Meleon; Camino} | {HTTP; FTP; SSL; IDN; data:URI; IPv6} |
| c ₄ | {Internet Explorer; Mozilla Firefox; K-Meleon; Lunaspace; Camino} | {HTTP; FTP; SSL; Gopther; IDN; IPv6} |
| c ₅ | {Mozilla Firefox; K-Meleon; Camino} | {HTTP; FTP; SSL; Gopther; IDN; data:URI; IPv6} |
| c ₆ | {Google Chrome; Internet Explorer; Safari; Mozilla Firefox; Opera; Maxthon; Avant Browser; Sleipnir; Lunaspace} | {HTTP; FTP; SSL; EV; IPv6} |
| c ₇ | {Google Chrome; Internet Explorer; Safari; Mozilla Firefox; Opera; Maxthon; Sleipnir; Lunaspace} | {HTTP; FTP; SSL; EV; IDN; IPv6} |
| c ₈ | {Google Chrome; Safari; Mozilla Firefox; Opera} | {HTTP; FTP; SSL; EV; IDN; data:URI; IPv6} |
| c ₉ | {Internet Explorer; Mozilla Firefox; Lunaspace} | {HTTP; FTP; SSL; EV; Gopther; IDN; IPv6} |
| c ₁₀ | {Mozilla Firefox} | {HTTP; FTP; SSL; EV; Gopther; IDN; data:URI; IPv6} |

| | | |
|-----------------|---------|--|
| c ₁₁ | {Opera} | {HTTP; E-mail; FTP; NNTP; SSL; EV; IRC; IDN; data:URI; BitTorrent; IPv6} |
| c ₁₂ | {} | {HTTP; E-mail; FTP; NNTP; SSL; EV; IRC; Gopher; IDN; data:URI; BitTorrent; IPv6} |

Tab. 15. Množina formálních konceptů všech vybraných internetových prohlídačů.

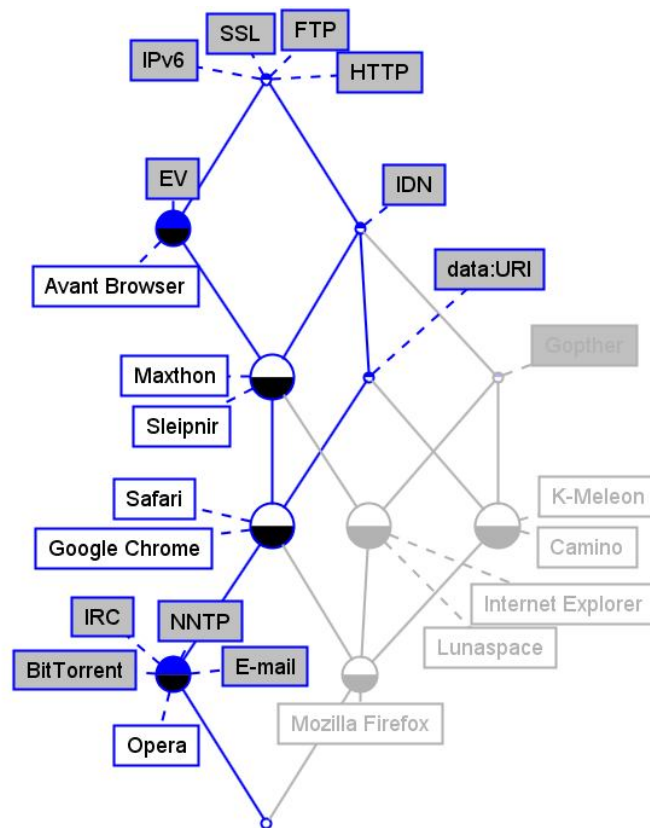
Konceptuální svaz:



Obr. 22. Konceptuální svaz všech vybraných prohlídačů.

5.2.1 Ukážka navigácie v konceptuálnom svaze

Z výsledného konceptuálneho svazu na obr. 22 vyplýva, že prehliadač Opera v sebe zahŕňa najviac vybraných vlastností a teda je i najlepší. Okrem jedného z vybraných protokolov podporuje všetky ostatné. Naopak ako najhorší sa javí prehliadač Avant Browser, ktorý podporuje najmenej vybraných protokolov. Na obr. 23 sú zvýraznené vlastnosti prehliadača Opera.



Obr. 23. Konceptuálny zväz so zvýrazneným objektom Opera a jeho vlastnosťami.

Navigácia v konceptuálnom zväze je pomerne jednoduchá, stačí si vybrať niektorý z objektov a ísť po spojniciach medzi ním a ďalšími objektmi či atribútmi v grafe smerom nahor. Z grafu vyplýva, že Opera má spoločné atribúty s ďalšími prehliadačmi a to: Google Chrome a Safari, ktoré sú oba na rovnakej úrovni, ďalej s prehliadačmi Sleipnir a Maxthon a nakoniec s prehliadačom Avant Browser. I keď sú prehliadače Mozilla Firefox a Opera vo výslednom zväze na rovnakej úrovni je jasne viditeľné, že Firefox neobsahuje štyri z uvedených protokolov.

5.3 Podporované jadrá a systémy

V tomto príklade použijeme FCA na všetky vybrané internetové prehliadače a ich atribúty. Za atribúty boli zvolené operačné systémy, pod ktorými prehliadače pracujú a ich jadrá, na základe ktorých sú postavené ich schopnosti zobrazovať WWW stránky. Jadro prehliadača si môžeme predstaviť ako základ, ktorý spracúva dáta webovej stránky a následne ju “nakreslí”, z toho vyplýva, že práve jadro má najväčší vplyv na to, ako sa prehliadač správa. Podľa jadra môžeme zoskupiť príbuzné prehliadače. Táto informácia je najdôležitejšia hlavne pre testovanie webových stránok. Taktiež ak patríte medzi

užívateľov, ktorý pracujú vo viacerých systémoch, oceníte možnosť použiť svoj obľúbený prehliadač v každom z nich. Túto voľbu ponúkajú niektoré multiplatformné prehliadače.

Množina objektov:

$X = \{Google\ Chrome, Internet\ Explorer, Safari, Mozilla\ Firefox, Opera, Maxthon, K-Meleon, Avant\ Browser, Sleipnir, Lunaspace, Camino\}$.

Množina atribútov:

$Y = \{Windows, Mac\ OS\ X, Linux, BSD, Unix, Webkit, Trident, Gecko, Presto\}$.

Tabuľka s jednotlivými hodnotami atribútov by obsahovala rovnaké dáta ako v predchádzajúcom príklade, preto je vynechaná a je tu zobrazená až kontextová tabuľka po aplikácii metódy konceptuálneho škálovania.

| I | Windows | Mac OS X | Linux | BSD | Unix | WebKit | Trident | Gecko | Presto |
|-------------------|---------|----------|-------|-----|------|--------|---------|-------|--------|
| Google Chrome | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| Internet Explorer | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| Safari | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| Mozilla Firefox | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| Opera | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| Maxthon | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| K-Meleon | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| Avant Browser | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| Sleipnir | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| Lunaspace | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| Camino | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |

Tab. 16. Formálny koncept všetkých skúmaných internetových prehliadačov.

Z bivalentných logických hodnôt kontextu opäť odvodíme jednotlivé formálne koncepty. Ich množina bude vyzeráť nasledovne.

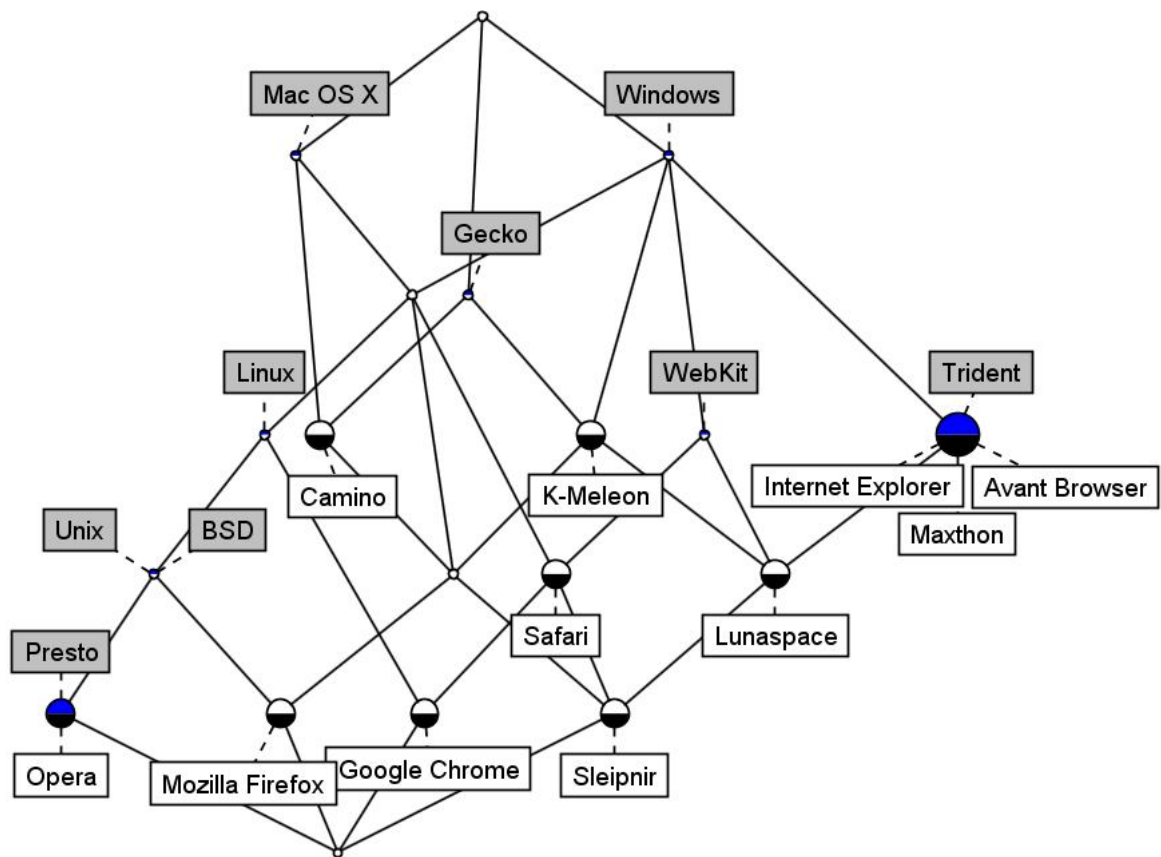
Zoznam konceptov:

| | | |
|-------|---|-------------------|
| C_1 | {Google Chrome; Internet Explorer; Safari; Mozilla Firefox; Opera; Maxthon; K-Meleon; Avant Browser; Sleipnir; Lunaspace; Camino} | {} |
| C_2 | {Mozilla Firefox; K-Meleon; Sleipnir; Lunaspace; Camino} | {Gecko} |
| C_3 | {Google Chrome; Safari; Mozilla Firefox; Opera; Sleipnir; Camino} | {Mac OS X} |
| C_4 | {Mozilla Firefox; Sleipnir; Camino} | {Mac OS X; Gecko} |
| C_5 | {Google Chrome; Internet Explorer; Safari; Mozilla Firefox; Opera; Maxthon; K-Meleon; Avant Browser; Sleipnir; Lunaspace} | {Windows} |

| | | |
|-----------------|--|---|
| C ₆ | {Mozilla Firefox; K-Meleon; Sleipnir; Lunaspace} | {Windows; Gecko} |
| C ₇ | {Internet Explorer; Maxthon; Avant Browser; Sleipnir; Lunaspace} | {Windows; Trident} |
| C ₈ | {Google Chrome; Safari; Sleipnir; Lunaspace} | {Windows; WebKit} |
| C ₉ | {Sleipnir; Lunaspace} | {Windows; WebKit; Trident; Gecko} |
| C ₁₀ | {Google Chrome; Safari; Mozilla Firefox; Opera; Sleipnir} | {Windows; Mac OS X} |
| C ₁₁ | {Mozilla Firefox; Sleipnir} | {Windows; Mac OS X; Gecko} |
| C ₁₂ | {Google Chrome; Safari; Sleipnir} | {Windows; Mac OS X; WebKit} |
| C ₁₃ | {Sleipnir} | {Windows; Mac OS X; WebKit; Trident; Gecko} |
| C ₁₄ | {Google Chrome; Mozilla Firefox; Opera} | {Windows; Mac OS X; Linux} |
| C ₁₅ | {Google Chrome} | {Windows; Mac OS X; Linux; WebKit} |
| C ₁₆ | {Mozilla Firefox; Opera} | {Windows; Mac OS X; Linux; BSD; Unix} |
| C ₁₇ | {Opera} | {Windows; Mac OS X; Linux; BSD; Unix; Presto} |
| C ₁₈ | {Mozilla Firefox} | {Windows; Mac OS X; Linux; BSD; Unix; Gecko} |
| C ₁₉ | {} | {Windows; Mac OS X; Linux; BSD; Unix; WebKit; Trident; Gecko; Presto} |

Tab. 17. Množina formálních konceptů pro všechny zkoumané prohlížeče.

Konceptuální svaz:



Obr. 24. Konceptuální svaz všech zkoumaných prohlížečů.

5.3.1 Vysvetlenie pojmov

Gecko

Gecko je open source renderovacie jadro používané produktmi Mozilla pre vykresľovanie webových stránok. Je napísané v programovacom jazyku C++ a licencované pod všeobecnou verejnou licenciou. Vďaka licenci a podpore webových štandardov je toto jadro používané v mnohých iných prehliadačoch, ako napríklad Lunaspace, K-Meleon či Sleipnir. Jadro bolo pôvodne vytvorené firmou Netscape Communications Corporation, ale teraz je vyvíjané Mozilla Corporation. Gecko vďaka svojmu bohatému API neponúka iba možnosť renderovania webových stránok, ale slúži rovnako i na vykresľovanie grafického rozhrania, ktoré využíva Firefox. Jedná sa o multiplatformové jadro, takže je k dispozícii pre rad platforiem ako Microsoft Windows, Linux, Mac OS X a ďalšie. [45]

Presto

Presto je proprietárne renderovacie jadro používané pre vykresľovanie stránok webovým prehliadačom Opera od firmy Opera Software. Prvýkrát sa objavilo v roku 2003 v Opere 7.0 pre Windows a nahradilo tak staršie jadro, ktoré nieslo označenie Elektra. Na rozdiel od ostatných zmiených je Presto výhradne používané v prehliadačoch Opera. Toto multiplatformné jadro je vyvíjané v jazyku C++. [45]

Trident

Trident je renderovacie jadro používané v prehliadači Internet Explorer pre Microsoft Windows. Jeho prvá verzia sa objavila v roku 1997 v Internet Exploreri 4.0 a postupne bolo vylepšované. Aktuálna verzia 6.0 je súčasťou Internet Exploreru 10.0. Staršie verzie boli známe svojou slabšou podporou webových štandardov, niektorými neštandardnými rozšíreniami a slabšou bezpečnosťou. Vďaka svojej integrácii do operačného systému Windows je renderovacie jadro využívané v rade komponentov systému a využíva ho aj rad inštalovaných aplikácií. Príkladom môže byť Windows Explorer, nápoveda systému Windows či kancelársky balík Microsoft Office. [45]

WebKit

WebKit je renderovacie jadro prehliadača, ktoré využívajú aplikácie operačného systému Mac OS X od spoločnosti Apple teda Safari a ďalšie. V súčasnosti má na jeho veľkom rozšírení najväčšiu zásluhu prehliadač Google Chrome, vďaka ktorému je podľa štatistiky nástroja StatCounter z novembra 2012 najpoužívanejším jadrom medzi užívateľmi. Časť

kódu jadra WebKit, ktorá má za úlohu interpretáciu jazykov HTML a JavaScript, vychádza z knižníc KHTML a KJS vyvíjaných v rámci KDE. WebKit bol pôvodne určený len pre operačný systém Mac OS X, ale v dnešnej dobe ho nájdeme ako základ pre prehliadače ostatných operačných systémov, napr. Linux a Microsoft Windows, vrátane mobilných operačných systémov akými sú Apple iOS, Android, Bada, Tizen a webOS, alebo iných zariadení, napr. čítačky e-knží Amazon Kindle. [45]

Windows

Microsoft Windows je názov pre sériu niekoľkých rodín operačných systémov od spoločnosti Microsoft. Prvýkrát bolo uvedené pod názvom Windows operačné prostredie v novembri 1985, ako nadstavba pre operačný systém MS-DOS v snahe odpovedať na narastajúcu popularitu grafických používateľských rozhraní. [46]

Linux

Linux je v informatike označenie pre unixový operačný systém, pôvodne iba jeho jadro. Je šírený v podobe distribúcií, ktoré je ľahké nainštalovať alebo priamo používať, tzv. Live CD. Zároveň sa vďaka použitým licenciám jedná o voľne šíriteľný softvér, takže je možné ho nielen voľne používať, ale aj ďalej upravovať a distribuovať, kopírovať či zdieľať. Tým sa odlišuje od proprietárnych systémov ako Microsoft Windows či Mac OS X, za ktoré je potrebné platiť a dodržiavať obmedzujúce licencie. [46]

Mac OS X

Mac OS X je zatiaľ poslednou verziou operačného systému pre počítače Macintosh. Tento operačný systém bol prvýkrát sprístupnený v roku 2001. Pozostáva z dvoch hlavných častí, z Darwinu, čo je operačné prostredie založené na BSD (Berkeley Software Distribution), ktoré bolo prispôbené a ďalej vyvíjané spoločnosťou Apple s príspevom nezávislých vývojárov a vlastného grafického rozhrania známeho ako Aqua, vytvoreného spoločnosťou Apple. [47]

BSD

BSD je označenie rodiny operačných systémov pochádzajúcich z modifikácií systému Unix na univerzite v Berkeley. Pôvodne bolo pre použitie BSD potrebné vlastniť aj licenciu pre Unix. V súčasnosti je väčšina BSD systémov voľne dostupný slobodný softvér. [48]

Unix

Unix je operačný systém počítača pôvodne vyvíjaný v 60tych a 70tych rokoch skupinou zamestnancov firiem AT&T a Bell Labs. Bol postavený tak, aby bol prenositeľný, viacúlohový a viacpoužívateľský. Jeho základnou filozofiou je princíp stavebnice, v ktorej sú zložité úkony vykonávané postupnosťou zostavenou z jednoduchých príkazov pomocou užívateľského rozhrania. Užívateľským rozhraním je zvyčajne rovnako jednoduchý príkazový interpreter nazývaný shell. [46]

5.4 Využitie FCA

FCA je metóda analýzy dát, ktorá spracováva tabuľku popisujúcu objekty pomocou vlastností, ktoré objekty majú. Takéto dáta sa bežne vyskytujú v mnohých oblastiach ľudskej činnosti. Výstupom metódy je hierarchia zhlukov, formálnych konceptov, ktoré sa vyskytujú v dátach. Formálne koncepty sú formalizáciou konceptov chápané ako elementy ľudského uvažovania, ako sú napr. koncept „rýchle autá“ alebo koncept „cicavce žijúce vo vode“.

V dnešnej dobe existuje niekoľko softvérových produktov, umožňujúcich formálnu konceptuálnu analýzu dát. Najznámejšími sú Toscana, Anaconda, a ConImp a program Diagram pre kreslenie konceptuálnych vzásov. Pri svojej práci som využil tri existujúce implementácie tejto metódy a to: voľne sťahuteľný program Concept Explorer, ďalej rozširujúci model pre Microsoft Office s názvom FCA Extension a online Java aplikáciu pre tvorbu konceptuálnych vzásov [49].

V literatúre sa opisujú mnohé príklady použitia FCA na reálnych dátach. FCA bola použitá napríklad v informatike na problémy znovu použitia a reštrukturalizácie v softvérovom inžinierstve, v knihovníctve - štruktúra textových databáz, v medicíne, v psychológii, v stavebníctve - informačný systém o stavebných zákonoch a vyhláškach, v biológii - vnímanie farieb.

V obecnej rovine je FCA iný pohľad na dáta, je možné ju použiť pri vyhľadávaní informácií, analýze zdrojového kódu, či vyhodnocovaní dotazníkov. Užitočná je tiež aplikácia FCA pri získavaní informácií z dát, pomocou nej získame nový, štruktúrovaný pohľad na dáta. [36]

ZÁVER

Vo svojej diplomovej práci som sa zaoberal analýzou internetových prehliadačov pomocou metód formálnej konceptuálnej analýzy. Cieľom bolo spracovať základy formálnej konceptuálnej analýzy a uviesť prehľad rozšírenejších internetových prehliadačov z hľadiska podporovaných služieb a protokolov. Práca je rozdelená na teoretickú a praktickú časť.

Na začiatku teoretickej časti je uvedený prehľad jedenástich vybraných internetových prehliadačov. Nasleduje prehľad základných pojmov a tvrdení teórie usporiadaných množín a teórie zväzov, taktiež sú tu rozobrané jednotlivé typy zväzov a ich grafická reprezentácia. Ďalej je tu uvedené definícia a základné vlastnosti uzáverových operátorov a veta o pevnom bode a ku každému pojmu sú uvedené konkrétne príklady.

Praktická časť sa zaoberá formálnou konceptuálnou analýzou, definíciou najdôležitejších základných pojmov a spôsobmi grafickej reprezentácie. Pre názornejšie pochopenie danej problematiky tu sú uvedené konkrétne príklady. Cieľom uvedenej teórie je grafická reprezentácia konceptuálnych zväzov formou Hasseho diagramami. V závere práce je uvedená aplikácia formálnej konceptuálnej analýzy na reálne dáta internetových prehliadačov. Prvý príklad sa sústreďuje na šesť dnes najpoužívanejších prehliadačov Google Chrome, Internet Explorer, Mozilla Firefox, Opera, Safari a Maxthon. O miesto najpoužívanejšieho prehliadača sa v dnešnej dobe bijú Google Chrome, ktorý oslovuje širokú škálu užívateľov svojou výkonnosťou a Internet Explorer, ktorý ťaží hlavne z toho, že bol roky súčasťou operačných systémov Windows. Čo sa týka podpory protokolov, najväčšej podpore sa z tejto šestice teší Opera, v implementácii štandardu HTML5 však dominuje prehliadač Maxthon, najhoršie je na tom Internet Explorer s najnižším počtom dosiahnutých bodov. Druhý príklad sa zaoberá podporou protokolov pre všetkých jedenásť prehliadačov, z tohto pohľadu je na tom najlepšie prehliadač Opera. V poslednom príklade aplikácie FCA boli porovnané prehliadače na základe podpory operačných systémov a ich renderovacích jadier. Dva prehliadače Opera a Mozilla Firefox ukázali svoju multiplatformnosť, tým že podporujú všetky systémy. Za zaujímavú pokladám implementáciu troch jadier v prehliadačoch Lunaspace a Sleipnir, čo môže značne uľahčiť prehliadanie web stránok, pri ich zlom zobrazení, jednoduchým prepnutím medzi jadrami.

Metóda FCA má široký záber uplatnenia v praxi, obecné iné pohľad na dáta, vyhľadávanie informácií, analýza zdrojového kódu a mnoho ďalších.

ZÁVER PO ANGLICKY

In my thesis I dealt with the analysis of web browsers using methods of formal concept analysis. The aim was to handle the basics of formal concept analysis, and give an overview of widely-used Internet browsers in terms of supported services and protocols. The work is divided into theoretical and practical parts.

At the beginning of the theoretical part provides an overview of the eleven chosen browsers. Following an overview of basic terms and theories claims ordered sets and lattice theory, there are also discussed different types of lattices and their graphical representation. Then there is the definition and basic properties of closure operators and fixed point theorem and to each term are given concrete examples.

The practical part deals with the formal concept analysis, the definition of the most important basic terms and methods for graphical representation. For a vivid understanding of the issues are here specific examples. The aim of this theory is a graphical representation of conceptual associations by Hasse diagrams. In the end of the work is presented the application of formal concept analysis to real data of web browsers. The first example focuses on six today most widely used browsers Google Chrome, Internet Explorer, Mozilla Firefox, Opera, Safari and Maxthon. Of the first place of the most used browsers nowadays beat Google Chrome, which appeals to a wide range of users with its performance and Internet Explorer, which benefited mainly from the fact that for years was part of the Windows operating systems. Regarding the support protocols, the largest support of the six has Opera, however the implementation of the HTML5 standard dominates the browser Maxthon, the worst is in that Internet Explorer with the lowest number of points. The second example deal with protocol support for all eleven browsers, from this point of view is the best browser Opera. In the last example of application FCA were browsers compared on the basis of operating systems support and their rendering cores. Two browsers Opera and Mozilla Firefox showed his multiplatform that they supported all systems. I consider interesting for the implementation of the three cores in browsers Lunaspace and Sleipnir, which can greatly facilitate browsing web pages, in their poor display, simply by switching between cores.

FCA method has a wide application in practice, generally different view of the data, information retrieval, source code analysis and many more.

ZOZNAM POUŽITEJ LITERATURY

- [1] Historie a vývoj webových prohlížečů. HOLOUBEK, Robert. Fakulta informatiky Masarykovy univerzity [online]. 2004 [cit. 2013-03-25]. Dostupné z: http://www.fi.muni.cz/usr/jkucera/pv109/2003p/xholoub1_historie_browseru.htm
- [2] BEDNÁŘ, Vojtěch. Alternativní webové prohlížeče: Firefox, Opera, Mozilla, Maxthon a další. Vyd. 1. Brno: Computer Press, 2006, 168 s. ISBN 80-251-0566-0.
- [3] História Web prehliadačov. Učebnica informatiky+ [online]. 2009 [cit. 2013-03-25]. Dostupné z: http://www.spslevice.sk/soc-uceb-inf2007/ucebnica_inf/internet/hist_prehliadacov/historia_prehliadacov.htm
- [4] História prehliadačov – Netscape. ULEJ, Thomas. Inet.sk [online]. 2002 [cit. 2013-03-25]. Dostupné z: <http://www.inet.sk/clanok/522-historia-prehliadacov-netscape/>
- [5] HOLOUBEK, Robert. Historie a vývoj webových prohlížečů. Fi.muni.cz [online]. 2004 [cit. 2013-04-08]. Dostupné z: http://www.fi.muni.cz/usr/jkucera/pv109/2003p/xholoub1_historie_browseru.htm
- [6] Webové prohlížeče: současní lídři a jejich historie. MACICH, Jiří. Root.cz [online]. 2013 [cit. 2013-04-06]. Dostupné z: <http://www.root.cz/clanky/webove-prohlizece-soucasni-lidri-a-jejich-historie-1-2/>
- [7] Čo je to Google Chrome?. O Google Chrome [online]. 2013 [cit. 2013-03-26]. Dostupné z: <http://google-chrome.sk/o-google-chrome/>
- [8] Google Chrome. 2011. Dostupné z: [http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/0/01/Google_Chrome_icon_and_wordmark_\(2011\).svg/648px-Google_Chrome_icon_and_wordmark_\(2011\).svg.png](http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/0/01/Google_Chrome_icon_and_wordmark_(2011).svg/648px-Google_Chrome_icon_and_wordmark_(2011).svg.png)
- [9] IEBlog. Windows Internet Explorer Engineering Team Blog [online]. 2013 [cit. 2013-04-08]. Dostupné z: <http://blogs.msdn.com/b/ie/>
- [10] ČÍŽEK, Jakub. Internet Explorer 9 je hotový a zaslouží si uznání. Zive.cz [online]. 2011 [cit. 2013-04-08]. Dostupné z: <http://www.zive.cz/clanky/internet-explorer-9-je-hotovy-a-zaslouzi-si-uznani/sc-3-a-156221/default.aspx>
- [11] PC: Internet Explorer 10. 2012. Dostupné z: <http://hacom.sk/pc-internet-explorer-10-od-microsoftu-slubuje-rychlejsie-spracovanie-stranok/>
- [12] What is Safari?. Safari [online]. 2013 [cit. 2013-04-09]. Dostupné z: <http://www.apple.com/safari/what-is.html>

- [13] Safari-logo. 2011. Dostupné z: <http://blog.secfence.com/2011/07/vulnerabilities-in-oracle-and-safari-fixed/safari-logo/>
- [14] Webové prehliadače - vyberte si ten svoj. Ambitas [online]. 2012 [cit. 2013-04-09]. Dostupné z: <http://www.ambitas.sk/uzitocne-info/webove-prehliadace-vyberte-si-ten-svoj>
- [15] Firefox Logo. 2012. Dostupné z: http://fc02.deviantart.net/fs70/f/2010/120/6/3/Mozilla_Firefox_Logo_PSD_by_iampxr.png
- [16] Opera logo. 2012. Dostupné z: <http://www.letemsvetemapple.eu/wp-content/uploads/2012/10/Opera-logo-JPG.jpg>
- [17] Maxthon logo. 2012. Dostupné z: http://technet.idnes.cz/vyzkousejte-deset-novych-funkci-pro-internetovy-prohlizec-maxthon-1-id-/software.aspx?c=A100322_214514_software_dvr
- [18] K-Meleon review. PC pro [online]. 2010 [cit. 2013-04-11]. Dostupné z: <http://www.pcpro.co.uk/reviews/software/356371/k-meleon>
- [19] Kmeleon logo. 2012. Dostupné z: http://1.bp.blogspot.com/_J9nVfKGhvbM/TSM2ryW3UrI/AAAAAAAAA1Q/dTywQYKN3fA/s1600/KmeleonLogo.jpg
- [20] About Avant Browser. Avant Browser [online]. 2013 [cit. 2013-04-12]. Dostupné z: <http://www.avantbrowser.com/>
- [21] Internetový prohlížeč Sleipnir proniká do Evropy. PCWorld [online]. 2008 [cit. 2013-04-12]. Dostupné z: <http://pcworld.cz/ostatni/internetovy-prohlizec-sleipnir-pronika-do-evropy-3493>
- [22] Sleipnir 4 has a different take on Web browsers. 2013. Dostupné z: <http://www.macworld.com/article/2033178/review-sleipnir-4-has-a-different-take-on-web-browsers.html>
- [23] Webový prehliadač Lunascape spája tri svety. Zive.sk [online]. 2010 [cit. 2013-04-12]. Dostupné z: <http://www.zive.sk/spravy/webovy-prehliadac-lunandscape-spaja-tri-svety/sc-30-a-290546/default.aspx>
- [24] Lunascape logo. 2013. Dostupné z: <http://www.lunandscape.tv/Europe/sk.aspx?from=browserchoice>

- [25] Prehliadač Camino. Mac blog [online]. 2009 [cit. 2013-04-12]. Dostupné z: <http://www.macblog.sk/novinky/prehliadac-camino-2-0-k-dispozicii-2835.html>
- [26] BERAN, Ladislav. Grupy a svazy. Praha: Státní nakladatelství technické literatury, 1974, 358 s.
- [27] Relácie na množine. Katedra aplikovanej informatiky [online]. 2012 [cit. 2013-04-13]. Dostupné z: http://dai.fmph.uniba.sk/courses/dm2/1112ls/prednasky/doc/ch_rs_in.pdf
- [28] Usporiadania. Katedra aplikovanej informatiky [online]. 2012 [cit. 2013-04-13]. Dostupné z: http://dai.fmph.uniba.sk/courses/dm2/1112ls/prednasky/doc/ch_rs_or.pdf
- [29] Kapitola 3: Uspořádání a svazy. Cam.zcu.cz [online]. 2012 [cit. 2013-04-14]. Dostupné z: <http://www.cam.zcu.cz/~ryjacek/students/DMA/skripta/3.pdf>
- [30] Algebra 3 [online]. Bratislava, 19. augusta 2005 [cit. 2013-04-14]. Dostupné z: <http://studentmatematiky.own.cz/algebra3/LKD-algebra3.pdf>. Elektronické prednášky. FMFI UK Bratislava.
- [31] BIRKHOFF, Garrett, Thomas C. BARTEE. Aplikovaná algebra. 1. vyd. Bratislava: Alfa, 1981, 392 s.
- [32] MAC LANE, Saunders a Garrett BIRKHOFF. Algebra. 2. vyd. Bratislava: Alfa, 1974, 663 s.
- [33] Algebra a príbuzné disciplíny: Vysokoškolská príručka pre Matematicko-fyzikálnu fak. UK v Bratislave. 1. vyd. Bratislava: Alfa, 1992, 488 s. Edícia matematicko-fyzikálnej literatúry. ISBN 80-050-0721-3.
- [34] Wille, R.: Restructuring lattice theory: an approach based on hierarchies of concepts. Reidel, Dordrecht, Boston, 1982.
- [35] Birkhoff, G.: Lattice theory. 3-r edition American Matematical Society, 1940.
- [36] BĚLOHLÁVEK, Radim. KATEDRA INFORMATIKY, Univerzita Palackého. Konceptuální svazy a formální konceptuální analýza. Olomouc, 2004. Dostupné z: http://belohlavek.inf.upol.cz/publications/Bel_Ksfka.pdf
- [37] Arnauld A., Nicole P.: La logique ou l'art de penser. Paris, 1662.
- [38] The HTML5 test. How well does your browser support HTML5 [online]. 2013 [cit. 2013-05-15]. Dostupné z: <http://html5test.com/results/desktop.html>.

- [39] Komunikačné protokoly. GUNIŠ, Ján. Upjs.sk [online]. 2006 [cit. 2013-05-18]. Dostupné z: http://di.ics.upjs.sk/informatika_na_zs_ss/studijny_material/internet_siete/pocitacove_siete_protokoly_OSI.pdf
- [40] THAWTE SSL Web Server EV. Ssl-thawte.sk [online]. 2009 [cit. 2013-05-18]. Dostupné z: <http://www.ssl-thawte.sk/inpage/thawte-ssl-web-server-ev/>
- [41] History of the Gopher Protocol. The Internet Gopher [online]. 2009 [cit. 2013-05-18]. Dostupné z: http://www.codeghost.com/gopher_history.html
- [42] IDN and URI. Microsoft.com [online]. 2003 [cit. 2013-05-18]. Dostupné z: <http://download.microsoft.com/download/a/6/0/a60decdbd-9044-42f1-b9c5-1c90c7a5a8ce/a6.pdf>
- [43] HTML5 Introduction. W3schools.com [online]. 2013 [cit. 2013-05-18]. Dostupné z: http://www.w3schools.com/html/html5_intro.asp
- [44] Compare Web Browsers. FindTheBest [online]. 2013 [cit. 2013-05-18]. Dostupné z: <http://web-browsers.findthebest.com/>
- [45] A quick look at browser engines (Trident, Gecko, WebKit, Presto). Wordpress.com [online]. 2008 [cit. 2013-05-19]. Dostupné z: <http://getjins.wordpress.com/2008/09/10/a-quick-look-at-browser-engines-trident-gecko-webkit-presto/>
- [46] Operačné systémy. Upjs [online]. 2009 [cit. 2013-05-22]. Dostupné z: http://di.ics.upjs.sk/informatika_na_zs_ss/studijny_material/os/os.htm
- [47] Operačný systém. Počítače [online]. 2013 [cit. 2013-05-22]. Dostupné z: <http://www.ppt.estranky.sk/clanky/operacny-system.html>
- [48] Stručný úvod do BSD s priblížením OpenBSD. Linuxexpres [online]. 2008 [cit. 2013-05-22]. Dostupné z: <http://www.linuxexpres.cz/operacni-systemy/strucny-uvod-do-bsd-s-pribliznim-openbsd>
- [49] Online Java Lattice Building Application. Janssenweb.net [online]. 2012 [cit. 2013-05-19]. Dostupné z: <http://maarten.janssenweb.net/jalaba/JaLaBA.pl?action=create>

ZOZNAM POUŽITÝCH SYMBOLOV A SKRATIEK

| | |
|-------|---|
| API | Application Programming Interface |
| BSD | Berkeley Software Distribution |
| CERN | Európska organizácia pre jadrový výskum |
| CPU | Central Processing Unit |
| CSS | Cascading Style Sheets |
| DOS | Disk Operating System |
| EV | Extended Validation |
| FCA | Formal Concept Analysis |
| FTP | File Transfer Protocol |
| GPL | General Public License |
| HTML | HyperText Markup Language |
| HTML5 | HyperText Markup Language version 5 |
| HTTP | HyperText Transfer Protocol |
| HTTPS | Hypertext Transfer Protocol Secure |
| IDN | Internationalized Domain Names |
| IE | Internet Explorer |
| inf | infimum |
| IPv6 | Internet Protocol version 6 |
| IRC | Internet Relay Chat |
| MDI | Multiple Document Interface |
| MIME | Multipurpose Internet Mail Extensions |
| NNTP | Network News Transfer Protocol |
| PC | Personal Computer |
| RSS | Rich Site Summary |
| SGML | Standard Generalized Mark-up Language |

| | |
|-------|-------------------------------|
| SMTP | Simple Mail Transfer Protocol |
| SSL | Secure Sockets Layer |
| sup | supremum |
| TCP | Transmission Control Protocol |
| TLS | Transport Layer Security |
| URL | Uniform Resource Locator |
| W3C | World Wide Web Consortium |
| WebGL | Web-based Graphics Library |
| WWW | World Wide Web |
| XUL | XML User Interface Language |

ZOZNAM OBRÁZKOV

| | |
|---|----|
| Obr. 1. Logo prehliadača Google Chrome. [8] | 16 |
| Obr. 2. Logo prehliadača Internet Explorer. [11] | 17 |
| Obr. 3. Logo prehliadača Safari. [13]..... | 17 |
| Obr. 4. Logo prehliadača Mozilla Firefox. [15]..... | 18 |
| Obr. 5. Logo prehliadača Opera. [16] | 19 |
| Obr. 6. Logo prehliadača Maxthon. [17]..... | 20 |
| Obr. 7. Logo prehliadača K-Meleon. [19]..... | 22 |
| Obr. 8. Logo prehliadača Avant Browser. [20] | 22 |
| Obr. 9. Logo prehliadača Sleipnir. [22]..... | 23 |
| Obr. 10. Logo prehliadača Lunaspace. [24] | 23 |
| Obr. 11. Logo prehliadača Camino. [25]..... | 24 |
| Obr. 12. Usporiadanie deliteľnosti na množine $\{2, 3, 4, 6, 8, 12\}$. [29]..... | 29 |
| Obr. 13. Hasseho diagram usporiadania z obr. 12. [29]..... | 29 |
| Obr. 14. (a) Obvyklé lineárne usporiadanie na množine $\{1, \dots, 6\}$. (b) Usporiadanie deliteľnosti na tej istej množine. [29]..... | 30 |
| Obr. 15. Dve znázornenia inklúzií sa súbore všetkých podmnožín množiny $\{1, 2, 3\}$: (a) orientovaný graf (s vynechanými slučkami), (b) Hasseho diagram. [29]..... | 30 |
| Obr. 16. Hasseho diagram množiny $(2^A; \subseteq)$. [30]..... | 32 |
| Obr. 17. Hasseho diagram usporiadania množiny A podľa relácie deliteľnosti. [30]..... | 32 |
| Obr. 18. Príklady zväzov. [32, s. 555]..... | 43 |
| Obr. 19. Triviálne nedistributívne zväzy. [30]..... | 44 |
| Obr. 20. Distributivita množín. | 45 |
| Obr. 21. Konceptuálny zväz najpoužívanejších prehliadačov..... | 59 |
| Obr. 23. Konceptuálny zväz všetkých vybraných prehliadačov..... | 64 |
| Obr. 24. Konceptuálny zväz so zvýrazneným objektom Opera a jeho vlastnosťami. | 65 |
| Obr. 25. Konceptuálny zväz všetkých skúmaných prehliadačov..... | 67 |

ZOZNAM TABULIEK

| | |
|--|----|
| Tab. 1. Súhrnné dáta o najpoužívanějších prehliadačoch..... | 21 |
| Tab. 2. Súhrnné dáta o alternatívnych prehliadačoch. | 24 |
| Tab. 3. Tabuľkové dáta s objektmi x_i a atribútmi y_j . [36] | 48 |
| Tab. 4. Tabuľka popisujúca objekty a atribúty..... | 49 |
| Tab. 5. Príklad formálneho konceptu..... | 52 |
| Tab. 6. Formálny koncept pre $A2, B2$ | 52 |
| Tab. 7. Formálny koncept pre $A3, B3$ | 52 |
| Tab. 8. Formálny koncept pre $A4, B4$ | 52 |
| Tab. 9. Viachodnotový kontext (hore) a jemu odpovedajúce kontexty vytvorené aplikovaním konceptuálneho škálovania pomocou škál z Tab. 8..... | 55 |
| Tab. 10. Dve škály pre atribút y_3 viachodnotového kontextu z Tab. 7 hore..... | 56 |
| Tab. 11. Formálny kontext najpoužívanějších internetových prehliadačov..... | 57 |
| Tab. 12. Formálny kontext najpoužívanějších internetových prehliadačov po využití škálovania dát..... | 58 |
| Tab. 13. Množina formálnych konceptov pre najpoužívanějšíe prehliadače. | 58 |
| Tab. 14. Formálny koncept všetkých vybraných internetových prehliadačov. | 63 |
| Tab. 15. Množina formálnych konceptov všetkých vybraných internetových prehliadačov..... | 64 |
| Tab. 16. Formálny koncept všetkých skúmaných internetových prehliadačov..... | 66 |
| Tab. 17. Množina formálnych konceptov pre všetky skúmané prehliadače..... | 67 |