

Praktické aspekty implementace jednoduchých číslicových regulátorů

Practical implementation aspects of simple digital controllers

Bc. Gajdůšková Monika

Diplomová práce
2010



Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně
Fakulta aplikované informatiky

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení: **Bc. Monika GAJDŮŠKOVÁ**
Studijní program: **N 3902 Inženýrská informatika**
Studijní obor: **Automatické řízení a informatika**

Téma práce: **Praktické aspekty implementace jednoduchých
číslicových regulátorů**

Zásady pro vypracování:

1. Vypracujte literární rešerši na dané téma.
2. Na základě literární rešerše vyberte vhodné číslicové algoritmy regulátorů typu PID.
3. Pojednejte o praktických aspektech implementace číslicových PID regulátorů (vhodná struktura regulátorů, volba periody vzorkování, vliv saturace akční veličiny, wind-up efekt).
4. Vybrané regulátory ověřte na různých typech dynamických modelů procesů v prostředí MATLAB/SIMULINK z hlediska kvality regulace.
5. Vhodným způsobem vyhodnoťte výsledky simulačního ověření.
6. Provedte diskusi dosažených výsledků.

Rozsah práce:

Rozsah příloh:

Forma zpracování diplomové práce: **tištěná/elektronická**

Seznam odborné literatury:

1. Bobál, V., Böhm, J., Prokop, R., Fessl, J. : Praktické aspekty samočinně se nastavujících regulátorů, VUT, Brno, 1999, pp.242
2. Bobál, V.: Adaptivní a prediktivní řízení, UTB, Zlín, 2008, 99.134
3. Vítečková, M.: Seřízení regulátorů metodou inverze dynamiky, Vysoká škola Báňská, 1998, pp.54
4. Autorský kol.: Adaptivní PID regulátory s monolitickými mikropočítači, ÚTIA ČSAV, Praha, 1990, pp.124
5. Bobál, V., Böhm, J., Macháček, J., Fessl, J.: Digital self-tuning controllers, Springer, 2005, pp.317
6. Johnson, M., A., Moradi, M., H.: PID control, Springer, 2005, pp.543
7. Pivoňka, P.: Číslicová řídicí technika, VUT, Brno, 2003
8. Vaňková, M.: Adaptivní regulátory s prvky umělé inteligence, VUT, Brno, 2009, pp.83
9. Šulc, B., Vítečková, M.: Teorie a praxe návrhu regulačních obvodů, ČVUT, Praha, 2004, pp. 333
10. Moudgalya, K., M.: Digital control, Wiley, 2007, pp. 543
11. Franklin, G., F., Powell, J., D., Workman, M.: Digital control of dynamic systems, Addison-Wesley, 1998, pp. 742

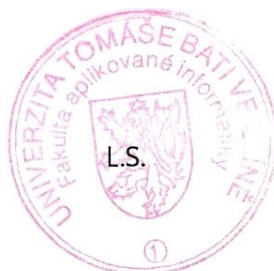
Vedoucí diplomové práce: **prof. Ing. Vladimír Bobál, CSc.**
Ústav řízení procesů

Datum zadání diplomové práce: **19. února 2010**

Termín odevzdání diplomové práce: **8. června 2010**

Ve Zlíně dne 19. února 2010


prof. Ing. Vladimír Vašek, CSc.
děkan




prof. Ing. Vladimír Vašek, CSc.
ředitel ústavu

ABSTRAKT

Náplní diplomové práce je simulační ověření vybraných typů číslicových regulátorů z hlediska jejich praktického použití. Diplomová práce je rozdělena na dvě části. V teoretické části je vypracována literární rešerše na téma číslicové PID regulátory. V praktické části jsou pro simulačně ověřeny vybrané typy těchto regulátorů. Algoritmy jednotlivých regulátorů jsou naprogramovány v programovém prostředí MATLAB. Jejich vlastnosti jsou porovnány z hlediska kvality regulace v uzavřené regulační smyčce.

Klíčová slova: číslicový PID regulátor, filtrace derivační složky, seřizování číslicových PID regulátorů, Zieglerova-Nicholsova metoda, wind-up efekt.

ABSTRACT

The content of this thesis is to verify the simulation of selected types of digital controllers in terms of their practical application. The thesis is divided into two parts. In the theoretical part is to develop literature retrieval on the topic of simple digital PID controllers. The practical part of the thesis contains simulation verifications of selected algorithms PID controllers. These algorithms are verified by simulation MATLAB programs. Their properties are compared in terms of quality control in a closed loop control system.

Keywords: digital PID controller, filtered derivative component, tuning of digital PID controllers, Ziegler-Nichols method, wind-up effect

Na tomto místě bych chtěla poděkovat vedoucímu mojí diplomové práce prof. Ing. Vladimírovi Bobálovi, CSc. za důležité informace a čas, které mi věnoval.

Prohlašuji, že

- beru na vědomí, že odevzdáním diplomové/bakalářské práce souhlasím se zveřejněním své práce podle zákona č. 111/1998 Sb. o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších právních předpisů, bez ohledu na výsledek obhajoby;
- beru na vědomí, že diplomová/bakalářská práce bude uložena v elektronické podobě v univerzitním informačním systému dostupná k prezenčnímu nahlédnutí, že jeden výtisk diplomové/bakalářské práce bude uložen v příruční knihovně Fakulty aplikované informatiky Univerzity Tomáše Bati ve Zlíně a jeden výtisk bude uložen u vedoucího práce;
- byl/a jsem seznámen/a s tím, že na moji diplomovou/bakalářskou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb. o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon) ve znění pozdějších právních předpisů, zejm. § 35 odst. 3;
- beru na vědomí, že podle § 60 odst. 1 autorského zákona má UTB ve Zlíně právo na uzavření licenční smlouvy o užití školního díla v rozsahu § 12 odst. 4 autorského zákona;
- beru na vědomí, že podle § 60 odst. 2 a 3 autorského zákona mohu užít své dílo – diplomovou/bakalářskou práci nebo poskytnout licenci k jejímu využití jen s předchozím písemným souhlasem Univerzity Tomáše Bati ve Zlíně, která je oprávněna v takovém případě ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které byly Univerzitou Tomáše Bati ve Zlíně na vytvoření díla vynaloženy (až do jejich skutečné výše);
- beru na vědomí, že pokud bylo k vypracování diplomové/bakalářské práce využito softwaru poskytnutého Univerzitou Tomáše Bati ve Zlíně nebo jinými subjekty pouze ke studijním a výzkumným účelům (tedy pouze k nekomerčnímu využití), nelze výsledky diplomové/bakalářské práce využít ke komerčním účelům;
- beru na vědomí, že pokud je výstupem diplomové/bakalářské práce jakýkoliv softwarový produkt, považují se za součást práce rovněž i zdrojové kódy, popř. soubory, ze kterých se projekt skládá. Neodevzdání této součásti může být důvodem k neobhájení práce.

Prohlašuji,

- že jsem na diplomové práci pracoval samostatně a použitou literaturu jsem citoval. V případě publikace výsledků budu uveden jako spoluautor.
- že odevzdaná verze diplomové práce a verze elektronická nahraná do IS/STAG jsou totožné.

Ve Zlíně

.....
podpis diplomanta

OBSAH

ÚVOD	9
TEORETICKÁ ČÁST	11
1 SPOJITÉ REGULÁTORY TYPU PID	12
1.1 Jednoduchá regulační smyčka	12
1.2 P regulátor.....	12
1.3 PI regulátor	13
1.4 PID regulátor.....	14
2 ZÁKLADNÍ ČÍSLICOVÉ VERZE PID REGULÁTORŮ	15
2.1 Diskretizace PID regulátorů.....	15
2.2 Modifikace číslicových PID regulátorů	18
2.2.1 Filtrace derivační složky.....	18
2.2.2 Eliminace větších změn akční veličiny	20
2.3 Diskrétní číslicový PID regulátor s filtrací derivační složky (PI-D).....	22
2.4 Varianta číslicového PID regulátoru s vylepšením filtrace derivační složky (I-PD)	23
2.5 Seřizování číslicových PID regulátorů.....	24
2.6 Ziegler-Nicholsovo kritérium.....	24
Výpočet kritického zesílení pro model třetího řádu	29
2.7 Nejčastější metody používané v praxi	30
2.7.1 Analytické metody.....	30
2.7.2 Metoda pokus-omyl.....	30
2.7.3 Inženýrský nebo-li heuristický způsob	30
2.7.4 Automatické nastavování parametrů	30
3 PID REGULÁTORY PRO PRAKTICKÉ POUŽITÍ.....	31
3.1 Beznárazové připojení regulátoru a počáteční podmínky.....	31
3.2 Wind-up efekt.....	32
3.3 Aliasing.....	35
PRAKTICKÁ ČÁST.....	36
4 SIMULAČNÍ OVĚŘOVÁNÍ VYBRANÝCH PID REGULÁTORŮ	37
4.1 Stabilní PID regulátor druhého řádu.....	37

4.1.1	Vyhodnocení kvality regulace	40
4.2	<i>Soustava druhého řádu s neminimální fází</i>	41
4.2.1	Vyhodnocení kvality regulace	43
4.3	<i>Nestabilní soustava druhého řádu</i>	45
4.4	<i>Stabilní soustava třetího řádu</i>	45
4.4.1	Vyhodnocení kvality regulace	47
4.5	<i>Neminimálně fázová soustava třetího řádu</i>	49
4.5.1	Vyhodnocení kvality regulace	51
5	ZÁVĚR	53
	ZÁVĚR V ANGLIČTINĚ	54
	SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY.....	55
	SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK	57
	SEZNAM OBRÁZKŮ	59
	SEZNAM TABULEK	62
	SEZNAM PŘÍLOH.....	63

ÚVOD

Hlavně z důvodu ekonomického je potřeba efektivního a co nejlepšího řízení procesu. Nejvíce v praxi používanými průmyslovými regulátory jsou PID (proporcionálně-integračně-derivační) regulátory, jejichž předností je jednoduchá struktura a taky snadné nastavování parametrů, které je nejdůležitější pro technologické a jiné procesy. Pokud se dobře nastaví parametry PID regulátorů, jsme potom schopni řídit velkou část technologických procesů. Na nastavování existuje celá řada algoritmů a metod, díky kterým dokážeme přesně nastavovat parametry PID regulátorů v závislosti na chování soustavy. Každá firma, která se zabývá regulací má své vlastní varianty řídicích algoritmů a má svou vlastní metodiku nastavování. Tyto postupy nastavování se vzájemně liší.

Většina algoritmů pro nastavování PID regulátorů pracuje v simulačním prostředí bezchybně bez přítomnosti poruch a nelinearit, ale při řízení reálných procesů selhávají, z tohoto důvodu by si měl každý při vývoji nových algoritmů v oblasti řízení uvědomit, že výsledkem by měl být algoritmus použitelný v praxi. Za dlouholetého používání PID regulátorů byla vypracována řada seřizovacích postupů a optimalizačních metod, které vykazují nejen v simulačním prostředí, ale i v praxi dobré a srovnatelné výsledky. S vývojem PID regulátorů se začalo už v minulém století [1].

V období 1915-1940 začaly vznikat proslulé regulační firmy Bristol, Fischer, Foxboro, Honeywell, Leeds & Nortrup a Taylor Instrument. V těchto firmách začaly být vyvíjeny PID regulátory v podobě jaké známe dnes. Ovšem PI (proporcionálně integrační) regulátory byly v průmyslu používány mnohem dříve. Např. proporcionální zpětná vazba tvoří základ odstředivého regulátoru vynalezeného v roce 1750, který byl využit pro řízení otáček větrného mlýnu, podobný regulátor řídil v roce 1788 i otáčky Wattova parního stroje. Odstředivý regulátor byl považován jako jediné zařízení, nerozlišovala se regulovaná veličinu ani akční člen. Až porozumění jednotlivých částí bylo klíčovým bodem pro jeho další postupné vylepšování.

Regulátor s derivační složkou byl poprvé sestrojen ve firmě Taylor Instrument v roce 1935, byl to pneumatický regulátor. I přes rozvoj techniky, který umožnil přejít od pneumatické implementace na analogovou a potom na současnou mikroprocesorovou technologii, zůstávají základní funkční vlastnosti průmyslového regulátoru v podstatě beze změn. Zákonem řízení zůstává standardní PID algoritmus. Díky zvyšování výpočetního

výkonu mikropočítačů je možné vylepšovat zákon řízení a doplňovat ho pokročilými funkcemi, jako je např. filtrace vstupních signálů, dopředná vazba, přepínání sad parametrů regulátoru, bezrázové přepínání režimů a parametrů a automatické nastavování parametrů [2].

Pro číslicový PID regulátor je charakteristické, že se regulátor k regulované soustavě připojuje vždy jen na krátkou dobu v pravidelných vzorkovacích intervalech. V této době regulátor nejprve vzorkuje analogové veličiny měřené na soustavě a převádí hodnoty na číslicový tvar, údaje zpracuje podle algoritmu, který je vložen a výsledek vydá jako velikost akční veličiny na akční člen regulačního obvodu. Po zbytek vzorkovacího intervalu je regulátor odpojen.

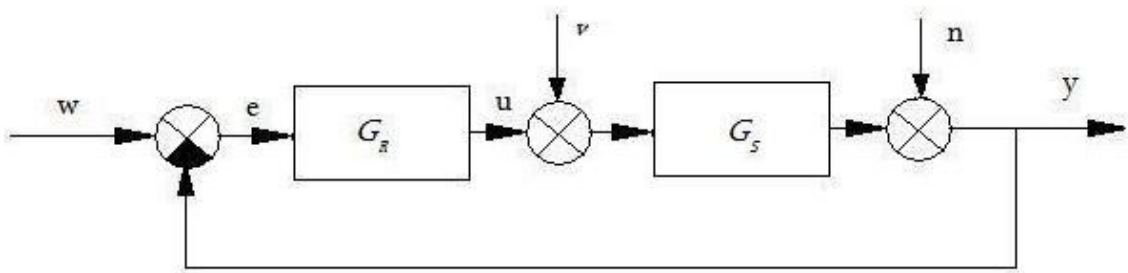
Regulační vlastnosti lineární číslicové regulace jsou blízké regulačním vlastnostem lineárních spojitých regulací, to ale záleží na seřízení. Výhodou číslicového PID regulátoru je, že může snadno zpracovávat i větší počet měřených veličin regulované soustavy a zvyšovat tím kvalitu regulace. Číslicový PID regulátor ve spojení s číslicovým počítačem může snadno a rychle měnit seřízení a adaptovat se tak změněným vlastnostem regulované soustavy a změněným podmínkám v provozu [3].

I. TEORETICKÁ ČÁST

1 SPOJITÉ REGULÁTORY TYPU PID

Bezkonkurenčně nejpoužívanějšími regulátory v průmyslu jsou regulátory typu PID (proporcionálně-integračně-derivační). Většina z používaných regulátorů navíc vyžívá jen proporcionální nebo integrační složku [2].

1.1 Jednoduchá regulační smyčka



Obrázek 1.: Jednoduchá regulační smyčka

Regulátor a řízený proces je propojen do uzavřené smyčky se zápornou zpětnou vazbou. Blokové schéma uzavřeného regulačního obvodu je na Obrázku 1. Regulovaná veličina y v každém okamžiku musí co nejpřesněji sledovat požadovanou hodnotu w a to nezávisle na působení poruchových veličin v a n a na změnách dynamických vlastností řízeného systému. To můžeme rozdělit na požadavky na kvalitu sledování požadované hodnoty, potlačení vlivu poruchových hodnot a na požadavek robustnosti vzhledem ke stabilitě a kvalitě řízení. Splnění těchto požadavků má zajisti regulátor, který generuje akční veličinu u na základě regulační odchylky e [2], [4].

1.2 P regulátor

Zákon řízení proporcionálního regulátoru je dán vztahy

$$u = \begin{cases} u_{\max} & \text{je-li } Ke + u_b > u_{\max} \\ Ke + u_b & \text{je-li } Ke + u_b \in \langle u_{\min}, u_{\max} \rangle \\ u_{\min} & \text{je-li } Ke + u_b < u_{\min} \end{cases} \quad (1.1)$$

Kde K je zesílení a u_b se volí jako střed $(u_{\min} + u_{\max})/2$ rozsahu akční veličiny nebo je zadávána ručně (manual reset). Předpokládejme uzavřenou regulační smyčku s proporcionálním regulátorem, který je popsán vztahy (1.1) a statickým systémem G_S , jeho zesílení bude K_0 . Potom případě, že porucha bude $n = 0$, platí pro velikost regulační odchylky v ustáleném stavu

$$e = \frac{1}{1 + KK_0} w - \frac{K_0}{1 + KK_0} (u_b + v) \quad (1.2)$$

Z rovnice plyne, že čím větší je zesílení KK_0 otevřené smyčky, tím menší je regulační odchylka. Vhodnou volbou u_b lze dosáhnout nulové odchylky při libovolné konstantní poruše v . Vztah (1.1) platí pouze v proporcionálním pásmu regulátoru. Pro velké odchylky se regulátor (1.2) chová jako dvoustavový regulátor [2], [4].

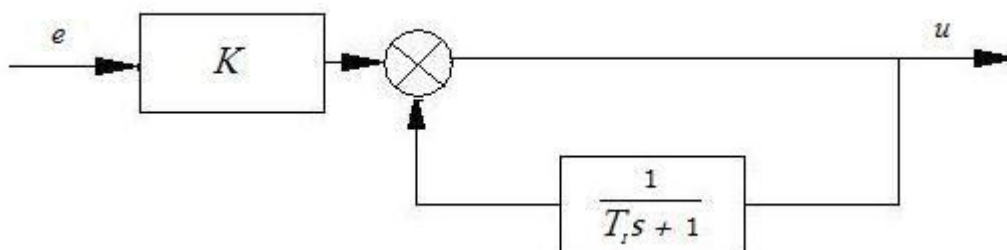
1.3 PI regulátor

Zákon řízení proporcionálně-integračního (PI) regulátoru je dán vztahem

$$u(t) = K_p \left[e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau \right] \quad (1.3)$$

kde K_p je zesílení a T_i je integrační časová konstanta regulátoru. Přítomnost integrátoru zajišťuje velmi žádanou vlastnost regulátoru – nulovou regulační odchylku v ustáleném stavu při konstantní požadované hodnotě w a poruchách v, n .

PI regulátor byl objeven tak, že se pro P regulátor hledal mechanismus automatického nastavování hodnoty u_b pro dosažení nulové odchylky.



Obrázek 2.: Jedna z implementací PI regulátoru

Na Obrázku 2 je jeden z možných způsobů založený na využití kladné zpětné vazby (integral reset). Smyčka s kladnou zpětnou vazbou má přenos $\frac{1}{T_I s + 1}$ [2], [4].

1.4 PID regulátor

Pro zlepšení stability uzavřené smyčky s PI regulátorem byl zavedena derivační D složka. Zákon řízení ideálního PID regulátoru v lineární oblasti je ve tvaru

$$u(t) = K_P \left[e(t) + \frac{1}{T_I} \int_0^t e(\tau) d\tau + T_D \frac{de(t)}{dt} \right] \quad (1.4)$$

kde $u(t)$ je akční veličina, $y(t)$ regulovaná veličina, $e(t) = w(t) - y(t)$ regulační odchylka a $w(t)$ žádaná hodnota regulované veličiny, T_D je derivační časová konstanta. Složka PD je modifikovaná P složka, kde odchylka $e(t)$ je nahrazena předikovanou odchylkou $e(t + T_D)$, vycházíme z Taylorova rozvoje

$$e(t + T_D) = e(t) + T_D \frac{de(t)}{dt} \quad (1.5)$$

Omezení derivační složky je u řízeného systému, který obsahuje velké dopravní zpoždění, nebo když je regulovaná složka zatížena velkým šumem měření [1], [2], [5].

2 ZÁKLADNÍ ČÍSLICOVÉ VERZE PID REGULÁTORŮ

2.1 Diskretizace PID regulátorů

Spojitéj ideální PID regulátor je ve tvaru (1.4). Nebo ve tvaru

$$u(t) = r_0 e(t) + r_{-1} \int_0^t e(\tau) d\tau + r_1 \frac{de(t)}{dt} \quad (2.1)$$

kde a převod mezi rovnicemi (1.4) a (2.1) dostaneme

$$K_P = r_0; \quad T_I = \frac{K_P}{r_{-1}}; \quad T_D = \frac{r_1}{K_P} \quad (2.2)$$

Pomocí Laplaceovy transformace převedeme rovnici (1.4) na tvar

$$U(s) = K_P \left[1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s \right] E(s) \quad (2.3)$$

kde s je operátorem Laplaceovy transformace. PID regulátor z rovnice (2.3) je

$$G_R(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_P \left[1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s \right] \quad (2.4)$$

Pro získání číslicové verze spojitého PID regulátoru, musíme diskretizovat integrační a derivační složku rovnice (1.4). Pro malou periodu vzorkování T_0 v případě účinného odfiltrování šumů ze signálu regulované veličiny obdržíme nejjednodušší algoritmus, nahradíme-li derivaci diferencí 1.řádu

$$\frac{de}{dt} \approx \frac{e(k) - e(k-1)}{T_0} = \frac{\Delta e(k)}{T_0} \quad (2.5)$$

Rovnice PID regulátoru bude poté ve tvaru

$$u(k) = K_P \left\{ e(k) + \frac{1}{T_I} \int_0^t e(\tau) d\tau + \frac{T_D}{T_0} [e(k) - e(k-1)] \right\} \quad (2.6)$$

Kde $e(k)$ je hodnota odchylky v k -tém okamžiku vzorkování. Dále aproximujeme integrál prostou sumací a to tak, že spojitou funkci aproximujeme po úsecích T_0 konstantní funkcí. Pomocí zpětné obdélníkové metody (ZOBD) získáme

$$\int_0^t e(\tau) d\tau \approx T_0 \sum_{i=1}^k e(i-1) \quad (2.7)$$

Rovnice diskrétního PID regulátoru bude ve tvaru

$$u(k) = K_p \left\{ e(k) + \frac{T_0}{T_I} \sum_{i=1}^k e(i-1) + \frac{T_D}{T_0} [e(k) - e(k-1)] \right\} \quad (2.8)$$

Spojité signál můžeme diskretizovat stupňovou funkcí, pomocí dopředné obdélníkové metody DOBD, potom získáme

$$\int_0^t e(\tau) d\tau \approx T_0 \sum_{i=1}^k e(i) \quad (2.9)$$

Potom se rovnice (2.8) změní v následující tvar

$$u(k) = K_p \left\{ e(k) + \frac{T_0}{T_I} \sum_{i=1}^k e(i) + \frac{T_D}{T_0} [e(k) - e(k-1)] \right\} \quad (2.10)$$

Lichoběžníková metoda LICHKO pro výpočet integrálu je mnohem přesnější než obdélníkové metody

$$\int_0^t e(\tau) d\tau \approx T_0 \sum_{i=1}^k \frac{e(i) + e(i-1)}{2} \quad (2.11)$$

Rovnice číslicového PID regulátoru bude mít tvar

$$u(k) = K_p \left\{ e(k) + \frac{T_0}{T_I} \left[\frac{e(0) + e(k)}{2} + \sum_{i=1}^{k-1} e(i) \right] + \frac{T_D}{T_0} [e(k) - e(k-1)] \right\} \quad (2.12)$$

Vzhledem k tomu, že se počítá celková hodnota $u(k)$ většinou ve významu polohy pohonu, označují se tyto algoritmy také jako absolutní nebo polohové algoritmy PID regulátoru. Rovnice (2.8), (2.10), (2.12) jsou nerekurentní algoritmy u nichž musí být známy všechny minulé hodnoty regulační odchylky $e(k-1), i=1, 2, \dots, k$ pro výpočet integrálu a tím i akčního zásahu. To je z hlediska skutečného průmyslového použití nepraktické, hlavně z nutnosti uchování všech minulých hodnot regulační odchylky v paměti řídicího počítače. Tyto rovnice jsou v uvedeném tvaru nevýhodné i z hlediska změn parametrů regulátoru. Z tohoto důvodu jsou pro praktické použití výhodnější rekurentní algoritmy. Buď se rekurentně počítá integrál nebo hodnota akční veličiny $u(k)$ z předcházející zapamatované

hodnoty $u(k-1)$ a z korekčního přírůstku $\Delta u(k)$. Odečtením rovnice (2.10), pro k a $k-1$ dostaneme rekurentní vztah

$$u(k) = \Delta u(k) + u(k-1) \quad (2.13)$$

$$\Delta u(k) = K_p \left\{ e(k) - e(k-1) + \frac{T_0}{T_I} e(k) + \frac{T_D}{T_0} [e(k) - 2e(k-1) + e(k-2)] \right\} \quad (2.14)$$

Obecně ve tvaru

$$u(k) = q_0 e(k) + q_1 e(k-1) + q_2 e(k-2) + u(k-1) \quad (2.15)$$

Pomocí této rovnice vypočteme přechodovou charakteristiku číslicového regulátoru typu PI a PID. Aby se přechodová charakteristika číslicového regulátoru blížila přechodové charakteristice spojitého PID regulátoru, musí platit:

- Druhý akční zásah $u(1) < u(0)$
- Konstantní kladný nárůst přechodové charakteristiky (od $k=2$)
- Přímka lineárního nárůstu musí protnout osu souřadnic $u(k)$ v kladné hodnotě

Tomu odpovídá omezení na rozsah hodnot q_0, q_1, q_2 :

$$q_0 > 0, \quad q_1 < -q_0, \quad -(q_0 + q_1) < q_2 < q_0 \quad (2.16)$$

Přitom hodnota q_0 určuje velikost prvního zásahu $u(0)$ pro skokovou změnu žádané hodnoty w a nulový ustálený počáteční stav.

Rekurentní vztah (2.15), získaný z (2.10) můžeme zapsat ve tvaru

$$\Delta u(k) = K_p \left\{ e(k) - e(k-1) + \frac{T_0}{T_I} e(k) + \frac{T_D}{T_0} [e(k) - 2e(k-1) + e(k-2)] \right\} + u(k-1) \quad (2.17)$$

Porovnáním (2.15) a (2.17) dostaneme

$$K_p = q_0 - q_2; \quad \frac{T_D}{T_0} = \frac{q_2}{K_p}; \quad \frac{T_0}{T_I} = \frac{q_0 + q_1 + q_2}{K_p} \quad (2.18)$$

Dále je uveden přírůstkový algoritmus odvozený z rovnice (2.8) (DOBD)

$$u(k) = K_p \left\{ e(k) - e(k-1) + \frac{T_0}{T_I} e(k-1) + \frac{T_D}{T_0} [e(k) - 2e(k-1) + e(k-2)] \right\} + u(k-1) \quad (2.19)$$

Přírůstkový algoritmus odvozený z rovnice (2.12) (LICH0) má tvar

$$u(k) = K_p \left\{ e(k) - e(k-1) + \frac{T_0}{2T_I} [e(k) + e(k-1)] + \frac{T_D}{T_0} [e(k) - 2e(k-1) + e(k-2)] \right\} + u(k-1) \quad (2.20)$$

Jednotlivé parametry rovnic :

Regulátor parametr	DOBD	ZOBD	LICH0
q_0	$K_p \left(1 + \frac{T_D}{T_0} \right)$	$K_p \left(1 + \frac{T_0}{T_I} + \frac{T_D}{T_0} \right)$	$K_p \left(1 + \frac{T_0}{2T_I} + \frac{T_D}{T_0} \right)$
q_1	$-K_p \left(1 - \frac{T_0}{T_I} + 2 \frac{T_D}{T_0} \right)$	$-K_p \left(1 + 2 \frac{T_D}{T_0} \right)$	$-K_p \left(1 - \frac{T_0}{2T_I} + 2 \frac{T_D}{T_0} \right)$
q_2	$K_p \frac{T_D}{T_0}$	$K_p \frac{T_D}{T_0}$	$K_p \frac{T_D}{T_0}$

Tabulka 1. : Parametry číslicových přírůstkových PID regulátorů

Z tabulky plyne, že parametry přírůstkových algoritmů q_0 , q_1 , q_2 jsou funkcí proporcionálního zesílení K_p , časové integrační konstanty T_I , derivační konstanty T_D , periody vzorkování T_0 a metody diskretizace, tj. platí funkční vztahy

$$q_0, q_1, q_2 = f(K_p, T_I, T_D, T_0)$$

[1], [5], [6].

2.2 Modifikace číslicových PID regulátorů

2.2.1 Filtrace derivační složky

Měřená hodnota regulované veličiny $y(t)$ je většinou zatížena šumem s relativně vysokou frekvencí. Použije-li se derivační člen v regulátoru, pak derivace zašuměného signálu může vyvolat velké změny akční veličiny. Proto se derivační složka omezuje nejčastěji filtrem 1. nebo 2. řádu, který zmenšuje zesílení na vyšších frekvencích.

S filtrem 1.řádu (jednkapacitním filtrem) s časovou konstantou T_f je derivační složka D ve tvaru

$$D(s) = K_P \frac{T_D s}{T_f s + 1} E(s); \quad T_f = \frac{T_D}{\alpha}; \alpha \in \langle 3; 20 \rangle \quad (2.21)$$

Většinou se volí $\alpha=10$, tzn. že filtr D-složky má desetkrát menší časovou konstantu než je derivační časová konstanta. Diskretizaci (2.21) s užitím zpětné obdélníkové

$s = \frac{1-z^{-1}}{T_0}$ integrace získáme vztah

$$d(k) = \frac{T_D d(k-1) + K_P T_D \alpha [e(k) - e(k-1)]}{T_D + \alpha T_0} \quad (2.22)$$

Použitím Tustinovy transformace $s = \frac{2}{T_0} \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}$ dostaneme

$$d(k) = \frac{(2T_D - \alpha T_0) d(k-1) + 2K_P T_D \alpha [e(k) - e(k-1)]}{2T_D + \alpha T_0} \quad (2.23)$$

Obě aproximace (2.22) i (2.23) jsou ve tvaru

$$d(k) = a d(k-1) + b [e(k) - e(k-1)] \quad (2.24)$$

Aproximace (2.22) i (2.23) jsou stabilní pro všechna $T_D > 0$. Pro (2.23) je koeficient $a < 0$ pokud $T_D < \alpha T_0 / 2$, což může způsobit nežádoucí oscilace ve výpočtu. Dobré výsledky pro všechny T_D poskytuje pouze (2.22).

Odvození číslicového PID regulátoru s filtrací D složky

Přenos spojité verze typu PID regulátoru má tvar

$$G_R(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_P \left[1 + \frac{1}{T_I s} + \frac{T_D s}{T_f s + 1} \right] \quad (2.25)$$

Kde T_f je časová konstanta filtru derivační složky. Pro diskretizaci (2.25) použijeme

Tustinovu aproximaci $s = \frac{2}{T_0} \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}$. Potom diskrétní forma přenosové funkce regulátoru

bude dána vztahem

$$G_R(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = \frac{Q(z^{-1})}{P(z^{-1})} \quad (2.26)$$

Kde

$$Q(z^{-1}) = q_0 + q_1 z^{-1} + q_2 z^{-2}; \quad P(z^{-1}) = 1 + p_1 z^{-1} + p_2 z^{-2} \quad (2.27)$$

Rovnice regulátoru s filtrací D složky bude mít potom tvar

$$u(k) = -p_1 u(k-1) - p_2 u(k-2) + q_0 e(k) + q_1 e(k-1) + q_2 e(k-2) \quad (2.28)$$

kde

$$p_1 = \frac{-4 \frac{T_f}{T_0}}{\frac{2T_f}{T_0} + 1}; \quad p_2 = \frac{\frac{2T_f}{T_0} - 1}{\frac{2T_f}{T_0} + 1}; \quad q_0 = \frac{K_P + 2K_P \frac{T_f + T_D}{T_0} + \frac{K_P T_0}{2T_I} \left(\frac{2T_f}{T_0} + 1 \right)}{\frac{2T_f}{T_0} + 1}$$

$$q_1 = \frac{\frac{K_P T_0}{2T_I} - 4K_P \frac{T_f + T_D}{T_0}}{\frac{2T_f}{T_0} + 1}; \quad q_2 = \frac{\frac{T_f}{T_0} \left(2K_P - \frac{K_P T_0}{T_I} \right) + 2 \frac{K_P T_D}{T_0} + \frac{K_P T_0}{2T_I} - K_P}{\frac{2T_f}{T_0} + 1}$$

[1], [5], [7], [20].

2.2.2 Eliminace větších změn akční veličiny

Pro zmenšení větších změn akční veličiny v důsledku skokových změn žádané hodnoty lze v derivační složce užít místo regulační odchylky $e(k)$ jen regulovanou veličinu $y(k)$

$$u(k) = K_P \left\{ e(k) - e(k-1) + \frac{T_0}{T_I} e(k) + \frac{T_D}{T_0} [2y(k-1) - y(k) - y(k-2)] \right\} + u(k-1) \quad (2.29)$$

Tímto docílíme snížení akčních zásahů v okamžiku změny žádané hodnoty a omezí se přesun akčního členu do nelineární oblasti. Většinou se zpomalí náběh regulované veličiny a sníží se překmitý, ale doba ustálení zůstane stejná.

Změny amplitudy akční veličiny se dále sníží, je-li řídicí proměnná $w(k)$ obsažena jen v integrační složce, tento vztah je známý jako Takahashiho regulátor [8]

$$u(k) = K_p \left\{ -y(k) + y(k-1) + \frac{T_0}{T_I} [w(k) - y(k)] + \frac{T_D}{T_0} [2y(k-1) - y(k) - y(k-2)] \right\} + u(k-1) \quad (2.30)$$

Změna regulované veličiny na žádanou hodnotu je potom regulována hlavně integrační složkou, což je ale dost pomalé. Proto se pro zmenšení větších změn akční veličiny používá úprava žádané hodnoty $w(k)$ jednodukapacitním filtrem nebo omezovačem změny $w(k)$ nebo místo členu $e(k) = w(k) - y(k)$ se může v proporcionalní složce použít člen $\beta w(k) - y(k)$, kde váha β se určuje podle dynamiky soustavy, kdy $\beta \in \langle 0; 1 \rangle$. Dobrou charakteristikou dynamiky procesu je tzv. normalizované zesílení κ

$$\kappa = K_s K_{PK} \quad (2.31)$$

Kde K_s je zesílení řízeného procesu a K_{PK} je kritické proporcionalní zesílení.

Potom parametry PID regulátoru K_p , T_I , T_D je možné měnit v závislosti na velikosti normalizovaného zesílení κ . Pro redukci maximálního překmitu regulované veličiny se používá vážení žádané hodnoty regulované veličiny w váhovým faktorem β v proporcionalní složce (2.31), čímž je dosaženo normalizovaného zesílení κ . V regulátoru se potom užije

$$u_p(k) = K_p [\beta w(k) - y(k)] \quad (2.32)$$

Proto byl navržen algoritmus spojitého regulátoru, který kromě použití váhového faktoru β využívá filtrace derivační složky jednodukapacitním filtrem

$$u(t) = K_p \left[\beta w(t) - y(t) + \frac{1}{T_I} \int_0^t e(\tau) d\tau - T_D \frac{dy_f}{dt} \right] \quad (2.33)$$

Kde $y_f(t)$ je regulovaná veličina filtrovaná přenosovou funkcí prvního řádu

$$\frac{Y_f(s)}{Y(s)} = \frac{1}{1 + s \frac{T_D}{\alpha}} \quad (2.34)$$

Kde rozmezí konstanty filtru α se volí podle (2.21). Rovnice číslicového přírůstkového PID regulátoru má potom tvar

$$u(k) = u_{PI}(k) + u_D(k) \quad (2.35)$$

kde

$$u_{PI}(k) = K_p \left\{ [y(k-1) - y(k)] + \frac{T_0}{2T_I} [e(k) + e(k-1)] + \beta [w(k) - w(k-1)] \right\} + u_{PI}(k-1) \quad (2.36)$$

$$u_D(k) = K_p \frac{T_D \alpha}{T_D + T_0 \alpha} [y(k-1) - y(k)] + \frac{T_D}{T_D + T_0 \alpha} u_D(k-1) \quad (2.37)$$

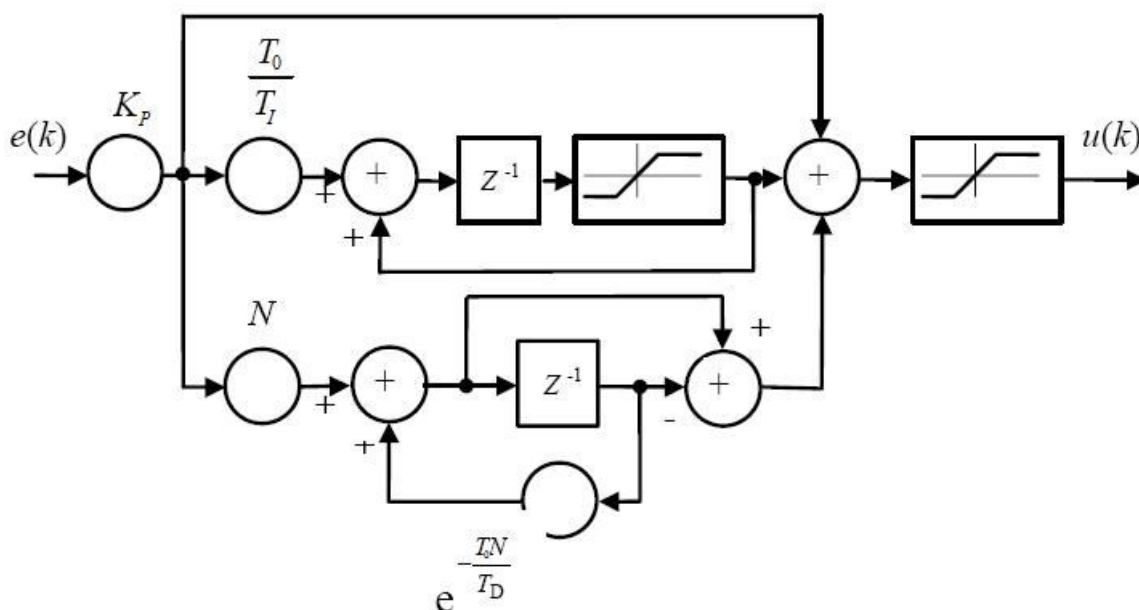
[1], [5].

2.3 Diskrétní číslicový PID regulátor s filtrací derivační složky (PI-D)

Následující číslicové PID regulátory, které jsou uvedeny v článkách 2.3, 2.4, byly publikovány v [4] a [9]. Základní rovnice těchto regulátorů jsou uvedeny v operátorovém tvaru, ale jejich implementace musí být realizována použitím stavových schémat podle Obrázku 3 a Obrázku 4.

Pro odvození diskrétní verze regulátoru vyjdeme z rovnice

$$G(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_I s} + \frac{T_D s}{\frac{T_D}{N} s + 1} \right) \quad (2.38)$$



Obrázek 3.: Číslicový PID regulátor s filtrací derivační složky

Převodem do Z-transformace dostaneme

$$G_R(z) = K_P \left(1 + \frac{T_0 z^{-1}}{T_I (1 - z^{-1})} + N \frac{1 - z^{-1}}{1 - e^{-\frac{T_0 N}{T_D}} z^{-1}} \right) \quad (2.39)$$

kdy zesilovací činitel N se volí v intervalu od 3 do 20 v závislosti na velikosti rušivých signálů v systému. Z rovnice (2.39) poté získáme rovnici regulátoru v operátorovém tvaru

$$U(z) = K_P \left(1 + \frac{T_0 z^{-1}}{T_I (1 - z^{-1})} + N \frac{1 - z^{-1}}{1 - e^{-\frac{T_0 N}{T_D}} z^{-1}} \right) E(z) \quad (2.40)$$

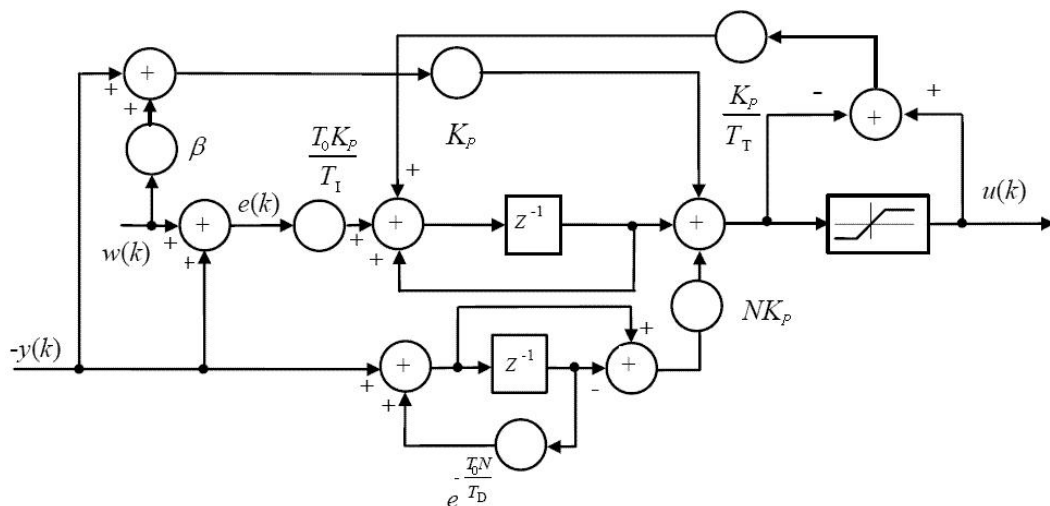
Na Obrázku 3 je stavový diagram číslicového PID regulátoru s filtrací derivační složky. Tento regulátor se v literatuře často označuje jako číslicový PI-D regulátor. Z obrázku je zřejmé, že při praktickém použití tohoto regulátoru je možné omezovat nejen výstup z integrační části (wind-up efekt), ale i výstupní akční veličinu (vzhledem k pracovnímu rozsahu akčního členu). Při realizaci je nutné počítat s tím, že v součtovém obvodu derivační složky může signál dosahovat poměrně vysokých hodnot a zpětná vazba musí být kladná [4], [10].

2.4 Varianta číslicového PID regulátoru s vylepšením filtrace derivační složky (I-PD)

Tato verze regulátoru se často v literatuře nazývá číslicový I-PD regulátor je možno jej popsat operátorovou rovnicí [9], [22]

$$U(z) = K_P \left[\beta W(z) - Y(z) + \frac{T_0 z^{-1}}{T_I (1 - z^{-1})} [W(z) - Y(z)] - \frac{T_D}{T_0} \left(1 - e^{-\frac{T_0 N}{T_D}} \right) \frac{1 - z^{-1}}{1 - e^{-\frac{T_0 N}{T_D}} z^{-1}} Y(z) \right] \quad (2.41)$$

Pro $\beta = 0$ získáme I-PD regulátor, pro $\beta = 1$ diskretní PI-D regulátor. Zesilovací činitel N nabývá hodnot od 3 do 20 v závislosti velikosti rušivých signálů v systému [4], [9], [10], [11].



Obrázek 4.: Stavový diagram PSD s IAI

2.5 Seřizování číslicových PID regulátorů

Pro seřizování číslicových PID regulátorů, tj. vytváření různých kombinací proporcionálních, integračních a derivačních složek byla vypracována řada metod, ať už v podobě vzorců, grafů, nebo tabulek. Velká část z nich vyžaduje alespoň přibližnou znalost dynamického modelu regulovaného procesu. I když existují metody pro automatické seřizování těchto typů regulátorů (tzv. autotuning) a rovněž byla navržena řada adaptivních číslicových PID regulátorů, přesto možnost určení matematického modelu procesu v průmyslové praxi bývá často omezená. Proto v praxi jsou velmi populární empirická seřizovací pravidla, z nichž nejznámější je metoda navržená Zieglerem a Nicholsem [12] pro spojitě PID regulátory a jejichž aplikace pro číslicové regulační obvody bude uvedena v článku 2.6. Praktickou analytickou metodou pro seřizování PID regulátorů je metoda optimálního modulu [Vítečková], [13]. Vychází z požadavku na přenos řízení, resp. modul kmitočtového přenosu řízení, který by měl být monotónně klesající funkcí. Tato metoda umožňuje navrhnout regulátory typu PID pro několik standardních přenosových funkcí regulovaného procesu, a to jak v analogové, tak i číslicové verzi.

2.6 Ziegler-Nicholsovo kritérium

Při seřizení parametrů podle Ziegler- Nicholse jsou parametry PID regulátoru počítány z kritického proporcionálního zesílení K_{PK} a kritické periody kmitů T_K uzavřeného regulačního obvodu. Tyto kritické parametry se získají postupným zvyšováním zesílení

proporcionálního regulátoru, až výstupní veličina uzavřeného regulačního obvodu kmitá s konstantní amplitudou, tzn., že regulační obvod je na mezi stability. V tomto případě jsou póly uzavřeného regulačního obvodu umístěny na imaginární ose komplexní s-roviny. Poté se odečte kritické proporcionální zesílení K_{PK} a ze záznamu průběhu regulované veličiny se odečte kritická perioda kmitů T_K . Konstanty PID regulátoru se určí ze vztahů

$$K_P = 0.6K_{PK}; \quad T_I = 0.5T_K; \quad T_D = 0.125T_K \quad (2.42)$$

Pro PID regulátor (2.30) jsou doporučené následující vztahy pro výpočet jeho parametrů

$$K_P = 0.6K_{PK} \left(1 - \frac{T_0}{T_K}\right); \quad T_I = \frac{K_P T_K}{1.2K_{PK}}; \quad T_D = \frac{3K_{PK} T_K}{40K_P} \quad (2.43)$$

Při diskretizaci regulačního obvodu se spojitá akční veličina upraví pomocí vzorkovače a tvarovače na stupňovou funkci, kterou je možno aproximovat původní spojitou funkcí zpožděnou o polovinu vzorkovacího intervalu T_0 . Zjednodušeně je tedy možno předpokládat, že diskrétní model soustavy se liší od spojitého tím, že obsahuje navíc dopravní zpoždění o velikosti $T_0/2$. Dopravní zpoždění nemění amplitudu, ale s rostoucí frekvencí lineárně zvětšuje fázový posun

$$\varphi = -\frac{T_0 \omega}{2} \quad (2.44)$$

Na kritické frekvenci ω_K má soustava fázový posun $-\pi$ a zesílení K_{PK} , pro které platí

$$A_K K_{PK} = -1 \quad (2.45)$$

Při diskrétním řízení se vlivem fázového posunu φ , způsobeného diskretizací, změní kritická frekvence a protože na jiné frekvenci má soustava jiné zesílení, změní se i kritické zesílení. Kritické hodnoty závisí na zvolené periodě vzorkování a proto je dále budeme označovat jako funkce T_0 , tj. $K_{PK}(T_0)$ a $T_K(T_0)$.

Předpokládejme diskrétní přenosovou funkcí regulované soustavy ve tvaru

$$G_P(z) = \frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{z^{-d} B(z^{-1})}{A(z^{-1})} \quad (2.46)$$

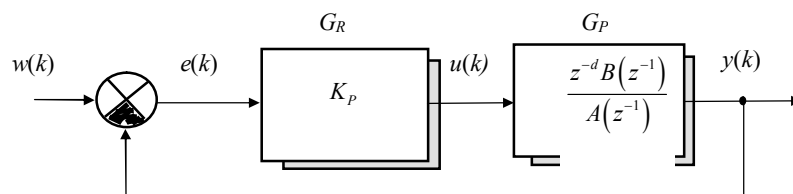
s polynomy

$$A(z^{-1}) = 1 + \sum_{i=1}^n a_i z^{-i} = 1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \dots + a_n z^{-n} \quad (2.47)$$

$$B(z^{-1}) = \sum_{i=1}^n b_i z^{-i} = b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \dots + b_n z^{-n} \quad (2.48)$$

kde d je počet kroků dopravního zpoždění. Dále uvažujme diskrétní přenosovou funkci proporcionálního regulátoru

$$G_R(z) = \frac{U(z)}{E(z)} = K_P \quad (2.49)$$



Obrázek 5.: Blokové schéma regulačního obvodu s proporcionálním regulátorem

Potom přenosová funkce řízení uzavřeného regulačního obvodu, jehož blokové schéma je uvedeno na Obrázku 5, má tvar

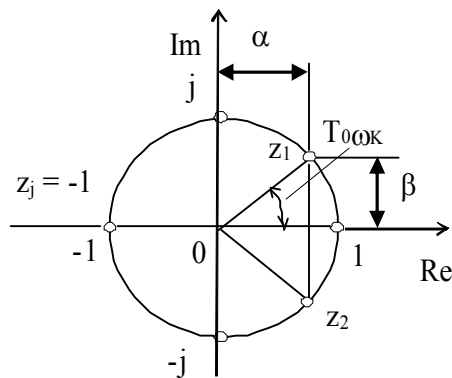
$$G_W(z) = \frac{Y(z)}{W(z)} = \frac{G_P(z)G_R(z)}{1 + G_P(z)G_R(z)} = \frac{z^{-d} K_P B(z^{-1})}{A(z^{-1}) + z^{-d} K_P B(z^{-1})} \quad (2.50)$$

Jmenovatel přenosové funkce (2.48) je charakteristický polynom

$$D(z^{-1}) = A(z^{-1}) + z^{-d} K_P B(z^{-1}) \quad (2.51)$$

Póly charakteristického polynomu (2.50) určují dynamické chování uzavřeného regulačního obvodu. Uzavřený regulační obvod bude na hranici stability, jestliže alespoň jeden pól charakteristického polynomu (2.50) bude umístěn na jednotkové kružnici a ostatní budou uvnitř jednotkové kružnice. Potom je splněna podmínka $K_P = K_{PK}(T_0)$.

Existují dvě možnosti umístění pólů na jednotkové kružnici, které uvedou regulační obvod na mez stability (viz Obrázek 6)



Obrázek 6.: Umístění kritických pólů na jednotkové kružnici

Řešením polynomiální rovnice (2.50) obdržíme vztahy pro výpočet kritického zesílení $K_{PK}(T_0)$, tyto vztahy respektují umístění kritických pólů (buď $z_{1,2} = \alpha \pm j\beta$; $(\alpha^2 + \beta^2 = 1)$ nebo $z_j = \alpha_j = -1$; $(\beta_j = 0)$) na jednotkové kružnici.

Výpočet kritické periody kmitů závisí na umístění pólů na jednotkové kružnici v komplexní rovině z . Z Obrázek 6 je zřejmé, že kritickou periodu kmitů můžeme vypočítat ze vztahů

$$\cos(T_0 \omega_K) = \alpha; \quad \omega_K = \frac{1}{T_0} \arccos \alpha; \quad T_K(T_0) = \frac{2\pi}{\omega_K} \quad (2.52)$$

V případě reálných kritických pólů $z_j = -1$ platí pro kritickou periodu kmitů vztahy

$$\cos(T_0 \omega_K) = -1; \quad \omega_K = \frac{\pi}{T_0}; \quad T_K(T_0) = 2T_0 \quad (2.53)$$

Výpočet kritického zesílení pro model druhého řádu :

Vztahy pro výpočet kritického zesílení je možné odvodit několika metodami [20]. Proces je v tomto případě popsán modelem druhého řádu ($n = 2$, $d = 0$ v rovnicích (2.45) - (2.47). Charakteristický polynom (2.50) má potom tvar

$$D(z) = z^2 + (a_1 + b_1 K_P)z + (a_2 + b_2 K_P) \quad (2.54)$$

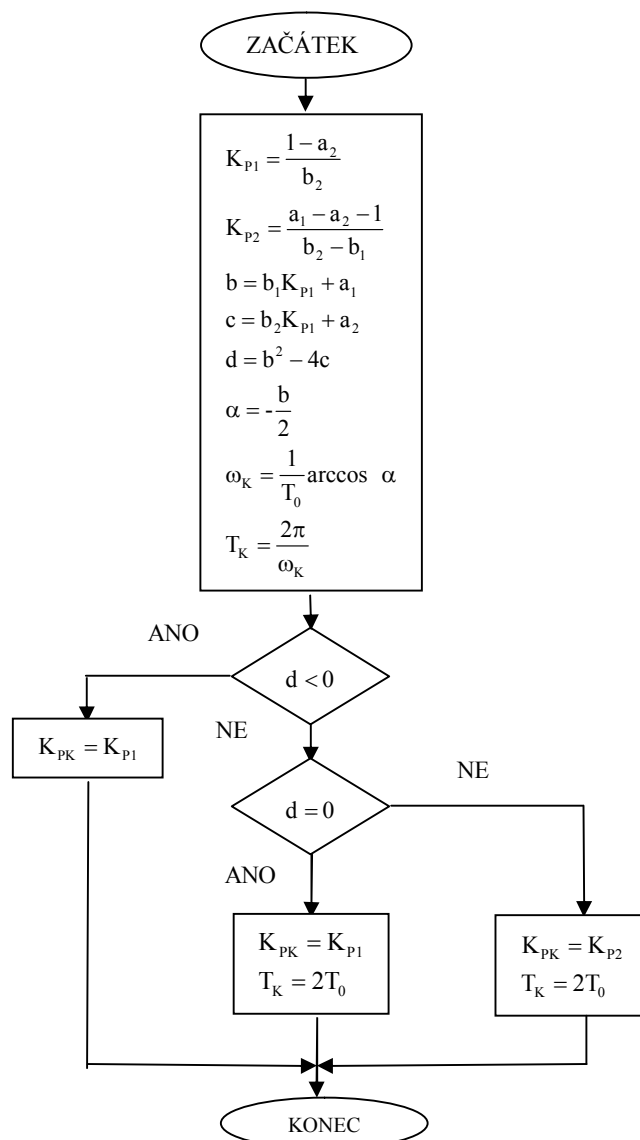
V případě komplexně sdružených pólů $z_{1,2} = \alpha \pm j\beta$ získáme vztahy pro výpočet kritického zesílení a reálné části komplexně sdruženého pólu

$$K_{PK}(T_0) = \frac{1-a_2}{b_2}; \quad \alpha = \frac{a_2 b_1 - a_1 b_2 - b_1}{2b_2} \quad (2.55)$$

V případě v případě jednoho reálného kritického pólu $z_3 = -1$; $\beta=0$ a jednoho reálného stabilního pólu obdržíme kritické zesílení ve tvaru

$$K_{PK}(T_0) = \frac{a_1 - a_2 - 1}{b_2 - b_1} \quad (2.56)$$

Vývojový diagram pro výpočet parametrů regulátoru :



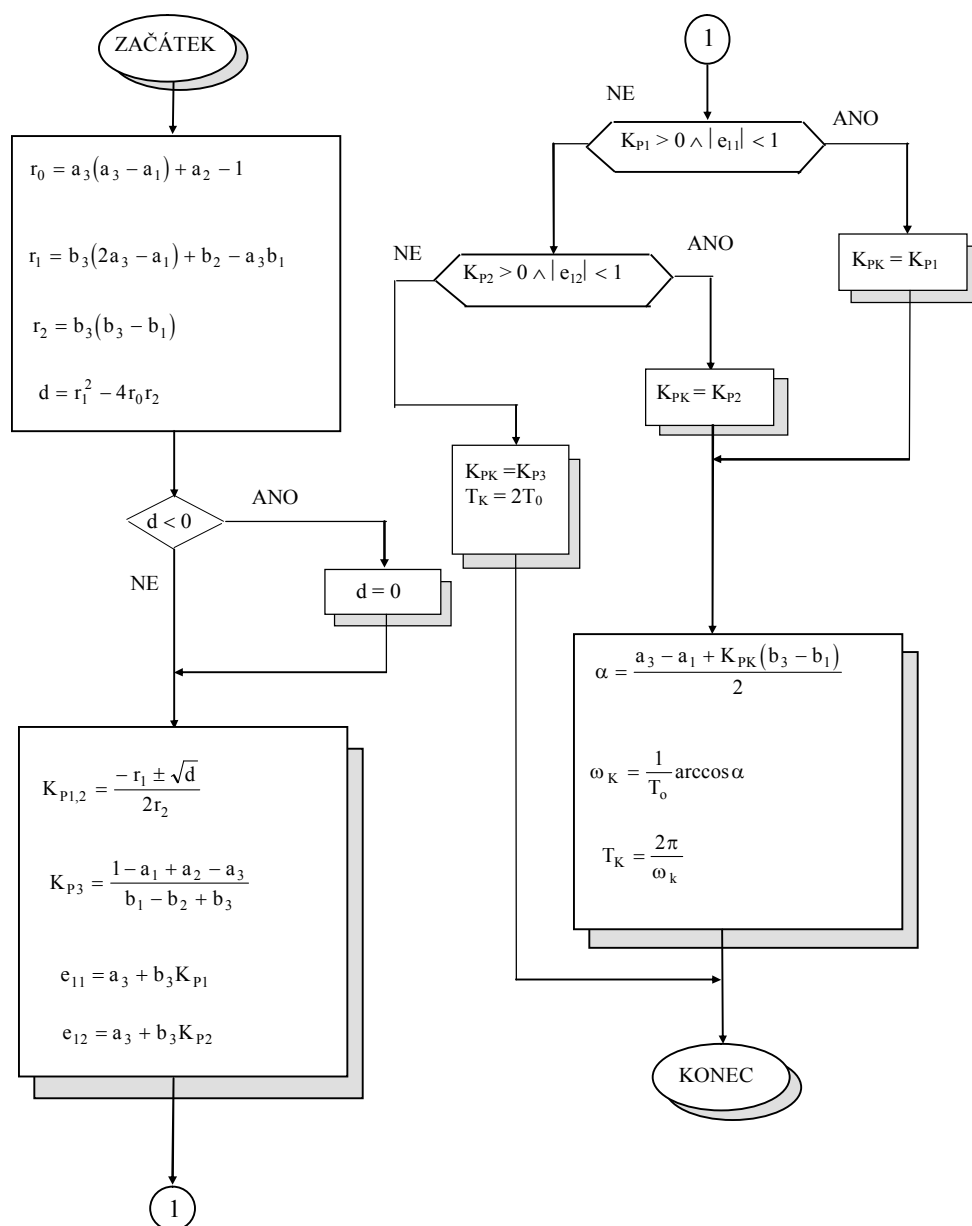
Obrázek 7.: Vývojový diagram pro výpočet parametrů regulátoru pro soustavu druhého řádu

Výpočet kritického zesílení pro model třetího řádu

Vztahy pro výpočet kritického zesílení pro proces popsany modelem třetího řádu ($n = 3, d = 0$ v rovnicích (2.45) - (2.47)) lze odvodit analogickým způsobem. Odvození je opět možno provést několika způsoby. Charakteristický polynom (4.50) má tvar

$$D(z) = z^3 + (a_1 + b_1 K_p)z^2 + (a_2 + b_2 K_p)z + a_3 + b_3 K_p \quad (2.57)$$

Vývojový diagram pro výpočet kritických parametrů regulátoru [1], [5], [12], [14], [15], [16]:



Obrázek 8.: Vývojový diagram pro výpočet parametrů regulátoru pro soustavu třetího řádu

2.7 Nejčastější metody používané v praxi

Návrh a seřízení regulační smyčky je hlavním problémem průmyslové praxe, správné zvládnutí nebo nezvládnutí může mít vliv na ekonomiku firmy. Simulace na matematickém modelu většinou vychází mnohem lépe, než na reálném procesu. Nejčastěji se v průmyslu jako řídicí algoritmus používají PID regulátory. Při návrhu regulátoru nejčastěji převažují tyto základní postupy: analytické metody, metoda pokus-omyl, inženýrský postup, automatické nastavování parametrů.

2.7.1 Analytické metody

V praxi málo používané, protože vyžadují vytvoření matematického modelu procesu, který můžeme získat jen u jednoduchých systémů. Měřením se získá řada přechodových charakteristik, z vybraných se vypočítá průměrná přechodová charakteristika, která je dále aproximována modelem. Při použití PID regulátoru jsou parametry pro návrh regulátoru určeny experimentálně na aproximovaném modelu simulací.

2.7.2 Metoda pokus-omyl

Nejčastější postup při nastavování regulátoru v praxi. Podle tvaru přechodové charakteristiky se mění parametry regulátoru a vybírá se nastavení, které je podle mínění regulačního technika nejvhodnější pro daný typ regulačního obvodu.

2.7.3 Inženýrský nebo-li heuristický způsob

Kompromisem mezi metodou pokus-omyl a analytickou metodou. Hrubý návrh regulátoru je proveden na základě hrubého modelu procesu nebo na základě přímo z procesu experimentálně zjištěných charakteristických veličin. Následné doladění se provádí přímo na reálném procesu metodou pokus-omyl.

2.7.4 Automatické nastavování parametrů

V poslední době velmi časté. Většina kompaktních regulátorů i v nižších cenových hladinách jím bývají vybaveni. Až na výjimky používají různé varianty klasické metody Zieglera a Nicholse, poskytují pouze hrubý odhad parametrů regulátoru, a to jen pro úzkou třídu systémů [2], [4], [17].

3 PID REGULÁTORY PRO PRAKTICKÉ POUŽITÍ

3.1 Beznárazové připojení regulátoru a počáteční podmínky

Číslicový PID regulátor popsany složkovou rovnicí

$$u(k) = u_p(k) + u_I(k) + u_D(k) \quad (3.1)$$

Můžeme zapsat s vyčleněnou integrační složkou u_I ve tvaru

$$u_I(k) = u_I(k-1) + r_{-1}e(k) \quad (3.2)$$

$$u(k) = r_0e(k) + u_I(k) + r_1[e(k) - e(k-1)] \quad (3.3)$$

kde

$$r_0 = K_P; \quad r_{-1} = \frac{K_P T_0}{T_I}; \quad r_1 = \frac{K_P T_D}{T_0} \quad (3.4)$$

Počáteční hodnoty

$$e(-1) := e(0); \quad y(-1) := y(0); \quad w(-1) := w(0); \quad u(0) \quad (3.5)$$

$$u_I(0) = r_{-1} \int_{-\infty}^0 e(\tau) d\tau = u(0) - r_0 e(0) - r_1 [e(0) - e(-1)]; \quad u(0) \approx u^m(0) \quad (3.6)$$

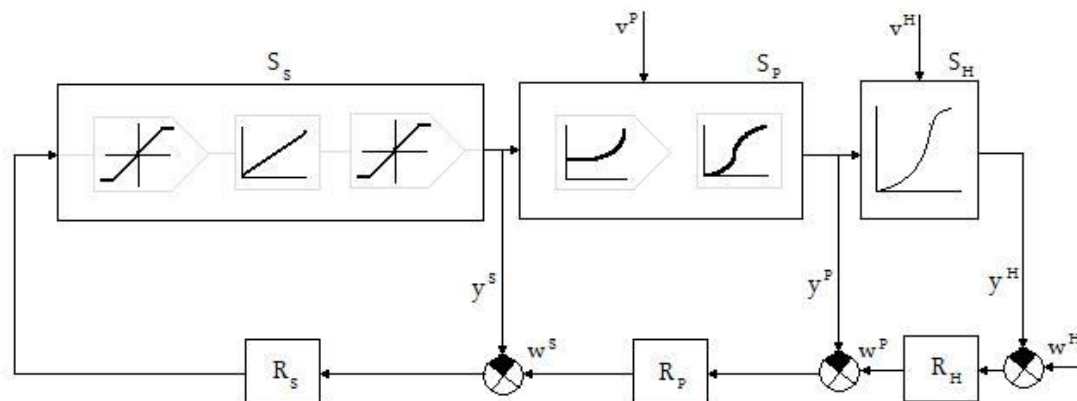
Kde $u(0)$ je počáteční (ustálená) hodnota akční veličiny, která odpovídá počáteční ustálené hodnotě regulované veličiny $y(0)$. Hodnota $u(0)$ je považována za referenční hodnotu, ke které je vztažen výstup (5.3).

Pokud není v regulátoru integrační složka, pak musí být v rovnici (5.3) člen, který označíme jako u_I , tj.

$$u_I(k) = u_I(0) = u(0) - r_0 e(0) = konst. \quad (3.7)$$

Člen (5.7) má význam posuvu a je obecně nenulový – pro statické soustavy odpovídá ustálené hodnotě regulované veličiny ustálená, nenulová hodnota akční veličiny. V některé literatuře se může rovnice (5.7) označovat jako „bias“ nebo „manual reset“ integrační složka, automaticky se měnící podle regulační odchylky, jako „reset“ nebo jako „automatic reset“. Pokud bude uvažováno nulových v (5.5) a chybějící nulový člen v (5.6) nebo v (5.7) povede to k nesprávnému výpočtu $u(k)$ a skoku $u(1)$ [1], [4], [7], [17].

3.2 Wind-up efekt



Obrázek 9.: Kaskádní regulační obvod

Kaskádní regulační obvod uvažujeme s PID regulátory ve funkci pomocného a hlavního regulátoru, kde na soustavu S_P a S_H působí poruchy v^P a v^H , které způsobují posuv úrovně veličin $y^S = u^{mP}$ a $y^P = u^{mH}$.

Soustavy S_S a S_H mají kladné zesílení a soustava S_P má záporné zesílení, tzn. vzrůst y^S vyvolá pokles y^P i pokles y^H . Proto má regulátor R_P záporné zesílení a regulátory R_S a R_H kladné.

Pokud se dostane akční člen na doraz a když je regulační odchylka $e(k)$ nenulová, začne neomezeně narůstat integrační složka $u_I(k)$ v polohovém PID regulátoru, přičemž hodnota u_I poklesne až po změně polarity $e(k)$. Toto způsobuje, že jsou vypočítávány nerealizovatelné hodnoty akčních zásahů $u(k)$, které způsobují delší setrvání pohonu na dorazu. Důsledkem jsou velké překmity regulované veličiny, nazývané jako wind-up. Při řešení wind-up efektu předpokládáme, že nadřazený regulátor má informaci o tom, že podřízený regulátor dosáhl dorazu.

Účinek anti wind-up algoritmů závisí na tom, jestli k omezení akčního orgánu došlo v důsledku změny žádané hodnoty nebo poruchy, dále na tvaru poruchy a místě jejího působení na soustavu a na dynamice soustavy. Z tohoto důvodu je porovnání různých anti wind-up algoritmů obtížné a jejich účinek různý.

Rozsah výstupu regulátoru

$$u \in \langle u_{\min}, u_{\max} \rangle \quad (3.8)$$

Tzn., že rovnice polohového regulátoru musí být doplněny o toto omezení.

Pomocný regulátor R_P je omezen rozsahem koncového členu

$$u_{\min}^P \approx y_{\min}^S; \quad u_{\max}^P \approx y_{\max}^S \quad (3.9)$$

Řešením wind-up efektu je využití naváděcího signálu x pro integrační složku při omezení výstupu regulátoru, kde x označuje omezený výstup regulátoru. Pro polohový regulátor (5.3) se užije vztah, tj. pro pomocný regulátor R_P

$$u_I^P(k) := u_{\min}^P \quad \text{pro} \quad y^S = y_{\min}^S \quad \text{nebo} \quad u(k) = u_{\min}^P$$

$$u_I^P(k) := u_{\max}^P \quad \text{pro} \quad y^S = y_{\max}^S \quad \text{nebo} \quad u(k) = u_{\max}^P \quad (3.10)$$

Regulátor R_P a akční člen se vrací do rozsahu až po změně polarity regulační odchylky e^P .

Statické omezení integrační složky u_I na konstantní meze

$$u_I \in \langle u_{I \min}, u_{I \max} \rangle$$

Pro regulátor R_P se potom používá

$$u_{I \min}^P \approx y_{\min}^S \approx u_{\min}^P; \quad u_{I \max}^P \approx y_{\max}^S \approx u_{\max}^P \quad (3.11)$$

Regulátor R_P a akční člen se vrací do rozsahu až po změně polarity regulační odchylky e^P .

Řešení wind-up efektu podle Åströma a Wittenmarka

Regulátor bude zapsán ve stavovém tvaru

$$x(k+1) = Fx(k) + Gy(k) \quad (3.12)$$

$$u(k) = Cx(k) + Dy(k) \quad (3.13)$$

Kde x označuje stav regulátoru, y vstup (regulační odchylku) a u výstup regulátoru. Výstup je omezován nelinearitou typu omezení (pohonem) v výstupem u^r . Zavedeme explicitního pozorovatele stavu tak, že vztah (5.13) vynásobíme K a přičteme k (5.12), kde místo hodnoty $u(k)$ použijeme výstup s hodnotou $u^r(k)$

$$\begin{aligned}
 x(k+1) &= Fx(k) + Gy(k) + K[u^r(k) - Cx(k) - Dy(k)] = \\
 &= [F - KC]x(k) + [G - KD]y(k) + Ku^r(k) = F_0x(k) + G_0y(k) + Ku^r(k)
 \end{aligned}
 \quad (3.14)$$

Pokud je systém (5.12) a (5.13) pozorovatelný, pak lze matici K zvolit vždy tak, aby matice $F_0 = F - KC$ měla vlastní čísla uvnitř jednotkové kružnice. Regulátor s pozorovatelem bude ve tvaru

$$\begin{aligned}
 x(k+1) &= F_0x(k) + G_0y(k) + Ku^r(k) \\
 u(k) &= Cx(k) + Dy(k) \\
 u^r(k) &= \text{sat}[u(k) = \text{sat}[Cx(k) + Dy(k)]]
 \end{aligned}
 \quad (3.15)$$

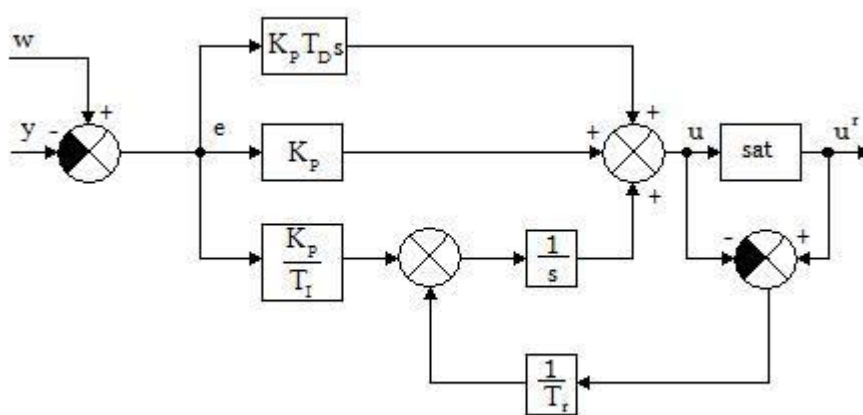
Kde sat je omezovač s omezením u_{\min} , u_{\max} .

U polohového PID regulátoru je stavem x integrační složka u_I , tzn. $x = u_I$.

Pro $K = 1/T_r$ dostaneme

$$\begin{aligned}
 u_I(k) &= u_I(k-1) + r_{-1}e(k) \\
 u(k) &= r_0e(k) + u_I(k) + r_1[e(k) - e(k-1)] \\
 u^r(k) &= \text{sat}[u(k)] \\
 u_I(k) &= u_I(k-1) + r_{-1}e(k) + \frac{1}{T_r}[u^r(k) - u(k)]
 \end{aligned}
 \quad (3.16)$$

Kde poslední rovnicí je definován přepočítání stavu integrační složky.



Obrázek 10. : Blokové schéma PID regulátoru s řešením Wind-up efektu podle (5.16)

Ve schématu (Obrázek 10) je zavedeno zesílení T_r ve zpětnovazební korekci stavu integrátoru. Volbou hodnoty T_r lze ovlivňovat dynamiku regulátoru a jeho citlivost na šum měření [1], [13], [14], [17].

3.3 Aliasing

Při vzorkování veličiny s harmonickým průběhem s vzorkovací periodou T_0 , může nastat, že druhá vzorkovaná veličina bude větší o libovolný násobek vzorkovací veličiny, a to může způsobit, že v okamžicích vzorkování budou mít obě vzorkované veličiny stejné hodnoty. To bude mít za důsledek, že tyto veličiny nepůjde od sebe odlišit. Tomuto jevu se říká aliasing (tj. překrývání spekter).

Pokud není aliasing brán v úvahu, může způsobit velké problémy, protože vysoké frekvence při vzorkování se mohou projevit jako nízké frekvence. Proto je třeba použít analogový filtr, který potlačí úhlové frekvence a zařadí se před realizaci vzorkování. Takový filtr se nazývá antialiasingový [13].

II. PRAKTICKÁ ČÁST

4 SIMULAČNÍ OVĚŘOVÁNÍ VYBRANÝCH PID REGULÁTORŮ

Vhodným prostředkem pro syntézu řídicích systémů jsou simulační metody, které umožňují vytvářet nejen matematické modely procesů, ale i návrhy regulátorů na počítači. Jsou-li matematické modely dostatečně adekvátní reálnému objektu, potom je možné simulačním způsobem vyšetřovat dynamické vlastnosti regulačních obvodů jak při změně struktury regulátorů, tak i jejich parametrů. Modely řízených procesů lze dále vybuzovat různými generátory náhodného šumu, kterými je možno modelovat stochastické vlastnosti procesu, nebo přímo použít takových šumových signálů, které mají podobné vlastnosti jako poruchové signály naměřené na provozním zařízení. Výsledky simulačního ověřování jsou velmi užitečné pro vlastní implementaci vybraných regulátorů (řídicích algoritmů) v laboratorních i provozních podmínkách. Je však, ale nutno si uvědomit, že k provozní aplikaci simulačně ověřených regulátorů nelze přistupovat ryze rutinním způsobem. Je zřejmé, že simulační nebo laboratorní podmínky se mohou značně lišit od podmínek provozních, proto musíme praktickou použitelnost prověřovat s ohledem na dynamiku procesu a kladené požadavky na kvalitu regulace (např. dovolený maximální překmit, přesnost, dobu regulace apod.) [1].

Pro simulační ověřování jsou zvoleny modely druhých a třetích řádů.

4.1 Stabilní PID regulátor druhého řádu

Pro simulační model druhého řádu byl zvolen stabilní PID regulátor s přenosovou funkcí

$$G_A(s) = \frac{1}{(5s+1)(10s+1)} = \frac{1}{50s^2 + 15s + 1}$$

Pro simulační řízení je zvolena perioda vzorkování $T_0 = 2s$. Průběh žádané hodnoty $w(k)$ je skokově měněn na hodnoty 1 a 0.5. Z-transformaci a kritické hodnoty dané přenosové funkce vypočteme pomocí PŘÍLOHA 1, což je program v Matlab, který je nastaven podle Obrázku 7 a kritické parametry podle rovnic (2.42) a (2.43)

$$G_A(z) = \frac{0.0329z^{-1} + 0.0269z^{-2}}{1 - 1.4891z^{-1} + 0.5488z^{-2}}$$

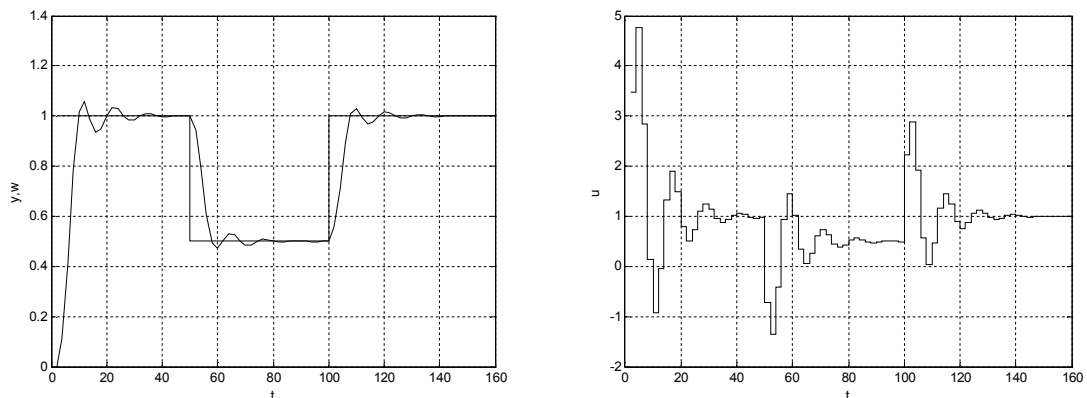
Kritické hodnoty: $T_K = 11.607$ s ; $K_{PK} = 16.7714$

Na Obrázku 11 jsou znázorněny výsledky simulačního ověřování řízení číslicovým PID regulátorem (2.30), tj. Takahasiho regulátor PŘÍLOHA 2. Jak je patrné z obrázku byla soustava simulována v časovém úseku $t = 160$ s.

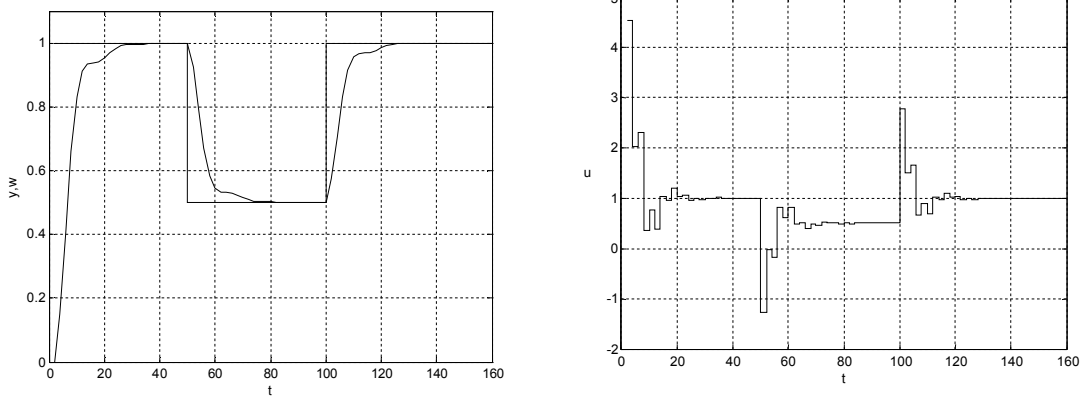
Obrázek 12 ukazuje simulační ověřování řízení číslicovým PID regulátorem s filtrací derivační složky (2.28) PŘÍLOHA 3. Soustava simulována v časovém úseku $t = 160$ s. Nutná je volba časové konstanty filtru T_f . Pro výpočet filtru se $\alpha = 10$.

Na Obrázku 13 jsou znázorněny výsledky simulačního ověřování řízení číslicovým PID regulátorem (2.41), tj. I-PD regulátor PŘÍLOHA 4. Jak je patrné z obrázku byla soustava simulována v časovém úseku $t = 160$ s. Pro výpočet regulátoru volíme $N = 3$ a $\beta = 0$.

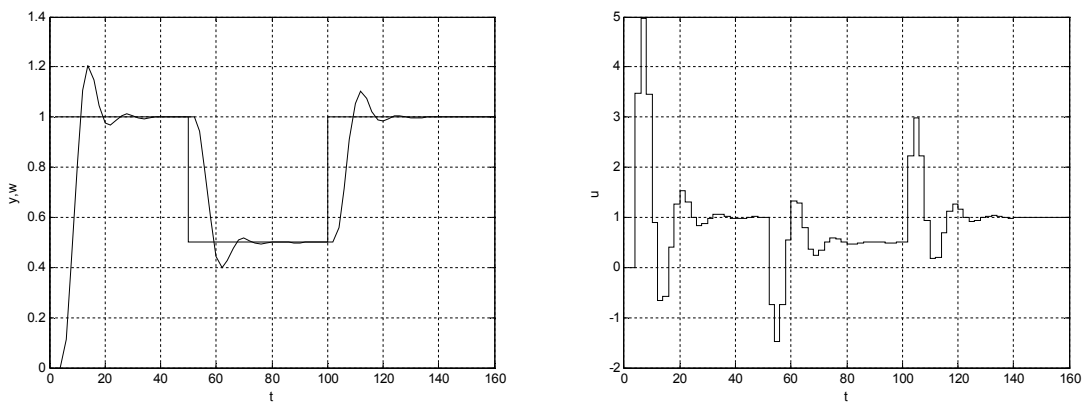
Na Obrázku 14 jsou znázorněny výsledky simulačního ověřování řízení číslicovým PID regulátorem (2.40), tj. PI-D regulátor PŘÍLOHA 5. Jak je patrné z obrázku byla soustava simulována v časovém úseku $t = 160$ s. Pro výpočet regulátoru volíme stejně jako u I-PD regulátoru $N = 3$ a $\beta = 0$.



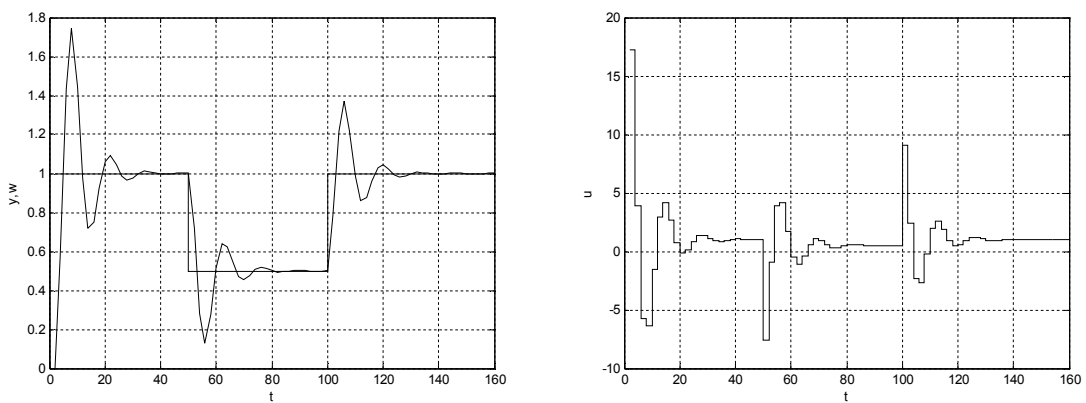
Obrázek 11. : Průběh veličin při řízení modelu stabilního modelu 2.řádu pomocí Takahasiho regulátoru



Obrázek 12. : Průběh veličin při řízení stabilního modelu 2.řádu s filtrací derivační složky



Obrázek 13. : Průběh veličin při řízení stabilního modelu 2.řádu podle I-PD regulátoru



Obrázek 14. : Průběh veličin při řízení stabilního modelu 2.řádu podle PI-D regulátoru

4.1.1 Vyhodnocení kvality regulace

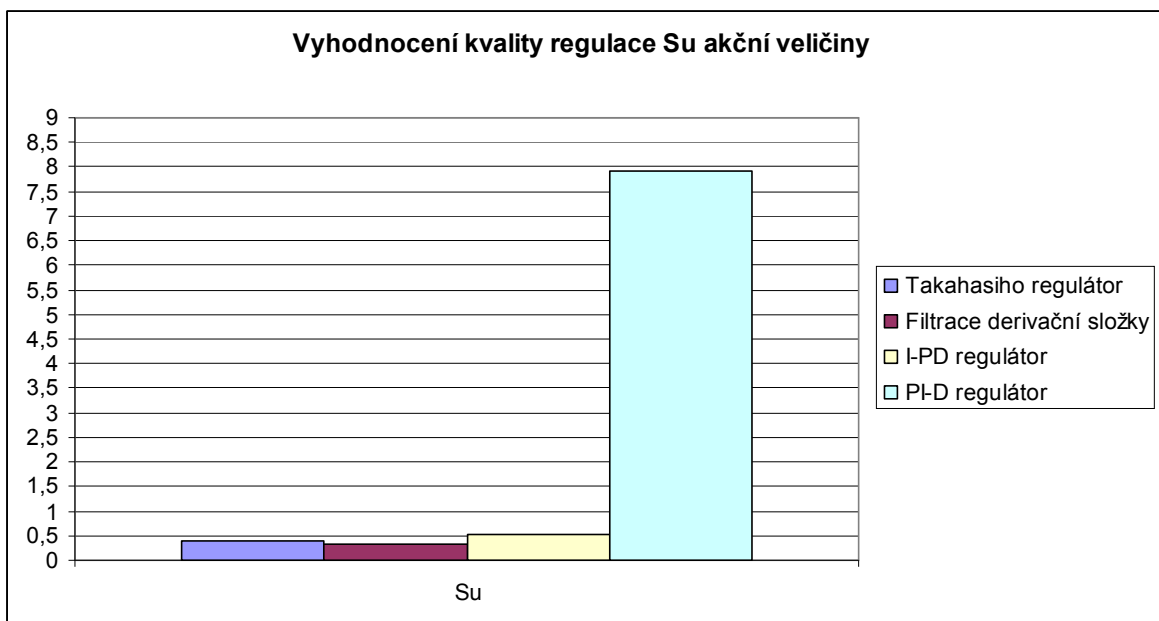
Pro vyhodnocení kvality regulace použijí kritéria založeného na výpočtu sumace kvadrátů regulační odchylky $e(k) = w(k) - y(k)$ a přírůstků akční veličiny $\Delta u(k) = u(k) - u(k-1)$ podle vztahů

$$S_e = \frac{1}{k_2 - k_1 + 1} \sum_{k=k_1}^{k_2} e^2(k); \quad S_u = \frac{1}{k_2 - k_1 + 1} \sum_{k=k_1}^{k_2} \Delta u^2(k)$$

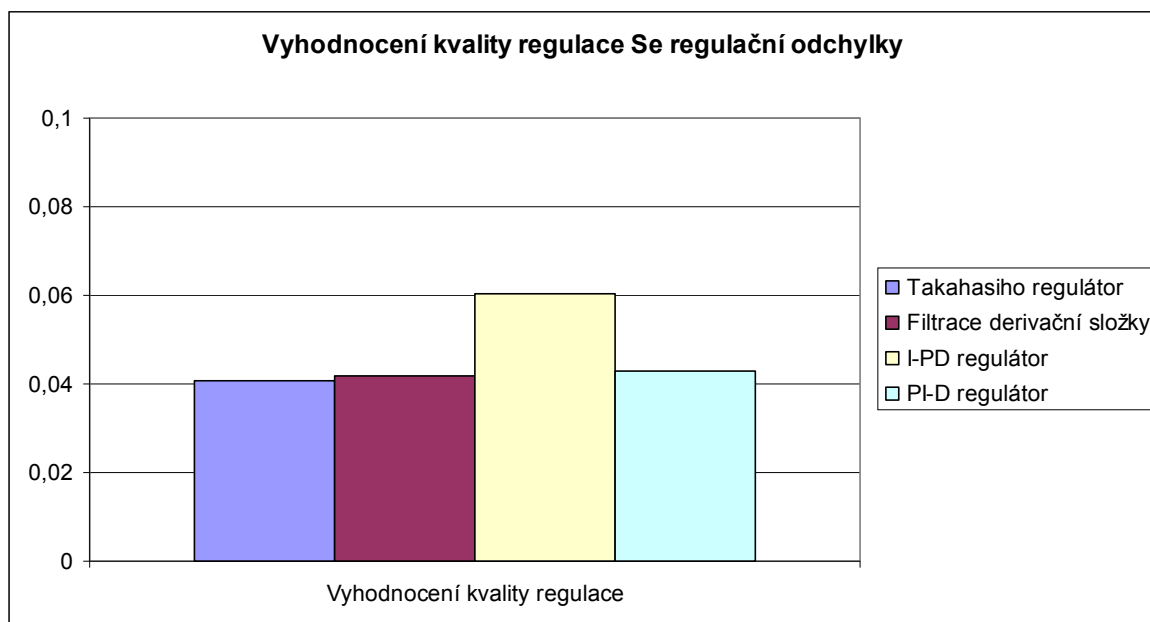
kde $\langle k_1, k_2 \rangle$ je zvolený interval pro určení kvality regulace.

Tabulka 2. : Srovnání kvality regulace pro stabilní soustavu 2.řádu

Regulátor	Vyhodnocení kvality regulace	
	S_u	S_e
Takahasiho regulátor	0.4054	0.0409
Filtrace derivační složky	0.3372	0.0419
I-PD regulátor	0.5168	0.0605
PI-D regulátor	7.9174	0.043



Obrázek 15. : Vyhodnocení kvality regulace akční veličiny stabilní soustavy 2.řádu



Obrázek 16. : Vyhodnocení kvality regulace regulační odchylky stabilní soustavy 2.řádu

4.2 Soustava druhého řádu s neminimální fází

Pro simulační model druhého řádu s neminimální fází byl zvolen stabilní PID regulátor s přenosovou funkcí

$$G_B(s) = \frac{1-4s}{(4s+1)(10s+1)} = \frac{1-4s}{40s^2+14s+1}$$

Pro simulační řízení je zvolena perioda vzorkování $T_0 = 2$ s. Průběh žádané hodnoty $w(k)$ je skokově měněn na hodnoty 1 a 0.5. Z-transformaci a kritické hodnoty dané přenosové funkce vypočteme pomocí PŘÍLOHA 1, což je program v Matlab, který je nastaven podle Obrázku 7 a kritické parametry podle rovnic (2.42) a (2.43)

$$G_B(z) = \frac{-0.1017z^{-1} + 0.173z^{-2}}{z^{-2} - 1.4253z^{-1} + 0.4966z^{-2}}$$

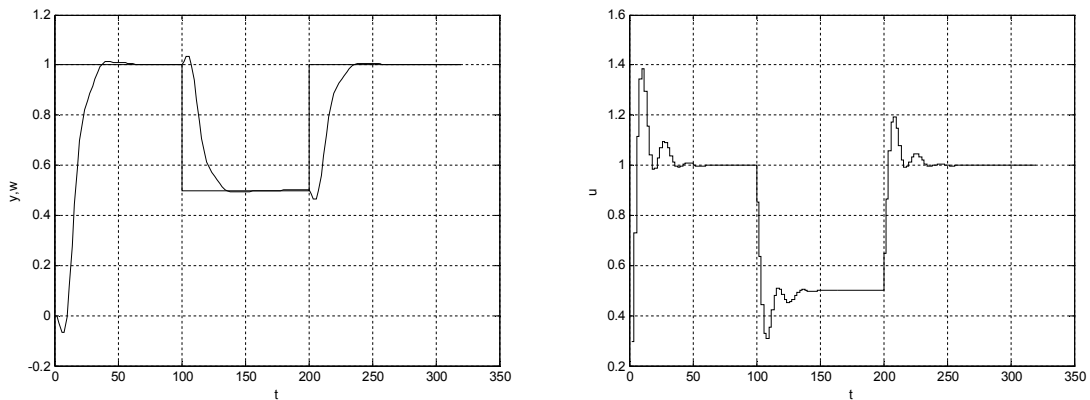
Kritické hodnoty: $T_K = 23.5135$; $K_{PK} = 2.9101$

Na Obrázku 17 jsou znázorněny výsledky simulačního ověřování řízení číslicovým PID regulátorem (2.30), tj. Takahasiho regulátor PŘÍLOHA 2. Jak je patrné z obrázku byla soustava simulována v časovém úseku $t = 350$ s. Časový úsek je volen větší než v minulém příkladě, protože pro příklad PID regulátoru s filtrací derivační složky je potřeba delšího času pro ustálení.

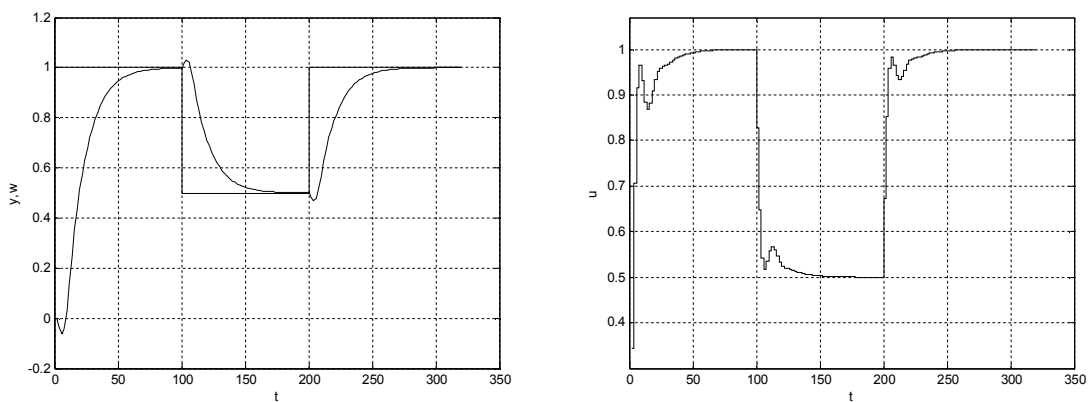
Obrázek 18 ukazuje simulační ověřování řízení číslicovým PID regulátorem s filtrací derivační složky (2.28) PŘÍLOHA 3. Soustava simulována v časovém úseku $t = 350$ s. Nutná je volba časové konstanty filtru T_f . Pro výpočet filtru se $\alpha = 10$.

Na Obrázku 19 jsou znázorněny výsledky simulačního ověřování řízení číslicovým PID regulátorem (2.41), tj. I-PD regulátor PŘÍLOHA 4. Jak je patrné z obrázku byla soustava simulována v časovém úseku $t = 350$ s. Pro výpočet regulátoru volíme $N = 3$ a $\beta = 0$.

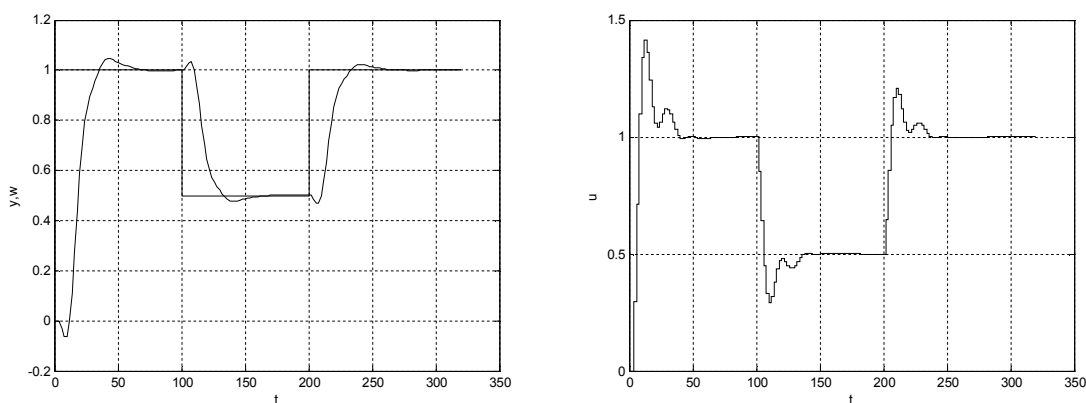
Na Obrázku 20 jsou znázorněny výsledky simulačního ověřování řízení číslicovým PID regulátorem (2.40), tj. PI-D regulátor PŘÍLOHA 5. Jak je patrné z obrázku byla soustava simulována v časovém úseku $t = 350$ s. Pro výpočet regulátoru volíme stejně jako u I-PD regulátoru $N = 3$ a $\beta = 0$.



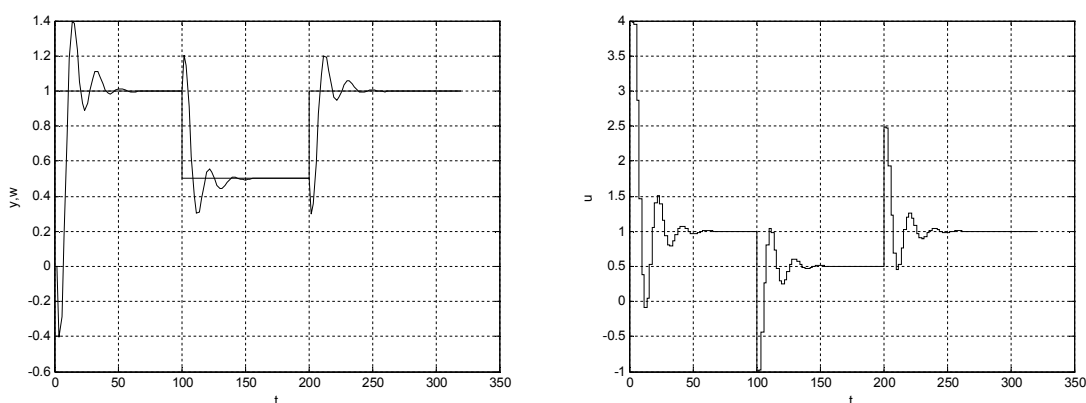
Obrázek 17. : Průběh veličin při řízení modelu s neminimální fází 2.řádu pomocí Takahasiho regulátoru



Obrázek 18. : Průběh veličin při řízení modelu s neminimální fází 2.řádu s filtrací derivační složky



Obrázek 19. : Průběh veličin při řízení modelu s neminimální fází 2.řádu podle I-PD regulátoru



Obrázek 20. : Průběh veličin při řízení modelu s neminimální fází 2.řádu podle PI-D regulátoru

4.2.1 Vyhodnocení kvality regulace

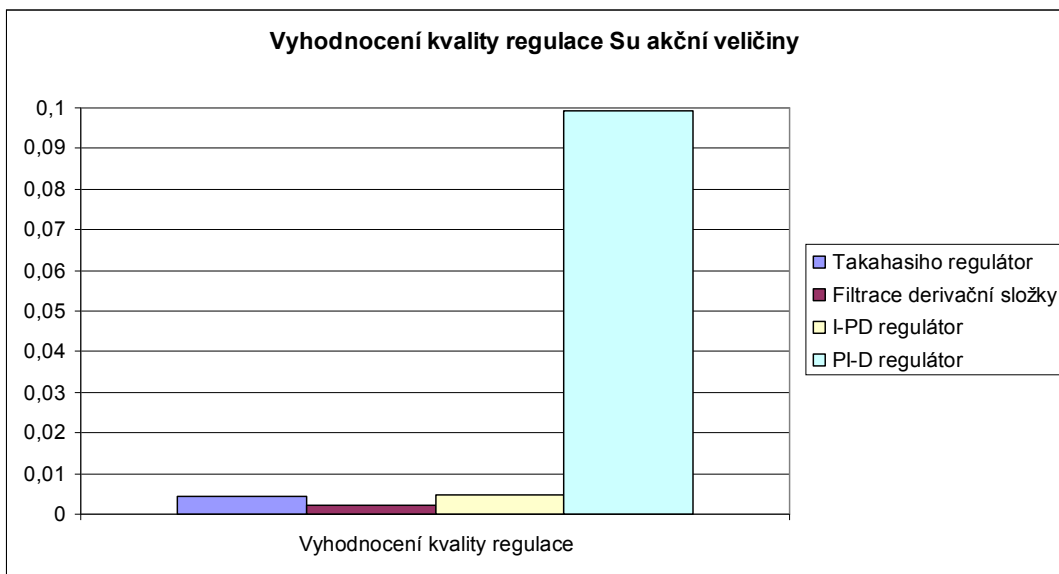
Pro vyhodnocení kvality regulace použijí kritéria založeného na výpočtu sumace kvadrátů regulační odchylky $e(k) = w(k) - y(k)$ a přírůstků akční veličiny $\Delta u(k) = u(k) - u(k-1)$ podle vztahů

$$S_e = \frac{1}{k_2 - k_1 + 1} \sum_{k=k_1}^{k_2} e^2(k); \quad S_u = \frac{1}{k_2 - k_1 + 1} \sum_{k=k_1}^{k_2} \Delta u^2(k)$$

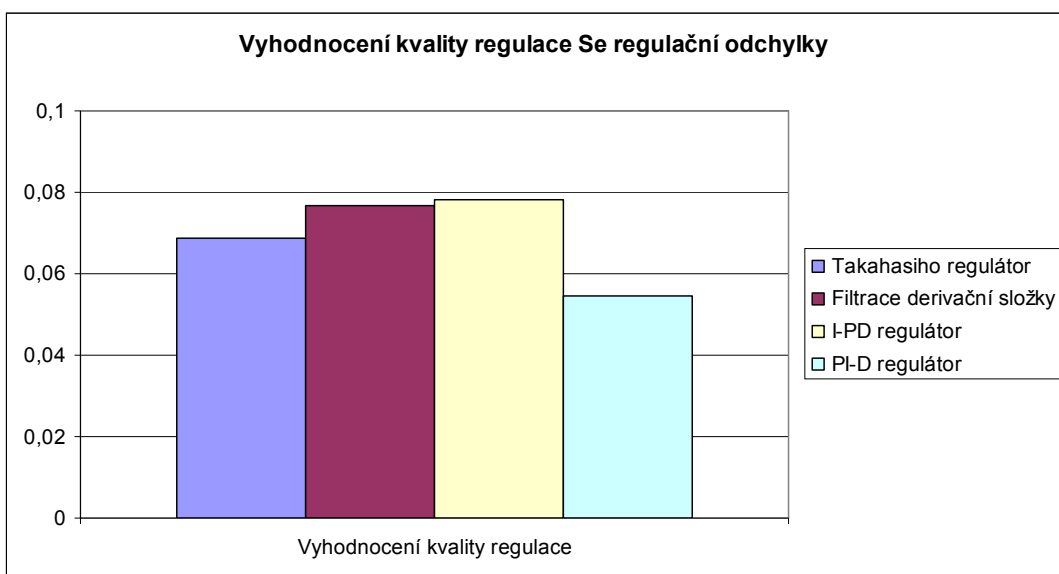
kde $\langle k_1, k_2 \rangle$ je zvolený interval pro určení kvality regulace.

Tabulka 3. : Srovnání kvality regulace pro soustavu s neminimální fází 2.řádu

Regulátor	Vyhodnocení kvality regulace	
	S_u	S_e
Takahasiho regulátor	0.0044	0.0688
Filtrace derivační složky	0.0021	0.0769
I-PD regulátor	0.0048	0.0781
PI-D regulátor	0.0994	0.0547



Obrázek 21. : Vyhodnocení kvality regulace akční veličiny soustavy s neminimální fází 2.řádu



Obrázek 22. : Vyhodnocení kvality regulace regulační odchylky s neminimální fází 2.řádu

4.3 Nestabilní soustava druhého řádu

$$G_C(s) = \frac{s+1}{(2s-1)(4s+1)} = \frac{s+1}{8s^2 - 2s - 1}$$

$$G_C(z) = \frac{0.6624z^{-1} + 0.0137z^{-2}}{1 - 3.3248z^{-1} + 1.6487z^{-2}}$$

Kritické hodnoty: $T_K = 88.7835$; $K_{PK} = 9.2082$

4.4 Stabilní soustava třetího řádu

Jako další model pro simulační ověřování jsem si zvolila stabilní soustavu třetího řádu s přenosovou funkcí

$$G_D(s) = \frac{1}{(0,5s+1)(s+1)(2s+1)} = \frac{1}{s^3 + 3.5s^2 + 3.5s + 1}; T_0 = 1 \text{ s}$$

Pro simulační řízení je zvolena perioda vzorkování $T_0 = 1$ s. Průběh žádané hodnoty $w(k)$ je skokově měněn na hodnoty 1 a 0.5. Z-transformaci a kritické hodnoty dané přenosové funkce vypočteme pomocí PŘÍLOHA 6, což je program v Matlab, který je nastaven podle Obrázku 8 a kritické parametry podle rovnic (2.42) a (2.43)

$$G_D(z) = \frac{0.0732z^{-1} + 0.1291z^{-2} + 0.0128z^{-3}}{1 - 1.1097z^{-1} + 0.355z^{-2} - 0.0302z^{-3}}$$

Kritické hodnoty: $T_K = 5.3891$; $K_{PK} = 4.8071$; $K_{P1} = 4.8071$;

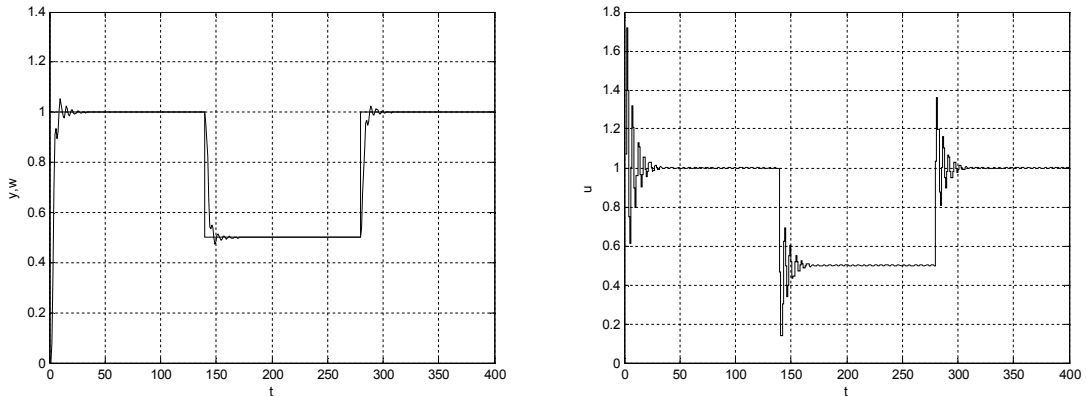
$K_{P2} = 182.5079$; $K_{P3} = -57.9604$

Na Obrázku 23 jsou znázorněny výsledky simulačního ověřování řízení číslicovým PID regulátorem (2.30), tj. Takahasiho regulátor PŘÍLOHA 2. Jak je patrné z obrázku byla soustava simulována v časovém úseku $t = 400$ s.

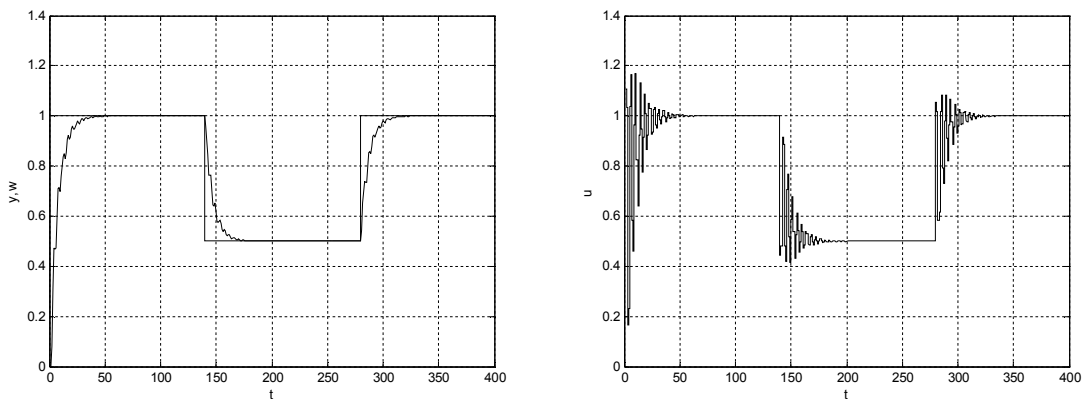
Obrázek 24 ukazuje simulační ověřování řízení číslicovým PID regulátorem s filtrací derivační složky (2.28) PŘÍLOHA 3. Soustava simulována v časovém úseku $t = 400$ s. Nutná je volba časové konstanty filtru T_f . Pro výpočet filtru se $\alpha = 3$.

Na Obrázku 25 jsou znázorněny výsledky simulačního ověřování řízení číslicovým PID regulátorem (2.41), tj. I-PD regulátor PŘÍLOHA 4. Jak je patrné z obrázku byla soustava simulována v časovém úseku $t = 400$ s. Pro výpočet regulátoru volíme $N = 3$ a $\beta = 0$.

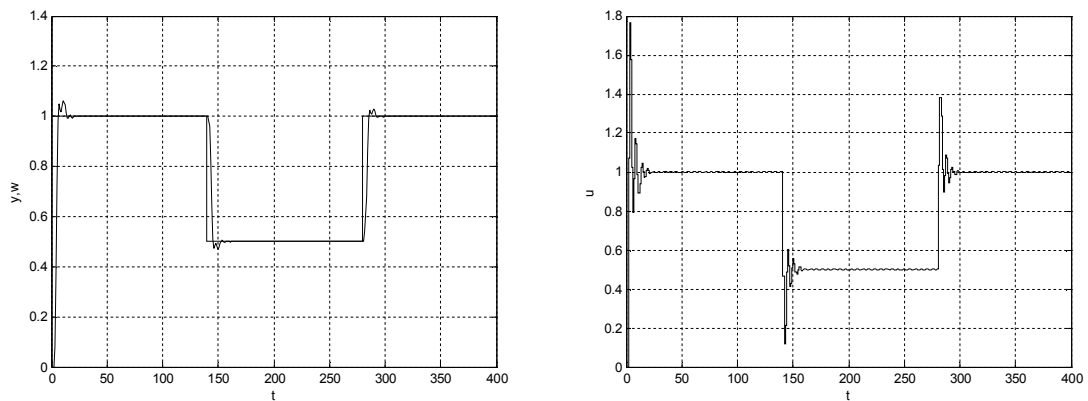
Na Obrázku 26 jsou znázorněny výsledky simulačního ověření řízení číslicovým PID regulátorem (2.40), tj. PI-D regulátor PŘÍLOHA 5. Jak je patrné z obrázku byla soustava simulována v časovém úseku $t = 400$ s. Pro výpočet regulátoru volíme stejně jako u I-PD regulátoru $N = 3$ a $\beta = 0$.



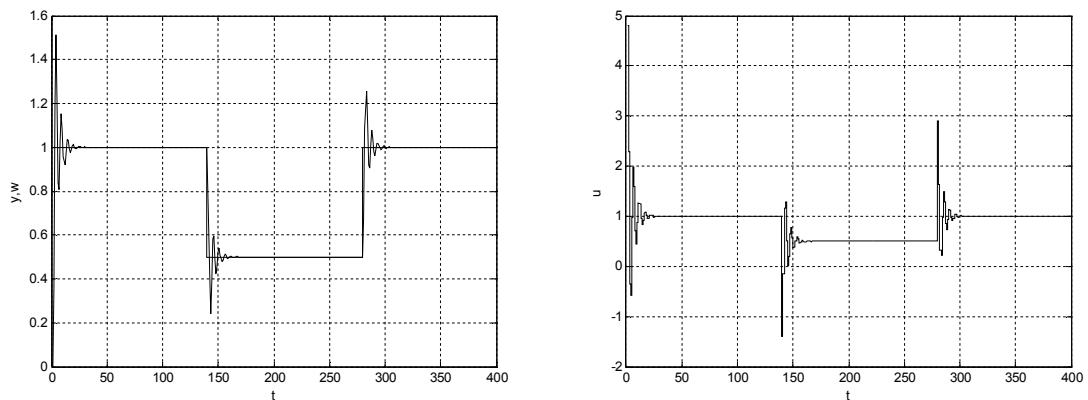
Obrázek 23. : Průběh veličin při řízení stabilního modelu 3.řádu pomocí Takahasiho regulátoru



Obrázek 24. : Průběh veličin při řízení stabilního modelu 3.řádu s filtrací derivační složky



Obrázek 25. : Průběh veličin při řízení stabilního modelu 3.řádu podle I-PD regulátoru



Obrázek 26. : Průběh veličin při řízení stabilního modelu 3.řádu podle PI-D regulátoru

4.4.1 Vyhodnocení kvality regulace

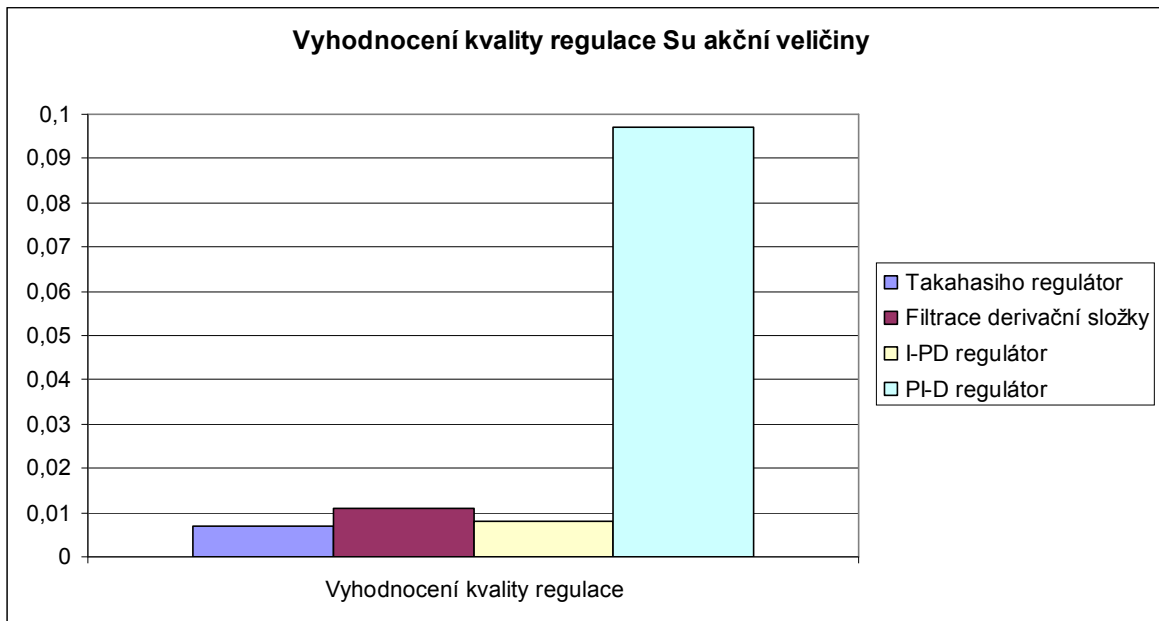
Pro vyhodnocení kvality regulace použijí kritéria založeného na výpočtu sumace kvadrátů regulační odchylky $e(k) = w(k) - y(k)$ a přírůstků akční veličiny $\Delta u(k) = u(k) - u(k-1)$ podle vztahů

$$S_e = \frac{1}{k_2 - k_1 + 1} \sum_{k=k_1}^{k_2} e^2(k); \quad S_u = \frac{1}{k_2 - k_1 + 1} \sum_{k=k_1}^{k_2} \Delta u^2(k)$$

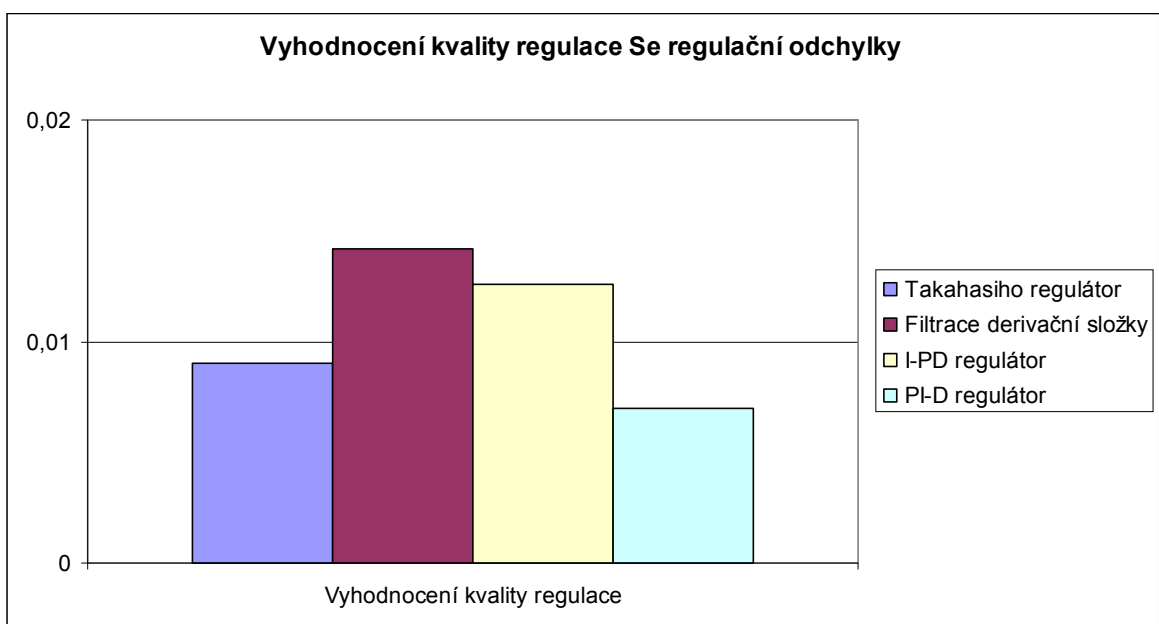
kde $\langle k_1, k_2 \rangle$ je zvolený interval pro určení kvality regulace.

Tabulka 4. : Srovnání kvality regulace pro stabilní soustavu 3.řádu

Regulátor	Vyhodnocení kvality regulace	
	S_u	S_e
Takahasiho regulátor	0.0068	0.009
Filtrace derivační složky	0.0111	0.0142
I-PD regulátor	0.008	0.0126
PI-D regulátor	0.097	0.007



Obrázek 27. : Vyhodnocení kvality regulace akční veličiny stabilní soustavy 3.řádu



Obrázek 28. : Vyhodnocení kvality regulace regulační odchylky stabilní soustavy 3.řádu

4.5 Nemimálně fázová soustava třetího řádu

Poslední model pro simulační ověřování jsem si zvolila nemimálně fázovou soustavu třetího řádu s přenosovou funkcí

$$G_E(s) = \frac{1-2s}{(s+1)^3} = \frac{-2s+1}{s^3+3s^2+3s+1}; T_0 = 0.35 \text{ s}$$

Pro simulační řízení je zvolena perioda vzorkování $T_0 = 0.35$ s. Průběh žádané hodnoty $w(k)$ je skokově měněn na hodnoty 1 a 0.5. Z-transformaci a kritické hodnoty dané přenosové funkce vypočteme pomocí PŘÍLOHA 6, což je program v Matlab, který je nastaven podle Obrázku 8 a kritické parametry podle rovnic (2.42) a (2.43)

$$G_D(z) = \frac{-0.0808z^{-1} + 0.0425z^{-2} + 0.0641z^{-3}}{1 - 2.1141z^{-1} + 1.4898z^{-2} - 0.3499z^{-3}}$$

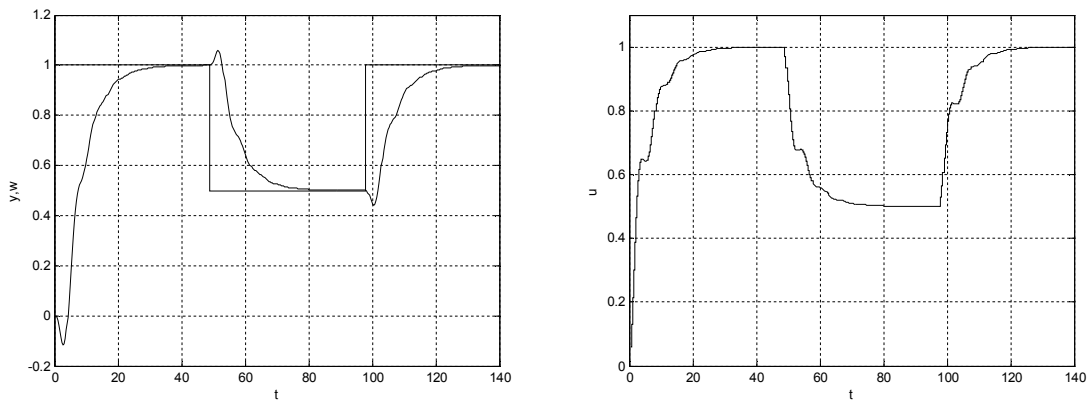
$$\text{Kritické hodnoty: } T_K = 7.985; \quad K_{PK} = 1.1082; \quad K_{P1} = 1.1082;$$

$$K_{P2} = -12.3964; \quad K_{P3} = -83.6725$$

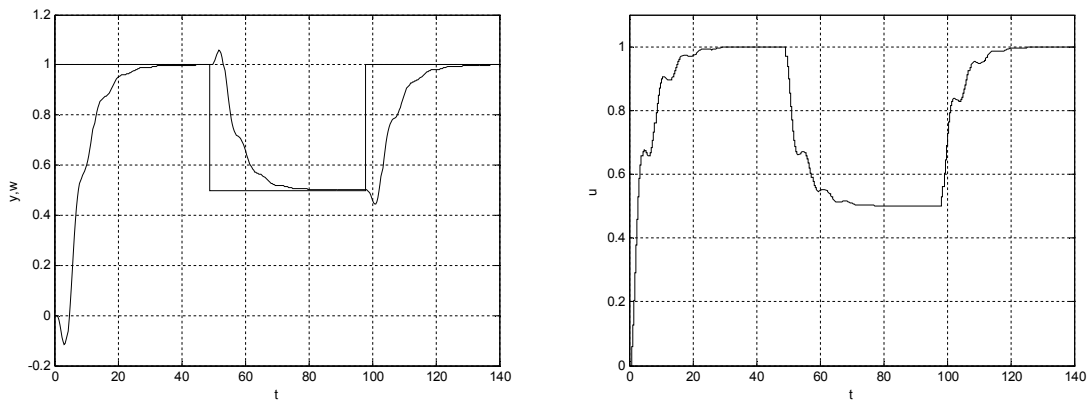
Na Obrázku 29 jsou znázorněny výsledky simulačního ověřování řízení číslicovým PID regulátorem (2.30), tj. Takahasiho regulátor PŘÍLOHA 2. Jak je patrné z obrázku byla soustava simulována v časovém úseku $t = 140$ s.

Na Obrázku 30 jsou znázorněny výsledky simulačního ověřování řízení číslicovým PID regulátorem (2.41), tj. I-PD regulátor PŘÍLOHA 4. Jak je patrné z obrázku byla soustava simulována v časovém úseku $t = 140$ s. Pro výpočet regulátoru volíme $N = 3$ a $\beta = 0$.

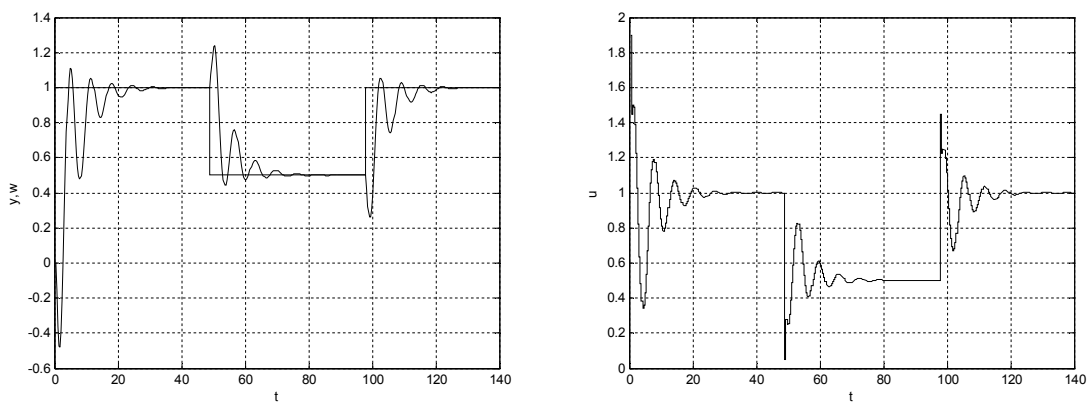
Na Obrázku 31 jsou znázorněny výsledky simulačního ověřování řízení číslicovým PID regulátorem (2.40), tj. PI-D regulátor PŘÍLOHA 5. Jak je patrné z obrázku byla soustava simulována v časovém úseku $t = 140$ s. Pro výpočet regulátoru volíme stejně jako u I-PD regulátoru $N = 3$ a $\beta = 0$.



Obrázek 29. : Průběh veličin při řízení neminimálně fázového modelu 3.řádu pomocí Takahashiho regulátoru



Obrázek 30. : průběh veličin při řízení neminimálně fázového modelu 3.řádu podle I-PD regulátoru



Obrázek 31. : Průběh veličin při řízení neminimálně fázového modelu 3.řádu podle PI-D regulátoru

4.5.1 Vyhodnocení kvality regulace

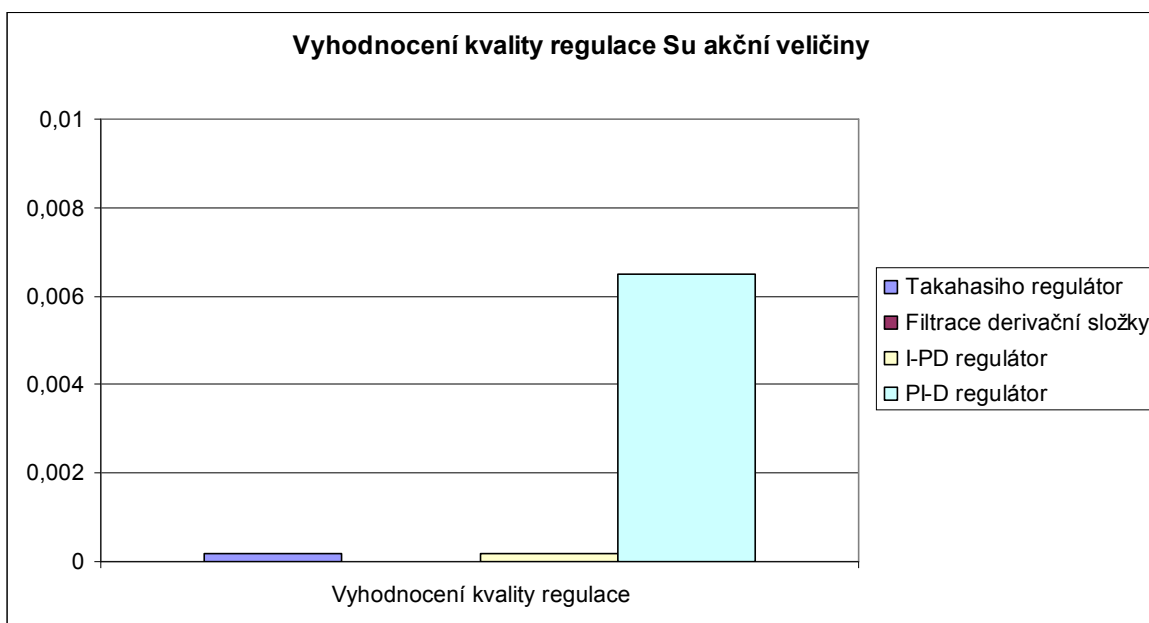
Pro vyhodnocení kvality regulace použijí kritéria založeného na výpočtu sumace kvadrátů regulační odchylky $e(k) = w(k) - y(k)$ a přírůstků akční veličiny $\Delta u(k) = u(k) - u(k-1)$ podle vztahů

$$S_e = \frac{1}{k_2 - k_1 + 1} \sum_{k=k_1}^{k_2} e^2(k); \quad S_u = \frac{1}{k_2 - k_1 + 1} \sum_{k=k_1}^{k_2} \Delta u^2(k)$$

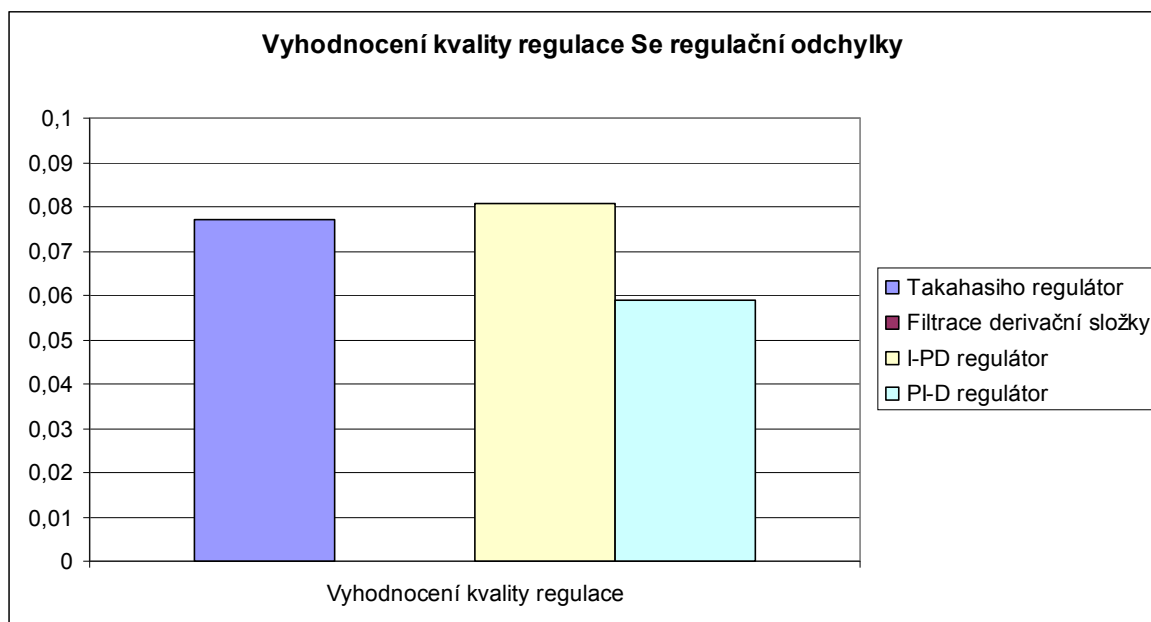
kde $\langle k_1, k_2 \rangle$ je zvolený interval pro určení kvality regulace.

Tabulka 5. : Srovnání kvality regulace pro stabilní soustavu 3.řádu

Regulátor	Vyhodnocení kvality regulace	
	S_u	S_e
Takahasiho regulátor	0.0002	0.0771
Filtrace derivační složky	0	0
I-PD regulátor	0.0002	0.0806
PI-D regulátor	0.0065	0.0588



Obrázek 32. : Vyhodnocení kvality regulace akční veličiny neminimálně fázového modelu 3.řádu



Obrázek 33. : Vyhodnocení kvality regulace regulační odchylky neminimálně fázového modelu 3.řádu

5 ZÁVĚR

Z výše uvedených obrázků (Obrázek 11 - Obrázek 14, Obrázek 17 - Obrázek 20, Obrázek 23 - Obrázek 26, Obrázek 29 - Obrázek 31), na kterých jsou průběhy regulačních pochodů, je zřejmé, že dobře seřízené číslicové PID regulátory můžeme použít bez velkých problémů pro řízení stabilních, minimálně fázových soustav i soustav třetího řádu. Průběhy regulačních pochodů při použití jednotlivých číslicových PID regulátorů založených na Zieglerově-Nicholově metodě se velmi málo liší, výjimku tvoří PI-D regulátor. Jak je zřejmé z Obrázek 15, Obrázek 21, Obrázek 27 a Obrázek 32, tento způsob nastavení číslicového PID regulátoru vykazuje u všech druhů soustav velké změny akční veličiny.

Výhodou výše používaných regulátorů je, že ve většině případů se používá pouze jeden volný parametr pro seřizování a to perioda vzorkování T_0 , která se volí podle rychlosti přechodového děje. V regulátorech, kde se filtruje derivační složka, je třeba ještě nastavit časovou konstantu filtru. Samozřejmě u průmyslových regulátorů je ještě nutné v některých případech použít saturaci integrační složky, případně omezit výstup regulátoru vzhledem k pracovnímu rozsahu akčního členu a s ohledem na technologické podmínky.

Použití číslicových PID regulátorů založených na Zieglerově-Nicholově metodě je nevhodné pro nestabilní soustavy druhého řádu, tento regulační pochod je silně nestabilní. Pro soustavu s neminimální fází třetího řádu není vhodné použít seřízení filtrace derivační složky, je nutné použít jiný typ nastavení regulátoru.

Je třeba si ale uvědomit, že dobré seřízení číslicového regulátoru vyžaduje vhodný matematický model řízeného procesu, jehož získání může být v průmyslových podmínkách problém. Rovněž řada procesů vykazuje nelineární, nestacionární případně stochastické chování, kde je nutno volit sofistikovanější metody řízení (robustní, adaptivní, prediktivní, využití umělé inteligence). Přesto dobře seřízené číslicové PID regulátory budou hrát i nadále důležitou roli v průmyslových aplikacích.

ZÁVĚR V ANGLIČTINĚ

From the above pictures (Figure 11 – Figure 14, Figure 17 – Figure 20, Figure 23 – Figure 26, Figure 29 – Figure 31), where are the courses of regulatory processes, it is clear that a well-tuned digital PID controllers can be used without big problems for the management of stable, minimum phase systems and systems of third order. Courses of regulatory processes in the application of digital PID controllers based on Ziegler – Nichols method is little different, except for the PI-D controller. As is evident from Figure 15, Figure 21, Figure 27 and Figure 32, this method of setting the digital PID controller has all kinds of large systems change action parameters.

The advantage of the controller is used, in most cases using only one free parameter adjustment and a sampling period T_0 , which is chosen according to the speed of the transition happening. The regulator, which is filtered derivative component, it is still necessary to set the time constant of the filter. Of course the industry regulator is still necessary in some cases to use saturation integration components, or reduce output controller according to the working range of actuator and to the technological conditions.

Use of digital PID controllers based on Ziegler-Nichols method is unsuitable for unstable second order system, the regulatory march is highly unstable. For third-order system with non-minimum phase adjustment is not appropriate to use the derivate component of filtration, it is necessary to use a different type of controller settings.

It is important to realize, however, that good alignment of digital controller requires a suitable mathematical model – driven process, the acquisition may be in the industrial problem. It also has a number of non – linear processes, no stationary stochastic behavior or where it is necessary to choose the more sophisticated management techniques (robust, adaptive, predictive, uses artificial intelligence). Despite well – tuned PID controllers will continue to play an important role in industrial applications.

SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY

- [1] BOBÁL, V., BÖHM, J., PROKOP, R., FESSL, J.: Praktické aspekty samočinně se nastavujících regulátorů: algoritmy a implementace, VUT v Brně 1999, pp.242
- [2] SCHLEGEL, M.: Průmyslové PID regulátory: Tutoriál, Rexcontrols, pp.24, (http://www.rexcontrols.cz/downloads/clanky/PIDTutor_CZ.pdf)
- [3] HANUŠ, B., OLEHLA, M., MODRLÁK, O.: Číslicová regulace technologických procesů, VUT v Brně 2000, pp.316
- [4] PIVOŇKA, P.: Číslicová řídicí technika, VUT v Brně 2003, pp.151
- [5] BOBÁL, V.: Adaptivní a prediktivní řízení, UTB ve Zlíně 2008, pp.134
- [6] BOBÁL, V., BÖHM, J., PROKOP, R.: Practical aspects of self-tuning controllers. International Journal of Adaptive Control and Signal Processing, 13, 1999, 671-690.
- [7] ŠULC, B.: Teorie automatického řízení II. Ediční středisko ČVUT, Praha, 1992.
- [8] TAKAHASHI, Y., CHAN, C., AUSLANDER, D.: Parametereinstellung bei linearen DDC-Algorithmen. Regelunstechnik und Prozessdatenverarbeitung, 19, 1971, 237-284.
- [9] VAŇKOVÁ, M.: Adaptivní regulátory prvky umělé inteligence, VUT v Brně 2009, pp.90
- [10] SCHMIDT, M.: Derivative Action in Discrete PID Controllers. In *Sborník konference a soutěže Student EEICT 2007*. FEKT VUT v Brně, 2007, 101-105. Dostupný na [www: <http://www.feec.vutbr.cz/EEICT/2007/sbornik/03-doktorske_projekty/03-kybernetika_a_automatizace/12-xschmi00.pdf>](http://www.feec.vutbr.cz/EEICT/2007/sbornik/03-doktorske_projekty/03-kybernetika_a_automatizace/12-xschmi00.pdf).
- [11] PIVOŇKA, P.: Comparative Analysis in Implementations Discrete PID Controllers. In: Proceedings East West Fuzzy Colloquium 2008. 1. Zittau, Germany: HS Zittau/Gorlitz, 2008. s. 162-167.
- [12] ZIEGLER, J. G., NICHOLS, N., B.: Optimum settings for automatic controllers. Trans. ASME, 64, 1942, 759-768.
- [13] ŠULC, B., VÍTEČKOVÁ, M.: Teorie a praxe návrhu regulačních obvodů, ČVUT 2004, pp.333

- [14] BOBÁL, V.: Samočinně se seřizující PSD regulátor pro regulaci soustav vyšších řádů. *Automatizace*, 33, 1990, 124-129.
- [15] BOBÁL, V., BÖHM, J., PROKOP, R., FESSL, J., MACHÁČEK, J.: *Digital Self-tuning Controllers: Algorithms, Implementation and Applications*. Advanced Textbooks in Control and Signal Processing. London, Springer-Verlag, 2005.
- [16] MACHÁČEK, J., DRÁBEK, O.: Výpočet kritického zesílení a kritické frekvence pro návrh PSD regulátoru Ziegler-Nicholsovou metodou. *Automatizace*, 33, 1990, 142-144.
- [17] NIEDERLIŇSKI, A.: *Číslicové systémy pro řízení technologických procesů*. Praha, SNTL 1984.
- [18] BOBÁL, V., CHALUPA, P.: *Self-tuning Controllers Simulink Library, Version 2. User's Manual*, Zlín, Tomas Bata University, 2007, (see <http://www.utb.cz/stctool/>).
- [19] BOBÁL, V., VAŠEK, V.: Samočinně se seřizující PSD regulátor. *Automatizace*, 30, 1987, 204-207.
- [20] ISERMANN, R.: *Digital control Systems*. 2nd revised edition, Berlin, Heidelberg, New York, Springer-Verlag 1991.
- [21] PIVOŇKA, P.: Comparative Analysis in Implementations Discrete PID Controllers. In: *Proceedings East West Fuzzy Colloquium 2008*. 1. Zittau, Germany: HS Zittau/Gorlitz, 2008. s. 162-167.

SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK

a_1, a_2, a_3	Parametry Z- přenosu soustavy
A	Polynom ve jmenovateli přenosu regulované soustavy stupně n
b_1, b_2, b_3	Parametry Z- přenosu soustavy
B	Polynom stupně m v čitateli přenosu regulované soustavy
d	Počet kroků dopravního zpoždění
D	Derivační složka
DOBD	Dopředná obdélníková metoda
$e, e(t)$	Regulační odchylka
$G(s)$	Spojité přenosové funkce
$G(z)$	Diskrétní přenosové funkce
$G_R(z)$	Diskrétní přenos regulátoru
$G_W(z)$	Diskrétní přenosové funkce řízení uzavřeného regulačního obvodu
I-PD	Varianta číslicového PID regulátoru s vylepšením filtrace derivační složky
Im	Imaginární část osy v jednotkové kružnici
K, K_P, K_0	Zesílení
K_{PK}	Kritické proporcionální zesílení
LICHO	Lichoběžníková metoda
N	Zesilovací člen $N \in \langle 3; 20 \rangle$
P	Proporcionální regulátor
PI	Proporcionální – integrační regulátor
PI-D	Číslicový PID regulátor s filtrací derivační složky
PID	Proporcionální – integrační – derivační regulátor
Re	Relativní osa jednotkové kružnice
s	Komplexní proměnná Laplaceovy transformace

S_e	Kvalita regulace regulační odchylky
S_u	Kvalita regulace akční veličiny
T_0	Perioda vzorkování
T_D	Derivační časová konstanta
T_f	Časová konstanta pro jednodukapacitní filtr
T_I	Integrační časová konstanta
T_K	Kritická perioda kmitů
$u, u(t)$	Akční veličina
v, n	Poruchová veličina
$w, w(t)$	Požadovaná hodnota
$y, y(t)$	Regulovaná veličina
z_i	Kořeny polynomu s komplexní proměnnou z
ZOBD	Zpětná obdélníková
α	Konstanta filtru $\alpha = 10$
β	Váhový faktor $\beta \in \langle 0;1 \rangle$
κ	Velikost normalizovaného zesílení
φ	Fázový posun
ω_K	Kritická frekvence

SEZNAM OBRÁZKŮ

Obrázek 1.	: Jednoduchá regulační smyčka	12
Obrázek 2.	: Jedna z implementací PI regulátoru.....	13
Obrázek 3.	: Číslicový PID regulátor s filtrací derivační složky	22
Obrázek 4.	: Stavový diagram PSD s IAI.....	24
Obrázek 5.	: Blokové schéma regulačního obvodu s proporcionálním regulátorem.....	26
Obrázek 6.	: Umístění kritických pólů na jednotkové kružnici	27
Obrázek 7.	: Vývojový diagram pro výpočet parametrů regulátoru pro soustavu druhého řádu	28
Obrázek 8.	: Vývojový diagram pro výpočet parametrů regulátoru pro soustavu třetího řádu	29
Obrázek 9.	: Kaskádní regulační obvod.....	32
Obrázek 10.	: Blokové schéma PID regulátoru s řešením Wind-up efektu podle (5.16)	34
Obrázek 11.	: Průběh veličin při řízení modelu stabilního modelu 2.řádu pomocí Takahasiho regulátoru	38
Obrázek 12.	: Průběh veličin při řízení stabilního modelu 2.řádu s filtrací derivační složky	39
Obrázek 13.	: Průběh veličin při řízení stabilního modelu 2.řádu podle I-PD regulátoru	39
Obrázek 14.	: Průběh veličin při řízení stabilního modelu 2.řádu podle PI-D regulátoru	39
Obrázek 15.	: Vyhodnocení kvality regulace akční veličiny stabilní soustavy 2.řádu...	40

Obrázek 16.	: Vyhodnocení kvality regulace regulační odchylky stabilní soustavy 2.řádu	41
Obrázek 17.	: Průběh veličin při řízení modelu s neminimální fází 2.řádu pomocí Takahasiho regulátoru	42
Obrázek 18.	: Průběh veličin při řízení modelu s neminimální fází 2.řádu s filtrací derivační složky	42
Obrázek 19.	: Průběh veličin při řízení modelu s neminimální fází 2.řádu podle I-PD regulátoru	43
Obrázek 20.	: Průběh veličin při řízení modelu s neminimální fází 2.řádu podle PI-D regulátoru	43
Obrázek 21.	: Vyhodnocení kvality regulace akční veličiny soustavy s neminimální fází 2.řádu	44
Obrázek 22.	: Vyhodnocení kvality regulace regulační odchylky s neminimální fází 2.řádu	44
Obrázek 23.	: Průběh veličin při řízení stabilního modelu 3.řádu pomocí Takahasiho regulátoru	46
Obrázek 24.	: Průběh veličin při řízení stabilního modelu 3.řádu s filtrací derivační složky	46
Obrázek 25.	: Průběh veličin při řízení stabilního modelu 3.řádu podle I-PD regulátoru	47
Obrázek 26.	: Průběh veličin při řízení stabilního modelu 3.řádu podle PI-D regulátoru	47
Obrázek 27.	: Vyhodnocení kvality regulace akční veličiny stabilní soustavy 3.řádu...	48
Obrázek 28.	: Vyhodnocení kvality regulace regulační odchylky stabilní soustavy 3.řádu	48

- Obrázek 29. : Průběh veličin při řízení neminimálně fázového modelu 3.řádu pomocí Takahasiho regulátoru 50
- Obrázek 30. : průběh veličin při řízení neminimálně fázového modelu 3.řádu podle I-PD regulátoru 50
- Obrázek 31. : Průběh veličin při řízení neminimálně fázového modelu 3.řádu podle PI-D regulátoru 50
- Obrázek 32. : Vyhodnocení kvality regulace akční veličiny neminimálně fázového modelu 3.řádu 51
- Obrázek 33. : Vyhodnocení kvality regulace regulační odchylky neminimálně fázového modelu 3.řádu 52

SEZNAM TABULEK

Tabulka 1.	: Parametry číslicových přírůstkových PID regulátorů	18
Tabulka 2.	: Srovnání kvality regulace pro stabilní soustavu 2.řádu.....	40
Tabulka 3.	: Srovnání kvality regulace pro soustavu s neminimální fází 2.řádu	44
Tabulka 4.	: Srovnání kvality regulace pro stabilní soustavu 3.řádu.....	48
Tabulka 5.	: Srovnání kvality regulace pro stabilní soustavu 3.řádu.....	51

SEZNAM PŘÍLOH

PŘÍLOHA 1. : výpočet z-transformace a parametrů pro 2.řád	64
PŘÍLOHA 2. : nastavení takahasiho regulátoru pro druhý řád	65
PŘÍLOHA 3. : nastavení regulátoru s filtrací derivační složky.....	66
PŘÍLOHA 4. : nastavení regulátoru typu I-PD	67
PŘÍLOHA 5. : nastavení regulátoru typu Pi-D.....	68
PŘÍLOHA 6. : výpočet z-transformace a parametrů pro 3.řád	69

PŘÍLOHA 1. : VÝPOČET Z-TRANSFORMACE A PARAMETRŮ PRO 2.ŘÁD

```

%Výpočet Z - transformace a kritických parametrů:
clc; %funkce pro vyčištění
%Převod přenosové funkce na Z-transformaci :
T0=2; % perioda vzorkování
[ci,jm]=c2dm([1],[50 15 1],T0) %Spojité přenosové funkce: G(s) =
1/(50s^2 + 15s + 1)
%určení a1, a2, b1, b2
b1=ci(2);
b2=ci(3);
a1=jm(2);
a2=jm(3);
%výpočet kritických parametrů podle vývojového diagramu pro nastavení
2.řádu
r1=(1-a2)/b2;
r2=(a1-a2-1)/(b2-b1);
bb=b1*r1+a1;
cc=b2*r1+a2;
dd=bb*bb-4*cc;
alfa=-bb/2;
if alfa>1
    omega=(1/T0)*acos(.99);
elseif alfa<-1
    omega=(1/T0)*acos(-1);
else
    omega=(1/T0)*acos(alfa);
end
tk=(2*pi)/omega;
if dd<=0
    r0k=r1;
else
    r0k=r2; %Kpk
end
if alfa == -1
    tk=2*T0;
end
if alfa == 0
    tk=4*T0; %Tk
end
%konstanty PID regulátoru
kp=0.6*r0k %Kp
ki=0.5*tk %Ti
kd=0.125*tk %Td
% konstanty PID regulátoru pro Takahasiho regulátor
kpt=(0.6*r0k)*(1-(T0/tk)) %Kp
kit=(kp*tk)/(1.2*r0k) %Ti
kdt=(3*r0k*tk)/(40*kp) %Td

```


PŘÍLOHA 2. : NASTAVENÍ TAKAHASIHO REGULÁTORU PRO DRUHÝ ŘÁD

```
%Takahashiho PID regulator
%Spojitá přenosová funkce:  $G(s) = 1/(50s^2 + 15s + 1)$ 
%Převod spojité funkce na diskretní:
T0=2;
[ci,jm]=c2dm([1],[50 15 1],T0)
%přiřazení polynomů
b1=ci(2);
b2=ci(3);
a1=jm(2);
a2=jm(3);
%výpočet kritických parametrů podle přílohy I
%výpočet kritických parametrů pro Takahasiho podle přílohy I
%Změna žádané hodnoty:
D=zeros(10,1);
for k=1:160
if k==50
w=0.5;
end
if k==100
w=1;
end
%rovnice Takahasiho regulátoru pro simulaci
krok(k)=k;
y(k)=-a1*D(1)-a2*D(2)+b1*D(3)+b2*D(4);
e(k)=w-y(k);
u(k)=kp*(D(1)-y(k))+ki*(w-y(k))+kd*(2*D(1)-D(2)-y(k))+D(3);
%Cyklická záměna ve vektoru dat:
D(2)=D(1);
D(1)=y(k);
D(4)=D(3);
D(3)=u(k);
ww(k)=w;
end;
```

PŘÍLOHA 3. : NASTAVENÍ REGULÁTORU S FILTRACÍ DERIVAČNÍ SLOŽKY

```

%Spojitá přenosová funkce: G(s) = 1/(50s^2 + 15s + 1)
%Převod spojité funkce na diskretní:
T0=2;
[ci,t,jm]=c2dm([1],[50 15 1],T0)
b1=ci(2);
b2=ci(3);
a1=jm(2);
a2=jm(3);
%výpočet kritických parametrů podle přílohy I
%konstanty PID regulátoru vypočítané z přílohy I
tf=kd/10; %Tf=Td/alfa alfa=10
D=zeros(10,1);
%parametry regulátoru:p1,p2,q0,q1,q2,q3
p1=(-4*tf/T0)/(2*tf/T0+1);
p2=(2*tf/T0-1)/(2*tf/T0+1);
q0=(kp+(2*kp*tf/T0+2*kp*kd/T0)+(kp*T0/(2*ki))*(2*tf/T0+1))/(2*tf/T0+1);
q1=(T0*kp/(2*ki)-4*kp*((tf+kd)/T0))/(2*tf/T0+1);
q2=((tf/T0)*(2*kp-(kp*T0/ki))+2*kp*kd/T0+kp*T0/(2*ki)-kp)/(2*tf/T0+1);
%Změna žádané hodnoty:
for k=1:160
if k==50
w=0.5;
end
if k==100
w=1;
end
%výpočet regulátoru
krok(k)=k;
y(k)=-a1*D(1)-a2*D(2)+b1*D(3)+b2*D(4);
e(k)=w-y(k);
u(k)=-p1*D(3)-p2*D(4)+q0*(w-y(k))+q1*(w-D(1))+q2*(w-D(2));
%Cyklická záměna ve vektoru dat:
D(2)=D(1);
D(1)=y(k);
D(4)=D(3);
D(3)=u(k);
ww(k)=w;
end;

```

PŘÍLOHA 4. : NASTAVENÍ REGULÁTORU TYPU I-PD

```

%Spojitá přenosová funkce:  $G(s) = 1/(50s^2 + 15s + 1)$ 
%Převod spojité funkce na diskretní:
T0=2;
[ci,jm]=c2dm([1],[50 15 1],T0)
%definice polynomů
b1=ci(2);
b2=ci(3);
a1=jm(2);
a2=jm(3);
D=zeros(10,1);
W=zeros(10,1);
%Výpočet kritických parametrů podle Přílohy I
%Parametry PID regulátoru podle Z-N podle Přílohy I
beta=0; N=3;
sum=0;ds=0;
%Změna žádané hodnoty:
for k=1:160
if k==50
w=0.5;
end
if k==100
w=1;
end
krok(k)=k;
%Simulace číslcového modelu procesu:
y(k)=-a1*D(1)-a2*D(2)+b1*D(3)+b2*D(4);
ww(k)=w;
e(k)=w-y(k);
u(k)=Kp*(beta*ww(k)-y(k))+sum-(Kp*y(k)+ds*exp(-T0*N/Td)-ds)*Td/T0*(1-
exp(-T0*N/Td));
ds=ds*exp(-T0*N/Td)+Kp*y(k);
sum=sum+e(k)*Kp*T0/Ti;
%Cyklická záměna ve vektoru dat:
D(2)=D(1);
D(1)=y(k);

D(4)=D(3);
D(3)=u(k);

end;

```

PŘÍLOHA 5. : NASTAVENÍ REGULÁTORU TYPU PI-D

```

%Spojitá přenosová funkce:  $G(s) = 1/(15s^2 + 5s + 1)$ 
%Převod spojité funkce na diskretní:
T0=2;
[ci,jm]=c2dm([1],[15 5 1],T0)
%definice polynomů
b1=ci(2);
b2=ci(3);
a1=jm(2);
a2=jm(3);
%Výpočet kritických parametrů podle Přílohy I
%Parametry PID regulátoru podle Z-N podle Přílohy I
D=zeros(10,1);
W=zeros(10,1);
%pro výpočet regulátoru určení beta a N
beta=0; N=3;
sum=0;ds=0;
%Změna žádané hodnoty:
for k=1:160
if k==50
w=0.5;
end
if k==100
w=1;
end
krok(k)=k;
%Simulace číslcového modelu procesu:
y(k)=-a1*D(1)-a2*D(2)+b1*D(3)+b2*D(4);
ww(k)=w;
e(k)=w-y(k);
u(k)=Kp*e(k)+sum+(Kp*e(k)+ds*exp(-T0*N/Td)-ds)*Td/T0*(1-exp(-T0*N/Td));
ds=ds*exp(-T0*N/Td)+Kp*e(k);
sum=sum+e(k)*Kp*T0/Ti;
%Cyklická záměna ve vektoru dat:
D(2)=D(1);
D(1)=y(k);
D(4)=D(3);
D(3)=u(k);
end;

```

PŘÍLOHA 6. : VÝPOČET Z-TRANSFORMACE A PARAMETRŮ PRO 3.ŘÁD

```

%Spojitý model
%G(s)=1/(0.5s+1)(s+1)(2s+1)=1/(s^3+3.5s^2+3.5s+1)
%Převod spojitě funkce na diskrétní:
T0=0.35;
[ci,jm]=c2dm([1],[1 3.5 3.5 1],T0)
%určení b1, b2, b3, a1, a2, a3
b1=ci(2);
b2=ci(3);
b3=ci(4);
a1=jm(2);
a2=jm(3);
a3=jm(4);
% Vypocet kritickych parametru podle vývojového diagramu pro 3.řád
r2=b3*(b3-b1);
r1=b3*(2*a3-a1)+b2-a3*b1;
r0=a3*(a3-a1)+a2-1;
dd=r1*r1-4*r0*r2;
if dd<0
dd=0;
end
Kp1=(-r1+sqrt(dd))/(2*r2);
Kp2=(-r1-sqrt(dd))/(2*r2);
Kp3=(a1+a3-a2-1)/(b2-b1-b3);
Kpu=Kp1;
aa=b1*Kpu+a1;
bb=b2*Kpu+a2;
cc=b3*Kpu+a3;
pp=bb-aa*aa/3;
qq=(2*aa*aa*aa/27)-(aa*bb/3)+cc;
qq1=(qq/2)*(qq/2);
pp1=(pp/3)*(pp/3)*(pp/3);
DD=qq1+pp1;
if DD<=0
Kpu=Kp2;
aa=b1*Kpu+a1;
bb=b2*Kpu+a2;
cc=b3*Kpu+a3;
pp=bb-aa*aa/3;
qq=2*aa*aa*aa/27-aa*bb/3+cc;
qq1=(qq/2)*(qq/2);
pp1=(pp/3)*(pp/3)*(pp/3);
DD=qq1+pp1;
end
if DD<=0
Kpu=Kp3;
aa=b1*Kpu+a1;
bb=b2*Kpu+a2;
cc=b3*Kpu+a3;
pp=bb-aa*aa/3;
qq=2*aa*aa*aa/27-(aa*bb/3)+cc;
qq1=(qq/2)*(qq/2);
pp1=(pp/3)*(pp/3)*(pp/3);
DD=qq1+pp1;
end
qq2=sqrt(DD);
mm1=-qq/2+qq2;
mm2=-qq/2-qq2;
nn1=mm1;
nn2=mm2;
if nn1<0
nn1=abs(nn1);
end

```

```
if nn2<0
nn2=abs(nn2);
end
uu1=(nn1)^(1/3);
vv1=(nn2)^(1/3);
if mm1<0
uu1=-uu1;
end
if mm2<0
vv1=-vv1;
end

zz1=uu1+vv1;
beta=-((uu1+vv1)/2)-aa/3;

if beta>1
beta=.9999;
elseif beta<-1
beta=-1;
end

omegau=acos(beta)/T0;
tk=2*3.14/omegau;

if beta==0
tk=4*T0;
elseif beta===-1 & zz1===-1
tk=2*T0;
end

r0k=Kpu;

%konstanty PID regulátoru
kp=0.6*r0k; %Kp
ki=0.5*tk; %Ti
kd=0.125*tk; %Td
```