

Vypracování elektronické podpory pro výuku předmětu Identifikace systémů

The elaboration of an electronic support for the course of the
System Identifications

Jiří Anderle

Bakalářská práce
2011



Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně
Fakulta aplikované informatiky

ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení: **Jiří ANDERLE**
Osobní číslo: **A07301**
Studijní program: **B 3902 Inženýrská informatika**
Studijní obor: **Informační a řídicí technologie**

Téma práce: **Vypracování elektronické podpory pro výuku
předmětu Identifikace systémů**

Zásady pro vypracování:

1. Na základě studia předmětu Teorie systémů se seznámte se základními pojmy z oblasti popisu dynamických systémů pro účely automatického řízení.
2. Seznámte se rovněž se základními pojmy a principy modelování a identifikace systémů pro účely návrhu automatického řízení.
3. Podle pokynů vedoucího bakalářské práce navrhnete vhodnou grafickou úpravu stránek v systému PowerPoint.
4. Na základě stávajících studijních textů (vypracovaných v editoru Word) přeneste vybrané části do systému PowerPoint (včetně rovnic, obrázků a grafických průběhů funkcí).
5. Vypracované texty doplňte vybranými simulačními příklady identifikace systémů podle pokynů vedoucího bakalářské práce.
6. Výukové podklady připravte pro 13 dvouhodinových přednášek.
7. Vypracované elektronické podklady uveďte jako přílohu bakalářské práce.

Rozsah bakalářské práce:

Rozsah příloh:

Forma zpracování bakalářské práce: **tištěná/elektronická**

Seznam odborné literatury:

1. **BOBÁL, V. – BÖHM, J. – PROKOP, R. – FESSL, J.** Praktické aspekty samočinně se nastavujících regulátorů: algoritmy a implementace. Brno: Nakladatelství VUTIUM, Vysoké učení technické v Brně, 1999, ISBN 80-214-1292-2.
2. **BOBÁL, V.** Identifikace soustav. Zlín: Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně, Akademické centrum, 2009, ISBN 978-80-7318-888-7.
3. **BOBÁL, V.** Adaptivní a prediktivní řízení. Zlín: Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně, Akademické centrum, 2009, ISBN 978-80-7318-662-3.
4. **FIKAR, M. – MIKLEŠ, J.** Identifikácia systémov. Bratislava: STU, 1999, ISBN 8022711772.
5. **SOUKUP, J.** Identifikace soustav. Praha: SNTL, 1990, ISBN 80-03-00494-2.
6. **NOSKIEVIČ, P.** Modelování a identifikace systémů. Ostrava: Montanex, 1999, ISBN 80-7225-030-2.
7. **LJUNG, L.** System Identification: Theory for the User. MIT Press Cambridge, 1987, ISBN 0-13-881640-9.

Vedoucí bakalářské práce: **prof. Ing. Vladimír Bobál, CSc.**

Ústav řízení procesů

Datum zadání bakalářské práce: **25. února 2011**

Termín odevzdání bakalářské práce: **7. června 2011**

Ve Zlíně dne 25. února 2011



prof. Ing. Vladimír Vašek, CSc.
děkan



prof. Ing. Vladimír Vašek, CSc.
ředitel ústavu

ABSTRAKT

Bakalářská práce se zabývá základními informacemi o identifikaci systémů. Na základě konzultací s vedoucím bakalářské práce je teoretická část tvořena výtahem informací z poskytnutých materiálů, které jsou v práci zpracovány.

Hlavní náplní praktické části bakalářské práce bylo vytvoření grafického návrhu a vypracování elektronických podkladů k předmětu Identifikace systémů, který sestává z prezentace vytvořené v programu MS POWERPOINT. Dalším tématem praktické části bylo vytvoření ukázkového příkladu pro laboratorní cvičení, který řeší problematiku měření a aproximaci přechodových charakteristik.

Klíčová slova: matematické modelování, identifikace systémů, deterministické metody identifikace, aproximace přechodových charakteristik, multimediální prezentace

ABSTRACT

Bachelor work is concerned with basics information's about system identification. On the basis of counsel with leader of bachelor work is theoretical part formed by abridgement of information's from provide materials, which are processed in the work.

The main scope of practical work was creation graphic design and elaboration of an electronic support for the course of the System Identifications, which is contain of presentation created in the program MS POWERPOINT. Other subject of practical part was created sample exam for laboratory exercising, which solve the problematic of measurement and approximation of transient characteristics.

Keywords: mathematical simulation, system identification, deterministic methods of identification, approximation of transitional characteristics, multimedia presentation

Rád bych poděkoval svému vedoucímu bakalářské práce prof. Ing. Vladimíru Bobálovi, CSc. za jeho cenné rady, pomoc a vedení při vytváření této bakalářské práce. Poděkování dále patří mé rodině, která mě po celou dobu studia podporovala a díky nim jsem se mohl plnohodnotně věnovat studiu.

„S pomocí knih se mnozí stávají učenými i mimo školu. Bez knih pak nebývá učený nikdo ani ve škole.“

— Jan Amos Komenský

Prohlašuji, že

- beru na vědomí, že odevzdáním bakalářské práce souhlasím se zveřejněním své práce podle zákona č. 111/1998 Sb. o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších právních předpisů, bez ohledu na výsledek obhajoby;
- beru na vědomí, že bakalářská práce bude uložena v elektronické podobě v univerzitním informačním systému dostupná k prezenčnímu nahlédnutí, že jeden výtisk bakalářské práce bude uložen v příruční knihovně Fakulty aplikované informatiky Univerzity Tomáše Bati ve Zlíně a jeden výtisk bude uložen u vedoucího práce;
- byl/a jsem seznámen/a s tím, že na moji bakalářskou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb. o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon) ve znění pozdějších právních předpisů, zejm. § 35 odst. 3;
- beru na vědomí, že podle § 60 odst. 1 autorského zákona má UTB ve Zlíně právo na uzavření licenční smlouvy o užití školního díla v rozsahu § 12 odst. 4 autorského zákona;
- beru na vědomí, že podle § 60 odst. 2 a 3 autorského zákona mohu užít své dílo – bakalářskou práci nebo poskytnout licenci k jejímu využití jen s předchozím písemným souhlasem Univerzity Tomáše Bati ve Zlíně, která je oprávněna v takovém případě ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které byly Univerzitou Tomáše Bati ve Zlíně na vytvoření díla vynaloženy (až do jejich skutečné výše);
- beru na vědomí, že pokud bylo k vypracování bakalářské práce využito softwaru poskytnutého Univerzitou Tomáše Bati ve Zlíně nebo jinými subjekty pouze ke studijním a výzkumným účelům (tedy pouze k nekomerčnímu využití), nelze výsledky bakalářské práce využít ke komerčním účelům;
- beru na vědomí, že pokud je výstupem bakalářské práce jakýkoliv softwarový produkt, považují se za součást práce rovněž i zdrojové kódy, popř. soubory, ze kterých se projekt skládá. Neodevzdání této součásti může být důvodem k neobhájení práce.

Prohlašuji,

- že jsem na bakalářské práci pracoval samostatně a použitou literaturu jsem citoval. V případě publikace výsledků budu uveden jako spoluautor.
- že odevzdaná verze bakalářské práce a verze elektronická nahraná do IS/STAG jsou totožné.

Ve Zlíně

.....
podpis diplomanta

OBSAH

ÚVOD	9
I TEORETICKÁ ČÁST	10
1 ZÁKLADNÍ POJMY A PROBLÉMY IDENTIFIKACE A MODELOVÁNÍ	11
1.1 FILOSOFIE PROCESU IDENTIFIKACE A MODELOVÁNÍ	11
1.2 KLASIFIKACE MODELŮ.....	12
1.3 ZÁKLADNÍ PŘÍSTUPY K IDENTIFIKACI.....	14
1.4 ÚLOHA IDENTIFIKACE.....	15
2 ANALYTICKÉ METODY IDENTIFIKACE	17
2.1 CHARAKTERISTIKA JEDNOTLIVÝCH FÁZÍ MATEMATICKO-FYZIKÁLNÍ ANALÝZY	17
2.2 PRAVIDLA PRO SESTAVOVÁNÍ ANALYTICKÝCH MODELŮ JEDNODUCHÝCH OBJEKTŮ	19
3 ZÁKLADNÍ POJMY Z PRAVDĚPODOBNOTI, MATEMATICKÉ STATISTIKY A TEORIE NÁHODNÝCH PROCESŮ	20
3.1 ZÁKLADNÍ POJMY Z TEORIE PRAVDĚPODOBNOTI.....	20
3.2 JEDNOROZMĚROVÁ NÁHODNÁ VELIČINA	21
3.3 MNOHAROZMĚROVÉ NÁHODNÉ VELIČINY.....	22
4 EXPERIMENTÁLNÍ METODY IDENTIFIKACE	24
4.1 PŘEHLED IDENTIFIKAČNÍCH METOD	24
4.2 REALIZACE EXPERIMENTÁLNÍ IDENTIFIKACE	25
4.3 VOLBA MODELU	27
5 DETERMINISTICKÉ METODY IDENTIFIKACE	30
5.1 VYHODNOCOVÁNÍ PŘECHODOVÝCH CHARAKTERISTIK	30
5.2 VYHODNOCENÍ FREKVENČNÍCH CHARAKTERISTIK.....	31
5.3 VYHODNOCOVÁNÍ ODEZVY NA OBECNÝ VSTUPNÍ SIGNÁL.....	33
6 STOCHASTICKÉ METODY IDENTIFIKACE	35
6.1 KORELAČNÍ METODY	36
6.2 REGRESNÍ METODY.....	36
II PRAKTICKÁ ČÁST	38
7 MĚŘENÍ A APROXIMACE PŘECHODOVÝCH CHARAKTERISTIK	39
ZÁVĚR	50
ZÁVĚR V ANGLIČTINĚ	51
SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY	52

SEZNAM OBRÁZKŮ	53
SEZNAM TABULEK.....	54
SEZNAM GRAFŮ	55
SEZNAM PŘÍLOH.....	56

ÚVOD

Jako předpoklad efektivního řízení daného objektu je znalost jeho vlastností. Má-li být řízení optimální, tak se musí dokonale a přesně znát vlastnosti řízeného objektu. Kvůli tomu je tvorbě matematických modelů objektů řízení věnován velký zájem, protože tyto modely jsou základem pro tvorbu řídicích systémů, při výběru algoritmů řízení apod.

Postup vytváření modelů se nazývá modelování, co je v podstatě popis vyšetřovaných objektů z kvantitativní a kvalitativní stránky. Při sestavování modelu se reálný objekt zjednodušuje neboli schematizuje a takto získané schéma se dále popisuje v závislosti na složitosti objektu pomocí nějakého matematického zápisu. U Modelu se musí počítat se všemi charakteristickými vlastnostmi zkoumaného procesu a musí se z něj vyloučit vlastnosti nepodstatné, které by mohli dělat model složitým a analýzu modelu zbytečně pomalou.

Hlavním cílem identifikace je vytvoření takového modelu systému, kde by chování modelu bylo v jistém smyslu stejné jako u systému za shodných provozních podmínek. Je potřeba dále vědět, že objekt je obklopen prostředím, přitom objekt a okolí jsou neustále v interakci. Jestliže se hovoří o identifikaci, potom je předpoklad, že apriori nejsou identické. Jedná se proto pokaždé o nějakou aproximaci, která transformuje skutečnost do abstraktního světa matematiky.

Důležitou úlohu procesu identifikace zastává samotná identifikace informace, která se o objektu získává na základě jeho pozorování, což se převážně děje měřením, které se kvantifikuje, uchovává a při konkretizaci modelu se známými a vhodnými prostředky a postupy zpracovává.

Úspěšnost procesu modelování a identifikace tedy závisí na několika faktorech, spočívajících ve vhodném výběru apriorní informace, aposteriorní informace a identifikačním algoritmu, v němž je obsaženo i hodnotící kritérium pro verifikaci modelu se skutečností.

I. TEORETICKÁ ČÁST

1 ZÁKLADNÍ POJMY A PROBLÉMY IDENTIFIKACE A MODELOVÁNÍ

Pojmem identifikace se rozumí proces ztotožňování našich poznatků a vědomostí o zkoumaném objektu se skutečností většinou na základě experimentů. Jedná se tedy o poznávací proces, který si je možno představit jako orientovanou interakci mezi poznávaným objektem, nebo také skutečností a poznávacím subjektem neboli pozorovatelem. Orientovaná interakce vzájemného vztahu subjektu a pozorovatele objektu znamená, že subjekt mimo vlastní výběr objektu volí i hledisko jeho poznávání, kterým může být rozlišovací úroveň, cíl, pro který identifikaci provádí a k jakému účelu bude modelu použito, technické prostředky a další. Výsledkem poznávacího procesu je určité relativní poznání o poznávaném objektu, které poznávající subjekt formuluje do jistých vět, pouček, matematických vztahů apod.

1.1 Filosofie procesu identifikace a modelování

Hlavní problém při vyjadřování představy o poznání tkví v možnosti jejího vyjádření v rámci nějaké vědecké teorie, formulované pomocí vhodných výrazových prostředků.

Identifikace prošla postupně etapami vývoje procesu poznání a adekvátně k nim se měnil také obsah jejich úloh. Totéž je možno říci o procesu modelování. Postupovalo se od nejjednodušších problémů rozpoznávání znaků, vytváření pojmů, až po vytváření asociací a analogií za účelem zevšeobecnování. Základní problémy identifikace a modelování, jakož i rozpoznávání znaků, klasifikace teorie znaků, abstrahování, zevšeobecnování, tvorby asociací a analogií bezprostředně souvisí s heuristikou, tj. disciplínou, která se zabývá neformálními metodami tvořivé činnosti.

Analýzou procesu identifikace dospíváme k tomu, že jeho základní technologií jsou experiment a známé způsoby odvozování, tj. indukce a dedukce. Experiment je velmi konkrétní technologií. Zahrnuje přístroje na měření, převod naměřených fyzikálních veličin na unifikované proudové nebo napětíové signály, jejich převod na číslicové verze, ukládání číslicových signálů na paměťová média apod. Zahrnuje tedy všechny ty prostředky, které umožňují transformace v objektu probíhajících jevů do viditelných relací nebo kvantit. Indukce je proces intuitivního dospívání k všeobecným závěrům na základě částečných

pozorování. Dedukce je proces logického vyvozování závěrů z jisté množiny tvrzení. Je proto metodou logickou, které základním nástrojem jsou logické systémy. Identifikace však nezahrnuje přístup k vlastnímu předmětu identifikace, tj. zkoumanému objektu. Identifikace poskytuje návod, jak proces zkoumání uskutečňovat. Nemluví o tom, co na daném objektu zkoumat, ale jak jej chápat.

1.2 Klasifikace modelů

Existují různá hlediska klasifikace modelů, které respektují specifické stránky odrazu reálné skutečnosti. Z hlediska vazby mezi poznáním teoretickým a experimentálním je lze dělit na:

- **interní**
- **externí**

přičemž do skupiny interních patří modely, které existující v mysli člověka jako abstraktní pojem, kdežto do externí patří realizace konceptuálních modelů a to s přihlédnutím na vztah modelu k subjektu, který jej vytváří.

Z hlediska úhlu pohledu použitých výrazových prostředků se modely dělí na:

- **materiální**
- **abstraktní**

kdy do skupiny materiálních se řadí modely s fyzikální podstatou, zatímco abstraktní modely jsou vytvořené opisem obsahu nebo formy. Další možností dělení modelů je na:

- **morfologické**
- **kybernetické**

přičemž do skupiny morfologických patří modely vytvořené z originálu takovým promítáním, při kterém se zachovává forma, neboli geometrická stránka a sleduje se vhodnost vnějších dimenzí, zatímco v případě kybernetických modelů dominuje při zobrazení shoda nebo podobnost chování struktury.

Jestliže fyzikální modely, vytvořené na příhodný substanci zvýrazňují formální stránku originálu, proto lze tedy hovořit o maketách, zatímco při zdůraznění obsahové stránky jde o analogony.

Z pojetí modelů pro účely řízení je nejzajímavější logický průnik kybernetických a abstraktních modelů, které patří do skupiny matematických modelů, u kterých je vyjádřena struktura i chování prostředky, jako matematické a logické výrazy, rovnice a algoritmy.

Matematické modely systémů pro účely řízení se dělí podle jejich charakteru na dvě velké skupiny:

- **statické**, při kterých vazbu mezi vstupními a výstupními veličinami reprezentují algebraické rovnice, ve kterých nevystupuje čas jako nezávisle proměnná, takže jde o relaci mezi ustálenými hodnotami vstupů a výstupů,
- **dynamické**, v případě kterých vazbu mezi vstupy a výstupy vyjadřují diferenciální rovnice; modely statické se obecně obdrží z modelu dynamického pro limitu $t \rightarrow \infty$.

Podle toho, zda parametry dynamických modelů jsou závislé na čase lze dělit modely na :

- **časově nezávislé**
- **časově závislé**

Za pomoci linearity lze rozdělit modely na:

- **lineární**
- **nelineární**

přítom jsou operace s lineárními modely při analýze i syntéze nesrovnatelně jednodušší než nelineárními, a proto se také podle možnosti přistupuje k linearizaci nelineárních systémů.

Jestliže uvažujeme jenom změny spojitých veličin, mezi kterými se popisuje vzájemná vazbu, bude jednat o modely:

- **spojitý**
- **diskrétní**

Dalším kritériem, z hlediska kterého se modely dělí, se vztahuje na charakter vazby mezi vstupy a výstupy, přičemž při bezprostřední závislosti jde o model:

- **vnější**, který popisuje relace „vstup – výstup“
- **vnitřní**, který je reprezentovaný relací „vstup – stav – výstup“ a proto se jedná o závislost zprostředkovanou přes stavové proměnné. Výhodou vnitřního neboli stavového modelu je, že je vhodnější pro aplikování moderních matematických metod, ale zároveň i pro využití modelování použitím prostředků nejmodernější výpočetní techniky

když jsou časově nezávislé, tak se u lineárních systémů používají funkce vnějších modelů spojitéch soustav diferenciální rovnice což jsou obrazové přenosy, naproti tomu při diskrétních soustavách diferenčních rovnic s jedná o stupňové přenosy. Vedle přenosů se používají jako vnější modely frekvenční, případně impulsní a přechodové charakteristiky.

- **neparametrických modelech**, který vyjadřuje relaci mezi závisle a nezávisle proměnnou např. frekvencí ω nebo časem t .
- **parametrických modelů**, které jsou vyjádřené analyticky jako funkce nezávisle proměnné a konečného počtu parametrů, jež jsou obvykle předmětem identifikace.

Obecně lze říct, že předností neparametrických modelů je nevyžadování žádné informace o struktuře modelu, ale na druhé straně je jejich modelování na počítači velmi pomalé a náročné na kapacitu paměti. Pokud se jedná o parametrické modely, jejich zápornou stránkou je, že je nutný předpoklad znalosti struktury systému, zatímco jejich kladnou stránkou je jednoduché modelování na počítači, poněvadž pomocí nevelkého objemu údajů o parametrech systému je možné popsat jeho dynamické chování.

1.3 Základní přístupy k identifikaci

Při analytickém způsobu identifikace se sestavuje matematický model na základě matematicko-fyzikální analýzy objektu. Vychází se přitom z konstrukčních, technologických a provozních údajů o daném objektu. Podle fyzikálních, chemických a jiných zákonů se matematicky popisují jevy, které probíhají v objektu a tím se získávají

vztahy mezi sledovanými veličinami. Tyto vztahy dále určují matematický model vyšetřovaného objektu. Hloubky jevů a struktury objektu, do kterých je potřeba proniknout, záleží na účelu použití daného modelu. Čím hlubší analýza se provádí, tím přesnější by měl být i matematický model, který však bude složitější, nákladnější, jeho odvození pracnější a používání náročnější. Proto je třeba zvážit, do jakých podrobností objekt analyzovat, aby sestavený model byl dostatečně přesný, přitom však aby nebyl příliš složitý a nákladný. Takto získaný matematický model je „strukturální“, což znamená, že jeho jednotlivé vztahy se shodují příslušnou částí vyšetřovaného objektu. Struktury modelu a objektu jsou si vzájemně podobné, v objektu jsou použity stejné vnitřní proměnné jako v modelu.

1.4 Úloha identifikace

Celý komplex problémů a operací, spojených s identifikací a modelováním lze principiálně rozdělit do těchto fází:

1. Správná formulace úlohy, pro kterou je model vytvářen.
2. Dekompozice složitého systému na relativně samostatné podsystemy, jejichž identifikaci je možno realizovat.
3. Tvorba modelů podsystemů, které se získají při dekompozici, což znázorňuje:
 - a) volba technického zabezpečení experimentu a výběr správných vstupů a výstupů jednotlivých podsystemů
 - b) měření vzájemně si odpovídajících vstupů a výstupů
 - c) vyhodnocením naměřených údajů vytvořit takový model, který dostatečně přesně dokáže ke zvoleným vstupním signálům přiřazovat správné odezvy na výstupech.

Položku c) lze dále rozdělit na tři okruhy problémů:

- volba vhodné struktury modelu
- volba kritéria, které porovnává shody modelu s vyšetřovaným objektem
- volba algoritmu, který při zadané struktuře modelu minimalizuje hodnotu kritériální funkce

4. Sestavení celkového modelu systému z částkových modelů jednotlivých podsystémů, vytvořených dekompozicí celku, a nakonec ověření neboli verifikace celkového výsledného modelu.

Následuje realizace externího modelu, přičemž obvykle budou jeho předpokládané vlastnosti ve značném rozporu se skutečností. V takovém případě se vrací zpět a opakuje se práce od druhé etapy, dokud se nedosáhne požadované shody modelu s reálným objektem. Zpřesňování modelu v této fázi se uskutečňuje hlavně na základě experimentální identifikace použitím principu tzv. černé skříňky, přičemž podle objemu apriorních informací se její barva může měnit na různé odstíny šedé.

Na základě apriorních informací a podle záměrů řízení se zkoumá, jestli vyšetřovaný objekt je výhodnější charakterizovat model jako:

- statický nebo dynamický
- lineární nebo nelineární
- s rozloženými nebo soustředěnými parametry
- deterministický nebo stochastický
- t -variantní nebo t -invariantní
- spojitý nebo diskrétní
- jednorozměrový nebo mnoharozměrový.

2 ANALYTICKÉ METODY IDENTIFIKACE

Matematický model objektu získaný teoretickou analýzou je třeba vždy upravit do tvaru, z kterého by byly zřejmé dynamické vlastnosti vyšetřovaného objektu, případně do tvaru, který by byl vhodný na další použití. I při identifikaci relativně jednoduchých objektů vznikají komplikované a složité modely, jejichž řešení z hlediska rozsahu výpočtu by bylo neekonomické. Proto v další fázi je nutné model zjednodušovat neboli aproximovat, kdy původní matematické vztahy se nahrazují jednoduššími a získává se model v použitelnějším tvaru, avšak zachovávající a nezkrslující ty vlastnosti a relace na objektu, které vyšetřuje. Důsledná fyzikální analýza vede zpravidla na složitější typy rovnic, jejichž přímé analytické řešení je více obtížné. Proto významnou součástí procesu zjednodušování modelu je jeho linearizace. Proces zjednodušování není jednoduchý, vyžaduje velkou zkušenost a hrozí při něm nebezpečí, že výsledný model nebude adekvátní objektu. Dostatečně všeobecná a spolehlivá metoda aproximace, zaručující požadovanou shodu chování původního a zjednodušeného modelu, neexistuje. V celém procesu tvorby modelu se zavádí řada předpokladů, zjednodušení a aproximací, které mají vliv na přesnost modelu. Tato skutečnost je jedním z důvodů, proč se analyticky odvozený model experimentálně testuje.

2.1 Charakteristika jednotlivých fází matematicko-fyzikální analýzy

První fáze se zakládá na výběru souboru veličin a vztahů mezi nimi, pomocí kterých je možno dostatečně přesně popsat uvažovaný reálný proces. Při modelování průtokového ohřívače se jednalo o výběr tří vstupních veličin P, Q, \mathcal{G}_1 , jedné veličiny výstupní \mathcal{G}_2 a měřitelné poruchové veličiny \mathcal{G}_0 . U složitých objektů se provádí pro potřeby analýzy dekompozice objektu na jednodušší části a určují se hraniční podmínky. Výběrem příliš velkého počtu veličin pro sestavení modelu se může stát, že model bude příliš složitý a analýza mimořádně obtížná. Proto je nutné eliminovat nepodstatné veličiny na které je proces málo citlivý, což představuje první zjednodušující fázi. Je nutnost vyvarovat se zanedbání podstatných veličin, což by bylo na úkor adekvátnosti modelu reálného objektu.

Druhou fází je sestavení obecných závislostí mezi vybranými veličinami objektu. Je to vlastní fáze vytváření struktury matematického modelu objektu a patří k nejobtížnějším

fázím postupu. Tato fáze předpokládá dobrou znalost odborné problematiky, do níž objekt svou fyzikální povahou náleží a rovněž znalost příbuzných a teoretických disciplín. Analytik musí mít schopnost posoudit, které závislosti jsou podstatné jak z hlediska chování procesu, tak i z hlediska řízení. Při tvorbě struktury modelu se většinou vychází ze známých fyzikálních zákonů anebo rozličných závislostí odvozených anebo stanovených empiricky. Zákony, které se nejčastěji používají při analýze, lze rozčlenit na:

- a) **Zákony typu zachování.** Všeobecný tvar zákona zachování lze popsat následovně:

$$\sum \text{přítoků} + \sum \text{zdrojů} - \sum \text{odtoků} - \sum \text{zániků} = \text{časová změna akumulace}$$

Tento vztah znázorňuje bilanční rovnici, která lze aplikovat na tok určitého druhu hmoty nebo energie vyšetřovaným objektem. Pojmy jako vznik a zánik, které se používají ve všeobecné rovnici, je třeba chápat ve smyslu transformace jedné formy např. energie na druhou. Jestliže vyšetřený proces je ustálený, levá strana rovnice je rovna nule a proto je stav objektu ustálený.

- b) **Zákony typu sdílení,** kde při procesech, které probíhají samovolně a v určitém směru nestačí na popis bilanční rovnice předcházejícího typu. Proto je nutné použít zákon typu sdílení, kterého všeobecný tvar lze popsat:

$$\text{tok} = \text{součinitel přenosu} \times \text{gradient určujícího parametru}$$

kdy přenosový součinitel je převrácená hodnota sdíleného odporu. Použití tohoto zákona je např. Newtonův zákon, ve kterém se definuje dynamická, nebo případně kinematická viskozita tekutiny, Ohmův zákon, Fourierův zákon sdílení tepla vedením, apod.

- c) **Stavové rovnice,** kde ve vyšetřovaném objektu vzniká více stavových veličin navzájem nezávislých a působících na dynamiku procesu, je třeba sestavit stavové rovnice, které představují vazby mezi stavovými veličinami. Stavové rovnice se musí odvodit z fyzikálních vztahů mezi stavovými veličinami.
- d) **Bilance entropie,** kde vyšetřovaný proces obsahuje dva nebo více částečných nevratných dějů, díky tomu vznikají pomocí superpozice nové jevy a pro popis dynamiky jsou nutné rovnice bilance entropie.

2.2 Pravidla pro sestavování analytických modelů jednoduchých objektů

Pro sestavení matematických analytických modelů je užitečné použít metodu schémat blokové algebry, při které se postupuje tímto způsobem:

1. Složí se funkční a technické schéma pro modelovaný objekt.
2. Určí se všechny prvky a veličiny, které se vyskytují v obvodu a dále se označí působení veličin a signálů.
3. Mezi vztahy jednotlivých veličin se sestaví matematicko-fyzikální analýza příslušné diferenciální rovnice s obecnými konstantami. Výstupní veličiny lze považovat za závislé, vstupní jako nezávisle proměnné. Vstupní veličiny do jednotlivých subsystémů mohou být výstupními veličinami z předcházejících subsystémů. V tomto případě je vhodné postupovat od konce, tak až se obdrží vstupní veličiny systému.
4. Na základě diferenciálních rovnic a vazeb jednotlivých veličin se sestaví blokové schéma. Jednotlivé bloky schématu se popíší a vyznačí se příslušné vstupní a výstupní veličiny.
5. Jestli jsou statické vztahy jednotlivých veličin lineární nebo v okolí pracovních bodů linearizovatelné, nahradí se jednotlivé bloky operátorovými přenosy. Nejsou-li statické vztahy lineární, tak slouží blokové schéma jako podklad pro počítačové modelování.
6. Jsou-li označeny jednotlivé bloky přenosovými funkcemi, zjednoduší se celé schéma v souladu s pravidly blokové algebry až na operátorový přenos, který vyjadřuje poměr mezi operátorovými obrazy výstupní a vstupní veličiny.

3 ZÁKLADNÍ POJMY Z PRAVDĚPODOBNOСТИ, MATEMATICKÉ STATISTIKY A TEORIE NÁHODNÝCH PROCESŮ

Při experimentální identifikaci procesů se využívají údaje o vyšetřovaném objektu ve formě hodnot vstupních a výstupních veličin. Ve velké většině případů se jedná o veličiny, které nejsou časově determinované, ale jejich chování je náhodné a jejichž vlastnosti lze popsat jenom za pomoci matematické statistiky a teorie pravděpodobnosti. Právě tyto disciplíny jsou základním východiskem teorie náhodných procesů, se kterými se pracuje jak při návrhu adaptivního řízení procesů, tak i při řešení úloh experimentální identifikace.

3.1 Základní pojmy z teorie pravděpodobnosti

Při definování pravděpodobnosti je nejvíce důležitým pojmem jev. Jako jev je označována každá skutečnost, která nastala či nenastala následkem pokusu. Každému jevu, který je pozorovaný při pokusu, náleží pravděpodobnost P z intervalu $0 \leq P \leq 1$. Jistý jev má pravděpodobnost 1, nemožný pravděpodobnost 0.

Když se vyšetřuje určitý soubor jevů z hlediska výskytu jevu A , a při vyšetření N případů se tento jev vyskytuje m -krát, tak se tato hodnota nazývá absolutní četnost. Klasická definice pravděpodobnosti výskytu jevu A je proto definována vztahem pro tzv. relativní četnost

$$P(A) = \frac{m}{N} \quad (3.1)$$

kde číselník m je absolutní četnost a $P(A)$ se označuje jako relativní četnost

Definice pravděpodobnosti, označovaná jako statistická, je založena na relativních četnostech jevu A . Z toho plyne, že je potřeba soubor rozdělit na menší soubory N_i a určit se její dílčí relativní četnosti

$$P_i(A) = \frac{m_i}{N_i} \quad (3.2)$$

Když při rostoucím počtu pokusů N_i bude pozorovaná relativní četnost $\frac{m_i}{N_i}$ jevu A oscilovat ve stále užších mezích kolem určitého čísla, lze proto předpokládat, že toto číslo je pravděpodobností jevu A . Bude-li počet vyšetřovaných jevů narůstat, tj. $N_i \rightarrow \infty$, bude se

P_i blížit určité konstantě P_∞ , která se nazývá statistická pravděpodobnost vyšetřovaného jevu.

Náhodné veličiny je možno charakterizovat jejich časovým průběhem, který je v každém časovém intervalu $\langle t, t+T_z \rangle$ jiný. Z technických důvodů nelze náhodné veličiny sledovat v celém intervalu $\langle -\infty, \infty \rangle$ a proto se definuje realizace náhodné veličiny $x^{(l)}(t)$, neboli realizace náhodného procesu, proto platí

$$x^{(l)}(t) = X(t) \quad \text{pro } 0 \leq t \leq T_z$$

$$x^{(l)}(t) = 0 \quad \text{pro ostatní hodnoty } t$$

přitom je T_z interval pozorování

Přehled všech realizací se označuje jako náhodný proces a je popsán náhodnou funkcí $X(t)$. Stochastický neboli náhodný proces se definuje jako funkce času, která může nabýt při jednotlivých pokusech různého konkrétního tvaru, přičemž není předem známo, jaký tvar to bude.

3.2 Jednorozměrová náhodná veličina

Většina veličin, které působí na reálný proces má pouze náhodný charakter a to především účinné složky těchto veličin, které bývají rušeny náhodnými časově proměnnými poruchami označující se jako šum. Náhodnými časově proměnnými veličinami se rozumí veličiny, které není možno vyjádřit analyticky, protože neznáme jejich matematický vyjádření.

U těchto veličin jejich hodnota $x(t)$ v čase t neurčuje hodnotu $x(t+\Delta t)$ v čase $t+\Delta t$. Určit lze jen pravděpodobnost $P(x,t)$ a to že hodnota této veličiny $x(t+\Delta t)$ bude ležet v určitém intervalu. Stejně jako analyticky vyjádřené veličiny, tak i náhodné veličiny lze dělit na spojitě a diskrétní.

3.3 Mnoharozměrové náhodné veličiny

V technické praxi se poměrně často pracuje se dvěma nebo více náhodnými veličinami. Když se vyskytují v dynamickém systému dvě náhodné veličiny – vstup u a výstup y , jedná se pak o systém dvou náhodných veličin. Střední hodnoty veličin se označí jako μ_u a μ_y následně U a Y , σ_u^2 a σ_y^2 jsou jejich rozptyly.

Náhodná veličina U je nezávislá na náhodné veličině Y , jestliže zákon rozdělení proměnné u nezávisí na tom, jaké hodnoty nabyla proměnná Y . Závislost, respektive nezávislost proměnných je vzájemná. Těsnost vazby, který můžeme označit i jako stupeň lineární závislosti mezi dvěma náhodnými veličinami udává tzv. korelační moment neboli kovariance

$$C(U, Y) = \{[U - E[U]][Y - E[Y]]\} \quad (3.1)$$

Její odhad se tedy určí ze vztahu

$$\hat{C}_{uy} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (u(k) - \hat{\mu}_u)(y(k) - \hat{\mu}_y) \quad (3.2)$$

Autokovariance je rovna rozptylu

$$C(U, U) = \{[U - E[U]]^2\} = \sigma_u^2 \quad (3.3)$$

Její odhad lze určit ze vztahu

$$\hat{C}_{uu} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N [u(k) - \hat{\mu}_u]^2 = \hat{\sigma}_u^2 \quad (3.4)$$

Vnitřní strukturu náhodné veličiny lze hodnotit na základě průběhu **autokorelační funkce**, která je výrazem těsnosti vazby či vzájemné souvislosti mezi pořadnicemi realizace náhodné veličiny $u(t)$ v okamžiku t a tou samou realizací posunutou o časový úsek τ . Praktickým příkladem může být například měření venkovní teploty. Hodnoty naměřené teploty, mezi kterými je interval jedna hodina, mají větší těsnost vazby, než když tento interval bude jeden týden.

Vlastnosti autokorelačních funkcí lze rozdělit:

1. Autokorelační funkce v počáteční hodnotě $R_{uu}(0)$ je totožná jako střední hodnota kvadrátu náhodné veličiny označované jako X

$$R_{uu}(0) = \lim_{\tau \rightarrow 0} R_{uu}(\tau) = E[U^2] = \sigma^2[U] \quad (3.5)$$

2. Autokorelační funkce argumentu τ je sudá funkce

$$R_{uu}(-\tau) = R_{uu}(\tau) \quad (3.6)$$

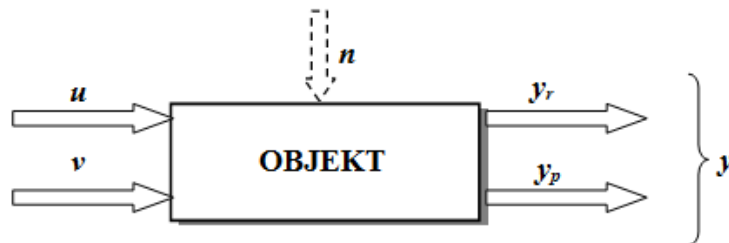
3. Autokorelační funkce v čase τ nemá větší hodnotu než je hodnota pro $\tau = 0$

$$R_{uu}(\tau) \leq R_{uu}(0) \quad (3.7)$$

Vzájemná korelační funkce je funkcí dvou náhodných veličin $u(t)$ a $y(t)$ a vyjadřuje těsnost vazby mezi veličinou $u(t)$ v okamžiku t a veličinou $y(t+\tau)$ o čas τ později.

4 EXPERIMENTÁLNÍ METODY IDENTIFIKACE

V experimentální identifikaci se využívají údaje a informace získané o objektu, buď v průběhu jeho pozorování v normálním provozu, nebo při vhodně vybraném experimentu. Použitím vstupních a jim odpovídajících výstupních dat měřených na vyšetřovaném objektu, se určí jeho matematický model, jeho parametry, případně se specifikuje struktura. Rozsah a hloubka využití apriorních informací může být různá, posuzuje se vždy z hlediska účelu identifikace a cílů řízení. Někdy je praktické využít existující informaci o vnitřních vlastnostech objektu, často je však vhodné, případně možné, využít jen informace o vnějších vlastnostech a charakteristikách objektu.

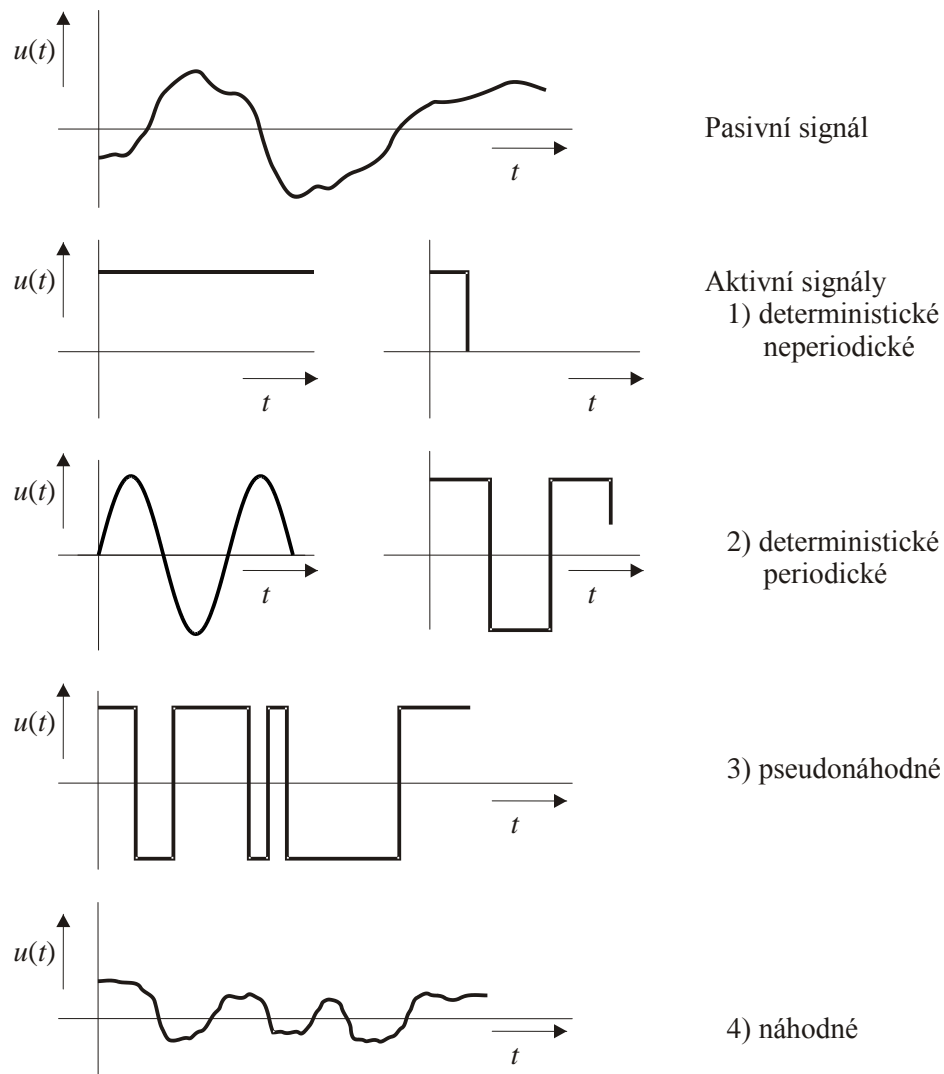


Obr. 4.1 Schematické znázornění objektu

4.1 Přehled identifikačních metod

Během vývoje teorie identifikace a modelování byla nalezena řada metod experimentální identifikace, avšak další nové metody jsou stále nově publikovány. Z počáteční snahy o co nejjednodušší postup při experimentální identifikaci, kdy např. vyhodnocujeme přechodové charakteristiky pomocí tečny v inflexním bodě, se s rozvojem výpočetní techniky přechází na stále sofistikovanější metodiku výpočtu odhadu parametrů modelu procesu. Není účelem těchto učebních textů snažit se o vyčerpávající souhrn všech až dosud navržených experimentálních metod. Proto je provedeno pouze stručné rozdělení experimentálních identifikačních metod, ze kterého by měla vyplynout souvislost mezi různými přístupy k identifikaci a současně jsou některé metody podrobněji rozpracovány.

Z definice experimentální identifikace vyplývá, že různorodost identifikačních metod spočívá ve volbě vstupního testovacího signálu, volbě typu matematického modelu a jeho struktury a ve volbě kritéria ekvivalence modelu a identifikovaného objektu. K tomu dále přistupují různé možnosti numerického řešení odhadu parametrů modelu procesu a různé způsoby zpracování naměřených dat.

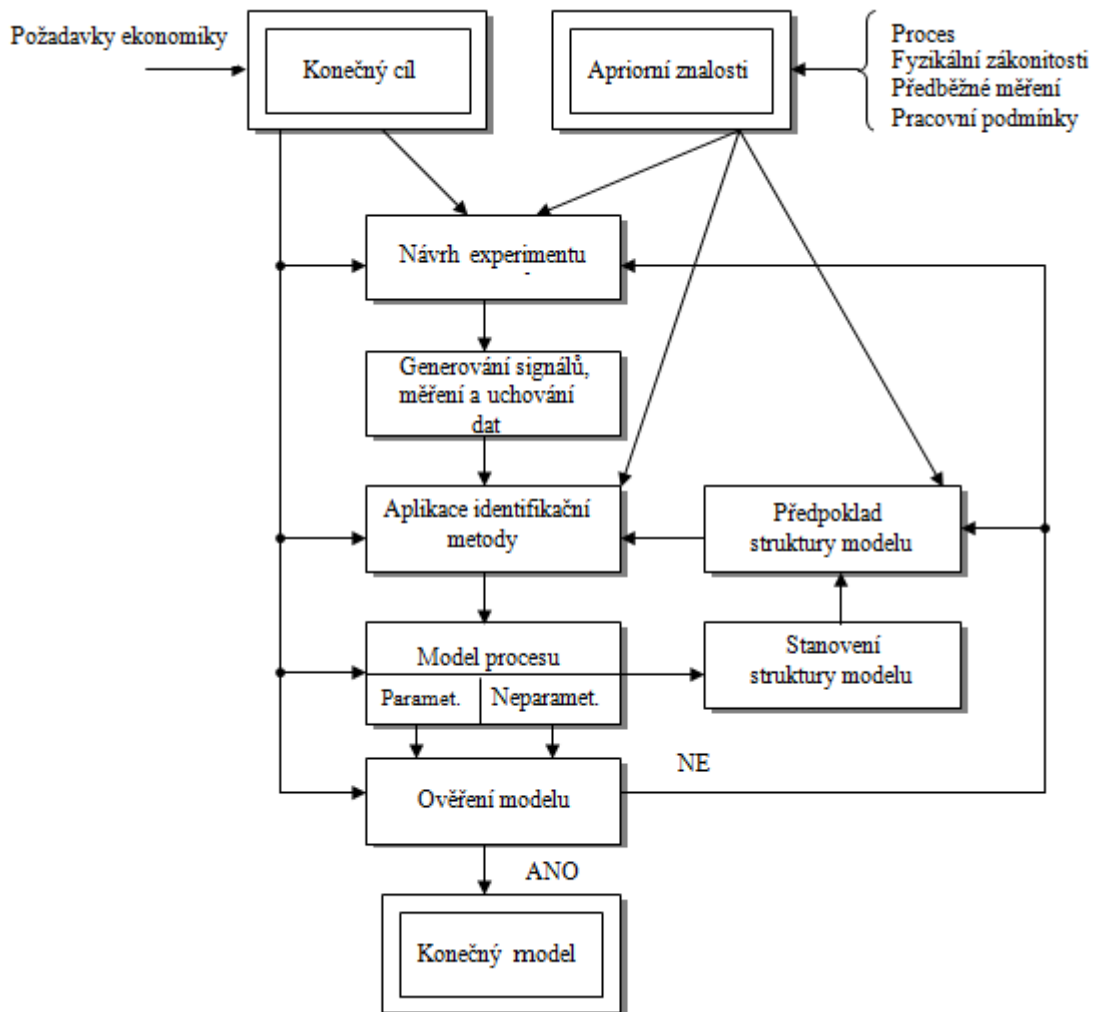


Obr. 4.2 Příklady testovacích signálů

4.2 Realizace experimentální identifikace

Pokud se bude identifikační experiment realizovat v podmínkách výrobního procesu, je nutno vzít v potaz, jak ovlivní experiment konečný výrobní produkt z ekonomického hlediska. Dále se musí vymežit konečný cíl identifikačního experimentu. Před zahájením vlastního experimentu je snaga získat o identifikovaném objektu co nejvíce apriorních

informací, ať již z matematicko-fyzikální analýzy, např. ze znalosti dominantní časové konstanty a dopravního zpoždění, nebo ze zkušenosti s technologickým provozem objektu stejně tak i předběžného měření např. průběhu statické charakteristiky. Podle takto získaných informací se navrhne vhodná experimentální metoda, rozsahy měřících a registračních přístrojů, volí se druh a parametry vstupního signálu, perioda vzorkování, druh periferních zařízení číslicových počítačů, délka měření a další podmínky experimentu. Potom následuje samotná realizace experimentu, při které se zaznamenávají průběhy vstupních a výstupních signálů. Během měření je výhodné udržovat ostatní vstupní veličiny na konstantní hodnotě. Naměřené průběhy je nutné před vlastním vyhodnocením upravit. Jedná-li se o vyhodnocení na číslicovém počítači, pak tato úprava spočívá nejprve v diskretizaci dat a jejich převedení na tvar vhodný pro vstup počítače, který slouží např. pro uložení dat na vhodná paměťová media, dále v normalizaci dat a ve vyloučení stejnosměrné složky, driftu a dopravního zpoždění. Předběžně je možné odhadnout pomocí některých metod i strukturu modelu.



Obr. 4.3 Postup experimentální identifikace

4.3 Volba modelu

Některé vybrané dynamické diskrétní modely, které jsou vhodné pro experimentální identifikaci. S ohledem na chování procesu, který probíhá ve vyšetřovaném objektu, lze experimentální modely rozčlenit na deterministické a stochastické neboli náhodné, přičemž je možno deterministické modely považovat pouze jako speciální případy modelů stochastických, kdy stochastická složka je zanedbatelně velká.

Při odvozování základních typů modelů se vychází z těchto předpokladů:

- objekt je lineární
- vstupní, výstupní i poruchový signály jsou stacionární

- výstupní signály se měří s chybou, kterou zanedbáváme

Dynamický deterministický objekt, ve kterém je výstup v libovolném okamžiku vyjádřen prostřednictvím předcházejících vstupů a výstupů objektu s použitím vnějšího matematického popisu

$$y(k) = f[y(k-1), y(k-2), \dots, u(k-d-1), u(k-d-2), \dots, k] \quad (4.1)$$

Diskrétní posloupnosti vstupních $u(k)$ a výstupních $y(k)$ veličin, které jsou vzorkované s periodou T_0 a kde d je počet kroků v dopravním zpoždění.

Každý reálný objekt má paměť, která je konečná a díky čemu se vyjadřuje skutečnost, že konečný počet vzájemně se předcházejících vstupů a výstupů má pozorovatelný vliv na současnou hodnotu vstupní veličiny, ta pak je závislá na n_a předchozích výstupech $\{y(k-i)\}_{i=1}^{n_a}$ a výstupní veličina je závislá na n_b předchozích vstupech $\{u(k-i)\}_{i=1}^{n_b}$. Hodnoty, které jsou označeny jako n_a , n_b určují paměťovou hloubku a nazývají se modelové řády.

Tab. 4.1 Typy stochastických diskrétních modelů

Zkratka modelu	Název modelu	Podmínky
ARX	AutoRegressive with eXogenous input	$C = D = F = 1$
AR	AutoRegressive	$B = 0, C = D = 1$
ARMA	AutoRegressive Moving Average	$B = 0, D = 1$
ARMAX	AutoRegressive Moving Average with eXogenous input	$D = F = 1$
OE	Output Error	$A = C = D = 1$
BJ	Box-Jenkins	$A = 1$
ARIMAX	AutoRegressive Moving Average with Integrator	$D = 1 - z^{-1}, F = 1$
FIR	Finite Impulse Response	$A = F = C = D = 1$

V reálných podmínkách je většina deterministických signálů ovlivněna náhodnou poruchovou složkou a proto záleží jen na poměru této složky k užitečnému signálu, jestli se bude jednat o deterministický nebo stochastický. Proto se následující část zaměří na popis základních typů diskrétních lineárních modelů stochastických soustav využívaných při identifikaci.

5 DETERMINISTICKÉ METODY IDENTIFIKACE

Metody experimentální identifikace, patří historicky mezi nejstarší identifikační metody. Jsou těsně spjaté s historickým vývojem teorie automatické regulace a jsou hlavně pro svoji jednoduchost v praxi často používané. Význam potom neztrácí taky proto, že slouží pro parametrizaci modelů, které se získají z neparametrických forem grafických průběhů anebo zápisu výsledků získaných pomocí měření. V teorii regulace se využívají tzv. standardní testovací signály, mezi které se řadí:

- harmonický signál
- jednotkový skok
- jednotkový (Diracův) impuls
- obecný signál

Signály, které jsou uvedené jako první tři mají jenom teoretický význam. Diracův impuls, který se nedá fyzikálně realizovatelný nejde z praktického důvodu použít. Problémy vznikají i dochází k realizaci jednotkového skoku, který vyžaduje v nekonečně krátkém intervalu změnu fyzikální veličiny. I harmonický signál, jehož realizace byla dříve potřebná pomocí speciálních generátorů, se v současné době může realizovat prostřednictvím výpočetní techniky. Docela jednoduše a s přesností, která je vyhovující je možné aproximovat jednotkový skok, pokud dojde ke skokové změně signálu, tak se uskuteční v mnohem kratším časovém intervalu, než jsou předpokládáné časové konstanty objektu, který je identifikovaný. Namísto Diracova impulsu se používají realizovatelnější impulsy konečné šířky a výšky.

5.1 Vyhodnocování přechodových charakteristik

V mnoha případech je jednoduše realizovatelným vstupním testovacím signálem skok, proto měření přechodových charakteristik je často používaným prostředkem na zjišťování dynamických vlastností objektu. Přechodová charakteristika se měří poměrně snadno tím způsobem, že objekt se nejprve uvede do stavu, který je ustálený a následně se vstupní veličina skokově změní na hodnotu jinou. Časový průběh výstupní veličiny přepočítaný na jednotkovou změnu vstupní veličiny je přechodovou charakteristikou. Měření přechodových charakteristik je výhodné i z toho důvodu, že nevyžaduje speciální

experimentální zařízení. Frekvenční spektrum jednotkového skoku je dáno výrazem $1/\omega$, se stoupající frekvencí klesá amplituda složek. Model bude dostatečně přesný pro nižší frekvence vstupního signálu. V oblasti vyšších mezních frekvencí objektu, bude vstupní signál utlumený a vlivem chyb měření bude model nepřesný. Dalším zdrojem chyb a vyhodnocování přechodových charakteristik jsou nelinearity v objektu, případně v měřicím obvodu a působení ostatních signálů a vstupů, které se po dobu experimentu nedaří udržovat na konstantních hodnotách. Z tohoto důvodu je třeba měření opakovat pro různé amplitudy a polaritu vstupního signálu a na zpracování použít střední pravděpodobný průběh charakteristiky.

K určení pořadnic výsledné přechodové charakteristiky je možné využití vztahu

$$f_k = \frac{\sum_{i=1}^N \text{sign}(\Delta u_i) y_{ik}}{\sum_{i=1}^N |\Delta u_i|} \quad (5.1)$$

kde N značí počet měření přechodové charakteristiky při nestejně velkých skokových změnách objektové vstupní veličiny

Δu_i je změna na skok vstupní veličiny při i -tém měření přechodové charakteristiky

f_k je pořadnice přechodové charakteristiky v čase $t = kT_0$

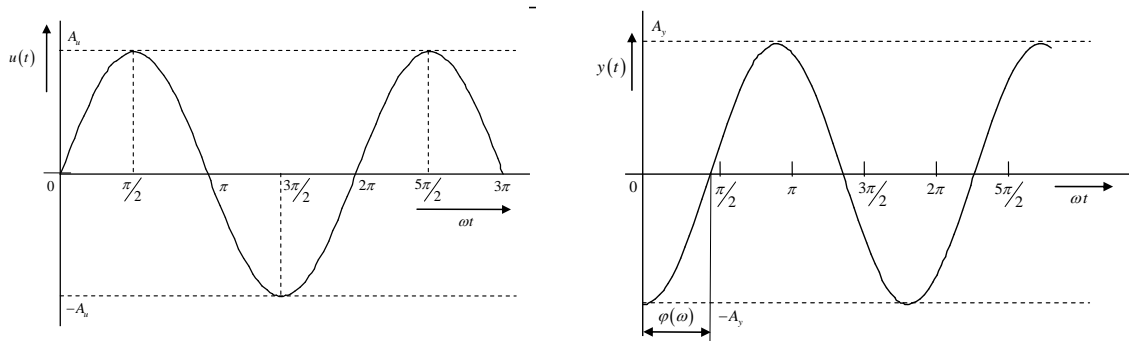
y_{ik} je hodnota odezvy výstupní veličiny soustavy při i -tém měření, v k -tém intervalu kde $k = 0, 1, \dots, m$ je pořadí vzorkovaných bodů přechodové charakteristiky

i pořadové číslo měření, $i = 1, 2, \dots, N$

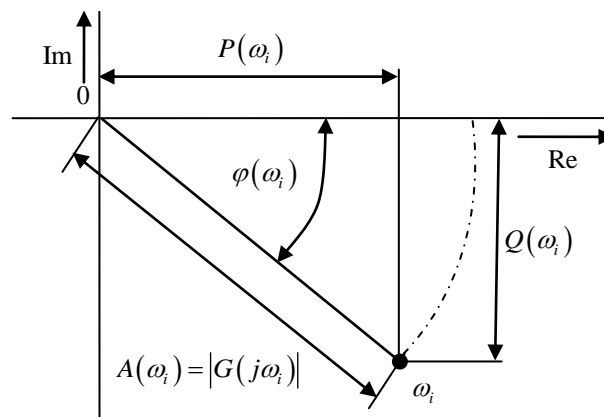
5.2 Vyhodnocení frekvenčních charakteristik

Amplitudově-fázovou frekvenční charakteristiku soustavy lze získat tak, že se na vstup soustavy připojí zdroj harmonických kmitů. Pro různé frekvence ω vstupního signálu $u(t)$ se měří po ustálení poměr amplitud ustálených kmitů na výstupu $A_y(\omega)$ a vstupu $A_u(\omega)$ a fázové posunutí $\varphi(\omega)$ výstupního harmonického signálu proti vstupnímu signálu. Na obr. 5.1 jsou znázorněny průběhy vstupního signálu s amplitudou A_u a výstupního signálu

s amplitudou A_y . Toto měření se opakuje s různými kruhovými frekvencemi ω_i vstupního signálu, přičemž zvolenými frekvencemi je třeba podle možností obsáhnout rovnoměrně celé frekvenční pásmo signálů, které soustava přenáší. Při lineárních objektech má výstupní signál vždy stejnou frekvenci jako signál vstupní. Pro každou zvolenou frekvenci ω_i se z ustálených kmitů na vstupu i výstupu objektu určí poměr amplitud a příslušný fázový posuv. Tyto dvě hodnoty určují jeden bod frekvenční charakteristiky.



Obr. 5.1 Průchod netlumeného harmonického signálu lineární soustavou



Obr. 4.2 Princip sestavení experimentální frekvenční charakteristiky

Spojením všech naměřených bodů se určuje ta část frekvenční charakteristiky, která patří zvolenému rozsahu frekvencí. Princip sestavení bodu frekvenční charakteristiky pro frekvenci ω_i je znázorněn na obr. 5.2. Na měření je potřebný generátor harmonických signálů nebo harmonický signál lze generovat prostřednictvím výpočetní techniky.

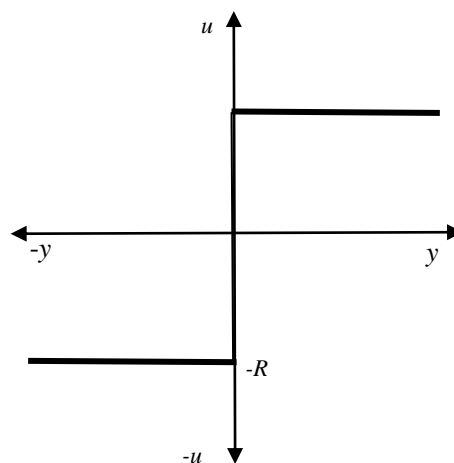
Pro sestavení frekvenční charakteristiky pomocí pravouhlých souřadnic v komplexní rovině, se určí reálné a imaginární složky pomocí vztahů:

$$P(\omega_i) = A(\omega_i)\cos\varphi(\omega_i); Q(\omega_i) = A(\omega_i)\sin\varphi(\omega_i) \quad (5.2)$$

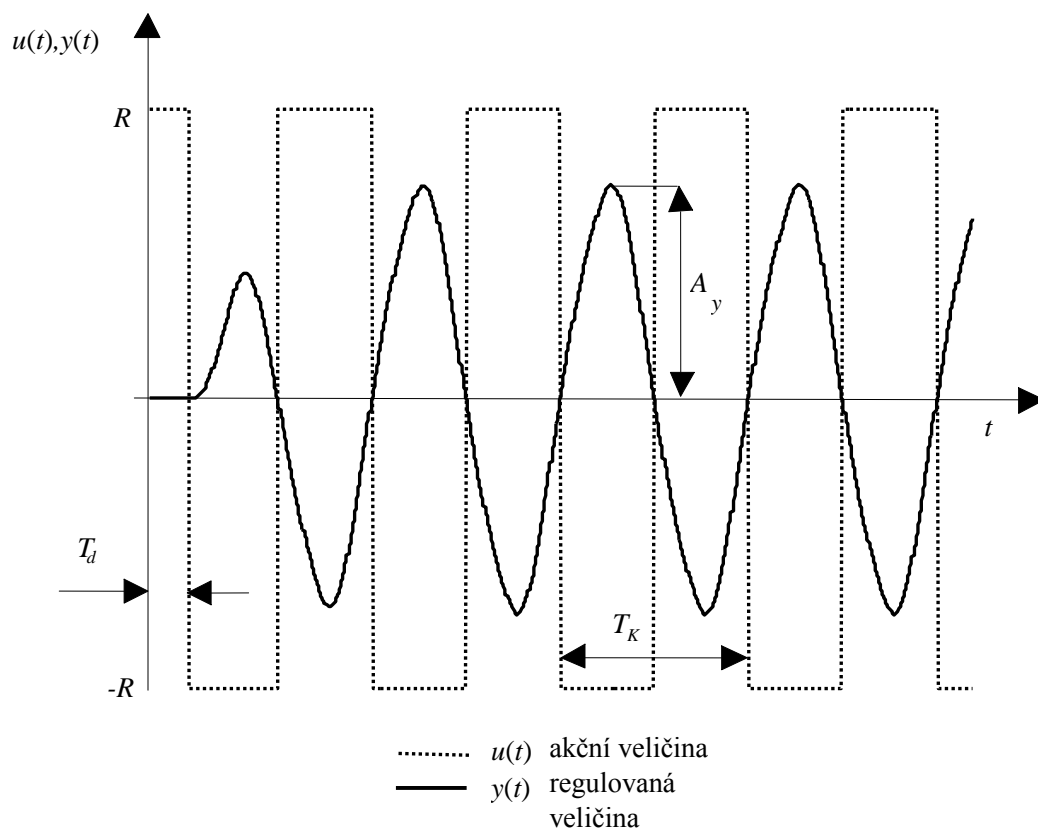
Monotonní anebo aperiodické změny ostatních veličin soustavy, na které nepůsobí generátor harmonického signálu, nenarušují měření. Náhodné poruchy a šумы ovlivňují měření hlavně v případech, kdy užitečný signál je v oblasti frekvenčního pásma šumu. Praktické měření frekvenčních charakteristik je u reálných technických objektů velmi obtížné a často z provozních a bezpečnostních důvodů nepřijatelné. Jestliže vyšetřovaný objekt má větší časové konstanty, trvá ustálení kmitů po každé změně frekvence dlouho, což je zdrojem dalších problémů při měření. Mnohé z těchto nedostatků se zmírňují nahrazením harmonického signálu různými druhy signálů.

5.3 Vyhodnocování odezvy na obecný vstupní signál

V roce 1983 navrhli pánové Åström a Hägglund metodu odhadování kritického zesílení K_{PK} a kritické frekvence ω_K pomocí identifikace neznámého procesu v uzavřené smyčce a nazvali ji autotune variation. Jako regulátor je použitý nelineární člen neboli relé, jehož statická charakteristika je znázorněna na obr. 5.3. Zařazením relé do regulačního obvodu se obvod rozkmitá na kritické frekvenci, přičemž akční vstupní veličina nabývá pouze dvou hodnot $\pm R$ a její průběh je proto obdélníkový. Zkreslení průběhu výstupní veličiny závisí na tom, jak soustava odfiltruje z akční veličiny vyšší harmonické.



Obr. 5.3 Reléová statická charakteristika



Obr. 5.4 Průběh vstupního a výstupního signálu nelineárního členu (relé)

6 STOCHASTICKÉ METODY IDENTIFIKACE

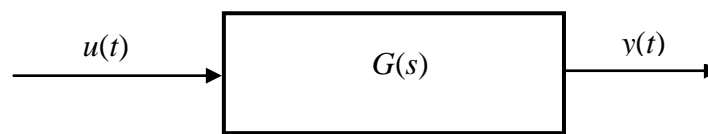
Deterministické metody mají jenom omezené možnosti praktického využití. Jedná se především o to, že u těchto metod se používají testovací vstupní signály, jejichž vlastnosti se obvykle podstatně liší od vlastností vstupních signálů, které ovlivňují chování reálného objektu při normálním provozu. Při působení náhodných poruch a šumů není vždy odezva dostatečně zřetelná, proto je třeba zvyšovat amplitudy vstupních testovacích deterministických signálů, což může být z technologických a bezpečnostních důvodů nepřijatelné. Dalším nedostatkem je ta skutečnost, že při deterministických metodách je třeba měření provádět při rozpojeném regulačním obvodu. Většina z těchto nedostatků lze odstranit pomocí stochastických metod identifikace, a to především takové, které nepotřebují aktivní buzení objektu, ale využívají pouze údaje získané z provozního měření. Výhody použití náhodných signálů pro identifikaci:

- Pro identifikaci lze přímo využít náhodné vlivy a poruchy, nebo také šumy, které ovlivňují vstupy a výstupy každého provozního zařízení. Díky tomu není třeba použít žádný generátor testovacího signálu. Případně při aktivním experimentu se používají náhodné, případně pseudonáhodné signály typu bílého šumu. Hladina testovacího signálů při dostatečné délce trvání experimentu může být poměrně nízká.
- Šum, který vzniká v měřeném objektu, nemá vliv na jiné poruchy vstupující do objektu a proto při použití deterministických signálů se nemusí striktně udržovat na konstantních hodnotách.
- Měření se provádí na objektu, který nemá požadavek na vyřazení z normální provozní činnosti, případně i bez požadavku měření při kritických podmínkách.
- Pro identifikaci lineárních i nelineárních dynamických objektů jsou vhodné a to jak jednorozměrové, tak i mnoharozměrové veličiny.

Nevýhodou těchto metod je potom větší objem náročnějších výpočtů, které vyžadují použití výpočetní techniky.

6.1 Korelační metody

Tyto metody jsou založené na momentových charakteristikách náhodných procesů, které využívají náhodné poruchy a šумы pro určení vazeb neboli korelací mezi vstupními a výstupními objektovými veličinami. Korelační metody se zakládají na řešení Wienerovy-Hopfovy rovnice pomocí analýzy lineárních systémů v časové oblasti, jejíž výsledek je impulsní charakteristika systému. Dále lze získat frekvenční přenos systému pomocí spektrální analýzy.



Obr. 6.1 Průchod náhodného signálu spojitou lineární soustavou

6.2 Regresní metody

Regresní metody využívají jak regresní analýzu, tak i teorii odhadu, při nichž je úsilí náhodné poruchy a chyby odfiltrovat a díky vhodné aproximaci, vyšetřovanou funkční závislost analyticky vyjádřit. Regresní analýza je určena nejen pro vyšetřování statických, ale i dynamických systémů. Velký rozvoj výpočetní techniky v posledních desetiletích dovolil rozmach a zdokonalování regresních metod.

Obecný tvar pozorovaného objektu zapíšeme jako:

$$y(k) = \Theta^T(k) \Phi(k) + e_s(k) \quad (6.1)$$

V regresní analýze se rozlišují dvě hlavní skupiny proměnných. Proměnné v první skupině jsou proměnné, které se stávají předmětem našeho zájmu, které bychom rádi kontrolovali nebo ovlivňovali prostřednictvím proměnných skupiny druhé. Proměnné druhé skupiny jsou kontrolovány a jejich hodnoty je možné ovlivnit, nebo přinejmenším jednodušeji předpovědět nebo určit.

Nejvíce používanou regresní metodou je metoda nejmenších čtverců, kterou je možno odvodit ze vztahu:

$$\mathbf{y} = \mathbf{F}\boldsymbol{\Theta} + \mathbf{e} \quad (6.2)$$

kde \mathbf{y} je vektor výstupních veličin, \mathbf{e} je vektor chyb a v matici \mathbf{F} jsou uvedena vstupní a výstupní data získaná při měření na identifikovaném objektu. Z rovnice (6.2) pro chybu plyne:

$$\mathbf{e} = \mathbf{y} - \mathbf{F}\boldsymbol{\Theta} \quad (6.3)$$

Použitím kvadratické minimalizace chyby \mathbf{e} se získá základní maticový tvar pro odhad metodou nejmenších čtverců:

$$\hat{\boldsymbol{\Theta}} = (\mathbf{F}^T \mathbf{F})^{-1} \mathbf{F}^T \mathbf{y}. \quad (6.4)$$

Dále definujeme vektory v rovnici (6.2)

$$\begin{aligned} \mathbf{y}^T &= [y(n+1) \quad y(n+2) \quad \dots \quad y(N)] \\ \mathbf{e}^T &= [e_r(n+1) \quad e_r(n+2) \quad \dots \quad e_r(N)] \\ \boldsymbol{\Theta}^T(k) &= [a_1 \quad a_2 \quad \dots \quad a_n \quad b_1 \quad b_2 \quad \dots \quad b_n] \end{aligned} \quad (6.5)$$

a matici

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} -y(n) & -y(n-1) & \dots & -y(1) & u(n) & u(n-1) & \dots & u(1) \\ -y(n+1) & -y(n) & \dots & -y(2) & u(n+1) & u(n) & \dots & u(2) \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ -y(N-1) & -y(N-2) & \dots & -y(N-n) & u(N-1) & u(N-2) & \dots & u(N-n) \end{bmatrix} \quad (6.6)$$

Metodu nejmenších čtverců využíváme rovněž jako startovací algoritmus pro složitější a přesnější metody.

II. PRAKTICKÁ ČÁST

7 MĚŘENÍ A APROXIMACE PŘECHODOVÝCH CHARAKTERISTIK

Zadání:

1. V programovém prostředí WControl změřte přechodové charakteristiky tepelně proměnného odporu. Proveďte tři samostatná měření, vstupní příkon volte v rozmezí 50 - 100%. Pro určení pořadnic výsledné přechodové charakteristiky použijte vztah

$$f_i = \frac{\sum_{k=1}^N \text{sign}(\Delta u_k) y_{ik}}{\sum_{k=1}^N |\Delta u_k|} \quad (7.1)$$

kde N - je počet opakovaných měření přechodové charakteristiky při obecně nestejně velkých změnách vstupní veličiny objektu

Δu_k - skoková změna vstupní veličiny při k - tém měření přechodové charakteristiky

f_i - pořadnice výsledné přechodové charakteristiky v čase $t = i\Delta t$, kde Δt je perioda vzorkování

y_{ik} - hodnota odezvy výstupní veličiny objektu v i - tém intervalu vzorkování při k - tém měření

i - pořadí vzorkovaných bodů přechodové charakteristiky, $i = 0, 1, 2, \dots, m$

2. Určete inflexní bod výsledné přechodové charakteristiky pomocí vztahu

$$\frac{y(t^i) - y(t^{i-1})}{t^i - t^{i-1}} = \max, \text{ pro } i = 0, 1, 2, \dots, m \quad (7.2)$$

3. Pomocí několika bodové lineární regrese v okolí inflexního bodu určete rovnici tečny k inflexnímu bodu

$$y_t = a + bt \quad (7.3)$$

Parametry a , b určete regresním výpočtem. Dále určete dobu průtahu a dobu náběhu podle vztahů

$$T_u = -\frac{a}{b}, \quad T_n = \frac{\Delta y(t^m)}{b} \quad (7.4)$$

4. Poněvadž se jedná o soustavu druhého řádu, z tabulky 1. určete poměr časových konstant $\tau = \frac{T_2}{T_1}$ pro stanovení počátečních odhadů časových konstant podle vztahů

$$T_1^1 = \frac{t_1}{k_1(1 + \tau)}, \quad T_2^1 = \frac{\tau t_1}{k_1(1 + \tau)} \quad (7.5)$$

když $k_1 = 1.2564$ a časový úsek t_1 se určí z pořadnice $\Delta y(t_1) = 0.72 \Delta y(t^m)$ použitím vztahu

$$S = [\Delta y(t^i) - 0.72 \Delta y(t^m)]^2 = \min \quad (7.6)$$

Tab. 7.2 Závislost poměru časových konstant na pořadnici inflexního bodu

	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
T_u/T_n	0.050	0.072	0.084	0.092	0.097	0.100	0.102	0.103	0.103	0.104
$\Delta y_{in}/\Delta y(t^m)$	0.148	0.197	0.224	0.240	0.250	0.256	0.260	0.263	0.264	0.264

5. Pomocí numerických metod aproximujte přechodovou charakteristiku.

Gradientní metoda

Spočívá v nalezení minima funkce

$$f(T_1^k, T_2^k) = \sum_{j=1}^N \left(1 - \frac{T_1^k}{T_1^k - T_2^k} e^{-\frac{t^j}{T_1^k}} + \frac{T_2^k}{T_1^k - T_2^k} e^{-\frac{t^j}{T_2^k}} - \frac{y(t^j)}{\Delta y(t^m)} \right)^2 \quad (7.7)$$

Označme

$$h(T_1^k, T_2^k) = 1 - \frac{T_1^k}{T_1^k - T_2^k} e^{-\frac{t^j}{T_1^k}} + \frac{T_2^k}{T_1^k - T_2^k} e^{-\frac{t^j}{T_2^k}} - \frac{y(t^j)}{\Delta y_{max}} \quad (7.8)$$

Potom vztahy pro výpočet jednotlivých parciálních derivací jsou následující:

$$\begin{aligned}\frac{\partial f(T_1, T_2)}{\partial T_1} &= \sum_{j=1}^m 2h(T_1, T_2) \left[\frac{T_2}{(T_1 - T_2)^2} \cdot \left(e^{\frac{t^j}{T_1}} - e^{\frac{t^j}{T_2}} \right) - \frac{t_j}{T_1(T_1 - T_2)} e^{\frac{t^j}{T_1}} \right] \\ \frac{\partial f(T_1, T_2)}{\partial T_2} &= \sum_{j=1}^m 2h(T_1, T_2) \left[\frac{T_1}{(T_1 - T_2)^2} \cdot \left(e^{\frac{t^j}{T_2}} - e^{\frac{t^j}{T_1}} \right) + \frac{t_j}{T_2(T_1 - T_2)} e^{\frac{t^j}{T_2}} \right]\end{aligned}\quad (7.9)$$

Sestavíme minimalizující posloupnost, aby platilo

$$T_i^{k+1} = T_i^k - \lambda_k \left[\frac{\partial f(T_1, T_2)}{\partial T_i} \right]_{T_i = T_i^k}, \quad \text{pro } i = 1, 2 \quad (7.10)$$

přičemž λ_k se volí tak, aby platilo

$$f(T_1^{k+1}, T_2^{k+1}) < f(T_1^k, T_2^k) \quad (7.11)$$

jinak snížíme cyklicky λ_k na hodnotu

$$\lambda_{k+1} = \frac{\lambda_k}{10} \quad (7.12)$$

Nelineární regrese - Gauss-Newtonova metoda

Jsou hledány odhady parametrů v nelineární empirické formuli

$$y(t) = f(T_1, T_2, t) = 1 - \frac{T_1}{T_1 - T_2} e^{-\frac{t}{T_1}} + \frac{T_2}{T_1 - T_2} e^{-\frac{t}{T_2}} \quad (7.13)$$

minimalizuje se součet čtverců odchylek

$$S(T_1, T_2) = \sum_{j=1}^m [f(T_1, T_2, t^j) - y(t^j)]^2 = \sum_{j=1}^m q_j^2(T_1, T_2) \quad (7.14)$$

Newtonova metoda

Pomocí Newtonovy metody se řeší nelineární rovnice

$$f(\tau) = 1 - y_{in} - (1 + \tau)\tau^{\frac{\tau}{1-\tau}} \quad (7.15)$$

kde y_{in} je pořadnice inflexního bodu přechodové charakteristiky, $\tau = \frac{T_2}{T_1}$ je poměr časových konstant. Proto řešíme iterační rovnici

$$\tau_{k+1} = \tau_k - \frac{f(\tau_k)}{f'(\tau_k)} \quad (7.16)$$

přítom

$$f'(\tau) = -\tau^{\frac{\tau}{1-\tau}} \frac{2(1-\tau) + (1+\tau) \ln \tau}{(1-\tau)^2} \quad (7.17)$$

Pro výpočet konečných odhadů časových konstant použijte vztahy (7.5), pro určení pořadnic inflexního bodu y_{in} použijte vztah (7.2).

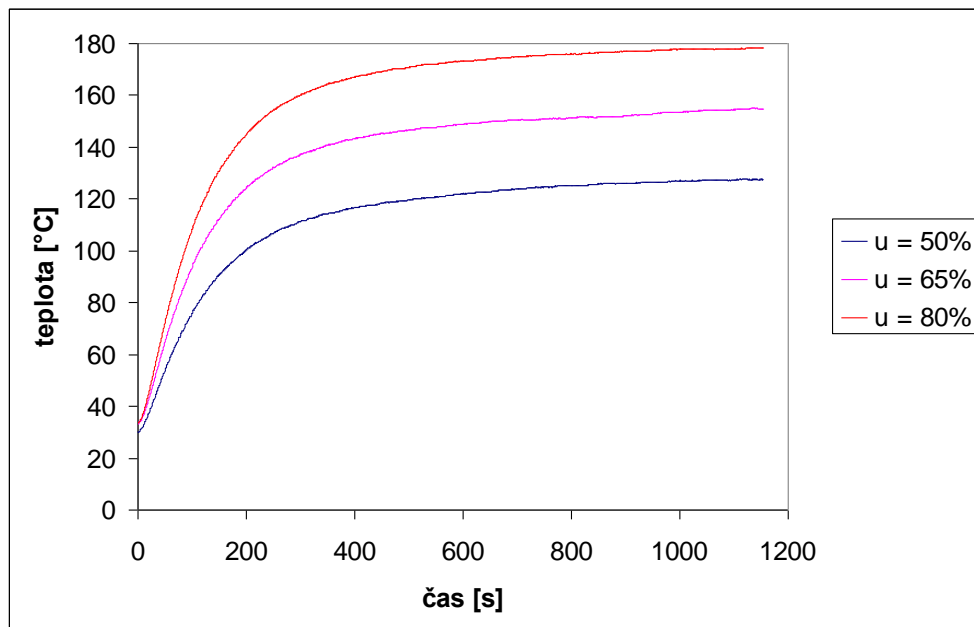
6. Výsledky aproximace získané jednotlivými metodami porovnejte prostřednictvím rozdílů kvadrátů sumy naměřených a aproximovaných hodnot přechodové charakteristiky podle vztahu

$$J = \frac{1}{m+1} \sum_{i=0}^m (f_i - y_{mi})^2 \quad (7.18)$$

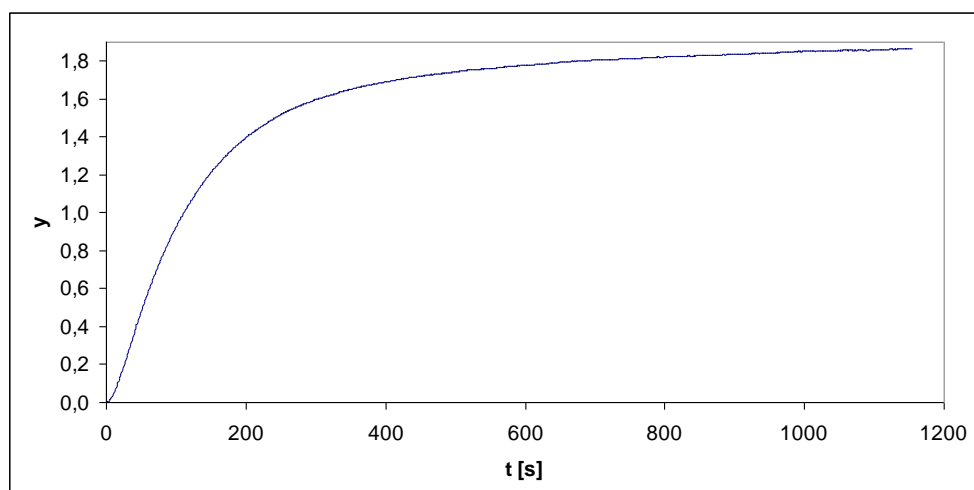
kde y_{mi} je hodnota aproximované charakteristiky v čase $t = i\Delta t$.

Řešení:

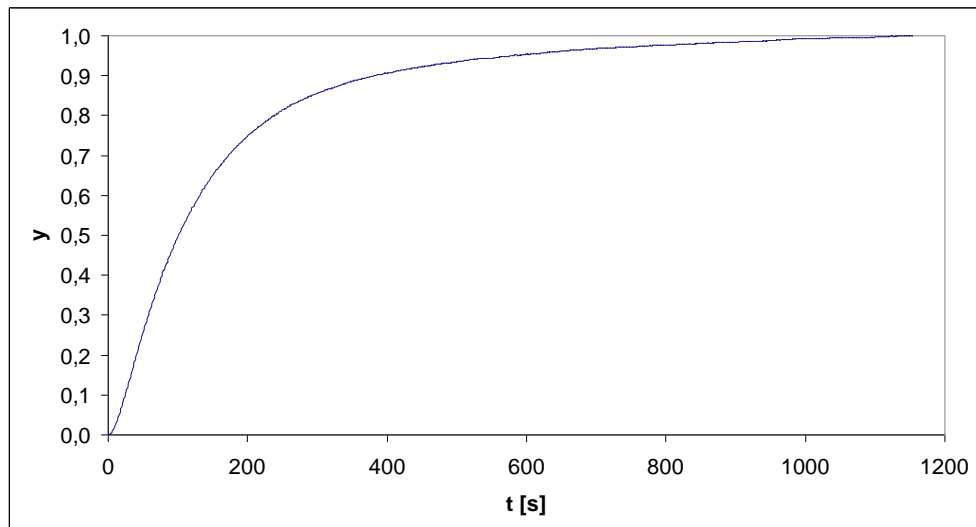
1. V prvním kroku se provede 3-krát měření přechodové charakteristiky, pokaždé pro jiný akční zásah (50%, 65%, 80%). Pomocí funkce f_i se provede zprůměrnování naměřených hodnot a tím se dostane jedna přechodová charakteristika.



Graf 7.1 Naměřené přechodové charakteristiky

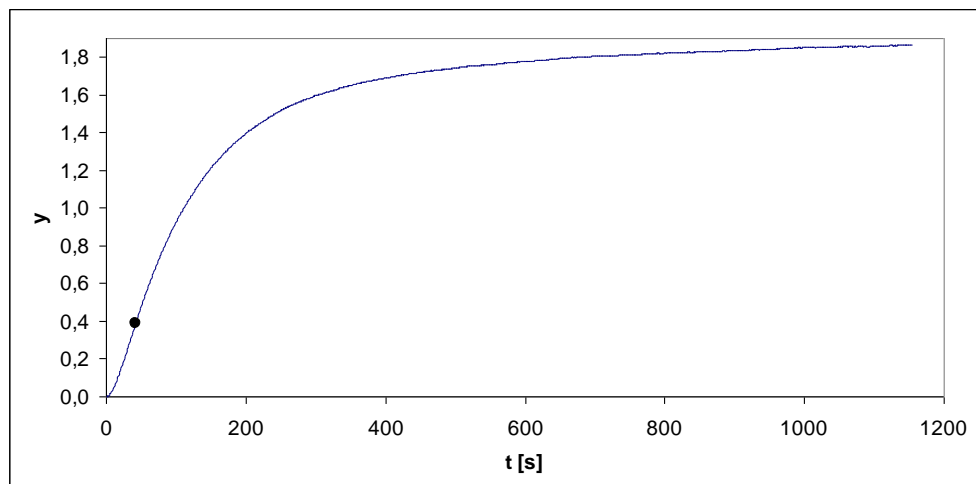


Graf 7.2 Výsledná přechodová charakteristika posunutá do počátku



Graf 7.3 Výsledná normalizovaná přechodová charakteristika

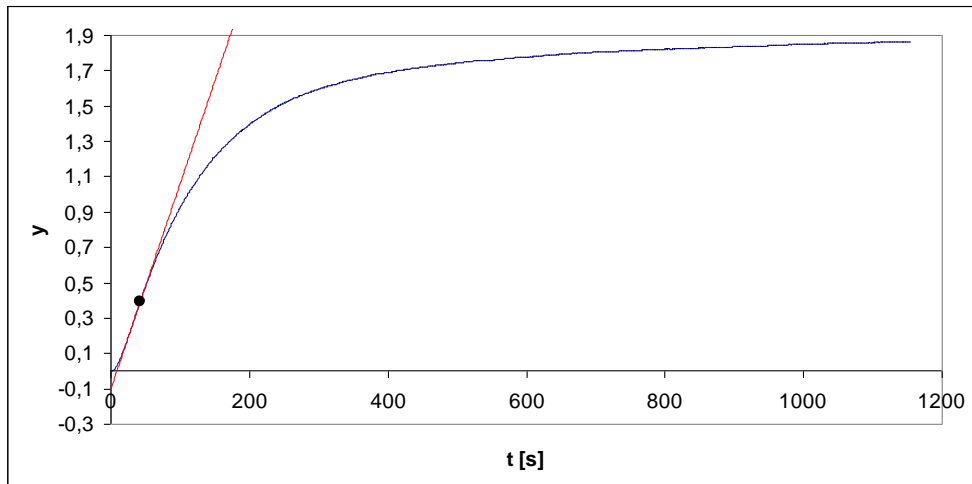
2. V tomto bodě se určí inflexní bod zprůměrované přechodové charakteristiky. Inflexní bod pak vyjde v čase $t = 42\text{s}$.



Graf 7.4 Vyznačený inflexní bod v přechodové charakteristice

3. V dalším kroku pomocí programu EXCEL určíme rovnici tečny pomocí pěti bodů před inflexním a pěti bodů za inflexním bodem.

Rovnice tečny: $y = 0.0116t - 0.0977$



Graf 7.5 Vykreslená přechodová charakteristika s tečnou inflexního bodu

$$a = -0.0977$$

$$b = 0.0116$$

$$T_u = -\frac{a}{b} = \frac{0.0977}{0.0116} = 8.42s$$

$$T_n = \frac{\Delta y(t_{\max})}{b} = \frac{1.865}{0.0116} = 160.8s$$

4. Dále určíme poměr časových konstant a stanovíme počáteční odhad časových konstant.

$$S = 0.00000049 \Rightarrow t_1 = 183 s$$

$$\frac{T_u}{T_n} = \frac{8.42}{160.8} = 0.0524 \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = 0.1 = \tau$$

$$T_1^1 = \frac{t_1}{k_1(1+\tau)} = \frac{183}{1.2564(1+0.1)} = \frac{183}{1.2564*1.1} = \frac{183}{1.38204} = 132.4s$$

$$T_2^1 = \frac{\tau \cdot t_1}{k_1(1 + \tau)} = \frac{0.1 \cdot 183}{1.38204} = 13.2s$$

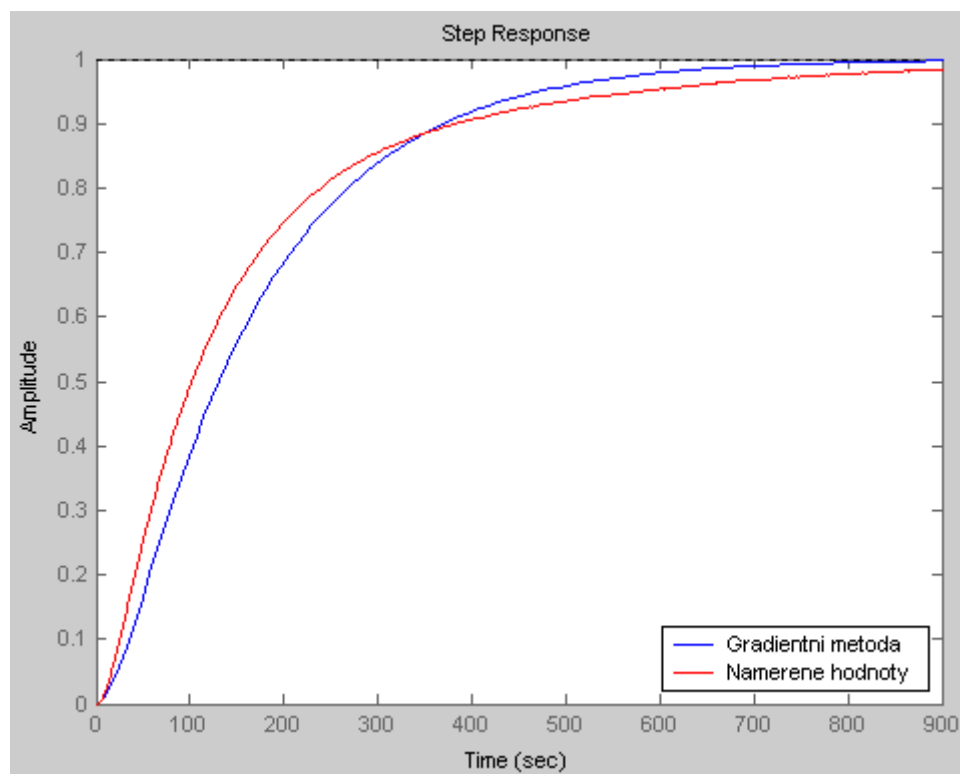
$$G(s) = \frac{1}{(132.4s + 1)(13.2s + 1)}$$

5. Zde se pomocí numerických metod aproximuje přechodová charakteristika a vykreslí se výsledné grafy v programu MATLAB.

Gradientní metoda

V programovém prostředí MATLAB se vytvoří první soubor m-file, který vypočítá zadaný přenos pomocí gradientní metody.

$$G(s) = \frac{1}{(148.97s + 1)(25.38s + 1)}$$

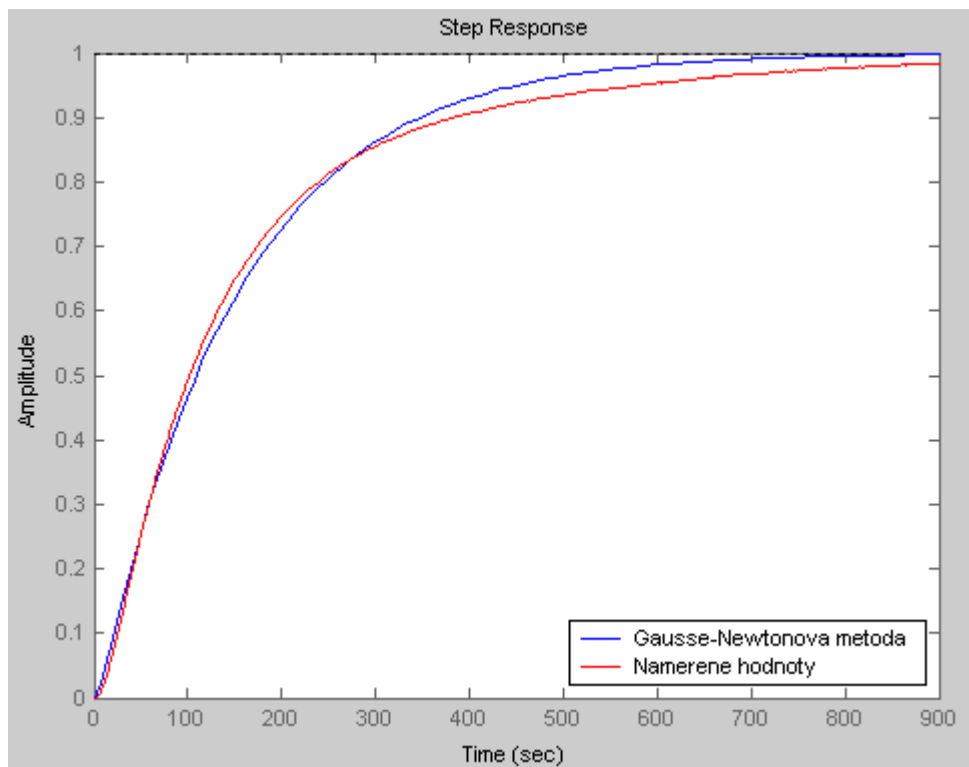


Graf 7.6 Přechodová charakteristika pro gradientní metodu srovnanou s naměřenými hodnotami

Gauss-Newtonova metoda

V programovém prostředí MATLAB se vytvoří druhý soubor m-file, díky kterému se vypočítá a vykreslí další přenos, tentokrát pomocí Gauss-Newtonovi metody.

$$G(s) = \frac{1}{(148.56s + 1)(5.97s + 1)}$$

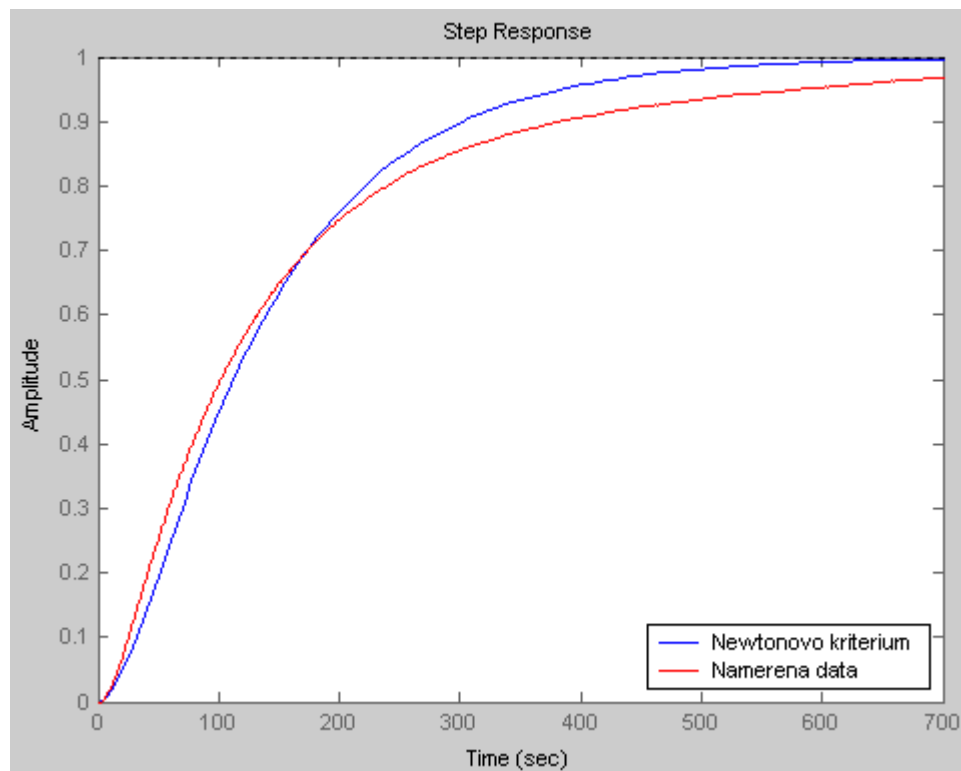


Graf 7.7 Přejchodová charakteristika pro Gauss-Newtonovu metodu srovnanou s naměřenými hodnotami

Newtonova metoda

V programovém prostředí MATLAB se vytvoří třetí soubor m-file, který daný přenos vypočítá a vykreslí pomocí Newtonovi metody.

$$G(s) = \frac{1}{(117.59s + 1)(28.06s + 1)}$$



Graf 7.8 Přejchodová charakteristika pro Newtonovu metodu srovnanou s naměřenými hodnotami

6. Jako poslední část je vytvoření souboru m-file, který vypočítá jednotlivé hodnoty kritéria kvality identifikace J :

Gradientní metoda

$$J = \frac{1}{m+1} \sum_{i=0}^m (f_i - y_{mi})^2 = 0.0048$$

Gauss-Newton metoda

$$J = \frac{1}{m+1} \sum_{i=0}^m (f_i - y_{mi})^2 = 0.000378$$

Newtonova metoda

$$J = \frac{1}{m+1} \sum_{i=0}^m (f_i - y_{mi})^2 = 0.0011$$

Z vypočítaných hodnot jednoznačně vyplynulo, že nejpřesnější metodou pro výpočet přechodové charakteristiky je Gauss-Newtonova metoda, jelikož hodnota kritéria kvality identifikace nabývá nejmenší hodnoty. Druhá, co se týče kvality přesnosti je metoda Newtonova. Nejméně přesná je Gradientní metoda.

ZÁVĚR

Teoretická část bakalářské práce je rozdělena do šesti kapitol. První kapitola se zabývá základními pojmy a problémy identifikace a také jejich modelováním. V druhé kapitole se práce zabývá analytickými metodami identifikace, jejich charakteristikou a pravidly pro sestavení analytických modelů. Třetí kapitola pojednává o pravděpodobnosti, matematické statistice a o teoriích náhodných procesů. Náplní čtvrté kapitoly je přehled identifikačních metod, jejich klasifikace, realizace a volba vhodného modelu. Pátá kapitola pojednává o deterministických metodách identifikace. Poslední šestá kapitola teoretické části práce je věnovaná stochastickým metodám, které se dělí na metody korelační a regresní.

Hlavním výsledkem praktické části bakalářské práce je vypracování elektronických podkladů pro přednášky z předmětu Identifikace systémů, které slouží jako podklady pro 13 dvouhodinových přednášek. Po domluvě s vedoucím mé bakalářské práce budu na výsledné prezentaci nadále spolupracovat a práci budu dále rozšiřovat a vylepšovat podle potřeby vedoucího. Tyto podklady byly vytvořeny v programu Microsoft PowerPoint a jsou přiloženy k této práci.

Další náplní praktické části bylo vytvoření ukázkového laboratorního cvičení pro studenty, které se zabývá aproximací přechodových charakteristik a slouží jako reálný příklad, který obsahem vychází z vytvořené elektronické přednášky. Z vypočítaných hodnot jednoznačně vyplynulo, že nejpřesnější metodou pro výpočet přechodové charakteristiky je Gauss-Newtonova metoda, poněvadž hodnota kritéria kvality identifikace nabývá nejmenší hodnoty.

Při vytváření bakalářské práce bylo snahou vycházet z rad a připomínek vedoucího práce. Během této práce jsem se díky tomu seznámil se základními pojmy a metodami identifikace a také s modelováním diskrétních a spojitých systémů. Díky tomu můžu dále čerpat ze znalostí, které jsem nabyl při tvorbě této práce v navazujícím magisterském studiu a to buď v samotném předmětu identifikace systémů nebo v předmětech souvisejících s teorií automatického řízení.

ZÁVĚR V ANGLIČTINĚ

The theoretical part is divided into six chapters. The first chapter deals with the basics information's and identification problems and also their simulation. In the second chapter of the thesis are analytical methods of identification, their characteristic and rules for composition of analytics models. The third chapter treat about the probability, mathematical statistic and about random process theories. The content of the fourth chapter summary of identification methods, their classification, realization and choice of suitable model. The fifth chapter treat about the deterministic methods of identification. The last sixth chapter of theoretical part is devoted of the stochastic methods.

The main produce of practical part in bachelor work is elaboration of an electronic support for extension from the course of the system identification, which is exemplary like source materials for 13 two-hours extensions. After the suasion with leader of my bachelor work I will operate on this final presentation cooperate further and I will extend and castigate by needs of leader. These source materials were created in the program Microsoft PowerPoint and they are enclosed to this work.

The next scope of practical part was created sample laboratory exam for students, which is deal with approximation of transient characteristics and it exemplary for real example, which result from the created electronic lectures. It unambiguously resulted from the calculated valuation, than the most exact method for the calculation approximation of transient characteristics is Gauss-Newton method, because result of the identification qualities criterion take the smallest value.

It was pursuit at formation of the bachelor work to go from an advices and suggestion by leader of the work. I introduced with the basics notions and identification methods and also with the simulation of discreet and continuous system during formation this work. I can further draw on the knowledge, which I coming into this work in the consequential dispensing college and that in the knockabout subject system identification or in the subjects related with automatic control theory.

SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY

- [1] Bobál, V., Böhm, J., Prokop, R., Fessler, J. Praktické aspekty samočinně se nastavujících regulátorů: algoritmy a implementace. Vysoké učení technické v Brně, 1999, ISBN 80-214-1292-2.
- [2] Bobál, V. Identifikace soustav. Zlín: Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně. Akademické centrum, 2009, ISBN 978-80-7318-888-7.
- [3] Bobál, V. Adaptivní a prediktivní řízení. Zlín: Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně, Akademické centrum, 2009, ISBN 978-80-7318-662-3.
- [4] Fikar, M., Míkleš, J. Identifikácia systémov. Bratislava: STU, 1999, ISBN 8022711772.
- [5] Soukup, J. Identifikace soustav. Praha: SNTL, 1990, ISBN 80-03-00494-2.
- [6] Noskovič, P. Modelování a identifikace systémů. Ostrava: Montanex, 1999, ISBN 80-7225-030-2.
- [7] Ljung, L. System Identification: Theory for the User. MIT Press Cambridge, 1987, ISBN 0-13-881640-9.

SEZNAM OBRÁZKŮ

<i>Obr. 4.1 Schematické znázornění objektu.....</i>	<i>24</i>
<i>Obr. 4.2 Příklady testovacích signálů</i>	<i>25</i>
<i>Obr. 4.3 Postup experimentální identifikace</i>	<i>27</i>
<i>Obr. 5.1 Průchod netlumeného harmonického signálu lineární soustavou.....</i>	<i>32</i>
<i>Obr. 5.2 Princip sestavení experimentální frekvenční charakteristiky.....</i>	<i>32</i>
<i>Obr. 5.3 Průběh vstupního a výstupního signálu nelineárního členu (relé).....</i>	<i>34</i>
<i>Obr. 5.4 Reléová statická charakteristika.....</i>	<i>33</i>
<i>Obr. 6.1 Průchod náhodného signálu spojitou lineární soustavou</i>	<i>36</i>

SEZNAM TABULEK

<i>Tab. 4.1 Typy stochastických diskrétních modelů.....</i>	28
<i>Tab. 7.2 Závislost poměru časových konstant na pořadnici inflexního bodu.....</i>	40

SEZNAM GRAFŮ

<i>Graf 7.1 Naměřené přechodové charakteristiky</i>	43
<i>Graf 7.2 Výsledná přechodová charakteristika posunutá do počátku</i>	43
<i>Graf 7.3 Výsledná normalizovaná přechodová charakteristika</i>	44
<i>Graf 7.4 Vyznačený inflexní bod v přechodové charakteristice.....</i>	44
<i>Graf 7.5 Vykreslená přechodová charakteristika s tečnou inflexního bodu</i>	45
<i>Graf 7.6 Přechodová charakteristika pro gradientní metodu srovnanou s naměřenými hodnotami.....</i>	46
<i>Graf 7.7 Přechodová charakteristika pro Gauss-Newtonovu metodu srovnanou s naměřenými hodnotami.....</i>	47
<i>Graf 7.8 Přechodová charakteristika pro Newtonovu metodu srovnanou s naměřenými hodnotami.....</i>	48

SEZNAM PŘÍLOH

P I Zdrojový kód v MATLABU

P II Vypracované přednášky v programu POWERPOINT

PŘÍLOHA P I: ZDROJOVÝ KÓD PROGRAMU MATLAB

```
%Hledani inflexního bodu funkce
clc;
clear all;
close all;

y = y;
t = t;
N = length(t);
max_inflex = 0;

for i = 2:1:N
    inflex = (y(i) - y(i-1)) / (t(i) - t(i-1));
    if inflex > max_inflex
        max_inflex = inflex;
        t_inf = i;
    end;
end;

min_S = 1;

for i = 1:1:N
    S = (y(i) - 0.72 * max(y)) ^ 2;
    if S < min_S
        min_S = S;
        t1 = i;
    end;
end;

t_inf
y_inf = y(t_inf)
min_S
t1

od = t_inf - 5;
do = t_inf + 5;
smernice = polyfit(t(od:do), y(od:do), 1)

Tu = - smernice(2) / smernice(1)
Tn = max(y) / smernice(1)

%Vypocet Gausse-Newtonovi metody
clc;
close all;
clear all;

t = t;
y = y;
T1 = 132.4;
T2 = 13.2;
T = [T1; T2];
lambda = 1;
n = 3000;
presnost = 0.0001;

for k = 1:1:n
    suma_q = 0;
    suma_q1 = 0;
    df_T1 = 0;
    df_T2 = 0;
    zlomek_1 = T1(k) / (T1(k) - T2(k));
```

```

zlomek_2 = T2(k) / (T1(k) - T2(k));
zlomek_3 = T2(k) / ((T1(k) - T2(k)) ^ 2);
zlomek_4 = T1(k) / ((T1(k) - T2(k)) ^ 2);
for i = 1:1:length(t)
    q(i,1) = 1 - zlomek_1 * exp(-t(i) / T1(k)) + zlomek_2 * exp(-t(i)
/ T2(k)) - y(i);
    suma_q = suma_q + q(i) ^ 2;

    df_T1 = zlomek_3 * (exp(-t(i) / T1(k)) - exp(-t(i) / T2(k))) -
t(i)/(T1(k) * (T1(k) - T2(k))) * exp(-t(i) / T1(k));
    df_T2 = zlomek_4 * (exp(-t(i) / T2(k)) - exp(-t(i) / T1(k))) -
t(i)/(T2(k) * (T1(k) - T2(k))) * exp(-t(i) / T2(k));

    J(i,1) = df_T1;
    J(i,2) = df_T2;
end;
deltaT = - (J' * J) ^ (-1) * J' * q;
T = T + deltaT * lambda;
T1(k+1) = T(1,1);
T2(k+1) = T(2,1);

zlomek_1 = T1(k+1) / (T1(k+1) - T2(k+1));
zlomek_2 = T2(k+1) / (T1(k+1) - T2(k+1));

for i = 1:1:length(t)
    q(i) = 1 - zlomek_1 * exp(-t(i) / T1(k+1)) + zlomek_2 * exp(-t(i)
/ T2(k+1)) - y(i);
    suma_q1 = suma_q1 + q(i) ^ 2;
end;
if suma_q1 < suma_q
    lambda = lambda / 2;
end;
if abs(suma_q1 - suma_q) < presnost
    break;
end;
end;

a2 = T1(k) * T2(k);
a1 = T1(k) + T2(k);
a0 = 1;

step([1],[a2 a1 a0]);
hold on;
plot(t,y,'r');
legend('Gausse-Newtonova metoda','Namerene hodnoty',4);

T1(k)
T2(k)

%Vypocet Newtonovi metody
clc;
clear all;
close all;

t = t;
y = y;

tau = 0.1;
y_inf = 0.2095;
n = 10;
presnost = 0.000001;

```

```

k1 = 1.2564;
t1 = 183;

for i = 1:1:n
    f(i) = 1 - y_inf - (1 + tau(i)) * (tau(i) ^ (tau(i)/(1 - tau(i))));
    df(i) = (- tau(i) ^ (tau(i)/(1 - tau(i)))) * (2 * (1 - tau(i)) + (1 +
tau(i)) * log(tau(i))) / ((1 - tau(i)) ^ 2);
    tau(i+1) = tau(i) - (f(i) / df(i));
    rozdil = abs(tau(i) - tau(i+1));
    if rozdil < presnost
        break;
    end;
end;

T1 = t1 / (k1 * (1 + tau(i+1)));
T2 = tau(i+1) * t1 / (k1 * (1 + tau(i+1)));

a2 = T1 * T2;
a1 = T1 + T2;
a0 = 1;

step([1],[a2 a1 a0]);
hold on;
plot(t,y,'r');

%Vypocet gradientni metody
clc;
close all;
clear all;

lambda = 10;
T1 = 132.4;
T2 = 13.2;
t = t;
y = y;
presnost = 0.0001;

n = 10;

for k = 1:1:n

    f = 0;
    f1 = 0;
    df_T1 = 0;
    df_T2 = 0;

    for j = 1:1:length(t)
        zlomek_1 = T1(k) / (T1(k) - T2(k));
        zlomek_2 = t(j) / T1(k);
        zlomek_3 = T2(k) / (T1(k) - T2(k));
        zlomek_4 = t(j) / T2(k);

        zlomek_5 = T2(k) / (T1(k) - T2(k)) ^ 2;
        zlomek_6 = t(j) / (T1(k) * (T1(k) - T2(k)));
        zlomek_7 = T1(k) / (T1(k) - T2(k)) ^ 2;
        zlomek_8 = t(j) / (T2(k) * (T1(k) + T2(k)));

        f = f + (1 - zlomek_1 * exp(-zlomek_2) + zlomek_3 * exp(-
zlomek_4) - y(j)) ^ 2;

```

```

        df_T1 = df_T1 + 2 * (1 - zlomek_1 * exp(-zlomek_2) + zlomek_3 *
exp(-zlomek_4)) * (zlomek_5 * (exp(-zlomek_2) - exp(-zlomek_4)) -
zlomek_6 * exp(-zlomek_2));
        df_T2 = df_T2 + 2 * (1 - zlomek_1 * exp(-zlomek_2) + zlomek_3 *
exp(-zlomek_4)) * (zlomek_7 * (exp(-zlomek_4) - exp(-zlomek_2)) +
zlomek_8 * exp(-zlomek_4));
        end;

        T1(k+1) = T1(k) - lambda(k) * df_T1;
        T2(k+1) = T2(k) - lambda(k) * df_T2;

        for j = 1:1:length(t)
            zlomek_1 = (T1(k+1)) / ((T1(k+1)) - (T2(k+1)));
            zlomek_2 = (t(j)) / (T1(k+1));
            zlomek_3 = (T2(k+1)) / ((T1(k+1)) - (T2(k+1)));
            zlomek_4 = (t(j)) / (T2(k+1));

            f1 = f1 + (1 - zlomek_1 * exp(-zlomek_2) + zlomek_3 * exp(-
zlomek_4) - y(j)) ^ 2;
            end;

            if f1 >= f
                lambda(k+1) = lambda(k) / 10;
            end;

            if abs(f1 - f) < presnost
                break
            end;
        end;

        a2 = T1(k) * T2(k);
        a1 = T1(k) + T2(k);
        a0 = 1;

        step([1],[a2 a1 a0]);
        hold on;
        plot(t,y,'r');
        legend('Gradientni metoda','Namerene hodnoty',4);

        T1(k)
        T2(k)

```