

Nelineární FEM modelování mechanického chování laminátových plošných konstrukcí

Bc. Radomír Hynčica

Diplomová práce
2011



Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně
Fakulta technologická

Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně

Fakulta technologická

Ústav výrobního inženýrství

akademický rok: 2010/2011

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení: **Bc. Radomír HYNČICA**

Osobní číslo: **T09688**

Studijní program: **N 3909 Procesní inženýrství**

Studijní obor: **Konstrukce technologických zařízení**

Téma práce: **Nelineární FEM modelování mechanického chování laminátových plošných konstrukcí**

Zásady pro vypracování:

1. Vypracujte literární rešerši na dané téma.
2. Sestavte výpočtový model mechanických charakteristik dané laminátové struktury.
3. Sestavte nelineární modely laminátové skořepiny.
4. Získané výsledky srovnajte s klasickým lineárně elastickým výpočtem za předpokladu homogenní stěny a stanovte doporučení pro praktické projektování laminátových skořepin.

Rozsah diplomové práce:

Rozsah příloh:

Forma zpracování diplomové práce: **tištěná/elektronická**

Seznam odborné literatury:

Dle doporučení vedoucího DP

Vedoucí diplomové práce:

doc. Ing. Oldřich Šuba, CSc.

Ústav výrobního inženýrství

Datum zadání diplomové práce:

14. února 2011

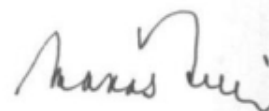
Termín odevzdání diplomové práce:

13. května 2011

Ve Zlíně dne 6. ledna 2011



doc. Ing. Petr Hlaváček, CSc.
děkan



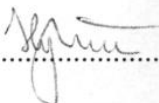
doc. Ing. Miroslav Maňas, CSc.
ředitel ústavu

PROHLÁŠENÍ

Prohlašuji, že

- beru na vědomí, že odevzdáním diplomové/bakalářské práce souhlasím se zveřejněním své práce podle zákona č. 111/1998 Sb. o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších právních předpisů, bez ohledu na výsledek obhajoby ¹⁾;
- beru na vědomí, že diplomová/bakalářská práce bude uložena v elektronické podobě v univerzitním informačním systému dostupná k nahlédnutí, že jeden výtisk diplomové/bakalářské práce bude uložen na příslušném ústavu Fakulty technologické UTB ve Zlíně a jeden výtisk bude uložen u vedoucího práce;
- byl/a jsem seznámen/a s tím, že na moji diplomovou/bakalářskou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb. o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon) ve znění pozdějších právních předpisů, zejm. § 35 odst. 3 ²⁾;
- beru na vědomí, že podle § 60 ³⁾ odst. 1 autorského zákona má UTB ve Zlíně právo na uzavření licenční smlouvy o užití školního díla v rozsahu § 12 odst. 4 autorského zákona;
- beru na vědomí, že podle § 60 ³⁾ odst. 2 a 3 mohu užít své dílo – diplomovou/bakalářskou práci nebo poskytnout licenci k jejímu využití jen s předchozím písemným souhlasem Univerzity Tomáše Bati ve Zlíně, která je oprávněna v takovém případě ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které byly Univerzitou Tomáše Bati ve Zlíně na vytvoření díla vynaloženy (až do jejich skutečné výše);
- beru na vědomí, že pokud bylo k vypracování diplomové/bakalářské práce využito softwaru poskytnutého Univerzitou Tomáše Bati ve Zlíně nebo jinými subjekty pouze ke studijním a výzkumným účelům (tedy pouze k nekomerčnímu využití), nelze výsledky diplomové/bakalářské práce využít ke komerčním účelům;
- beru na vědomí, že pokud je výstupem diplomové/bakalářské práce jakýkoliv softwarový produkt, považují se za součást práce rovněž i zdrojové kódy, popř. soubory, ze kterých se projekt skládá. Neodevzdání této součásti může být důvodem k neobhájení práce.

Ve Zlíně 5.5.2011



.....

¹⁾ zákon č. 111/1998 Sb. o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších právních předpisů, § 47 Zveřejňování závěrečných prací:

(1) Vysoká škola nevydělečně zveřejňuje disertační, diplomové, bakalářské a rigorózní práce, u kterých proběhla obhajoba, včetně posudků oponentů a výsledku obhajoby prostřednictvím databáze kvalifikačních prací, kterou spravuje. Způsob zveřejnění stanoví vnitřní předpis vysoké školy.

(2) Disertační, diplomové, bakalářské a rigorózní práce odevzdané uchazečem k obhajobě musí být též nejméně pět pracovních dnů před konáním obhajoby zveřejněny k nahlížení veřejnosti v místě určeném vnitřním předpisem vysoké školy nebo není-li tak určeno, v místě pracoviště vysoké školy, kde se má konat obhajoba práce. Každý si může ze zveřejněné práce pořizovat na své náklady výpisy, opisy nebo rozmnoženiny.

(3) Platí, že odevzdáním práce autor souhlasí se zveřejněním své práce podle tohoto zákona, bez ohledu na výsledek obhajoby.

²⁾ zákon č. 121/2000 Sb. o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon) ve znění pozdějších právních předpisů, § 35 odst. 3:

(3) Do práva autorského také nezasahuje škola nebo školské či vzdělávací zařízení, užije-li nikoli za účelem přímého nebo nepřímého hospodářského nebo obchodního prospěchu k výuce nebo k vlastní potřebě dílo vytvořené žákem nebo studentem ke splnění školních nebo studijních povinností vyplývajících z jeho právního vztahu ke škole nebo školskému či vzdělávacího zařízení (školní dílo).

³⁾ zákon č. 121/2000 Sb. o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon) ve znění pozdějších právních předpisů, § 60 Školní dílo:

(1) Škola nebo školské či vzdělávací zařízení mají za obvyklých podmínek právo na uzavření licenční smlouvy o užití školního díla (§ 35 odst. 3). Odpirá-li autor takového díla udělit svolení bez vážného důvodu, mohou se tyto osoby domáhat nahrazení chybějícího projevu jeho vůle u soudu. Ustanovení § 35 odst. 3 zůstává nedotčeno.

(2) Není-li sjednáno jinak, může autor školního díla své dílo užít či poskytnout jinému licenci, není-li to v rozporu s oprávněnými zájmy školy nebo školského či vzdělávacího zařízení.

(3) Škola nebo školské či vzdělávací zařízení jsou oprávněny požadovat, aby jim autor školního díla z výdělku jím dosaženého v souvislosti s užitím díla či poskytnutím licence podle odstavce 2 přiměřeně přispěl na úhradu nákladů, které na vytvoření díla vynaložily, a to podle okolností až do jejich skutečné výše; přitom se přihlédne k výši výdělku dosaženého školou nebo školským či vzdělávacím zařízením z užití školního díla podle odstavce 1.

ABSTRAKT

Diplomová práce se zabývá modelováním mechanického chování plošných laminátových konstrukcí (zastřešení ČOV, vyhnívacích nádrží a jiné) segmentového typu. Řešení je provedeno na základě metody konečných prvků s použitím teorie desek a skořepin.

Teoretická část je rozdělena do několika hlavních kapitol, přičemž úvodní kapitola pokrývá základní seznámení se strukturou kompozitních materiálů. Problematika se dále zabývá vyztužujícími vlákny, matricemi, vybranými technologiemi zpracování, některými mechanickými zkouškami a konečně mechanikou kompozitů.

Praktická část je zaměřena na numerické výpočty konstrukcí skořepinového typu na základě několika přístupů z hlediska chování materiálu – výpočtová linearita, nelinearita a bimodularita.

Klíčová slova: kompozity, lamináty, FEM, bimodularita

ABSTRACT

Final thesis deals with modeling of mechanical behavior of planar laminates structures (cover of wastewater treatment plant, septic tank and other) segmental type. Solving is done on the base of finite element method with using theory plates and shells.

Theoretical part is divided into several main chapters, the opening chapter covered basic information about the structure of composite materials. Next issues deals with reinforcing fibers, matrixes, selected technology of processing, some of mechanical testing and finally mechanics of composites.

Practical part is focused on numerical computation of shell-type structures by several approaches from angle of material behavior – computational linearity, nonlinearity and bimodularity.

Keywords: composites, laminates, FEM, bimodularity

MOTTO

„Když všichni mluví o nemožnostech, hledej možnosti“.

Tomáš Baťa

PODĚKOVÁNÍ

Mé poděkování patří panu doc. Ing. Oldřichu Šubovi, CSc., který byl vedoucím mé diplomové práce, za kladný přístup, příjemnou spolupráci, věnovaný čas a odborné rady poskytnuté při tvorbě této práce.

Dále bych chtěl z celého srdce poděkovat svým rodičům, prarodičům a své sestře za skvělé zázemí, které mi při studiu na vysoké škole poskytovali, za oporu a morální podporu. Ani bez nich by tato diplomová práce nemohla vzniknout.

PROHLÁŠENÍ

Prohlašuji, že odevzdaná verze diplomové práce a verze elektronická nahraná do IS/STAG jsou totožné.

OBSAH

ÚVOD	11
1 TEORETICKÁ ČÁST	12
1 ÚVOD DO STRUKTURY KOMPOZITŮ	13
1.1 DEFINICE	13
1.2 KLASIFIKACE KOMPOZITŮ.....	14
1.3 HLAVNÍ CHARAKTERISTIKY SLOŽEK KOMPOZITŮ	15
1.4 ZVLÁŠTNOSTI VYZTUŽENÝCH POLYMERŮ	16
1.5 LAMINÁTY	17
1.6 VŠEOBECNÉ VLASTNOSTI LAMINÁTŮ	18
1.7 POUŽITÍ KOMPOZITNÍCH MATERIÁLŮ	19
2 VYZTUŽUJÍCÍ VLÁKNA	21
2.1 SKLENĚNÁ VLÁKNA	22
2.1.1 Výrobky ze skleněných vláken.....	23
2.2 ARAMIDOVÁ VLÁKNA.....	25
2.3 UHLÍKOVÁ VLÁKNA.....	26
2.4 PŘÍRODNÍ VLÁKNA	28
2.5 POROVNÁNÍ VLÁKEN	28
3 MATRICE – POJIVO	31
3.1 REAKTIVNÍ PRYSKYŘICE.....	31
3.1.1 Nenasycené polyesterové pryskyřice (UP-R)	32
3.1.2 Vinylesterové pryskyřice (VE-R).....	32
3.1.3 Epoxidové pryskyřice (EP-R).....	33
3.1.4 Fenolické pryskyřice (PF-R)	33
3.2 TERMOPLASTY	33
3.3 SPOJENÍ VLÁKNO – MATRICE	34
4 ZPRACOVÁNÍ – VYBRANÉ TECHNOLOGIE	35
5 ZKOUŠKY MECHANICKÝCH VLASTNOSTÍ	39
5.1 ZKOUŠKA JEDNOSMĚRNÝM TAHEM.....	39
5.2 ZKOUŠKA JEDNOSMĚRNÝM TLAKEM	40
5.3 ZKOUŠKY JEDNOOSÝM OHYBEM	41
6 MECHANIKA KOMPOZITŮ - LAMINÁTY	42

6.1	HOOKEŮV ZÁKON PRO ORTOTROPNÍ MATERIÁLY	42
6.2	SYMETRIE ELASTICKÝCH VLASTNOSTÍ	43
6.3	KONSTITUČNÍ ROVNICE LAMINY	44
6.4	GEOMETRICKÉ DEFORMAČNÍ ROVNICE LAMINÁTOVÉ STĚNY	45
6.5	KONSTITUČNÍ ROVNICE LAMINÁTOVÉ STĚNY OBECNÉ STRUKTURY	46
6.6	KVAZIIZOTROPNÍ LAMINÁTOVÉ STRUKTURY	50
6.7	BIMODULÁRNÍ OHYB PRUTŮ VYZTUŽENÝCH DLOUHÝMI VLÁKNY	50
ZÁVĚR TEORETICKÉ ČÁSTI		52
II PRAKTICKÁ ČÁST		53
CÍLE DIPLOMOVÉ PRÁCE		54
7	OKRAJOVÉ PODMÍNKY	55
7.1	VÝPOČTOVÉ PŘÍSTUPY	55
7.1.1	Lineárně elastický přístup	55
7.1.2	Nelineární přístup	56
7.1.3	Nelineární přístup - bimodulární chování materiálu	56
7.2	VÝPOČTOVÝ MODEL	57
7.3	MATERIÁLOVÉ CHARAKTERISTIKY	58
7.4	GEOMETRICKÉ PARAMETRY KONSTRUKCE	59
7.5	ULOŽENÍ KONSTRUKCE	60
7.6	ZATÍŽENÍ KONSTRUKCE	61
7.7	VÝPOČETNÍ SOFTWARE	62
8	VÝSLEDKY NUMERICKÝCH ANALÝZ	63
8.1	LINEÁRNÍ ANALÝZA	64
8.1.1	Zatížení sněhem	64
8.1.2	Zatížení větrem	66
8.1.3	Srovnání výsledků zatížení	69
8.1.4	Řešení problému pro koeficient bezpečnosti na ztrátu stability	71
8.2	NELINEÁRNÍ ANALÝZA	73
8.2.1	Zatížení sněhem	73
8.2.2	Zatížení větrem	74
8.2.3	Srovnání výsledků zatížení	75
8.3	BIMODULÁRNÍ ANALÝZA	76
8.3.1	Zatížení sněhem	76
8.3.2	Zatížení větrem	77
8.3.3	Srovnání výsledků zatížení	78
8.4	SROVNÁNÍ VÝSLEDKŮ ANALÝZ	79
8.4.1	Zatížení sněhem	79
8.4.2	Zatížení větrem	83

8.4.3	Grafické srovnání výsledků numerických analýz pro vybraný typ modelu zastřešení	88
8.4.3.1	Zatížení sněhem	89
8.4.3.2	Zatížení větrem	92
8.5	DOPORUČENÍ PRO PRAKTICKÉ PROJEKTOVÁNÍ	96
ZÁVĚR		103
SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY		104
SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK		106
SEZNAM OBRÁZKŮ		109

ÚVOD

Polymerní materiály laické veřejnosti splývající pod jednotné označení pryskyřice či plasty či umělé hmoty, se v masové míře začaly využívat v 50. letech, kdy se rozvinula petrochemie a suroviny pro výrobu těchto materiálů byly vedlejšími produkty výroby benzínu a jiných pohonných hmot (hlavně ethylen, styren a propylén). Od této doby se výroba a použití polymerních materiálů stalo významným průmyslovým odvětvím v mezinárodním měřítku.

Je však třeba říci, že samotná podstata polymerů (dlouhé relativně flexibilní uhlíkové či křemíkové páteřní řetězce) definuje hranice jejich použití v konstrukčních aplikacích především v důsledku limitující tuhosti, pevnosti a tepelné odolnosti. Jestliže však do pryskyřice či plasty přidáme výztuž ve formě vláken, která mají vysokou tuhost, pevnost a tepelnou stabilitu, či ve formě práškových plniv, získáme zcela novou, unikátní skupinu materiálů kombinující mnohdy synergicky mechanické vlastnosti výztuže se snadností zpracování polymerů. Skupina těchto materiálů obsahující vláknové výztuže se nazývá polymerní kompozity a skupina obsahující práškové plniva se nazývá plněné plasty.

Sotva některá skupina z oblasti polymerních materiálů nabízí tak široké možnosti využití jako vlákna vyztužené plasty. Tyto materiály uspokojují požadavky od jednoduchých technických aplikací až po extrémní konstrukce v letectví a kosmonautice, od jednoduchých způsobů ruční, kusové výroby po vysoce složité výrobní postupy. Vedle výztužných vláken, která jsou hlavními nositeli pevnosti, je polymerní matrice přinejmenším stejným způsobem významná pro uplatnění konstrukčních dílů v technické praxi, zejména výrazně rozhoduje o racionálním způsobu výroby.

Není divu, že při své schopnosti kombinovat vynikající mechanické vlastnosti s konstrukční přizpůsobivostí a snadné výrobě, které kompozity nabízejí, daleko předstihly rychlostí růstu výroby jiné materiály. Další jedinečnou charakteristikou, která kompozity odlišuje od jiných materiálů (zejména vláknové), je to, že zároveň s výrobou konstrukce nebo prvku je vytvářena i struktura materiálu.

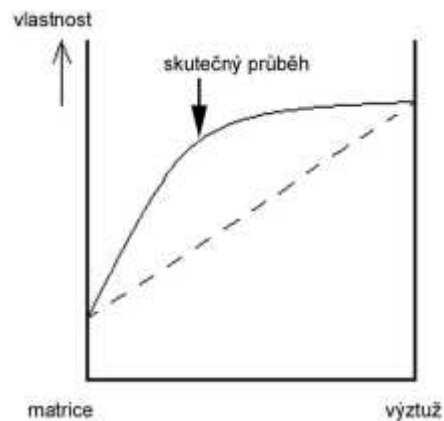
Klasická omezení daná fantazii modernímu konstruktérovi vlastnostmi nejrozšířenějších materiálů – kovy, betonem, a ostatními tradičními materiály – je možno překročit právě s pomocí *kompozitů*. [1,2,4]

I. TEORETICKÁ ČÁST

1 ÚVOD DO STRUKTURY KOMPOZITŮ

1.1 Definice

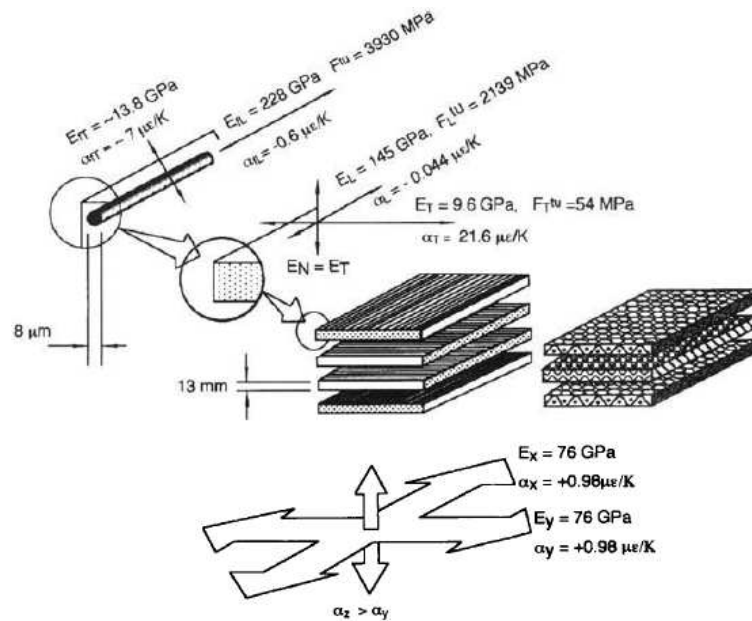
Kompozit je název pro heterogenní materiál složený nejméně ze dvou různých materiálových složek, jehož vlastnosti nedosahuje nejen žádná složka kompozitu samostatně, ale mnohdy ani vlastností, které by se daly předpokládat prostým součtem vlastností těchto složek. Takovýto účinek se nazývá *synergický* a je rozhodující pro určení, co kompozit je a co není. Synergický účinek lze symbolicky vyjádřit na první pohled nelogickým matematickým vztahem $1 + 1 = 3$. Příležitější by proto pro kompozity bylo označení *synergické materiály*, což by lépe vystihovalo jejich podstatu. Tím by odpadly nejasnosti a složité definice kompozitů.



Obr. 1. Synergické chování [13]

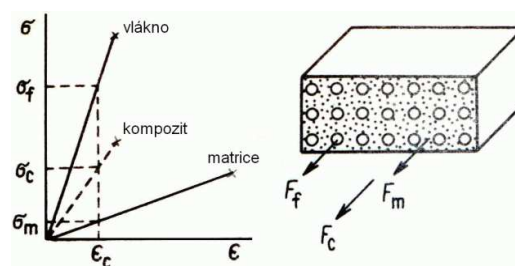
Další významnou vlastností kompozitů je výrazné makroskopické rozhraní mezi jednotlivými složkami, které kompozit tvoří, a které se u kompozitů nazývají *fáze*. Tento pojem se u kompozitních materiálů zásadně liší od stejného pojmu známého z metalurgie kovů. Základní materiálovou složkou (fází) kompozitů je *matrice*, ve které je uložena *výztuž*, která rozhodujícím způsobem zvyšuje především mechanické nebo fyzikální parametry kompozitu. [3]

Kompozity vyztužené vlákny patří určitě k jedněm z nejstarších a nejvíce rozšířených materiálů. Matrice může být polymerní, kovová nebo keramická. Největší použití mají kompozity s polymerní maticí. Vlákna jsou v poměru k matici pevná, tuhá a jsou obvykle ortotropní (mající odlišné vlastnosti ve dvou různých směrech). Tyto vlastnosti jsou nejvíce patrné při členění stavebního prvku zobrazeného na obrázku (Obr. 2.). [2,3,7]



Obr. 2. Anatomie kompozitního laminátu [7]

Vláknový kompozit pracuje tak, že matrice, která má nižší modul pružnosti, se začne při vnějším zatížení pružně nebo plasticky deformovat a vlákna toto zatížení přebírají v důsledku adheze. Matrice musí být schopna se deformovat bez porušení. Nejvyššího účinku matrice se dosáhne, když jsou vlákna namáhána až do meze pevnosti napětím přeneseným matricí. V kompozitu tak každá složka uplatňuje svoje přednosti: vlákna přenášejí zatížení, matrice chrání vlákna proti působení okolního prostředí. Nedostatky jedné složky jsou překryty přednostmi složky druhé. [3]



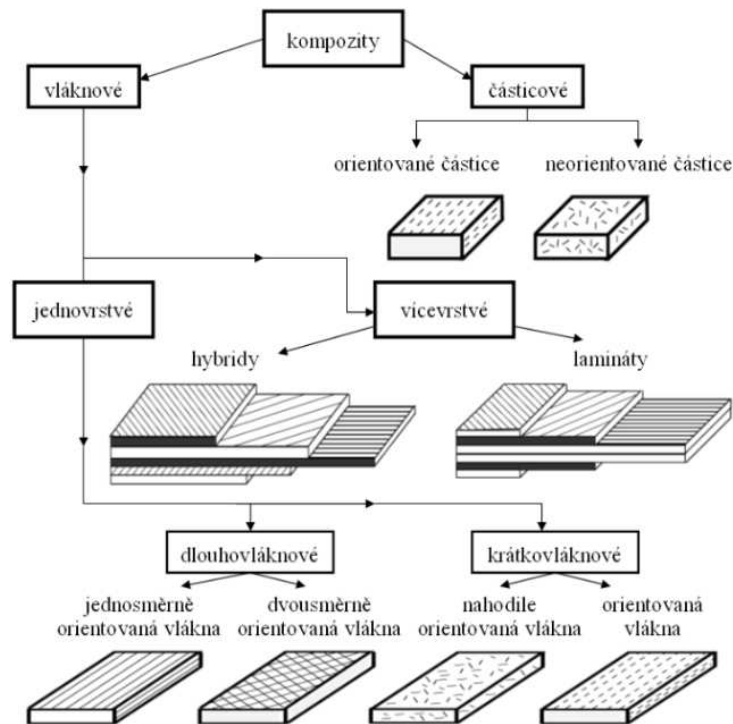
Obr. 3. Pracovní diagram při tahovém namáhání kompozitu [2]

1.2 Klasifikace kompozitů

Většina dosud vyvinutých kompozitních materiálů je vyráběna pro zlepšení mechanických vlastností, jako je pevnost, tuhost, tažnost a vysokoteplotní odolnost. Je pak přirozené, že se společně studují kompozity, které mají společný mechanismus pevnostního cho-

vání. Tento mechanismus je silně závislý na geometrii vyztužení. Proto je vhodné rozřídít kompozitní materiály na základě geometrie reprezentativní jednotky vyztužení. Obrázek (Obr. 4.) představuje obecně přijaté klasifikační schéma pro kompozitní materiály. [2]

Dělení kompozitů podle typu vyztuže [2]:



Obr. 4. Klasifikace kompozitů [10]

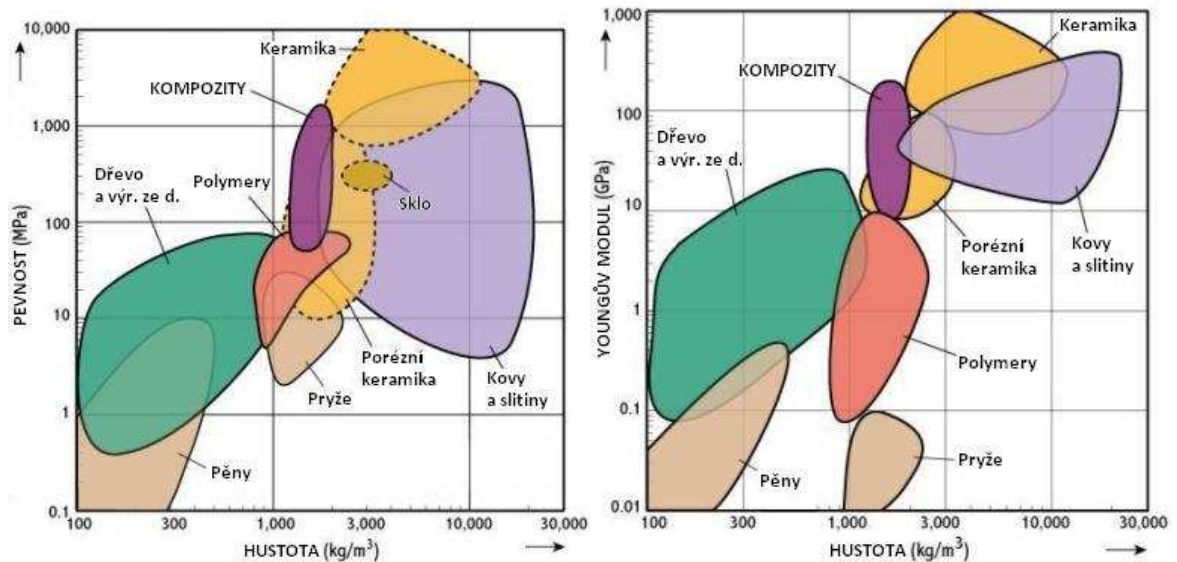
Dělení kompozitů podle typu polymerní matrice [4]:

- *Termoplasty*, kterými jsou například polystyren (PS), polypropylen (PP), polyetylén (PE), polykarbonát (PC), polyetylén tereftalát (PET) a další.
- *Termosety*, jakými jsou například epoxidy, nenasycené polyestery, malaminy či fenol formaldehydové pryskyřice a další.

1.3 Hlavní charakteristiky složek kompozitů

- *Mechanické a fyzikální hodnoty* jednotlivých složek (mez pevnosti, modul pružnosti, Poissonův součinitel, pracovní diagramy mezního přetvoření a anizotropie). Tažnost se v kompozitech nahrazuje obvykle pojmem „mezní přetvoření“.
- *Objemové zastoupení* složek a jejich geometrický tvar a geometrické uspořádání.
- *Interakce* složek a jejich vzájemná adheze.

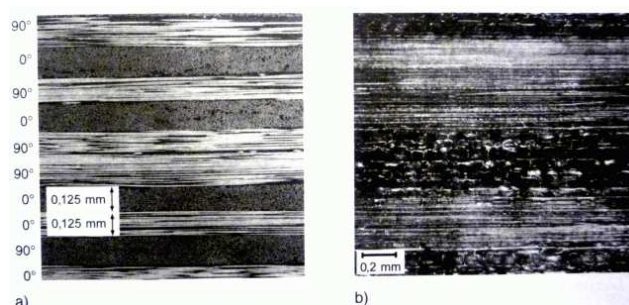
Důležitou hodnotou, kterou kompozity převyšují ostatní materiály, jsou tzv. *měrné vlastnosti*, což jsou hodnoty jednotlivých vlastností (pevnost, pružnost, ale i cena) vztažené na jednotku hmotnosti kompozitu (Obr. 5.). Z tohoto pohledu pak kompozitní materiály představují nejúčinnější využití možnosti hmoty. [3]



Obr. 5. Měrné vlastnosti konstrukčních materiálů [12]

1.4 Zvláštnosti vyztužených polymerů

Je běžné, že příroda využívá synergických účinků různorodých materiálů pro dosažení lepších vlastností a vytváří materiály připomínající materiály kompozitní. Například řez vrstvenou strukturou epoxidové pryskyřice vyztužené uhlíkovými vlákny a strukturou bambusového stonku mají podobnou strukturu, liší se ovšem rozměrem (Obr. 6.). [1]



Obr. 6. Řez laminátem z epox. pryskyřice a uhlíkových vláken (a) a bambusovým stonkem (b) [1]

Důvody pro použití vláken jako konstrukčního prvku vycházejí ze čtyř *paradoxů materiálu* [1]:

1) *Paradox pevného materiálu*

Skutečná pevnost materiálu je podstatně nižší než pevnost vypočítaná teoreticky.

2) *Paradox vláknité struktury*

Materiál ve formě vlákna má mnohonásobně vyšší pevnost než stejný materiál v kompaktní formě. Čím je vlákno tenčí, tím je jeho pevnost vyšší.

3) *Paradox délky zatížení*

Čím kratší je zatěžovaná část jednotlivého vlákna, tím vyšší je jeho naměřená pevnost.

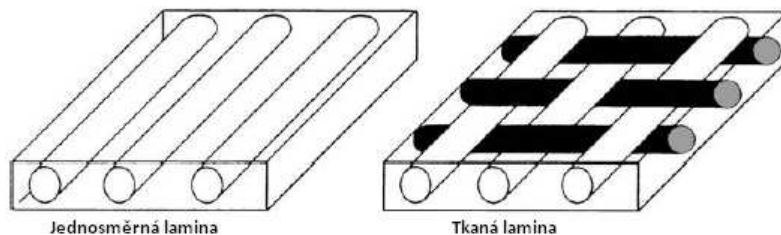
4) *Paradox kompozitního materiálu*

Kompozitní materiál jako celek může převzít napětí, které by jeho slabší složku porušilo. Od pevnější složky kompozitu může převzít vyšší podíl její teoretické pevnosti, než kdyby byla namáhána samostatně.

1.5 Lamináty

Lamina

Dlouhými vlákny vyztužené stěny deskových a skořepinových konstrukcí jsou obvykle sestaveny z jednotlivých monovrstev – *lamin*. Lamina je plošné (nebo někdy zakřivené) uspořádání jednosměrných (nebo tkaných) vláken uložených v matricovém materiálu.

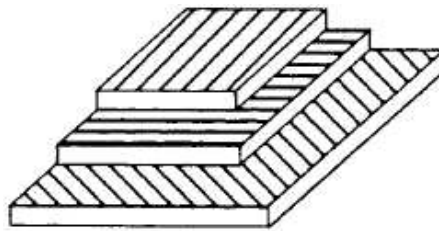


Obr. 7. Typy lamin [8]

Obecný předpoklad laminy je ortotropie a její tloušťka závisí na materiálu, ze kterého je vyrobena. Například lamina skládající se z uhlíkových vláken uložených v epoxidové matrici, může být tlustá v řádu 0,127 [mm]. Za účelem analýzy je lamina typicky modelována jako jedna vrstva, po jejíž tloušťce jsou umístěna vlákna. Jedná se ale pouze o model, který nereprezentuje skutečné uložení vláken. Jednosměrná a tkaná lamina jsou schematicky zobrazeny na obrázku (Obr. 7.). [8]

Laminát

Laminát (Obr. 8.) je vrstevnatá struktura vzniklá kladením více monovrstev – lamin s různou orientací – tak, aby bylo dosaženo požadovaného výsledku. Jednotlivé laminy jsou spojovány dohromady vytvrzovacím procesem, který závisí na použité soustavě materiálů. Mechanická odezva laminátu je odlišná od jednotlivé laminy, kterými je tvořen. Odezva laminátu závisí na vlastnostech každé laminy, jakožto na pořadí, ve kterém jsou monovrstvy kladeny. [6,8]



Obr. 8. Laminát [8]

Mikromechanika

Mikromechanika je speciální oblast kompozitů, která zahrnuje studium vzájemného působení jednotlivých komponent na mikroskopické úrovni. Toto studium je prováděno s využitím matematického modelu popisujícího odezvu každé komponenty.

Makromechanika

Makromechanika zkoumá celkovou odezvu laminy (nebo laminátu), ve kterém jsou účinky jednotlivých komponent průměrovány tak, aby bylo dosaženo zdánlivé odezvy na makroskopické úrovni. [8]

1.6 Všeobecné vlastnosti laminátů

Výhody laminátů [1]:

- velká pružnost při deformaci,
- vysoká pevnost a tuhost, kterou lze přizpůsobit směru a druhu zatížení, zejména zatížení v tahu ve směru vláken, při nízké hmotnosti kompozitu,
- značná přizpůsobivost každému tvaru,
- značná odolnost vůči dynamickému namáhání při vysokém mechanickém tlumení,
- nízký součinitel teplotní délkové roztažnosti,

- vysoká odolnost proti stárnutí a korozi,
- mnoho možností kombinace matrice a vláken, umožňující složení materiálu tzv. „na míru“,
- dobrá surovinová základna,
- menší požadavek na investice při malém počtu výrobků (i velkoplošných),
- možnost oprav při použití termosetické matice.

Nevýhody laminátů [1]:

- množství variant materiálového složení, neexistuje standardní kompozit,
- neobvyklé chování materiálu (vlastnosti kompozitu nelze jednoduše odvodit součtem vlastností jeho složek),
- specifické vlastnosti materiálu a způsoby zpracování,
- obtížené nedestruktivní zkoušení materiálu,
- nízká mez pevnosti v tahu ve směru kolmo ke směru uložení vláken (tvorba trhlin, oslabení spojení vlákna a matrice),
- možné katastrofální následky při havárii,
- vysoké náklady při dimenzování náročných konstrukcí,
- nízká odolnost proti působení vlhkosti za tepla,
- místní poškození, např. nárazem, se obtížně poznávají a hůře opravují než např. u hliníkových konstrukcí.

1.7 Použití kompozitních materiálů

Kompozitní materiály získaly popularitu (i přes jejich obecně vysokou cenu) ve vysokovýkonných produktech, které potřebují být lehké, ale dost pevné aby snesly drsné podmínky zatížení, jako jsou letecké komponenty (ocasní části, křídla, trupy, vrtule) – (Obr. 9.), lodě, veslice, rámy kol a karoserie závodních aut. Ostatní použití zahrnuje rybářské pruty, baseballové pálky, zastřešení (Obr. 10.), skladovací nádrže aj. Kompozitní materiály se také stávají běžnější v oblasti ortopedické chirurgie. [14]



Obr. 9. Aplikace kompozitů – Boeing [15]

Celosvětová produkce kompozitů se v roce 2005 dala odhadnout na 4 miliony tun, na kterých se podílely skoro stejnou částí Evropa, severní Amerika a Asie. Podle americké statistiky se použilo na dopravní prostředky (hlavně automobily) a ve stavebnictví více než 60% kompozitů, k dalším důležitým sektorům patřily přístroje a sportovní nářadí (lyže, čluny aj.). Váhové množství použité na vojenskou techniku a vesmírné dopravní prostředky obnášelo méně než 1%. [17]



Obr. 10. Sklolaminát – zastřešení ČOV [16]

2 VYZTUŽUJÍCÍ VLÁKNA

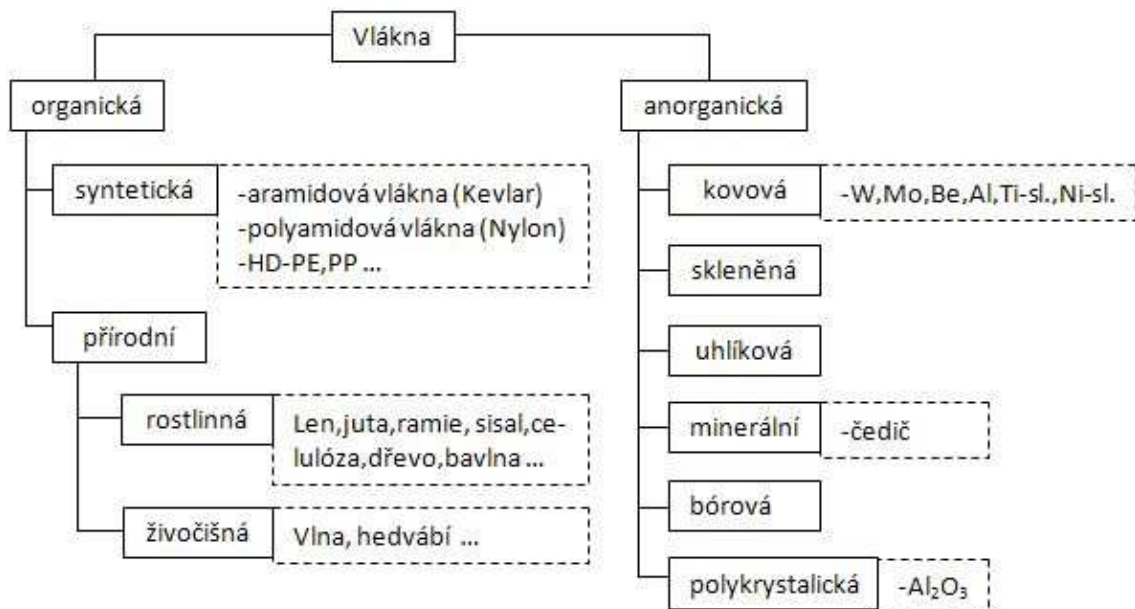
Materiály ve formě vláken se cíleně jako konstrukční prvky používají zřídka. Zajímavou skupinou materiálů se stávají teprve v kompaktní formě, jako je tomu v kompozitních materiálech. [1]

Vláknové *mikrokompozity* obsahují vlákna o průměru 10^0 až 10^2 [μm]. Některé kompozity obsahují vlákna o průměru pod 1 [μm] v podobě krátkých (diskontinuálních) nanovláken a zařazují se proto mezi *nanokompozity*. [5]

Většina vyráběných vláken má kruhový průřez od 5 od 20 [μm]. Nejcennější jsou vlákna s velkým poměrem povrchu k jejich objemu. Dlouhá vlákna uspořádaná v jednom směru zajišťují vysoké hodnoty pevnosti a tuhosti kompozitu ve směru vláken, ale malé hodnoty těchto parametrů ve směru kolmém k vláknům, což vytváří anizotropii vlastností. Aby se vytvořil kompozit izotropní, jsou vlákna v kompozitu ukládána v různých směrech, nebo se jako výztuž použijí vlákna krátká, popř. výztuž tvoří částice. [3]

Nejčastěji používanou výztuží ve vláknových kompozitech vyráběných tažením, navíjením i jinými technikami jsou skleněná vlákna. [4]

Dělení nejčastěji využívaných vláken [4]:



Obr. 11: Dělení nejčastěji používaných vláken [4]

2.1 Skleněná vlákna

Textilní skleněná vlákna (GF – Glass Fiber) je společný název pro tenká vlákna ($\varnothing 3,5$ až $24 \mu\text{m}$) s pravidelným kruhovým průřezem, tažená z roztavené skloviny a používaná pro textilní účely. [1]

Skleněná vlákna z *E skloviny* (sklo pro elektrotechniku) je nejlevnější a přitom má dobré mechanické a elektrické vlastnosti (nevodivost, velký povrchový odpor, relativně malou relativní permitivitu a malé dielektrické ztráty a poměrně dobrou odolnost proti hydrolyze).

Vlákna ze *skloviny S* jsou dražší, protože sklovina má větší teplotu tavení. Používají se většinou v kompozitech s epoxidovou maticí. Vlákna mají větší pevnost v tahu a větší modul pružnosti v tahu než standardní vlákna z E skla.

Vlákna ze *skloviny C* mají nižší teplotu měknutí, jsou méně pevná a jejich mechanické vlastnosti rychleji klesají s rostoucí teplotou. V prostředí obsahujícím kyseliny větší podíl alkalických prvků zlepšuje odolnost proti rozpouštění, v samotné vodě se však alkalické prvky rychle vyluhují. Pro alkalické prostředí jsou vhodná vlákna ze *skloviny ACR*. Tato sklovina je odolná vůči zásaditému prostředí. [5]

Vlastnosti skleněných vláken [1]:

Skleněné vlákno je *izotropní*, což znamená, že jeho materiálové vlastnosti v podélném a příčném směru jsou totožné.

- Pevnost v tahu $\sigma_{Pt\parallel f} = \sigma_{Pt\perp f} = 3500 \text{ [N.mm}^{-2}\text{]}$ pro čerstvě tažené vlákno,
 $\sigma_{Pt\parallel f} = \sigma_{Pt\perp f} = 1500 \text{ [N.mm}^{-2}\text{]}$ po zpracování.
- *E*-modul $E_{\parallel f} = E_{\perp f} \sim 75\,000 \text{ [N.mm}^{-2}\text{]}$
- Součinitel teplotní délkové roztažnosti $\alpha_{\parallel f} = \alpha_{\perp f} = 5 \cdot 10^{-6} \text{ [K}^{-1}\text{]}$
- Elektrická vodivost $\sim 10^{-13} \text{ [S.m}^{-1}\text{]}$
- Modul pružnosti v tahu (*E*-modul) skleněných vláken je přibližně stejně velký jako hliníku a činí asi třetinu hodnoty oceli, pevnost v tahu je vyšší než u většiny organických i anorganických vláken a je většinou podstatně vyšší než u oceli (v kompaktní formě). Vzhledem k porovnatelně nižší hustotě skla je hodnota měrné pevnosti zvláště vysoká.

- Mez průtažnosti skleněného vlákna má hodnotu kolem 3 [%]. Deformace je přitom téměř elastická, tj. skleněné vlákno nemá viskoelastické chování jako syntetická vlákna.
- Tepelné vlastnosti skleněných vláken překonávají tepelné vlastnosti jiných materiálů. Ani dlouhodobé trvalé tepelné namáhání při 250 [°C] nesnižuje hodnoty mechanických vlastností. Tepelná vodivost je naproti tomu vyšší než u ostatních materiálů, ale podstatně nižší než u kovů.
- Skleněná vlákna jsou nehořlavá a tudíž ohnivzdorná. Hodí se proto pro kompozity a závěsy.
- Bod měknutí E-skloviny je vyšší než 625 [°C].
- Součinitel teplotní délkové roztažnosti skleněných vláken je nižší než u většiny konstrukčních materiálů.

2.1.1 Výrobky ze skleněných vláken

Roving se nejčastěji vyrábí z vláken E (7 μm), G (9 μm), H (10 μm) a K (13 μm) a je dostupný v různých jemnostech. Rovingové tkaniny mají různou textilní vazbu. Vedle požadavků na tuhost a pevnost kompozitu o vhodné vazbě rozhoduje i tvarová členitost forem. Vzájemné uspořádání osnovy a útku vytváří tři základní typy vazeb [5].

Druhy vazeb [1]:

- a) *plátnová vazba* – jednoduchá základní vazba, jednoduché zpracování tkaniny vzhledem k dobré rozměrové stálosti a malému třepu při řezání,
- b) *keprová vazba* – vyšší pevnost a tuhost laminátu způsobená menším zvlněním vláken. Tkaniny jsou ohebnější, a jsou proto vhodnější pro tvarované prvky než tkaniny s plátnovou vazbou,
- c) *atlasová (saténová) vazba* – má menší vychýlení vláken než keprová vazba, velmi dobrou řasitelnost a z toho vyplývající vhodnost pro prostorově složité prvky. Atlasové tkaniny umožňují dosáhnout velmi hladký povrch.

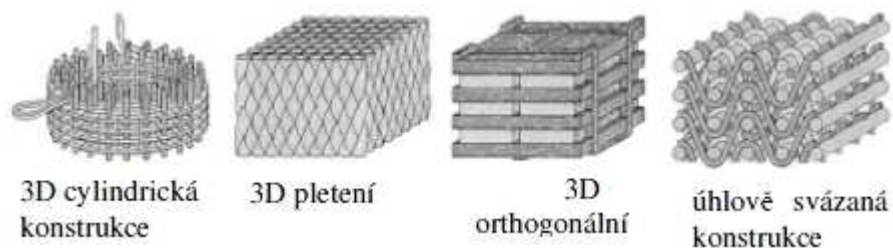


Obr. 12. Základní typy textilních vazeb [5]



Obr. 13. Druhy textilních vazeb [5]

Kromě tkanin se používají také pleteniny. Těmito technologiemi je možno dosáhnout i prostorové vazby vláken. Rotačním pletením je možné připravit výztuž pro kompozit, která má rovingy pleteniny vzájemně svázaný v 3D (prostorovém) uspořádání. Princip prostorové vazby vláken je ukázán na následujícím obrázku (Obr. 14.). [5]



Obr. 14. Prostorové vazby vláken [5]

Výrobci polotovarů z vláken dodávají také *kombinované výrobky* [5]:

- tkaniny kombinované s rohožemi (vícevrstvé tkaniny),
- jednosměrné tkaniny (útek těchto tkanin obsahuje výrazně méně vláken než osnova) kombinované s rohoží,
- jednosměrné tkaniny s výztuží orientovanou vůči podélné ose úzkého pásu pod úhlem 45° nebo $\pm 45^\circ$ (vícevrstvé tkaniny),
- vícevrstvé polotovary umožňují velmi produktivní výrobu laminátů.

Skleněná vlákna lze v tkaninách kombinovat i s jinými druhy vyztužujících vláken. Zvláště u tkanin z dražších, například aramidových nebo uhlíkových vláken, lze vlákna ve směru menšího namáhání nahradit levnějšími skleněnými vlákny - vznikají tzv. *hybridní*

tkaniny. Zkombinují-li se skleněná vlákna s termoplastickými vlákny, vzniká hybridní tkanina, která je vlastně prepregem, obsahujícím termoplastickou matici v podobě vláken. [5]

2.2 Aramidová vlákna

Aramidová vlákna (AF – Aramid Fiber) jsou vlákna na bázi lineárních organických polymerů, jejichž kovalentní vazby jsou orientovány podle osy vlákna; předností těchto vláken je vysoká pevnost a tuhost. [1]

Nejznámější je *Kevlar*. Vlákna Kevlaru 49 a Kevlaru 149 jsou používána při výrobě kompozitů v leteckém průmyslu. Cenu má zhruba o řád větší než vlákna skleněná. Hlavní výhodou je malá hustota, velká odolnost proti abrazi a schopnost plasticky se deformovat při působení síly kolmo na osu vlákna. Charakteristickou vlastností všech polymerních vláken je, že vlákna nejsou křehká. Při působení tlakové síly ve směru kolmém na vlákno se vlákno plasticky přetvoří (výroba neprůstřelných vest, ochranných rukavic a oděvů). Krátká vlákna Kevlaru se uplatňují jako výztuž termoplastů (zvláště polyamidů) pro aplikace, kde jsou požadovány dobré kluzné vlastnosti a vysoká odolnost proti opotřebení. [5]

Vlastnosti aramidových vláken [1]:

- Aramidové vlákno má mnoho vynikajících vlastností, avšak také některé nevýhody.
- Je to nejlehčí vyztužující vlákno, hustota $\rho = 1,45 \text{ [g.cm}^{-3}\text{]}$, z čehož plyne vysoká měrná pevnost v tahu.
- Je silně anizotropní, tj. jeho vlastnosti měřené ve směru vlákna se liší od vlastností měřených v příčném směru – např. hodnota E -modulu měřená kolmo k vláknu je daleko nižší než hodnota měřená ve směru vlákna ($E_{\perp f} \ll E_{\parallel f}$), podobně jako je tomu i u pevností.
- Mez pevnosti v tlaku ve směru vláken je výrazně nižší než pevnost v tahu ($\sigma_{p\perp f} \ll \sigma_{p\parallel f}$). Při projektování konstrukcí z aramidových vláken je proto nutno počítat s jejich citlivostí na zatížení tlakem, působícím v podélném směru.
- Aramidové kompozity jsou proto velmi vhodné pro lehké konstrukce s převažujícím tahovým namáháním, nikoli však pro konstrukce namáhané ohybem nebo tlakem.

- Aramidová vlákna jsou *hydrofilní*, tzn. absorbují vlhkost (až do 7 [%]). Vlhkost ovlivňuje pevnost spoje mezi vláknem a matricí, proto vlákna musí být před použitím vysušena (20 [min] při 120 [°C]). Absorbovaná vlhkost neovlivňuje pouze pevnost spoje vlákna s matricí, ale i pevnost vlastního vlákna.
- U aramidových vláken dochází při expozici zářením s vysokou energií (např. UV záření) k výraznému poklesu pevnosti.
- Aramidová vlákna – jako každé organické vlákno – nejsou příliš odolná proti vysokým teplotám. Ve formě kompozitu odolávají teplotě až 300 [°C], neroztaví se však, a jsou proto vhodná pro protipožární ochranné obleky.
- Jejich teplota skelného přechodu je $T_g = 300$ [°C],
teplota rozkladu $T_z = 480$ [°C].
- Adheze aramidových vláken k matrici je často nižší než u ostatních vláken.
- Lubrikace vláken má na některé pojivové systémy změkčující účinek. V problematických případech je nutno vlákno nelubrikovat v organických rozpouštědlech.
- Vytvrzené konstrukční prvky z aramidových kompozitů se obtížně obrábějí.

2.3 Uhlíková vlákna

Uhlíková vlákna (CF – Carbon Fiber) jsou technická vlákna s extrémně vysokou pevností a tuhostí, ale nízkou tažností. [1]

Rozdělení uhlíkových vláken podle struktury [1,5]:

- karbonizovaná vlákna, která mají střední modul pružnosti a dobrou pevnost v tahu (HS – High Strength, AS – Average Strength, HT nebo HTA – High Tenacity),
- vysokomodulová grafitizovaná vlákna (HM – High Modulus),
- vlákna vysoce pevná, se středním modulem pružnosti (IM – Intermediate Modulus),
- vlákna s vysokým modulem pružnosti (VHM – Very High Modulus, UHM – Ultra High Modulus),
- sekaná vlákna s nízkou pevností (LM).

Vlastnosti uhlíkových vláken [1]:

- Uhlíková vlákna mají proti syntetickým vláknům progresivnější deformační chování, tzn. že se zvyšujícím se zatížením stoupá hodnota E -modulu;
- vysoká pevnost i hodnoty E -modulu až do teploty 500 [°C]:
 $\sigma_{Pt\parallel f} = 1500$ až 3500 [N · mm⁻²], $E_{\parallel f} = 180\,000$ až $500\,000$ [N · mm⁻²];
- nízká hustota: $\rho = 1,6$ až $2,0$ [g · cm⁻³];
- mimořádně vysoká korozní odolnost (neodolávají pouze silně oxidačnímu prostředí);
- dobrá elektrická (σ) a tepelná vodivost: $\sigma = 6,7 \cdot 10^4$ [S · m⁻¹];
- snášelnivost s tělesnými tkáněmi, lze je použít jako implantáty (umělé kyčelní klouby);
- uhlíková vlákna jsou ve srovnání se skleněnými vlákny silně anizotropní: typická hodnota poměru $E_{\parallel f} / E_{\perp f} = 28$, $\sigma_{Pt\parallel f} \gg \sigma_{Pt\perp f}$;
- anizotropie ovlivňuje také součinitele teplotní roztažnosti, hodnoty měřené ve směru vláken a kolmo na vlákna jsou rozdílné: $\alpha_{\parallel f} = -0,1$ až $-1,5 \cdot 10^{-6}$ [K⁻¹] (záporná hodnota!), $\alpha_{\perp f} = 15 \cdot 10^{-6}$ [K⁻¹];
- uhlíková vlákna jsou za normálních podmínek velmi křehká a při zpracování se snadno lámou. Proto se při zpracování povrchově upravují apretací směsí na bázi epoxidové pryskyřice. Ta slouží jako ochrana při zpracování a současně jako prostředek pro zlepšení vazby mezi vláknem a maticí;
- při delším skladování dochází k vytvrzení apretační povrchové vrstvy a vlákna ztrácejí ohebnost;
- dobrý průchod záření, neodráží radarový paprsek;
- uhlíková vlákna mají vysokou odolnost proti dlouhodobému dynamickému namáhání. Dynamické vlastnosti laminátu s uhlíkovými vlákny jsou lepší než u všech ostatních materiálů (např. hliníku, oceli);
- i když jsou uhlíková vlákna hořlavá, je rychlost hoření kompozitu obsahujícího 90 % uhlíkových vláken velmi pomalá.

2.4 Přírodní vlákna

Pro vyztužování plastů jsou ze všech přírodních vláken vhodná pouze vlákna rostlinná, která mají jako základ celulózu. Mezi ně patří len, konopí, sisal, juta, ramie a bavlna. Jejich výhodou je odolnost proti stárnutí a čichová nezávadnost při měnících se klimatických podmínkách. Pozoruhodné jsou i pevnosti v tahu. Vzhledem k nízké měrné hmotnosti jsou tato přírodní rostlinná vlákna zajímavou surovinou pro lehké konstrukce. [1]

Jako přednosti je nutno uvést [1]:

- nízkou hustotu,
- malou abrazivitu při mechanickém opracování,
- výhodnou likvidaci spalováním.

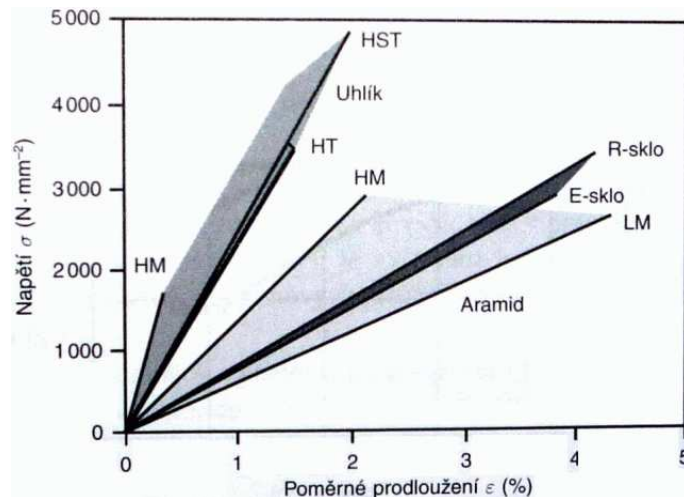
Problémy působí [1]:

- závislost vlastností vláken na podmínkách jejich růstu,
- citlivost na působení vlhkosti,
- omezená možnost volby matrice vzhledem k nebezpečí rozkladu vláken při vysoké teplotě zpracování (odolnost do 200 [°C]),
- nákladná předběžná úprava pro zlepšení vazby s matricí,
- omezená délka vláken,
- možnost změn vyvolaných biologickým napadením.

Mezi nejrozšířenější druhy přírodních vláken patří len (světová spotřeba 650 000 [tun/rok]) a juta (2 700 000 [tun/rok]). [1]

2.5 Porovnání vláken

Vlastnosti vláken lze porovnat z deformačního chování jednosměrně vyztužených laminátů (při stejném obsahu vláken), namáhaných rostoucím tahovým namáháním ve směru výztuže (Obr. 15.). Uhlíková vlákna vykazují nejvyšší hodnoty pevnosti a tuhosti. [1]



Obr. 15. Zatěžovací diagram – vliv vlastností různých druhů vláken [1]

Srovnání typických vlastností tří druhů kompozitů z hlediska potřeb technické praxe je uvedeno v tabulce (Tab. 1). Vlastnosti nejdůležitějších vyztužujících vláken se liší nejen navzájem, ale značně také v závislosti na vlastnostech matrice, ve které jsou vlákna zabudována. Kromě anizotropie mechanických vlastností jsou to především hodnoty součinitelů teplotní roztažnosti, kde jsou rozdíly velmi výrazné. U všech matric jsou hodnoty součinitelů teplotní roztažnosti kladné s velikostí přibližně $100 \cdot 10^{-6} [\text{K}^{-1}]$, zatímco u skleněných vláken je tato hodnota $5 \cdot 10^{-6} [\text{K}^{-1}]$, a u aramidových, popř. uhlíkových vláken v podélném směru jsou tyto hodnoty součinitele roztažnosti dokonce záporné ($-2 \cdot 10^{-6} [\text{K}^{-1}]$, příp. $-1 \cdot 10^{-6} [\text{K}^{-1}]$). To umožňuje aplikaci dílů s velkou rozměrovou stálostí při střídavých teplotách.

Chemická odolnost kompozitů je závislá ve většině případů na odolnosti matrice, ve které jsou vlákna zabudována. Fázová rozhraní i samotná vlákna mohou být však silně poškozena pronikající agresivními médii. Uhlíková vlákna jsou v tomto případě inertní, zatímco skleněná vlákna a aramidová vlákna vykazují v kyselém a alkalickém prostředí pokles pevnosti.

Uhlíková vlákna jsou elektricky vodivá, zatímco skleněná vlákna a aramidová vlákna vykazují velký elektrický odpor. [1]

Tab. 1. Přehled vlastností vláken [1]

Vláknno	ρ [g · cm ⁻³]	σ_{Pt} [N · mm ⁻²]	E_{II} [kN · mm ⁻²]	E_{\perp} [kN · mm ⁻²]	A	α_{II} 10 ⁻⁶ [K ⁻¹]	α_{\perp} [K ⁻¹]	λ [W · m ⁻¹ · K ⁻¹]	ϵ_r [-]	ρ_{el} [Ω · cm]	Nasák. *) [%]
Sklo											
E-sklo	2,60	2400	73	73	3,0	5	5	1	6,1 až 6,7	10 ¹⁴ až 10 ¹⁵	≤ 0,1
R-sklo	2,53	3500	86	86	4,1	4	4	1	6,0 až 6,1		≤ 0,1
Uhlíkové vlákno											
HM1	1,96	1750	500	5,7	0,35	-1,5	15	-			≤ 0,1
HM2	1,80	3000	300	-	1,0	-1,2	12	15		10 ⁻³	≤ 0,1
HT	1,78	3600	240	15	1,5	-1,0	10	17	vodivé **)	až	≤ 0,1
HST	1,75	5000	240	-	2,1	-1,0	10	17		10 ⁻⁴ **)	≤ 0,1
IM	1,77	4700	295	-	1,6	-1,2	12	-			≤ 0,1
Aramid											
HM	1,45	3000	130	5,4	2,1	-4	52	0,04 až 0,05	2,5 až 4,1	10 ⁻⁵	≈ 3,5
LM	1,44	2800	65	-	4,3	-2	40	-	-	10 ⁻⁵	≈ 7,0

*) Nasákavost při 20 [°C] a 65 [%] relativní vlhkosti

**) Pro všechna uhlíková vlákna

3 MATRICE – POJIVO

Pod pojmem *matrice* se rozumí materiál, který je prosycen systémem vláken a partikulárních komponent tak, že po zpracování vznikne tvarově stálý výrobek. Vzniklá surovina se označuje jako *kompozit*. Polymerní matrice jsou výrazně poddajnější než vlákna, pevnost v tahu je u všech matric menší než pevnost v tahu vláken (u polymerních matric až o dva řády) [1,5]

Úkolem matrice je zaručení geom. tvaru, zavedení a přenos sil, ochrana vláken, tj.[1]:

- přenos namáhání na vlákna,
- převedení namáhání z vlákna na vlákno,
- zajištění geometrické polohy vláken a tvarové stálosti výrobku,
- ochrana vlákna před vlivy okolí.

V technologii vláknových kompozitních materiálů se v současné době používá jako matric převážně termosetů, v menší míře jsou však zkoušeny i matrice termoplastické poskytující některé výhody ve srovnání s termosety. Jako matrice se nejčastěji používají nenasyčené polyestery (UP-R), vinylestery (VE-R), epoxidy (EP-R) a fenolitické pryskyřice (PF-R) pro kompozity s výrazně sníženou hořlavostí.

Největší překážkou většího rozšíření termoplastů je v současné době především velká viskozita taveniny při zpracování, která je o 2-4 řády vyšší než u běžných termosetů. To vede ke vzniku defektů (bubliny, nesmočené pramence vláken, problematické smáčení tkanin atd.) při smáčení výztuže a tím ke vzniku kompozitu s nedostatečnými užitnými vlastnostmi. Pro odstranění tohoto problému je třeba jako vstupní surovinu používat už termoplastem preimpregnovaná vlákna, což sebou přináší podstatné zvýšení ceny hotových kompozitních profilů. [4]

3.1 Reaktivní pryskyřice

Reaktivní pryskyřice tvoří skupinu termosetů nejčastěji používanou při výrobě kompozitů. Jsou to kapalné nebo tavitelné pryskyřice, které se buď samostatně, nebo za pomoci jiných složek – *tvrdidel*, tj. iniciátorů, katalyzátorů, urychlovačů, aldehydů (fenolů) apod. – vytvrzují polyadici nebo polymerací bez odštěpení těkavých složek (ČSN 64 2001). [1]

3.1.1 Nenasycené polyesterové pryskyřice (UP-R)

Oligomerní lineární molekuly nenasycené polyesterové pryskyřice obsahují reaktivní dvojnásobné vazby. Vysokoviskozní pryskyřice se rozpouštějí ve styrenu, kt. současně působí při vytvrzování jako kopolymerační monomer. Vytvrzují se radikálovým mechanismem. [1]

Patří k nepoužívanějším pryskyřicím. Polyesterové pryskyřice lze proto použít pro všechny technologie. Nemodifikované nenasycené polyesterové pryskyřice mají velké smrštění při vytvrzování (7 až 8 %). Jsou křehké, snadno v nich vznikají mikrotrhlínky. Elektrické vlastnosti (nevodivost, hodnota relativní permitivity) mají dobré, stejně jako odolnost proti ultrafialovému záření. Pryskyřice dobře smáčejí skleněná vlákna, ale pevnost vazby matrice – skleněné vlákno je menší (nejsou tak dobrými „lepidly“ jako epoxidové pryskyřice).

Pro dosažení menšího smrštění při vytvrzování a kvalitnějšího povrchu kompozitu (např. bez propadlin u výlisků v místech připojení žebor) je nutno použít směsi pryskyřice s plnivými nebo práškovými termoplasty. Tyto přísady však nejen redukují smrštění, ale také snižují tekutost směsi (dosahuje se pastovité konzistence) a proto se jich používá jen ve směsích pro lisování (SMC, LPMC, TMC). [5]

3.1.2 Vinylesterové pryskyřice (VE-R)

Jsou to nenasycené estery epoxidových pryskyřic. Vyrábějí se buď z bisfenolu A nebo jako novolakové VE pryskyřice. Obsahují reaktivní rozpouštědlo (obvykle styren). Makromolekula předpolymeru VE má méně reaktivních míst než u UP, dvojnásobná vazba je umístěna pouze na koncích řetězce. Důsledkem je menší stupeň zesítnění, vedoucí k větší ohebnosti pryskyřice a větší odolnosti proti tvorbě mikrotrhlínek. Kompozity s vinylesterovými pryskyřicemi mají větší mezilaminární smykovou pevnost a větší houževnatost než kompozity s nenasycenými polyestery. [5]

Pryskyřice má ve srovnání s UP také [5]:

- lepší odolnost proti korozi,
- vyšší teplotu skelného přechodu (větší tepelnou odolnost),
- vyšší cenu,
- pomalejší reakci při vytvrzování.

3.1.3 Epoxidové pryskyřice (EP-R)

Jsou to sloučeniny, které obsahují v molekule epoxidovou skupinu. Tato skupina je velmi reaktivní vzhledem k reaktivitě energicky bohatého epoxidového kruhu, který se ochotně otevírá působením relativně velkého počtu látek. [4]

Jsou to nejvšestrannější reaktoplasty pro konstrukční použití. V závislosti na chemické struktuře pryskyřice, použitém tvrdidlu a případných modifikujících složkách mají nejširší rozsah vlastností. Mají dobrou houževnatost (v porovnání s ostatními reaktoplasty), odolnost proti únavě a tečení, výbornou adhezi k vláknům, uspokojivou teplotní odolnost, výtečnou chemickou odolnost, dobré elektrické vlastnosti a malé smrštění při vytvrzování. V důsledku polárnosti (přítomnosti hydroxylových skupin) jsou navlhavé, takže za přítomnosti vody je nutné počítat se značným zhoršením teplotní odolnosti i u pryskyřic s vysokou teplotou skelného přechodu (tetrafunkční epoxidy) v důsledku plastifikačního účinku vody. Viskozita epoxidových pryskyřic v nevytvrzeném stavu je větší než u UP a VE. Epoxidy jsou proto použitelné pro všechny technologie, ale jsou dražší než UP a VE. [5]

3.1.4 Fenolické pryskyřice (PF-R)

Jsou to reaktivní pryskyřice, které se vyrábějí kondenzací fenolů a 30 až 50 % vodných roztoků aldehydů (zejména formaldehydu). [1]

Mají velmi dobrou rozměrovou stálost i za zvýšených teplot, mohou přenášet zatížení i při teplotách nad T_g v důsledku vysoké hustoty zesítnění. Jsou nehořlavé a při expozici v plameni nevyvíjejí kouř. Čistě fenolické pryskyřice jsou křehké a za normální teploty v tuhém stavu. Pro lamináty se používají pouze novolakové PF pryskyřice. Fenol může být substituován a formaldehyd nahrazen vysokomolekulárními aldehydy pro zvýšení ohebnosti, zvětšení reaktivity za nižších teplot a pro zlepšení kompatibility s dalšími pryskyřicemi (tzv. hybridní fenolické pryskyřice). [5]

3.2 Termoplasty

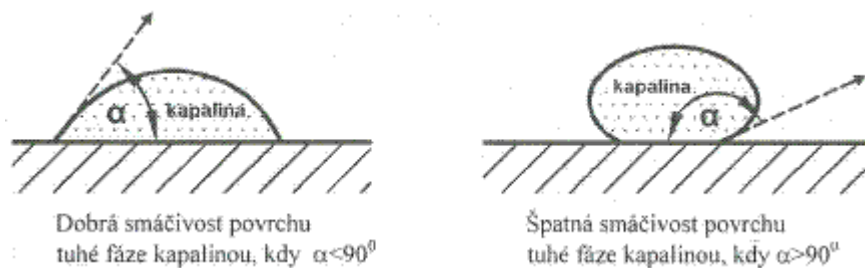
Termoplastové polymery pro matrici mohou značně redukovat cenu kompozitů (o 25 až 80 % proti reaktoplastovým) a v poslední době je jim věnována zvýšená pozornost. Cenové úspory jsou především výsledkem snadnější výroby i složitějších tvarů. Výhodou může být poměrně dobrá dimenzionální stabilita, malý obrus, zvýšená pevnost, modul a houževnatost. Z termoplastů, které přicházejí v úvahu pro vyztužování vláknů, jsou nejčastější poly-

amidy (nylon), polyetylen, polypropylen, polykarbonát, styren – akrylonitril acetáty, polybutylentereftalát (polyester), polysulfon, polyethersulfon, polyfenylsulfid, polyvinylidenfluorid, tavitelné kopolymery tetrafluorethylenu. K vyztužení jsou vhodná vlákna skleněná (výhodně i z levného A-skla), uhlíková a aramidová nebo jejich kombinace (hybridní kompozity).

Vlastnosti těchto kompozitů (jež jsou nehomogenní a anizotropní) velmi závisí na výrobním postupu (který ovlivňuje rozložení vláken, orientaci vláken, distribuci délek, stupeň porušení vláken), na pevnosti a na jiných vlastnostech vláken (např. teplotní vodivosti, houževnatosti), na povrchové úpravě vláken (ovlivňující soudržnost s matricí) a na viskoelastickém chování matrice (v závislosti na teplotě). Kritická délka skleněného vlákna o průměru 0,012 [mm], která ještě může vyztužovat kompozit, je pro běžné termoplasty asi 0,13 až 0,33 [mm], nejmenší použitelná délka je asi 0,75 [mm]. [9]

3.3 Spojení vlákno – matrice

Optimálních vlastností kompozitu lze dosáhnout jen tehdy, podaří-li se převést všechny působící síly na vlákna – adheze se vyžaduje co největší při požadavku vysoké pevnosti kompozitu. Základním předpokladem je proto dobré spojení mezi vláknem a matricí. Protože většina plastů se svým chemickým složením liší od složení vyztužujících vláken, je nutno použít látek, které zvyšují pevnost spojení těchto dvou složek. Toho se dosáhne odpovídající předpravou výztuže *apreturou*. Aby bylo soudržnost vláken s matricí co nejlepší, je nutná dobrá *smáčivost* matrice s vlákny charakterizovaný *kontaktním úhlem* α (Obr. 16.). [1,3]



Obr. 16. Smáčivost matrice s vlákny[3]

4 ZPRACOVÁNÍ – VYBRANÉ TECHNOLOGIE

V oblasti kompozitů existuje mnoho výrobních, zpracovatelských a tvářecích postupů. Můžeme rozlišit sedm hlavních technologií, kterými utváříme kompozity s polymerní matricí: (1) formování, (2) odlévání, (3) tvarování za tepla, (4) přetlakové lisování, (5) natírání, (6) fabrikace (navíjení, oplétání) a (7) ozařování. V rámci každé s těchto technologií, můžou být použity rozdílné metody výroby. Například v kategorii formování se nachází devět způsobů výroby (ty obsahují dalších 16 podskupin): vstřikování, vícekomponentní vstřikování, reakční vstřikování, vstřikování s dolisováním, válcování, vyfukování, vytlačování, laminování, tažení.

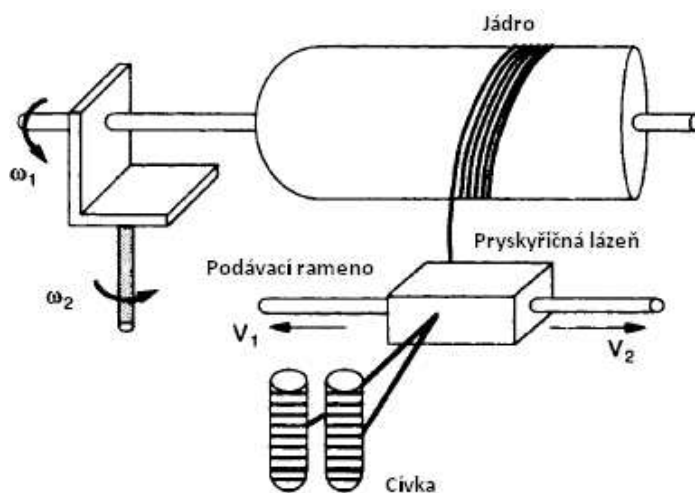
Technologie vybraná pro výrobu součásti závisí na mnoha proměnných a může mít dopad na konečný výrobek. Vláknové kompozity mohou být vyráběny různými způsoby. Použitá metoda výroby závisí do značné míry na typu použité matrice. Některé metody pro polymerní matrice nejsou vhodné pro kovové, keramické nebo termoplastické kompozitní matrice. Rozmanitá povaha kompozitních materiálů určuje, že pro všechny kompozity nemůže být použit jednotný výrobní postup.

Oba typy polymerních matric (termoplastová i termosetová) jsou běžně dostupné jako *prepregové pásy*, což znamená, že vlákna – jednosměrná nebo ve formě tkaniny, jsou impregnovány pryskyřicí a uloženy na nosný plát. Termoset (impregnační látka) musí být skladován v chladícím systému, protože pryskyřice je částečně vytvrzena a vystavení pokojové teplotě po delší dobu by mohlo proces vytvrzování dokončit. Termoplasty můžou být skladovány při pokojové teplotě, dokud není matrice zpracována během konečné fáze výroby. Prepregy umožňují výrobní přizpůsobivost, protože odstraňují požadavky při jejich výrobě kladené na správné zamíchání složek pryskyřice v daném poměru a následné kombinace pryskyřice a vláken.

Nejúčinnějšího vytvrzení vláknových kompozitů s polymerní matricí se dosáhne za zvýšených teplot a tlaků. Před konečným vytvrzením musí být určeno uspořádání vláken po tloušťce kompozitu, za použití prepregů nebo jednotlivých vláken impregnovaných pryskyřicí. Nanášení výztuže, může být prováděno dvěma způsoby, a to – ručním kladením nebo navíjením vláken. Ruční kladení je běžně používáno pro vzorky připravované v laboratorních aplikacích zahrnující prepregové pásy. Také je používáno v oblastech, kde je požadována laminace na míru. V leteckém průmyslu není neobvyklé zvětšovat nebo zmenšovat počet vrstev ve specifických oblastech velkých konstrukcí, vzhledem

k požadavkům na pevnost nebo tuhost jednotlivých míst. Podle umístění jednotlivých vrstev se pro ruční kladení se používá prepregů nebo tkaných rohoží. V některých aplikacích jsou výztuže kompozitů ve formě tkaných rohoží umístěny přímo do formy a před vytvrzením impregnovány pryskyřicí. Při použití tohoto výrobního postupu, by měla být použita odsávací tkanina, aby absorbovala přebytečné množství pryskyřice, které může být ze součásti vytlačeno, když je během procesu vytvrzování použito lisování. V případě čisté pryskyřice se používá odvodušnění (bez odsávací tkaniny). Kromě toho je zapotřebí odtrhové vrstvy nebo separačního činidla, které umožní vyjmutí vzorku po vytvrzení. Po ukončení kladení, je laminát vytvrzen (běžně použitím autoklávu nebo lisováním).

Navíjení je snad nejstarší technologie používaná pro vláknové kompozity. V této výrobní metodě můžou být použity jednotlivá vlákna nebo pásy. Na obrázku (Obr. 17.) je zobrazeno obecné schéma systému navíjení. Vlákno je umístěno na cívce a prochází pryskyřičnou lázní. Pryskyřicí impregnované vlákno potom prochází podávacím ramenem, které se může pohybovat v příčném směru různou rychlostí. Vlákno je poté navinuto na jádro (nebo na formu, která se obvykle odstraní, jakmile je návin kompletní). Jádro se otáčí určitou rychlostí. Možnosti otočného pohybu jádra jsou zobrazeny na obrázku (Obr. 17.).



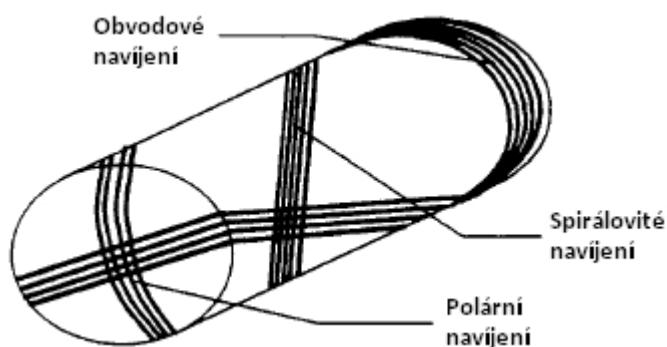
Obr. 17. Obecné schéma systému navíjení [8]

Řízením rychlosti posuvu podávacího ramena a rychlosti otáčení jádra, můžeme dosáhnout různé orientace vrstev. Konkrétní názvy pro různé druhy navíjení, jsou spojeny s provozními rychlostmi (v_1 , v_2 , ω_1 , ω_2) navíjecího zařízení. Tabulka (Tab. 2.) ukazuje typy navíjení a určuje kombinace úhlových a přímočarých pohybů, kterými jsou dány (0 – bez pohybu, X – s pohybem).

Tab. 2. Typy navíjení určené kombinacemi pohybů [8]

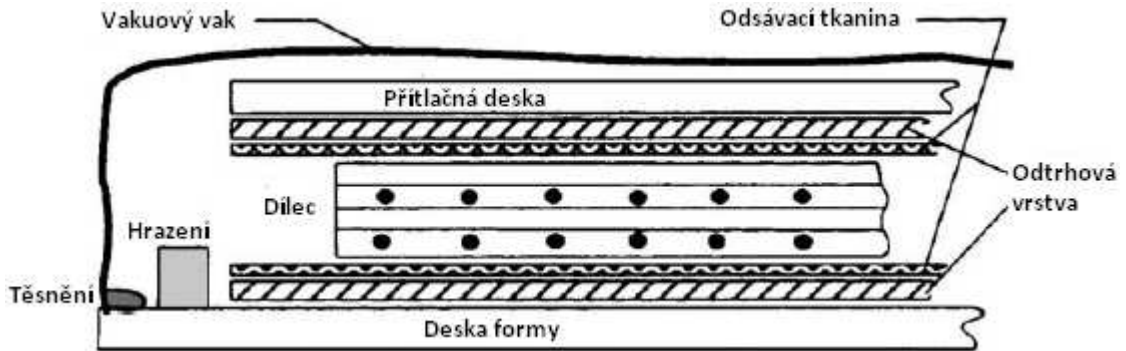
Typ navíjení	v_1	v_2	ω_1	ω_2
Spirálovité	X	X	X	0
Obvodové	X	0	X	0
Polární	0	0	X	X

Správným řízením parametrů pohybů při navíjení vláken na jádro může být dosaženo spirálovitého, obvodového a polárního navíjení, jak je zobrazeno na obrázku (Obr. 18.). Navíjení také umožňuje vytvoření pleteného návínu, ale tohoto nemůže být dosaženo při použití systému zobrazeného na obrázku. Touto technologií je možná i výroba prepregů. Po navinutí je kompletní součást vytvrzena. Navíjením můžeme vyrábět tlakové nádoby, kryty raketových motorů, převodové hřídele, chemické nádrže a další.



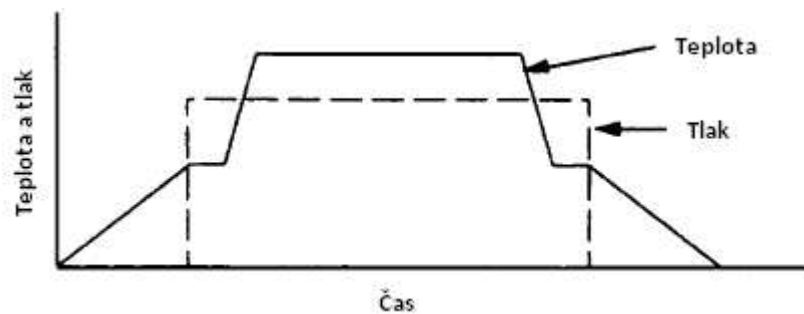
Obr. 18. Typy navíjení [8]

Po uložení musí být polymerní matrice vytvrzena použitím určité kombinace teploty a tlaku. Nejběžněji doporučované způsoby vytvrzování jsou – metoda vakuového vaku, vytvrzování v autoklávu nebo laminační lisování. Při metodě *vakuového vaku* je první nanesen dílec, na něj je položena odtrhová vrstva a odsávací tkanina (nebo odvzdušnění), tento celek je umístěn na desku formy. Kolem obvodu dílce je umístěn podpůrný okraj (hrazení) a na dílec je umístěna přítlačná deska. Potom je kolem desky formy těsně uzavřen tlakový vak. Všechny přebytečný vzduch je vytlačen (vytvoření vakua) a dílec je vytvrzen. Schéma sestavy vakuového vaku je zobrazeno na obrázku (Obr. 19.). Vytvrzování v autoklávu je poněkud odlišné, protože můžeme regulovat teplotu a velikost podtlaku. Při vytvrzování v autoklávu se rovněž často používá vakuového vaku.



Obr. 19. Metoda vakuového vaku [8]

Během konečného procesu vytvrzování musí být kontrolována teplota a tlak po stanovenou dobu za stanovené rychlosti. Schéma vytvrzovacího cyklu je zobrazeno na obrázku (Obr. 20.). Předepsané teploty a tlaky jsou charakterizovány výrobcí materiálů. Nedodržením doporučených výrobních postupů může mít za následek, že kompozity nejsou konstrukčně dostačující. Ty mohou obsahovat nepříjemné množství dutin (vzduchových bublin), nebo oblasti se slabou mezilaminární pevností.



Obr. 20. Vytvrzovací cyklus [8]

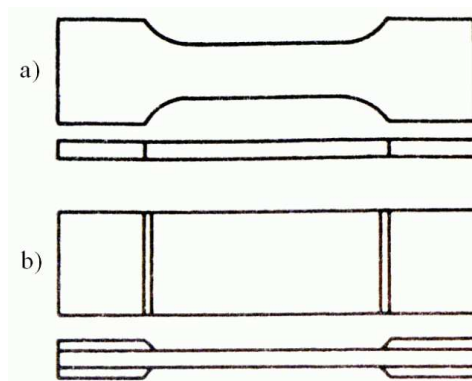
Výše vybranými technologiemi byly popsány některé výrobní postupy používané u vláknových kompozitů – laminátů. [8]

5 ZKOUŠKY MECHANICKÝCH VLASTNOSTÍ

5.1 Zkouška jednosměrným tahem

Statická zkouška jednosměrným (osovým) tahem je pravděpodobně nejjednodušší a nej-
obvyklejší mechanická zkouška. Tato zkouška se používá k určení modulu pružnosti, pev-
nosti v tahu a Poissonova čísla materiálu. V případě kompozitních materiálů je tahová
zkouška obvykle prováděna na plochých vzorcích. Pro kompozity je navrženo mnoho tvarů
a geometrií zkušebních těles v příslušných normách (např. ČSN EN ISO 527-1 až 5), zo-
hledňujících stavbu kompozitu. Nejčastěji užívaný tvar vzorků je normovaná plochá tyč (a)
nebo vzorek s rovnými stranami a koncovým zesílením (b), jak ukazuje obrázek (Obr. 21.).
Osově zatížení je přenášeno na vzorek buď čepem, nebo čelistmi. [1,2]

Údaje zaznamenávané při tahové zkoušce se skládají z měření působícího zatížení a
z měření přetvoření jak ve směru, tak kolmo k zatížení. Působící zatížení je obvykle měře-
no dynamometrem, který je obvyčejně součástí zkušebního stroje. Přetvoření by měla být
měřena průtahoměrem nebo elektrickým odporovým tenzometrem. Z těchto údajů, sníma-
ných až do porušení, může být lehce vynesena křivka napětí – přetvoření, tzv. pracovní
diagram materiálu a určeny žádané materiálové vlastnosti. Působí-li zatížení ve směru vlá-
ken, udává počáteční sklon pracovního diagramu podélný modul E_L . Podobně může být
určen příčný modul E_T , působí-li zatížení ve směru kolmém k vláknům. Podélná a příčná
pevnost σ_{PL} a σ_{PT} se obdrží ze zatížení při porušení v těchto dvou zkouškách. Poissonovo
číslo (ν_{LT}) se získá z přetvoření rovnoběžných a kolmých k zatížení, měřených při stejném
osovém zatížení. [2]

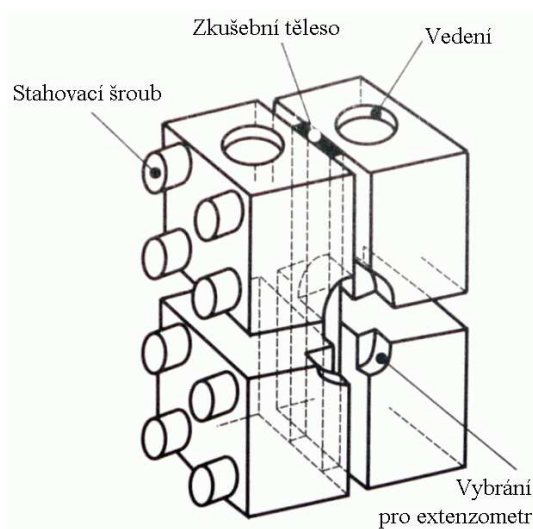


Obr. 21. Vzorky pro tahovou zkoušku [2]

Tahové vlastnosti kompozitů mohou být určeny užitím vzorku typu sendvičového nosníku, namáhaného ohybem, ve kterém tenká vrstva kompozitního materiálu je připojena k horní a spodní ploše tlusté základní vrstvy, kterou tvoří např. hliníkové voštinové jádro. Kompozit je zatížen na jedné straně v tahu a na druhé straně v tlaku. Tím může být jediný vzorek použit k určení jak tahových, tak tlakových vlastností. [2]

5.2 Zkouška jednosměrným tlakem

Statické zkoušky jednosměrným (osovým) tlakem jsou podobné tahovým zkouškám, avšak vzniká při nich daleko víc problémů. Z důvodů nebezpečí ztráty stability při určování pevnosti v tlaku jednosměrně vyztuženého laminátu musí být zkušební vzorek pečlivě navržen (ČSN EN ISO 604). Vhodná jsou pravoúhlá prizmata, válce nebo trubky, neboť zajišťují symetrické zatížení. Největší problém je nezbytnost zabránit geometrickému vybočení vzorků. Tento požadavek je zvláště důležitý u tenkých plochých vzorků a jeho splnění je obvykle zajištěno provedením řady bočních podpěr, které zabraňují vzorku vybočit ze své roviny. Použití bočních podpěr lze vyloučit užitím vzorků ve tvaru bloku nebo tyče namísto desky. Vzorky ve tvaru bloku lze však připravit mnohem obtížněji. [1,2]



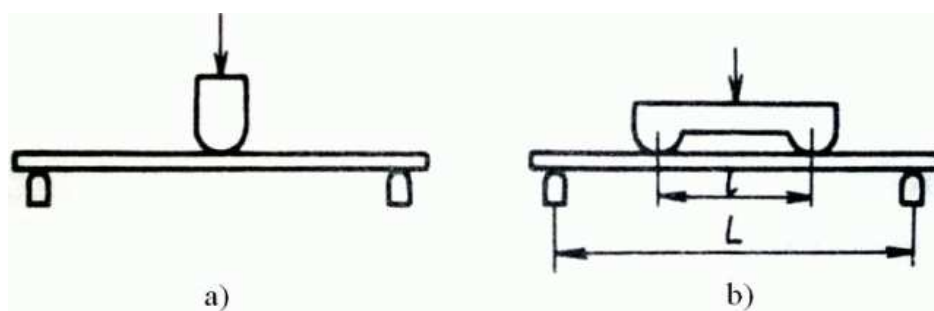
Obr. 22. Přípravek CLC pro tlakovou zkoušku (dle ASTM) [1]

Zaznamenávání údajů z tlakových zkoušek je podobné jako u tahových zkoušek. Z těchto měření lze určit modul pružnosti a Poissonovo číslo materiálu v tlaku a vynést tlakový pracovní diagram. Pro určení modulu pružnosti a Poissonova čísla jsou vhodné vzorky s rovnými hranami. Pro určení pevnosti v tlaku se často užívají vzorky

s redukováným průřezem uprostřed, aby bylo zajištěno, že porušení nenastane v blízkosti konce vzorku. Je nezbytné opět poznamenat, že vlastnosti kompozitu v tlaku mohou být též určeny užitím vzorků sendvičového typu nebo vinutých trubek či prstenců. Tyto typy vzorků však nejsou tak běžné jako ploché vzorky. [2]

5.3 Zkoušky jednoosým ohybem

Nejběžnější ohybové zkoušky jsou tříbodová (a) a čtyřbodová zkouška (b), jak je schematicky zobrazeno na obrázku (Obr. 23.). Při těchto zkouškách se plochý vzorek podepře na dvou koncích a zatíží buď středovým břemenem (tříbodová zkouška) nebo dvěma symetricky umístěnými břemeny (čtyřbodová zkouška). Středové břemeno při tříbodovém ohybu vyvolá ohybový moment v nosníku, který se mění lineárně od nuly u podpor k maximální hodnotě uprostřed. Současně je vyvoláno rovnoměrně rozdělené interlaminární smykové napětí po celé délce vzorku. To může způsobit předčasné porušení vlivem nízké interlaminární smykové pevnosti kompozitů. Dvě symetrická břemena při čtyřbodovém ohybu vyvolají ohybové momenty lineárně rostoucí od nuly na podpoře k maximální hodnotě pod břemenem. Ohybový moment mezi břemeny zůstává konstantní. V tomto případě nevzniká žádné smykové napětí mezi břemeny a tato část nosníku je tedy namáhána čistým ohybem. Interlaminární napětí jsou vyvolána pouze ve vnějších částech rozpěr, tj. mezi břemeny a podporami. Z hlediska stavu napětí je proto čtyřbodová ohybová zkouška vhodnější, kdežto tříbodová ohybová zkouška je snáze proveditelná. [2]

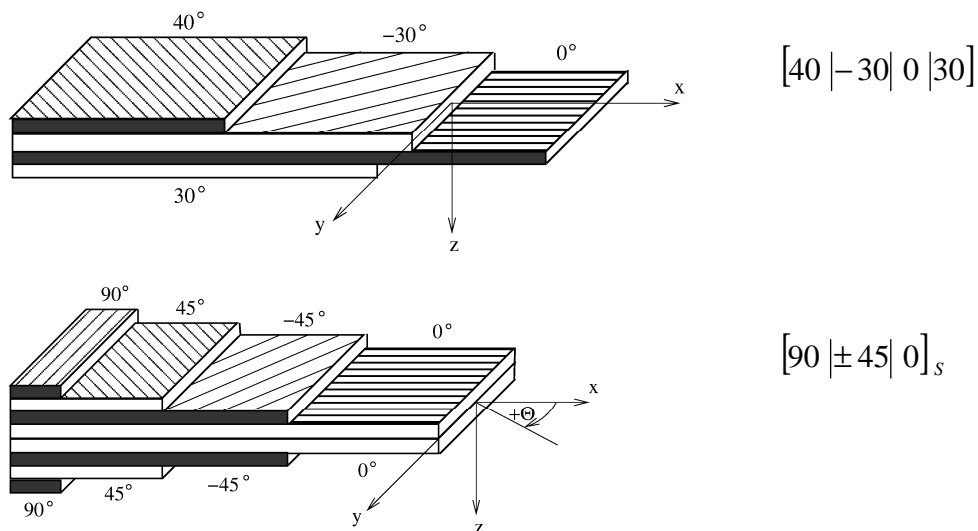


Obr. 23. Zkouška jednoosým ohybem [2]

Stanovené veličiny mají v první řadě význam srovnávací. Rovněž při ohybu existuje řada norem pro různé druhy vyztužení, např. ČSN EN ISO 14125. [1]

6 MECHANIKA KOMPOZITŮ - LAMINÁTY

Vrstevnatá struktura vzniklá kladením více monovrstev – lamin s různou orientací se nazývá laminát - viz příklady na obrázku (Obr. 24.). Výsledné vlastnosti laminátu závisejí na parametrech struktury a vlastnostech jednotlivých lamin. Obecně jsou lamináty anizotropní, tj. vykazují různé mechanické vlastnosti v různých směrech.



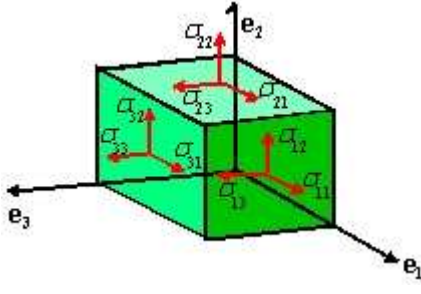
Obr. 24. Laminát [19]

Technická laminátová teorie je určitým zobecněním rovnic technické teorie mechanického chování izotropních desek a skořepin. Je tak založena na obdobných předpokladech. Předpokládá se opět rovinný stav napjatosti. Přijata je rovněž Kirchhoffova – Loveova hypotéza o zachování normál ke střední ploše po deformaci.

Jednotlivé laminy jsou považovány za *ortotropní* a *homogenní* vrstvy. Spojení mezi laminami je považováno za ideálně tuhé, tzn., že posunutí jsou po tloušťce stěny laminátu spojitá. [19]

6.1 Hookeův zákon pro ortotropní materiály

Ortotropní materiály jsou případem elastického chování, vykazujícího symetrii elastických vlastností ke třem vzájemně kolmým rovinám. Elastické chování ortotropního materiálu ve 3D je určeno *devíti nezávislými elastickými konstantami*. Mechanické vlastnosti materiálu jsou obecně dány souborem vztahů, popisujících závislosti složek deformace na složkách napjatosti a opačně (Obr. 25.). [20]

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{31} \\ \varepsilon_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & 0 & 0 & 0 \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & 0 & 0 & 0 \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_{55} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{31} \\ \sigma_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/E_1 & -\nu_{21}/E_2 & -\nu_{31}/E_3 & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_{12}/E_1 & 1/E_2 & -\nu_{32}/E_3 & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_{13}/E_1 & -\nu_{23}/E_2 & 1/E_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/2G_{23} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/2G_{31} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/2G_{12} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{31} \\ \sigma_{12} \end{bmatrix} \quad (1)$$


Obr. 25. Hookeův zákon pro ortotropní materiály [18]

Matice $[S]$ se nazývá maticí tuhosti daného materiálu, jejíž inverzí $[C] = [S]^{-1}$ obdržíme matici poddajnosti daného materiálu (v daném souřadném systému). [20]

6.2 Symetrie elastických vlastností

Značný praktický význam mají případy rovinné ortotropie. O ortotropii rovinného typu hovoříme tehdy, existuje-li symetrie elastických vlastností plošného prvku ke dvěma vzájemně kolmým osám. Průsečnice těchto rovin jsou tzv. přirozenými resp. materiálovými souřadnými osami ortotropie.

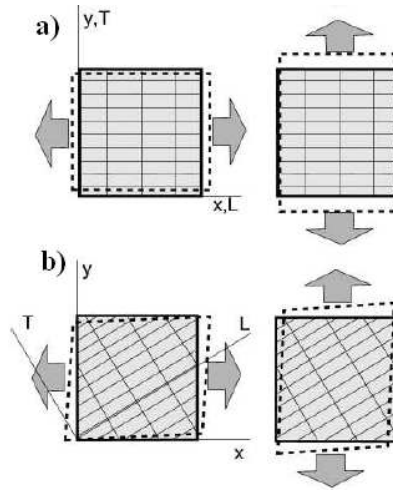
Ortotropní plošný prvek, jehož osy $1,2$ jsou totožné s materiálovými (přirozenými) osami ortotropie L,T se chová při jednoosém namáhání normálovým napětím co do charakteru podobně jako izotropní prvek – tj. dochází pouze k normálovým deformacím, nikoliv změně pravého úhlu vzorku (Obr.26. – a). Hodnoty deformací nabývají rozdílných hodnot. Matice poddajnosti je proto [20]:

$$[C^*] = \begin{bmatrix} 1/E_L & -\nu_T/E_T & 0 \\ -\nu_L/E_L & 1/E_T & 0 \\ 0 & 0 & 1/2G_{LT} \end{bmatrix}, \quad (2)$$

kde v důsledku její symetrie platí [20]:

$$\nu_L/E_L = \nu_T/E_T. \quad (3)$$

Index u Poissonova poměru má zde význam složky napětí, která kontrakci způsobuje. Modul pružnosti ve smyku G_{LT} je nezávislou elastickou konstantou, takže lineárně elastické chování plošného ortotropního prvku je určeno celkem *čtyřmi nezávislými elastickými konstantami*.



Obr. 26. Chování plošného ortotropního prvku [20]

Kdybychom nyní potočili lokální souřadný systém plošného vzorku shodného ortotropního materiálu o určitý úhel vůči přirozenému (materiálovému) souřadnému systému L, T , byla by jeho mechanická odezva na vnější namáhání zcela obecná – prvek by se choval navenek jako anizotropní (Obr. 26. – b). Matice poddajnosti v souřadném systému $1, 2$ by byla obecně zcela zaplněna devíti elastickými konstantami, ty by ovšem závisely na čtyřech elastických konstantách v přirozené matici poddajnosti. Na základě transformačního vztahu pak [20]:

$$[C^*]^{12} = [T]_{\varphi} [C^*]^{LT} [T]_{\varphi}^{-1}. \quad (4)$$

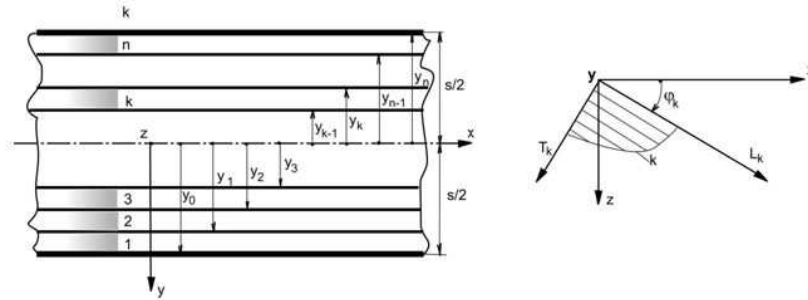
6.3 Konstituční rovnice laminy

Pořadová čísla lamin resp. jejich rozhraní volme dle obrázku (Obr. 27). Závislost složek napětí na složkách deformace k -té laminy v jejím přirozeném – materiálovém souřadném systému L, T je [19]:

$$(\sigma)^{LT} = [S^*]_k^{LT} (\epsilon^*)^{LT}, \quad (5)$$

kde hodnoty napětí a deformací se vztahují k určitému místu o pořadnici y a kde matice tuhosti k -té laminy je [19]:

$$[S^*]_k^{LT} = \begin{bmatrix} E_L^{**} & \nu_T E_L^{**} & 0 \\ \nu_T E_L^{**} & E_T^{**} & 0 \\ 0 & 0 & 2G_{LT} \end{bmatrix}. \quad (6)$$



Obr. 27. Pořadová čísla lamin [19]

Pokud není orientace laminy vůči globálnímu souřadnému systému laminátového prvku – obrázek (Obr. 24.) roven 0° , tj. materiálový souřadný systém k -té laminy je vůči globálnímu souřadnému systému pootočen, budou složky napětí v globálním souřadném systému xz a místě y [19]:

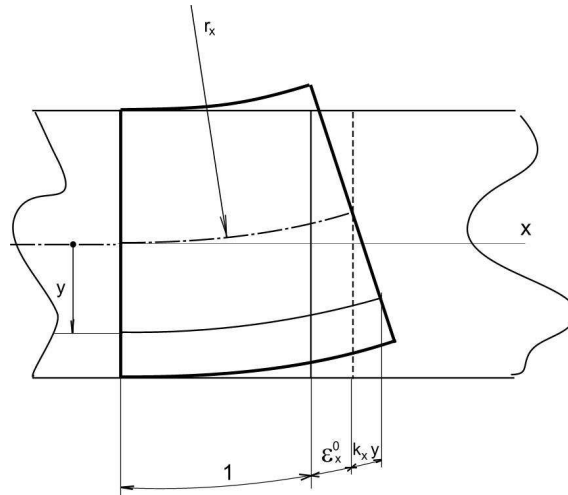
$$(\sigma)^{xz} = [S^*]_k^{xz} (\varepsilon^*)^{xz}, \quad (7)$$

kde matice tuhosti je dána transformací [19]:

$$[S^*]_k^{xz} = [T]_\varphi [S^*]_k^{LT} [T]_\varphi^{-1}. \quad (8)$$

6.4 Geometrické deformační rovnice laminátové stěny

Na obrázku (Obr. 28.) jsou znázorněny složky deformace ve směru globální osy x v místě vzdáleném od střednice stěny o y . Střední plocha xz je zvolena jako referenční, tj. její deformace jsou považovány za membránovou část deformace stěny. K těmto deformacím se v obecném místě y přičítají deformace působené ohybově torzními přetvořeními laminátové stěny. Za předpokladu platnosti Kirchhoffovy – Loveovy hypotézy jsou závislosti těchto složek na pořadnici y dány lineárními vztahy [19].



Obr. 28. Složky deformace [19]

Pro deformaci v rovině rovnoběžné se střednicí, ve vzdálenosti y je tak [19]:

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_x \\ \varepsilon_{xz} = \gamma/2 \end{pmatrix}^* = \begin{pmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_{xz}^0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} k_x \\ k_z \\ k_{xz} \end{pmatrix} y, \quad (9)$$

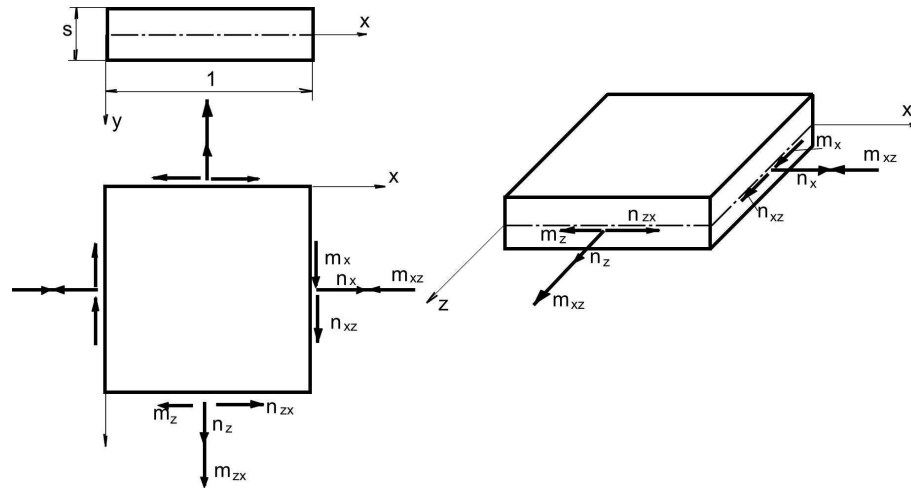
v symbolickém zápisu pak [19]:

$$(\varepsilon)^* = (\varepsilon^0) + (k)y, \quad (10)$$

kde (ε^0) je sloupec složek tenzoru deformace střední – referenční plochy, (k) je sloupec křivostí.

6.5 Konstituční rovnice laminátové stěny obecné struktury

Ekvivalentní systém jednotlivých sil a momentů v průřezích laminátové stěny, vztažený ke střední – referenční ploše je znázorněn na obrázku (Obr. 29.). Vzhledem k symetrii tenzoru napjatosti jsou smykové složky napětí $\tau_{xz} = \tau_{zx}$ sdružené. Jsou tedy sdružené i výslednice smykových sil o průřezu laminátové stěny. Membránové smykové síly jsou tak $n_{xz} = n_{zx}$, torzní momenty $m_{xz} = m_{zx}$. Ekvivalence náhradního systému silových a momentových výslednic, vztažených k referenční ploše je pak dána šesti rovnicemi rovnováhy, které můžeme uspořádat do dvou maticových rovnic. V symbolickém zápisu [19]:



Obr. 29. Systém sil a momentů v průřezech laminátové stěny [19]

$$(n) = \int_{(s)} (\sigma) dy, \quad (11)$$

$$(m) = \int_{(s)} (\sigma) y dy. \quad (12)$$

Znaménko integrace v rov. (11), (12) symbolicky vyjadřuje sčítání elementárních příspěvků sil a momentů po průřezu, resp. po tloušťce stěny. Uvnitř každé laminy se považují mechanické vlastnosti za neproměnné, a funkce průběhu složek napětí jsou tedy spojitě. Prakticky je tak nutno integrovat v rámci každé laminy a tyto výsledky sčítat přes všechny laminy. Rovnice (11), (22) pak přejdou na tvar [19]:

$$(n) = \sum_{k=1}^n \int_{y_{k-1}}^{y_k} (\sigma)_k dy, \quad (13)$$

$$(m) = \sum_{k=1}^n \int_{y_{k-1}}^{y_k} (\sigma)_k y dy. \quad (14)$$

Dosažením za sloupce napětí ze vztahu (7) je [19]:

$$(n) = \sum_{k=1}^n \int_{y_{k-1}}^{y_k} [S]_k (\varepsilon^*) dy, \quad (15)$$

$$(m) = \sum_{k=1}^n \int_{y_{k-1}}^{y_k} [S]_k (\varepsilon^*) y dy, \quad (16)$$

a s použitím geometrických rovnic (10) pak [19]:

$$(n) = [A](\varepsilon)^0 + [B](k), \quad (17)$$

$$(m) = [B](\varepsilon)^0 + [D](k), \quad (18)$$

s označením [19]:

$$\begin{aligned} [A] &= \sum_{k=1}^n [S]_k s_k, \\ [B] &= \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n [S]_k (y_k^2 - y_{k-1}^2), \\ [D] &= \frac{1}{3} \sum_{k=1}^n [S]_k (y_k^3 - y_{k-1}^3). \end{aligned} \quad (19)$$

Podle (17) váže matice membránové tuhosti $[A]$ složky membránových sil s deformacemi referenční plochy. Matice ohybové tuhosti $[D]$ váže spolu složky ohybových a torzních momentů s křivostmi referenční plochy. Jak bylo řečeno v předchozí kapitole, je v ortotropní vrstvě – lamině s obecnou orientací smykové přetvoření vázáno na normálová napětí a vice versa. Proto u laminátové skořepiny s obecnou skladbou stěny vyvolává účinek např. normálových sil kromě normálových složek deformace referenční plochy i její smykovou deformaci. Existence matice vazební tuhosti $[B]$ v konstitučních rovnicích (17), (18) pak dále způsobuje vazbu mezi ohybovými a membránovými efekty laminátové stěny. Membránové síly v referenční ploše tak způsobují i její průhyb a zkroucení, tedy deplanaci. Podobně ohybové a kroutící momenty způsobují kromě zakřivení i normálové a smykové deformace referenční plochy. Existence vazebné matice $[B]$ nevyplývá pouze z ortotropie jednotlivých lamin, ale také způsobu vrstvení laminátové stěny. Vztahy (17), (18) lze shrnout do celkového symbolického maticového zápisu [19]:

$$\begin{bmatrix} n \\ \dots \\ m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \vdots & \mathbf{B} \\ \dots & \vdots & \dots \\ \mathbf{B} & \vdots & \mathbf{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon^0 \\ \dots \\ \mathbf{k} \end{bmatrix}, \quad (20)$$

kde matice (6 x 6) je globální maticí tuhosti obecné laminátové struktury. Inverzí vztahu (20) jsou určeny složky deformací [19]:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon^0 \\ \dots \\ \mathbf{k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \vdots & \mathbf{B} \\ \dots & \vdots & \dots \\ \mathbf{B} & \vdots & \mathbf{D} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} n \\ \dots \\ m \end{bmatrix}. \quad (21)$$

Hodnoty složek napjatosti k -té laminy v globálním souřadném systému jsou potom dány vztahem [19]:

$$(\sigma)_k^{xz} = [S]_k^{xz} \{ (\varepsilon^0)_k + (k)_y \}, \quad (22)$$

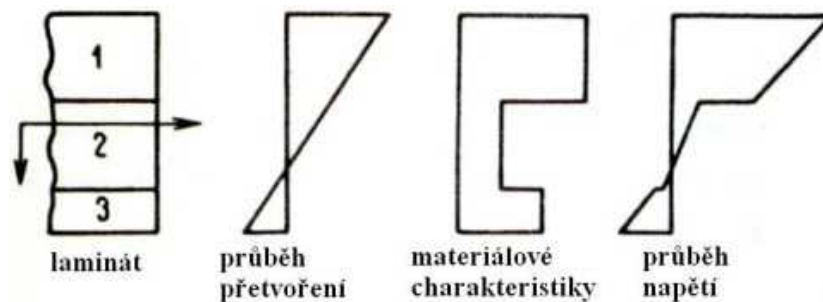
kde:

$$[S^*]_k^{xz} = [T]_\varphi [S^*]_k^{LT} [T]_\varphi^{-1},$$

je matice tuhosti k -té laminy transformované do globálního souřadného systému podle vztahu (8). Složky napětí k -té laminy v jejím materiálovém souřadném systému jsou pak již dány transformačním vztahem [19]:

$$(\sigma)_k^{LT} = [T]_{-\varphi} (\sigma)_k^{xz}. \quad (23)$$

Výpočtem napětí v každé vrstvě lze tudíž získat průběh napětí po celé tloušťce laminátu. Vidíme, že obecně není průběh napětí po tloušťce laminátu lineární. Napětí vykazují na společné hranici dvou vrstev nespojitost, také gradient napětí v sousedních vrstvách může být různý. Na obrázku (Obr. 30.) je vidět charakteristický průběh deformace a napětí v třívrstevném laminátu [2].



Obr. 30. Hypotetické průběhy napětí a deformace v třívrstevném laminátu [2]

6.6 Kvaziizotropní laminátové struktury

Laminát, který bude vykazovat při namáhání membránovými silami v libovolném souřadném systému shodné membránové vlastnosti, je označován jako izotropní vzhledem k matici membránové tuhosti $[A]$. Znamená to, že matice $[A]$ je izotropní, tj. má tvar [19]:

$$[A] = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 \\ A_{21} & A_{22} & 0 \\ 0 & 0 & A_{33} \end{bmatrix}, \quad (24)$$

kde: $A_{13} = 0, A_{23} = 0, A_{11} = A_{22}, A_{33} = A_{11} - A_{12}$.

Matice $[A]$ bude izotropní, pokud [19]:

- počet vrstev n je minimálně 3,
- vrstvy jsou vzájemně pootočený o úhel $180/n$,
- vrstvy jsou shodné co do tloušťek i vlastností.

Obecně platí, že laminátová struktura nebude zároveň izotropní vzhledem k matici $[D]$. Rovněž vazební matice $[B]$ nebude obecně nulová. [19]

6.7 Bimodulární ohyb prutů vyztužených dlouhými vlákny

Plasty vyztužené jednosměrně dlouhými vlákny svým mechanickým chováním patří mezi tzv. bimodulární materiály, tj. materiály, vykazující výrazně odlišné hodnoty modulu pružnosti v tahu a tlaku. Ohyb prutu vyztuženého dlouhými vlákny je pak zvláštním případem ohybu složeného prutu, jak je znázorněno na obrázku. Rozhraní obou myšlených materiálů s navzájem odlišnými moduly pružnosti $E_+, E_- < E_+$ spadá do neutrální osy průřezu. Její poloha vyplývá z podmínky nulového součtu osových sil v průřezu [6]:

$$\int_{(S)} dN = 0. \quad (25)$$

Ohybová napětí v krajních vláknech průřezu, tj. v $y=e_-, y=e_+$ určíme s pomocí vztahů [6]:

$$\sigma_{+MAX} = \frac{M}{J_R} e_+, \quad \sigma_{-MAX} = \frac{E_-}{E_+} \frac{M}{J_R} e_-, \quad (26)$$

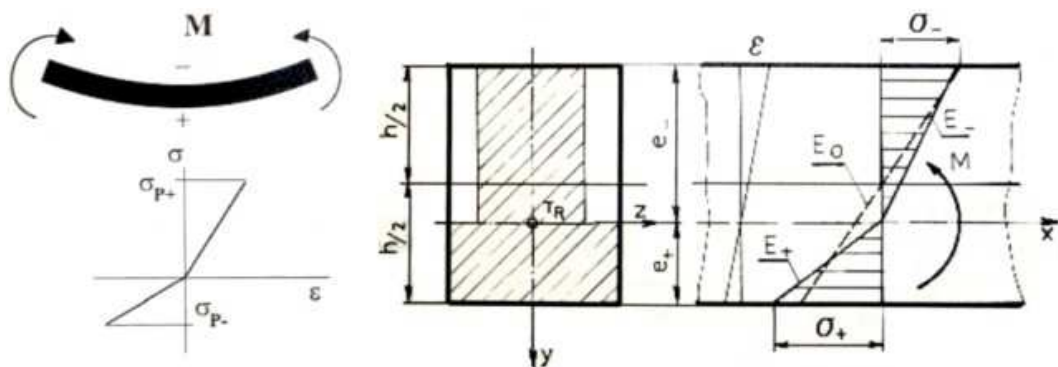
kde J_R je kvadratický moment redukované plochy průřezu (v Obr. 31. je vyšrafována) k neutrální ose. Co do únosnosti průřezu v ohybu připadají v úvahu dva mezní stavy: buď

dostoupí maximální tahové napětí hodnoty meze pevnosti v tahu, nebo maximální tlakové napětí dosáhne hodnoty meze pevnosti v tlaku. O tom, která z obou možností nastane, rozhodují nejen materiálové parametry – podíly E_+ / E_- , $\sigma_{P-} / \sigma_{P+}$, ale i tvar průřezu. [6]

Ohybové momenty příslušející hodnotám na mezích pevnosti jsou [6]:

$$M_+ = \sigma_{P+} \frac{J_R}{e_+}, \quad M_- = \sigma_{P-} \frac{E_+ J_R}{E_- e_+} \quad (27)$$

Skutečným mezním momentem, při jehož působení dochází v průřezu k poruše, je menší z momentů M_- / M_+ .



Obr. 31. Ohyb bimodulárního prutu [6]

Vzorek pro ohybovou zkoušku má průřez obdélníkového tvaru (Obr. 31.), takže podmínka (25) poskytuje pro polohu neutrální osy vztah [6]:

$$\frac{e_+}{e_-} = \eta, \quad (28)$$

s označením $\eta^2 = E_- / E_+$. Poněvadž $e_+ + e_- = h$, je [6]:

$$e_- = \frac{h}{1+\eta}, \quad e_+ = \frac{\eta h}{1+\eta}. \quad (29)$$

Modul pružnosti v ohybu vyplývá z výrazu [6]:

$$\frac{E_0}{E_+} = \left(\frac{2\eta}{1+\eta} \right)^2. \quad (30)$$

ZÁVĚR TEORETICKÉ ČÁSTI

Teoretická část poskytuje základ pro vypracování praktické části a je vymezena několika kapitolami.

Úvodní kapitola pokrývá základní pojmy a rámcové seznámení se strukturou kompozitních materiálů, které zahrnuje jejich klasifikaci, základní vlastnosti a charakteristiky. Kapitola zahrnující výztužná vlákna rozebírá nejpoužívanější druhy a popisuje jejich vlastnosti. Následující problematiky jsou zaměřeny na matrice používané v kompozitních materiálech, vybrané technologie zpracování kompozitů a některé mechanické zkoušky. Mechanika kompozitů popisuje chování těchto materiálů na základě konstitučních a geometrických deformačních rovnic. Na konci této kapitoly je uvedena, s ohledem na praktickou část, kvaziizotropní laminátová struktura a konečně pojednání o bimodulárním ohybu prutů.

II. PRAKTICKÁ ČÁST

CÍLE DIPLOMOVÉ PRÁCE

Praktická část je zaměřena na modelování mechanického chování laminátových plošných konstrukcí na základě metody konečných prvků s použitím teorie desek a skořepin.

Numerické analýze jsou podrobeny plošné střešní konstrukce s různými geometrickými rozměry. Hlavní proměnné jsou délka konstrukce, která je řešena ve dvou možnostech a tloušťka stěny konstrukce uvažovaná v možnostech čtyřech. Analýzy výpočtových modelů jsou řešeny na základě několika přístupů z hlediska chování materiálu – výpočtová linearita, nelinearita, bimodularita. Výsledky ze všech typů analýz jsou přehledně zpracovány a je poskytnuto srovnání provedených výpočetních přístupů. Vyústěním diplomové práce je doporučení pro praktické projektování laminátových skořepin.

7 OKRAJOVÉ PODMÍNKY

7.1 Výpočtové přístupy

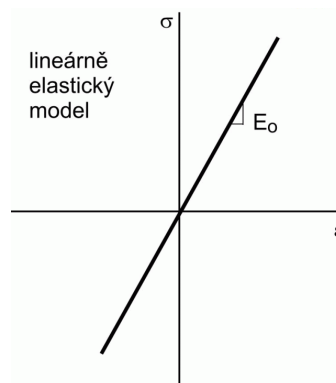
Při numerické analýze plošných laminátových konstrukcí vycházíme z několika výpočtových přístupů – lineárně elastického, nelineárního a bimodulárního chování materiálu. Stanovujeme tedy určité předpoklady o vlastnostech materiálu, které idealizují, zjednodušují jeho reálné chování. Vytváříme určitý materiálový model.

7.1.1 Lineárně elastický přístup

Křivku úměrnosti mezi působící silou a odpovídající deformací můžeme aproximovat lineární závislostí – *Hookeovým zákonem*. Pro popsání lineárně elastických deformací tělesa pak postačují dvě elastické konstanty – modul pružnosti (E) a Poissonův poměr kontrakce (ν). Při řešení v oblasti lineárního přístupu vycházíme z těchto předpokladů:

Materiálový předpoklad: (materiálové charakteristiky – viz kapitola 7.3)

- izotropní, kvazihomogenní materiál,
- platnost lineárně elastického chování.



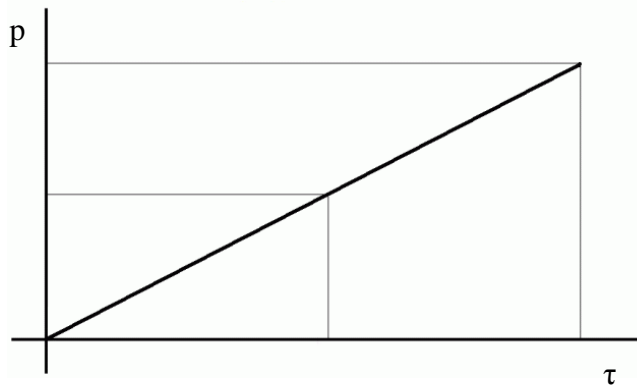
Obr. 32. Lin. elastický model

Předpoklad výpočtu:

- teorie desek a skořepin – dvouosá napjatost (viz kapitola 7.2 Výpočtový model)
- využití symetrie daného případu (viz kapitola 7.5 Uložení konstrukce)
- kategorizace napětí: - membránová
- ohybová.

7.1.2 Nelineární přístup

Předpoklady výpočetní i materiálové zůstávají v tomto přístupu zachovány. Jako zdroj nelinearity bereme způsob zatěžování, který spočívá v přírůstku plošného tlaku (p) za určitou časovou jednotku (τ), jak je zobrazeno na obrázku (Obr. 33.). Zatížení kritické je pak bráno jako tlak na plochu, při kterém dojde ke ztrátě stabilní rovnováhy konstrukce.



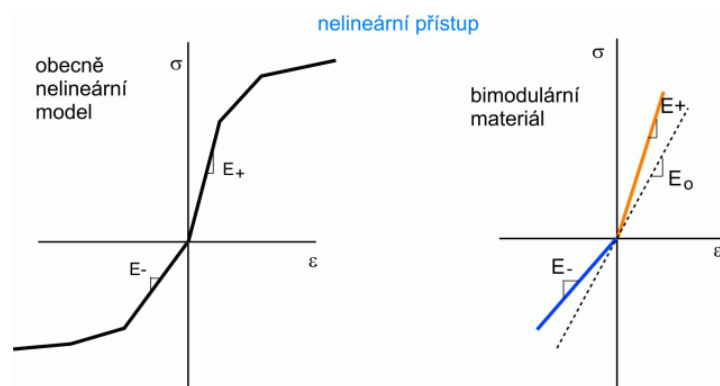
Obr. 33. Nelineární přístup

7.1.3 Nelineární přístup - bimodulární chování materiálu

Tento přístup si nese předpoklady výpočtu z prvních dvou řešení. Změny nastávají v předpokladu materiálovém, který je uvažován shodně jako izotropní, ale stěna konstrukce je již nehomogenní a její struktura bude proměnná v závislosti na poloze. Bimodulární chování materiálu je zobrazeno na obrázku (Obr. 34.).

Materiálový předpoklad:

- izotropní, kvazinehomogenní (bimodulární) materiál,
- platnost lineárně elastického chování.



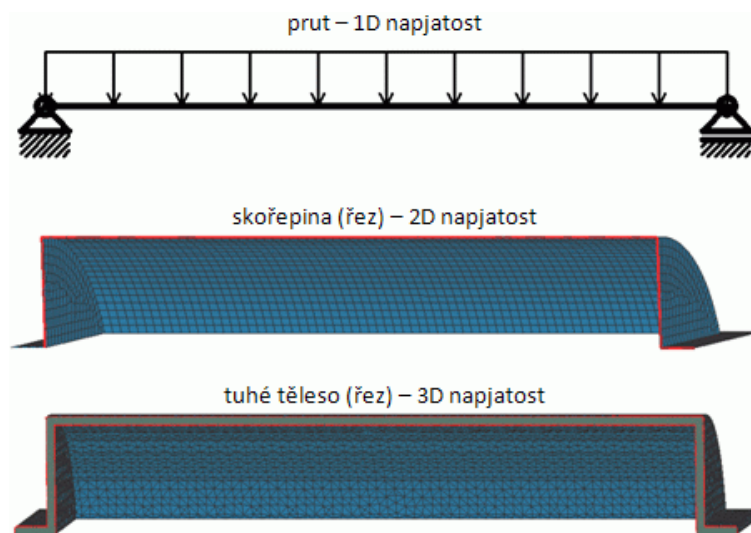
Obr. 34. Nelineární přístup – bimodulární chování materiálu

7.2 Výpočtový model

Výpočtový model nám z několika hledisek zjednodušuje daný problém – je to tedy schematizace tvaru tělesa. Pokud je jeden rozměr tělesa (délka) dominantní nad zbylými dvěma (rozměry průřezu), schematizujeme těleso jako tzv. *prut*. Výpočtový model prutu pak tvoří jeho osa, zvaná též *střednice*. Střednice prutu je spojnicí všech těžišť průřezů prutu. Ke střednici pak vztahujeme vnější zatížení a klademe do ní výslednice vnitřních sil v průřezech prutu. Problémy analýz napjatosti a deformace prutů jsou jednorozměrné (1D) jak matematicky, tak co do napjatosti, která je obvykle schematizovaná jako jednoosá.

Druhý typ těles z výpočtového hlediska tvoří tzv. *skořepiny*. Jako skořepinu označujeme těleso, jehož jeden rozměr (tloušťka) je řádově menší než další dva rozměry. Výpočtový model skořepiny tvoří její střední plocha, do níž jsou kladeny vnější síly a výslednice vnitřních sil v průřezech skořepiny. Napjatost tenkostěnných skořepin je dvouosá (2D) neboť třetí hlavní napětí ve směru normály ke střední ploše skořepiny lze zanedbat.

Pokud tvar tělesa není schematizován jako prut nebo skořepina, jedná se o problém prostorové (3D) napjatosti a deformace. [11]

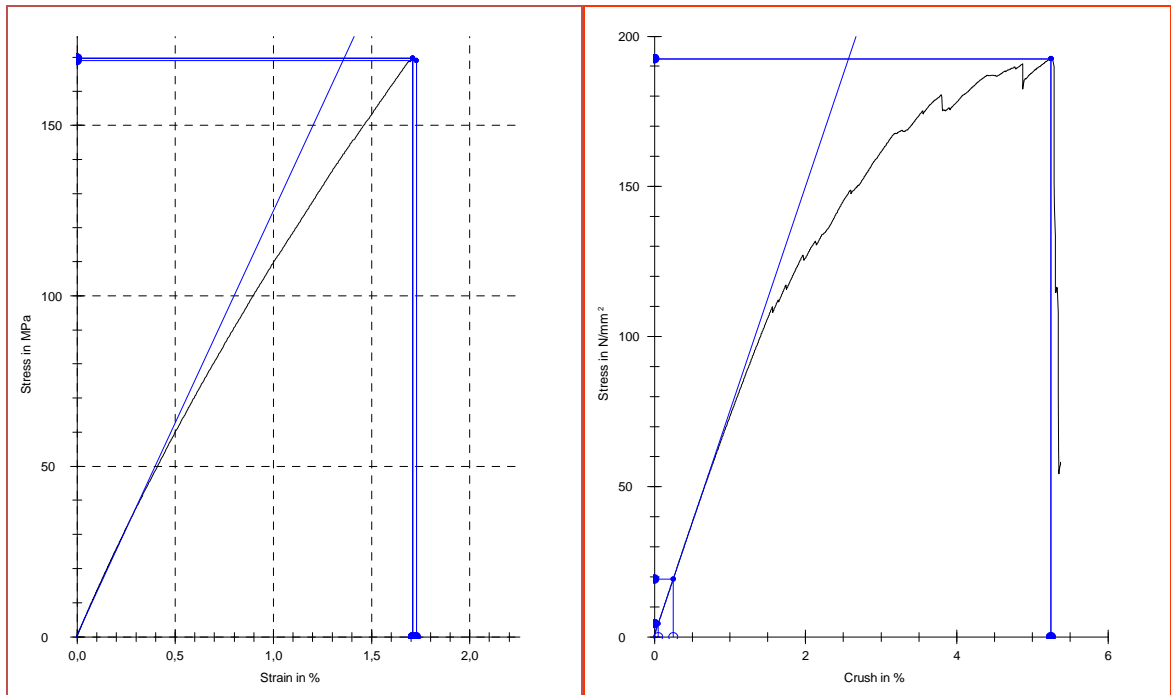


Obr. 35. Možnosti výpočtových modelů

S přihlédnutím ke geometrickým parametrům konstrukce (viz kapitola 7.4) je vhodné tento výpočetní problém řešit jako skořepinu, jelikož tloušťka stěny zastřešení je vůči ostatním rozměrům zanedbatelná. Tímto předpokladem zjednodušíme tvorbu výpočetního modelu vůči prostorovému řešení, při zachování dostatečné přesnosti výpočtu a zkrácení časové i kapacitní náročnosti na analýzu kladenou.

7.3 Materiálové charakteristiky

Na obrázku (Obr. 36.) jsou zobrazeny experimentální výsledky standardních zkoušek v tahu a ohybu vzorků laminátové stěny.



Obr. 36. Záznam standardní zkoušky v tahu / ohybu

Experimentálně zjištěné hodnoty modulu pružnosti:

Modul pružnosti ze zkoušky v tahu: $E_+ = 12\ 644$ [MPa]

Modul pružnosti ze zkoušky v tlaku: $E_- = 5\ 640$ [MPa]

- koeficient bimodularity: $\eta = (E_- / E_+)^{0.5} = 0,668$

Modul pružnosti ze zkoušky v ohybu: $E_0 = 7\ 875$ [MPa]

Poissonova konstanta: $\nu = 0,3$ [-]

Tab. 3. Elastické konstanty

Výpočetní přístup	Elastické konstanty	
Lineární	E_0 - modul pruž. v ohybu	ν - Poissonova konst.
Nelineární		
Bimodulární	E_+ - modul pruž. v tahu	ν - Poissonova konst.
	E_- - modul pruž. v tlaku	

Tabulka (Tab. 3.) nám zobrazuje elastické konstanty jako vstupy materiálových vlastností do konečně prvkového programu, v závislosti na volbě výpočetního přístupu.

Teoretický poměr modulů pružnosti ze zkoušky v ohybu a tahu:

$$\frac{E_0}{E_+} = \left(\frac{2\eta}{1+\eta} \right)^2 = 0,64 \gg \gg E_0 = 8\,110 \text{ [MPa]}$$

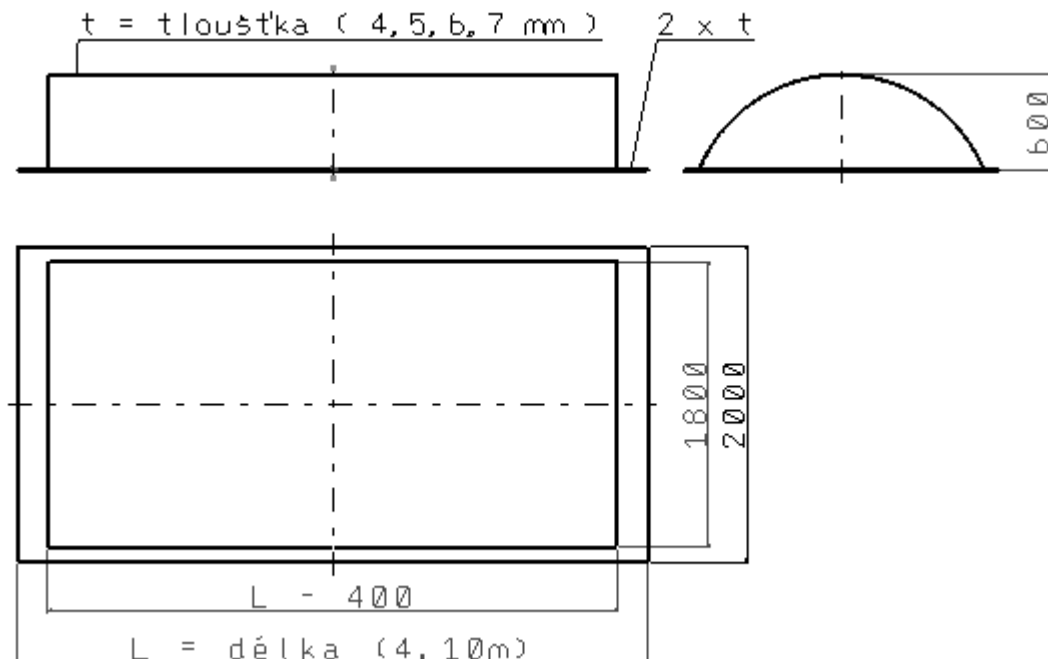
Srovnání experimentálních výsledků standardních zkoušek v tahu a ohybu vzorků laminátové stěny s teoretickým modelem chování bimodulárního materiálu (Tab. 4.):

Tab. 4. Srovnání modulů pružnosti

Modul pružnosti v ohybu - E_0 [MPa]	
Stanovený teoreticky	Stanovený ze zkoušek
8 110	7 875

7.4 Geometrické parametry konstrukce

Obrázek (Obr. 37.) nám zobrazuje tvar a rozměry volené konstrukce zastřešení. Jako proměnné rozměry jsou brány: délka střechy a tloušťka její stěny. Za účelem numerických analýz uvažujeme délku konstrukce 4 a 10 metrů, tloušťka stěny je volena v hodnotách 4 až 7 milimetrů, přičemž příruba má tloušťku dvojnásobnou.



Obr. 37. Rozměry konstrukce

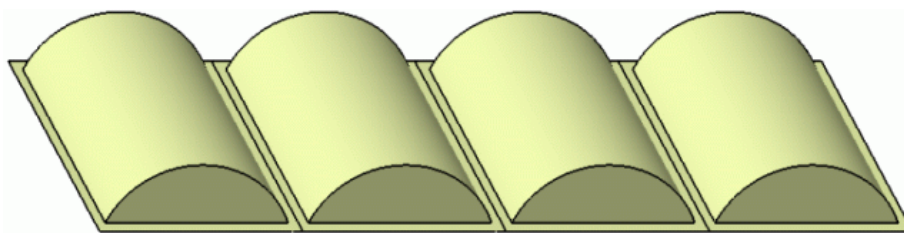
Dle volených geometrických parametrů je podrobena konečně prvkovým analýzám osm výpočetních modelů, jejichž charakteristiky v závislosti na proměnných rozměrech jsou zobrazeny v tabulce (Tab. 5.).

Tab. 5. Proměnné geometrické parametry konstrukce

L - délka konstrukce [m]	t - tloušťka stěny konstrukce [mm]
4	4
	5
	6
	7
10	4
	5
	6
	7

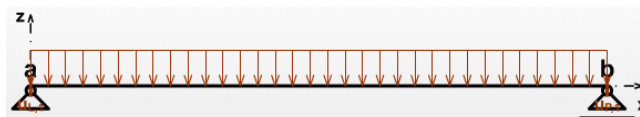
7.5 Uložení konstrukce

Plošné laminátové střechy jsou nejčastěji dodávány ve formě segmentových zastřešení (Obr. 38.) pro pokrytí objektů větších ploch. Jednotlivé segmenty mají konstantní rozteče, a tak je můžeme s výhodou posuzovat jako sestavené z jednotlivých profilů. Toto nám dává možnost využití úvahy o symetrii u řešení daného problému a tím zjednodušení výpočtu.



Obr. 38. – Segmentové zastřešení

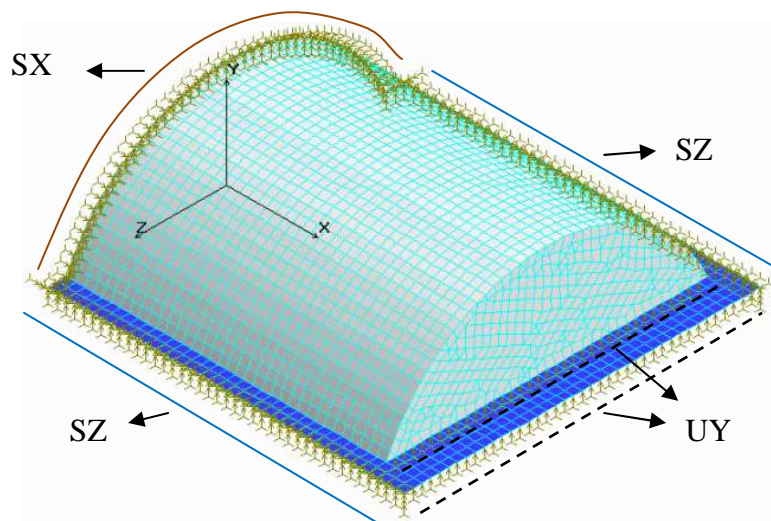
Při deformačně-napěťovém posuzování dané konstrukce pak vezmeme jeden ze segmentů zastřešení, jehož uložení volíme s možností dilatace – tedy jako uložení prostého nosníku, jak je zobrazeno na obrázku (Obr. 39).



Obr. 39. Prostý nosník

Jak je zobrazeno na obrázku (Obr. 37.) dle tvarů a rozměrů zastřešení můžeme pozorovat, že problém má dvojitou symetrii a úlohu lze ještě dále zjednodušit. Pro potřeby výpočtu lze tedy uložit konstrukci až s trojitou symetrií – 1. symetrie jednotlivých segmentů střechy, 2. symetrie vztažená na délku segmentu, a konečně za 3. symetrie vztažená na šířku segmentu.

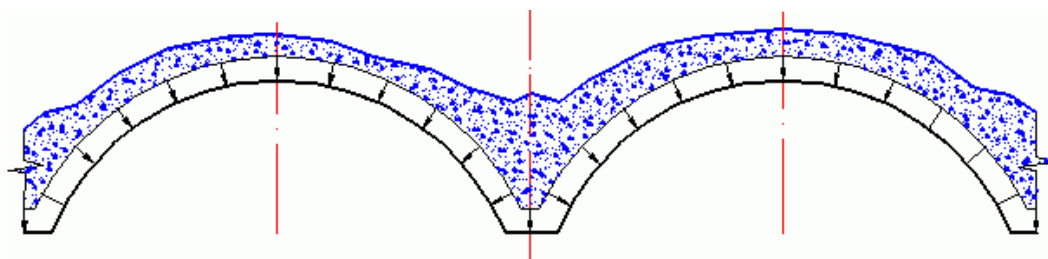
Uložení segmentu bylo voleno s dvojitou symetrií (body 1. a 2.) jak je zobrazeno na obrázku (Obr. 40.). Vazba *SZ* nám poskytuje symetrii dle 1. bodu, vazba *SX* pak symetrii dle bodu 2. Jako označení *UY* je bráno prosté podepření daného segmentu.



Obr. 40. Uložení segmentu zastřešení

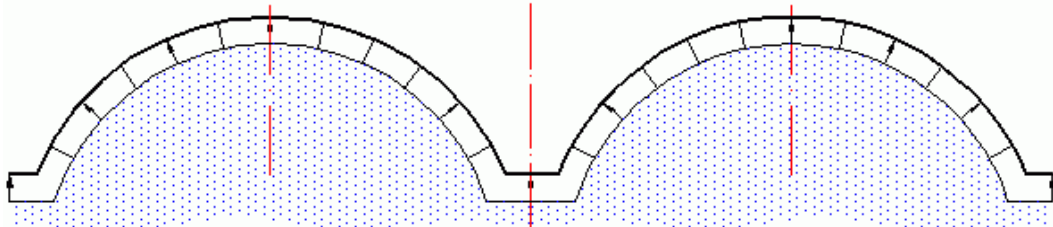
7.6 Zatížení konstrukce

Pro zatížení konstrukce uvažujeme dva stavy, a to tlakovou tíhu sněhu a vztlakovou sílu větru. Předpokládáme, že rozložení zatížení sněhem na střeše je vzniklé přesunem sněhu z určitého místa na střeše do místa jiného – zatížení navátým sněhem. Plošnou tlakovou tíhu pak volíme s ohledem na navátý sníh jako normálovou k danému tvaru zastřešení. V rámci lineárně elastického přístupu volíme jednotkové tlakové zatížení $1 \text{ [kN/m}^2\text{]}$.



Obr. 41. Zatížení sněhem

Plošnou vztakovou sílu větru na povrch konstrukce volíme shodně jako normálovou k danému tvaru zastřešení. V rámci lineárně elastického přístupu volíme jednotkové tlakové zatížení $1 \text{ [kN/m}^2\text{]}$.



Obr. 42. Zatížení větrem

Pro nelineární výpočtový přístup nestanovujeme hodnotu plošného tlakového zatížení sněhem nebo větrem, ale dle kapitoly – 7.1.2 Nelineární přístup, volíme přírůstek plošného tlaku (p) za určitou časovou jednotku (τ). Přitěžování je dáno přírůstkem $p = 0,1 \text{ [kN/m}^2\text{]}$, za dobu $\tau = 1 \text{ [s]}$.

7.7 Výpočetní software

Jako výpočetní software pro modelování mechanického chování laminátových plošných konstrukcí byl použit *COSMOSM 2010*. Geometrii lze vytvořit v pre- a postprocesoru *GEOSTAR*, nebo importovat z některého z CAD systémů. *COSMOSM* umožňuje řešit následující problematiku:

- konstrukční úlohy,
- přenos tepla,
- úlohy toku tekutin,
- elektromagnetismus.

8 VÝSLEDKY NUMERICKÝCH ANALÝZ

V této části jsou uvedeny a vyhodnoceny výsledky analýz všech modelů na základě metody konečných prvků. Analýzy byly provedeny na různých výpočetních modelech lišící se svými geometrickými parametry, pro dva druhy zatížení a v rámci několika výpočtových přístupů – lineárně elastického, nelineárního a bimodulárního chování materiálu.

Vyhodnoceny jsou následující veličiny v závislosti na typu výpočetního přístupu:

- Von Misesovo napětí – σ_{VON} [MPa]

Pro případ rovinné napjatosti je srovnávací Von Misesovo napětí:

$$\sigma_{VON} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1\sigma_2}$$

- Výsledná maximální deformace - δ_{MAX} [mm]

Výsledná maximální deformace je dána vztahem:

$$\delta_{MAX} = \sqrt{\delta_X^2 + \delta_Y^2 + \delta_Z^2}$$

- Koeficient bezpečnosti na ztrátu stability – n_{KRIT} [-]

Tento koeficient získáme řešením stabilitního výpočtu v oblasti lineárně elastického přístupu. Jedná se v podstatě o bod bifurkace. Toto označuje ideální stav, skutečná hodnota bude ale vždy menší z důvodu, že stěny konstrukce nejsou ideálně rovné, ideálně zatížené pouze ve své střední ploše a konstrukce jako celek není ideálně uložena. Výjimku tvoří skořepiny. Ty po ztrátě stability můžou nabývat dalšího stabilního stavu, jejich plášť je tedy schopen přenášet další tzv. pokritické zatížení, pokud nedojde k jeho porušení.

Hodnotu kritického zatížení pak získáme součinem voleného jednotkového zatížení a koeficientu bezpečnosti na ztrátu stability. V rámci lineární elasticity můžeme s výhodou využít přímou úměru mezi působící silou a deformací a pro kritické zatížení určit hodnoty Von Misesova napětí a výsledné maximální deformace.

- Kritické zatížení – p_{KRIT} [kN/m²]

Pohybujeme-li se v oblasti nelineárního přístupu, dostaneme hodnotu kritického zatížení přímo na základě numerického výpočtu, z hodnoty kdy konstrukce již není schopna unést dané zatížení a ztrácí svou stabilní rovnovážnou polohu.

8.1 Lineární analýza

8.1.1 Zatížení sněhem

Tabulka (Tab. 6.) zobrazuje výsledky lineární analýzy získané z jednotkového zatížení sněhem o velikosti $p = 1$ [kN/m²]. Index (*) u Von Misesova napětí a výsledné maximální deformace označuje hodnoty vztažené k jednotkovému zatížení.

Tab. 6. Lineární analýza – jednotkové zatížení sněhem

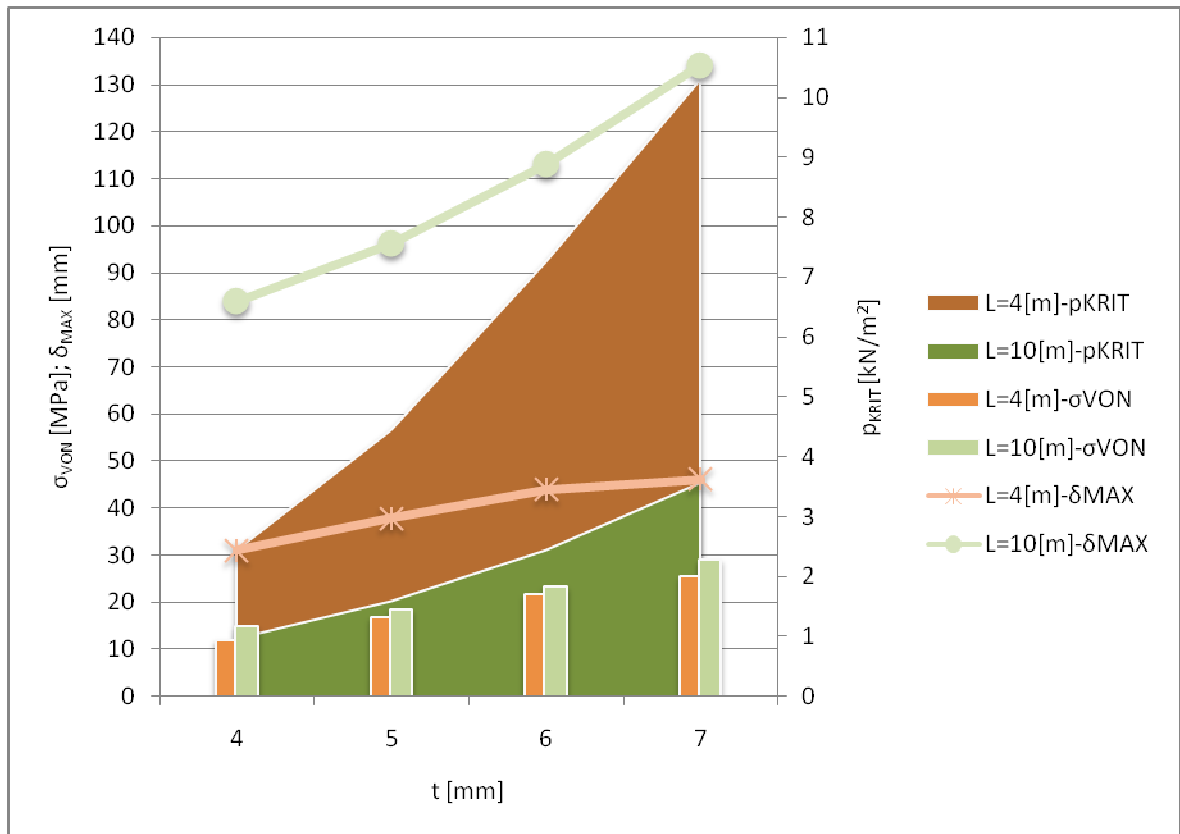
Zatížení	L [m]	t [mm]	σ_{VON}^* [MPa]	δ_{MAX}^* [mm]	n_{KRIT} [-]
Zatížení sněhem	4	4	4,84	12,69	2,44
		5	3,75	8,51	4,45
		6	3,01	6,06	7,25
		7	2,47	4,49	10,29
	10	4	15,31	86,97	0,97
		5	11,66	60,52	1,59
		6	9,59	46,39	2,44
		7	8,16	37,71	3,56

Tabulka (Tab. 7.) zobrazuje výsledky lineární analýzy pro kritické zatížení sněhem s odpovídajícími velikostmi Von Misesova napětí a výsledné maximální deformace.

Tab. 7. Lineární analýza – kritické zatížení sněhem

Zatížení	L [m]	t [mm]	σ_{VON} [MPa]	δ_{MAX} [mm]	p_{KRIT} [kN/m ²]
Zatížení sněhem	4	4	11,83	31,01	2,44
		5	16,69	37,84	4,45
		6	21,82	43,90	7,25
		7	25,41	46,18	10,29
	10	4	14,78	83,93	0,97
		5	18,51	96,10	1,59
		6	23,38	113,06	2,44
		7	29,03	134,19	3,56

Obrázek (Obr. 43.) poskytuje grafický přehled výsledků lineární analýzy pro kritické zatížení sněhem s odpovídajícími velikostmi Von Misesova napětí a výsledné maximální deformace podle tabulky (Tab. 7.).



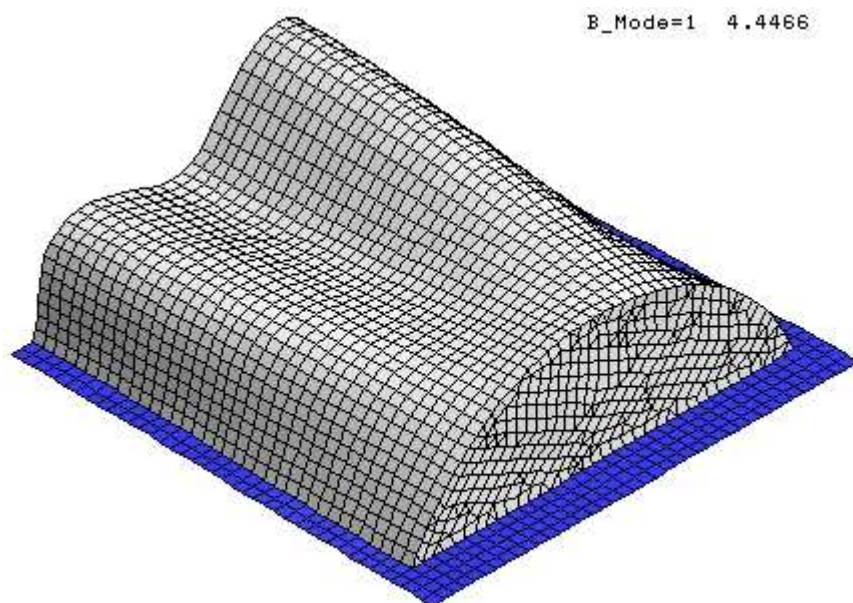
Obr. 43. Grafický přehled výsledků lineární analýzy pro zatížení sněhem

Grafické zobrazení výsledků pro koeficient bezpečnosti na ztrátu stability – zatížení sněhem

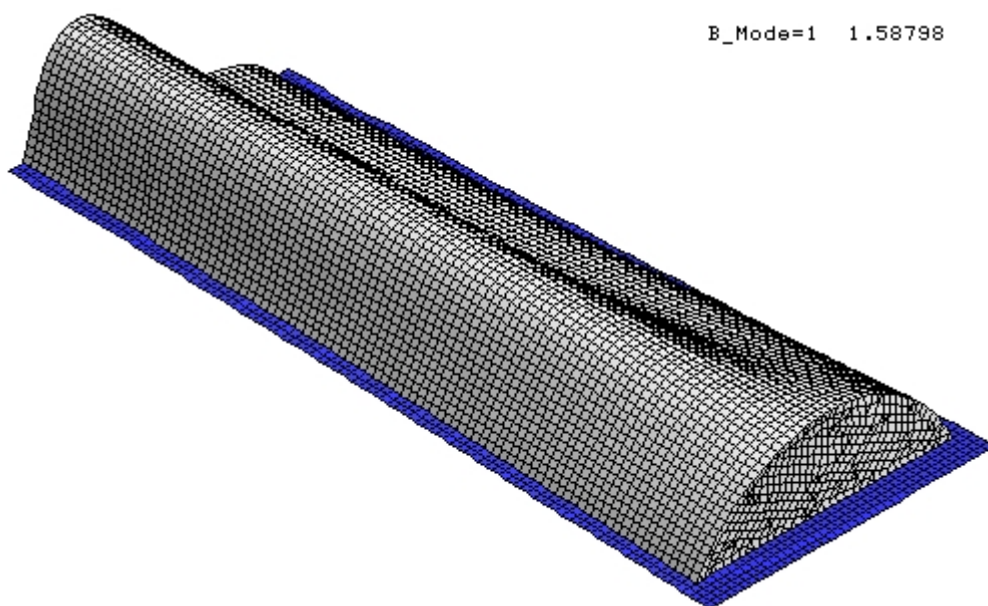
Obrázky (Obr. 44. a 45.) poskytují výsledky na základě grafických výstupů z konečně prvkového programu. Hodnoty koeficientu bezpečnosti na ztrátu stability byly získány řešením stabilitního výpočtu v oblasti lineárně elastického přístupu. Pro grafické zobrazení byly vybrány modely zastřešení o délce $L=4$ a 10 [m] a tloušťce stěny $t=5$ [mm]. Součinem tohoto koeficientu a jednotkového zatížení získáme hodnotu kritického zatížení sněhem, jak je zobrazeno v tabulce (Tab. 7.) nebo na obrázku (Obr. 43.).

Výsledky pro dlouhou a krátkou skořepinu vykazují značné rozdíly. Zatímco hodnota koeficientu pro krátkou skořepinu je $n_{KRIT}=4,45$ [-], dlouhá skořepina má $n_{KRIT}=1,59$ [-], jak je zobrazeno i v tabulce (Tab. 6.). Krátká skořepina má tudíž téměř 2,8 násobně větší bezpečnost. Podobné výsledky se ale daly předpokládat vzhledem ke geometrickým parametrům daných skořepin. Podle obrázku (Obr. 43.) je možno dále pozorovat, že

se zvyšující se tloušťkou stěny koeficient (potažmo kritické zatížení) vzrůstá a s tím i rozdíl mezi dlouhou a krátkou skořepinou.



Obr. 44. Stabilita – zatížení sněhem – krátká skořepina



Obr. 45. Stabilita – zatížení sněhem – dlouhá skořepina

8.1.2 Zatížení větrem

Tabulka (Tab 8.) zobrazuje výsledky lineární analýzy získané z jednotkového zatížení větrem o velikosti $p = 1$ [kN/m²]. Index (*) u Von Misesova napětí a výsledné maximální deformace označuje hodnoty vztahované k jednotkovému zatížení.

Tab. 8. Lineární analýza – jednotkové zatížení větrem

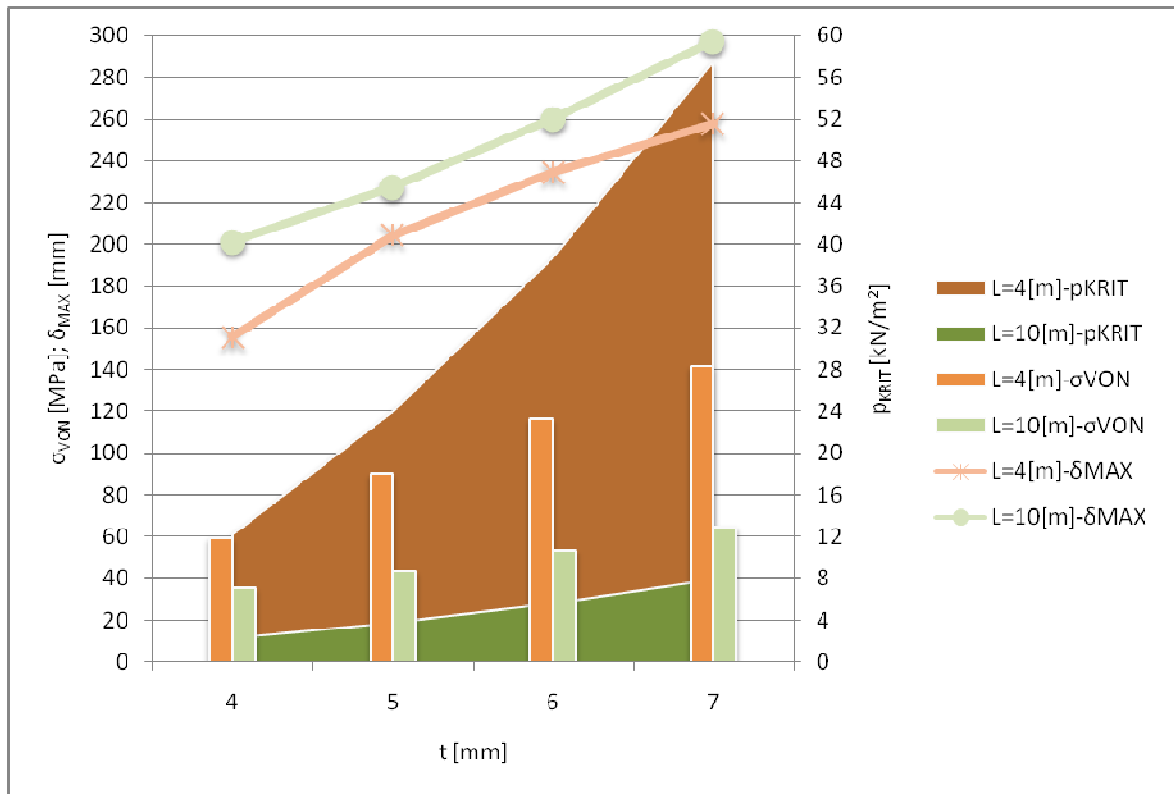
Zatížení	L [m]	t [mm]	σ_{VON}^* [MPa]	δ_{MAX}^* [mm]	n_{KRIT} [-]
Zatížení větrem	4	4	4,84	12,69	12,25
		5	3,75	8,51	24,01
		6	3,01	6,06	38,70
		7	2,47	4,49	57,41
	10	4	15,31	86,97	2,31
		5	11,66	60,52	3,76
		6	9,59	46,39	5,60
		7	8,16	37,71	7,88

Tabulka (Tab. 9.) zobrazuje výsledky lineární analýzy pro kritické zatížení větrem s odpovídajícími velikostmi Von Misesova napětí a výsledné maximální deformace.

Tab. 9. Lineární analýza – kritické zatížení větrem

Zatížení	L [m]	t [mm]	σ_{VON} [MPa]	δ_{MAX} [mm]	p_{KRIT} [kN/m ²]
Zatížení větrem	4	4	59,34	155,51	12,25
		5	90,09	204,23	24,01
		6	116,48	234,36	38,70
		7	141,74	257,58	57,41
	10	4	35,44	201,25	2,31
		5	43,81	227,43	3,76
		6	53,73	259,89	5,60
		7	64,31	297,22	7,88

Obrázek (Obr. 46.) poskytuje grafický přehled výsledků lineární analýzy pro kritické zatížení větrem s odpovídajícími velikostmi Von Misesova napětí a výsledné maximální deformace podle tabulky (Tab. 9.).

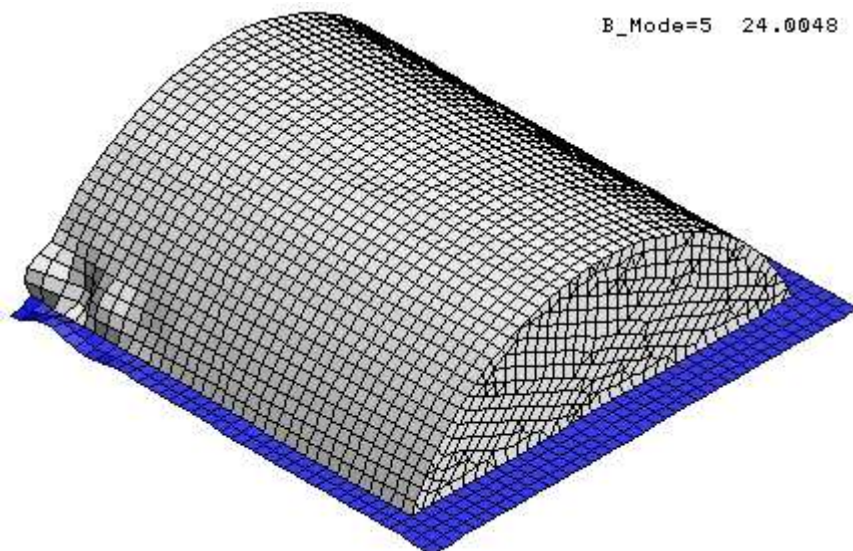


Obr. 46. Grafický přehled výsledků lineární analýzy pro zatížení větrem

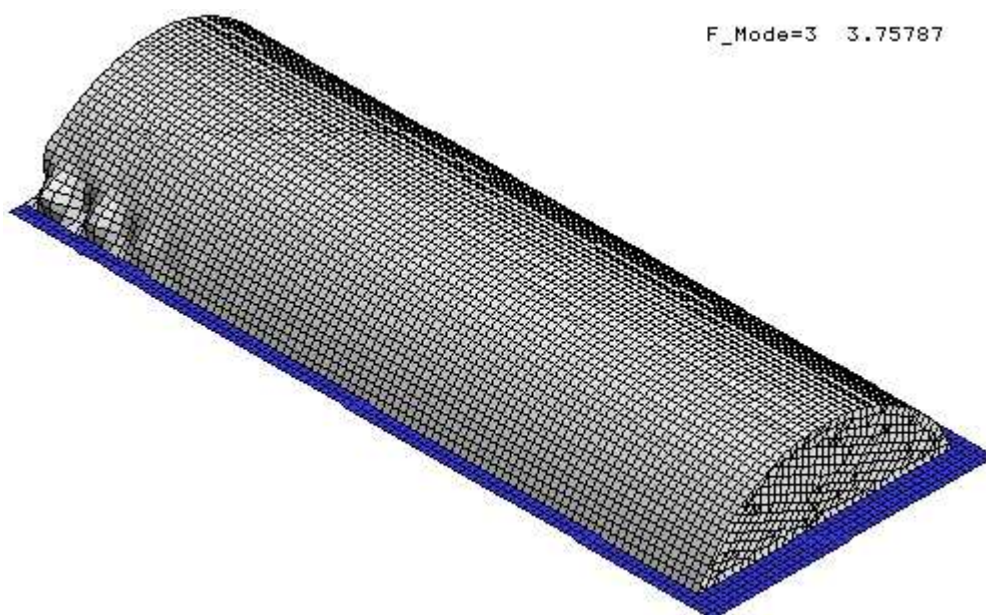
Grafické zobrazení výsledků pro koeficient bezpečnosti na ztrátu stability – zatížení větrem

Obrázky (Obr. 47. a 48.) poskytují výsledky na základě grafických výstupů z konečně prvkového programu. Hodnoty koeficientu bezpečnosti na ztrátu stability byly získány řešením stabilitního výpočtu v oblasti lineárně elastického přístupu. Pro grafické zobrazení byly vybrány modely zastřešení o délce $L=4$ a $10[m]$ a tloušťce stěny $t=5[mm]$. Součinem tohoto koeficientu a jednotkového zatížení získáme hodnotu kritického zatížení větrem, jak je zobrazeno v tabulce (Tab. 9.) nebo na obrázku (Obr. 46.).

Výsledky pro dlouhou a krátkou skořepinu vykazují opět rozdíly, které jsou v porovnání se zatížení sněhem, ještě výraznější. Zatímco hodnota koeficientu pro krátkou skořepinu je $n_{KRIT}=24,01 [-]$, dlouhá skořepina má $n_{KRIT}=3,76 [-]$, jak je zobrazeno i v tabulce (Tab. 8.). Krátká skořepina má v tomto případě téměř 6,4 násobně větší bezpečnost. Podle obrázku (Obr. 46.) je možno dále pozorovat, že se zvyšující se tloušťkou stěny koeficient (potažmo kritické zatížení) vzrůstá a s tím i rozdíl mezi skořepinami a to ještě zjevněji než u zatížení sněhem.



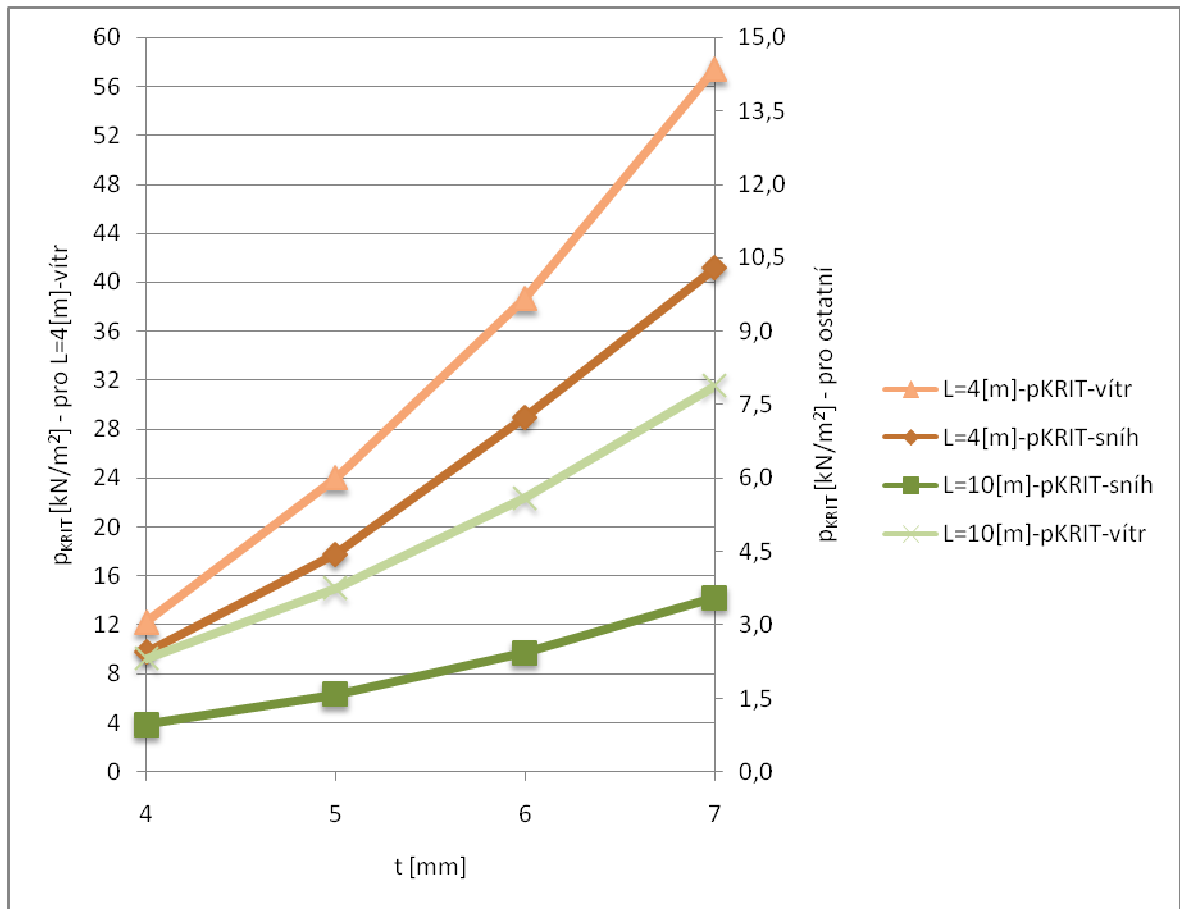
Obr. 47. Stabilita – zatížení větrem – krátká skořepina



Obr. 48. Stabilita – zatížení větrem – dlouhá skořepina

8.1.3 Srovnání výsledků zatížení

Obrázek (Obr. 49.) poskytuje grafické srovnání výsledků lineární analýzy pro kritické zatížení sněhem a větrem, kde odpovídající velikosti Von Misesova napětí a výsledné maximální deformace jsou uvedeny v tabulkách (Tab. 7. a 9.), nebo zobrazeny v grafickém přehledu na obrázcích (Obr. 43. a 46.).



Obr. 49. Lineární analýza – srovnání výsledků zatížení

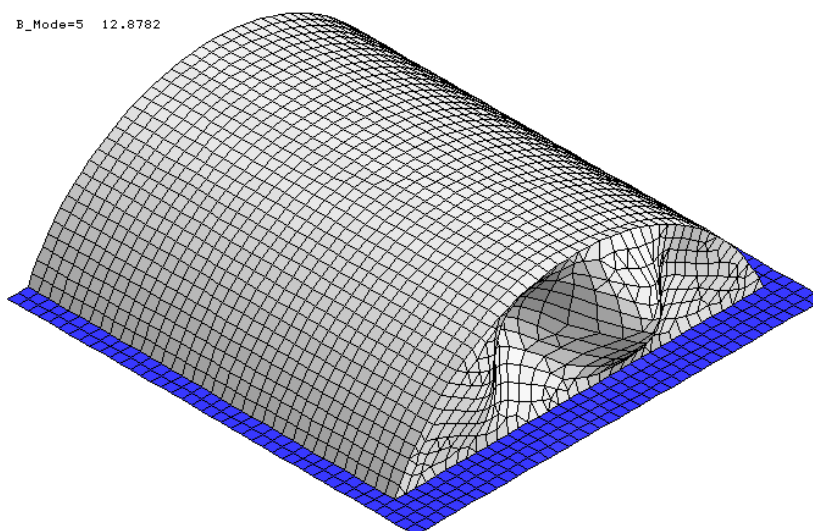
Z výsledků vyplývá, že největší únosnost má střecha o délce $L=4\text{[m]}$, zatížená větrem, shodně má tato střecha i největší hodnoty Von Misesova napětí pro kritické zatížení. Její mezní zatížení je několikanásobně větší než u ostatních typů střech s danými způsoby zatěžování. Únosností nejmenší disponuje střecha o délce $L=10\text{[m]}$ zatížená sněhem. Výsledky kritického zatížení pro tento rozměr a oba způsoby zatížení jsou vždy nižší a maximální průhyby vždy vyšší než u rozměru $L=4\text{[m]}$, což se dalo vzhledem ke geometrickým rozměrům předpokládat. Von Misesovo napětí pro střechu $L=10\text{[m]}$ vztažené ke kritickému zatížení je pak větší pouze pro zatížení sněhem v porovnání rozměrem $L=4\text{[m]}$.

Výsledky koeficientu bezpečnosti na ztrátu stability

Vybočení pláště v důsledku ztráty stabilní rovnováhy konstrukce se liší v závislosti na druhu zatížení, jak je zobrazeno na obrázcích (Obr. 44., 45. a 47., 48.). Zatímco v případě zatížení sněhem dojde ke zborcení pláště směrem ke středu křivosti tj. dovnitř, při zatížení větrem se plášť zborstí pouze v oblasti příruby. Toto závisí na rozložení tlakových membránových sil při daném druhu zatížení.

8.1.4 Řešení problému pro koeficient bezpečnosti na ztrátu stability

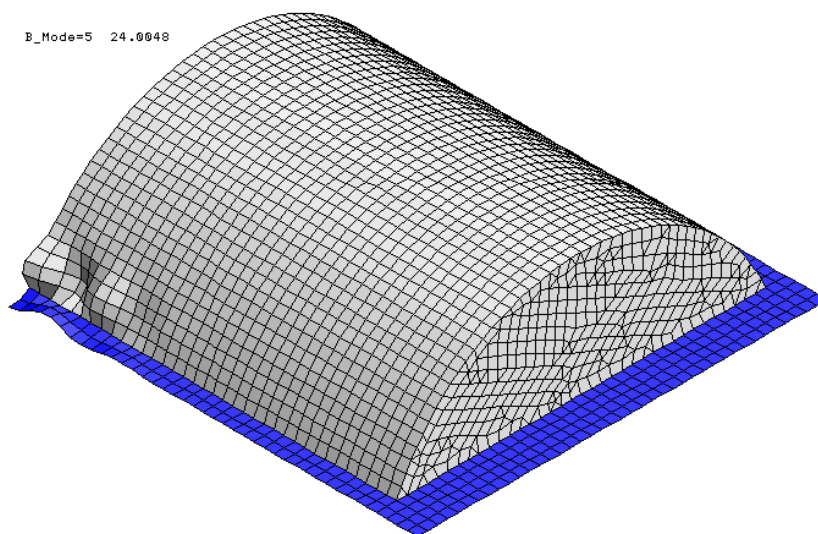
Při řešení stabilitního výpočtu s požadovaným výstupem – koeficient bezpečnosti na ztrátu stability – bylo nutné ověřit správnost těchto hodnot u modelu zastřešení o rozměru $L=4[m]$, zatíženého větrem. Pro ověření platnosti této hodnoty byl použit uvedený model s tloušťkou stěny $t=5[mm]$. Vybočení pláště střechy nenastalo v očekávaných místech, kde je konstrukce nejvíce namáhána, ale na její čelní straně dle obrázku (Obr. 50.). Hodnota koeficientu bezpečnosti na ztrátu stability byla pro toto řešení: $n_{KRIT}=12,88 [-]$.



Obr. 50. Model $L=4[m]$, $t=5[mm]$ – vybočení 1

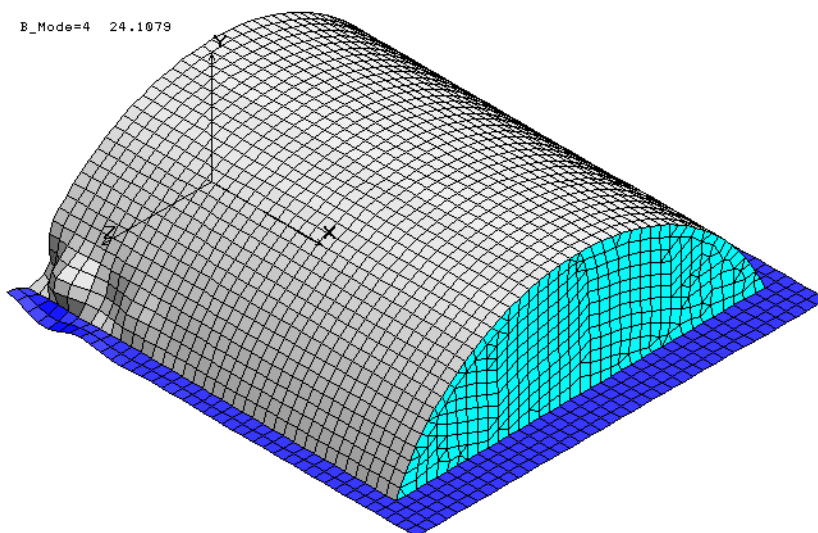
Toto bylo jako konečné řešení neuspokojivé z toho důvodu, že i kdyby k vybočení na popsaném místě došlo, neznamenaloby to nutně ztrátu stabilní rovnováhy celé konstrukce. Proto byla hledána hodnota nejbližší nižší, při které dojde ke ztrátě stability pláště v oblasti s největším namáháním. Kýžená hodnota byla nalezena a koeficient bezpečnosti na ztrátu stability činil $n_{KRIT}=24,01 [-]$, jak je zobrazeno na obrázku (Obr. 51.). Oproti původnímu řešení je to tedy téměř dvojnásobek. Výsledek koresponduje s hodnotou uvedenou v tabulce (Tab. 8.).

Na závěr, pro ověření správnosti výsledku, byl daný model modifikován. Jednalo se o zvýšení tuhosti čelní stěny, za účelem zamezení jejího zborcení, která byla opatřena dvojnásobnou tloušťkou – tedy $t=10[mm]$ – a byla nyní ve shodě s tloušťkou příruby zastřešení. Výsledek této analýzy nám poskytl přímou hodnotu koeficientu bezpečnosti na ztrátu stability o velikosti: $n_{KRIT}=24,11 [-]$, jak je zobrazeno na obrázku (Obr. 52.). Čelní strana střechy si tedy ponechala svou stabilní polohu a k vybočení pláště došlo v oblasti s největším namáháním, tedy stejně jako na obrázku předchozím (Obr. 51.).



Obr. 51. Model $L=4[m]$, $t=5[mm]$ – vybočení 2

Rozdíl mezi provedenými řešeními byl téměř ve shodě a výsledky uvedené v tabulce (Tab. 8. – hodnoty n_{KRIT}) můžeme považovat za správné. Tímto byla ověřena platnost výsledků pro koeficient bezpečnosti na ztrátu stability u modelu zastřešení o rozměru $L=4[m]$, zatíženého větrem pro všechny druhy tloušťky stěny.



Obr. 52. Modifikovaný model $L=4[m]$, $t=5[mm]$ – vybočení 3

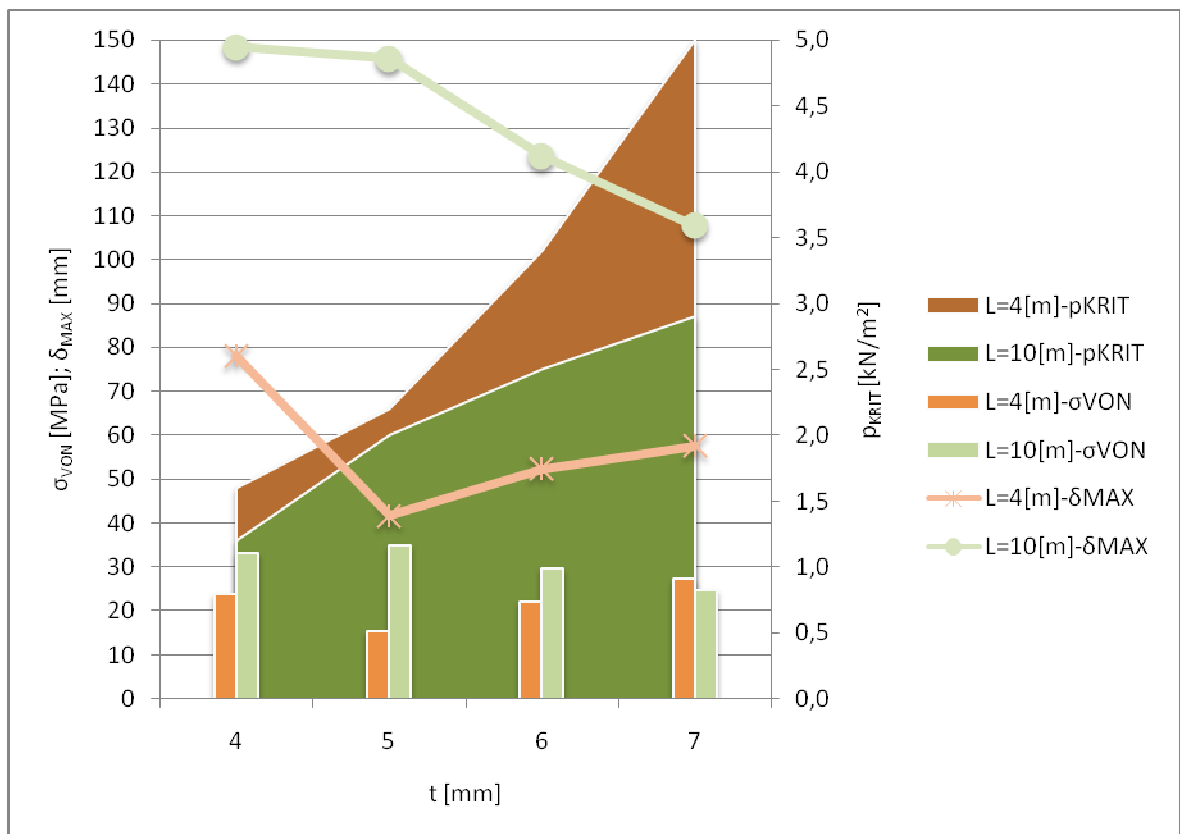
8.2 Nelineární analýza

8.2.1 Zatížení sněhem

Tabulka (Tab. 10.) zobrazuje výsledky nelineární analýzy pro kritické zatížení sněhem s odpovídajícími velikostmi Von Misesova napětí a výsledné maximální deformace.

Tab. 10. Nelineární analýza – zatížení sněhem

Zatížení	L [m]	t [mm]	σ_{VON} [MPa]	δ_{MAX} [mm]	p_{KRIT} [kN/m ²]
Zatížení sněhem	4	4	23,79	78,18	1,60
		5	15,46	41,75	2,20
		6	22,11	52,32	3,40
		7	27,29	57,56	5,00
	10	4	33,13	148,41	1,20
		5	34,79	145,70	2,00
		6	29,57	123,53	2,50
		7	24,71	107,69	2,90



Obr. 53. Grafický přehled výsledků nelineární analýzy pro zatížení sněhem

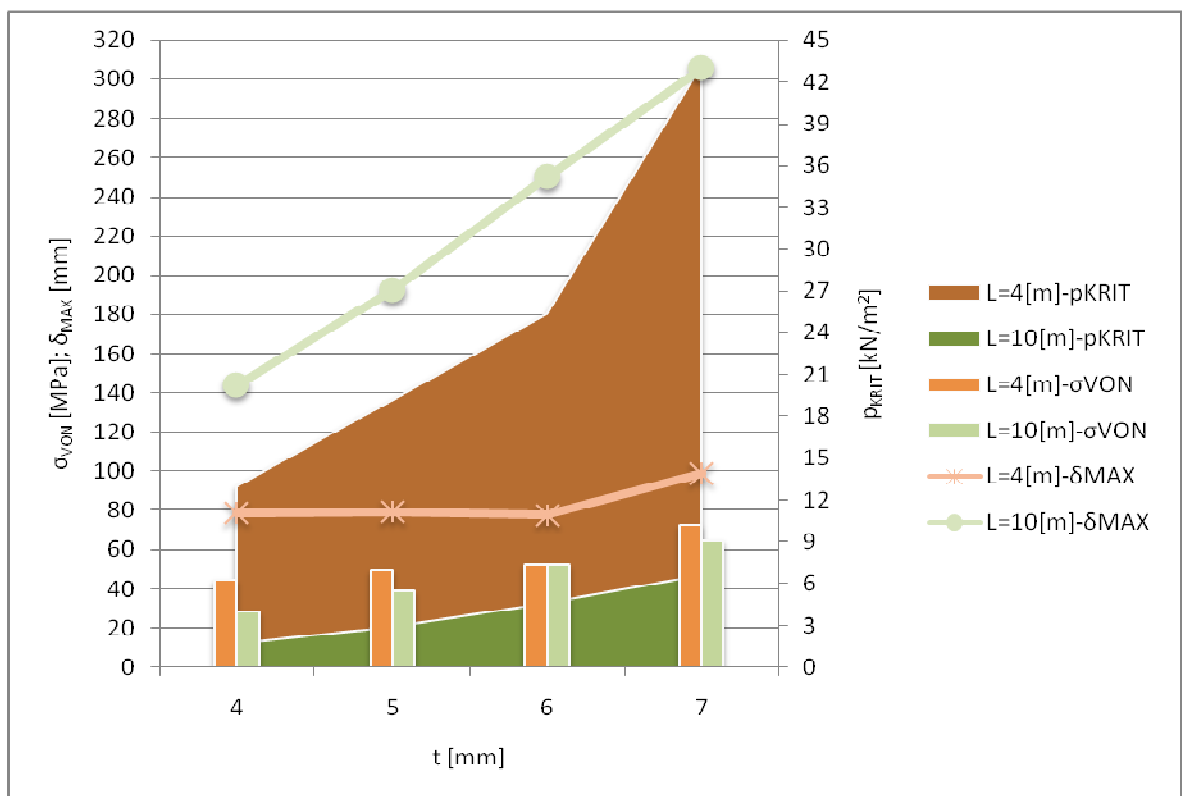
Obrázek (Obr. 53.) poskytuje grafický přehled výsledků nelineární analýzy pro kritické zatížení sněhem s odpovídajícími velikostmi Von Misesova napětí a výsledné maximální deformace podle tabulky (Tab. 10.).

8.2.2 Zatížení větrem

Tabulka (Tab. 11.) zobrazuje výsledky nelineární analýzy pro kritické zatížení větrem s odpovídajícími velikostmi Von Misesova napětí a výsledné maximální deformace.

Tab. 11. Nelineární analýza – zatížení větrem

Zatížení	L [m]	t [mm]	σ_{VON} [MPa]	δ_{MAX} [mm]	p_{KRIT} [kN/m ²]
Zatížení větrem	4	4	44,67	78,59	13,00
		5	49,54	79,14	19,20
		6	51,98	77,74	25,40
		7	72,68	99,00	43,20
	10	4	28,39	143,93	1,70
		5	38,85	192,41	2,90
		6	52,12	250,25	4,60
		7	64,80	305,47	6,60

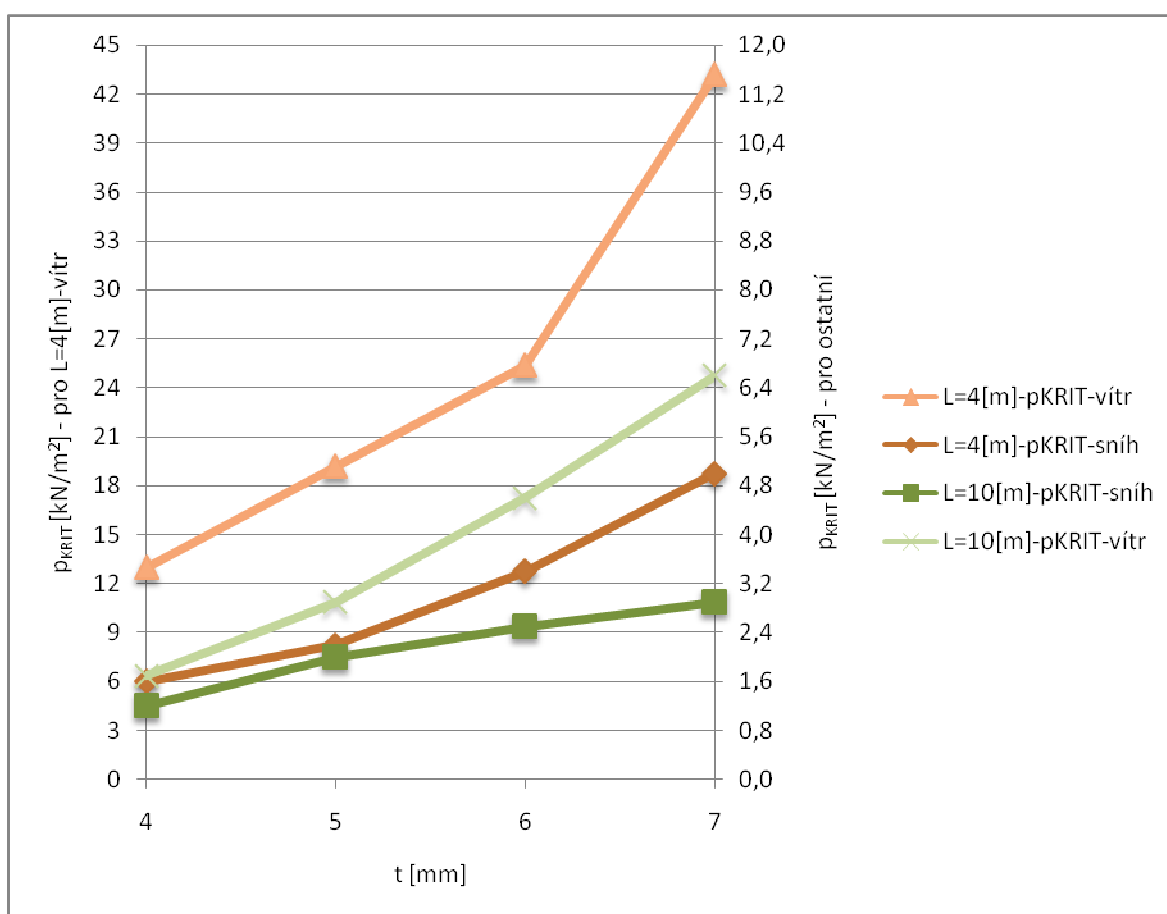


Obr. 54. Grafický přehled výsledků nelineární analýzy pro zatížení větrem

Obrázek (Obr. 54.) poskytuje grafický přehled výsledků nelineární analýzy pro kritické zatížení větrem s odpovídajícími velikostmi Von Misesova napětí a výsledné maximální deformací podle tabulky (Tab. 11.).

8.2.3 Srovnání výsledků zatížení

Obrázek (Obr. 55.) poskytuje grafické srovnání výsledků nelineární analýzy pro kritické zatížení sněhem a větrem, kde odpovídající velikosti Von Misesova napětí a výsledné maximální deformace pro dané zatížení jsou uvedeny v tabulkách (Tab. 10. a 11.), nebo zobrazeny v grafickém přehledu na obrázcích (Obr. 53. a 54.).



Obr. 55. Nelineární analýza – srovnání výsledků zatížení

Z výsledků vyplývá, že největší únosnost má střecha o délce $L=4$ [m], zatížená větrem, shodně má tato střecha i největší hodnoty Von Misesova napětí pro kritické zatížení. Kritické zatížení pro uvedené zastřešení pak prudce klesá se změnou orientace zatížení – od účinků sněhu. Pro toto zatížení je jeho mezní hodnota zlomková. Podobná situace nastává i u dlouhé skořepiny, ale zde nejsou rozdíly tak markantní.

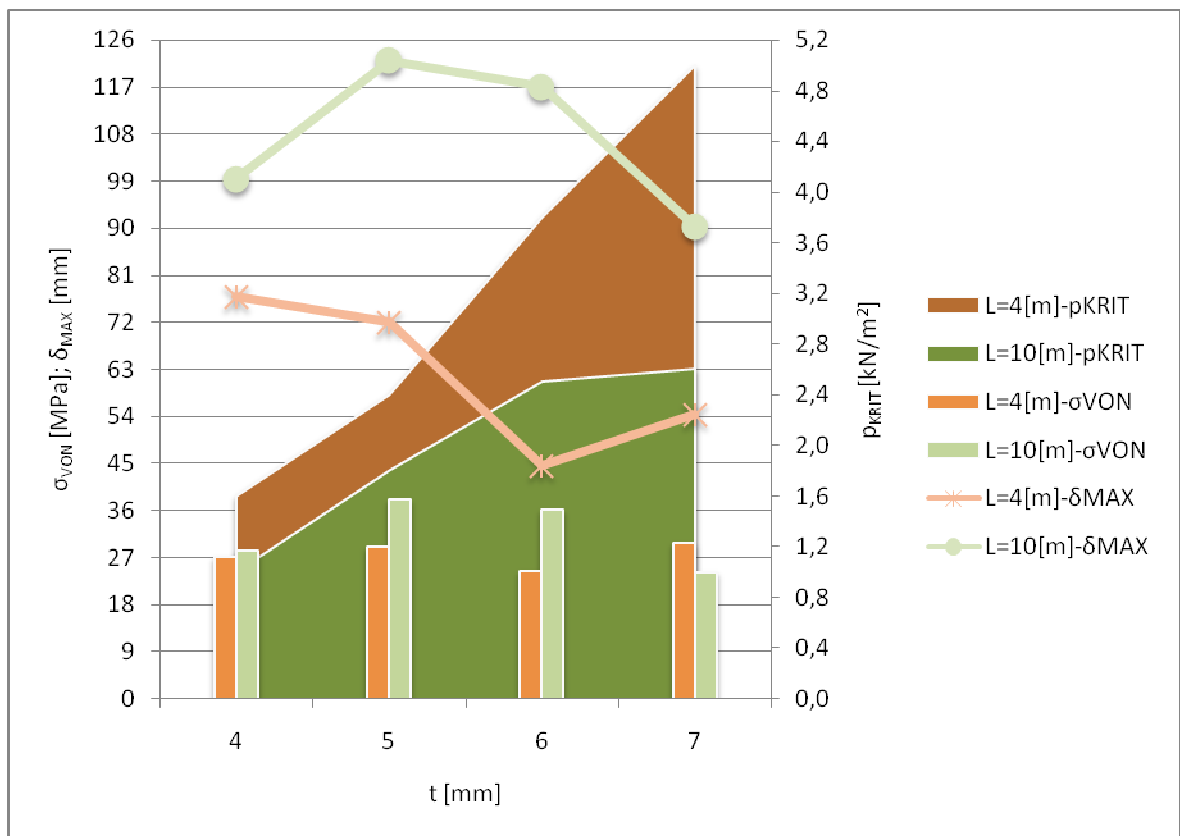
8.3 Bimodulární analýza

8.3.1 Zatížení sněhem

Tabulka (Tab. 12.) zobrazuje výsledky bimodulární analýzy pro krit. zatížení sněhem s odpovídajícími velikostmi Von Misesova napětí a výsledné maximální deformace.

Tab. 12. Bimodulární analýza – zatížení sněhem

Zatížení	L [m]	t [mm]	σ_{VON} [MPa]	δ_{MAX} [mm]	p_{KRIT} [kN/m ²]
Zatížení sněhem	4	4	27,00	76,92	1,60
		5	29,11	71,95	2,40
		6	24,46	44,55	3,80
		7	29,89	54,39	5,00
	10	4	28,24	99,38	1,00
		5	38,03	122,05	1,80
		6	36,26	116,99	2,50
		7	24,21	90,34	2,60



Obr. 56. Grafický přehled výsledků bimodulární analýzy pro zatížení sněhem

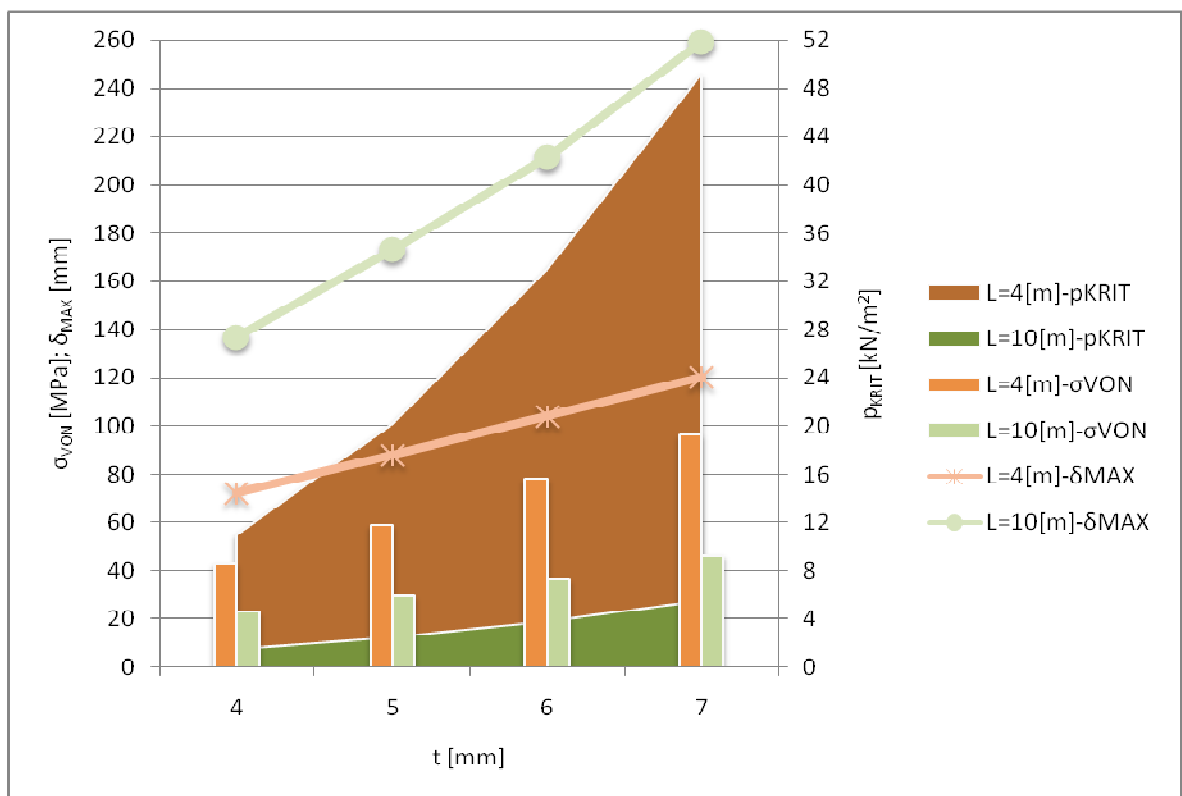
Obrázek (Obr. 56.) poskytuje grafický přehled výsledků bimodulární analýzy pro kritické zatížení sněhem s odpovídajícími velikostmi Von Misesova napětí a výsledné maximální deformace podle tabulky (Tab. 12.).

8.3.2 Zatížení větrem

Tabulka (Tab. 13.) zobrazuje výsledky bimodulární analýzy pro kritické zatížení větrem s odpovídajícími velikostmi Von Misesova napětí a výsledné maximální deformace.

Tab. 13. Bimodulární analýza – zatížení větrem

Zatížení	L [m]	t [mm]	σ_{VON} [MPa]	δ_{MAX} [mm]	p_{KRIT} [kN/m ²]
Zatížení větrem	4	4	42,84	72,21	11,00
		5	58,99	87,88	20,20
		6	78,16	104,02	33,00
		7	96,37	120,16	49,20
	10	4	22,99	137,04	1,50
		5	29,64	172,98	2,50
		6	36,82	211,36	3,80
		7	46,17	259,12	5,50

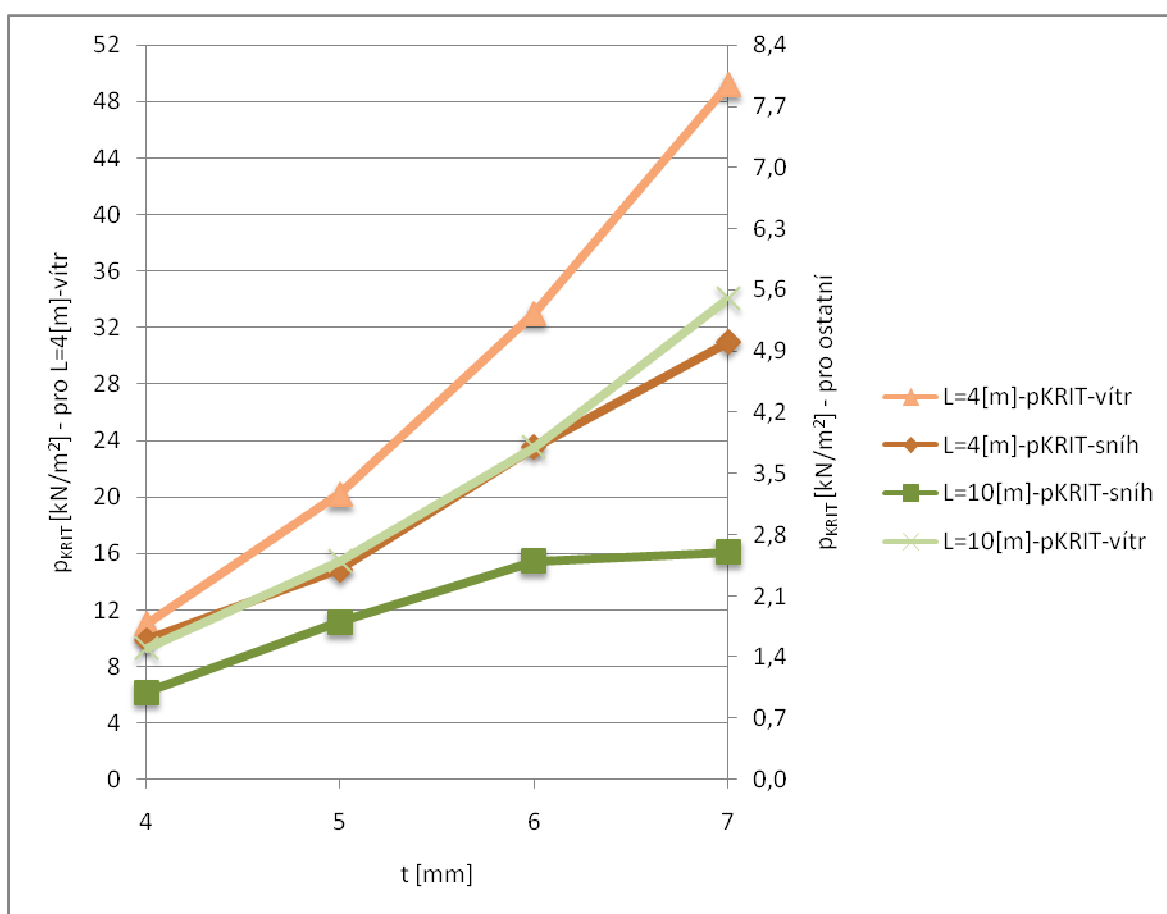


Obr. 57. Grafický přehled výsledků bimodulární analýzy pro zatížení větrem

Obrázek (Obr. 57.) poskytuje grafický přehled výsledků bimodulární analýzy pro kritické zatížení větrem s odpovídajícími velikostmi Von Misesova napětí a výsledné maximální deformace podle tabulky (Tab. 13.).

8.3.3 Srovnání výsledků zatížení

Obrázek (Obr. 58.) poskytuje grafické srovnání výsledků bimodulární analýzy pro kritické zatížení sněhem a větrem, kde odpovídající velikosti Von Misesova napětí a výsledné maximální deformace pro dané zatížení jsou uvedeny v tabulkách (Tab. 12. a 13.), nebo zobrazeny v grafickém přehledu na obrázcích (Obr. 56. a 57.).



Obr. 58. Bimodulární analýza – srovnání výsledků zatížení

Z výsledků vyplývá, že nejmenší únosnost má střecha o délce $L=10$ [m], zatížená sněhem. Pro zatížení od účinků větru ale tento rozměr poskytuje větší mezní hodnoty, které se značně blíží výsledkům pro krátkou skořepinu, ale s opačnými účinky zatížení – sněhem. Krátká skořepina zatížená větrem dosahuje největších kritických zatížení, jejíž hodnoty velmi výrazně vzrůstají se zvyšující se tloušťkou stěny.

8.4 Srovnání výsledků analýz

8.4.1 Zatížení sněhem

Tabulka (Tab. 14. a 15.) zobrazuje srovnání výsledků analýz na základě zvoleného srovnávacího zatížení sněhem – p_{SRV} [kN/m²]. Pro každou tloušťku stěny je voleno jiné srovnávací zatížení. Index (**) u Von Misesova napětí a výsledné maximální deformace označuje hodnoty vztahené ke srovnávacímu zatížení.

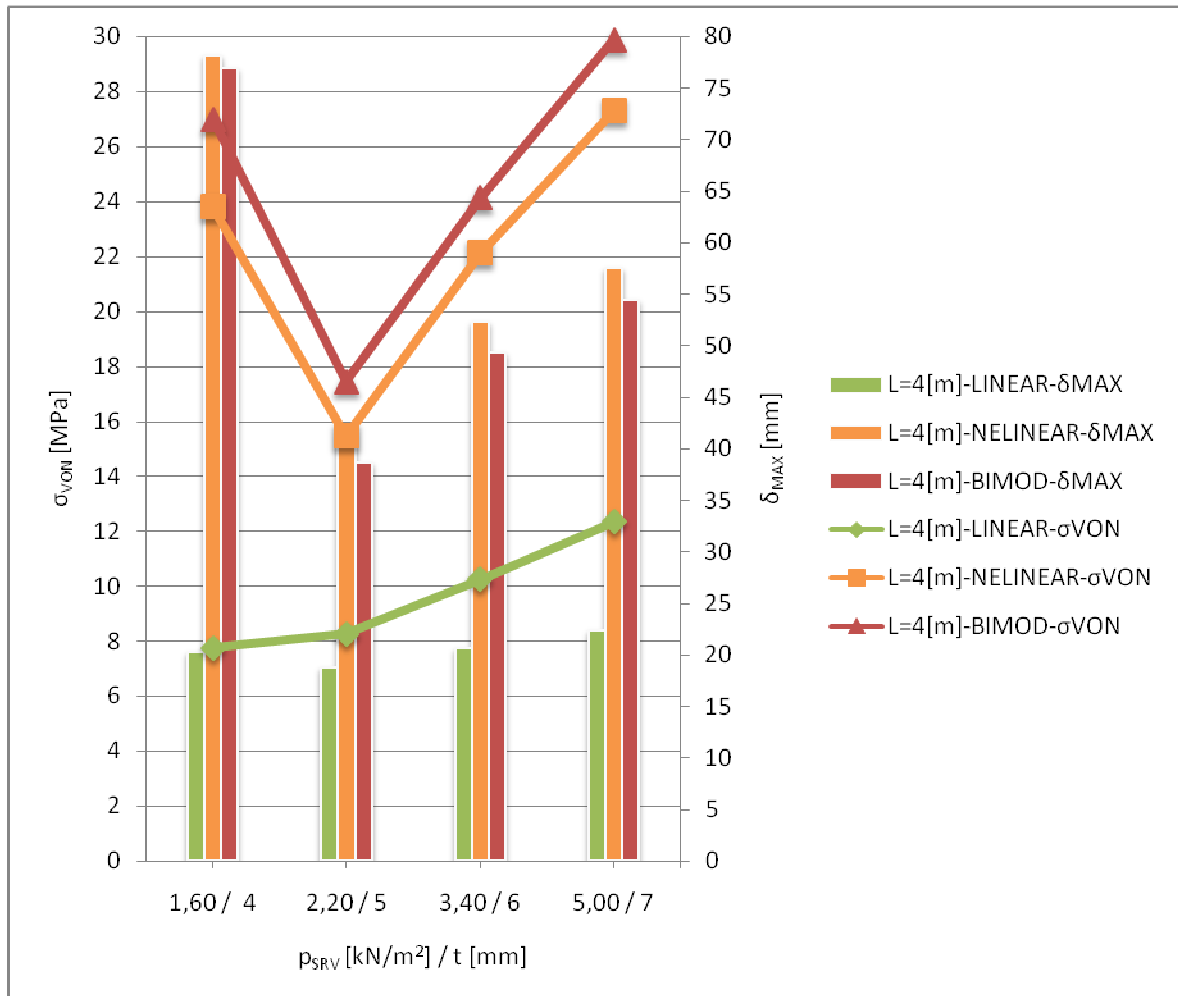
Tab. 14. Srovnání výsledků analýz pro zatížení sněhem – zastřešení o délce $L=4[m]$

Zatížení/L[m]	Analýza	t [mm]	σ_{VON}^{**} [MPa]	δ_{MAX}^{**} [mm]	p_{SRV} [kN/m ²]
Zatížení sněhem / $L=4[m]$	Lineární	4	7,75	20,31	1,60
	Nelineární		23,79	78,18	
	Bimodulární		27,00	76,92	
	Lineární	5	8,26	18,72	2,20
	Nelineární		15,46	41,75	
	Bimodulární		17,45	38,69	
	Lineární	6	10,23	20,59	3,40
	Nelineární		22,11	52,32	
	Bimodulární		24,12	49,29	
	Lineární	7	12,35	22,44	5,00
	Nelineární		27,29	57,56	
	Bimodulární		29,89	54,39	

Tab. 15. Srovnání výsledků analýz pro zatížení sněhem – zastřešení o délce $L=10[m]$

Zatížení/L[m]	Analýza	t [mm]	σ_{VON}^{**} [MPa]	δ_{MAX}^{**} [mm]	p_{SRV} [kN/m ²]
Zatížení sněhem / $L=10[m]$	Lineární	4	15,31	86,97	1,00
	Nelineární		21,54	100,73	
	Bimodulární		28,24	99,38	
	Lineární	5	20,98	108,93	1,80
	Nelineární		30,05	126,67	
	Bimodulární		38,03	122,05	
	Lineární	6	23,98	115,98	2,50
	Nelineární		29,57	123,53	
	Bimodulární		36,26	116,99	
	Lineární	7	21,22	98,06	2,60
	Nelineární		21,81	96,24	
	Bimodulární		24,21	90,34	

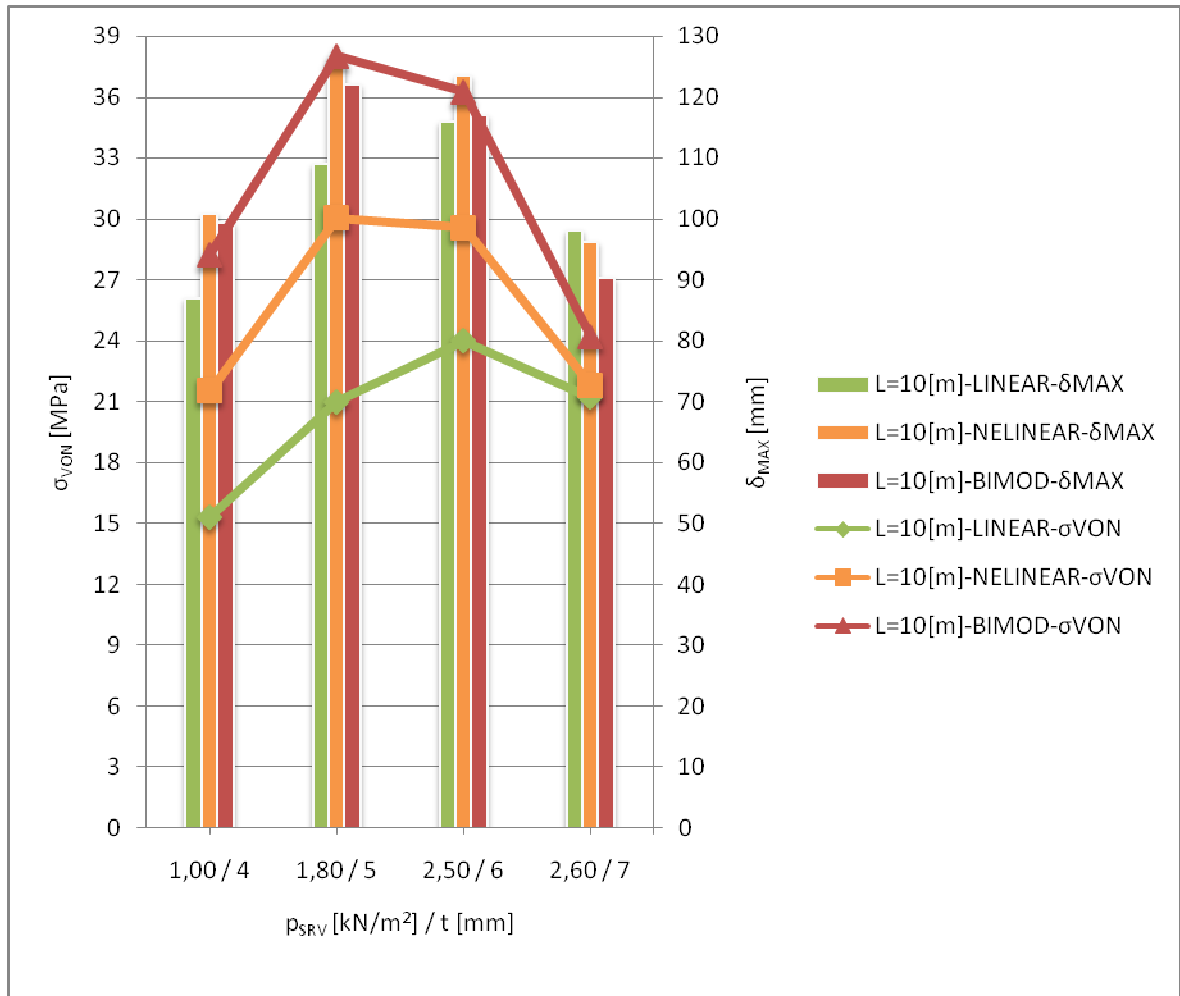
Obrázek (Obr. 59. a 60.) poskytuje grafické srovnání výsledků analýz na základě zvoleného srovnávacího zatížení sněhem – dle tabulek (Tab. 14. a 15.), s odpovídajícími velikostmi Von Misesova napětí a výsledné maximální deformace. Srovnávací zatížení je proměnné v závislosti na tloušťce stěny.



Obr. 59. Grafické srovnání výsledků analýz pro zatížení sněhem – zastřešení o délce $L=4\text{[m]}$

Výsledky pro krátkou skořepinu zatíženou sněhem nám na základě deformačně napěťových analýz ukazují, že pro zvolené hodnoty srovnávacího zatížení u všech typů tloušťek stěn, dochází k největšímu namáhání konstrukce v rámci bimodulární analýzy. Zatímco přístup nelineární se uvedené analýze velmi blíží, analýza lineární nám poskytuje výsledky velmi odlišné a to jak u Von Misesova napětí, tak u výsledné maximální deformace. Hodnoty výsledných maximálních deformací u přístupu nelineárního a bimodulárního se velmi podobají, stejně jako u Von Misesova napětí, s tím rozdílem, že hodnoty největší nám u tohoto výsledku poskytuje nelinearita. Při praktickém dimenzování krátkých

skořepin pro určité zatížení sněhem bude s ohledem na bezpečnost konstrukce nejlépe odpovídat analýza bimodulární, popřípadě nelineární. V rámci lineárního přístupu je pak nutno do řešení zahrnout větší koeficient bezpečnosti.



Obr. 60. Grafické srovnání výsledků analýz pro zatížení sněhem – zastřešení o délce

$L=10\text{[m]}$

Výsledky pro dlouhou skořepinu zatíženou sněhem nám na základě deformačně napětěových analýz ukazují, že pro zvolené hodnoty srovnávacího zatížení u všech typů tloušťek stěn, dochází k největšímu namáhání konstrukce, jako v případě krátké skořepiny, v rámci bimodulární analýzy. Výsledky přístupu nelineárního již vykazují rozdíly větší, přístup lineární pak obstarává hodnoty Von Misesova napětí, které jsou nejnižší. Výjimku zde tvoří skořepina s tloušťkou stěny 7 [mm], kde se všechny výpočetní přístupy – nejvíce ale lineární a nelineární, značně blíží. Maximální výsledná deformace je největší ve prospěch analýzy nelineární s výjimkou tloušťky stěny 7 [mm], kde se do popředí dostává analýza lineární. Při praktickém dimenzování dlouhých skořepin pro určité zatížení sněhem

bude s ohledem na bezpečnost konstrukce nejlépe odpovídat analýza bimodulární. V rámci přístupu nelineárního, nebo lineárního je nutno danou problematiku řešit s větším koeficientem bezpečnosti.

Tabulka (Tab. 16.) zobrazuje srovnání výsledků analýz na základě kritického zatížení sněhem – p_{KRIT} [kN/m²]. Obrázek (Obr. 61.) pak poskytuje grafické srovnání těchto výsledků analýz.

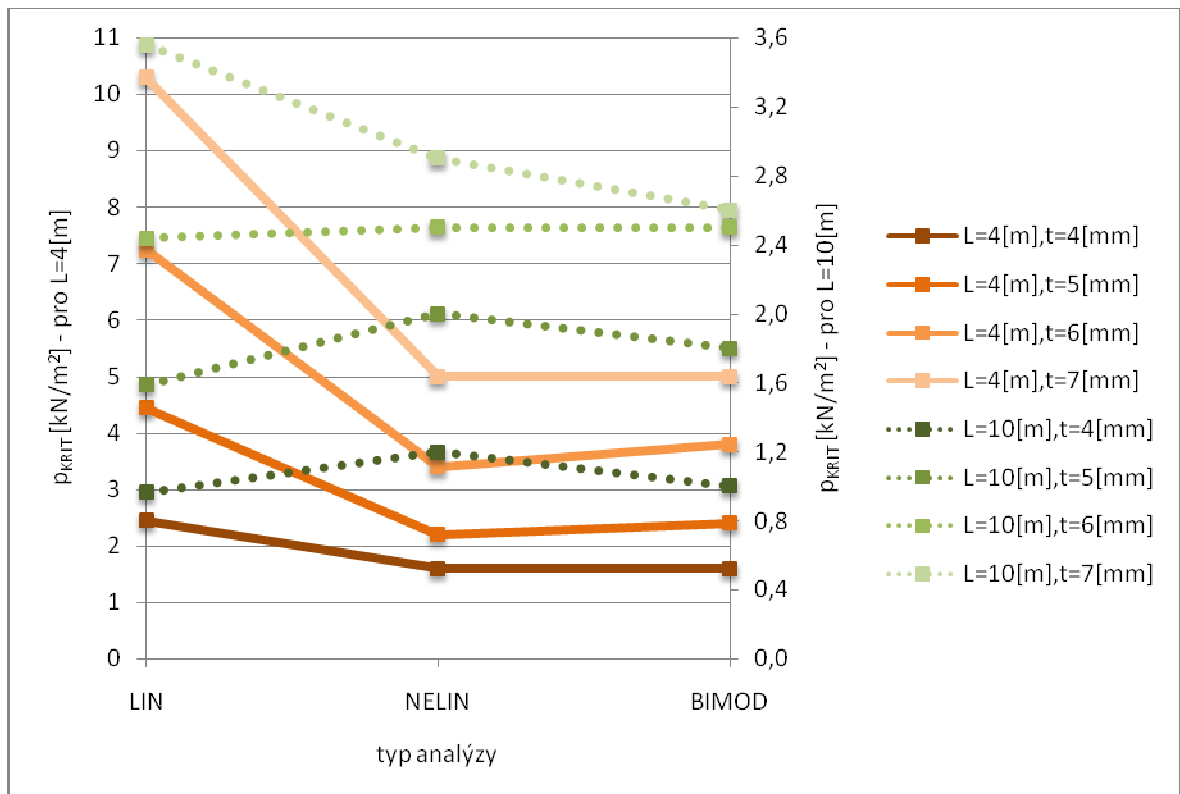
Tab. 16. Srovnání výsledků analýz dle kritického zatížení sněhem

		L [m]	4	10
Zatížení	- Analýza	t [mm]	p_{KRIT} [kN/m ²]	
Zatížení sněhem	Lineární	4	2,44	0,97
	Nelineární		1,60	1,20
	Bimodulární		1,60	1,00
	Lineární	5	4,45	1,59
	Nelineární		2,20	2,00
	Bimodulární		2,40	1,80
	Lineární	6	7,25	2,44
	Nelineární		3,40	2,50
	Bimodulární		3,80	2,50
	Lineární	7	10,29	3,56
	Nelineární		5,00	2,90
	Bimodulární		5,00	2,60

Kritické zatížení sněhem pro krátkou skořepinu dosahuje největších hodnot u analýzy lineární. Aby byla volena co největší bezpečnost konstrukce, musí se přihlídnout k analýzám ostatním a hledat hodnotu nejnižší, která vychází ve prospěch nelineární analýzy. Přístup bimodulární se výsledkům přístupu nelineárního dosti přibližuje a ve dvou případech dokonce shledáváme stejné hodnoty kritického zatížení. Při modelování únosnosti krátké skořepiny zatížené sněhem bude s ohledem na bezpečnost konstrukce nejlépe odpovídat analýza nelineární.

Kritické zatížení sněhem pro dlouhou skořepinu dosahuje nejnižších hodnot pro tloušťku stěny 4 – 6 [mm] v rámci analýzy lineární, tloušťka 7 [mm] pak vychází ve prospěch přístupu bimodulárního. Nutno poznamenat, že pro tloušťku 6 [mm] se kritické zatížení pro všechny přístupy téměř rovná. Výsledky jednotlivých analýz jsou mezi sebou u

dlouhé skořepiny značně proměnné v závislosti na zvyšující se tloušťce stěny. Při modelování únosnosti dlouhé skořepiny zatížené sněhem bude s ohledem na bezpečnost konstrukce pro tloušťku stěny 4 – 6 [mm] nejlépe odpovídat analýza lineární. Pro tloušťku větší se musí počítat v rámci lineární elasticity s větším koeficientem bezpečnosti, popřípadě volit analýzu bimodulární.



Obr. 61. Grafické srovnání výsledků analýz dle kritického zatížení sněhem

8.4.2 Zatížení větrem

Tabulka (Tab. 17. a 18.) zobrazuje srovnání výsledků analýz na základě zvoleného srovnávacího zatížení větrem – p_{SRV} [kN/m²]. Pro každou tloušťku stěny je voleno jiné srovnávací zatížení. Index (**) u Von Misesova napětí a výsledné maximální deformace označuje hodnoty vztahené ke srovnávacímu zatížení.

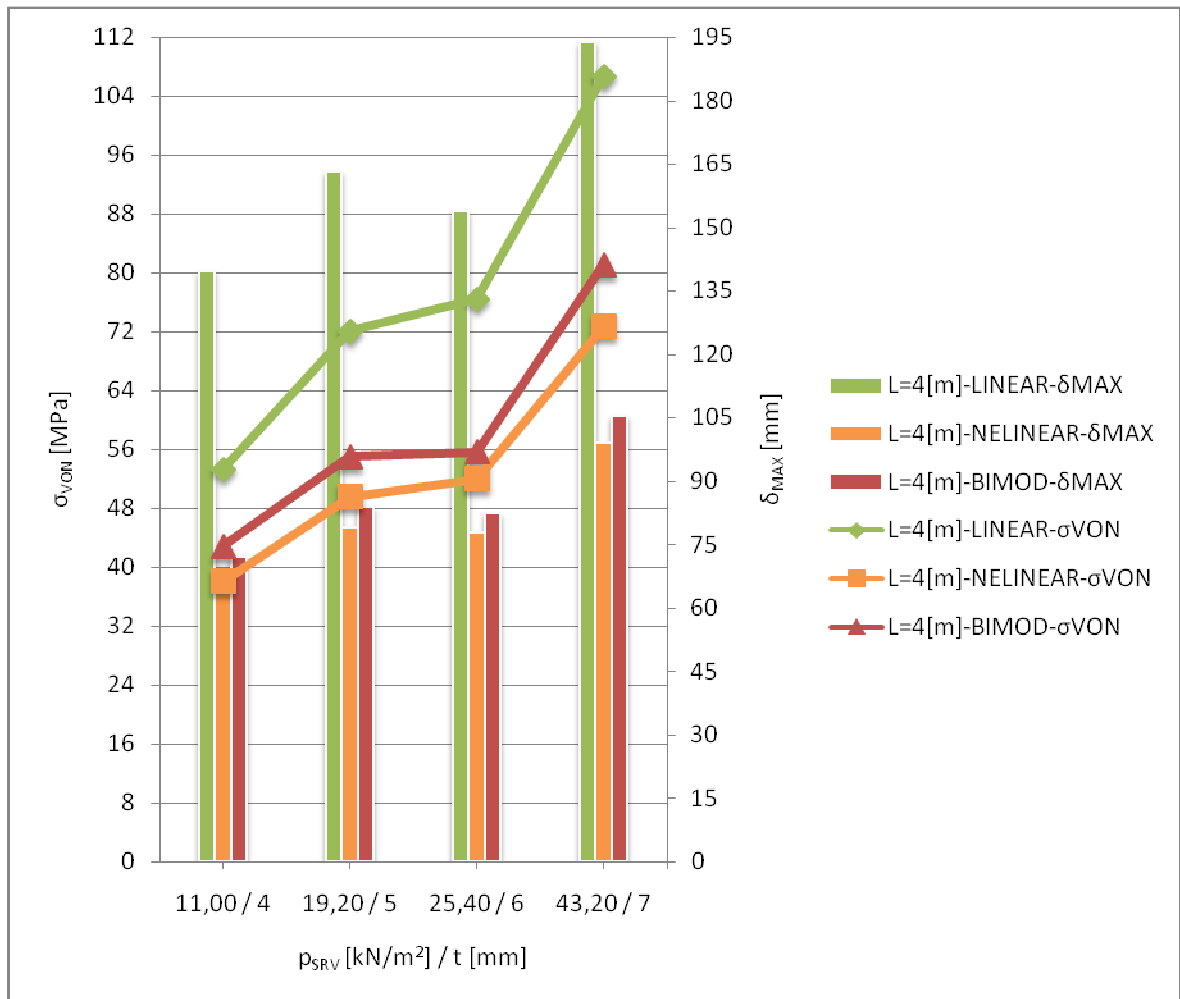
Tab. 17. Srovnání výsledků analýz pro zatížení větrem – zastřešení o délce $L=4[m]$

Zatížení/L[m]	Analýza	t [mm]	σ_{VON}^{**} [MPa]	δ_{MAX}^{**} [mm]	p_{SRV} [kN/m ²]
Zatížení větrem / L=4[m]	Lineární	4	53,28	139,63	11,00
	Nelineární		38,11	68,50	
	Bimodulární		42,84	72,21	
	Lineární	5	72,06	163,35	19,20
	Nelineární		49,54	79,14	
	Bimodulární		55,02	83,97	
	Lineární	6	76,45	153,82	25,40
	Nelineární		51,98	77,74	
	Bimodulární		55,64	82,32	
	Lineární	7	106,66	193,84	43,20
	Nelineární		72,68	99,00	
	Bimodulární		81,08	105,29	

Tab. 18. Srovnání výsledků analýz pro zatížení větrem – zastřešení o délce $L=10[m]$

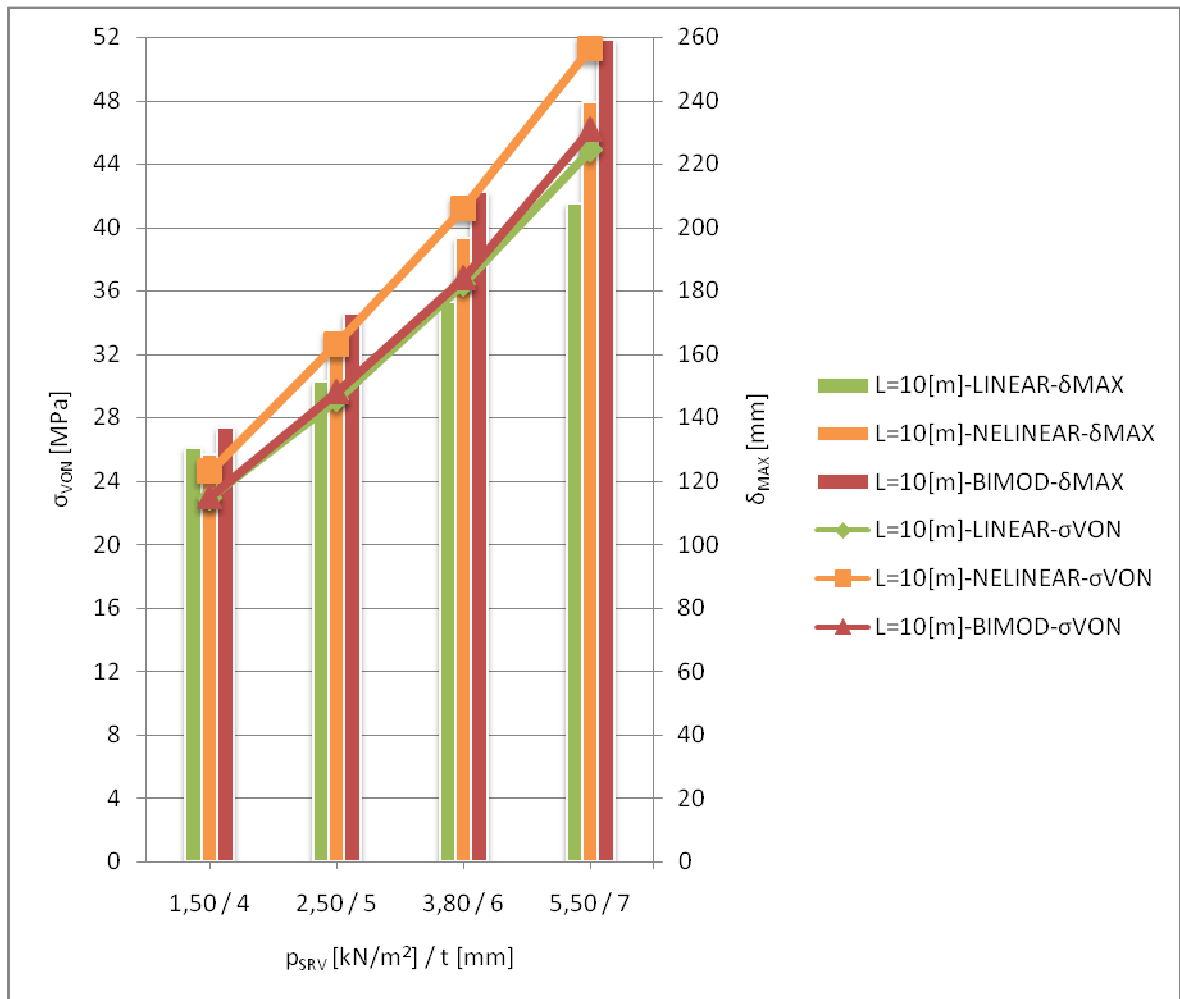
Zatížení/L[m]	Analýza	t [mm]	σ_{VON}^{**} [MPa]	δ_{MAX}^{**} [mm]	p_{SRV} [kN/m ²]
Zatížení větrem / L=10[m]	Lineární	4	22,97	130,46	1,50
	Nelineární		24,63	128,61	
	Bimodulární		22,99	137,04	
	Lineární	5	29,14	151,30	2,50
	Nelineární		32,64	161,36	
	Bimodulární		29,64	172,98	
	Lineární	6	36,45	176,29	3,80
	Nelineární		41,22	196,78	
	Bimodulární		36,82	211,36	
	Lineární	7	44,88	207,43	5,50
	Nelineární		51,29	239,49	
	Bimodulární		46,17	259,12	

Obrázek (Obr. 62. a 63.) poskytuje grafické srovnání výsledků analýz na základě zvoleného srovnávacího zatížení větrem – dle tabulek (Tab. 17. a 18.), s odpovídajícími velikostmi Von Misesova napětí a výsledných maximálních deformací. Srovnávací napětí je vždy vztaženo k dané tloušťce stěny.



Obr. 62. Grafické srovnání výsledků analýz pro zatížení větrem – zastřešení o délce $L=4\text{[m]}$

Výsledky pro krátkou skořepinu zatíženou větrem nám na základě deformačně napěťových analýz ukazují, že pro zvolené hodnoty srovnávacího zatížení u všech typů tloušťek stěn, dochází k největšímu namáhání a deformaci pláště v případě lineární analýzy. Přístup nelineární i bimodulární vykazují v případě Von Misesova napětí i výsledných maximálních deformací hodnoty k sobě blízké se, avšak pro bimodulární přístup dosahují hodnot větších. Výsledky přecházejících dvou přístupů ve srovnání s lineární analýzou jsou značně rozdílné a hlavně u výsledných maximálních deformací dostáváme čísla téměř dvojnásobné ve prospěch analýzy lineární. Při praktickém dimenzování krátkých skořepin pro určité zatížení větrem bude s ohledem na bezpečnost konstrukce nejlépe odpovídat analýza lineární. U analýz ostatních se musí počítat s větším koeficientem bezpečnosti.



Obr. 63. Grafické srovnání výsledků analýz pro zatížení větrem – zastřešení o délce $L=10\text{[m]}$

Výsledky pro dlouhou skořepinu zatíženou větrem nám na základě deformačně napěťových analýz ukazují, že pro zvolené hodnoty srovnávacího zatížení u všech typů tloušťek stěn, dochází k největšímu namáhání v případě nelineární analýzy. Přístup lineární a bimodulární vykazuje v oblasti Von Misesova napětí téměř shodných výsledků a v případě tloušťek stěn 4 – 6 [mm] jsou rozdíly zanedbatelně malé. Při porovnání těchto přístupů s přístupem nelineárním jsou již patrné odlišnosti větší, které ale nejsou zásadně výraznější. Výsledná maximální deformace vychází ve prospěch analýzy bimodulární. Při praktickém dimenzování dlouhých skořepin pro určité zatížení větrem bude s ohledem na bezpečnost konstrukce nejlépe odpovídat analýza nelineární, další výpočetní přístupy je možno použít s dostatečnou přibližností.

Tabulka (Tab. 19.) zobrazuje srovnání výsledků analýz na základě kritického zatížení větrem – p_{KRIT} [kN/m²]. Obrázek (Obr. 64.) pak poskytuje grafické srovnání těchto výsledků analýz.

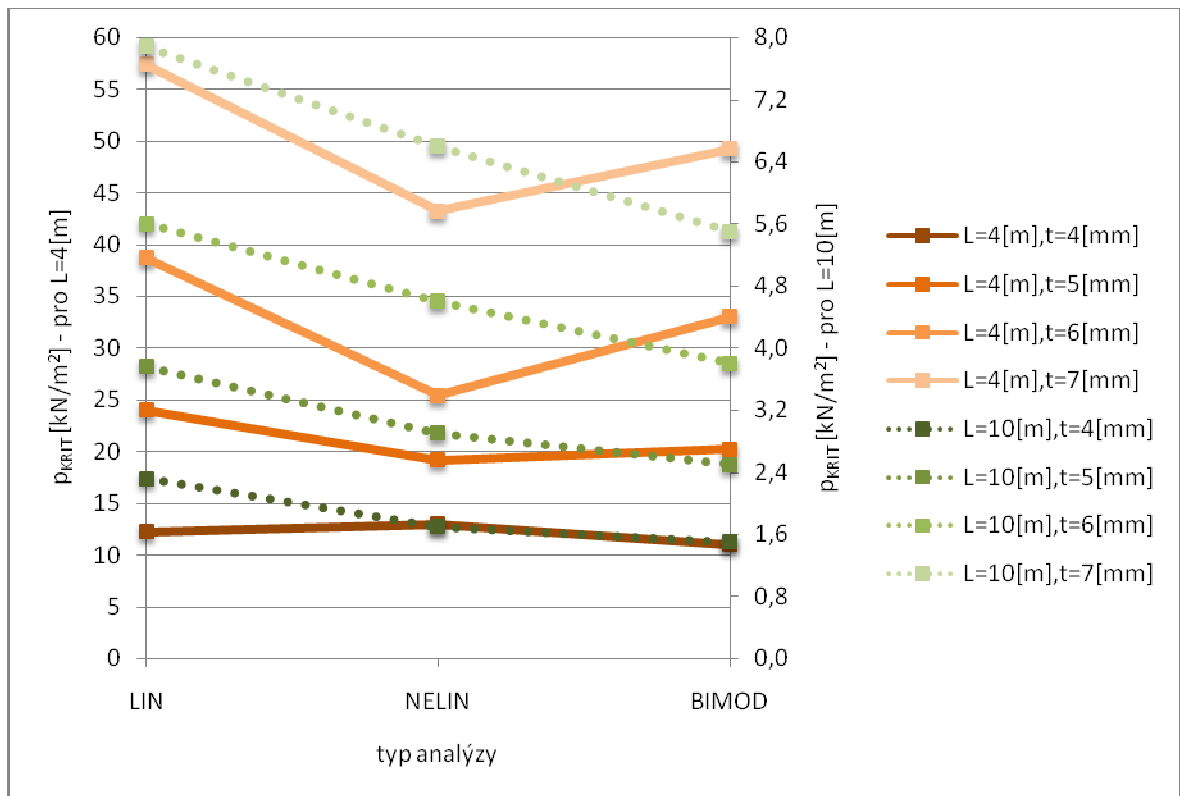
Kritické zatížení větrem pro krátkou skořepinu dosahuje největších hodnot pro tloušťku stěny 5 – 7 [mm] v případě analýzy lineární, tloušťku 4 [mm] pokrývá přístup nelineární. S ohledem na bezpečnost konstrukce je nutno hledat hodnoty nejnižších kritických zatížení, která vychází ve prospěch nelineární analýzy pro tloušťku stěny 5 – 7 [mm] a pro tloušťku 4 [mm] je vhodná analýza bimodulární. Při modelování únosnosti krátké skořepiny zatížené větrem bude s ohledem na bezpečnost konstrukce nejlépe odpovídat pro tloušťku stěny 4 [mm] přístup bimodulární, pro tloušťky vyšší je to pak analýza nelineární.

Tab. 19. Srovnání výsledků analýz dle kritického zatížení větrem

		L [m]	4	10
Zatížení	Analýza	t [mm]	p_{KRIT} [kN/m ²]	
Zatížení sněhem	Lineární	4	12,25	2,31
	Nelineární		13,00	1,70
	Bimodulární		11,00	1,50
	Lineární	5	24,01	3,76
	Nelineární		19,20	2,90
	Bimodulární		20,20	2,50
	Lineární	6	38,70	5,60
	Nelineární		25,40	4,60
	Bimodulární		33,00	3,80
	Lineární	7	57,41	7,88
	Nelineární		43,20	6,60
	Bimodulární		49,20	5,50

Kritické zatížení větrem pro dlouhou skořepinu dosahuje nejnižších hodnot u analýzy bimodulární a to pro všechny tloušťky stěn. Vyšší hodnoty kritického zatížení nám poskytuje analýza nelineární, nejvyšší pak lineární. Při modelování únosnosti dlouhé skořepiny zatížené větrem bude s ohledem na bezpečnost konstrukce, nejlépe odpovídat analý-

za bimodulární. V oblasti lineárního a nelineárního přístupu je nutno počítat s větším koeficientem bezpečnosti.



Obr. 64. Grafické srovnání výsledků analýz dle kritického zatížení větrem

8.4.3 Grafické srovnání výsledků numerických analýz pro vybraný typ modelu zastřešení

Pro porovnání výsledků na základě grafických výstupů získaných z konečně-prvkového programu byl vybrán model segmentu zastřešení o délce $L=10[m]$ a tloušťce stěny $t=5[mm]$. Výsledky byly vykresleny pro Von Misesovo napětí a velikost maximální výsledné deformace, ve které je zahrnuto i přetvoření pláště od účinků zatížení a to v určitém měřítku. Výstupy zahrnují jak zatížení od účinků sněhu, tak větru pro zvolený typ modelu.

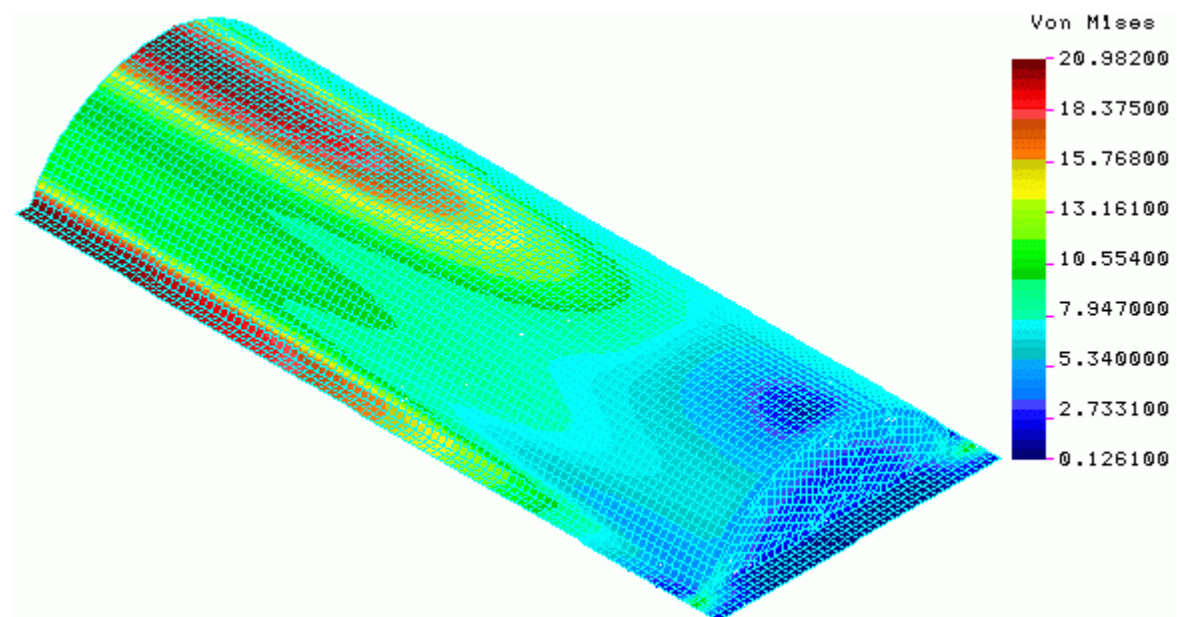
8.4.3.1 Zatížení sněhem

Na obrázcích (Obr. 65. až 67.) je na vybraném výpočtovém modelu zobrazeno Von Misesovo napětí pro jednotlivé druhy analýz, obrázky následující (Obr. 68. až 70.) poskytují velikosti maximální výsledné deformace, jež obsahují i přetvoření pláště od účinků zatížení, které je zvětšeno v měřítku 5:1. Jako srovnávací zatížení od účinků sněhu bylo voleno $p_{SRV}=1,80$ [kN/m²]. Ke zvolenému srovnávacímu zatížení se v tabulce (Tab. 20.) vztahují hodnoty Von Misesova napětí a maximální výsledné deformace. Index (**) označuje hodnoty vztahované ke srovnávacímu zatížení. Index (^{DIF}) označuje hodnoty, které udávají procentuální rozdíl výsledků analýz vůči analýze lineární.

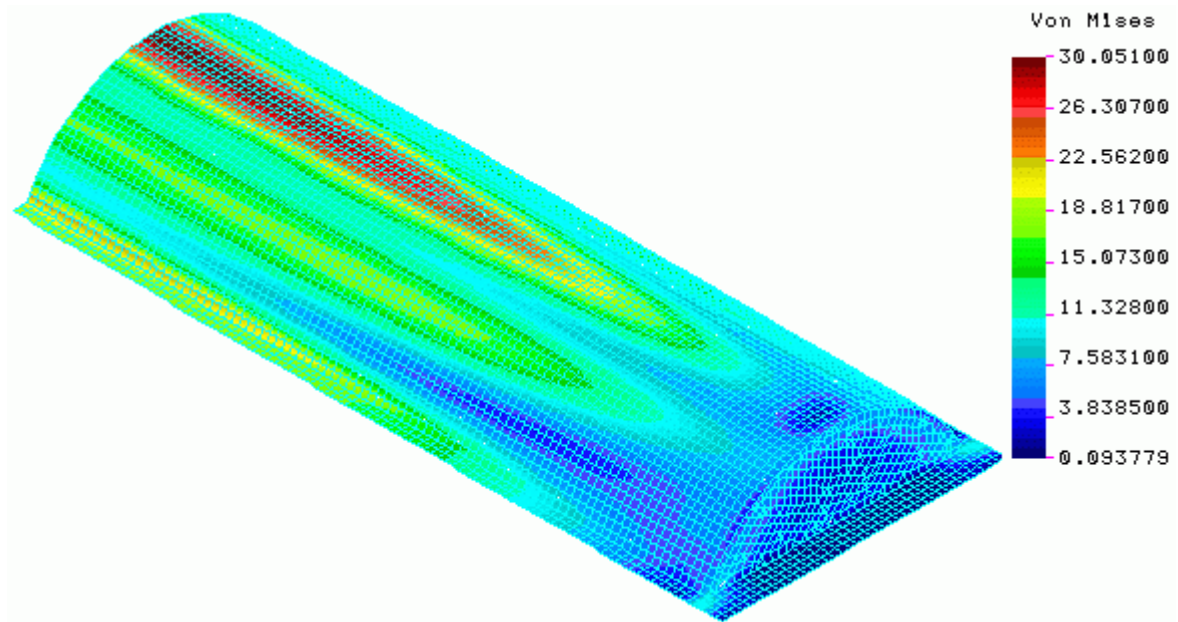
Tab. 20. Srovnání výsledků analýz pro vybraný model – zatížení sněhem

Zatížení sněhem pro L=10[m], t=5[mm]					
Analýza	p_{SRV} [kN/m ²]	σ_{VON}^{**} [MPa]	δ_{MAX}^{**} [mm]	σ_{VON}^{DIF} [%]	δ_{MAX}^{DIF} [%]
Lineární	1,80	20,98	108,93	-	-
Nelineární		30,05	126,67	43,22	16,28
Bimodulární		38,03	122,05	81,24	12,04

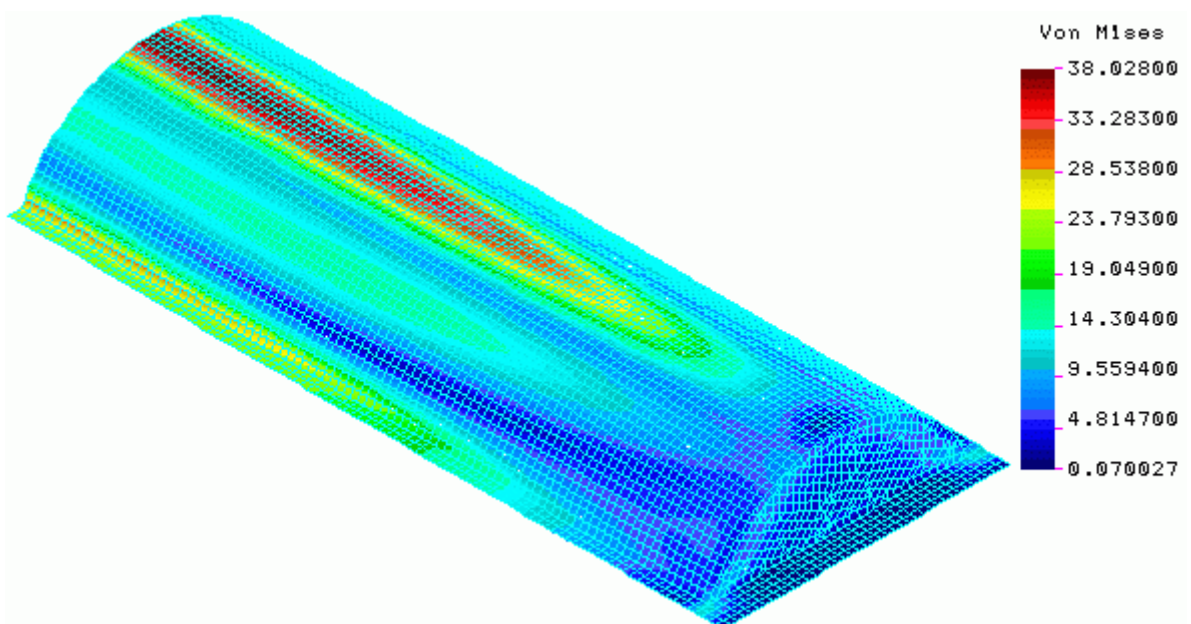
Von Misesovo napětí



Obr. 65. Lineární analýza – zatížení sněhem – Von Misesovo napětí



Obr. 66. Nelineární analýza – zatížení sněhem – Von Misesovo napětí

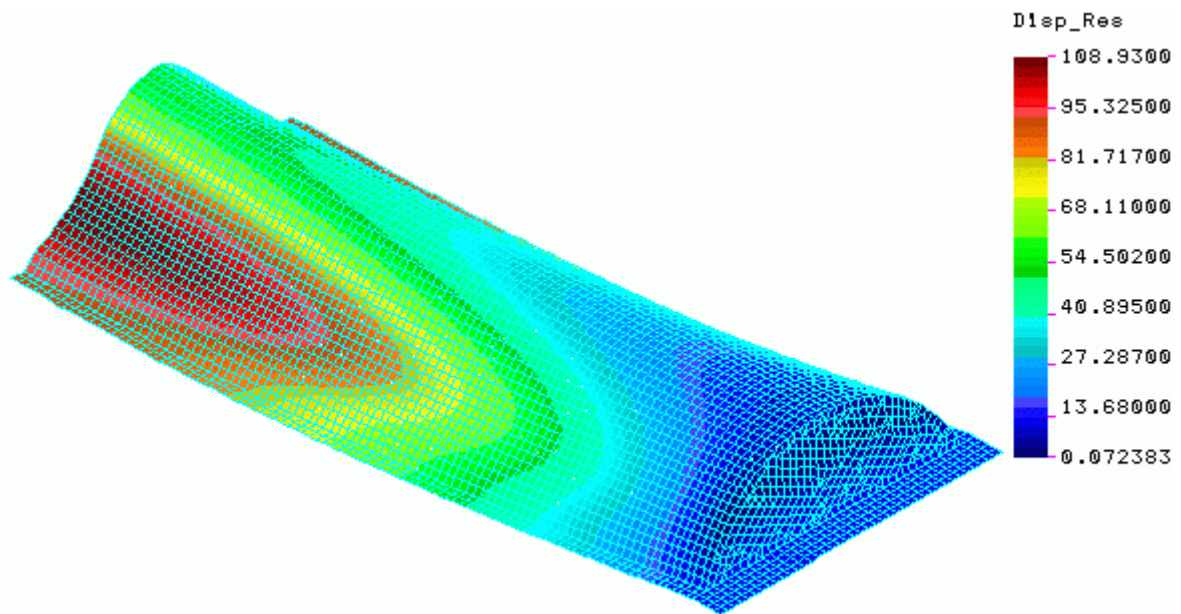


Obr. 67. Bimodulární analýza – zatížení sněhem – Von Misesovo napětí

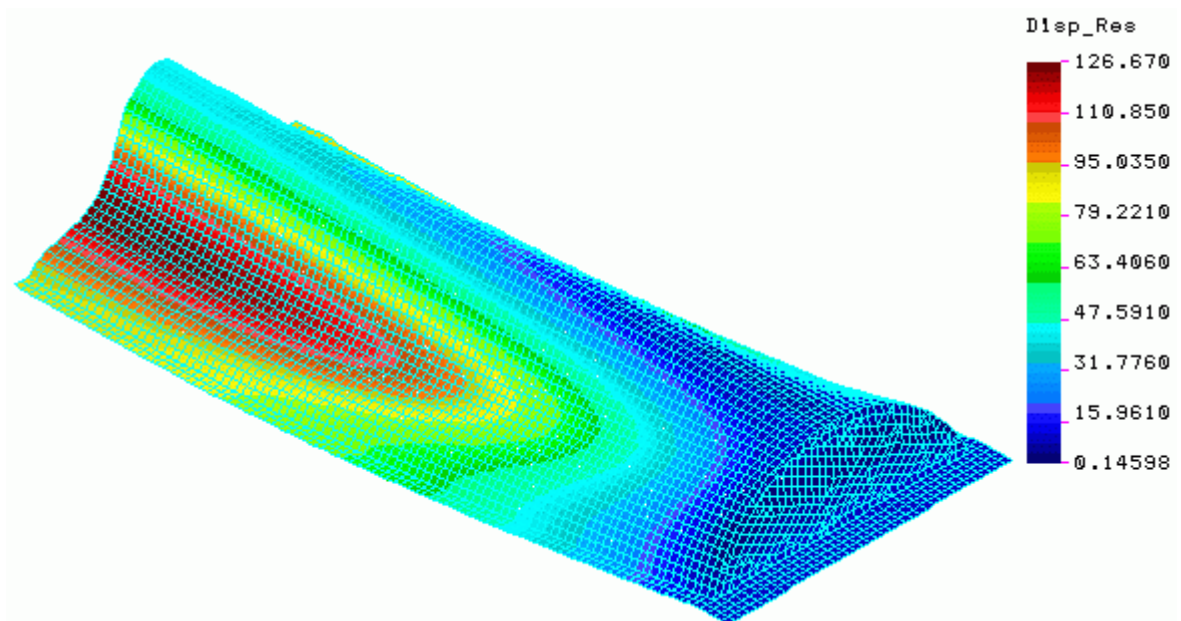
Z výše uvedených obrázků lze u daného výpočetního modelu pozorovat značný rozdíl mezi jednotlivými výpočetními přístupy. V případě nelineární analýzy tvoří procentuální rozdíl u Von Misesova napětí 43,22 [%], vůči výsledku lineární analýzy, a u analýzy bimodulární až 81,24 [%]. Rovněž můžeme pozorovat rozdílné rozložení napěťových oblastí mezi danými výsledky. Zatímco v případě lineární analýzy jsou největší napěťová pole

v oblasti hřbetu zastřešení a příruby, u následných typů analýz je to pouze na hřbetu modelu.

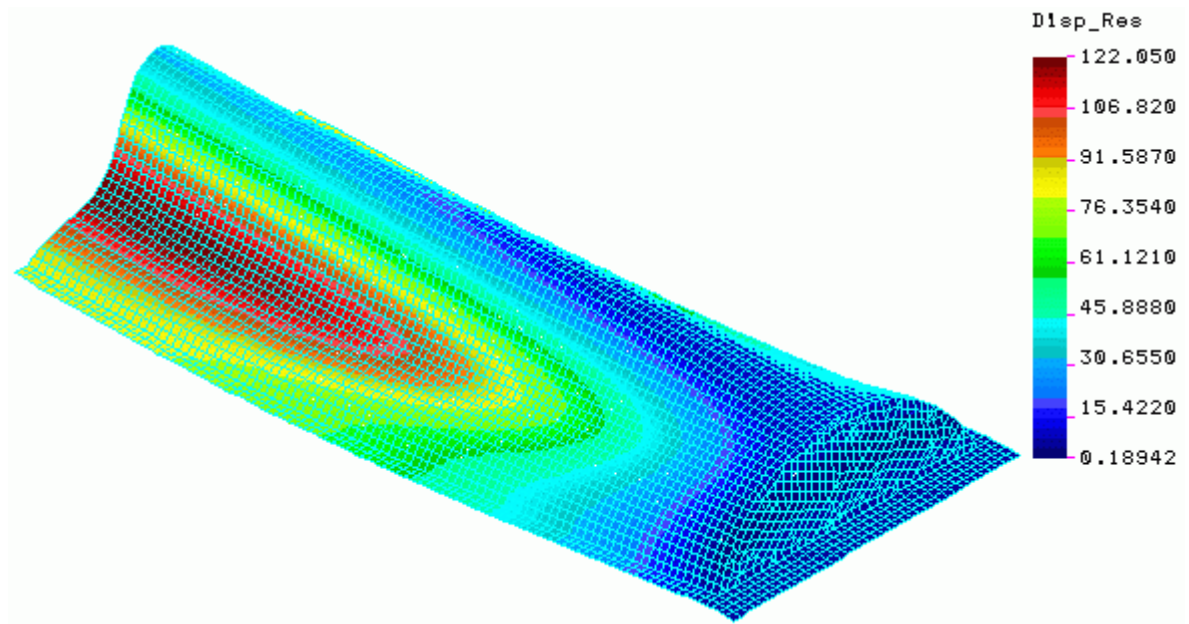
Výsledná maximální deformace



Obr. 68. Lineární analýza – zatížení sněhem – výsledná deformace



Obr. 69. Nelineární analýza – zatížení sněhem – výsledná deformace



Obr. 70. Bimodulární analýza – zatížení sněhem – výsledná deformace

Výše uvedené obrázky u daného výpočetního modelu již nevykazují tak velké rozdíly jako u Von Misesova napětí. V případě nelineární analýzy tvoří procentuální rozdíl pro výslednou maximální deformaci 16,28 [%], u analýzy bimodulární 12,04 [%], vůči výsledkům lineární analýzy. Po zatížení sněhem se celá konstrukce prohýbá ve směru svislém a dochází k deformaci pláště ke středu jeho křivosti. I zde můžeme pozorovat rozdílné rozložení deformačních oblastí mezi danými výsledky.

8.4.3.2 Zatížení větrem

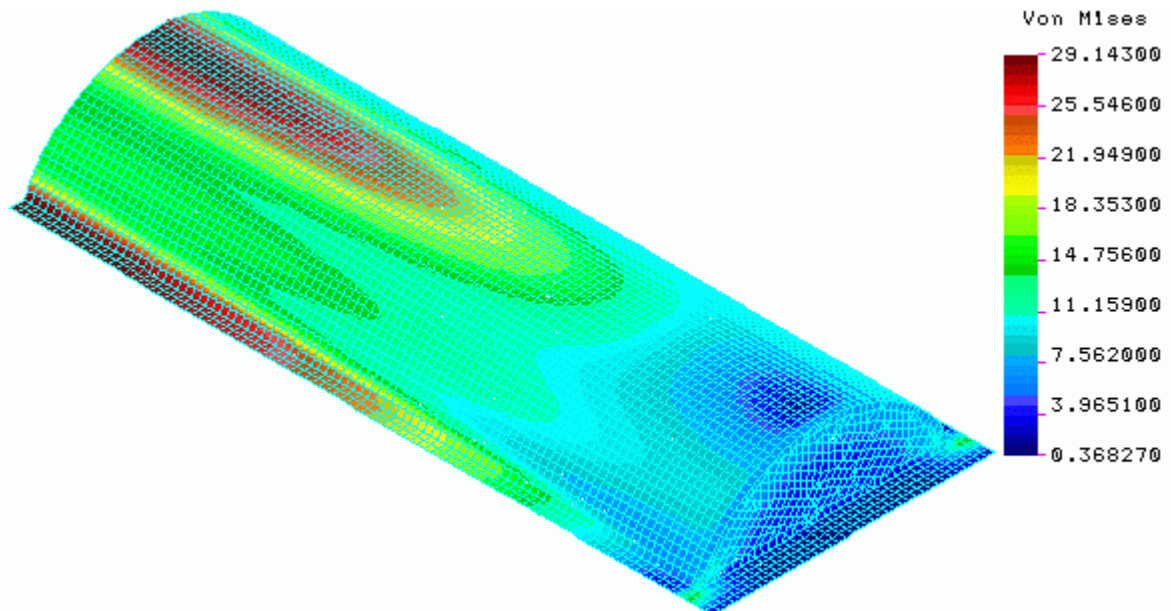
Na obrázcích (Obr. 71. až 73.) je na vybraném výpočtovém modelu vyobrazeno Von Misesovo napětí pro jednotlivé analýzy, obrázky následující (Obr. 74. až 76.) poskytují velikosti maximální výsledné deformace, jež obsahují i přetvoření pláště od účinků zatížení, které je zvětšeno v měřítku 2:1. Jako srovnávací zatížení od účinků sněhu bylo voleno $p_{SRV}=2,50$ [kN/m²].

Ke zvolenému srovnávacímu zatížení se v tabulce (Tab. 21.) vztahují hodnoty Von Misesova napětí a maximální výsledné deformace. Index (**) označuje hodnoty vztažené ke srovnávacímu zatížení. Index (^{DIF}) označuje hodnoty, které udávají procentuální rozdíl výsledků jednotlivých analýz vůči analýze lineární.

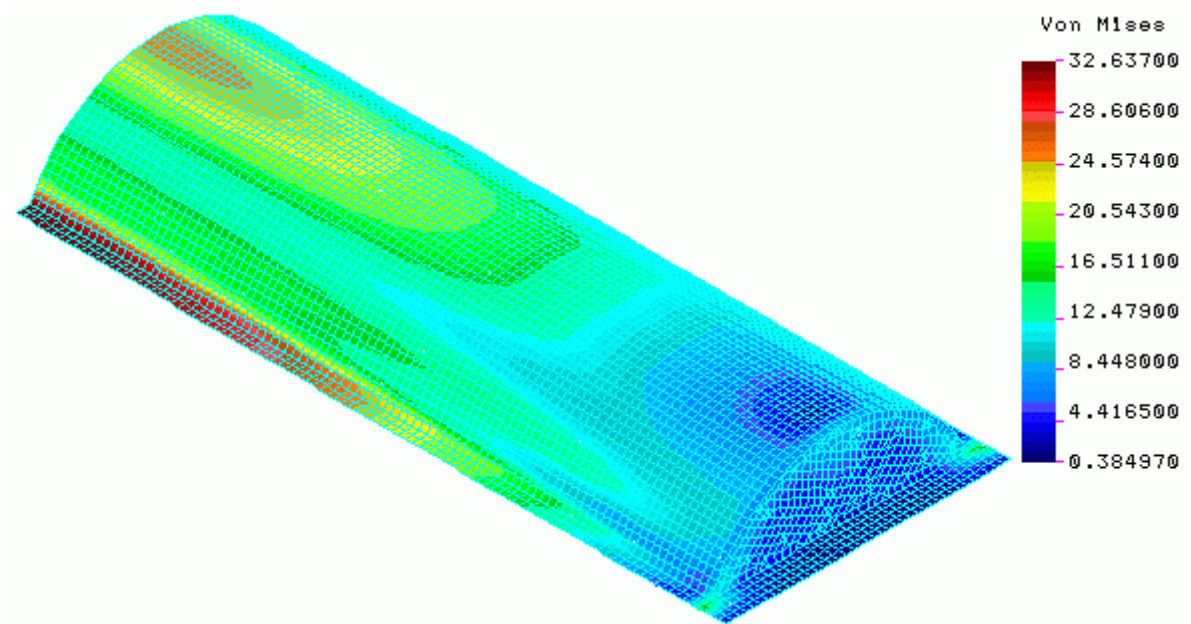
Tab. 21. Srovnání výsledků analýz pro vybraný model – zatížení větrem

Zatížení větrem pro L=10[m], t=5[mm]					
Analýza	p_{SRV} [kN/m ²]	σ_{VON}^{**} [MPa]	δ_{MAX}^{**} [mm]	σ_{VON}^{DIF} [%]	δ_{MAX}^{DIF} [%]
Lineární	2,50	29,14	151,30	-	-
Nelineární		32,64	161,36	11,99	6,65
Bimodulární		29,64	172,98	1,69	14,33

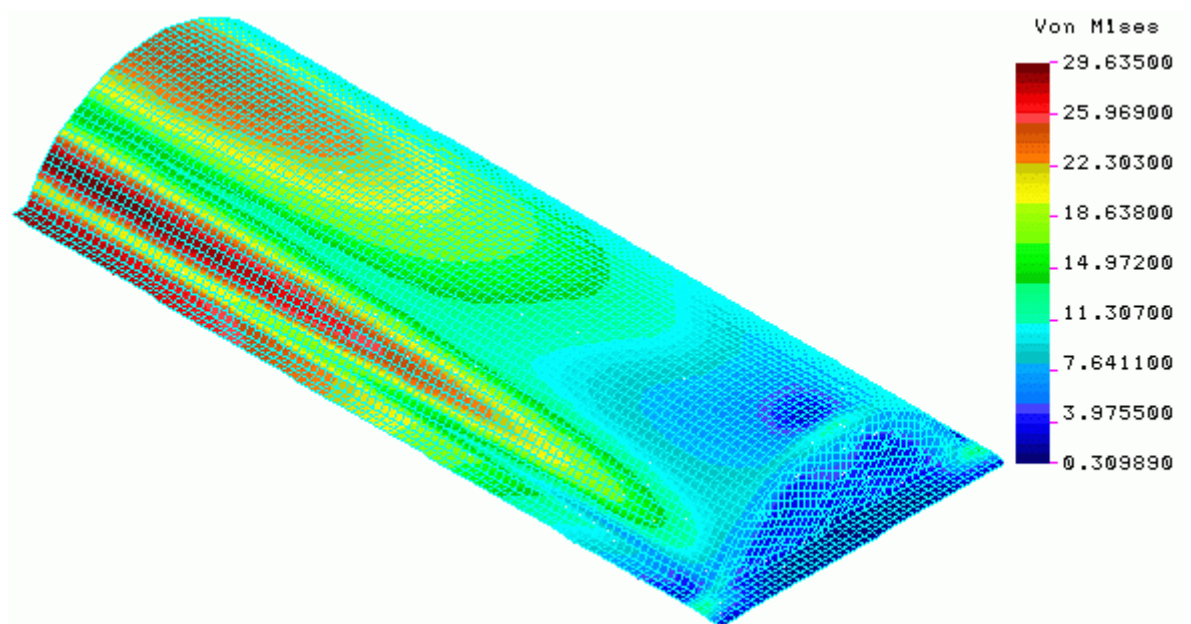
Von Misesovo napětí



Obr. 71. Lineární analýza – zatížení větrem – Von Misesovo napětí

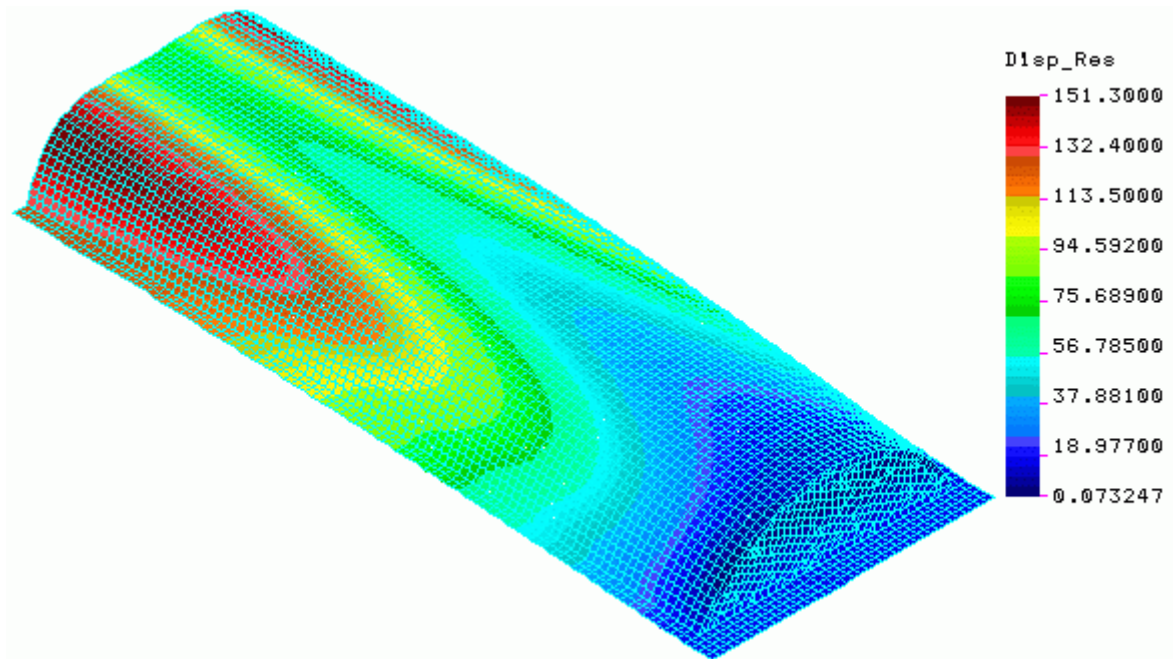
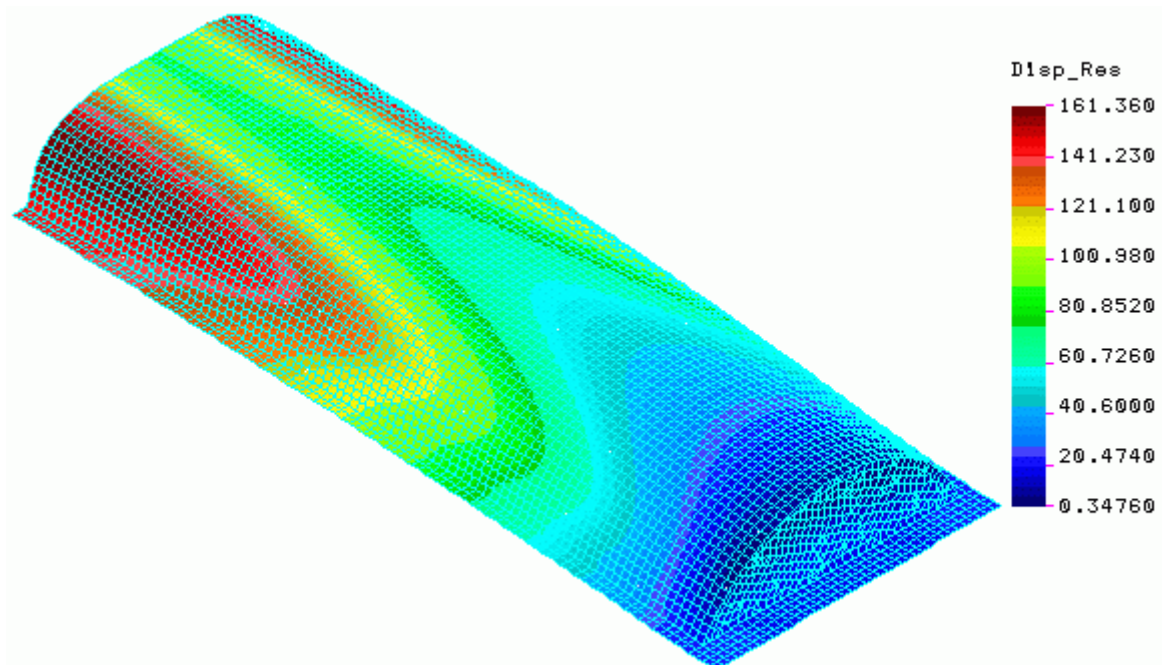


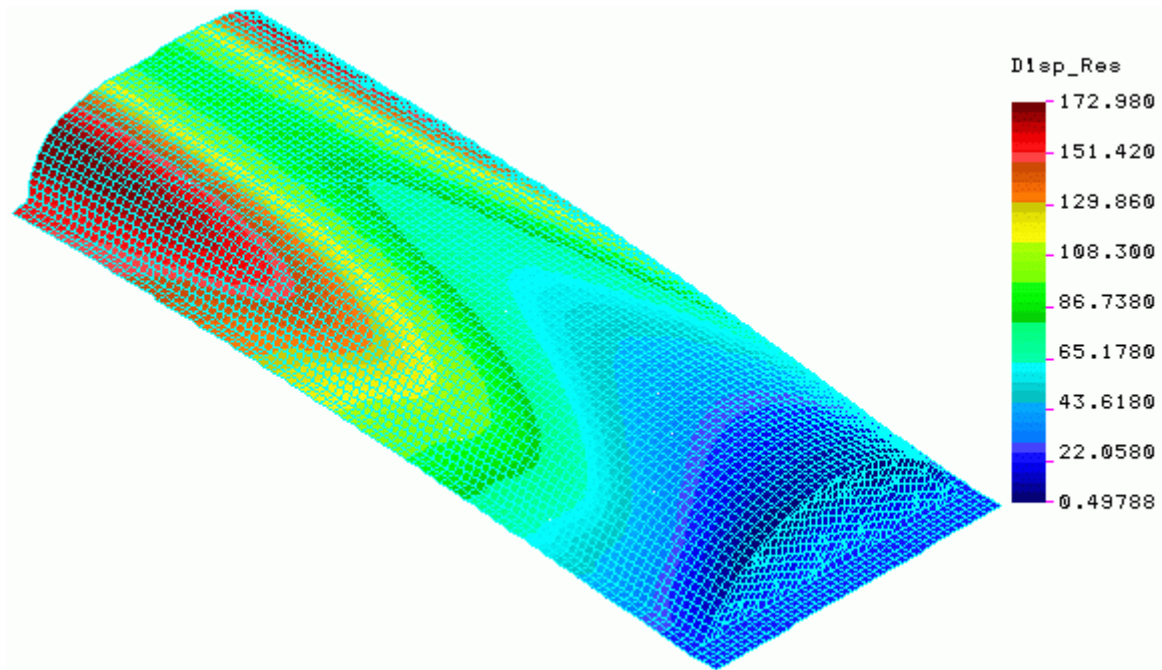
Obr. 72. Nelineární analýza – zatížení větrem – Von Misesovo napětí



Obr. 73. Bimodulární analýza – zatížení větrem – Von Misesovo napětí

Z výše uvedených obrázků lze u daného výpočetního modelu pozorovat, že v případě nelineární analýzy tvoří procentuální rozdíl u Von Misesova napětí 11,99 [%], vůči výsledku lineární analýzy, a u analýzy bimodulární 1,69 [%]. Je zde patrné velmi rozdílné rozložení napěťových oblastí mezi danými výsledky. I přes to, že přístup lineární a bimodulární se k sobě hodnotově velmi blíží, jsou pro ně napěťová pole značně odlišná.

Výsledná maximální deformace*Obr. 74. Lineární analýza – zatížení větrem – výsledná deformace**Obr. 75. Nelineární analýza – zatížení větrem – výsledná deformace*



Obr. 76. Bimodulární analýza – zatížení větrem – výsledná deformace

Výše uvedené obrázky u daného výpočetního modelu udávají, že v případě nelineární analýzy tvoří procentuální rozdíl pro výslednou maximální deformaci 6,65 [%], u analýzy bimodulární 14,33 [%], vůči výsledkům lineární analýzy. Po zatížení větrem se celá konstrukce nadzvedává ve směru svislém a dochází k deformaci pláště od středu jeho křivosti. Zde již není rozložení deformačních oblastí mezi danými výsledky tak rozdílné.

8.5 Doporučení pro praktické projektování

Z hlediska dimenzování a navrhování výrobků rozeznáváme dvě základní skupiny mezních stavů selhání funkce daného výrobku [6]:

1. mezní stavy *kvalitativní*, při jejichž dosažení nastane náhlá kvalitativní změna vlastnosti výrobku. Známé mezní stavy z této skupiny představují lomy,
2. mezní stavy *kvantitativní*, při jejichž dosažení se některý parametr výrobku změní natolik, že jeho hodnota je považována (např. normou) za nepřijatelnou z hlediska dalšího užívání výrobku. Patří sem např. deformace nejrůznějších typů a příčin, netěsnosti, propustnosti (nádob), změny vzhledu atd.

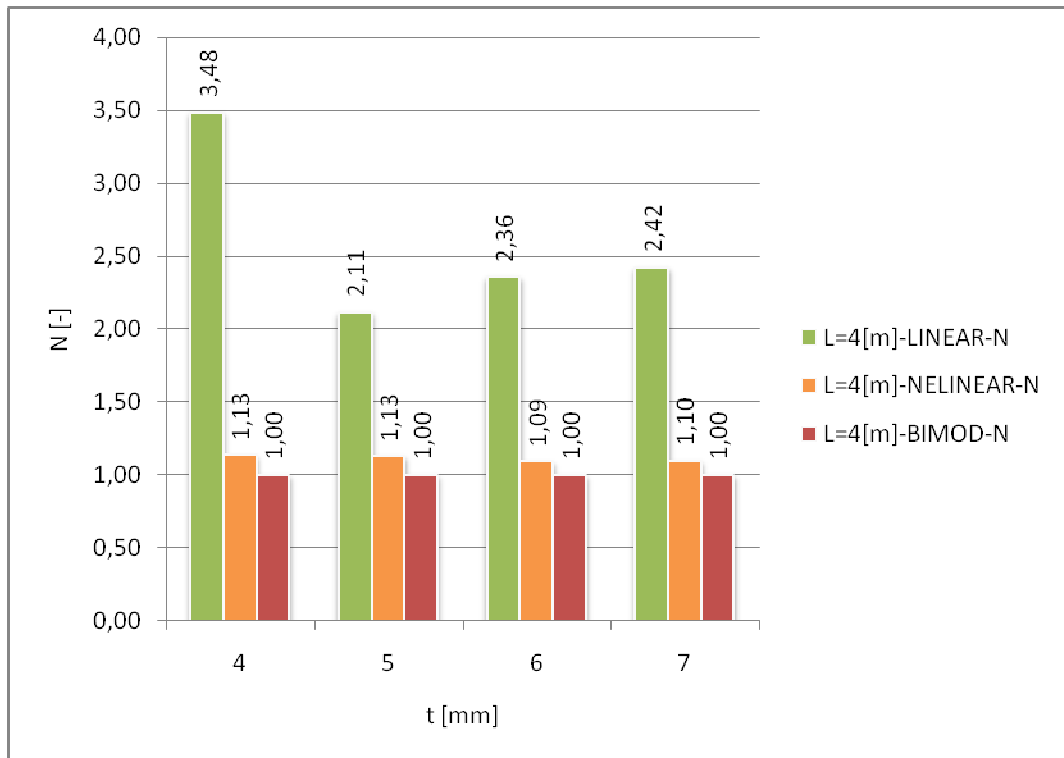
Jelikož nejsou pro problematiku plošných laminátových konstrukcí přesně stanovené normy, naskýtá se při jejím řešení volné pole působnosti. Při doporučení pro praktické projektování volme tedy jako hlavní podmínku spolehlivosti – mezní stav *kvalitativní*, jelikož mezní stav *kvantitativní*, do něhož patří deformace konstrukce, pro nás nepředstavuje možné selhání funkce výrobku a tak jej můžeme zanedbat. Uvedené doporučení pro *modelování zatížení zastřešení od účinků o určité velikosti* je vztaženo k Von Misesovu napětí, jehož překročením dovolené hodnoty pevnosti materiálu vlivem špatné dimenze výrobku, které neodpovídá danému zatížení, může dojít k lomu. Doporučení pro *modelování únosnosti zastřešení* je vztaženo ke kritickému zatížení, které v případě, že způsobuje převážně tlakové složky napjatosti, může vlivem nedostatečné tuhosti vyvolat zborcení, případně až destrukci konstrukce – tedy ztrátu stabilní rovnováhy konstrukce.

V rámci výše uvedených modelování kapitola dále poskytuje, s ohledem na bezpečnost konstrukce, doporučení nejvhodnějších typů analýz a stanovení koeficientů bezpečnosti pro analýzy ostatní.

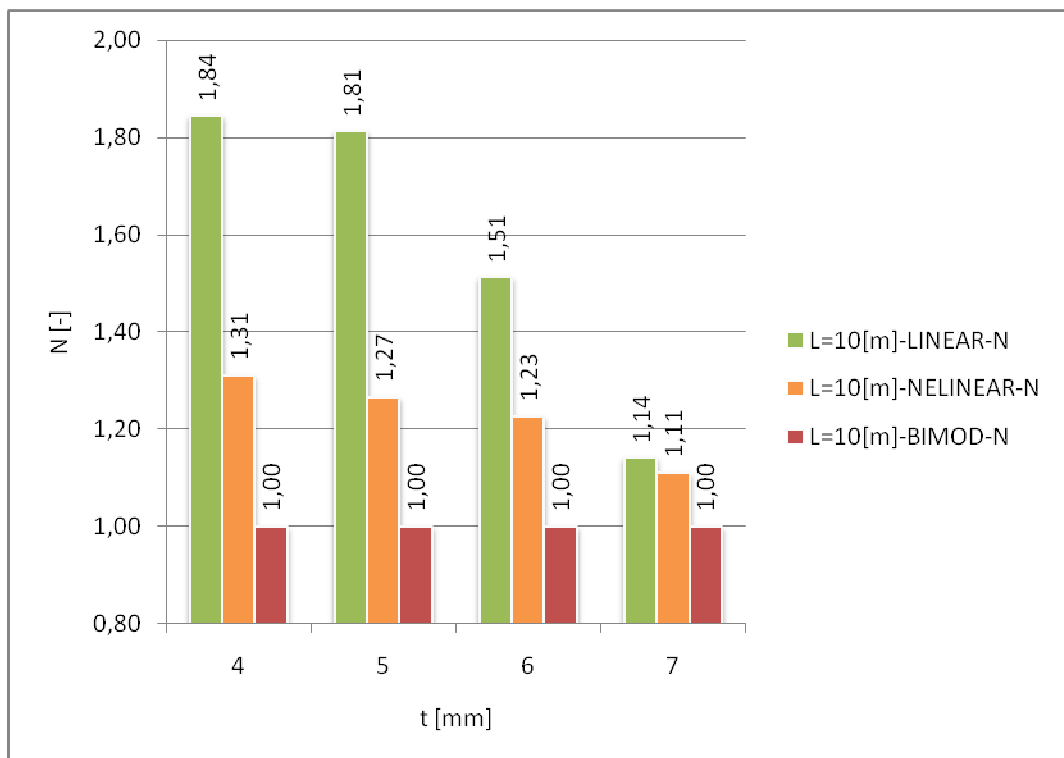
Modelování zatížení zastřešení od účinků o určité velikosti

Obrázky (Obr. 77. až 80.) poskytují grafické znázornění koeficientů bezpečnosti pro modelování zatížení zastřešení sněhem a větrem od účinků o určité velikosti. Koeficienty jsou poskytnuty pro dlouhou i krátkou skořepinu a pro všechny typy tloušťek stěn. Koeficient bezpečnosti s hodnotou $N=1,00[-]$ vždy odpovídá typu analýzy vyhodnocené, z hlediska bezpečnosti konstrukce k danému meznímu stavu, jako nejvýhodnější. Hodnoty větší jako jedna $N>1,00$ pak odpovídají analýzám s menší bezpečností, které při modelování po zahrnutí tohoto stanoveného koeficientu dosahují výsledků srovnatelných s analýzou nejvýhodnější.

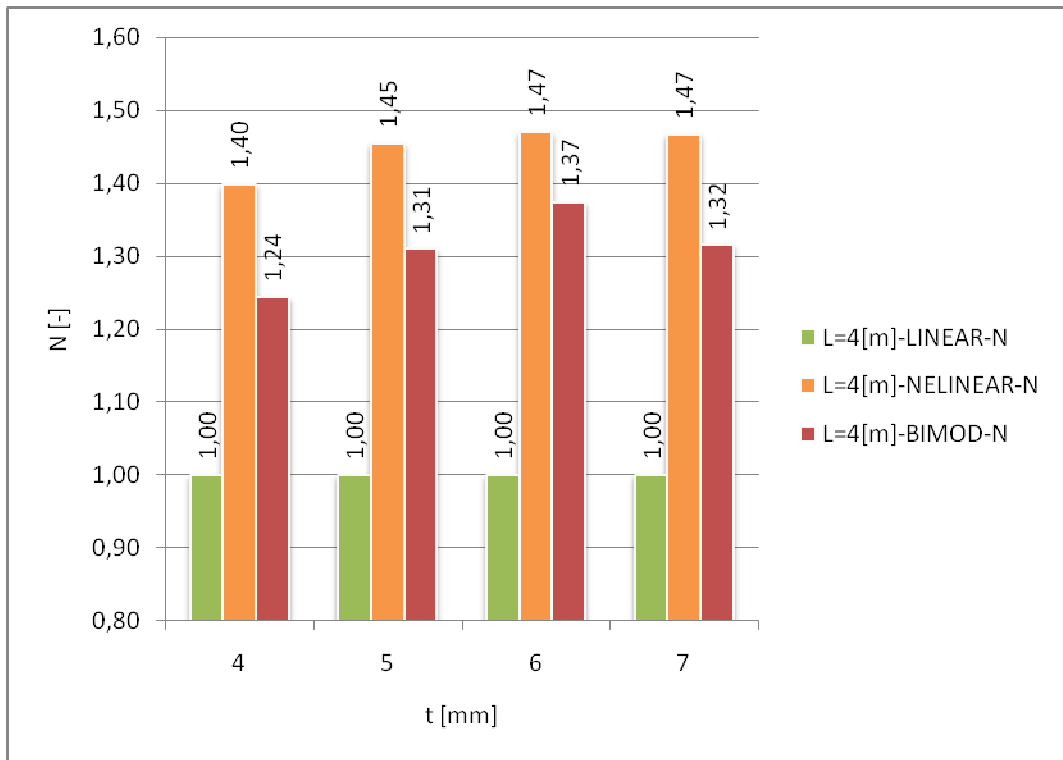
Z níže uvedených výsledků numerických analýz vyplývá, že zatímco pro krátkou skořepinu zatíženou sněhem je vhodné použít analýzu bimodulární, u zatížení větrem je to pak analýza lineární. Dlouhou skořepinu zatíženou sněhem je vhodné řešit v rámci přístupu bimodulárního, zatíženou větrem pak s použitím přístupu nelineárního. Pro ostatní typy analýz daných skořepin je vhodné do výpočtu zahrnout stanovené koeficienty bezpečnosti konstrukce.



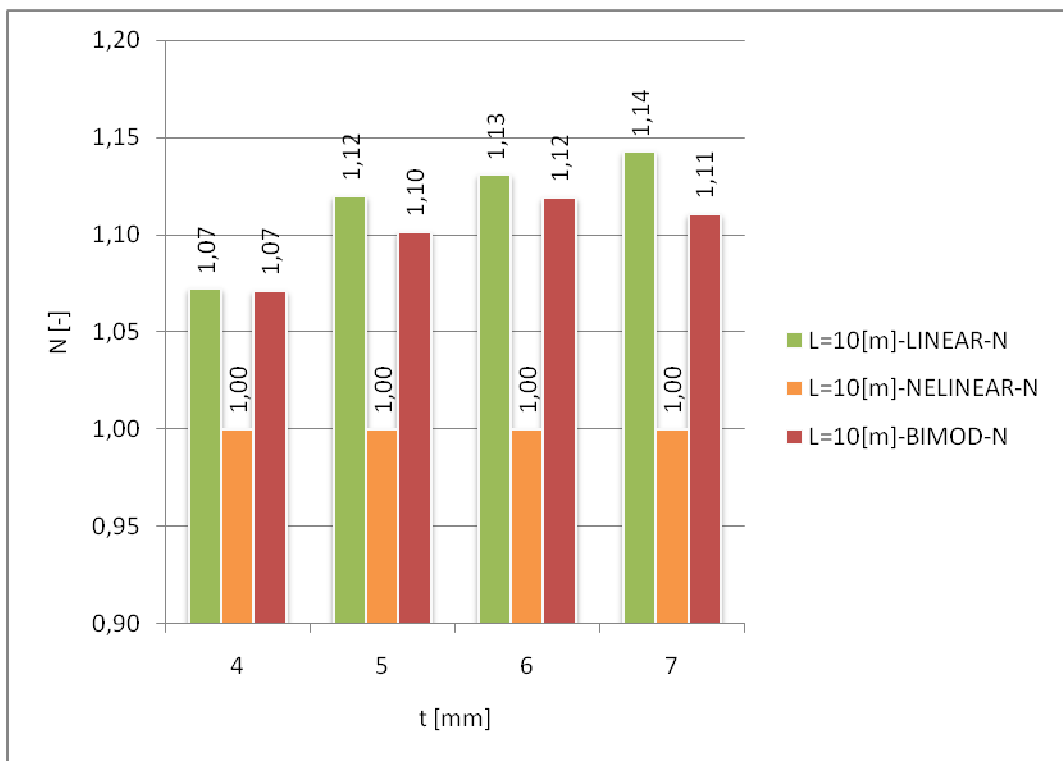
Obr. 77. Koeficienty bezpečnosti konstrukce pro zatížení sněhem o určité velikosti
– zastřešení o délce $L=4[m]$



Obr. 78. Koeficienty bezpečnosti konstrukce pro zatížení sněhem o určité velikosti
– zastřešení o délce $L=10[m]$



Obr. 79. Koeficienty bezpečnosti konstrukce pro zatížení větrem o určité velikosti – zastřešení o délce L=4[m]

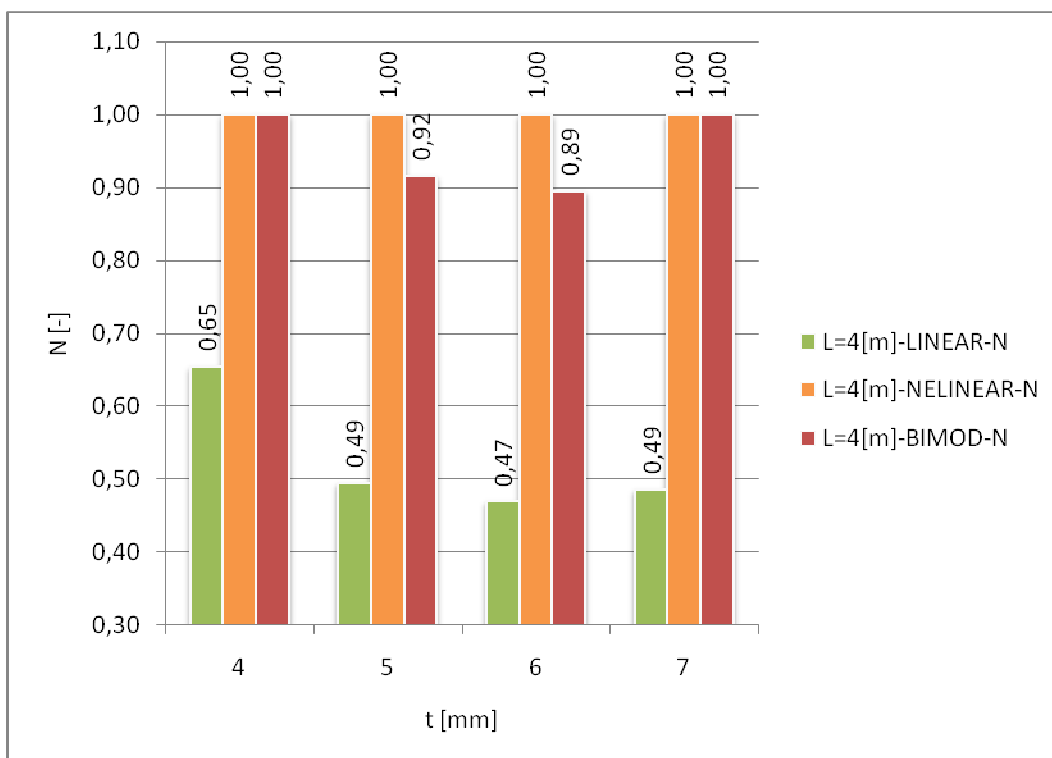


Obr. 80. Koeficienty bezpečnosti konstrukce pro zatížení větrem o určité velikosti – zastřešení o délce L=10[m]

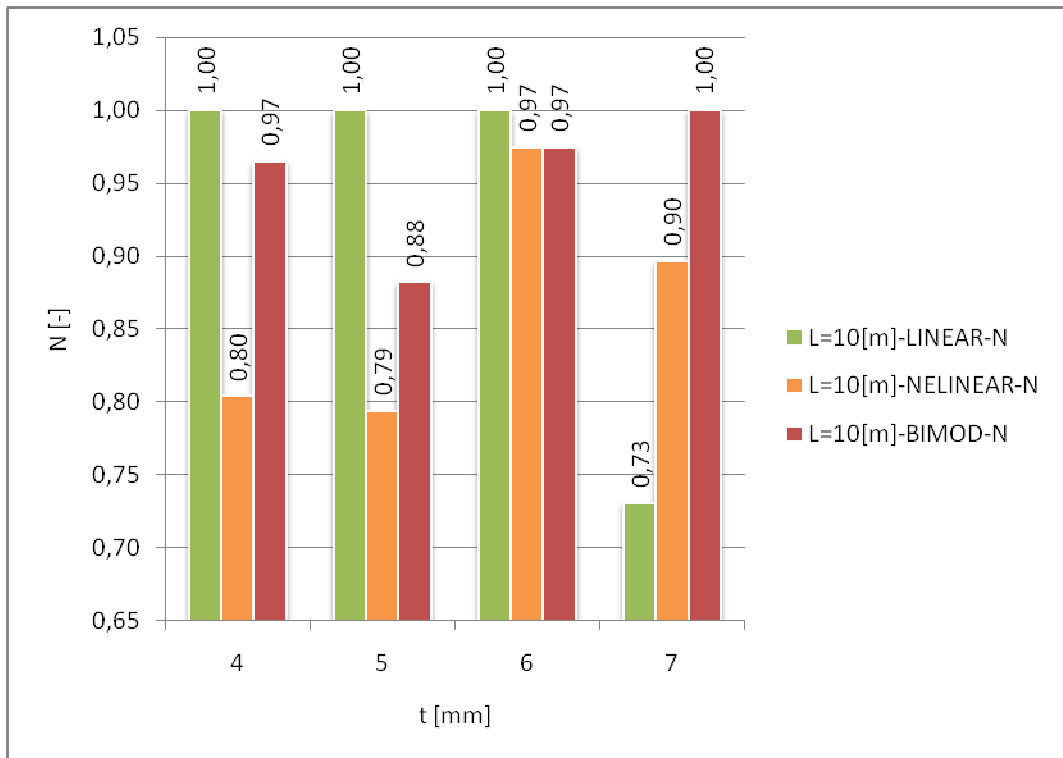
Modelování únosnosti zastřešení

Obrázky (Obr. 81. až 84.) poskytují grafické znázornění koeficientů bezpečnosti pro modelování únosnosti zastřešení. Koeficienty jsou poskytnuty pro dlouhou i krátkou skořepinu, všechny typy tloušťek stěn a dva druhy zatížení – sněhem a větrem. Koeficient bezpečnosti s hodnotou $N=1,00[-]$ vždy odpovídá typu analýzy vyhodnocené, z hlediska bezpečnosti konstrukce k danému meznímu stavu, jako nejvýhodnější. Hodnoty menší jako jedna $N<1,00$ pak odpovídají analýzám s menší bezpečností, které při modelování po zahrnutí tohoto stanoveného koeficientu dosahují výsledků srovnatelných s analýzou nejvýhodnější.

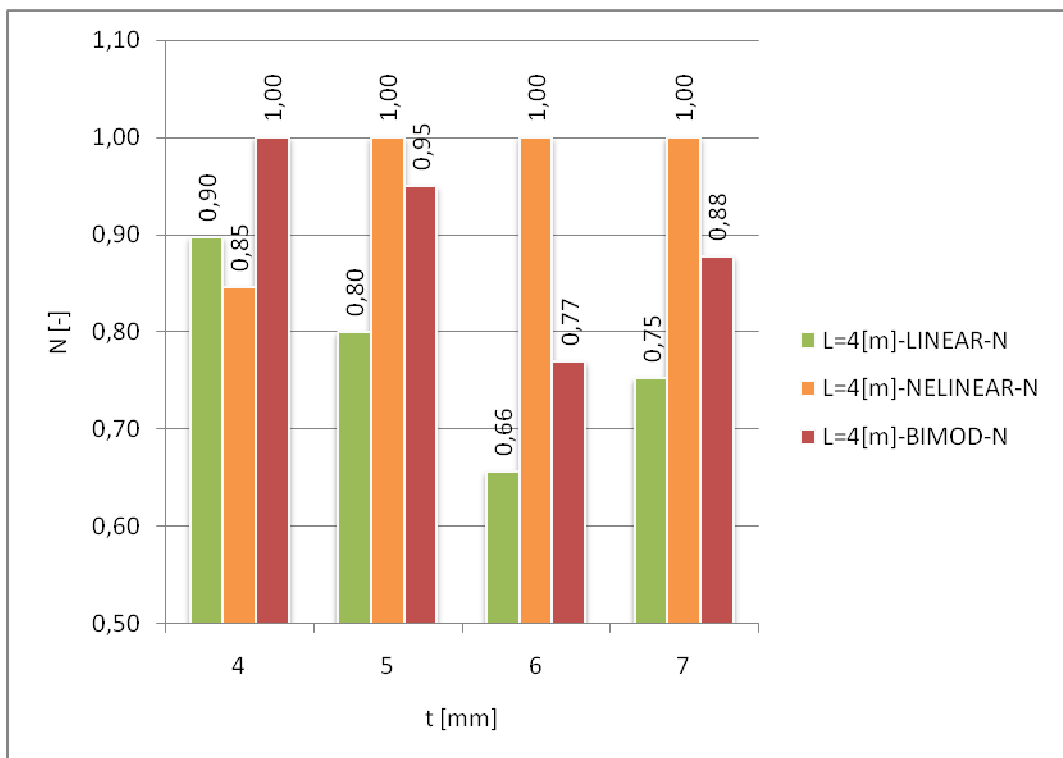
Při modelování únosnosti zastřešení na rozdíl od modelování zatížení zastřešení od účinků o určité velikosti, kde byl vždy pro daný typ skořepiny s daným zatížením vhodný jeden typ analýzy pro všechny tloušťky stěn, je zde situace odlišná a skoro ve všech případech se zvyšující se tloušťkou stěny se mění i vhodnost použití jednotlivých analýz.



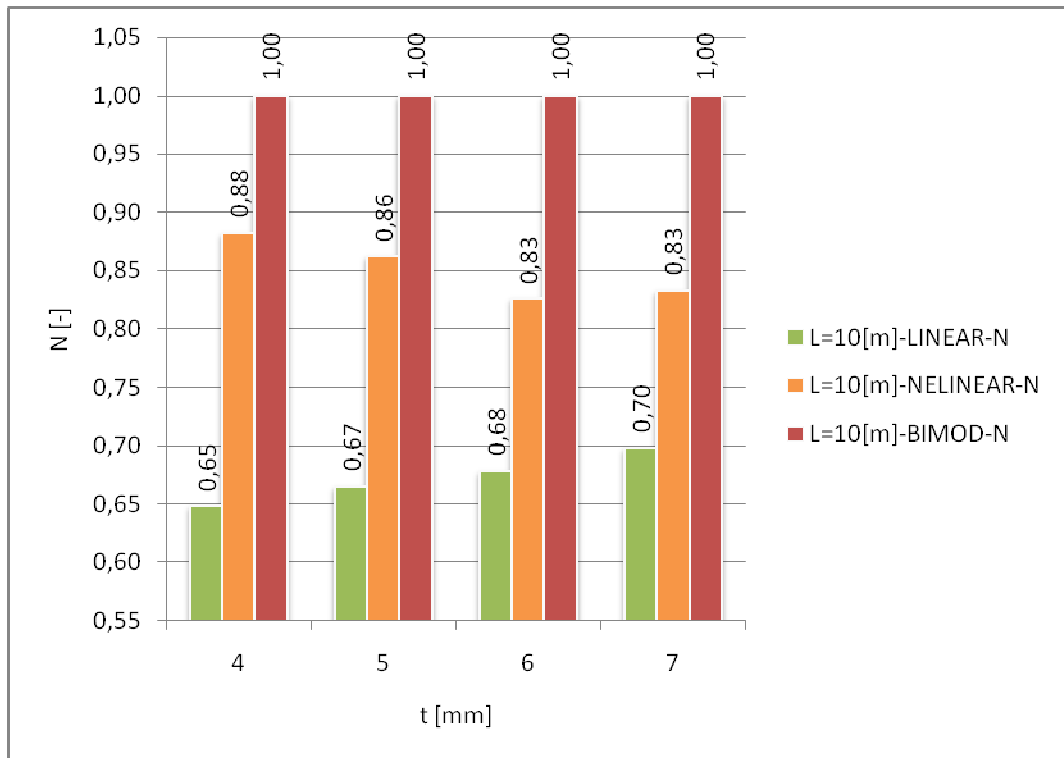
Obr. 81. Koeficienty bezpečnosti pro únosnost – zastřešení o délce $L=4[m]$ – zatížení sněhem



Obr. 82. Koeficienty bezpečnosti pro únosnost – zastřešení o délce $L=10[m]$ – zatížení sněhem



Obr. 83. Koeficienty bezpečnosti pro únosnost – zastřešení o délce $L=4[m]$ – zatížení větrem



Obr. 84. Koeficienty bezpečnosti pro únosnost – zastřešení o délce $L=10[m]$ – zatížení větrem

ZÁVĚR

Diplomová práce poskytuje možnosti využití výpočetních přístupů, s hlediska chování materiálu, při řešení mechanického chování laminátových plošných konstrukcí na základě metody konečných prvků. Praktická část je vypracována na základech, které jsou obsaženy v teoretické části. Cílem bylo srovnání získaných výsledků s klasickým lineárně elastickým výpočtem za předpokladu homogenní stěny a stanovení doporučení pro praktické projektování laminátových skořepin.

V rámci jednotlivých numerických analýz bylo vyhodnocováno Von Misesovo napětí, maximální výsledná deformace, kritické zatížení a u přístupu lineárně elastického i koeficient bezpečnosti na ztrátu stability. Tyto veličiny se značně lišily v závislosti na délce skořepiny, tloušťce její stěny, typu zatížení a použitého výpočetního přístupu. Srovnání výsledků je poskytnuto v oblasti jednotlivých analýz i mezi nimi. Celkové vyhodnocení je pak provedeno pro modelování zatížení zastřešení od účinků o určité velikosti, tak pro modelování únosnosti. Z výsledků vyplývá, že pro uvedené typy modelování, v rámci dané skořepiny a zatížení, není s ohledem na bezpečnost konstrukce vhodné použít stejnou analýzu. Vhodnost použití řešených numerických analýz se liší i v oblasti jednotlivých modelování a to v závislosti na geometrických parametrech konstrukce a typu zatížení.

Na základě vyhodnocených výsledků bylo stanoveno kritérium pro doporučení při praktickém projektování. Jako hlavní podmínka spolehlivosti konstrukce byl zvolen jeden z mezních stavů. Tato závěrečná kapitola pak poskytuje, s ohledem na bezpečnost konstrukce, doporučení nejvhodnějších typů analýz a stanovení koeficientů bezpečnosti pro analýzy ostatní.

SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY

- [1] EHRENSTEIN, Gottfried W. *Polymerní kompozitní materiály*. 1. vyd. Praha: Nakladatelství Scientia, 2009. 351 s. ISBN 978-80-86960-29-6.
- [2] AGARWAL, Bhagwan D., BROUTMAN, Lawrence J. *Vláknové kompozity*. Praha: SNTL - Nakladatelství technické literatury, 1987.
- [3] MACHEK, Václav; SODOMOKA, Jaromír. *Polymery a kompozity s polymerní maticí*. Vyd. 1. ČVUT v Praze: Česká technika - nakladatelství ČVUT, 2008. 86 s. ISBN 978-80-01-03927-4.
- [4] JANČÁŘ, Josef. *Úvod do materiálového inženýrství polymerních kompozitů*, 1. vyd. Brno: VUT, 2003. ISBN 80-214-2443-5. 194 s.
- [5] KOŘÍNEK, Zdeněk. *Kompozity* [online]. 2010 [cit. 2010-12-12]. Dostupné z WWW: <<http://www.volny.cz/zkorinek/>>.
- [6] ŠUBA, Oldřich. *Dimenzování a navrhování výrobků z plastů*. 2. vyd. Zlín: Univerzita Tomáše Bati, 2007. 106 s. ISBN 978-80-7318-431-5.
- [7] HARPER, Charles A. *Handbook of Plastics, Elastomers & Composites*. [online]. 4. vyd. McGraw-Hill, 2002 [cit. 2010-12-10]. Dostupné z WWW: <http://knovel.com/web/portal/browse/display?_EXT_KNOVEL_DISPLAY_bookid=1627&VerticalID=0>.
- [8] STAAB, George H. *Laminar Composites* [online]. Boston: Butterworth-Heinemann, 1999 [cit. 2010-10-31]. Dostupné z WWW: <http://knovel.com/web/portal/browse/display?_EXT_KNOVEL_DISPLAY_bookid=513&VerticalID=0>.
- [9] BAREŠ, Richard A. *Kompozitní materiály*. 1. vyd. Praha : SNTL - Nakladatelství technické literatury, n. p., 1988. 328 s. ISBN L17-B3-IV-31/72231.
- [10] LAŠ, Vladislav. *Mechanika kompozitních materiálů*. 1. vyd. Plzeň: Západočeská univerzita v Plzni, 2004. 156 s. ISBN 80-7043-273-X.
- [11] ŠUBA, Oldřich. *Mechanické chování těles*. 3. vyd. Zlín: Univerzita Tomáše Bati, 2006, 96 s. ISBN 80-7318-484-2.

- [12] *University of Cambridge: Department of engineering* [online]. c2002 [cit. 2011-04-28]. Dostupný z WWW: <http://www-materials.eng.cam.ac.uk/mpsite/interactive_charts/stiffness-density/basic.html>
- [13] *Štefan Michna: Katedra technologií a materiálového inženýrství* [online]. [cit. 2011-04-28]. Dostupný z WWW: <http://www.stefanmichna.com/download/technicke-materialy_II/kompozitni_materialy.pdf>
- [14] *Wikipedia: the free encyclopedia* [online]. [cit. 2011-04-28]. Dostupný z WWW: <http://en.wikipedia.org/wiki/Composite_material>
- [15] *Evaluation Engineering: Your Resource for ATE, EMC, ESD, VXI, LXI, PXI, Environmental and Communication Test Solutions* [online]. c2011 [cit. 2011-04-28]. Dostupný z WWW: <<http://www.evaluationengineering.com/index.php/solutions/emcesd/new-airliners-influence-lightning-tests.html>>
- [16] *AAR plast: výroba a prodej kompozitů* [online]. [cit. 2011-04-28]. Dostupný z WWW: <<http://www.aarplast.cz/de/referenzen.php?sekce=segsys>>
- [17] *Wikipedie: otevřená encyklopedie* [online]. [cit. 2011-04-28]. Dostupný z WWW: <http://cs.wikipedia.org/wiki/Vláknové_kompozity>
- [18] *Applied Mechanics of Solids: A.F. Bower* [online]. [cit. 2011-04-28]. Dostupný z WWW: <http://solidmechanics.org/text/Chapter3_2/Chapter3_2.htm>
- [19] ŠUBA, Oldřich. *Lamináty* [Elektronická podpora předmětu: Mechanika polymerů a kompozitů]. Zlín: Univerzita Tomáše Bati, 2008, 12 s.
- [20] ŠUBA, Oldřich. *Obecný Hookeův zákon* [Elektronická podpora předmětu: Mechanika polymerů a kompozitů]. Zlín: Univerzita Tomáše Bati, 2008, 15 s.

SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK

A	Tažnost	[%]
A	Matice membránové tuhosti	
A_{ij}	Složka matice membránové tuhosti	
B	Matice vazebné tuhosti	
C	Matice poddajnosti	
C_{ij}	Složka matice poddajnosti	
D	Matice ohybové tuhosti	
E_i	Modul pružnosti	[MPa]
E_j^{**}	Válcový modul pružnosti	[MPa]
E_+	Modul pružnosti v tahu	[MPa]
E_-	Modul pružnosti v tlaku	[MPa]
E_O	Ohybový modul pružnosti	[MPa]
$E_{\parallel f}$	Modul pružnosti vlákna v podélném směru	[MPa]
$E_{\perp f}$	Modul pružnosti vlákna v příčném směru	[MPa]
G_{ij}	Modul pružnosti ve smyku	[MPa]
J_R	Kvadratický moment redukované plochy průřezu	[mm ⁴]
L	Délka konstrukce	[m]
M	Ohybový moment	[N.m ⁻¹]
N	Osová síla	[N]
N	Koeficient bezpečnosti konstrukce	[-]
S	Matice tuhosti	
S_{ij}	Složka matice tuhosti	
T	Transformační matice	
T_g	Teplota skelného přechodu	[°C]
T_z	Teplota rozkladu	[°C]

e_+	Vzdálenost vlákna od ref. plochy vyztuženého prvku	[mm]
e_-	Vzdálenost vlákna od ref. plochy vyztuženého prvku	[mm]
h	Výška profilu průřezu	[mm]
k	Křivost	[-]
m_{ij}	Jednotkový ohybový moment	[N.mm ⁻¹]
n	Koeficient bezpečnosti na ztrátu stability	[-]
n_{ij}	Jednotková osová síla	[N]
p	Tlak na plochu	[kN.m ⁻²]
p_{KRIT}	Kritické zatížení	[kN.m ⁻²]
P_{SRV}	Srovnávací zatížení	[kN.m ⁻²]
t	Tloušťka stěny konstrukce	[mm]
y	Vzdálenost vlákna od referenční plochy	[mm]
$\alpha_{\parallel f}$	Součinitel teplotní délkové roztažnosti vlákna v podélném směru	[K ⁻¹]
$\alpha_{\perp f}$	Součinitel teplotní délkové roztažnosti vlákna v příčném směru	[K ⁻¹]
γ	Poměrná smyková deformace	[-]
δ_{MAX}	Výsledná maximální deformace	[mm]
δ_{MAX}^*	Výsledná max. deformace vztažená k jednotkovému zatížení	[mm]
δ_{MAX}^{**}	Výsledná max. deformace vztažená ke srovnávacímu zatížení	[mm]
δ_{MAX}^{DIF}	Rozdíl výsledné max. def. vůči výsledkům lineární analýzy	[%]
ε	Poměrná deformace	[-]
ε_{ij}	Složka poměrné deformace	[-]
ε_i^0	Deformace střední referenční plochy	[-]
ε_r	Dielektrická konstanta	[-]
η	Koeficient bimodularity	[-]
λ	Tepelná vodivost	[W.m ⁻¹ .K ⁻¹]

ν	Poissonův poměr kontrakce	[-]
ν_{ij}	Složka Poisonova poměru kontrakce	[-]
ρ	Měrná hmotnost	[g.cm ⁻³]
ρ_{el}	Měrný elektrický odpor	[Ω .cm]
σ	Elektrická vodivost	[S.m ⁻¹]
σ_{ij}	Složka napětí	[MPa]
σ_{+MAX}	Maximální ohybové napětí v krajních vláknech na tahové straně	[MPa]
σ_{-MAX}	Maximální ohybové napětí v krajních vláknech na tlakové straně	[MPa]
$\sigma_{Pt\parallel f}$	Pevnost v tahu vlákna v podélném směru	[MPa]
$\sigma_{Pt\perp f}$	Pevnost v tahu vlákna v příčném směru	[MPa]
σ_{VON}	Von Misesovo napětí	[MPa]
σ_{VON}^*	Von Misesovo napětí vztažené k jednotkovému zatížení	[MPa]
σ_{VON}^{**}	Von Misesovo napětí vztažení ke srovnávacímu zatížení	[MPa]
σ_{VON}^{DIF}	Rozdíl Von Misesova napětí vůči výsledkům lin. analýzy	[%]
τ	Čas	[s]

SEZNAM OBRÁZKŮ

<i>Obr. 1. Synergické chování [13]</i>	13
<i>Obr. 2. Anatomie kompozitního laminátu [7]</i>	14
<i>Obr. 3. Pracovní diagram při tahovém namáhání kompozitu [2]</i>	14
<i>Obr. 4. Klasifikace kompozitů [10]</i>	15
<i>Obr. 5. Měrné vlastnosti konstrukčních materiálů [12]</i>	16
<i>Obr. 6. Řez laminátem z epox. pryskyřice a uhlíkových vláken (a) a bambusovým stonkem (b) [1]</i>	16
<i>Obr. 7. Typy lamin [8]</i>	17
<i>Obr. 8. Laminát [8]</i>	18
<i>Obr. 9. Aplikace kompozitů – Boeing [15]</i>	20
<i>Obr. 10. Sklolaminát – zastřešení ČOV [16]</i>	20
<i>Obr. 11: Dělení nejčastěji používaných vláken [4]</i>	21
<i>Obr. 12. Základní typy textilních vazeb [5]</i>	23
<i>Obr. 13. Druhy textilních vazeb [5]</i>	24
<i>Obr. 14. Prostorové vazby vláken [5]</i>	24
<i>Obr. 15. Zatěžovací diagram – vliv vlastností různých druhů vláken [1]</i>	29
<i>Obr. 16. Smáčivost matrice s vlákny[3]</i>	34
<i>Obr. 17. Obecné schéma systému navíjení [8]</i>	36
<i>Obr. 18. Typy navíjení [8]</i>	37
<i>Obr. 19. Metoda vakuového vaku [8]</i>	38
<i>Obr. 20. Vytvrzovací cyklus [8]</i>	38
<i>Obr. 21. Vzorky pro tahovou zkoušku [2]</i>	39
<i>Obr. 22. Přípravek CLC pro tlakovou zkoušku (dle ASTM) [1]</i>	40
<i>Obr. 23. Zkouška jednoosým ohybem [2]</i>	41
<i>Obr. 24. Laminát [19]</i>	42
<i>Obr. 25. Hookeův zákon pro ortotropní materiály [18]</i>	43
<i>Obr. 26. Chování plošného ortotropního prvku [20]</i>	44
<i>Obr. 27. Pořadová čísla lamin [19]</i>	45
<i>Obr. 28. Složky deformace [19]</i>	46
<i>Obr. 29. Systém sil a momentů v průřezech laminátové stěny [19]</i>	47
<i>Obr. 30. Hypotetické průběhy napětí a deformace v třívrstevném laminátu [2]</i>	49

<i>Obr. 31. Ohyb bimodulárního prutu [6].....</i>	<i>51</i>
<i>Obr. 32. Lin. elastický model.....</i>	<i>55</i>
<i>Obr. 33. Nelineární přístup.....</i>	<i>56</i>
<i>Obr. 34. Nelineární přístup – bimodulární chování materiálu.....</i>	<i>56</i>
<i>Obr. 35. Možnosti výpočtových modelů.....</i>	<i>57</i>
<i>Obr. 36. Záznam standardní zkoušky v tahu / ohybu.....</i>	<i>58</i>
<i>Obr. 37. Rozměry konstrukce.....</i>	<i>59</i>
<i>Obr. 38. – Segmentové zastřešení.....</i>	<i>60</i>
<i>Obr. 39. Prostý nosník.....</i>	<i>60</i>
<i>Obr. 40. Uložení segmentu zastřešení.....</i>	<i>61</i>
<i>Obr. 41. Zatížení sněhem.....</i>	<i>61</i>
<i>Obr. 42. Zatížení větrem.....</i>	<i>62</i>
<i>Obr. 43. Grafický přehled výsledků lineární analýzy pro zatížení sněhem.....</i>	<i>65</i>
<i>Obr. 44. Stabilita – zatížení sněhem – krátká skořepina.....</i>	<i>66</i>
<i>Obr. 45. Stabilita – zatížení sněhem – dlouhá skořepina.....</i>	<i>66</i>
<i>Obr. 46. Grafický přehled výsledků lineární analýzy pro zatížení větrem.....</i>	<i>68</i>
<i>Obr. 47. Stabilita – zatížení větrem – krátká skořepina.....</i>	<i>69</i>
<i>Obr. 48. Stabilita – zatížení větrem – dlouhá skořepina.....</i>	<i>69</i>
<i>Obr. 49. Lineární analýza – srovnání výsledků zatížení.....</i>	<i>70</i>
<i>Obr. 50. Model $L=4[m]$, $t=5[mm]$ – vybočení 1.....</i>	<i>71</i>
<i>Obr. 51. Model $L=4[m]$, $t=5[mm]$ – vybočení 2.....</i>	<i>72</i>
<i>Obr. 52. Modifikovaný model $L=4[m]$, $t=5[mm]$ – vybočení 3.....</i>	<i>72</i>
<i>Obr. 53. Grafický přehled výsledků nelineární analýzy pro zatížení sněhem.....</i>	<i>73</i>
<i>Obr. 54. Grafický přehled výsledků nelineární analýzy pro zatížení větrem.....</i>	<i>74</i>
<i>Obr. 55. Nelineární analýza – srovnání výsledků zatížení.....</i>	<i>75</i>
<i>Obr. 56. Grafický přehled výsledků bimodulární analýzy pro zatížení sněhem.....</i>	<i>76</i>
<i>Obr. 57. Grafický přehled výsledků bimodulární analýzy pro zatížení větrem.....</i>	<i>77</i>
<i>Obr. 58. Bimodulární analýza – srovnání výsledků zatížení.....</i>	<i>78</i>
<i>Obr. 59. Grafické srovnání výsledků analýz pro zatížení sněhem – zastřešení o délce $L=4[m]$.....</i>	<i>80</i>
<i>Obr. 60. Grafické srovnání výsledků analýz pro zatížení sněhem – zastřešení o délce $L=10[m]$.....</i>	<i>81</i>
<i>Obr. 61. Grafické srovnání výsledků analýz dle kritického zatížení sněhem.....</i>	<i>83</i>

<i>Obr. 62. Grafické srovnání výsledků analýz pro zatížení větrem – zastřešení o délce $L=4[m]$</i>	85
<i>Obr. 63. Grafické srovnání výsledků analýz pro zatížení větrem – zastřešení o délce $L=10[m]$</i>	86
<i>Obr. 64. Grafické srovnání výsledků analýz dle kritického zatížení větrem</i>	88
<i>Obr. 65. Lineární analýza – zatížení sněhem – Von Misesovo napětí</i>	89
<i>Obr. 66. Nelineární analýza – zatížení sněhem – Von Misesovo napětí.....</i>	90
<i>Obr. 67. Bimodulární analýza – zatížení sněhem – Von Misesovo napětí.....</i>	90
<i>Obr. 68. Lineární analýza – zatížení sněhem – výsledná deformace</i>	91
<i>Obr. 69. Nelineární analýza – zatížení sněhem – výsledná deformace</i>	91
<i>Obr. 70. Bimodulární analýza – zatížení sněhem – výsledná deformace</i>	92
<i>Obr. 71. Lineární analýza – zatížení větrem – Von Misesovo napětí</i>	93
<i>Obr. 72. Nelineární analýza – zatížení větrem – Von Misesovo napětí.....</i>	94
<i>Obr. 73. Bimodulární analýza – zatížení větrem – Von Misesovo napětí.....</i>	94
<i>Obr. 74. Lineární analýza – zatížení větrem – výsledná deformace</i>	95
<i>Obr. 75. Nelineární analýza – zatížení větrem – výsledná deformace.....</i>	95
<i>Obr. 76. Bimodulární analýza – zatížení větrem – výsledná deformace</i>	96
<i>Obr. 77. Koeficienty bezpečnosti konstrukce pro zatížení sněhem o určité velikosti – zastřešení o délce $L=4[m]$</i>	98
<i>Obr. 78. Koeficienty bezpečnosti konstrukce pro zatížení sněhem o určité velikosti – zastřešení o délce $L=10[m]$</i>	98
<i>Obr. 79. Koeficienty bezpečnosti konstrukce pro zatížení větrem o určité velikosti – zastřešení o délce $L=4[m]$</i>	99
<i>Obr. 80. Koeficienty bezpečnosti konstrukce pro zatížení větrem o určité velikosti – zastřešení o délce $L=10[m]$</i>	99
<i>Obr. 81. Koeficienty bezpečnosti pro únosnost – zastřešení o délce $L=4[m]$ – zatížení sněhem</i>	100
<i>Obr. 82. Koeficienty bezpečnosti pro únosnost – zastřešení o délce $L=10[m]$ – zatížení sněhem.....</i>	101
<i>Obr. 83. Koeficienty bezpečnosti pro únosnost – zastřešení o délce $L=4[m]$ – zatížení větrem</i>	101
<i>Obr. 84. Koeficienty bezpečnosti pro únosnost – zastřešení o délce $L=10[m]$ – zatížení větrem.....</i>	102

SEZNAM TABULEK

<i>Tab. 1. Přehled vlastností vláken [1]</i>	30
<i>Tab. 2. Typy navíjení určené kombinacemi pohybů [8]</i>	37
<i>Tab. 3. Elastické konstanty</i>	58
<i>Tab. 4. Srovnání modulů pružnosti</i>	59
<i>Tab. 5. Proměnné geometrické parametry konstrukce</i>	60
<i>Tab. 6. Lineární analýza – jednotkové zatížení sněhem</i>	64
<i>Tab. 7. Lineární analýza – kritické zatížení sněhem</i>	64
<i>Tab. 8. Lineární analýza – jednotkové zatížení větrem</i>	67
<i>Tab. 9. Lineární analýza – kritické zatížení větrem</i>	67
<i>Tab. 10. Nelineární analýza – zatížení sněhem</i>	73
<i>Tab. 11. Nelineární analýza – zatížení větrem</i>	74
<i>Tab. 12. Bimodulární analýza – zatížení sněhem</i>	76
<i>Tab. 13. Bimodulární analýza – zatížení větrem</i>	77
<i>Tab. 14. Srovnání výsledků analýz pro zatížení sněhem – zastřešení o délce $L=4[m]$</i>	79
<i>Tab. 15. Srovnání výsledků analýz pro zatížení sněhem – zastřešení o délce $L=10[m]$</i>	79
<i>Tab. 16. Srovnání výsledků analýz dle kritického zatížení sněhem</i>	82
<i>Tab. 17. Srovnání výsledků analýz pro zatížení větrem – zastřešení o délce $L=4[m]$</i>	84
<i>Tab. 18. Srovnání výsledků analýz pro zatížení větrem – zastřešení o délce $L=10[m]$</i>	84
<i>Tab. 19. Srovnání výsledků analýz dle kritického zatížení větrem</i>	87
<i>Tab. 20. Srovnání výsledků analýz pro vybraný model – zatížení sněhem</i>	89
<i>Tab. 21. Srovnání výsledků analýz pro vybraný model – zatížení větrem</i>	93