

# **Tvorba multimediálních učebních pomůcek pro popis ustáleného sdílení tepla**

Creation of Multimedia Teaching Aids for the Description  
of the Stationary Heat Transfer Mechanism

Jan Dospiva

---

Bakalářská práce  
2012



Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně  
Fakulta aplikované informatiky

---

Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně  
Fakulta aplikované informatiky  
akademický rok: 2011/2012

## ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení: **Jan DOSPIVA**  
Osobní číslo: **A09013**  
Studijní program: **B 3902 Inženýrská informatika**  
Studijní obor: **Informační a řídicí technologie**

Téma práce: **Tvorba multimediálních učebních pomůcek pro popis ustáleného sdílení tepla**

Zásady pro vypracování:

1. Vypracujte literární studii zaměřenou na popis základních mechanismů sdílení tepla.
2. Navrhněte možnosti využití dostupného matematického software pro popis a vizualizaci základních mechanismů ustáleného sdílení tepla.
3. Pomocí zvoleného matematického software vytvořte pro vybrané typy úloh z problematiky sdílení tepla multimediální učební pomůcky v podobě animací, obrázků, grafů.
4. Výpočtem ověřte správnost Vámi naprogramovaných učebních pomůcek.

Rozsah bakalářské práce:

Rozsah příloh:

Forma zpracování bakalářské práce: **tištěná/elektronická**

Seznam odborné literatury:

1. HEJZLAR, R. Sdílení tepla. Praha: ČVUT, Jaderná a fyzikálně inženýrská fakulta, 1999. ISBN 80-01-01982-9.
2. MÍKA, Vladimír. Základy chemického inženýrství. 1. vyd. Praha: SNTL, 1977.
3. ŠESTÁK, Jiří a František RIEGER. Přenos hybnosti, tepla a hmoty. 3. vyd. Praha: Nakladatelství ČVUT, 2005. ISBN 80-01-02933-6.
4. ŠESTÁK, Jiří a Rudolf ŽITNÝ. Tepelné pochody II: Výměníky tepla, odpařování, sušení, průmyslové pece a elektrický ohřev. 2. vyd. Praha: Nakladatelství ČVUT, 2006. ISBN 80-01-03475-5.
5. PŘÍHODA, Miroslav a Miroslav RÉDR. Sdílení tepla a proudění. Ostrava: VŠB - Technická univerzita Ostrava, 2008. ISBN 978-80-248-1748-4.
6. BLAHOŽ, Vladimír a Zdeněk KADLEC. Základy sdílení tepla. Ostrava: Sdružení požárního a bezpečnostního inženýrství, 2000. ISBN 80-902001-1-7.

Vedoucí bakalářské práce:

**Ing. Hana Charvátová, Ph.D.**

Ústav automatizace a řídicí techniky

Datum zadání bakalářské práce:

**24. února 2012**

Termín odevzdání bakalářské práce:

**8. června 2012**

Ve Zlíně dne 24. února 2012

  
prof. Ing. Vladimír Vašek, CSc.  
*děkan*



  
prof. Ing. Vladimír Vašek, CSc.  
*ředitel ústavu*

## **ABSTRAKT**

V bakalářské práci řeším problematiku mechanismů sdílení tepla vedením, prouděním a sáláním. V teoretické části práce jsem zpracoval literární studii zaměřenou na základní mechanismy sdílení tepla. V praktické části práce jsem vytvořil multimediální učební pomůcky pro popis stacionárního sdílení tepla a následně jsem ověřil funkčnost aplikace se vzorovými výpočty. Vytvořená aplikace bude sloužit jako učební pomůcka pro výuku předmětů Procesní inženýrství a Procesů v technice budov vyučovaných na Fakultě aplikované informatiky, Univerzity Tomáše Bati ve Zlíně.

Klíčová slova: Comsol Multiphysics, Wolfram Mathematica, vedení tepla, přestup tepla, sálání.

## **ABSTRACT**

In bachelor's thesis I solve problem with heat transfer mechanisms such as heat conduction, convection and radiation. In the theoretical part of work I deal with literary study specialized in basic heat transfer mechanisms. In the practical part I created multimedia teaching aids for the description of the stationary heat transfer mechanism and I verified function of this application comparing with exemplary calculations. This application will be serving as teaching aid for teaching the subjects Process engineering and Processes in building technology taught at the Faculty of Applied Informatics, Tomas Bata University in Zlín.

Keywords: Comsol Multiphysics, Wolfram Mathematica, heat conduction, convection, radiation.

V první řadě bych zde rád poděkoval zejména své vedoucí bakalářské práce Ing. Haně Charvátové, Ph.D. za její odbornou pomoc, za její podporu a mnoho cenných rad a v neposlední řadě za čas, který mi věnovala při zpracování této práce.

Dále bych rád poděkoval svým rodičům za podporu, kterou mi poskytovali po celou dobu studia.

**Prohlašuji, že**

- beru na vědomí, že odevzdáním bakalářské práce souhlasím se zveřejněním své práce podle zákona č. 111/1998 Sb. o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších právních předpisů, bez ohledu na výsledek obhajoby;
- beru na vědomí, že bakalářská práce bude uložena v elektronické podobě v univerzitním informačním systému dostupná k prezenčnímu nahlédnutí, že jeden výtisk bakalářské práce bude uložen v příruční knihovně Fakulty aplikované informatiky Univerzity Tomáše Bati ve Zlíně a jeden výtisk bude uložen u vedoucího práce;
- byl/a jsem seznámen/a s tím, že na moji bakalářskou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb. o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon) ve znění pozdějších právních předpisů, zejm. § 35 odst. 3;
- beru na vědomí, že podle § 60 odst. 1 autorského zákona má UTB ve Zlíně právo na uzavření licenční smlouvy o užití školního díla v rozsahu § 12 odst. 4 autorského zákona;
- beru na vědomí, že podle § 60 odst. 2 a 3 autorského zákona mohu užít své dílo – bakalářskou práci nebo poskytnout licenci k jejímu využití jen s předchozím písemným souhlasem Univerzity Tomáše Bati ve Zlíně, která je oprávněna v takovém případě ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které byly Univerzitou Tomáše Bati ve Zlíně na vytvoření díla vynaloženy (až do jejich skutečné výše);
- beru na vědomí, že pokud bylo k vypracování bakalářské práce využito softwaru poskytnutého Univerzitou Tomáše Bati ve Zlíně nebo jinými subjekty pouze ke studijním a výzkumným účelům (tedy pouze k nekomerčnímu využití), nelze výsledky bakalářské práce využít ke komerčním účelům;
- beru na vědomí, že pokud je výstupem bakalářské práce jakýkoliv softwarový produkt, považují se za součást práce rovněž i zdrojové kódy, popř. soubory, ze kterých se projekt skládá. Neodevzdání této součásti může být důvodem k neobhájení práce.

**Prohlašuji,**

- že jsem na bakalářské práci pracoval samostatně a použitou literaturu jsem citoval. V případě publikace výsledků budu uveden jako spoluautor.
- že odevzdaná verze bakalářské práce a verze elektronická nahraná do IS/STAG jsou totožné.

Ve Zlíně

.....  
podpis diplomanta

**OBSAH**

<b>ÚVOD</b> .....	<b>9</b>
<b>I TEORETICKÁ ČÁST</b> .....	<b>11</b>
<b>1 MECHANISMY SDÍLENÍ TEPLA</b> .....	<b>12</b>
1.1 ZÁKLADY PŘENOSU TEPLA, TERMODYNAMIKA.....	12
1.2 VEDENÍ TEPLA .....	14
1.2.1 Princip vedení tepla.....	14
1.2.2 Tepelný tok a Fourierův zákon .....	14
1.2.3 Tepelná vodivost .....	16
1.2.4 Vedení tepla neomezenou složenou rovinnou stěnou .....	18
1.2.5 Vedení tepla jednoduchou a složenou válcovou stěnou.....	19
1.3 PROUDĚNÍ .....	20
1.3.1 Princip proudění .....	20
1.3.2 Tepelný tok a Newtonův ochlazovací zákon.....	20
1.3.3 Kriteriaální rovnice nucené a volné konvence.....	22
1.4 SÁLÁNÍ.....	25
1.4.1 Princip sálání .....	25
1.4.2 Šíření záření .....	27
1.4.3 Stefan – Boltzmanův zákon a emisivita .....	29
1.4.4 Záření mezi nekonečně rozlehlými rovinnými paralelními povrchy .....	31
1.4.5 Záření mezi nekonečně dlouhými soustřednými válci.....	31
1.4.6 Záření mezi povrchem obklopeného mnohem větším povrchem .....	32
<b>2 POPIS ZVOLENÉHO MATEMATICKÉHO SOFTWARE</b> .....	<b>33</b>
2.1 WOLFRAM MATHEMATICA.....	33
2.2 MOŽNOSTI VYUŽITÍ SOFTWARE WOLFRAM MATHEMATICA PRO POPIS A VIZUALIZACI USTÁLENÉHO SDÍLENÍ TEPLA .....	34
2.2.1 Možnosti popisu a vizualizace .....	34
2.3 COMSOL MULTIPHYSICS.....	35
<b>II PRAKTICKÁ ČÁST</b> .....	<b>36</b>
<b>3 MULTIMEDIÁLNÍ UČEBNÍ POMŮCKY PRO POPIS SDÍLENÍ TEPLA</b> .....	<b>37</b>
3.1 POPIS UŽIVATELSKÉHO PROSTŘEDÍ A OVLÁDÁNÍ APLIKACE.....	37
3.1.1 Vedení tepla jednoduchou rovinnou stěnou.....	39
3.1.2 Vedení tepla jednoduchou válcovou stěnou.....	40
3.1.3 Vedení tepla složenou válcovou stěnou .....	41
3.1.4 Závislost Reynoldsova kritéria na rychlosti proudění tekutiny.....	44
3.1.5 Závislost Grashofova kritéria na charakteristickém rozměru tělesa .....	44
3.1.6 Záření mezi nekonečně rozlehlými rovinnými paralelními povrchy .....	45
3.1.7 Záření mezi povrchem obklopeného mnohem větším povrchem .....	48
3.2 STRUKTURA PROGRAMU.....	49

<b>4</b>	<b>OVĚŘENÍ FUNKČNOSTI MULTIMEDIÁLNÍ UČEBNÍCH POMŮCEK VZOROVÝMI VÝPOČTY .....</b>	<b>51</b>
4.1	VÝPOČET ROZLOŽENÍ TEPLoty V ROVINNÉ STĚNĚ .....	51
4.2	VÝPOČET ROZLOŽENÍ TEPLoty V JEDNOVRSTVÉ VÁLCOVÉ STĚNĚ .....	52
4.3	VÝPOČET ROZLOŽENÍ TEPLoty VE DVOUVRSTVÉ VÁLCOVÉ STĚNĚ .....	53
4.4	ZÁVISLOST REYNOLDSOVA KRITÉRIA NA RYCHLOSTI PROUDĚNÍ TEKUTINY .....	56
4.5	ZÁVISLOST GRASHOFOVA KRITÉRIA NA CHARAKTERISTICKÉM ROZMĚRU TĚLESA .....	58
4.6	TESTOVÁNÍ Vlivu SOUČinitele PŘESTUPU TEPLA A TEPELNÉ VODIVOSTI NA ROZLOŽENÍ TEPLoty V ROVINNÉ STĚNĚ .....	60
4.7	VÝPOČET INTENZITY ZÁŘIVÉHO TOKU MEZI DVĚMA ROZLEHLÝMI PARALELNÍMI POVRCHY .....	65
4.8	VÝPOČET ZÁŘIVÉHO TOKU MEZI DVĚMA SOUSTŘEDNÝMI VÁLCI .....	66
4.9	VÝPOČET ZÁŘIVÉHO TOKU MEZI POVRCHEM OBKLOPENÉHO MNOHEM VĚTŠÍM POVRCHEM .....	68
	<b>ZÁVĚR .....</b>	<b>69</b>
	<b>ZÁVĚR V ANGLIČTINĚ .....</b>	<b>71</b>
	<b>SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY .....</b>	<b>73</b>
	<b>SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK .....</b>	<b>76</b>
	<b>SEZNAM OBRÁZKŮ .....</b>	<b>79</b>
	<b>SEZNAM TABULEK .....</b>	<b>82</b>
	<b>SEZNAM PŘÍLOH .....</b>	<b>83</b>

## ÚVOD

Základní mechanismy popisující sdílení tepla vedením, prouděním a sáláním jsou ve velké míře spjaty s využitím jak v průmyslových procesech, tak zastoupením v nemalé řadě moderních technologií, které využívají základní principy těchto mechanismů. Z tohoto důvodu jsou tyto principy nedílnou součástí vytápění, chlazení, ohřevu a dalších průmyslových procesů. V neposlední řadě se můžeme se sdílení tepla setkat také v přírodě, kde rovněž sehrávají velmi důležitou roli.

V teoretické části práce jsem vypracoval literární studii zaměřenou na popis základních principů mechanismů sdílení tepla, kdežto v praktické části práce jsem se zaměřil především na tvorbu multimediálních učebních pomůcek v podobě softwarové aplikace popisující stacionární (ustálené) sdílení tepla. Hlavní charakteristickou vlastností stacionárního sdílení tepla je fakt, že jsou tyto mechanismy nezávislé na čase, tedy časově ustálené. Mezi tyto případy patří například vedení tepla napříč rozlehlými stěnami domu nebo vedení tepla přes stěnu trubek. Vytvořená softwarová aplikace by měla nalézt uplatnění zejména při výuce předmětu Procesní inženýrství a Procesy v technice budov vyučovaných na Fakultě aplikované informatiky, Univerzity Tomáše Bati ve Zlíně. Rovněž by měla tato softwarová aplikace včetně literární studie sloužit k podpoře výuky zmiňovaných předmětů.

Pro vizualizaci a tvorbu multimediálních učebních pomůcek pro vybrané typy úloh z problematiky stacionárního sdílení tepla jsem jako vhodný programový nástroj umožňující grafickou a výpočetní interpretaci zvolil software Wolfram Mathematica. Prostřednictvím tohoto softwarového nástroje jsem navrhnul možnosti využití popisu sdílení tepla a pro vybrané typy úloh jsem vytvořil aplikaci, která umožňuje vykreslovat grafické závislosti a počítat tepelný a zářivý tok v závislosti na nastavených vstupních hodnotách a uživatelem zvolené kategorie sdílení tepla. Při tvorbě učebních pomůcek jsem postupoval takovým způsobem, aby byla výsledná podoba aplikace přehledná a seznámila tak uživatele se základními principy sdílení tepla.

Z toho důvodu jsem vybrané příklady rozdělil do jednotlivých kategorií případů sdílení tepla, které jsou řešeny ve výuce výše zmíněných předmětů a jsou rovněž popsány v literatuře zabývající se sdílením tepla. Aplikace tedy řeší příklady z oblastí vedení tepla rovinnou stěnou, vedení tepla válcovou stěnou a vedení tepla složenou válcovou stěnou. Také jsem graficky zpracoval vliv charakteristického rozměru tělesa na hodnotě

Reynoldsova a Grashofova kritéria ovlivňujících intenzitu přestupu tepla při volné a nucené konvekci. Dále zde uživatel nalezne vybrané příklady z problematiky sálání tepla mezi rovinnými paralelními povrchy, sálání mezi soustřednými válci a také sálání mezi povrchem obklopeného druhým mnohem větším povrchem. Výstupy této práce jsou potom v podobě obrázků, grafů, animací a výpočtů, které lze následně použít jak v elektronické, tak i v tištěné podobě.

Správnou funkčnost vytvořené aplikace jsem ve spolupráci s vedoucí práce Ing. Hanou Charvátovou, Ph.D. ověřil také simulačním a modelovacím nástrojem Comsol Multiphysics. V tomto prostředí byl také stanoven vliv součinitele přestupu tepla a tepelné vodivosti na rozložení teploty v rovinné stěně. V poslední části práce jsem funkčnost vytvořené aplikace u jednotlivých případů sdílení tepla ověřil také vzorovými výpočty.

## **I. TEORETICKÁ ČÁST**

# 1 MECHANISMY SDÍLENÍ TEPLA

## 1.1 Základy přenosu tepla, termodynamika

Základní mechanismy popisující přenos tepla jsou svým způsobem velmi spjaty s fyzikálním oborem zvaným termodynamika. Tento vědní obor se zabývá nejen procesy a vlastnostmi látek, ale také poli, které jsou spojené s teplem a tepelnými jevy, jenž jsou spjaty z obecnými principy přeměny energie, které jsou popsány třemi (čtyřmi) základními termodynamickými zákony [6],[9].

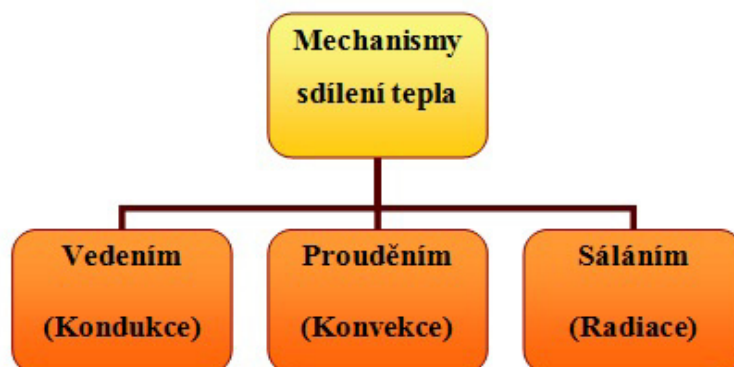
- „Dle nulté věty termodynamické je teplota (intenzivní stavová proměnná) ve všech systémech s tepelně vodivými stěnami, jež jsou spolu v rovnováze, stejná [6].“
- „První větu termodynamickou lze pojímat jako speciální formulací obecného zákona zachování energie v uzavřeném systému s možností konání práce a výměny tepla, která definuje stavovou funkci - vnitřní energii  $U$ , jenž je vlastností daného stavu uzavřeného systému závislou na fyzikálních veličinách práce a tepla [6].“
- „Druhá věta termodynamická axiomatically zavádí stavovou funkci zvanou entropie  $S$ , pro jejíž diferenciál platí  $dqST\delta \geq 0$ , kde rovnost nastává pouze pro vratné děje, nerovnost pro děje nevratné [6].“
- „Konečně podle třetí věty termodynamické je entropie každé ideálně krystalické a dokonale čisté látky rovna nule při teplotě  $0\text{ K}$  [6].“

První věta vychází z obecné formulace zákona zachování energie, který zjednodušeně říká, že energii nelze vyrobit ani zničit, ale pouze přeměnit na jiný druh. Nejdůležitějším faktem druhého zákona (věty) je skutečnost, že proces předávání tepla z chladnějšího tělesa tělesu teplejšímu nemůže být samovolný. Třetí termodynamický zákon popisuje chování látek, jejichž teplota se pohybuje v blízkosti absolutní termodynamické nuly [1], [6], [11].

Dalším důležitým faktem z termodynamiky je, že energie může být přenesena vzájemným působením systému s jeho okolím. Mezi tyto působení patří především práce nebo teplo. Pro přenos tepla z okolí do soustavy a naopak však musí existovat teplotní gradient, který popisuje průběh teploty, jinými slovy změnu teploty. V případě neexistence teplotního gradientu nedochází k přenosu tepla. Nutnou podmínkou vzniku sdílení tepla je rozdíl teplot v různých bodech látky a prostoru. Pod pojmem přenos tepla nebo také šíření tepla (termokinetika) si můžeme představit přenos energie z jednoho místa do druhého. Přenos tepla potom odpovídá na otázku, jakým způsobem lze přenést určité množství tepla do nebo ze soustavy, dále odpovídá na otázku, zda může být teplo přeneseno na konečné ploše v určitém čase. Mechanismy sdílení tepla řeší kinetiku (rychlost) výměny tepelné energie [1], [2], [7].

Tyto mechanismy hrají ve velkém množství velmi důležitou roli také v přírodě. V běžném životě se můžeme setkat s tepelnými přenosy, které nastávají například ve vodě, půdě, ale také v atmosféře a to v úzkém teplotním rozmezí, což má velký vliv na existenci života na Zemi. Jedná se například o výměny tepelné energie mezi Sluncem a Zemí, dále mezi oceány a pevninou, ve vnitrozemí mají tyto mechanismy mimo jiné za důsledek řízení a změnu klimatu [14].

V neposlední řadě se můžeme se sdílením tepla také setkat v průmyslových procesech, ve kterých hrají velmi důležitou roli. Sdílení tepla je zastoupeno v technologických procesech jako je například ohřev, chlazení, tavení, krystalizace. Mechanismy sdílení tepla mají své uplatnění i v moderních technologiích jako je klimatizace, vytápění, větrání, tepelné izolace budov. Následující schéma (Obr. 1) zobrazuje základní dělení mechanismů sdílení tepla.



Obr. 1 – Základní dělení mechanismů sdílení tepla [13]

## 1.2 Vedení tepla

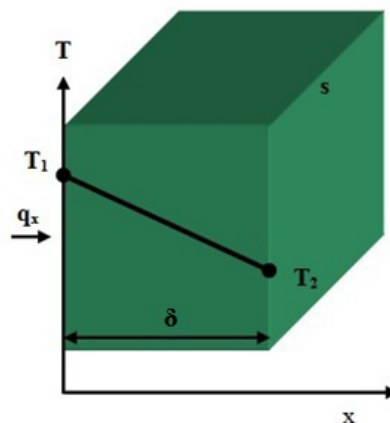
### 1.2.1 Princip vedení tepla

Proces vedení tepla (cizím slovem kondukce) vychází z pojmu atomové nebo molekulární činnosti, tedy ze vzájemného působení atomů a molekul. Důsledkem tohoto působení dochází ke vzájemné výměně kinetické energie. Charakteristickou vlastností vedení tepla je přenos energie částic s větší energií směrem k částicím s menší energií.

Potom částice s vyšší energií symbolizují vyšší teplotu a částice s nižší energií představují nižší teplotu. Jak bylo již zmíněno výše, jedná se o molekuly (u kapalin a plynů) a atomy (u tuhých látek). Objevují-li se v látce teplotní rozdíly (teplotní gradient), tak potom dochází k přenosu tepla směrem ke klesající teplotě.

Sdílení tepla vedením probíhá především v látkách, které mají pevné skupenství (tuhé látky). Tento přenos tepla je u nevodivců potom realizován pomocí kinetiky atomů prostřednictvím vlnového pohybu krystalické mřížky. U vodivých látek dochází ještě k postupnému pohybu volných elektronů [1], [13], [15].

### 1.2.2 Tepelný tok a Fourierův zákon



Obr. 2 – Schéma rovinné stěny [1]

Na obrázku (Obr. 2) je zobrazeno demonstrační schéma rovinné stěny o tloušťce  $\delta$ , která je ve směru osy  $x$ . Dále uvažujme, že ostatní rozměry rovinné stěny jsou nekonečně velké, tím pádem bude stěna v tomto směru klást nekonečně velký odpor, což značí, že nebude docházet v tomto směru k vedení tepla. Jedna strana stěny bude mít teplotu  $T_1$  a druhá teplotu  $T_2$ , avšak platí, že  $T_1 > T_2$  [1].

Tepelný tok  $q_x$  prochází z místa s vyšší teplotou do místa s nižší teplotou, a pak je podle Fourierova zákona přímo úměrný teplotnímu gradientu. Měrný tepelný tok (nebo také intenzita toku tepla) je množství tepla, které se za časový interval přeneslo (ve směru osy  $x$ ) na jednotku plochy [1], [13].

Potom je měrný tepelný tok definován vztahem

$$\dot{q}_x = -\lambda \frac{dT}{dx} \quad (1)$$

Jelikož teplota ve směru osy  $x$  klesá (teplotní gradient je záporný), tak se ve vztahu objevuje záporné znaménko. Vzhledem k tomu, že průběh teploty v rovinné stěně má přímkový charakter, tak můžeme teplotní gradient přepsat na vztah

$$\frac{dT}{dx} = \frac{T_2 - T_1}{\delta} \quad (2)$$

Celkový tepelný tok je potom vztážen na určitou teplosměnnou plochu  $S$ , která je kolmá na směr tepelného toku, pak tedy pro celkový tepelný tok rovinnou stěnou platí

$$\dot{Q}_x = \lambda A \frac{T_1 - T_2}{\delta} \quad (3)$$

$\dot{Q}_x$  - celkový tepelný tok [W]

$A$  - teplosměnná plocha [ $m^2$ ]

$\lambda$  - součinitel tepelné vodivosti [ $Wm^{-1}K^{-1}$ ]

$\delta$  - tloušťka rovinné stěny [m]

$T_1$  - vyšší teplota stěny [K]

$T_2$  - nižší teplota stěny [K]

Avšak při vedení tepla skrz rovinnou stěnu dochází také ke kladení odporu vedení tepla, jehož velikost popisuje následující vztah [15], [13].

$$R = \frac{\delta}{\lambda} \quad (4)$$

### 1.2.3 Tepelná vodivost

Velmi důležitou roli při vedení tepla hraje tzv. tepelná vodivost (součinitel tepelné vodivosti)  $\lambda$ , což je fyzikální schopnost dané látky (materiálu) vést teplo. Jedná se o konstantu závislou na druhu materiálu a jeho chemickém složení a vyjadřuje rychlost, jakou se šíří teplo z místa s vyšší teplotou do místa s nižší teplotou. Hodnoty tepelné vodivosti jsou pro různé materiály uváděny ve fyzikálních nebo fyzikálně – chemických tabulkách [1], [16].

Ukázka hodnot součinitele tepelné vodivosti pro vybrané materiály je zobrazena v tabulce (Tab. 1).

**Tab. 1 – Tabulka hodnot tepelných vodivostí pro vybrané materiály [13]**

<b>Materiál</b>	<b>Tepelná vodivost <math>\lambda</math> [<math>W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}</math>]</b>
měď	395
mosaz	106
ocel 0,2 %C	50
beton armovaný	1,5
cihly	0,28 – 1,2
tabulové sklo	0,6 – 1
betonový panel	0,46 – 0,74
<b>Tepelně izolační materiály</b>	
pěnový polystyren	0,04
plst'	0,04 – 0,09
korek	0,036
lehčený polyuretan „Puroterm“	0,033
suchý vzduch	0,027
voda	0,6

Čím je vyšší hodnota tepelné vodivosti, tím je daný materiál schopný lépe vést teplo. V opačném případě, je – li její hodnota velmi nízká (blíží se 0), jedná se spíše o tepelně izolační materiály, mezi které patří např. polystyren nebo korek.

Hodnota tepelné vodivosti je úzce závislá na teplotě. U tuhých látek se s rostoucí teplotou její hodnota zvyšuje, naopak u většiny kapalin její hodnota klesá, a proto je její hodnota ve srovnání s tuhými látkami o dva až tři řády nižší. Obecně má tepelná vodivost v závislosti na teplotě přímkový charakter, jenž může být vyjádřen pomocí následujícího vztahu

$$\lambda = \lambda_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t) \quad (5)$$

$$\lambda - \text{tepelná vodivost při teplotě } t \quad [W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}]$$

$$\lambda_0 - \text{tepelná vodivost při teplotě } t = 0^\circ C \quad [W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}]$$

$$\alpha - \text{tepelná difuzivita} \quad [m^2 \cdot s^{-1}]$$

Součinitel teplotní vodivosti (někdy také tepelná difuzivita) určuje schopnost daného materiálu vyrovnávat rozdílné teploty při neustáleném šíření tepla vedením a je charakterizována podle vztahu

$$a = \frac{\lambda}{\rho \cdot c_p} \quad (6)$$

$$a - \text{teplotní vodivost} \quad [m^2 \cdot s^{-1}]$$

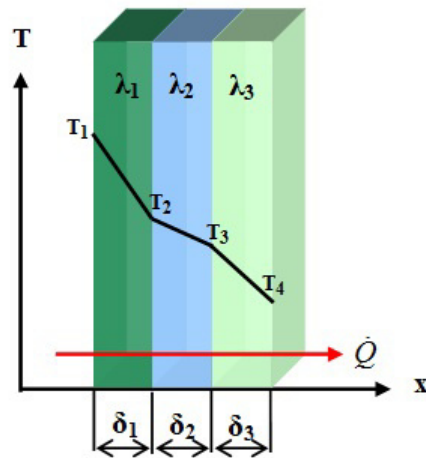
$$\lambda - \text{tepelná vodivost} \quad [W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}]$$

$$\rho - \text{hustota} \quad [kg \cdot m^{-3}]$$

$$c_p - \text{měrná tepelná kapacita materiálu} \quad [J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}]$$

Všechny tyto uvedené materiálové konstanty jsou závislé na vnějších podmínkách, jakými jsou teplota a vlhkost, a jsou to konstanty, které jsou dostupné ve většině chemických tabulkách [14], [16], [17].

### 1.2.4 Vedení tepla neomezenou složenou rovinnou stěnou



Obr. 3 – Schéma složené rovinné stěny [1]

Na obrázku (Obr. 3) je zobrazené schéma složené rovinné stěny, kde každá stěna má jak svoji tloušťku  $\delta$ , tak tepelnou vodivost  $\lambda$ . V tomto případě jde o složení tří stěn. Tepelný tok musí projít beze změny všemi třemi vrstvami a platí

$$\dot{Q} = -\lambda_1 \cdot A \cdot \frac{T_2 - T_1}{\delta_1} = -\lambda_2 \cdot A \cdot \frac{T_3 - T_2}{\delta_2} = -\lambda_3 \cdot A \cdot \frac{T_4 - T_3}{\delta_3} \quad (7)$$

Tento vztah se dá i následně přepsat do vztahu pomocí odporů vedení tepla.

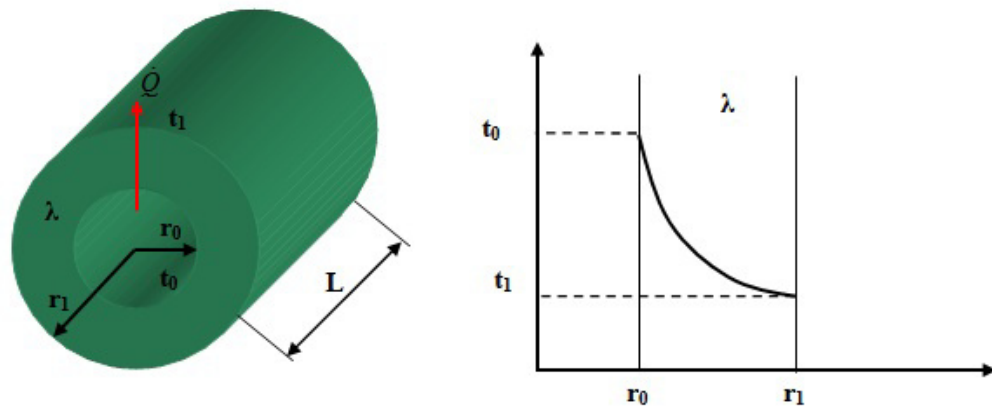
Po sečtení a eliminaci neznámých teplot  $T_2$  a  $T_3$  získáme

$$\dot{Q} = \frac{T_1 - T_4}{\frac{\delta_1}{\lambda_1 \cdot A} + \frac{\delta_2}{\lambda_2 \cdot A} + \frac{\delta_3}{\lambda_3 \cdot A}} = \frac{T_1 - T_4}{R_1 + R_2 + R_3} \quad (8)$$

Pro tepelný tok procházející skrz složenou stěnu z  $n$  vrstev potom platí [1], [13]

$$\dot{Q} = \frac{T_1 - T_{n+1}}{\sum_{j=1}^n \frac{\delta_j}{\lambda_j}} \cdot A \quad (9)$$

## 1.2.5 Vedení tepla jednoduchou a složenou válcovou stěnou



Obr. 4 – Řez válcovou trubkou a teplotní profil [1]

Obrázek (Obr. 4) znázorňuje jak řez válcovou trubkou, tak i teplotní profil. Jednoduchá válcová stěna má svoji charakteristickou tepelnou vodivost  $\lambda$ , poloměry  $r_0$  a  $r_1$ , a také svoji délku  $L$ . Tepelný tok  $\dot{Q}$  teče skrz teplosměnnou plochu

$$A = 2\pi \cdot r \cdot L \quad (10)$$

Po dosazení teplosměnné plochy do Fourierova zákona dostáváme

$$\dot{Q} = -2\pi r \cdot L \cdot \lambda \frac{dT}{dr} \quad (11)$$

Po integraci dostáváme výsledný vztah pro tepelný tok procházející skrz válcovou stěnu

$$\dot{Q} = 2\pi \cdot L \cdot \lambda \frac{t_0 - t_1}{\ln \frac{r_1}{r_0}} \quad (12)$$

Pro složenou válcovou stěnu, z nichž má každá stěna jinou tepelnou vodivost a průměr, bude vztah pro výpočet tepelného toku následující [1], [13].

$$\dot{Q} = 2\pi \cdot L \frac{t_0 - t_n}{\sum_{j=1}^n \left( \frac{1}{\lambda_j} \right) \cdot \ln \left( \frac{r_j}{r_{j-1}} \right)} \quad (13)$$

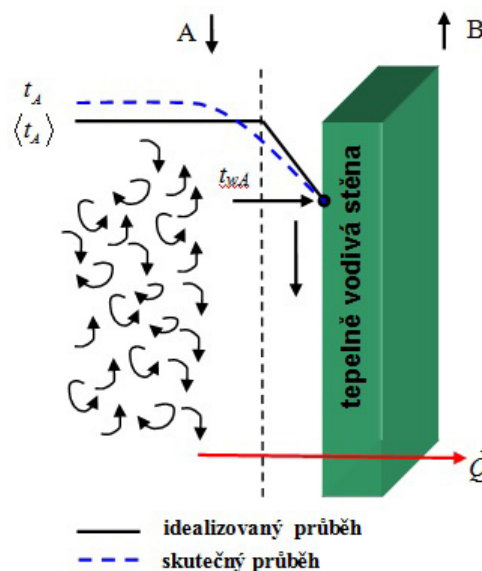
## 1.3 Proudění

### 1.3.1 Princip proudění

Přenos tepla prouděním (cizím slovem konvekce) je tvořen dvěma mechanismy. První mechanismus se nazývá kondukcce, jehož základní vlastností je náhodný pohyb molekul. Druhý mechanismus popisuje pohyb tekutiny spíše z objemového a makroskopického hlediska. Zde dochází ke společnému pohybu molekul zejména ve velkých objemech. Tento proces se nazývá advekce. Pojem kondukcce potom vznikl složením těchto dvou slov.

Základní charakteristickou vlastností přenosu tepla prouděním je pohyb prostředí, tedy proudění tekutin a jejich kontakt s okolními tuhými látkami, respektive s nějakým povrchem (např. stěna potrubí), který má odlišnou teplotu. V případě, že mají tekutiny vyšší teplotu než tuhé látky, potom předávají tepelnou energii. V opačném případě tekutiny tepelnou energii odvádějí [1], [3], [14].

### 1.3.2 Tepelný tok a Newtonův ochlazovací zákon



Obr. 5 – Teplotní profil skrz tepelně vodivou stěnu [18]

Proces předávání tepelné energie mezi tuhými látkami a tekutinou se nazývá přestup tepla. Následující schéma (Obr. 5) znázorňuje teplotní profil mezi tekoucí kapalinou A, B a tepelně vodivou stěnou. Poblíž povrchu stěny dochází k tvorbě tzv. laminární vrstvy, kde je rychlost proudění tekutiny v intervalu od 0 do rychlosti

volného proudu. V tomto případě vychází přestup tepla z tzv. Newtonova ochlazovacího zákona. Dle empirického vyjádření Newtonova ochlazovacího zákona potom platí vztah pro ustálený stav tepelného toku

$$d\dot{Q} = \alpha_A \cdot \langle t_A \rangle - t_{wA} \big| dA \quad (14)$$

Následně z této formulace zákona pro tepelný tok platí

$$\dot{Q} = \alpha_A \cdot \langle t_A \rangle - t_{wA} \big| A \quad (15)$$

$\dot{Q}$  - tepelný tok [W]

$\alpha_A$  - součinitel přestupu tepla [Wm<sup>-2</sup>K<sup>-1</sup>] = [kgs<sup>-3</sup>K<sup>-1</sup>]

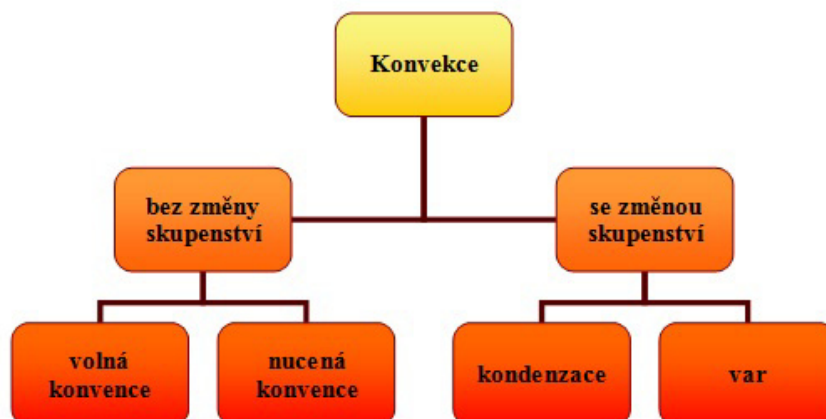
A - teplosměnná plocha [m<sup>2</sup>]

$\langle t_A \rangle$  - střední teplota tekutiny A [°C]

$t_{wA}$  - teplota povrchu stěny u tekutiny A [°C]

Součinitel přestupu tepla  $\alpha$  není závislý na materiálovém složení tak, jak tomu je u tepelné vodivosti  $\lambda$  u přenosu tepla vedením, ale lze jej určit z kritérií podobnosti, které se uplatňují u sdílení tepla prouděním [1], [14], [18].

Následující schéma (Obr. 6) zobrazuje rozdělení mechanismu sdílení tepla prouděním (konvencí) podle charakteru přestupu tepla.



Obr. 6 – Dělení mechanismu sdílení tepla konvencí [18]

### 1.3.3 Kriteriaální rovnice nucené a volné konvence

Při řešení jednotlivých případů přenosu tepla prouděním bývá nejčastější problém určení tepelného toku, jehož hodnota je závislá na součiniteli přestupu tepla  $\alpha$  a součiniteli přestupu látky  $\beta$ . Jsou to právě kriteriaální rovnice (kritéria podobnosti), pomocí nichž určujeme v praxi tyto dva součinitele. Avšak při řešení konvektivního přenosu tepla musíme odlišovat volnou a nucenou konvenci, tedy způsob proudění tekutiny [1], [2].

- **Volná konvence** – V okamžiku, kdy je pohyb tekutiny vyvolán rozdílem teplot v různých částech prostoru, jedná se o volnou konvenci, která má za následek rozdíly v hustotě tekutin. Působením hydrostatického tlaku má za příčinu vertikální proudění ve smyslu, že chladnější tekutina s vyšší hustotou proudí směrem dolů, kdežto teplejší tekutina s nižší hustotou proudí směrem nahoru. Příkladem volné konvence je cirkulace vzduchu ve vytápěné místnosti, komínový tah, atd.
- **Nucená konvence** – Tento případ nastává v okamžiku, kdy je tekutina „nucena“ k toku přes teplosměnnou plochu jiným způsobem, než-li rozdílem teplot. Obecně je mechanická energie tekutině dodávána pomocí čerpadel nebo míchadel a jiných zařízení.

V praktických výpočtech se setkáváme s řadou bezrozměrných veličin, pomocí kterých dochází k velkému zjednodušení při jednotlivých výpočtech. Jedná se o tzv. kriteriaální rovnice [1], [2], [14].

$$\mathbf{Nu - Nusseltovo kritérium} \quad Nu = \frac{\alpha \cdot l}{\lambda} \quad (16)$$

$$\alpha - \text{součinitel přestupu tepla} \quad [Wm^{-2}K^{-1}] = [kgs^{-3}K^{-1}]$$

$$l - \text{charakteristická délka} \quad [m]$$

$$\lambda - \text{tepelná vodivost tekutiny} \quad [W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}]$$

$$\mathbf{Pe - Péceletovo kritérium} \quad Pe = \frac{v \cdot l}{a} \quad (17)$$

$$v - \text{rychlost proudění tekutiny} \quad [m \cdot s^{-1}]$$

$a$  - teplotní vodivost  $[m^2 \cdot s^{-1}]$

$$\mathbf{Re - Reynoldsovo kritérium} \quad \text{Re} = \frac{v \cdot l}{\nu} = \frac{v \cdot l \cdot \rho}{\eta} \quad (18)$$

$\nu$  - kinematická viskozita  $[m^2 \cdot s^{-1}]$

$\eta$  - dynamická viskozita  $[Pa \cdot s]$

$v$  - rychlost proudění tekutiny  $[m \cdot s^{-1}]$

$\rho$  - hustota  $[kg \cdot m^{-3}]$

$l$  - charakteristická délka  $[m]$

$$\mathbf{Pr - Prandltovo kritérium} \quad \text{Pr} = c_p \frac{\eta}{\lambda} \quad (19)$$

$c_p$  - měrná tepelná kapacita  $[J \cdot Kg^{-1} \cdot K^{-1}]$

$\lambda$  - tepelná vodivost tekutiny  $[W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}]$

$\eta$  - dynamická viskozita  $[Pa \cdot s]$

$$\mathbf{Gr - Grashofovo kritérium} \quad \text{Gr} = \beta \cdot \Delta t \cdot \frac{g \cdot l^3}{\nu^2} \quad (20)$$

$g$  - gravitační zrychlení,  $g \approx 9,823$   $[m \cdot s^{-2}]$

$\beta$  - teplotní objemová roztažnost  $[K^{-1}]$

$l$  - charakteristická délka  $[m]$

$\nu$  - kinematická viskozita  $[m^2 \cdot s^{-1}]$

$\Delta t$  - rozdíl teplot  $[^\circ C]$

[13], [18]

Hodnota součinitele přestupu tepla je závislá na nemalé řadě proměnných, obecně můžeme napsat závislost součinitele přestupu tepla v tomto tvaru

$$\alpha = (t, p, \rho, c_p, \lambda, \eta, \nu, d, L, \dots) \quad (21)$$

Při řešení jednotlivých případů přenosu tepla prouděním byly zavedeny jednodušší závislosti, které se nazývají kritériální rovnice

$$Nu = Nu(\text{Pr, Re, Gr, Fo} \dots) \quad (22)$$

Podle typu úlohy může vyplynout další zjednodušení. V případě stacionární tepelné konvence odpadá závislost Fourierova čísla. Vliv Reynoldsova čísla lze zanedbat v okamžiku volné konvence. Ve vynucené konvenci odpadá závislost Grashofova čísla. Výsledná podoba takto zjednodušených kritériálních rovnic je následující [2], [14]

- volná konvence 
$$Nu = Nu(\text{Pr, Gr}) \quad (23)$$

- nucená konvence 
$$Nu = Nu(\text{Pr, Re}) \quad (24)$$

**Tab. 2 – Tabulka informativních hodnot součinitele přestupu tepla [2]**

Případ tepelné konvence	$\alpha (W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1})$
ohřívání a ochlazování vzduchu	1 – 50
ohřívání a ochlazování přehřáté vodní páry	25 - 120
ohřívání a ochlazování olejů	50 – 2 000
ohřívání a ochlazování vody	250 – 12 000
voda při teplotě varu	600 – 50 000
odpařování vody	1 400 – 2 000
blánová kondenzace vodní páry	5 000 – 20 000
kapková kondenzace vodní páry	35 000 – 140 000

## 1.4 Sálání

### 1.4.1 Princip sálání

Přenos tepla sáláním (radiací) je zprostředkováván prostřednictvím elektromagnetického záření, které vyzařuje těleso, jenž má konečnou teplotu. V tomto případě dochází k emitování (vyzařování) energie právě ve formě elektromagnetického záření. Hlavním a také největším rozdílem přenosu tepla sáláním od přenosu tepla vedením a prouděním je fakt, že při procesu sálání nedochází k hmotnému kontaktu obou prostředí (systémů) a může k němu docházet dokonce i v absolutním vakuu [1], [2].

Tepelné záření vzniká v okamžiku, kdy se většina tepelného toku vyzařované tělesem přemění na tepelný tok dopadající na jiné těleso. Každé hmotné těleso je potom ve své podstatě zdrojem elektromagnetického záření, které se může jak odrážet, tak pohlcovat nebo propouštět [8].

Princip sálání potom ve velké míře souvisí s obecnými zákony odrazu, lomu a pohlcování. Dopadá-li záření na určité fázové rozhraní, dochází k odrazu (reflexe)  $r$ , pohlcování (absorpce)  $a$  a průstupu záření tělesem (diatermie)  $p$ . Všechny tyto veličiny udávají poměr vůči zářivému výkonu  $\dot{E}_d$  [W] dopadajícímu na těleso z nějakého tepelného zářiče. Zářivý výkon je potom závislý především na povrchu tělesa, na který dopadá [1], [2], [8].

V případě, že je množství zářivé energie při dopadu na povrch tělesa rovno jedné, platí vztah

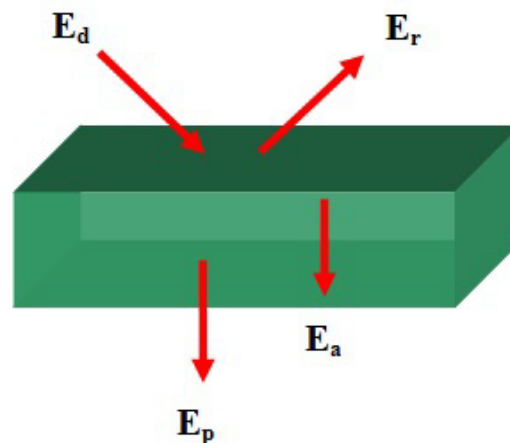
$$r + a + p = 1 \quad (25)$$

Jednotlivé složky se následně dají rozepsat do poměrového vztahu vůči zářivému výkonu  $E_d$

$$r = \frac{E_r}{E_d}, \quad a = \frac{E_a}{E_d}, \quad p = \frac{E_p}{E_d} \quad (26)$$

Složka  $r$  se potom nazývá relativní odrazivost (reflexe), složka  $a$  relativní pohltivost (absorpce) a  $p$  relativní průteplivost (diatermie). Všechny tyto veličiny jsou bezrozměrné a slouží k popisu jednotlivých látek, v závislosti na jejich chování při tepelném záření [2].

Těleso bílé (dokonalé zrcadlo)	$r = 1$
Těleso černé	$a = 1$
Těleso průteplivé (diatermní)	$p = 1$
Těleso šedé	$a + r = 1$



Obr. 7 – Řez stěnou při dopadajícím tepelném záření [8]

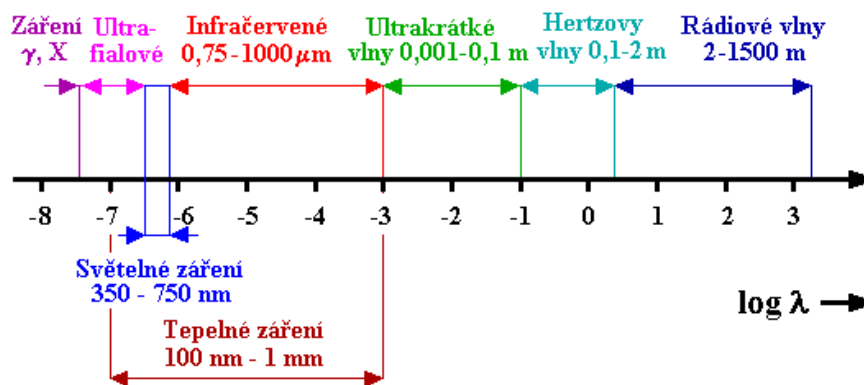
Na (Obr. 7) je znázorněn řez stěnou při dopadajícím tepelném záření. V případě absolutně černého tělesa je veškerá dopadající tepelná energie absorbována a platí, že  $a = 1$ ,  $r = p = 0$ . Absolutně černé těleso je svým způsobem také případ šedého tělesa při hodnotě  $r = 0$ . Pojem absolutně černé těleso je ve fyzice zaveden pro teoretické řešení mezních situací, které dochází při odrazu, absorpci a průchodu tepelného záření tělesem.

Pro absolutně bílé těleso (dokonalé zrcadlo) potom platí fakt, že je všechna tepelná energie odražena a z toho vyplývá, že  $r = 1$ ,  $a = p = 0$ .

Avšak u reálných těles se určuje tzv. „stupeň černosti“. Stupeň černosti je udáván v procentech a vyjadřuje, kolik procent energie dopadajícího záření absorbují. Příkladem takovýchto těles mohou být petrolejové saze, platinová čern a drsné oxidované železo, které mají stupeň černosti 90 – 95 %, což znamená, že 90 – 95 % energie dopadajícího záření absorbují. Pevná tělesa absorbují záření libovolných délek, naopak plynné látky absorbují záření jen v určitém vymezeném rozmezí vlnových délek [1], [2], [8], [14].

### 1.4.2 Šíření záření

Každý objekt (těleso) je zdrojem elektromagnetického záření, jehož výsledkem je teplotní rozdíl (diference). Pomocí elektromagnetického spektra rozlišujeme několik druhů záření, které se rozděluje podle velikosti vlnové délky  $\lambda$  (Obr. 8). Tepelné záření má rozsah vlnových délek zhruba od 100 nm až 1 mm. Do tohoto rozmezí spadá běžné světelné záření s vlnovou délkou 350 – 750 nm, dále infračervené záření s vlnovou délkou 0,75 – 1000  $\mu\text{m}$  a část ultrafialového záření [8].



Obr. 8 – Spektrum elektromagnetického záření [8]

Záření se šíří rychlostí  $c$ , která je potom závislá zejména na druhu prostředí, avšak v absolutním vakuu má hodnotu [8]

$$c_0 = (2,99792458 \pm 0,000000012) \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \approx 300\,000 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1} \quad (27)$$

Rychlost záření v běžném látkovém prostředí je potom menší než rychlost záření ve vakuu a je dána podle vztahu

$$v_l = \frac{c_0}{n} \quad (28)$$

$v_l$  - rychlost záření v látkovém prostředí  $[\text{m} \cdot \text{s}^{-1}]$

$c_0$  - rychlost záření ve vakuu  $[\text{m} \cdot \text{s}^{-1}]$

$n$  - index lomu  $[1]$

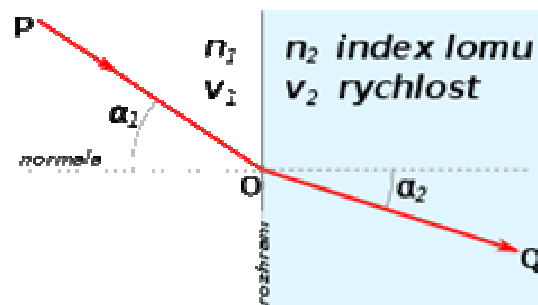
Index lomu je bezrozměrná fyzikální veličina, která popisuje šíření světla a elektromagnetické záření v látkách a je definován jako poměr rychlostí šíření záření ve vakuu  $c_0$  k rychlosti šíření záření v daném prostředí  $c$  [19].

$$n = \frac{c_0}{c} \quad (29)$$

V nehomogenním prostředí nedochází k přímočarému šíření záření, ale dochází k lomům paprsků při přechodu z jednoho prostředí do jiného. K popisu šíření záření se využívá tzv. Snellova zákona.

Snellův zákon (Obr. 9) uvažuje dvě rovinná prostředí s dvěma různými indexy lomu  $n_1$  a  $n_2$ . Paprsek dopadá na rozhraní pod úhlem  $\alpha_1$ , po dopadu na rozhraní dochází k lomu paprsku pod úhlem  $\alpha_2$ . Při záření z opticky řidšího prostředí do prostředí opticky hustšího dochází k lomu ke kolmici, v opačném případě dochází k lomu paprsku od kolmice. Podle Snellova zákona potom platí rovnice [8], [20].

$$n_1 \cdot \sin \alpha_1 = n_2 \cdot \sin \alpha_2 \quad (30)$$



Obr. 9 – Princip Snellova zákona [20]

### 1.4.3 Stefan – Boltzmanův zákon a emisivita

Tento zákon slouží k popisu ideálního tepelného zářiče (černého tělesa) nebo také černého povrchu. Stejně tak slouží k popisu celkové intenzity záření. Obecná formulace Stefana – Boltzmanova zákona říká, že každý ideální zářič emituje tepelné záření úměrné čtvrté mocnině absolutní teploty povrchu tělesa, neboli že zářivost (hustota zářivého toku) roste se čtvrtou mocninou termodynamické teploty zářícího tělesa. Matematická formulace je potom následující [1],[2]

$$E_0 = \sigma \cdot T^4 \quad (31)$$

$$E_0 - \text{zářivost černého tělesa} \quad [W / m^2]$$

$$T - \text{teplota povrchu tělesa} \quad [K]$$

$$\sigma - \text{Stefan – Boltzmanova konstanta} \quad [W / m^2 K^4]$$

$$\sigma = 5,669 \cdot 10^{-8} \quad (32)$$

V případě přeměny zářivého toku na tepelný tok při dopadu na těleso nebo objekt je možné Stefan – Boltzmanův zákon přepsat do tvaru

$$\dot{Q}_0 = S \cdot \sigma \cdot T^4 \quad (33)$$

$$\dot{Q}_0 - \text{tepelný tok} \quad [W]$$

$$S - \text{teplosměnná plocha} \quad [m^2]$$

Teplota  $T$  a Stefan – Boltzmanova konstanta  $\sigma$  jsou stejné jako v předešlém případě. Avšak tento případ popisuje dokonalé tepelné zářiče, v případě reálných, tedy nedokonalých tepelných zářičů, je tepelný tok menší a platí

$$\dot{E}_0 = \varepsilon \cdot \sigma \cdot T^4 \quad (34)$$

Stejně tak pro tepelný tok

$$\dot{Q}_0 = \varepsilon \cdot \sigma \cdot T^4 \quad (35)$$

$$\varepsilon - \text{poměrná zářivost (emisivita)} \quad [1]$$

Poměrná zářivost, někdy také nazývaná emisivita, je bezrozměrná veličina, jejíž velikost je v intervalu od 0 do 1 a je charakterizována jako poměr energie emitované k energii dopadající na povrch tělesa. Dokonalý zářič má hodnotu  $\varepsilon = 1$ , u nedokonalého zářiče je  $\varepsilon = 0$ . Emisivita je závislá na materiálu a na jeho povrchových úpravách, ale také na směru vyzařování. Konkrétní hodnotu emisivity nalezneme pro různé materiály v tabulkách [1], [2], [8].

Ukázka hodnot emisivity pro různé materiály v závislosti na teplotě je znázorněna v tabulce (Tab. 3).

**Tab. 3 – Tabulka hodnot emisivity pro různé druhy materiálů [4]**

Materiál povrchu tělesa	Teplota T [°C]	Emisivita $\varepsilon$ [-]
Ocel leštěná	450 – 1000	0,14 – 0,38
Ocel oxidovaná	100 – 600	0,73 – 0,8
Ocel silně zrezivělá	40 – 400	0,94 – 0,97
Leštěný hliník	25	0,04
Leštěný chrom	40 – 500	0,08 – 0,36
Leštěná měď	120	0,023
Měď oxidovaná	130	0,76
Lakový povrch (bílý i černý)	40 – 100	0,8 – 0,95
Sklo	90	0,88
Dřevo	70	0,91
Cihly červené	40	0,93

Podle formulace II. Kirchhofova zákona je těleso v tepelné rovnováze stejně dokonalým zářičem, jako schopností toto záření pohlcovat. Z tohoto důvodu je v tepelné rovnováze emisivita rovna poměrné pohltivosti (absorbanci) [2], [8].

$$a = \varepsilon \quad (36)$$

#### 1.4.4 Záření mezi nekonečně rozlehlými rovinnými paralelními povrchy

Předpokládejme dva nekonečně paralelní povrchy, dále uvažujme, že jsou jejich plochy stejné, a tedy můžeme psát, že  $S_1 = S_2$ . Dále uvažujme, že všechna energie, která je vyzařována z prvního povrchu dopadá pouze a jenom na druhý povrch. Za těchto předpokladů bude výsledná intenzita zářivého toku mezi oběma povrchy následující [1]

$$\dot{q}_{1-2} = \frac{\sigma \cdot (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1} \quad [W / m^2] \quad (37)$$

$T_1$  - teplota prvního povrchu  $[K]$

$T_2$  - teplota druhého povrchu  $[K]$

$\varepsilon_1$  - emisivita prvního povrchu  $[1]$

$\varepsilon_2$  - emisivita druhého povrchu  $[1]$

#### 1.4.5 Záření mezi nekonečně dlouhými soustřednými válci

Uvažujme dva soustředné válce, tak výpočet zářivého toku přeneseného směrem od vnitřního válce k vnějšímu válci může být zapsán následujícím způsobem [1]

$$\dot{Q}_{1-2} = \frac{\sigma \cdot S_1 \cdot (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \left( \frac{S_1}{S_2} - \frac{1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_2} \right)} \quad [W] \quad (38)$$

$T_1$  - teplota povrchu vnitřního válce  $[K]$

$T_2$  - teplota povrchu vnějšího válce  $[K]$

$\varepsilon_1$  - emisivita vnitřního válce  $[1]$

$\varepsilon_2$  - emisivita vnějšího válce  $[1]$

$S_1$  - plocha vnitřního válce  $[m^2]$

$S_2$  - plocha vnějšího válce  $[m^2]$

### 1.4.6 Záření mezi povrchem obklopeného mnohem větším povrchem

Uvažujme povrch, který je obklopen druhým mnohem větším, a zároveň tedy můžeme psát tento limitní vztah, že  $S_1 / S_2 \rightarrow 0$ . Za těchto předpokladů potom pro výsledný zářivý tok mezi oběma povrchy platí

$$\dot{Q}_{1-2} = \sigma \cdot \varepsilon_1 \cdot S_1 \cdot (T_1^4 - T_2^4) \quad (39)$$

$\varepsilon_1$  - emisivita prvního povrchu [1]

$\varepsilon_2$  - emisivita druhého povrchu [1]

$T_1$  - teplota prvního povrchu [K]

$T_2$  - teplota druhého povrchu [K]

$S_2$  - plocha prvního povrchu [ $m^2$ ]

Tento vztah pro výpočet zářivého toku se také velmi používá při výpočtech tepelných ztrát z určitého povrchu do velké místnosti [1].

## 2 POPIS ZVOLENÉHO MATEMATICKÉHO SOFTWARE

### 2.1 Wolfram Mathematica

Pro tvorbu multimediálních učebních pomůcek z vybraných typů úloh z problematiky sdílení tepla jsem využil zejména programovací prostředí Wolfram Mathematica, verze 8.0.4.0.

Wolfram Mathematica je softwarový nástroj, který využívá k programování symbolický jazyk, pomocí něhož je možné interpretovat jednotlivá data, grafy, funkce, programy, dokonce i celý dokument, symbolickým výrazem. Mathematica využívá speciálního dokumentu zvaný notebook, jenž obsahuje textový procesor využívající systém buněk. Jednotlivé buňky notebooku slouží k oddělení textu na vstupy, výstupy, grafickou interpretaci, atd. Velkou předností tohoto programovacího jazyka je jednoduchost a efektivnost. Při programování v tomto prostředí odpadá nutnost deklarace typu proměnné, překládání programu a přímé řízení paměti.

Mezi největší přednosti tohoto softwaru je velmi podrobně propracovaná uživatelská nápověda, včetně ukázkových příkladů, které řeší problematiku jednotlivých příkazů. Nápověda obsahuje také hypertextové odkazy na jednotlivé příkazy a velice pokročilé vyhledávání. Software Wolfram Mathematica se díky těmto velice příznivým funkcím využívá a nasazuje v oblastech analýzy a vizualizaci dat, zpracovávání složitějších výpočtů s velkým počtem proměnných, dále ve finančním, biologickém a chemickém odvětví, atd. [5], [23].



Obr. 10 – Logo programu Wolfram Mathematica 8 [22]

## 2.2 Možnosti využití softwaru Wolfram Mathematica pro popis a vizualizaci ustáleného sdílení tepla

### 2.2.1 Možnosti popisu a vizualizace

Softwarový nástroj Wolfram Mathematica umožňuje velké množství vizualizačních technik pro popis a znázornění grafických průběhů. Mezi nejzákladnější příkazy zobrazení grafů a vizualizaci patří následující syntaxe příkazů [5],[23].

`Plot[f, {x, xmin, xmax}]`

- generuje grafický průběh funkce  $f$  proměnné  $x$  v zadaném počátečním a koncovém intervalu  $x_{min}$  a  $x_{max}$

`Plot[{f1, f2, ...}, {x, xmin, xmax}]`

- generuje graf funkcí  $f1$  a  $f2$  proměnné  $x$  v zadaném počátečním a koncovém intervalu  $x_{min}$  a  $x_{max}$

`ListPlot[{x1, y1}, {x2, y2}, ...]`

- generuje graf množin bodů, které jsou zapsány souřadnicemi  $x$  a  $y$

`Plot3D[f, {x, xmin, xmax}, {y, ymin, ymax}]`

- generuje 3D graf funkce dvou proměnných  $x$  a  $y$  v zadaných počátečních a koncových intervalech  $x_{min}$ ,  $x_{max}$  a  $y_{min}$ ,  $y_{max}$

`Manipulate[expr, {u, umin, umax}]`

- vyhodnocuje výraz  $expr$  s možností přidání interaktivního modulu pro změnu (manipulaci) hodnoty  $u$  s přednastaveným rozsahem  $u_{min}$  a  $u_{max}$

## 2.3 Comsol Multiphysics

Pro vybrané typy úloh přenosu tepla byl využit ve spolupráci s vedoucí práce Ing. Hanou Charvátovou, Ph.D. také modelovací a simulační nástroj Comsol Multiphysics, verze 4.1.

Software Comsol Multiphysics slouží k modelování a řešení fyzikálních dějů jak v inženýrské praxi, tak v technických oblastech včetně vědeckých oborů. Hlavní předností tohoto nástroje je velká přehlednost a také velké možnosti grafického modelování. Comsol Multiphysics řeší úlohy parciálních diferenciálních rovnic, jejichž parametry, jako jsou definice prostředí, okrajové podmínky, pomocí přívětivého uživatelského prostředí. Toto programové prostředí také obsahuje možnost propojení s nástrojem Matlab.

Modelování se provádí pomocí CAD nástroje v grafickém editoru, dalšími možnostmi jsou načítání geometrických modelů ve formátech STL a VRML, dále 2D modely v DXF formátech a také 3D modely ve formátu NASTRAN. Různým částem modulu mohou být přidávány proměnné a funkce, které se dále využívají k simulaci. Součástí je také knihovna předdefinovaných materiálů a chemických prvků. Zpracované výsledky mohou být interpretovány pomocí barevných map, řezů, grafů, atd. Velkou předností tohoto softwaru jsou možnosti animace a modelování, ale také export do formátu AVI, GIF nebo Flash [10].



*Obr. 11 – Logo programu COMSOL Multiphysics [21]*

## **II. PRAKTICKÁ ČÁST**

### 3 MULTIMEDIÁLNÍ UČEBNÍ POMŮCKY PRO POPIS SDÍLENÍ TEPLA

Při tvorbě multimediálních učebních pomůcek pro popis vybraných úloh z problematiky sdílení tepla jsem využil, jak je již zmíněno v předešlé kapitole, softwarové nástroje Wolfram Mathematica a Comsol Multiphysics. Vytvořené aplikace řeší problematiku stacionárního sdílení tepla vedením, prouděním a sáláním. Výstupy těchto učebních pomůcek jsou v podobě grafů, obrázků, animací a výpočtů.

#### 3.1 Popis uživatelského prostředí a ovládání aplikace

Spuštění programu lze provést v prostředí Wolfram Mathematica nejlépe klávesovou zkratkou „Shift + Enter“, popřípadě v sekci „Evaluation“ a „Evaluate notebook“. Po spuštění programu se zobrazí výsledná podoba multimediálních učebních pomůcek (Obr. 12), kde si uživatel v prvním kroku zvolí kategorii, se kterou chce pracovat. Pomocí výběrového menu si může uživatel zvolit jednu z 8 následujících možností.

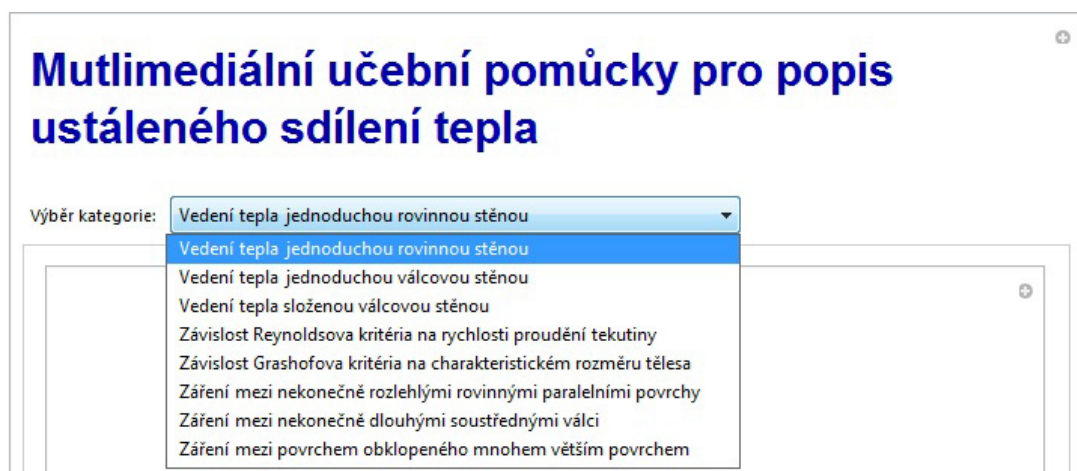
- Vedení tepla jednoduchou rovinnou stěnou.
- Vedení tepla jednoduchou válcovou stěnou.
- Vedení tepla složenou válcovou stěnou.
- Závislost Reynoldsova kritéria na rychlosti proudění tekutiny.
- Závislost Grashofova kritéria na charakteristickém rozměru tělesa.
- Záření mezi nekonečně rozlehlými rovinnými paralelními povrchy.
- Záření mezi nekonečně dlouhými soustřednými válci.
- Záření mezi povrchem obklopeného mnohem větším povrchem.

Volbou jedné konkrétní možnosti se načte vzorový příklad, který do této kategorie sdílení tepla spadá, a poté následuje zadávání vstupních hodnot (podle typu příkladu), které může uživatel měnit pomocí „sliderů“ v určitém intervalu. Změnou vstupní hodnoty pomocí „slideru“ se automaticky mění průběh vykreslovaného grafu v závislosti na typu úlohy. Při zadávání hodnot může uživatel také využít jedno z šesti dostupných tlačítek funkce Manipulate, které se nachází vedle pole pro zadávání vstupních hodnot.

Pomocí těchto tlačítek se může provádět:

- krokování směrem dolů „Step Backward“,
- krokování směrem nahoru „Step Forward“,
- spuštění animace „Play“,
- pomalejší a rychlejší animace „Slower“ a „Faster“,
- směr provádění animace „Backward“, „Forward“ a „Forward and Backward“.

Součástí programu je i tlačítko „Načíst hodnoty ze zadání“, které slouží k načtení hodnot, jež jsou uvedeny v konkrétním zadání příkladu. Jedná se spíše o výchozí nastavení pro daný příklad. Program také obsahuje možnost zapínání a vypínání svislých a vodorovných mřížek u jednotlivých grafů. U některých příkladů program umožňuje mimo zobrazení grafického průběhu také výpočet tepelného toku, intenzity zářivého toku a zářivého toku (podle typu vybrané úlohy) pro zadané vstupní hodnoty uživatelem.



Obr. 12 – Hlavní okno programu a výběrové menu kategorie

### 3.1.1 Vedení tepla jednoduchou rovinnou stěnou

Volbou této kategorie se načte vybraný vzorový příklad, jehož zadání je zobrazeno na obrázku (Obr. 13). Stejně tak je zde zobrazeno i uživatelské prostředí této úlohy. Výstupem tohoto příkladu je graf rozložení teploty ve stěně (Obr. 14). Zde může uživatel nastavovat celkem 3 parametry, jejichž změnou dojde k ovlivnění průběhu vykreslovaného grafu v závislosti na zvolených hodnotách. Jedná se o parametry:

- teplota vnitřního povrchu stěny  $t_0$  (°C) v intervalu od 60 do 100,
- teplota vnějšího povrchu stěny  $t_1$  (°C) v intervalu od 0 do 40,
- tloušťka rovinné stěny  $d$  (m) v intervalu od 0,02 do 0,06.

**Příklad 1. – Průběh teploty v rovinné stěně**

**ZADÁNÍ:**  
Stanovte průběh teploty v rovinné desce o tloušťce 40 mm.  
Vnitřní povrch stěny má teplotu 80°C, vnější povrch stěny má teplotu 20°C.

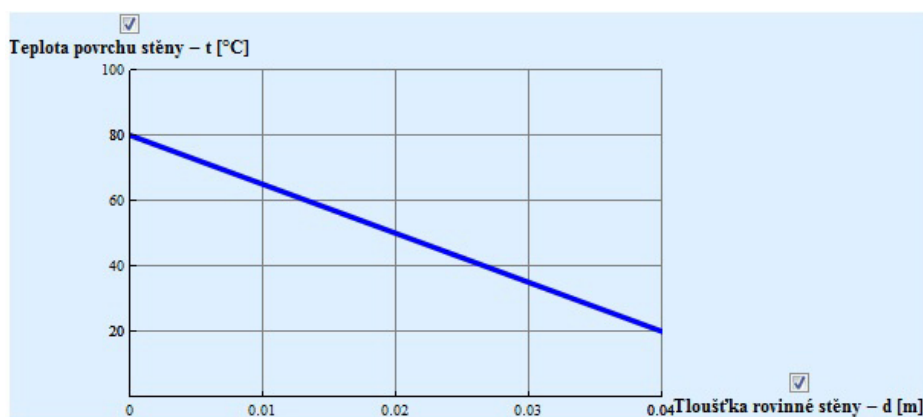
Načíst hodnoty ze zadání

Teplota vnitřního povrchu stěny  $t_0$  (°C)

Teplota vnějšího povrchu stěny  $t_1$  (°C)

Tloušťka rovinné stěny  $d$  (m)

Obr. 13 – Uživatelské prostředí příkladu č. 1



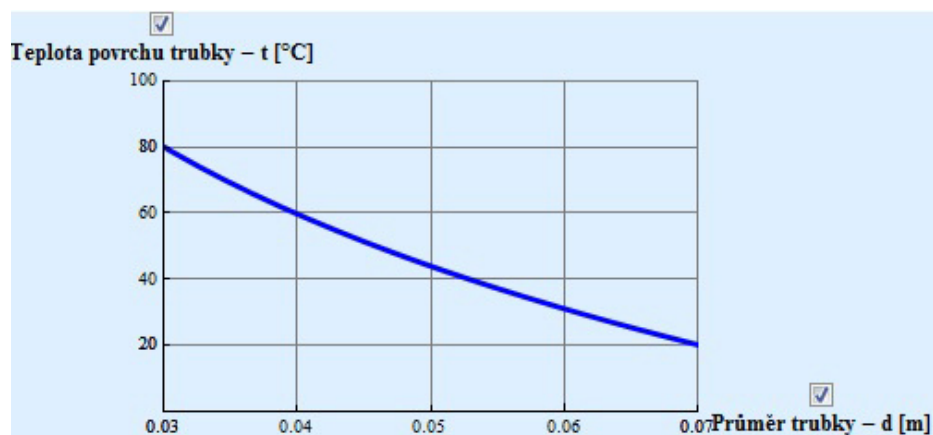
Obr. 14 – Výstup v podobě závislosti teploty povrchu stěny na tloušťce

### 3.1.2 Vedení tepla jednoduchou válcovou stěnou

Po volbě této možnosti se načte vybraný příklad z problematiky vedení tepla jednoduchou válcovou stěnou. Konkrétní zadání a okno programu je zobrazeno na obrázku (Obr. 15). Výstupem u této úlohy je graf rozložení teploty ve stěně (Obr. 16). V této kategorii je možno měnit vstupní hodnoty pro

- teplotu vnitřního povrchu trubky  $t_0$  [°C] v intervalu od 60 do 100,
- teplotu vnějšího povrchu trubky  $t_1$  [°C] v intervalu od 0 do 40,
- vnitřní průměr trubky  $d_0$  [m] v intervalu od 0,02 do 0,04,
- vnější průměr trubky  $d_1$  [m] v intervalu od 0.06 do 0.08.

Obr. 15 – Uživatelské prostředí příkladu č. 2



Obr. 16 – Výstup v podobě závislosti teploty povrchu trubky na průměru

### 3.1.3 Vedení tepla složenou válcovou stěnou

V této kategorii jsem řešil úlohu na stanovení rozložení teploty ve dvouvrstvé válcové stěně. Konkrétní zadání a uživatelské rozhraní je zobrazeno na obrázku (Obr. 17).

Uživatelé mohou být nastavovány následující hodnoty pro

- teplotu vnitřního povrchu vnitřní vrstvy  $t_0$  (°C) v intervalu od 0 do 120,
- teplotu vnějšího povrchu vnější vrstvy  $t_2$  (°C) v intervalu od 0 do 120,
- délku (výšku stěny)  $L$  (m) v intervalu od 2 do 4,
- součinitel tepelné vodivosti vnitřní vrstvy  $\lambda_1$  ( $\text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ ) od 0,4 do 395,
- součinitel tepelné vodivosti vnější vrstvy  $\lambda_2$  ( $\text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ ) od 0,04 do 395,
- vnitřní průměr vnitřní vrstvy  $d_0$  (m) v intervalu od 0,14 do 0,18,
- vnější průměr vnitřní vrstvy  $d_1$  (m) v intervalu od 0,2 do 0,25,
- vnější průměr vnější vrstvy  $d_2$  (m) v intervalu od 0,3 do 0,39.

Změnou kterékoliv z výše uvedených hodnot se mění teplotní profil ve dvouvrstvé válcové stěně (Obr. 18). Pro detailnější vykreslení grafu jsem v programu umístil i zvlášť pohledy na rozložení teploty ve vnitřní vrstvě válce (Obr. 19), stejně tak nechybí i pohled na rozložení teploty ve vnější vrstvě válce (Obr. 20). Změna náhledu na konkrétní vrstvu se provádí pomocí přepínacího menu tlačítka „Vnitřní vrstva válce“ a „Vnější vrstva válce“.

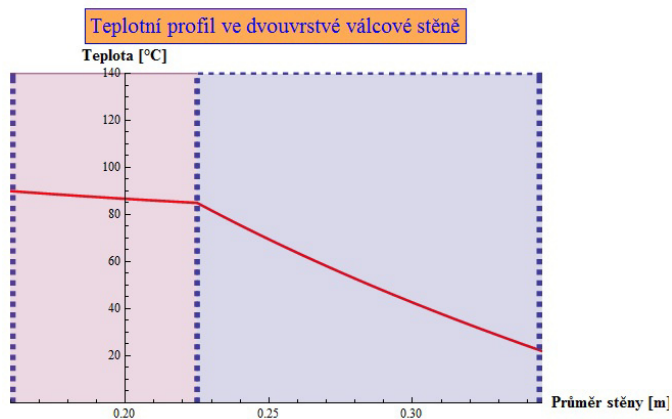
#### ZADÁNÍ:

Stanovte průběh rozložení teploty ve dvouvrstvé válcové stěně, přičemž je zadáno: Vnitřní průměr vnitřní vrstvy  $d_0 = 0.16$  m, vnější průměr vnitřní vrstvy  $d_1 = 0.225$  m, Vnější průměr vnější vrstvy  $d_2 = 0.345$  m, součinitel tepelné vodivosti vnitřní vrstvy  $\lambda_1 = 0.4 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ , součinitel tepelné vodivosti vnější vrstvy  $\lambda_2 = 0.04 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ , délka (výška) stěny  $L = 3$  m, teplota vnitřního povrchu vnitřní vrstvy  $t_0 = 90^\circ\text{C}$ , teplota vnějšího povrchu vnější vrstvy  $t_2 = 22^\circ\text{C}$ .

The image shows a user interface for configuring parameters of a double-layered cylindrical wall. At the top left, there is a button labeled "Původní nastavení". Below it, there are eight sliders, each corresponding to a specific parameter. The parameters and their units are listed on the left side of the sliders:

- Teplota vnitřního povrchu vnitřní vrstvy  $t_0$  (°C)
- Teplota vnějšího povrchu vnější vrstvy  $t_2$  (°C)
- Délka (výška) stěny  $L$  (m)
- Součinitel tepelné vodivosti vnitřní vrstvy  $\lambda_1$  ( $\text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ )
- Součinitel tepelné vodivosti vnější vrstvy  $\lambda_2$  ( $\text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ )
- Vnitřní průměr vnitřní vrstvy  $d_0$  (m)
- Vnější průměr vnitřní vrstvy  $d_1$  (m)
- Vnější průměr vnější vrstvy  $d_2$  (m)

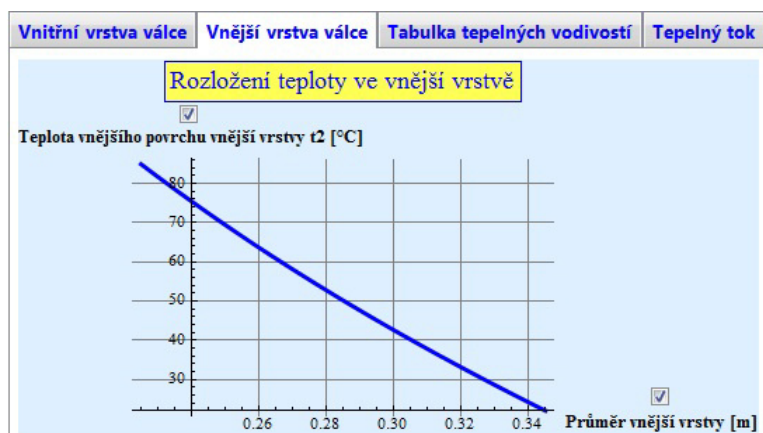
Obr. 17 – Uživatelské prostředí příkladu č. 3



Obr. 18 – Výstup v podobě teplotního profilu ve dvouvrstvé válcové stěně



Obr. 19 – Výstup v podobě grafu rozložení teploty ve vnitřní vrstvě



Obr. 20 – Výstup v podobě grafu rozložení teploty ve vnější vrstvě

Vzhledem k tomu, že je v tomto příkladu možno měnit i součinitele tepelné vodivosti jednotlivých vrstev válce, tak jsem do programu přidal i náhled na informativní tabulku tepelných vodivostí pro vybrané materiály (Obr. 21). V programu jsem také doplnil možnost výpočtu tepelného toku skrz dvouvrstvou válcovou stěnu. V sekci „Tepelný tok“ se nachází tlačítko „Vypočítat tepelný tok“ (Obr. 22). Stiskem se provede výpočet tepelného toku skrz dvouvrstvou válcovou stěnu pro aktuálně nastavené hodnoty uživatelem a zobrazí se okno (Obr. 23) s výpisem aktuálně nastavených hodnot a výsledkem výpočtu tepelného toku.

Vnitřní vrstva válce	Vnější vrstva válce	Tabulka tepelných vodivostí	Tepelný tok
<b>Materiál</b>	<b>Tepelná vodivost <math>\lambda</math> [<math>\text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}</math>]</b>		
měď	395		
mosaz	106		
ocel 0,2 %C	50		
beton armovaný	1,5		
cihly	0,28 - 1,2		
tabulové sklo	0,6 - 1		
betonový panel	0,46 - 0,74		
pěnový polystyren	0,04		
plstř	0,04 - 0,09		
korek	0,036		
Puroterm	0,033		
suchý vzduch	0,027		
voda	0,6		

Obr. 21 – Informativní tabulka tepelných vodivostí

Vnitřní vrstva válce	Vnější vrstva válce	Tabulka tepelných vodivostí	Tepelný tok
<p><b>POPIS:</b> Stiskem na tlačítko 'Vypočítat tepelný tok' se provede výpočet tepelného toku skrz dvouvrstvou válcovou stěnu pro aktuálně zadané hodnoty.</p> <p>Vypočítat tepelný tok</p>			

Obr. 22 – Tlačítko na výpočet tepelného toku skrz dvouvrstvou válcovou stěnu

Untitled-2

**Pro vámi nastavené hodnoty:**

Teplota vnitřního povrchu vnitřní vrstvy t0 (°C):  
90

Teplota vnějšího povrchu vnější vrstvy t2 (°C):  
22

Délka (výška) stěny (m):  
3

Součinitel tepelné vodivosti vnitřní vrstvy  $\lambda_1$  ( $\text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ ):  
0,4

Součinitel tepelné vodivosti vnější vrstvy  $\lambda_2$  ( $\text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ ):  
0,04

Vnitřní průměr vnitřní vrstvy d0 (m):  
0,16

Vnější průměr vnitřní vrstvy d1 (m):  
0,225

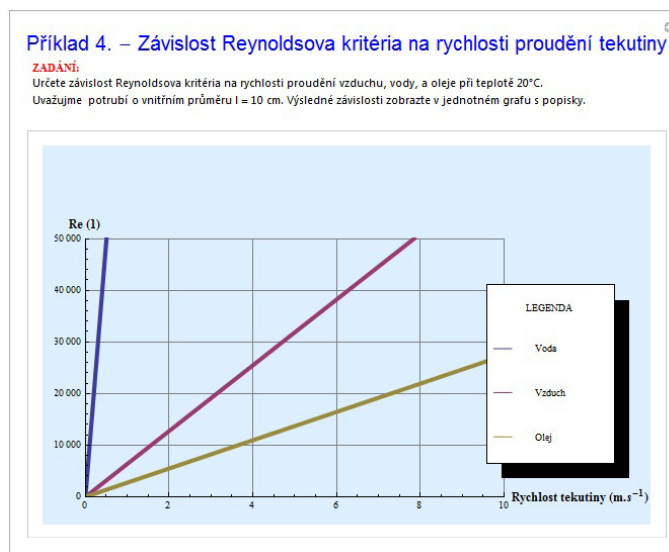
Vnější průměr vnější vrstvy d2 (m):  
0,345

**Bude výsledný tepelný tok Q (W) skrz dvouvrstvou válcovou stěnu:**  
111,087

Obr. 23 – Okno výpočtu tepelného toku

### 3.1.4 Závislost Reynoldsova kritéria na rychlosti proudění tekutiny

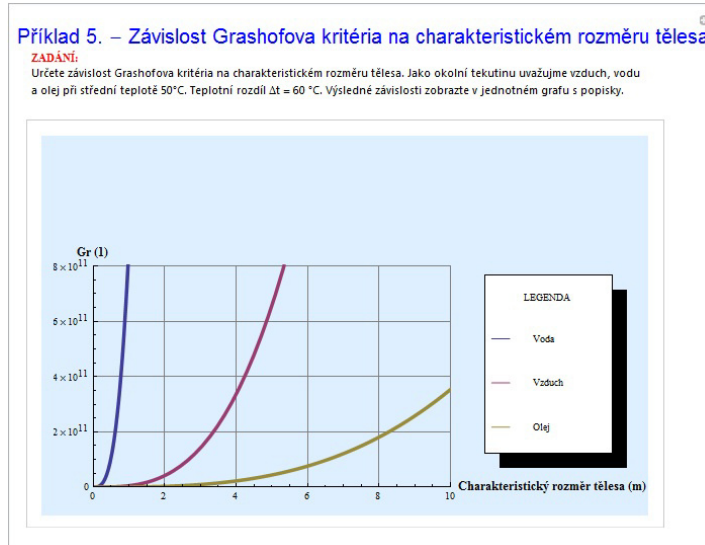
V prostředí Wolfram Mathematica 8 jsem provedl také výpočet vybraného příkladu na určení závislosti Reynoldsova kritéria na rychlosti proudění vzduchu, vody a oleje při teplotě 20° C a uvažované délce potrubí o vnitřním průměru 10 cm. Výsledné závislosti jsem zobrazil v jednotném grafu (Obr. 24) a včetně legendy s popisky je zahrnul do multimediálních učebních pomůcek.



Obr. 24 – Výstup v podobě závislosti Reynoldsova kritéria na rychlosti proudění tekutiny

### 3.1.5 Závislost Grashofova kritéria na charakteristickém rozměru tělesa

Obdobným způsobem jsem provedl výpočet vybraného příkladu na určení závislosti Grashofova kritéria na charakteristickém rozměru tělesa. Jako okolní tekutina byly uvažovány vzduch, voda a olej při teplotách 50° C. Teplotní rozdíl byl 60° C. Výslednou podobu závislosti jsem rovněž zobrazil v jednotném grafu (Obr. 25) včetně legendy s popisky a zahrnul je do multimediálních učebních pomůcek.



Obr. 25 – Výstup v podobě závislosti Grashofova kritéria na charakteristickém rozměru tělesa

### 3.1.6 Záření mezi nekonečně rozlehlými rovinnými paralelními povrchy

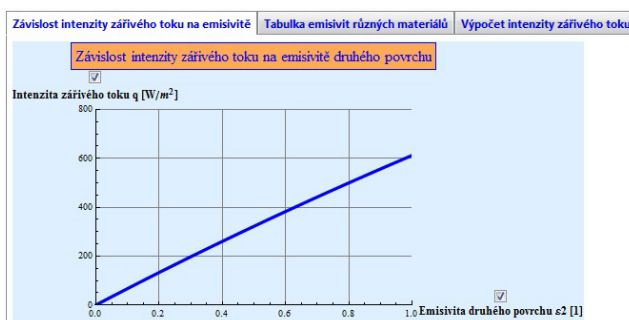
V této kategorii multimediálních učebních pomůcek byl vyřešen příklad na závislost intenzity zářivého toku na emisivitě druhého povrchu. V uživatelském prostředí této úlohy (Obr. 26) je možné měnit a zadávat vstupní hodnoty pro

- teplotu prvního povrchu  $T_1$  [K] v intervalu od 323,15 do 422,15,
- teplotu druhého povrchu  $T_2$  [K] v intervalu od 243,15 do 343,15,
- emisivitu prvního povrchu  $\varepsilon_1$  [1] v intervalu od 0,01 do 1.



Obr. 26 – Uživatelské prostředí příkladu č. 6

Výstupem této aplikace je graf v podobě závislosti intenzity zářivého toku na emisivitě druhého povrchu (Obr. 27). Vzhledem k tomu, že aplikace umožňuje měnit vstupní hodnotu emisivity prvního povrchu, tak jsem zde přidal možnost náhledu na tabulku emisivit pro vybrané materiály (Obr. 28). Aplikace také umožňuje výpočet intenzity zářivého toku. V sekci „Výpočet intenzity zářivého toku“ se nachází zadávací pole (Obr. 29) pro požadované hodnoty výpočtu. Jestliže byly vstupní hodnoty zadány v korektní formě, zobrazil se výsledek intenzity zářivého toku.



Obr. 27 – Výstup v podobě závislosti intenzity zářivého toku na emisivitě druhého povrchu

Materiál povrchu tělesa	Teplota [°C]	Emisivita [1]
Ocel leštěná	450 - 1000	0,14 - 0,38
Ocel oxidovaná	100 - 600	0,73 - 0,8
Ocel silně zrezivělá	40 - 400	0,94 - 0,97
Leštěný hliník	25	0,04
Leštěný chrom	40 - 500	0,08 - 0,36
Leštěný měď	120	0,023
Měď oxidovaná	130	0,76
Lakový povrch (bílý i černý)	40 - 100	0,8 - 0,95
Sklo	90	0,88
Dřevo	70	0,91
Cihly červené	40	0,93

Obr. 28 – Informativní tabulka emisivit různých materiálů

POPIS:  
 Pro výpočet intenzity zářivého toku mezi dvěma rovinnými paralelními povrchy zadejte do políček jednotlivé údaje.  
 Pro správný výpočet zadávejte teploty T1 a T2 v [K] – Kelvin, hodnoty emisivit ε1 a ε2 v intervalu od 0 – 1.  
 Pro zápis desetinného čísla volte tečku, nikoliv čárku. Výsledná hodnota intenzity zářivého toku je ve W/m².

Teplota prvního povrchu – T1 [K]

Teplota druhého povrchu – T2 [K]

Emisivita prvního povrchu – ε1 [0-1]

Emisivita druhého povrchu – ε2 [0-1]

Obr. 29 – Zadávací pole pro výpočet intenzity zářivého toku

V této části učebních pomůcek jsem stanovil závislost zářivého toku na emisivitě vnějšího válce (Obr. 31). Řešení jsem navrhl tak, aby bylo možno v uživatelském prostředí (Obr. 30) manipulovat s následujícími hodnotami pro

- teplotu vnitřního válce  $T_1$  [K] v intervalu od 353,15 do 392,15,
- teplotu vnějšího válce  $T_2$  [K] v intervalu od 273,15 do 313,15,
- emisivitu vnitřního válce  $\varepsilon_1$  [1] v intervalu od 0,01 do 1,
- plochu vnitřního válce  $S_1$  [m<sup>2</sup>] v intervalu od 0,8 do 1,2,
- plochu vnějšího válce  $S_2$  [m<sup>2</sup>] v intervalu od 1 do 5.

#### Příklad 7. – Zářivý tok mezi dvěma soustředěnými válci

##### ZADÁNÍ:

Stanovte průběh zářivého toku mezi dvěma soustředěnými válci v závislosti na emisivitě vnějšího válce  $\varepsilon_2$ . Přičemž je zadáno: Teplota vnitřního válce  $T_1 = 373,15$  K, teplota vnějšího válce  $T_2 = 293,15$  K, emisivita vnitřního válce  $\varepsilon_1 = 0,9$ , plocha vnitřního válce  $S_1 = 1$  m<sup>2</sup>, plocha vnějšího válce  $S_2 = 3$  m<sup>2</sup>

Načíst hodnoty ze zadání

Teplota vnitřního válce –  $T_1$  [K]

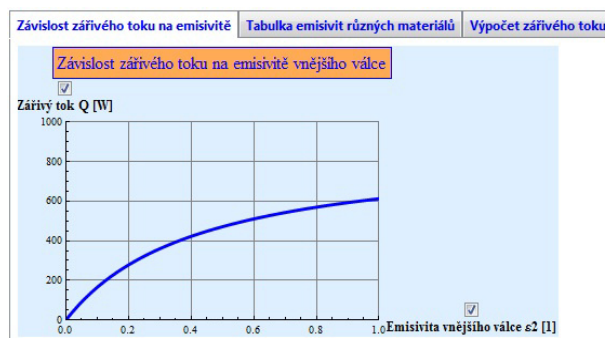
Teplota vnějšího válce –  $T_2$  [K]

Emisivita vnitřního válce –  $\varepsilon_1$  [1]

Plocha vnitřního válce –  $S_1$  [m<sup>2</sup>]

Plocha vnějšího válce –  $S_2$  [m<sup>2</sup>]

Obr. 30 – Uživatelské prostředí příkladu č. 7



Obr. 31 – Výstup v podobě závislosti zářivého toku na emisivitě vnějšího válce

Vzhledem k tomu, že program umožňuje změnu emisivity vnitřního válce, tak jsem přidal náhled na tabulku emisivit vybraných materiálů. Podobně jako v předešlé úloze jsem do programu doplnil výpočet zářivého toku mezi soustřednými válci. Zadávací pole vstupních hodnot pro výpočet včetně popisu je zobrazeno na obrázku (Obr. 32).

Obr. 32 – Zadávací pole pro výpočet zářivého toku mezi soustřednými válci

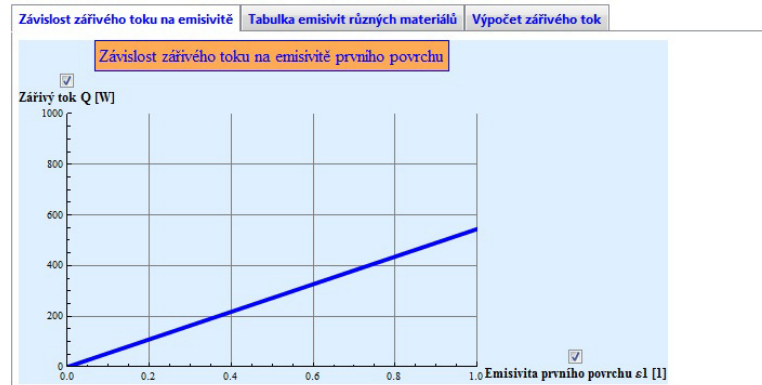
### 3.1.7 Záření mezi povrchem obklopeného mnohem větším povrchem

Výběrem poslední kategorie jsem v programovaných učebních pomůckách řešil příklad závislosti zářivého toku na emisivitě prvního povrchu, což je také výstupem této úlohy (Obr. 34). Řešení jsem navrhl tak, aby bylo možno prostřednictvím uživatelského prostředí (Obr. 33) manipulovat s hodnotami pro

- teplotu prvního povrchu  $T_1$  [K] v intervalu od 353, 15 do 392, 15,
- teplotu druhého povrchu  $T_2$  [K] v intervalu od 273, 15 do 313,15,
- plochu prvního povrchu  $S_1$  [m<sup>2</sup>] v intervalu od 0,8 do 1,2.

Obr. 33 – Uživatelské prostředí příkladu č. 8

Zadávací pole vstupních hodnot pro výpočet zářivého toku mezi oběma povrchy je zobrazeno na obrázku (Obr. 35). Jestliže byly vstupní hodnoty zadány ve správné formě, zobrazil se výsledek zářivého toku mezi oběma povrchy.



Obr. 34 – Výstup v podobě závislosti zářivého toku na emisivitě vnějšího válce

Obr. 35 – Zadávací pole pro výpočet zářivého toku mezi povrchy

### 3.2 Struktura programu

Pro jednodušší práci a přehlednost jsem multimediální učební pomůcky rozdělil na 8 jednotlivých souborů, avšak výsledná podoba učebních pomůcek byla získána spojením těchto 8 souborů do jednoho.

Pro bezproblémový chod aplikace je nutné použít Wolfram Mathematica, verzi 8. V nižších verzích softwaru Wolfram Mathematica dochází nejen ke změně velikosti zobrazení, ale také ke špatnému zobrazování diakritiky v jednotlivých popiscích a nadpisech grafů. Wolfram Mathematica, verze 8, také umožňuje zobrazení na celou obrazovku, tzv. „fullscreen mód“. Zapnutí se provádí klávesou „F12“, popřípadě v sekci „Window“ tlačítko „Full Screen“.

Výsledné soubory (notebooky) programu se nachází ve složce „prikklady“. Následující tabulka (Tab. 4) slouží k popisu funkcí jednotlivých souborů (notebooků). Součástí učebních pomůcek jsou také vytvořené simulace, které jsou k nalezení ve složce „simulace“.

**Tab. 4 – Rozdělení a popis jednotlivých souborů**

Název souboru	Popis funkce
<b>priklad1.nb</b>	Průběh teploty v rovinné stěně
<b>priklad2.nb</b>	Průběh teploty ve stěně válce
<b>priklad3.nb</b>	Průběh teploty ve složené válcové stěně
<b>priklad4.nb</b>	Závislost Reynoldsova kritéria na rychlosti proudění tekutiny
<b>priklad5.nb</b>	Závislost Grashofova kritéria na charakteristickém rozměru tělesa
<b>priklad6.nb</b>	Intenzita zářivého toku mezi dvěma nekonečně rozlehlými rovinnými paralelními plochami
<b>priklad7.nb</b>	Zářivý tok mezi dvěma soustřednými válci
<b>priklad8.nb</b>	Zářivý tok, je-li jeden povrch obklopen mnohem větším povrchem
<b>pomucky.nb</b>	Výsledná podoba multimediálních učebních pomůcek

Hlavní princip funkce aplikace vychází ze zapsání jednotlivých příkazů do funkcí s příslušnými argumenty. Volání funkce se pak vždy provádí pomocí příkazu `Manipulate` s již přednastavenými vstupními argumenty pro daný příklad. Uživatel následně mění vstupní hodnoty argumentů určité funkce změnou pomocí „slideru“ v uživatelském prostředí dané úlohy.

Počet vstupních argumentů dané funkce je potom závislý na počtu proměnných, se kterými je možno manipulovat. Popis argumentů jednotlivých funkcí se nachází přímo ve zdrojovém kódu aplikace u každé funkce. Nezbytnou součástí multimediálních učebních pomůcek, především u příkladu 5 a 6, je příkaz sloužící k načtení grafické knihovny, jež umožňuje zobrazování legend u grafů. Jde o následující příkaz.

```
Needs["PlotLegends`"]
```

## 4 OVĚŘENÍ FUNKČNOSTI MULTIMEDIÁLNÍ UČEBNÍCH POMŮCEK VZOROVÝMI VÝPOČTY

### 4.1 Výpočet rozložení teploty v rovinné stěně

#### Zadání

Stanovte průběh teploty v rovinné desce o tloušťce  $\delta = 4$  cm. Vnitřní povrch stěny má teplotu  $t_0 = 80^\circ\text{C}$ , vnější povrch stěny má teplotu  $t_1 = 20^\circ\text{C}$ .

#### Příklad výpočtu pro vzdálenost $\delta_x = 2\text{cm}$ od vnitřního povrchu stěny

Pro tepelný tok v jednovrstvé rovinné stěně platí vztah (3)

$$\dot{Q} = \frac{\lambda A(t_0 - t_x)}{\delta_x} \quad \text{a zároveň} \quad \dot{Q} = \frac{\lambda A(t_x - t_1)}{\delta - \delta_x}$$

Matematickou úpravou jsem obdržel vztah pro výpočet teploty ve zvoleném místě stěny

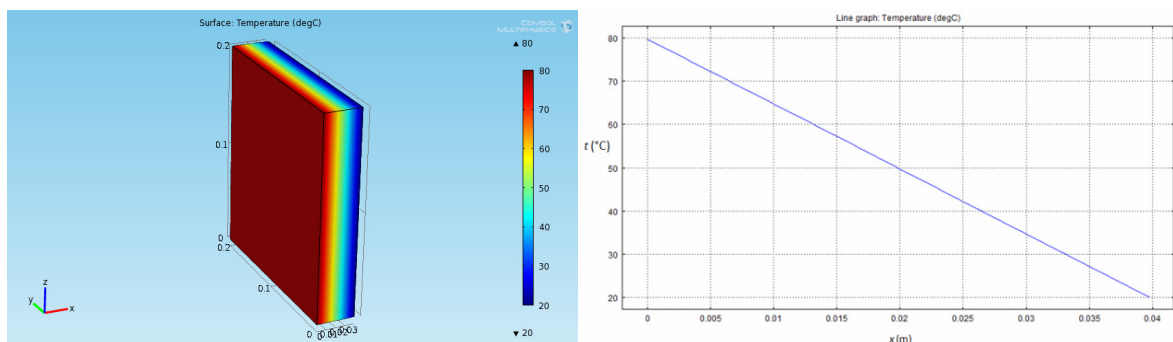
$$t_x = \frac{\delta \cdot t_0 - \delta_x \cdot t_0 + \delta_x \cdot t_1}{\delta}$$

Po dosazení jsem vypočítal teplotu  $t_x$

$$t_x = \frac{(0,04 \cdot 80) - (0,02 \cdot 80) + (0,02 \cdot 20)}{0,04}$$

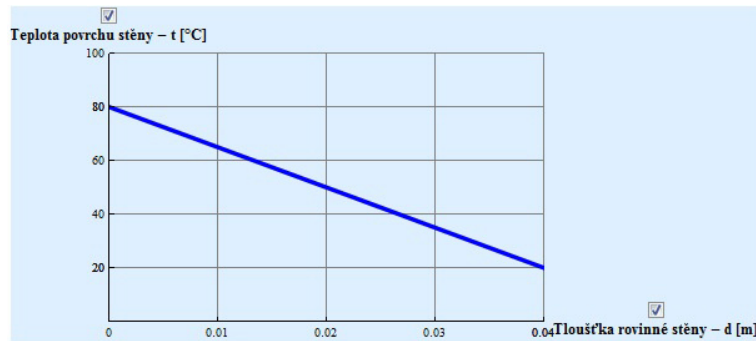
$$t_x = 50^\circ\text{C}$$

#### Grafické porovnání výsledků



Obr. 36 - Rozložení teploty v jednovrstvé rovinné stěně získané simulací v programu

*Comsol Multiphysics*



Obr. 37 - Rozložení teploty v jednovrstvé rovinné stěně  
získané učebními pomůckami

## 4.2 Výpočet rozložení teploty v jednovrstvé válcové stěně

### Zadání

Stanovte průběh teploty ve stěně symetrického, nekonečně dlouhého válce z PA6. Vnitřní povrch trubky má konstantní teplotu  $t_0 = 80^\circ \text{C}$ , vnější povrch trubky má teplotu  $t_1 = 20^\circ \text{C}$ . Vnitřní průměr stěny  $d_0 = 3 \text{ cm}$ , vnější průměr stěny  $d_1 = 7 \text{ cm}$ .

### Příklad výpočtu pro vzdálenost $d_x = 0,05 \text{ m}$

Pro výpočet tepelného toku ve válcové stěně jsem použil vztah (12)

$$\dot{Q} = \frac{2\pi L(t_0 - t_x)}{\frac{1}{\lambda} \ln \frac{d_x}{d_0}} \quad \text{a zároveň} \quad \dot{Q} = \frac{2\pi L(t_x - t_1)}{\frac{1}{\lambda} \ln \frac{d_1}{d_x}}$$

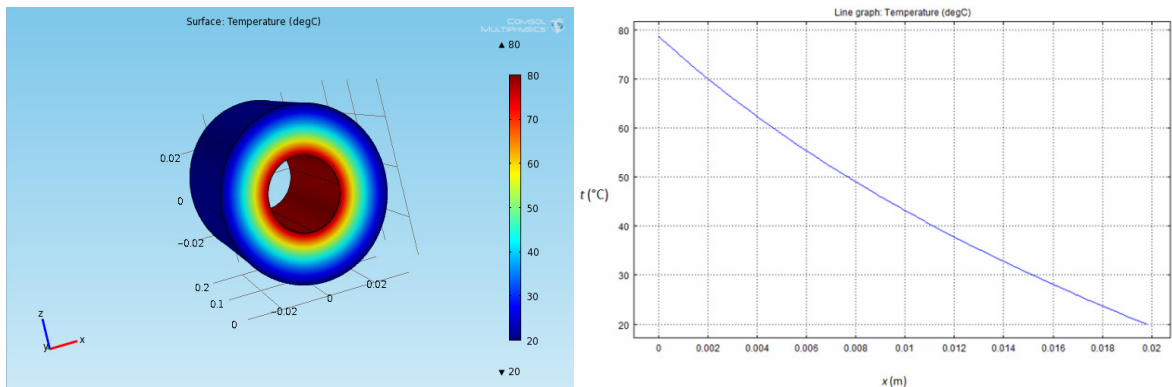
Matematickou úpravou jsem obdržel vztah pro výpočet teploty ve zvoleném místě stěny

$$t_x = \frac{t_0 \ln \frac{d_1}{d_x} + t_1 \ln \frac{d_x}{d_0}}{\ln \frac{d_1}{d_x} + \ln \frac{d_x}{d_0}}$$

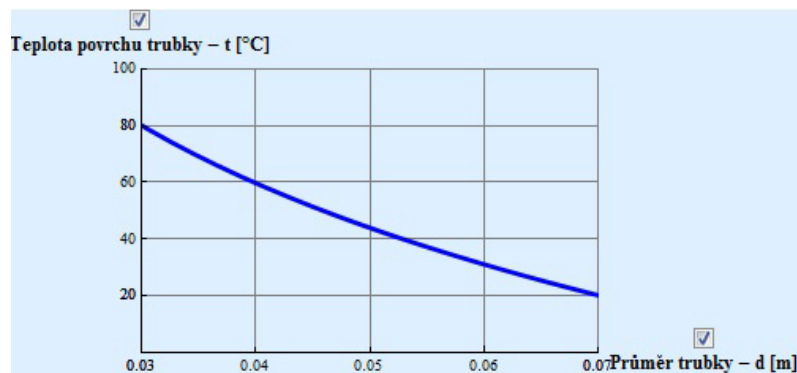
Po dosazení hodnot jsem vypočítal teplotu  $t_x$

$$t_x = \frac{80 \ln \frac{0,07}{0,05} + 20 \ln \frac{0,05}{0,03}}{\ln \frac{0,07}{0,05} + \ln \frac{0,05}{0,03}} = 43^\circ \text{C}$$

### Grafické porovnání výsledků



Obr. 38 – Rozložení teploty v jednovrstvé stěně získané simulací v programu Comsol Multiphysics



Obr. 39 - Rozložení teploty v jednovrstvé válcové stěně získané učebními pomůckami

### 4.3 Výpočet rozložení teploty ve dvouvrstvé válcové stěně

#### Zadání

Stanovte průběh rozložení teploty ve dvouvrstvé válcové stěně, přičemž je zadáno: Vnitřní průměr vnitřní vrstvy  $d_0 = 16$  cm, vnější průměr vnitřní vrstvy  $d_1 = 22,5$  cm, vnější průměr vnější vrstvy  $d_2 = 34,5$  cm, součinitel tepelné vodivosti vnitřní vrstvy  $\lambda_1 = 0,4 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ , součinitel tepelné vodivosti vnější vrstvy  $\lambda_2 = 0,04 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ , délka (výška) stěny  $L = 3$  m, teplota vnitřního povrchu vnitřní vrstvy  $t_0 = 90$  °C, teplota vnějšího povrchu vnější vrstvy  $t_2 = 22$  °C

**Příklad výpočtu teploty ve dvouvrstvé válcové stěně**

Nejdříve jsem vypočítal tepelný tok stěnou podle vztahu (13)

$$\dot{Q} = 2\pi L \frac{t_0 - t_2}{\frac{1}{\lambda_1} \ln \frac{d_1}{d_0} + \frac{1}{\lambda_2} \ln \frac{d_2}{d_1}}$$

Po dosazení hodnot ze zadání jsem obdržel hodnotu tepelného toku

$$\dot{Q} = 2\pi \cdot 3 \frac{90 - 22}{\frac{1}{0,4} \ln \frac{0,225}{0,16} + \frac{1}{0,04} \ln \frac{0,345}{0,225}} = 111 \text{ W}$$

Pro známou hodnotu tepelného toku jsem následně vypočítal teplotu v libovolném místě vnitřní stěny následujícím způsobem:

$$\dot{Q} = 2\pi L \frac{t_0 - t_{1x}}{\frac{1}{\lambda_1} \ln \frac{d_{1x}}{d_0}}$$

Matematickou úpravou jsem získal rovnici pro výpočet teploty  $t_{1x}$

$$t_{1x} = \frac{-\dot{Q} \ln \frac{d_{1x}}{d_0} + 2\pi L \lambda_1 t_0}{2\pi L \lambda_1}$$

Po dosazení jsem např. pro vzdálenost  $d_{1x} = 18 \text{ cm}$  obdržel

$$t_{1x} = \frac{-111 \cdot \ln \frac{0,18}{0,16} + 2\pi \cdot 3 \cdot 0,4 \cdot 90}{2\pi \cdot 3 \cdot 0,4} = 88^\circ \text{C}$$

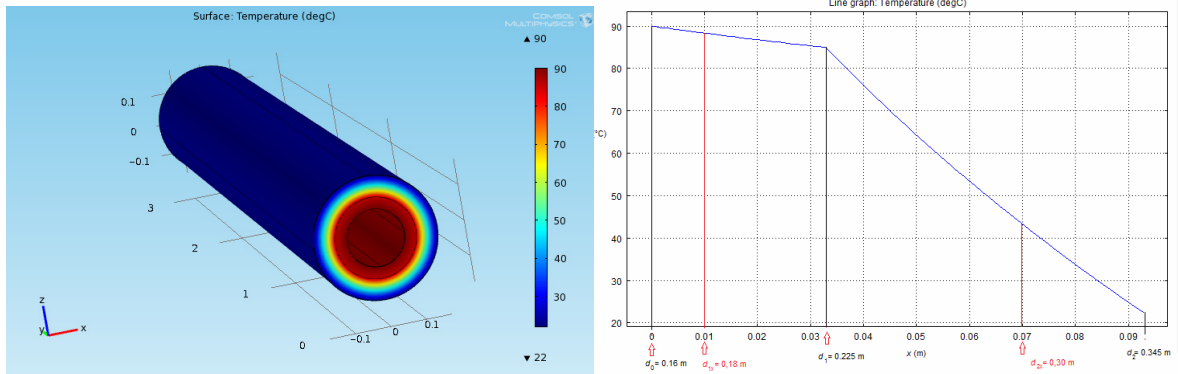
Pro známou hodnotu tepelného toku jsem matematickou úpravou obdržel vztah pro výpočet teploty v libovolném místě vnější vrstvy stěny:

$$t_{2x} = \frac{\dot{Q} \ln \frac{d_2}{d_{2x}} + 2\pi L \lambda_2 t_2}{2\pi L \lambda_2}$$

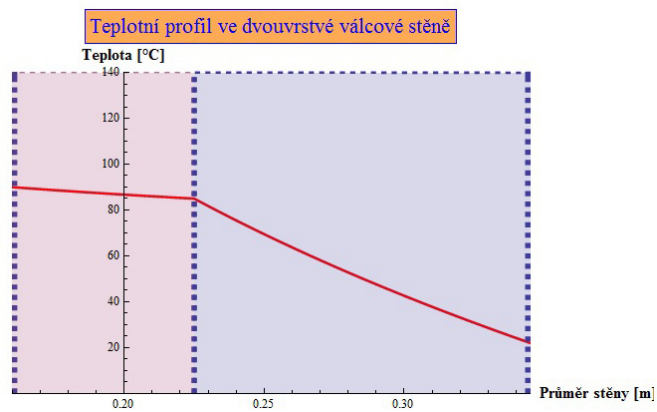
Po dosazení jsem např. pro místo  $d_{2x} = 30 \text{ cm}$  obdržel

$$t_{2x} = \frac{111 \cdot \ln \frac{0,345}{0,3} + 2\pi \cdot 3 \cdot 0,04 \cdot 22}{2\pi \cdot 3 \cdot 0,04} = 42,6^\circ \text{C}$$

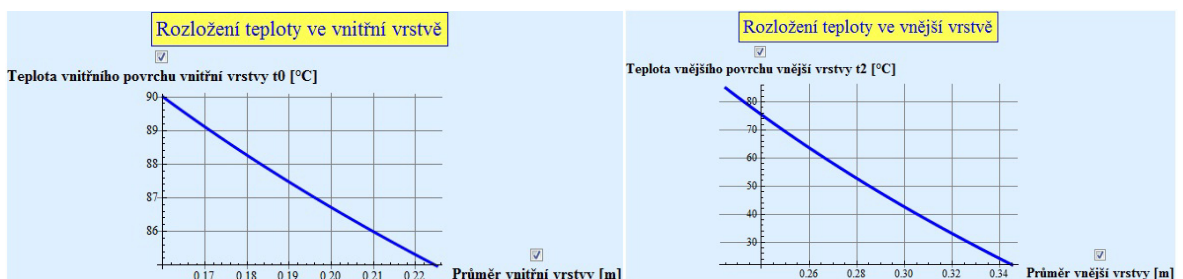
Grafické porovnání výsledků



Obr. 40 - Rozložení teploty ve dvouvrstvé válcové stěně získané simulací v programu Comsol Multiphysics



Obr. 41 - Rozložení teploty ve dvouvrstvé válcové stěně získané učebními pomůckami



Obr. 42 - Rozložení teploty ve vnitřní a vnější vrstvě získané učebními pomůckami

#### 4.4 Závislost Reynoldsova kritéria na rychlosti proudění tekutiny

##### Zadání

Určete závislost Reynoldsova kritéria na rychlosti proudění vzduchu, vody a oleje při teplotě 20° C. Uvažujme potrubí o vnitřním průměru  $d = 10 \text{ cm}$ .

##### Voda

**Příklad výpočtu při proudění vody o rychlosti  $v = 2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ .**

Tabulkové hodnoty vody při 20° C:

Hustota vody  $\rho = 998,2 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$

Kinematická viskozita vody  $\nu = 1,007 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$

Pro výpočet Reynoldsova kritéria pro vodu jsem využil vztah (18).

$$\text{Re} = \frac{v \cdot l}{\nu}$$

Po dosazení hodnot

$$\text{Re} = \frac{2 \cdot 0,1}{1,007 \cdot 10^{-6}} = 198610$$

##### Olej

**Příklad výpočtu při proudění oleje o rychlosti  $v = 2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ .**

Tabulkové hodnoty oleje při 20° C:

Hustota oleje  $\rho = 866 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$

Dynamická viskozita oleje  $\eta = 31,6 \cdot 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s}$

Pro přepočtení dynamické viskozity oleje na kinematickou jsem využil vztah

$$\nu = \frac{\eta}{\rho}$$

Po dosazení hodnot jsem zjistil kinematickou viskozitu oleje

$$\nu = \frac{\eta}{\rho} = \frac{31,6 \cdot 10^{-3}}{866} \doteq 3,649 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$$

Dosažením kinematické viskozity oleje do vztahu pro výpočet Reynoldsova kritéria jsem obdržel

$$Re = \frac{2 \cdot 0,1}{3,649 \cdot 10^{-5}} = 5480,95$$

### Vzduch

**Příklad výpočtu při proudění vzduchu o rychlosti  $v = 2m \cdot s^{-1}$ .**

Tabulkové hodnoty vzduchu při 20° C:

Hustota vzduchu  $\rho = 1,164kg \cdot m^{-3}$

Kinematická viskozita vzduchu  $\nu = 15,7 \cdot 10^{-6} m^2 \cdot s^{-1}$

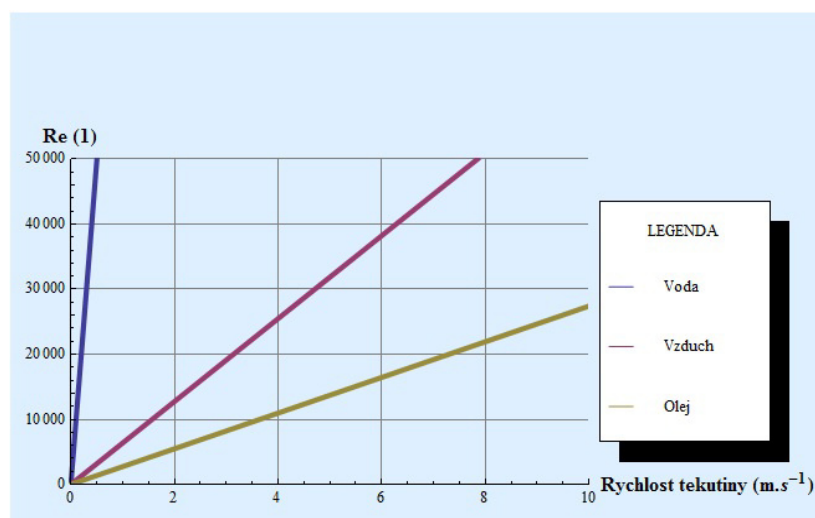
Pro výpočet Reynoldsova kritéria pro vzduch jsem využil vztah (18)

$$Re = \frac{v \cdot l}{\nu}$$

Po dosažení hodnot jsem obdržel

$$Re = \frac{2 \cdot 0,1}{15,7 \cdot 10^{-6}} = 12738,9$$

### Grafické porovnání výsledků



Obr. 43 – Srovnání vypočtených hodnot Reynoldsova kritéria v jednom grafu získané učebními pomůckami

## 4.5 Závislost Grashofova kritéria na charakteristickém rozměru tělesa

### Zadání

Určete závislost Grashofova kritéria na charakteristickém rozměru tělesa. Jako okolní tekutinu uvažujme vzduch, vodu a olej při střední teplotě 50° C. Uvažujme teplotní rozdíl  $\Delta t = 60^\circ \text{C}$ .

### Voda

**Příklad výpočtu pro charakteristický rozměr  $l = 4\text{m}$ .**

Při následujících výpočtech jsem použil gravitačního zrychlení  $g \approx 9,823\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$

Tabulkové hodnoty vody při 50° C:

Kinematická viskozita vody  $\nu = 0.556 \cdot 10^{-6} \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$

Pro výpočet Grashofova kritéria jsem využil vztah (20)

$$Gr = \beta \cdot \Delta t \cdot \frac{g \cdot l^3}{\nu^2}$$

Nejdříve bylo zapotřebí vypočítat teplotní objemovou roztažnost vody

$$\beta = \frac{1}{T_{stř}} \text{ a po dosazení } \beta = \frac{1}{273,15 + 50} \doteq 0,0031\text{K}^{-1}$$

Po dosazení do rovnice pro výpočet Grashofova kritéria jsem dostal

$$Gr = 0,0031 \cdot 60 \cdot \frac{9,823 \cdot 4^3}{(0.556 \cdot 10^{-6})^2} = 5.61285 \cdot 10^{13}$$

### Olej

**Příklad výpočtu pro charakteristický rozměr  $l = 4\text{m}$ .**

Tabulkové hodnoty oleje při 50° C:

Dynamická viskozita oleje  $\eta = 31,6 \cdot 10^{-3} \text{Pa} \cdot \text{s}$

Teplotní objemová roztažnost oleje  $\beta = 0,8 \cdot 10^{-3} \text{K}^{-1}$

Po dosazení do vztahu pro výpočet Grashofova kritéria jsem obdržel

$$Gr = 0,8 \cdot 10^{-3} \cdot 60 \cdot \frac{9,823 \cdot 4^3}{(0,00003649^{-6})^2} = 2,26635 \cdot 10^{10}$$

## Vzduch

**Příklad výpočtu pro charakteristický rozměr  $l = 4m$ .**

Tabulkové hodnoty vzduchu při 50° C:

Kinematická viskozita vzduchu  $\nu = 18,6 \cdot 10^{-6} m^2 \cdot s^{-1}$

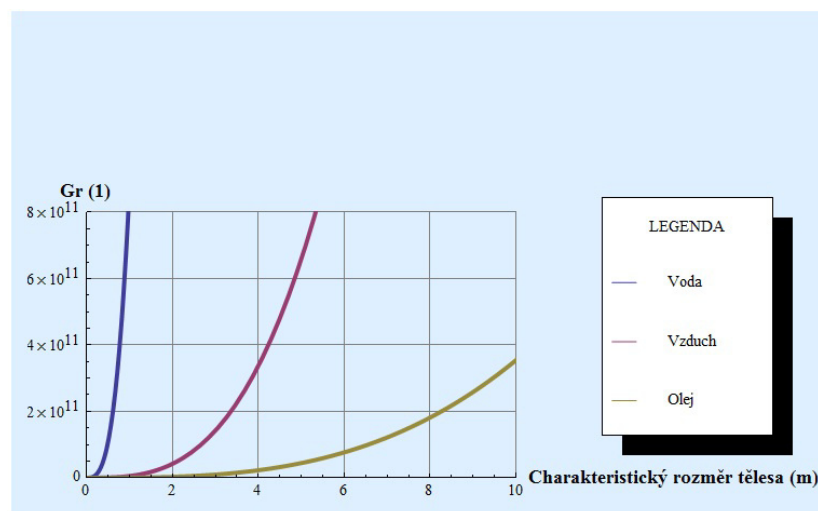
Nejdříve bylo zapotřebí vypočítat teplotní objemovou roztažnost vzduchu

$$\beta = \frac{1}{T_{stř}} \text{ a po dosazení } \beta = \frac{1}{273,15 + 50} \doteq 0,0031 K^{-1}$$

Dosazením do vztahu pro výpočet Grashofova kritéria jsem dostal

$$Gr = 0,0031 \cdot 10^{-3} \cdot 60 \cdot \frac{9,823 \cdot 4^3}{(18,6 \cdot 10^{-6})^2} = 3,374 \cdot 10^{11}$$

## Grafické porovnání výsledků

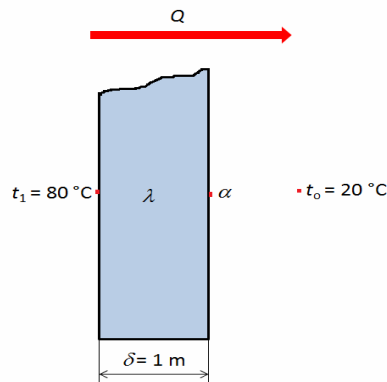


*Obr. 44 – Srovnání vypočtených hodnot Grashofova kritéria v jednom grafu získané učebními pomůckami*

## 4.6 Testování vlivu součinitele přestupu tepla a tepelné vodivosti na rozložení teploty v rovinné stěně

### Zadání

Tloušťka stěny 1 m, teplota vnitřního povrchu stěny 80 °C, teplota okolního prostředí na vnější straně stěny 20 °C. Proveďte posouzení vlivu součinitele přestupu tepla na rozložení teploty v rovinné stěně vyrobené a) z oceli, b) ze stavebních cihel, c) z plsti. Součinitel tepelné vodivosti stěny: Ocel ( $\lambda=50 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ ), stavební cihla ( $\lambda=0,8 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ ), plst' ( $\lambda=0,05 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ ).

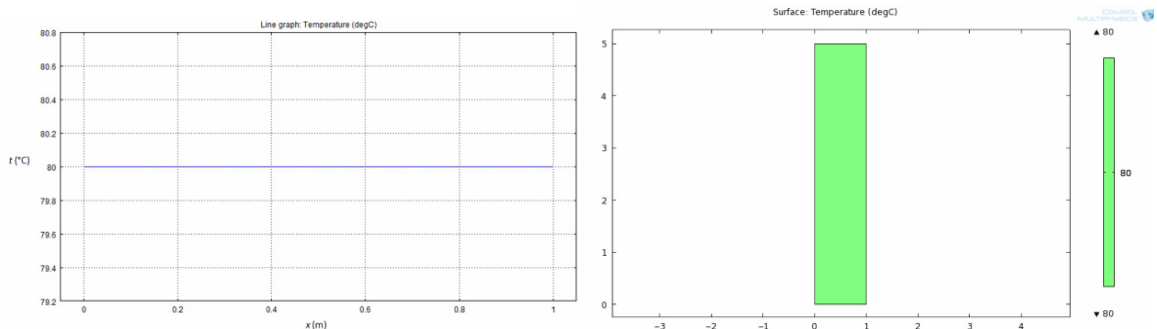


Obr. 45 – Schematické zadání úlohy

Pro výpočet jsme použili „Heat transfer“ modul software Comsol Multiphysics, který umožňuje řešit úlohy z oblasti sdílení tepla vedením, přestupem a sáláním. Výsledky simulace úlohy zachycují následující obrázky (Obr. 46 až Obr. 56).

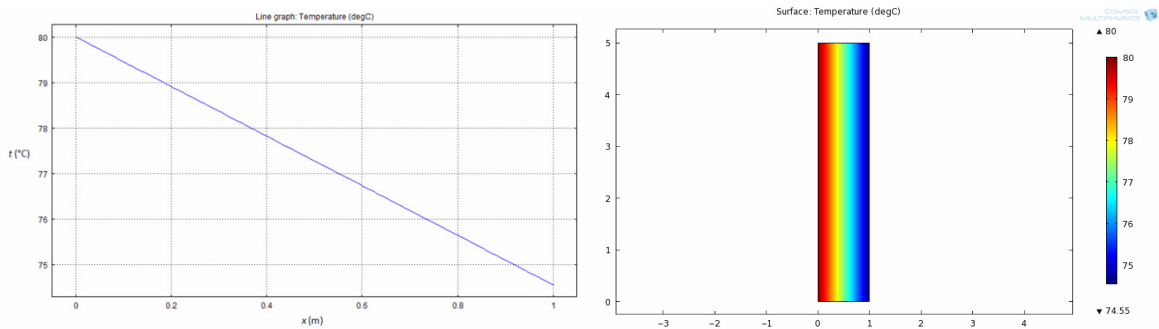
a) Ocel ( $\lambda=50 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ )

$$\alpha = 0 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$$



Obr. 46 - Rozložení teploty v ocelové stěně v případě, kdy nedochází k přestupu tepla do okolí

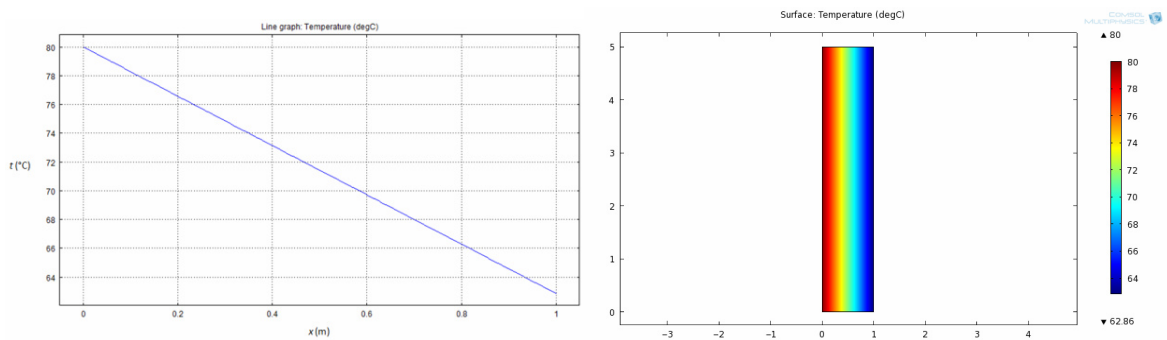
$$\alpha = 5 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$$



Obr. 47 - Rozložení teploty v ocelové stěně, je-li  $\alpha = 5 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$

Vypočtená teplota vnějšího povrchu stěny 74,6 °C.

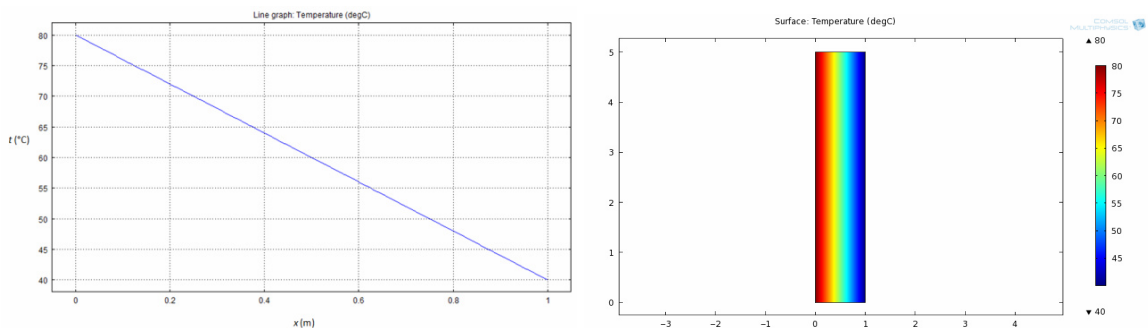
$$\alpha = 20 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$$



Obr. 48 - Rozložení teploty v ocelové stěně, je-li  $\alpha = 20 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$

Vypočtená teplota vnějšího povrchu stěny 62,9 °C.

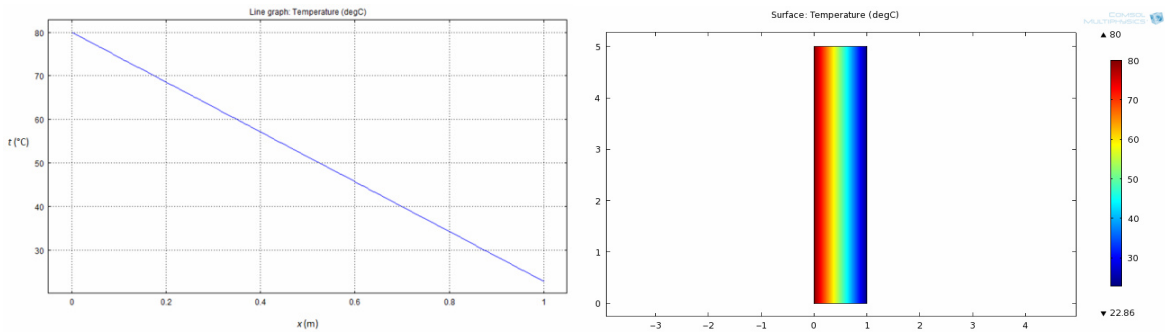
$$\alpha = 100 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$$



Obr. 49 - Rozložení teploty v ocelové stěně, je-li  $\alpha = 100 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$

Vypočtená teplota vnějšího povrchu stěny je 40 °C.

$$\alpha = 1000 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$$

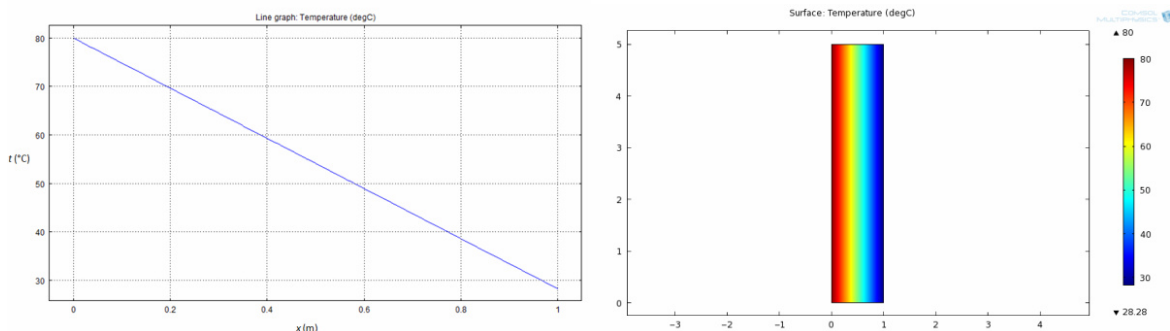


Obr. 50 - Rozložení teploty v ocelové stěně, je-li  $\alpha = 1000 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$

Vypočtená teplota vnějšího povrchu stěny je 22,9 °C.

b) **Stavební cihla** ( $\lambda=0,8\text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ )

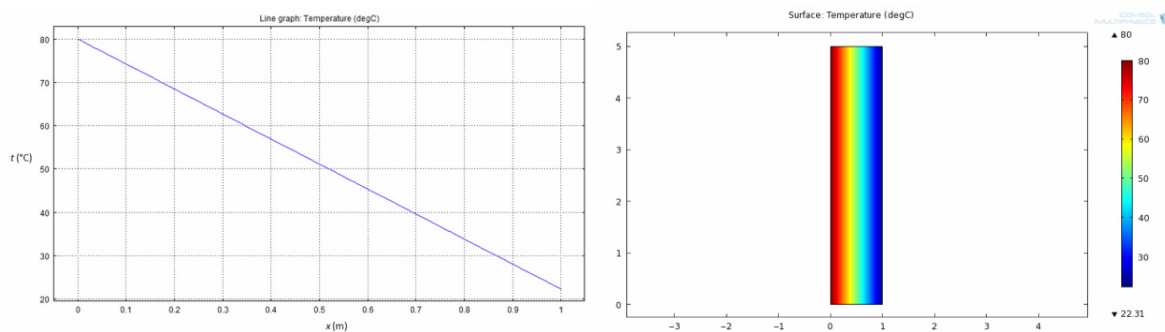
$$\alpha = 5 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$$



Obr. 51 - Rozložení teploty ve stěně ze stavebních cihel, je-li  $\alpha = 5 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$

Vypočtená teplota vnějšího povrchu stěny je 28, 3 °C.

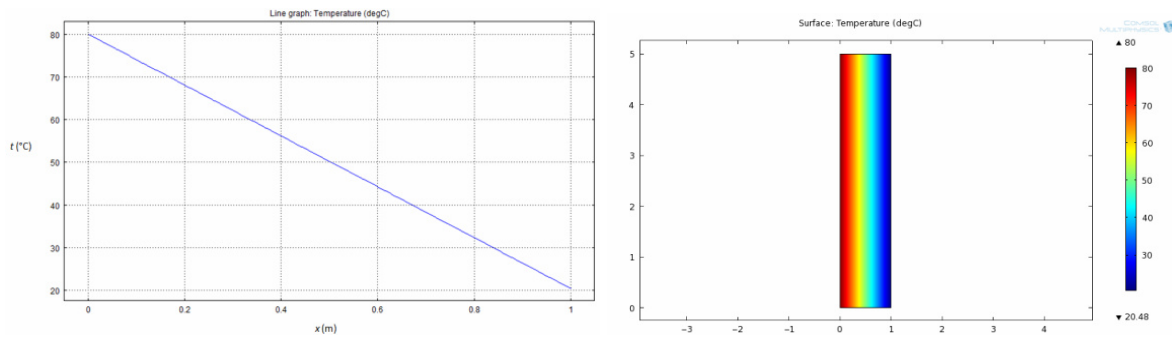
$$\alpha = 20 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$$



Obr. 52 - Rozložení teploty ve stěně ze stavebních cihel, je-li  $\alpha = 20 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$

Vypočtená teplota vnějšího povrchu stěny je 22, 3 °C.

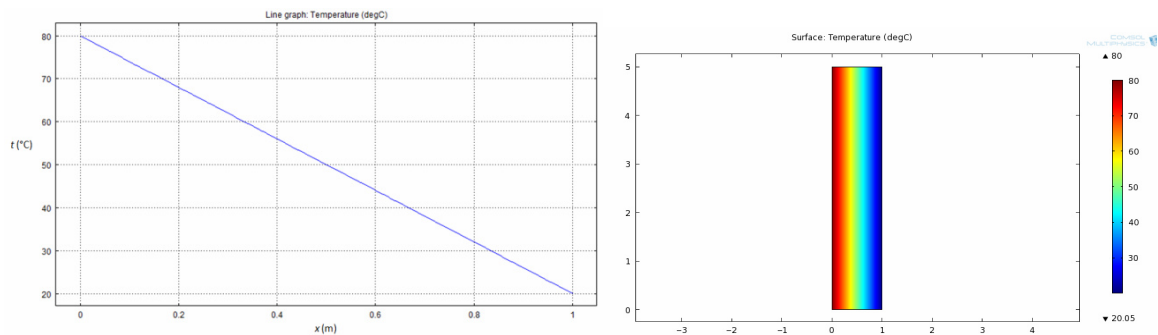
$$\alpha = 100 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$$



Obr. 53 - Rozložení teploty ve stěně ze stavebních cihel, je-li  $\alpha = 100 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$

Vypočtená teplota vnějšího povrchu stěny je 20,5 °C.

$$\alpha = 1000 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$$

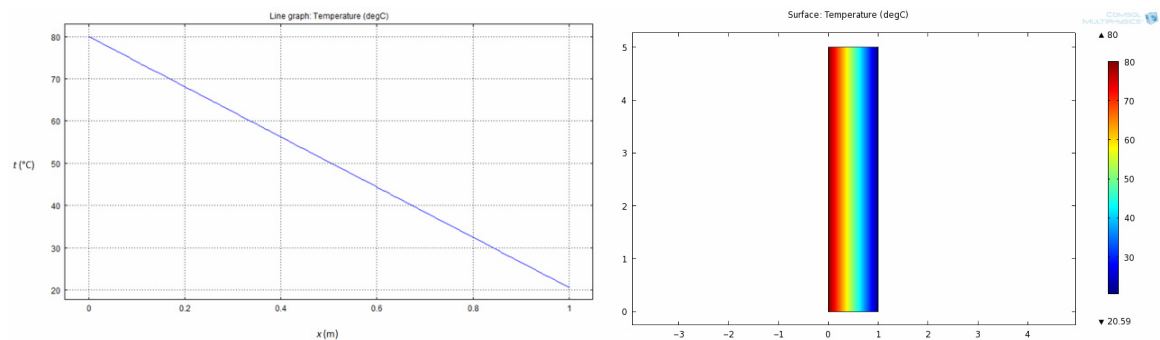


Obr. 54 - Rozložení teploty ve stěně ze stavebních cihel, je-li  $\alpha = 1000 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$

Vypočtená teplota vnějšího povrchu stěny je 20,1 °C.

c) Plst' ( $\lambda = 0,05 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ )

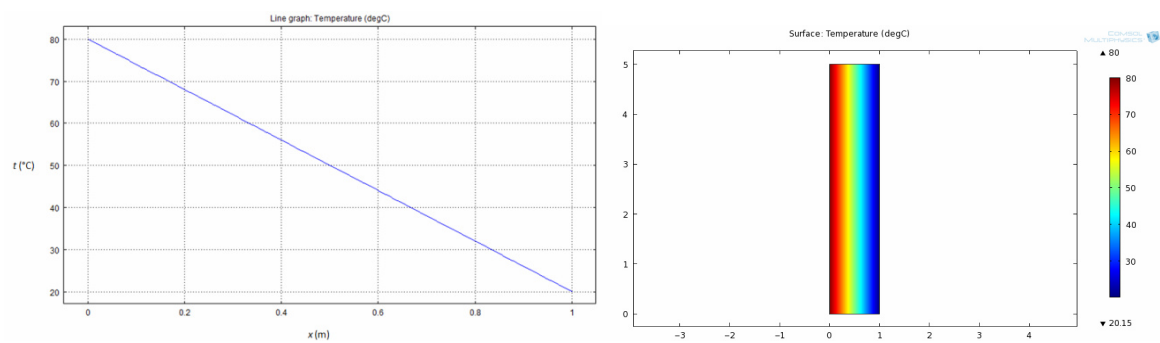
$$\alpha = 5 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$$



Obr. 55 - Rozložení teploty ve stěně z plsti, je-li  $\alpha = 5 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$ .

Vypočtená teplota vnějšího povrchu stěny je 20, 5 °C.

$$\alpha = 20 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$$



Obr. 56 - Rozložení teploty ve stěně z plsti, je-li  $\alpha = 20 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$ .

Vypočtená teplota vnějšího povrchu stěny je 20, 15 °C.

## 4.7 Výpočet intenzity zářivého toku mezi dvěma rozlehlými paralelními povrchy

### Zadání

Stanovte průběh intenzity zářivého toku mezi dvěma paralelními povrchy, jejichž povrchy jsou stejné, tedy  $S_1 = S_2$ , v závislosti na emisivitě druhého povrchu  $\varepsilon_2$ . Přičemž je zadáno: Teplota prvního povrchu  $T_1 = 373,15K$ , teplota druhého povrchu  $T_2 = 293,15K$ , emisivita prvního povrchu  $\varepsilon_1 = 0,9$ .

### Příklad výpočtu pro emisivitu druhého povrchu $\varepsilon_2 = 0,6$

Při následujících výpočtech jsem použil Stefan – Boltzmanovu konstantu,  $\sigma = 5,669 \cdot 10^{-8} W / m^2 K^4$

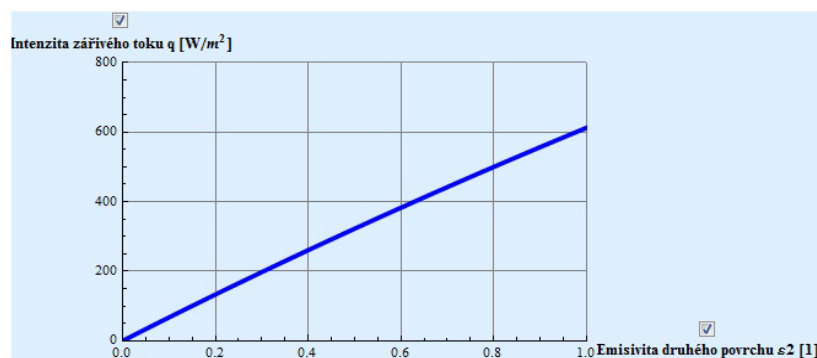
Pro výpočet intenzity zářivého toku mezi dvěma paralelními povrchy jsem vycházel ze vzorce (36)

$$\dot{q}_{1-2} = \frac{\sigma \cdot (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1}$$

Po dosazení hodnot ze zadání

$$\dot{q}_{1-2} = \frac{5,669 \cdot 10^{-8} \cdot (373,15^4 - 293,15^4)}{\frac{1}{0,9} + \frac{1}{0,6} - 1} = 382,749 W / m^2$$

### Grafické porovnání výsledků



Obr. 57 – Průběh intenzity zářivého toku na emisivitě druhého povrchu získané pomocí učebních pomůcek

Závislost intenzity zářivého toku na emisivitě	Tabulka emisivit různých materiálů	Výpočet intenzity zářivého toku
<b>POPIS:</b>		
Pro výpočet intenzity zářivého toku mezi dvěma rovinnými paralelními povrchy zadejte do políček jednotlivé údaje.		
Pro správný výpočet zadávejte teploty T1 a T2 v [K] – Kelvin, hodnoty emisivit $\epsilon_1$ a $\epsilon_2$ v intervalu od 0 – 1.		
Pro zápis desetinného čísla volte tečku, nikoliv čárku. Výsledná hodnota intenzity zářivého toku je ve W/m <sup>2</sup> .		
Teplota prvního povrchu – T1[K]	<input type="text" value="373.15"/>	
Teplota druhého povrchu – T2 [K]	<input type="text" value="293.15"/>	
Emisivita prvního povrchu – $\epsilon_1$ [0–1]	<input type="text" value="0.9"/>	
Emisivita druhého povrchu – $\epsilon_2$ [0–1]	<input type="text" value="0.6"/>	
		<input type="text" value="382.749"/>

Obr. 58 – Vypočtená intenzita zářivého toku získaná učebními pomůckami

## 4.8 Výpočet zářivého toku mezi dvěma soustřednými válci

### Zadání

Stanovte průběh zářivého toku mezi dvěma soustřednými válci v závislosti na emisivitě vnějšího válce. Přičemž je zadáno: Teplota vnitřního válce  $T_1 = 373,15K$ , teplota vnějšího válce  $T_2 = 293,15K$ , emisivita vnitřního válce  $\epsilon_1 = 0,9$ , plocha vnitřního válce  $S_1 = 1m^2$ , plocha vnějšího válce  $S_2 = 3m^2$ .

### Příklad výpočtu pro emisivitu vnějšího válce $\epsilon_2 = 0,6$

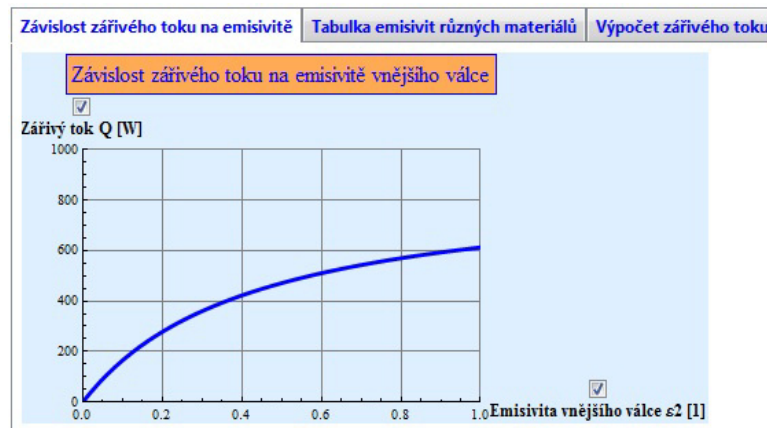
Pro výpočet zářivého toku jsem použil rovnici (37)

$$\dot{Q}_{1-2} = \frac{\sigma \cdot S_1 \cdot (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\epsilon_1} + \left( \frac{S_1}{S_2} - \frac{1 - \epsilon_1}{\epsilon_1} \right)}$$

Po dosazení hodnot

$$\dot{Q}_{1-2} = \frac{\sigma \cdot S_1 \cdot (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\epsilon_1} + \left( \frac{S_1}{S_2} - \frac{1 - \epsilon_2}{\epsilon_2} \right)} = \frac{5,669 \cdot 10^{-8} \cdot 1 \cdot (373,15^4 - 293,15^4)}{0,9 + \left( \frac{1}{3} - \frac{1 - 0,6}{0,6} \right)} = 510,332W$$

## Grafické porovnání výsledků



Obr. 59 – Průběh zářivého toku na emisivitě vnějšího válce získané pomocí učebních pomůcek

Závislost zářivého toku na emisivitě    Tabulka emisivit různých materiálů    Tepelný tok

**POPIS:**  
Pro výpočet zářivého toku mezi soustřednými válci zadejte do políček jednotlivé údaje. Pro správný výpočet zadávejte teploty  $T_1$  a  $T_2$  v [K] – Kelvin, hodnoty emisivit  $\epsilon_1$  a  $\epsilon_2$  v intervalu od 0 – 1, plochy válců  $S_1$  a  $S_2$  zadávejte v  $m^2$ . Pro zápis desetinného čísla volte tečku, nikoliv čárku. Výsledná hodnota zářivého toku je ve W

Teplota vnitřního válce – $T_1$ [K]	373.15
Teplota vnějšího válce – $T_2$ [K]	293.15
Emisivita vnitřního válce – $\epsilon_1$ [0–1]	0.9
Emisivita vnějšího válce – $\epsilon_2$ [0–1]	0.6
Povrch vnitřního válce – $S_1$ [ $m^2$ ]	1
Povrch vnějšího válce – $S_2$ [ $m^2$ ]	3

510.332

Obr. 60 – Vypočtený zářivý tok mezi dvěma soustřednými válci získaný učebními pomůckami

## 4.9 Výpočet zářivého toku mezi povrchem obklopeného mnohem větším povrchem

### Zadání

Stanovte průběh zářivého toku mezi dvěma povrchy v závislosti na emisivitě prvního povrchu. Druhý povrch je mnohem větší než první a platí  $S_1 / S_2 \rightarrow 0$ . Přičemž je zadáno: Teplota prvního povrchu  $T_1 = 373,15K$ , teplota druhého povrchu  $T_2 = 293,15K$ , plocha prvního povrchu  $S_1 = 1m^2$ .

### Příklad výpočtu pro emisivitu prvního povrchu $\varepsilon_1 = 0,6$

Pro výpočet zářivého toku jsem použil rovnici (38)

$$\dot{Q}_{1-2} = \sigma \cdot \varepsilon_1 \cdot S_1 \cdot (T_1^4 - T_2^4)$$

Po dosazení hodnot ze zadání jsem vypočítal zářivý tok mezi oběma povrchy

$$\dot{Q}_{1-2} = 5,669 \cdot 10^{-8} \cdot 0,6 \cdot 1 \cdot (373,15^4 - 293,15^4) = 408,66W$$

### Grafické porovnání výsledků



Obr. 61 – Průběh zářivého toku na emisivitě prvního povrchu získaného učebními pomůckami

Obr. 62 – Zářivý tok mezi dvěma válci získaný učebními pomůckami

## ZÁVĚR

V bakalářské práci jsem se v první části zabýval studiem stacionárního sdílení tepla. Vypracoval jsem literární studii zaměřenou na popis základních mechanismů sdílení tepla vedením, prouděním a sáláním. Získané poznatky jsem následně použil v praktické části práce, kde jsem vytvořil prostřednictvím matematického softwaru Wolfram Mathematica multimediální učební pomůcky popisující stacionární sdílení tepla. Pro vybrané typy úloh jsem vytvořil aplikaci sloužící k vizualizaci a popisu základních principů sdílení tepla, které se uplatňují jak v průmyslových procesech, tak moderních technologiích. Při návrhu multimediálních učebních pomůcek jsem postupoval tak, aby byla aplikace přehledná a sloužila tak k názornému popisu základních principů stacionárního sdílení tepla. Nezbytnou součástí této práce bylo také ověření funkčnosti aplikace vzorovými výpočty.

V kategorii sdílení tepla vedením skrz jednoduchou rovinnou stěnu jsem výpočtem rozložení teploty ověřil funkčnost výstupu aplikace v podobě závislosti teploty povrchu stěny na její tloušťce. Vypočtená teplota se shodovala s odečtenou hodnotou z grafu. Obdobným způsobem jsem postupoval i při ověření rozložení teploty v jednovrstvé válcové stěně.

Při ověření výstupu aplikace v podobě teplotního profilu ve dvouvrstvé válcové stěně jsem nejdříve vypočítal výsledný tepelný tok procházející skrz obě vrstvy válcové stěny. Nepatrný rozdíl ve výsledku tepelného toku vznikl především v zaokrouhlování při praktickém výpočtu. Pro známou hodnotu tepelného toku jsem následně vypočítal teplotu ve zvoleném místě vnitřní stěny. Vypočítané hodnoty jsem následně porovnal s výstupy aplikace jak v podobě teplotního profilu ve dvouvrstvé válcové stěně, tak s detailními pohledy na rozložení teploty ve vnitřní a vnější vrstvě válce a ověřil jsem tak správnou funkčnost. Při nastavených hodnotách z ukázkového příkladu nebyl průběh teploty ve vnitřní vrstvě tolik strmý ve srovnání s průběhem teploty ve vnější vrstvě válce. Tento fakt měla za následek podstatně nižší tepelná vodivost vnější stěny válce, která byla v příkladu nastavena na  $\lambda_2 = 0,04 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ , což odpovídá tepelně izolačnímu materiálu. Potom při vedení tepla vnější vrstvou válce docházelo k většímu odporu vedení tepla.

Součástí multimediálních učebních pomůcek bylo také určení závislosti charakteristického rozměru tělesa na hodnotě Reynoldsova a Grashofova kritéria ovlivňujících intenzitu přestupu tepla při volné a nucené konvekci. Vypočítané hodnoty Reynoldsova a Grashofova kritéria pro vodu, olej a vzduch jsem následně porovnal

s výstupy aplikace a ověřil tak správnost. Nejvyšších hodnot Reynoldsova a Grashofova kritéria dosahovala voda, poté vzduch a následně olej.

Dále jsem ověřil funkčnost aplikace výpočtem intenzity zářivého toku mezi rozlehlými paralelními povrchy. Vypočítaná hodnota intenzity tepelného toku pro zvolenou hodnotu emisivity druhého povrchu se shodovala s vypočítanou hodnotou aplikace. Obdobným způsobem jsem také ověřil funkčnost učebních pomůcek pro kategorie záření mezi dvěma soustřednými válci a záření mezi povrchem obklopeného druhým mnohem větším povrchem. Vypočítané hodnoty zářivého toku se shodovali s hodnotami získanými učebními pomůckami.

Některé řešené příklady zahrnuté do multimediálních učebních pomůcek byly také porovnány se simulacemi vytvořené v programu Comsol Multiphysics. Výsledky simulací rovněž ověřily správnou funkčnost vytvořené aplikace. Nezbytnou součástí této práce jsou také veškeré zdrojové kódy vytvořené aplikace a potřebné soubory pro simulace v programu Comsol Multiphysics. Výsledná podoba multimediálních učebních pomůcek by měla sloužit pro podporu výuky předmětů Procesní inženýrství a Procesy v technice budov vyučovaných na Fakultě aplikované informatiky, Univerzity Tomáše Bati ve Zlíně.

## ZÁVĚR V ANGLIČTINĚ

In the first part of bachelor's thesis I studied the stationary heat transfer. I worked out a literature study focused on describing the basic mechanisms of heat conduction, convection and radiation. I subsequently acquired knowledge used in the practical part, where I created through the mathematical software Wolfram Mathematica multimedia teaching aids describing the stationary heat transfer. For selected types of tasks I created an application used to visualize and describe the basic principles of heat transfer, which are applied in both industrial processes and modern technologies. In the design of multimedia teaching aids I proceeded to make clear application was and served to help demonstrate and describe the basic principles of stationary heat transfer. An essential part of this work was verifying the functionality of this application with exemplary calculations.

In the category of heat transfer through the leadership of a single planar wall, I calculated the temperature distribution of the output to verify functionality of the application form in the wall surface temperature depending on its thickness. The calculated temperature coincided with the readings of the chart. In a similar way, I proceeded to check the temperature distribution in single-layer cylindrical wall.

During validation output applications such as dual-layer temperature profile in the cylindrical wall, I first calculated the resulting heat flux passing through both layers of the cylindrical wall. A slight difference in the result of heat flow was mainly in the rounding the practical calculation. For a known value of heat flow I then calculated the temperature at a selected location inside the wall. I then calculated values compared with the outputs of both applications in the form of two-layer temperature profile in the cylindrical wall, and with detailed views of the temperature distribution in the inner and the outer layer of the cylinder and I checked the correct functionality. During the set values from a sample example, the temperature was in the inner layer so steep in comparison with the course of temperature in the outer layer of the wall. This has resulted in significantly lower thermal conductivity of the outer cylinder wall, which was the example set to  $\lambda_2 = 0.04 \text{ Wm}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ , which corresponds to the thermally insulating material.

The part of multimedia teaching aids were also determine the characteristic size depending on the value of Reynolds' and Grashofova criteria affecting the intensity of heat transfer free and forced convection. Calculated values of Reynolds and Grafhofs criteria for water, oil and air, I then compared the outcomes with the application and verify the

correctness. The highest values of Reynolds and Grashofs criteria reached water, then air, and then oil.

I also verified the functionality of the calculation of the intensity of radiant flux between extensive parallel surfaces. The calculated value of the intensity of heat flow chosen for the surface emissivity of the second coincided with the calculated value applications. In a similar way, I also verified the functionality of teaching aids categories of radiation between two concentric cylinders and radiation between the surfaces surrounded by a second much larger surface. Calculated values of radiant flux coincided with the values obtained teaching aids.

Some solved examples included in the multimedia teaching aids were also compared with simulations created in COMSOL Multiphysics. Simulation results also verify the correct functionality of the created application. Essential parts of this work are all the source code created by applications and files necessary for simulation in COMSOL Multiphysics. The resulting form of multimedia teaching aids should be used to support the teaching of subjects Process engineering and Processes in building technology taught at the Faculty of Applied Informatics, Tomas Bata University in Zlín.

**SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY**

- [1] JÍCHA, Miroslav. Přenos tepla a látky. 1. vyd. Brno: CERM, 2001, 160 s. ISBN 80-214-2029-4.
- [2] NOŽIČKA, Jiří. Základy termomechaniky. Vyd. 1. Praha: Vydavatelství ČVUT, 2001, 187 s. ISBN 80-010-2409-1.
- [3] ŠESTÁK, Jiří a Rudolf ŽITNÝ. Tepelné pochody II: výměníky tepla, odpařování, sušení, průmyslové pece a elektrický ohřev. Vyd. 2. Praha: Nakladatelství ČVUT, 2006, 165 s. ISBN 80-010-3475-5.
- [4] ŠESTÁK, Jiří. Přenos hybnosti, tepla a hmoty. 3. vyd. Praha: ČVUT, 1993, 299 s. ISBN 80-010-2933-6.
- [5] CHRAMCOV, Bronislav. Základy práce v prostředí Mathematica. Vyd. 2. Ve Zlíně: Univerzita Tomáše Bati, 2006, 122 s. ISBN 80-731-8510-5.
- [6] Termodynamika. In: *Wikipedia: the free encyclopedia* [online]. San Francisco (CA): Wikimedia Foundation, 2001- [cit. 2012-05-14].  
Dostupné z: <http://cs.wikipedia.org/wiki/Termodynamika>
- [7] Šíření tepla. In: *Wikipedia: the free encyclopedia* [online]. San Francisco (CA): Wikimedia Foundation, 2001- [cit. 2012-05-14].  
Dostupné z: [http://cs.wikipedia.org/wiki/Šíření\\_tepla](http://cs.wikipedia.org/wiki/Šíření_tepla)
- [8] PAVELEK, Milan, Eva JANOTKOVÁ a Josef ŠTĚTINA. VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ. Vizualizační a optické měřicí metody [online]. 2. vydání. Brno, 2007 [cit. 2012-05-14]. Dostupné z <http://ottp.fme.vutbr.cz/~pavelek/optika/>
- [9] Termodynamika materiálů. LEITNER, Jindřich. *Termodynamika materiálů: Příklady* [online]. 1. vyd. Praha: Vydavatelství VŠCHT, 1997 [cit. 2012-05-14].  
Dostupné z: <http://www.vscht.cz/ipl/termodyn/termmatpdf/Kapitola%201.pdf>
- [10] COMSOL Multiphysics - modelování multifyzikálních dějů. *Technické výpočty, řídicí technika, simulace / Humusoft* [online]. © HUMUSOFT 1991 - 2012 [cit. 2012-05-22]. Dostupné z: <http://www.humusoft.cz/produkty/comsol/comsol/>
- [11] Zákon zachování energie. In: *Wikipedia: the free encyclopedia* [online]. San Francisco (CA): Wikimedia Foundation, 2001- [cit. 2012-06-02].  
Dostupné z: [http://cs.wikipedia.org/wiki/Zákon\\_zachování\\_energie](http://cs.wikipedia.org/wiki/Zákon_zachování_energie)

- [12] VYSOKÁ ŠKOLA CHEMICKO-TECHNOLOGICKÁ V PRAZE. Ústav chemického inženýrství II [online]. 2009 [cit. 2012-06-02].  
Dostupné z: <http://www.vscht.cz/uchi/ped/chi/chi.ii.ulohy.k11.sdileni.tepla.pdf>
- [13] VYSOKÁ ŠKOLA CHEMICKO-TECHNOLOGICKÁ V PRAZE. Ústav chemického inženýrství II [online]. 2009 [cit. 2012-06-02].  
Dostupné z: <http://www.vscht.cz/uchi/ped/bc05/07.sdileni.tepla.pdf>
- [14] UNIVERZITA J.E. PURKYNĚ: Katedra technických věd [online]. ÚSTÍ NAD LABEM, 2008 [cit. 2012-06-02].  
Dostupné z: [fzp.ujep.cz/ktv/uc\\_texty/ptu/pt\\_sdileni\\_tepla.doc](http://fzp.ujep.cz/ktv/uc_texty/ptu/pt_sdileni_tepla.doc)
- [15] Vedení tepla. In: Wikipedia: the free encyclopedia [online]. San Francisco (CA): Wikimedia Foundation, 2001- [cit. 2012-06-02].  
Dostupné z: [http://cs.wikipedia.org/wiki/Vedení\\_tepla](http://cs.wikipedia.org/wiki/Vedení_tepla)
- [16] Tepelná vodivost. In: Wikipedia: the free encyclopedia [online]. San Francisco (CA): Wikimedia Foundation, 2001- [cit. 2012-06-02].  
Dostupné z: [http://cs.wikipedia.org/wiki/Tepelná\\_vodivost](http://cs.wikipedia.org/wiki/Tepelná_vodivost)
- [17] ČVUT V PRAZE: Centrum experimentální geotechniky [online]. © 2002-2010 [cit. 2012-06-02]. Dostupné z: <http://ceg.fsv.cvut.cz/vyzkum/zkousky/tepelne-vlastnosti/tepelne-vlastnosti>
- [18] VYSOKÁ ŠKOLA CHEMICKO-TECHNOLOGICKÁ V PRAZE. Ústav chemického inženýrství II [online]. 2009 [cit. 2012-06-02].  
Dostupné z: <http://www.vscht.cz/uchi/ped/chi/chi.ii.text.k16.sdileni.tepla.pdf>
- [19] Index lomu. In: Wikipedia: the free encyclopedia [online]. San Francisco (CA): Wikimedia Foundation, 2001- [cit. 2012-06-02].  
Dostupné z: [http://cs.wikipedia.org/wiki/Index\\_lomu](http://cs.wikipedia.org/wiki/Index_lomu)
- [20] Snellův zákon. In: Wikipedia: the free encyclopedia [online]. San Francisco (CA): Wikimedia Foundation, 2001- [cit. 2012-06-02].  
Dostupné z: [http://cs.wikipedia.org/wiki/Snellův\\_zákon](http://cs.wikipedia.org/wiki/Snellův_zákon)
- [21] Comsol Multiphysics. Design World [online]. © 2009 [cit. 2012-06-04].  
Dostupné z: [http://designworld.matweb.com/help/comsol\\_intro.aspx](http://designworld.matweb.com/help/comsol_intro.aspx)

- [22] Wolfram Tools Online: Mathematica Reviewed. Degree Directory [online].  
© Copyright 2003- 2012 [cit. 2012-06-04]. Dostupné z:  
[http://degreedirectory.org/articles/Wolfram\\_Tools\\_Online\\_Mathematica\\_Reviewed.html](http://degreedirectory.org/articles/Wolfram_Tools_Online_Mathematica_Reviewed.html)
- [23] Wolfram Mathematica Documentation Center. Wolfram [online].  
© 2012 [cit. 2012-06-05]. Dostupné z:  
<http://reference.wolfram.com/mathematica/guide/Mathematica.html>

**SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK**

$A$	plocha [ $m^2$ ]
$E_0$	zářivost černého tělesa [K]
$ Fo$	Fourierovo kritérium [1]
$ Gr$	Grashofovo kritérium [1]
$ Nu$	Nusseltovo kritérium [1]
$ Pe$	Peclétovo kritérium [1]
$ Pr$	Prandtlovo kritérium [1]
$ L$	délka [m]
$ \dot{Q}$	tepelný tok [W]
$ \dot{Q}_{1-2}$	zářivý tok [W]
$ R$	odpor vedení tepla [ $m^2 \cdot K \cdot W^{-1}$ ]
$ S$	plocha [ $m^2$ ]
$ T$	teplota [K]
$ a$	teplotní vodivost [ $m^2 \cdot s^{-1}$ ]
$ c$	rychlost záření v látkovém prostředí [ $m \cdot s^{-1}$ ]
$ c_0$	rychlost záření ve vakuu [ $m \cdot s^{-1}$ ]
$ c_p$	měrná tepelná kapacita [ $J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$ ]
$ g$	gravitační zrychlení, $g \approx 9,823 \text{ m} \cdot s^{-2}$
$ l$	charakteristická délka [m]
$ n$	index lomu [1]
$ n_1$	index lomu prvního prostředí [1]
$ n_2$	index lomu druhého prostředí [1]

$\dot{q}_{1-2}$	intenzita zářivého toku $[W / m^2]$
$r$	poloměr $[m]$
$r_0$	poloměr vnitřní vrstvy válce $[m]$
$r_1$	poloměr vnější vrstvy válce $[m]$
$\langle t_A \rangle$	střední teplota tekutiny A $[^{\circ}C]$
$t_{wA}$	teplota povrchu stěny u tekutiny A $[^{\circ}C]$
$\Delta t$	rozdíl teplot $[^{\circ}C]$
$\nu$	kinematická viskozita $[m^2 \cdot s^{-1}]$
$\nu_l$	rychlost záření v látkovém prostředí $[m \cdot s^{-1}]$
$\alpha$	tepelná difuzivita $[m^2 \cdot s^{-1}]$
$\alpha_A$	součinitel přestupu tepla $[Wm^{-2}K^{-1}] = [kgs^{-3}K^{-1}]$
$\beta$	teplotní objemová roztažnost $[K^{-1}]$
$\varepsilon$	poměrná zářivost (emisivita) $[1]$
$\delta$	tloušťka $[m]$
$\lambda$	součinitel tepelné vodivosti $[Wm^{-1}K^{-1}]$
$\lambda_0$	tepelná vodivost při teplotě $t = 0^{\circ}C$ $[W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}]$
$\sigma$	Stefan – Boltzmanova konstanta $\sigma = 5,669 \cdot 10^{-8} W / m^2 K^4$
$v$	rychlost proudění tekutiny
$\eta$	dynamická viskozita $[Pa \cdot s]$
$\rho$	hustota $[kg \cdot m^{-3}]$

AVI	Audio Video Interleave
CAD	Computer-aided design
DXF	Drawing Exchange Format
GIF	Graphics Interchange Format
STL	STereoLithography
VRML	Virtual Reality Modeling Language

**SEZNAM OBRÁZKŮ**

<i>Obr. 1 – Základní dělení mechanismů sdílení tepla [13]</i> .....	13
<i>Obr. 2 – Schéma rovinné stěny [1]</i> .....	14
<i>Obr. 3 – Schéma složené rovinné stěny [1]</i> .....	18
<i>Obr. 4 – Řez válcovou trubicí a teplotní profil [1]</i> .....	19
<i>Obr. 5 – Teplotní profil skrz tepelně vodivou stěnu [18]</i> .....	20
<i>Obr. 6 – Dělení mechanismu sdílení tepla konvekcí [18]</i> .....	21
<i>Obr. 7 – Řez stěnou při dopadajícím tepelném záření [8]</i> .....	26
<i>Obr. 8 – Spektrum elektromagnetického záření [8]</i> .....	27
<i>Obr. 9 – Princip Snellova zákona [20]</i> .....	28
<i>Obr. 10 – Logo programu Wolfram Mathematica 8 [22]</i> .....	33
<i>Obr. 11 – Logo programu COMSOL Multiphysics [21]</i> .....	35
<i>Obr. 12 – Hlavní okno programu a výběrové menu kategorie</i> .....	38
<i>Obr. 13 – Uživatelské prostředí příkladu č. 1</i> .....	39
<i>Obr. 14 – Výstup v podobě závislosti teploty povrchu stěny na tloušťce</i> .....	39
<i>Obr. 15 – Uživatelské prostředí příkladu č. 2</i> .....	40
<i>Obr. 16 – Výstup v podobě závislosti teploty povrchu trubky na průměru</i> .....	40
<i>Obr. 17 – Uživatelské prostředí příkladu č. 3</i> .....	41
<i>Obr. 18 – Výstup v podobě teplotního profilu ve dvouvrstvé válcové stěně</i> .....	42
<i>Obr. 19 – Výstup v podobě grafu rozložení teploty ve vnitřní vrstvě</i> .....	42
<i>Obr. 20 – Výstup v podobě grafu rozložení teploty ve vnější vrstvě</i> .....	42
<i>Obr. 21 – Informativní tabulka tepelných vodivostí</i> .....	43
<i>Obr. 22 – Tlačítko na výpočet tepelného toku skrz dvouvrstvou válcovou stěnu</i> .....	43
<i>Obr. 23 – Okno výpočtu tepelného toku</i> .....	43
<i>Obr. 24 – Výstup v podobě závislosti Reynoldsova kritéria na rychlosti proudění tekutiny</i>	44

<i>Obr. 25 – Výstup v podobě závislosti Grashofova kritéria na charakteristickém rozměru tělesa .....</i>	<i>45</i>
<i>Obr. 26 – Uživatelské prostředí příkladu č. 6.....</i>	<i>45</i>
<i>Obr. 27 – Výstup v podobě závislosti intenzity zářivého toku na emisivitě druhého povrchu .....</i>	<i>46</i>
<i>Obr. 28 – Informativní tabulka emisivit různých materiálů .....</i>	<i>46</i>
<i>Obr. 29 – Zadávací pole pro výpočet intenzity zářivého toku .....</i>	<i>46</i>
<i>Obr. 30 – Uživatelské prostředí příkladu č. 7.....</i>	<i>47</i>
<i>Obr. 31 – Výstup v podobě závislosti zářivého toku na emisivitě vnějšího válce .....</i>	<i>47</i>
<i>Obr. 32 – Zadávací pole pro výpočet zářivého toku mezi soustřednými válci .....</i>	<i>48</i>
<i>Obr. 33 – Uživatelské prostředí příkladu č. 8.....</i>	<i>48</i>
<i>Obr. 34 – Výstup v podobě závislosti zářivého toku na emisivitě vnějšího válce .....</i>	<i>49</i>
<i>Obr. 35 – Zadávací pole pro výpočet zářivého toku mezi povrchy.....</i>	<i>49</i>
<i>Obr. 36 - Rozložení teploty v jednovrstvé rovinné stěně získané simulací v programu Comsol Multiphysics.....</i>	<i>51</i>
<i>Obr. 37 - Rozložení teploty v jednovrstvé rovinné stěně získané učebními pomůckami.....</i>	<i>52</i>
<i>Obr. 38 – Rozložení teploty v jednovrstvé stěně získané simulací v programu Comsol Multiphysics .....</i>	<i>53</i>
<i>Obr. 39 - Rozložení teploty v jednovrstvé válcové stěně získané učebními pomůckami.....</i>	<i>53</i>
<i>Obr. 40 - Rozložení teploty ve dvouvrstvé válcové stěně získané simulací v programu Comsol Multiphysics.....</i>	<i>55</i>
<i>Obr. 41 - Rozložení teploty ve dvouvrstvé válcové stěně získané učebními pomůckami .....</i>	<i>55</i>
<i>Obr. 42 - Rozložení teploty ve vnitřní a vnější vrstvě získané učebními pomůckami .....</i>	<i>55</i>
<i>Obr. 43 – Srovnání vypočtených hodnot Reynoldsova kritéria v jednom grafu získané učebními pomůckami .....</i>	<i>57</i>
<i>Obr. 44 – Srovnání vypočtených hodnot Grashofova kritéria v jednom grafu získané učebními pomůckami .....</i>	<i>59</i>
<i>Obr. 45 – Schematické zadání úlohy .....</i>	<i>60</i>

<i>Obr. 46 - Rozložení teploty v ocelové stěně v případě, kdy nedochází k přestupu tepla do okolí .....</i>	60
<i>Obr. 47 - Rozložení teploty v ocelové stěně, je-li <math>\alpha = 5 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}</math> .....</i>	61
<i>Obr. 48 - Rozložení teploty v ocelové stěně, je-li <math>\alpha = 20 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}</math> .....</i>	61
<i>Obr. 49 - Rozložení teploty v ocelové stěně, je-li <math>\alpha = 100 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}</math> .....</i>	61
<i>Obr. 50 - Rozložení teploty v ocelové stěně, je-li <math>\alpha = 1000 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}</math> .....</i>	62
<i>Obr. 51 - Rozložení teploty ve stěně ze stavebních cihel, je-li <math>\alpha = 5 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}</math> .....</i>	62
<i>Obr. 52 - Rozložení teploty ve stěně ze stavebních cihel, je-li <math>\alpha = 20 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}</math> .....</i>	62
<i>Obr. 53 - Rozložení teploty ve stěně ze stavebních cihel, je-li <math>\alpha = 100 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}</math> .....</i>	63
<i>Obr. 54 - Rozložení teploty ve stěně ze stavebních cihel, je-li <math>\alpha = 1000 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}</math> .....</i>	63
<i>Obr. 55 - Rozložení teploty ve stěně z plsti, je-li <math>\alpha = 5 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}</math> .....</i>	64
<i>Obr. 56 - Rozložení teploty ve stěně z plsti, je-li <math>\alpha = 20 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}</math> .....</i>	64
<i>Obr. 57 – Průběh intenzity zářivého toku na emisivitě druhého povrchu získané pomocí učebních pomůcek.....</i>	65
<i>Obr. 58 – Vypočtená intenzita zářivého toku získaná učebními pomůckami.....</i>	66
<i>Obr. 59 – Průběh zářivého toku na emisivitě vnějšího válce získané pomocí učebních pomůcek .....</i>	67
<i>Obr. 60 – Vypočtený zářivý tok mezi dvěma soustřednými válci získaný učebními pomůckami .....</i>	67
<i>Obr. 61 – Průběh zářivého toku na emisivitě prvního povrchu získaného učebními pomůckami .....</i>	68
<i>Obr. 62 – Zářivý tok mezi dvěma válci získaný učebními pomůckami .....</i>	68

**SEZNAM TABULEK**

<b>Tab. 1 – Tabulka hodnot tepelných vodivostí pro vybrané materiály [13] .....</b>	<b>16</b>
<b>Tab. 2 – Tabulka informativních hodnot součinitele přestupu tepla [2] .....</b>	<b>24</b>
<b>Tab. 3 – Tabulka hodnot emisivity pro různé druhy materiálů [4] .....</b>	<b>30</b>
<b>Tab. 4 – Rozdělení a popis jednotlivých souborů .....</b>	<b>50</b>

## SEZNAM PŘÍLOH

P I CD disk

## **PŘÍLOHA P I: CD DISK**

Zdrojové kódy multimediálních učebních pomůcek, potřebné soubory pro simulace v programu Comsol Multiphysics a elektronická podoba bakalářské práce přiložené na CD disku.