

# **Vliv volby externího lineárního modelu na výsledky adaptivního řízení chemického reaktoru**

Influence of external linear model on results of adaptive control  
inside chemical reactor

Bc. Peter Kebísek

---

Diplomová práce  
2010



Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně  
Fakulta aplikované informatiky

---

\*\*\* nescannované zadání str. 1 \*\*\*

\*\*\* nescannované zadání str. 2 \*\*\*

## ABSTRAKT

Adaptívny prístup k riadeniu spočíva v tzv. adaptácii, alebo učeníu. Adaptívny prístup v tejto práci spočíva vo voľbe externého lineárneho modelu originálne nelineárneho systému, ktorého parametre sú odhadované rekurzívne behom riadenia a parametre regulátoru sú prepočítané s ohľadom na tieto identifikované parameter sústavy. Voľba vhodného externého lineárneho modelu bude hlavnou úlohou tejto práce. Všetky navrhnuté postupy budú odsimulované na matematickom modeli prietokového chemického reaktoru s chladením v plášti.

Kľúčové slová: adaptívny regulátor, externý lineárny model, simulácia

## ABSTRACT

Adaptive control rest in so-called adaptation, or learning. In this thesis adaptive control lies in suitable choice of external linear model of originally nonlinear system, which parameters are estimated recursively during controlling procedure and regulator parameters are recalculated with regard to the identified system parameters. Choosing an appropriate external linear model will be the main task of this work. All the proposed methods were simulated on a mathematical model of flow chemical reactor with cooling in the mantle.

Keywords: adaptive control, external linear model, simulation

Veľmi rád by som sa poďakoval vedúcemu mojej diplomovej práce Ing. Jiřimu Vojtěškovi, Ph.D. za trpezlivé vedenie, množstvo rád a predmetných pripomienok pri vypracovávaní práce.

**Prohlašuji, že**

- beru na vědomí, že odevzdáním diplomové/bakalářské práce souhlasím se zveřejněním své práce podle zákona č. 111/1998 Sb. o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších právních předpisů, bez ohledu na výsledek obhajoby;
- beru na vědomí, že diplomová/bakalářská práce bude uložena v elektronické podobě v univerzitním informačním systému dostupná k prezenčnímu nahlédnutí, že jeden výtisk diplomové/bakalářské práce bude uložen v příruční knihovně Fakulty aplikované informatiky Univerzity Tomáše Bati ve Zlíně a jeden výtisk bude uložen u vedoucího práce;
- byl/a jsem seznámen/a s tím, že na moji diplomovou/bakalářskou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb. o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon) ve znění pozdějších právních předpisů, zejm. § 35 odst. 3;
- beru na vědomí, že podle § 60 odst. 1 autorského zákona má UTB ve Zlíně právo na uzavření licenční smlouvy o užití školního díla v rozsahu § 12 odst. 4 autorského zákona;
- beru na vědomí, že podle § 60 odst. 2 a 3 autorského zákona mohu užít své dílo – diplomovou/bakalářskou práci nebo poskytnout licenci k jejímu využití jen s předchozím písemným souhlasem Univerzity Tomáše Bati ve Zlíně, která je oprávněna v takovém případě ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které byly Univerzitou Tomáše Bati ve Zlíně na vytvoření díla vynaloženy (až do jejich skutečné výše);
- beru na vědomí, že pokud bylo k vypracování diplomové/bakalářské práce využito softwaru poskytnutého Univerzitou Tomáše Bati ve Zlíně nebo jinými subjekty pouze ke studijním a výzkumným účelům (tedy pouze k nekomerčnímu využití), nelze výsledky diplomové/bakalářské práce využít ke komerčním účelům;
- beru na vědomí, že pokud je výstupem diplomové/bakalářské práce jakýkoliv softwarový produkt, považují se za součást práce rovněž i zdrojové kódy, popř. soubory, ze kterých se projekt skládá. Neodevzdání této součásti může být důvodem k neobhájení práce.

**Prohlašuji,**

- že jsem na diplomové práci pracoval samostatně a použitou literaturu jsem citoval. V případě publikace výsledků budu uveden jako spoluautor.
- že odevzdaná verze diplomové práce a verze elektronická nahraná do IS/STAG jsou totožné.

Ve Zlíně

.....  
podpis diplomanta

**OBSAH**

<b>ÚVOD</b> .....	<b>9</b>
<b>I TEORETICKÁ ČÁST</b> .....	<b>10</b>
<b>1 MODELOVANIE A SIMULÁCIA</b> .....	<b>11</b>
1.1 KLASIFIKÁCIA MODELOV .....	11
1.2 MODELOVANIE .....	13
1.3 SIMULÁCIA MODELU .....	14
1.3.1 Výpočet ustálených stavov .....	14
1.3.2 Metóda jednoduchej iterácie .....	14
1.4 SIMULÁCIA DYNAMICKÝCH SYSTÉMOV .....	15
1.4.1 Numerická metóda Runge-Kutta 4.rádu.....	15
<b>2 ADAPTÍVNE RIADIACE SYSTÉMY</b> .....	<b>17</b>
2.1 ODVODENIE MODELU.....	18
2.2 IDENTIFIKÁCIA.....	20
2.2.1 Regresné metódy najmenších štvorcov .....	20
2.2.2 Rekurzívne metódy najmeších štvorcov (RLS).....	22
2.2.3 Modifikácia rekurzívnej meódy najmenších štvorcov .....	24
2.2.3.1 Konštantné exponenciálne zabúdanie .....	24
2.2.3.2 Premennivé exponenciálne zabúdanie .....	25
2.2.3.3 Smerové zabúdanie .....	25
2.3 POUŽITIE DELTA MODELU .....	26
2.4 POLYNOMIÁLNA METÓDA NÁVRHU REGULÁTORU .....	27
<b>II PRAKTICKÁ ČÁST</b> .....	<b>31</b>
<b>3 ADAPTÍVNE RIADENIE PRIETOKOVÉHO CHEMICKÉHO REAKTORU</b> .....	<b>32</b>
3.1 ODVODENIE MATEMATICKÉHO MODELU CHEMICKÉHO REAKTORU .....	32
3.1.1 Bilancia zložiek modelu reaktoru.....	34
3.1.2 Zadané hodnoty .....	35
3.2 MODEL USTÁLENÉHO STAVU .....	36
3.3 STATICKÁ CHARAKTERISTIKA SÚSTAVY .....	37
3.4 DYNAMICKÁ CHARAKTERISTIKA SÚSTAVY .....	40
3.5 SIMULÁCIA RIADENIA .....	43
3.5.1 Návrh adaptívneho regulátoru za použitia ELM prvého radu .....	43
3.5.2 Návrh adaptívneho regulátoru za použitia ELM druhého radu .....	50
3.5.3 Návrh vhodného regulátoru.....	57
<b>ZÁVĚR</b> .....	<b>59</b>
<b>ZÁVĚR V ANGLIČTINĚ</b> .....	<b>61</b>
<b>SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY</b> .....	<b>63</b>

SEZNAM OBRÁZKŮ .....	65
SEZNAM TABULEK.....	66



## ÚVOD

Teória adaptívneho riadenia zaznamenáva v poslednom období veľký rozvoj a adaptívne riadenie sa stáva stále dôležitejšou súčasťou rôznych riadiacich systémov, najmä v priemyselnej praxi, kde väčšina procesov vykazuje nelineárne chovanie. Riadenie takýchto procesov pomocou klasických regulátorov je nevyhovujúce. Adaptívne riadiace systémy nepracujú na úplne rovnakých princípoch, preto ich môžeme klasifikovať do rôznych kategórií.

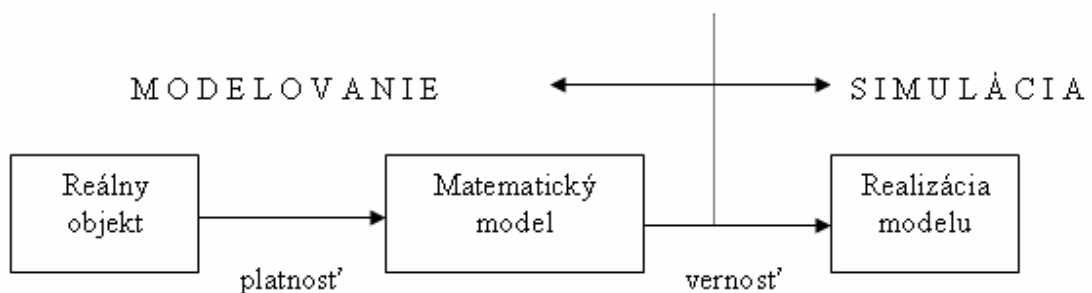
V práci som uvažoval o takom regulátore, ktorý je založený na identifikácii neznámeho procesu a následnou syntézou riadenia. Takýto regulátor je nazývaný ako samočinne sa nastavujúci (Self-tuning Controller - STC) a pre jeho správny chod je potreba dobrá znalosť dynamickej sústavy, na základe ktorej je možnosť vytvorenia externého lineárneho modelu. Na základe štruktúry týchto modelov prebieha odhad ich parametrov. Tieto parametre si preberá adaptívny regulátor a na ich základe generuje akčný zásah, ktorým ovláda akčný orgán. Navyše predpokladáme, že zmena parametrov riadeného procesu je pomalejšia ako rýchlosť adaptácie.

V tejto práci sa hlavne zameriavam na vplyv voľby externých lineárnych modelov vyjadrených z dynamiky riadenej sústavy na kvalitu regulačného pochodu. Výsledky simulačných pochodov sú analyzované a na ich základe bol navrhnutý vhodný regulátor z hľadiska riadenia a tiež výpočetných nárokov.

## TEORETICKÁ ČÁST

## 1 MODELOVANIE A SIMULÁCIA

Modelovanie je experimentálny informačný proces, pri ktorom sa skúmanému systému (originálu, objektu) jednoznačne priraduje podľa určitých kritérií iný systém, fyzický alebo abstraktný, nazývaný model. Modelovaním dynamických systémov s priamym alebo nepriamym spätným pôsobením na skúmaný objekt sa nazýva simulácia. Pre simuláciu je podstatný prenos poznatkov získaných na simulačnom modeli späť na skúmaný objekt. Pre modelovanie má spoľahlivé zistenie vlastností skúmaného systému základný význam. S tým úzko súvisí vierohodnosť výsledkov modelovania. [1]



Obrázok 1: Modelovanie a simulácia

### 1.1 Klasifikácia modelov

Modely môžeme klasifikovať na základe rôznych hladísk.

Delíme ich na:

#### 1. statické a dynamické

Pri statických je väzba medzi vstupnými a výstupnými veličinami reprezentujú algebraické rovnice, čas tu nevystupuje ako nezávislá premenná, takže ide o relácie medzi ustáleným vstupom a výstupom.

V prípade dynamických systémov je väzba medzi vstupmi a výstupmi vyjadrená pomocou diferenčných, poprípade diferencálnych rovníc.

## 2. časovo nezávislé (t – invariantné) a časovo závislé (t – variantní)

Závisí to podľa toho, či koeficienty týchto rovníc sú, či nie sú závislé na čase.

## 3. lineárne a nelineárne

Operácie s prvou skupinou sú neporovnateľne jednoduchšie ako s druhou skupinou, preto ju linearizujeme.

## 4. spojitý a diskretný

V spojitom systéme uvažujeme o zmenách veličín v spojitých časových okamžikoch, zatiaľ čo u druhej skupine nastávajú zmeny v diskretných časových okamžikoch.

## 5. vonkajší a vnútorný

Vonkajší popisuje relácie medzi vstupom a výstupom, zatiaľ čo vnútorný obsahuje stavové premenné.

## 6. neparametrické a parametrické

Neparametrické modely nevyžadujú žiadne informácie o štruktúre modelu, ale na druhej strane je ich modelovanie veľmi ťažkopádne.

Pokiaľ sa jedná o parametrické modely, ich zápornou stránkou je, že je nutný predpoklad znalostí štruktúry systému, zatiaľ čo ich kladnou stránkou je jednoduché modelovanie.

## 7. so sústrednými parametrami a s rozloženými parametrami

Modely so sústrednými parametrami majú rovnaké hodnoty sledovaných parametrov v celom priestore objektu a popisujeme ich sústavou obyčajných diferenciálnych rovníc.

Modely s rozloženými parametrami majú rôzne hodnoty sledovaných parametrov podľa polohy v objekte a popisujeme ich sústavou parciálnych diferenciálnych rovníc.

## 8. analytické a experimentálne

Pri analytických modeloch sa tvorba uskutočňuje deduktívne, v druhom prípade zase induktívne.

## 9. deterministické a stochastické (náhodné)

Deterministický model je možno získať, keď na vstup vyšetřovaného objektu privádzame presne definované testovacie signály.

Stochastickom modeli pozorovaný výstup nie je spravidla určovaný iba vstupnými signálmi a ich minulosťou, ale prejavujú sa na ňom náhodné vplyvy, ktorých zdroj často nepoznáme. [2]

## 1.2 Modelovanie

Snahou modelovania buď skúmanému systému (originálu) priradiť taký model, aby spĺňal požadované kritériá. K riešeniu tohoto problému sa využívajú dve metódy prístupu. Jedna z nich sa nazýva empirická (matematická). Skúmaný objekt nepoznáme, ktorý predstavuje pre nás "black box". Vytvorenie modelu robíme na základe vyhodnotenia vzájomne si odpovedajúcich vstupov – výstupov. Jeho nevýhodou je, že nepoznáme jeho vnútornú štruktúru.

Druhý zložitejší proces vzniká na základe matematicko fyzikálnej analýzy. Je tvorba je zložitá a vyžaduje vhodný výber veličín a vzťahov medzi nimi, aby bolo možné pomocou nich dostatočne presne popísať reálny systém. Pri výbere je treba mať na zreteli, aby popisovaný objekt nebol príliš zložitý, preto treba brať do úvahy tie veličiny, ktoré sú pre nás dôležité.

Systém môžeme popísať na základe matematickej bilancie, ktorá využíva zákony zachovania energie.

$$\sum \text{prítoky} + \sum \text{zdroje} - \sum \text{odtoky} - \sum \text{zánik} = \text{časová akumulácia} \quad (1)$$

### 1.3 Simulácia modelu

#### 1.3.1 Výpočet ustálených stavov

Pri výpočte rovníc, ktoré chceme dostať do ustáleného stavu je treba vyskytujúce sa derivácie položiť rovné nule, to znamená že počítame v čase  $t \rightarrow \infty$ .

$$\frac{d(\cdot)}{dt} = 0 \quad (2)$$

Na výpočet týchto rovníc sa môže použiť viacero metód, ktoré majú cyklický charakter a výsledné hodnoty sa nám každým cyklom približujú. V mojej práci som použil metódu jednoduchej iterácie.

#### 1.3.2 Metóda jednoduchej iterácie

Pôvodnú sústavu prevedieme na ekvivalentný tvar

$$x_1 = \varphi_1(x_1, \dots, x_n) \quad (3)$$

$$x_n = \varphi_n(x_1, \dots, x_n) \quad (4)$$

$$x = \Phi(x) \quad (5)$$

Z počiatočného odhadu  ${}^0x = \varphi_1({}^0x_1, \dots, {}^0x_n)$  pokračujem prepisom

$${}^{x+1}x = \Phi({}^ix) \quad (6)$$

Potom jednoduchej iterácia s prepisom  ${}^{x+1}x = \Phi({}^ix)$  konverguje pre ľubovoľný počiatočný odhad  ${}^0x \in I$  k jedinému riešeniu  $\bar{x} \in I$  a platí odhad

$$\|{}^ix - \bar{x}\| \leq \frac{q}{1-q} \|{}^ix - {}^{i-1}\bar{x}\| \quad (7)$$

Postačujúca podmienka kontraktivity s koeficientom  $q < 1$ : Jakobián funkcie  $\Phi$

$$J_{\Phi}(x) = \begin{pmatrix} \frac{\partial \varphi_1}{\partial x_1}(x) & \frac{\partial \varphi_1}{\partial x_2}(x) & \dots & \frac{\partial \varphi_1}{\partial x_n}(x) \\ \frac{\partial \varphi_2}{\partial x_1}(x) & \frac{\partial \varphi_2}{\partial x_2}(x) & \dots & \frac{\partial \varphi_2}{\partial x_n}(x) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial \varphi_n}{\partial x_1}(x) & \frac{\partial \varphi_n}{\partial x_2}(x) & \dots & \frac{\partial \varphi_n}{\partial x_n}(x) \end{pmatrix} \quad (8)$$

musí splňovať

$$\forall x \in I : \|J_{\Phi}(x)\| \leq q \quad (9)$$

pre nejakú maticovú normu  $\|\cdot\|$  (odvodenú od príslušnej vektorovej normy). [3]

K výpočtu ustálených stavov som sa dostal po tomto postupe, ktoré som následne použil pri skúmaní dynamiky sústavy.

## 1.4 Simulácia dynamických systémov

Pri simulácii dynamických systémov reprezentovaných diferenciálnymi rovnicami sa používa viacero numerických metód, ktoré majú rôznu presnosť a sú numericky viac či menej náročné. Najjednoduchšou jedнокrokovou metódou je Eulerova, ktorá je však v praxi ťažko použiteľná, pretože nový vypočítaný stav odpovedá skutočnosti iba pri konštantnej rýchlosti systému. Medzi viackrokové metódy patria Adamsove metódy, či algoritmus prediktor-kolektor.

V tejto práci bola použitá metóda Runge-Kutta, ktorá je zabudovaná v matematickom softvéri MATLAB a bola využitá k simulácii.

Metódu Runge-Kutta počítam za pomoci funkcie ode45, ktorá je počítaná pre 4. rád.

### 1.4.1 Numerická metóda Runge-Kutta 4.rádu

Výchádza z Taylorova rozvoja a bere do úvahy členy vyšších radov. Potrebné derivácie funkcie  $f(t,x)$  počíta diferenčnou metódou. Vyjadrenie nového stavu systému pomocou predchádzajúceho stavu je dané vzťahmi

$$k_1 = f(t_n, x_n) \quad (10)$$

$$k_2 = f\left(t_n + \frac{h}{2}, x_n + k_1 \frac{h}{2}\right) \quad (11)$$

$$k_3 = f\left(t_n + \frac{h}{2}, x_n + k_2 \frac{h}{2}\right) \quad (12)$$

$$k_4 = f\left(t_n + h, x_n + k_3 \frac{h}{2}\right) \quad (13)$$

$$x_{n+1} = x_n + \frac{h}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \quad (14)$$

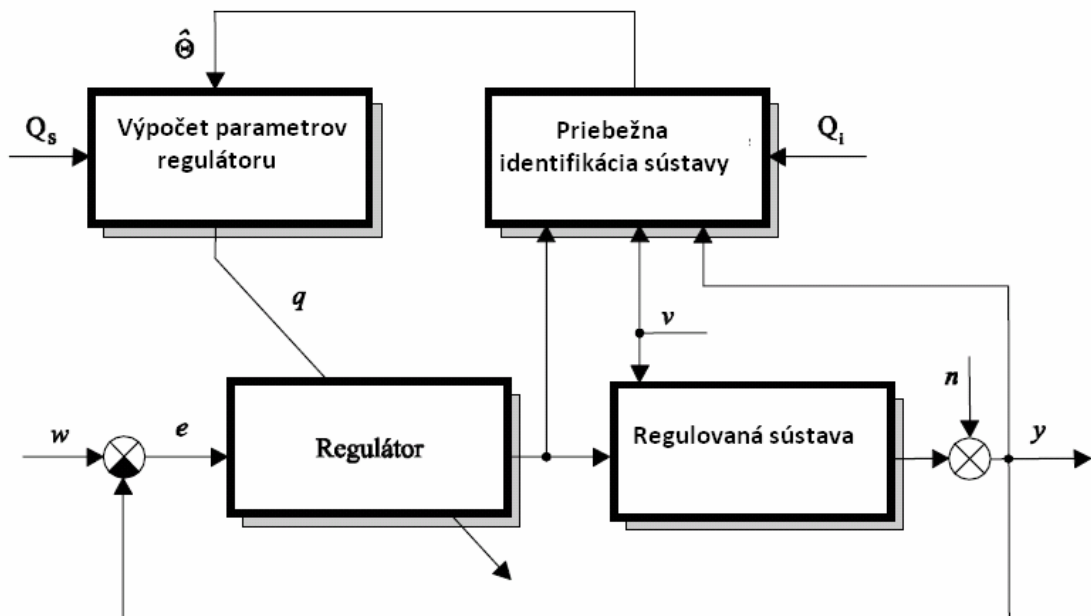
Pomocné hodnoty  $k_i$  představují derivacie stavu (rýchlosti) systému v špeciálnych bodoch na začiatku, konci a uprostred intervalu  $\langle t_n, t_{n+1} \rangle$ .



## 2 ADAPTÍVNE RIADIACE SYSTÉMY

Väčšina procesov má nelineárne chovanie, preto ich riadenie pomocou klasických regulátorov s pevne zadanými parametrami je nevyhovujúce. Zvýšenie kvality riadenia takýchto procesov môžeme uskutočniť za použitia adaptívnych riadiacich systémov. Tieto moderné číslicové automatizačné prostriedky sú založené na mikroprocesorovej technike, ktorá je schopná riešiť celú radu zložitých algoritmov. Tieto systémy menia svoju štruktúru, preto ich zaraďujeme medzi samočinne sa organizujúce.

Pri samočinne sa nasatvujúcich regulátoroch (Self-tuning Controller-STC) je potrebné detailne poznať dynamické chovanie sústavy, pričom je potreba túto sústavu priebežne odhadovať, preto dôležitú úlohu zohráva identifikácia. Na presnosť odhadu parametrov vplýva počet identifikačných krokov (tj. počet vzorkovacích dát), voľba štruktúry matematického modelu riadeného procesu, či perióda vzorkovania. Zo získaných odhadov môžeme vhodnou metódou navrhnuť optimálny regulátor.



Obrázok 2 : Blokové schéma samočinne sa nastavujúceho regulátoru

Zjednodušený princip riadenia:

1. Vektor parametrov  $\Theta$  modelu procesu sa pre daný krok riadenia považuje za známy, a to rovný jeho bodovému odhadu, ktorý je v danom okamžiku k dispozícii, tj.  $\Theta = \hat{\Theta}(k-1)$ .
2. Za tohto predpokladu sa navrhne stratégia riadenia pre zvolené kritérium kvality riadenia a vypočíta sa práve potrebný akčný zásah  $u(k)$ .
3. Po získaní nového vzorku regulovanej veličiny  $y(k)$  (resp. externej meranej poruchy  $v(k)$ ) a známeho akčného zásahu  $u(k)$  sa spraví ďalší identifikačný krok pomocou rekurzívneho identifikačného algoritmu. To znamená, že nová informácia o procese, ktorú nese trojica dát  $\{u(k), y(k), v(k)\}$ , sa použije k aktualizácii odhadu  $\hat{\Theta}(k-1)$  a celý postup sa opakuje pre nový odhad  $\hat{\Theta}(k)$ . [8]

## 2.1 Odvodenie modelu

V tomto odstavci sa zameriame na niektoré vybrané dynamické diskrétné modely, ktoré sú vhodné pre experimentálnu identifikáciu. S ohľadom na chovanie procesu, ktorý prebieha vo vyšetrovanom objekte, môžeme experimentálne metódy rozdeliť na deterministické a stochastické, pričom deterministické modely môžeme považovať iba za špeciálne limitné prípady modelov stochastických, kedy stochastická zložka je zanedbateľná.

Pri odvozovaní základných typov modelov budeme vychádzať z týchto predpokladov:

- Objekt je lineárny
- Všetky signály (vstupné, výstupné i poruchové) sú stacionárne
- Výstupné signály sú merané so zanedbateľnou chybou

Uvažujme o deterministickom dynamickom objekte, v ktorom výstup v ktoromkoľvek okamžiku je vyjadrený pomocou predchádzajúcich vstupov a výstupov objektu pomocou vonkajšieho diskrétného matematického popisu

$$y(k) = f[y(k-1), y(k-2), \dots, u(k-d-1), u(k-d-2), \dots, k] \quad (15)$$

Kde  $\{y(k)\}, \{u(k)\}$  sú diskrétné postupnosti vstupných a výstupných veličín vzorkovaných s periódou  $T_0$ ,  $d$  je počet krokov dopravného oneskorenia.

Vzt'ah (15) je všeobecná diferenčná rovnica daného systému. Každý objekt má konečnú pamäť, čím vyjadrujeme skutočnosť, že iba konečný počet predchádzajúcich vstupov a výstupov má pozorovateľný vplyv na súčasnú hodnotu  $y(k)$ . Veličina  $y(k)$  závisí na  $n_a$  predchádzajúcich výstupoch a  $n_b$  predchádzajúcich vstupoch. Tieto hodnoty určujú takzvanú hĺbkovú pamäť, ktorú nazývame rád modelu.

V prípade časovo invariantných koeficientov  $a_i, b_i$  môžeme objekt popísať lineárnou diferenčnou rovnicou

$$y(k) + \sum_{i=1}^{n_a} a_i y(k-i) = \sum_{i=1}^{n_b} b_i u(k-i-d) \quad (16)$$

Rovnicu (16) môžeme použitím operátorového spätného posuvu  $z^{-i}$  prepísať

$$A(z^{-1})y(k) = B(z^{-1})z^{-d}u(k) \quad (17)$$

Kde

$$A(z^{-1}) = 1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + a_3 z^{-3} + \dots + a_{n_a} z^{-n_a} \quad (18)$$

$$B(z^{-1}) = b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + b_3 z^{-3} + \dots + a_{n_b} z^{-n_b} \quad (19)$$

sú polynomy. Objekt môžeme zapísať diskretnou prenosovou funkciou

$$G(z) = \frac{y_d(k)}{u(k)} = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} z^{-d} \quad (20)$$

Modely ARX sú často používané v aplikáciách adaptívneho riadenia, ktoré používajú priebežnú identifikáciu. [2]

ARX model zapisujem v tvare

$$y(k) = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} u(k) + \frac{1}{A(z^{-1})} e_s(k) \quad (21)$$

## 2.2 Identifikácia

Výpočet odhadov parametrov môžeme dosiahnuť za použitia metódy najmenších štvorcov založené buď na regresnej, či regresívnej metóde.

### 2.2.1 Regresné metódy najmenších štvorcov

Regresná analýza sa používa k vyšetreniu statických a dynamických systémov, ale nie je vhodná pre použitie samočinne sa nastavujúcich regulátorov.

Uvažujeme diskretný systém so vstupným signálom  $u(k)$  a s výstupom  $y(k)$ .

Model môžeme zapísať do nasledujúcej formy

$$y(k) = \Theta^T(k) \cdot \Phi(k-1) + e(k) \quad (22)$$

Kde vektor  $\Theta$  je vektor neznámich parametrov a je definovaný

$$\Theta(k) = [a_1, \dots, a_{n_a}, b_1, \dots, b_{n_b}, d_0, \dots, d_{n_d}, c_1, \dots, c_{n_c}]^T \quad (23)$$

a  $\Phi(k)$  je vektor dat (takzvaný regresor), ktorý obsahuje merané vstupné a výstupné premenné

$$\Phi^T(k) = [-y(k-1), \dots, -y(k-n_a), u(k-1), \dots, u(k-n_b)] \quad (24)$$

Predpokladáme že rovnice (22), (23), (24) sú ekzaktným popisom systému a úlohou je teda určiť z dostupného vektoru dat  $\Phi(k)$  vektor parametrov  $\Theta$ . Za týmto účelom predpokladáme štruktúru modelu systému:

$$y(k) = \hat{\Theta}^T(k) \cdot \Phi(k-1) + \hat{e}(k) \quad (25)$$

kde  $\hat{\Theta}$  je vektor nastaviteľných parametrov modelu a  $\hat{e}(k)$  je odpovedajúca chyba modelovania v čase  $k$ . Cieľom je zvoliť  $\hat{\Theta}$  tak, aby celková chyba modelovania bola minimálna.

Pokiaľ máme namerané data (predpokladáme počet  $N$  merania), rovnicu (25) možno vyjadriť v nasledujúcej maticovej forme:

$$\begin{bmatrix} y(1) \\ y(2) \\ \vdots \\ y(N) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi^T(1) \\ \Phi^T(2) \\ \vdots \\ \Phi^T(N) \end{bmatrix} \hat{\Theta} + \begin{bmatrix} \hat{e}(1) \\ \hat{e}(2) \\ \vdots \\ \hat{e}(N) \end{bmatrix} \quad (26)$$

Aby bolo možné určiť parametre jednoznačne, musí byť  $N > n_a + (n_b + 1) + (n_d + 1)$ . V prípade že  $\hat{e}(k) = 0$ , je možné rovnicu (26) riešiť ako sústavu lineárnych rovníc o  $m$  neznámich, kde  $m = n_a + (n_b + 1) + (n_d + 1)$ , výsledná chyba modelovania je identicky rovná nule. V prípade prítomnosti šumu (nemerateľnej poruchy) musí byť  $N \gg m$  a k odhadu parametrov je použitý alternatívny postup k redukcii chýb odhadu spôsobenými prítomnosťou šumu. Jednou z možností je použitie metódy najmenších štvorcov.

Rovnicu (26) prepíšem na nasledujúci tvar

$$y = F\hat{\Theta} + \hat{e} \quad (27)$$

Kde

$$y^T = [y(1), \dots, y(N)] \quad (28)$$

$$\hat{e} = [\hat{e}(1), \dots, \hat{e}(N)] \quad (29)$$

A

$$F = \begin{bmatrix} \Phi^T(1) \\ \Phi^T(2) \\ \vdots \\ \Phi^T(N) \end{bmatrix} \quad (30)$$

z rovnice (30) sa dá vyjadriť chybový vektor  $\hat{e}$

$$\hat{e} = y - F\hat{\Theta} \quad (31)$$

Zvolíme kritérium minimalizácie kvadrátu odchylky

$$J = \hat{e}^T \hat{e} \rightarrow \min \quad (32)$$

Dostaneme vektor odhadov parametrov  $\hat{\Theta}$

$$\hat{\Theta} = (F^T F)^{-1} F^T y \quad (33)$$

### 2.2.2 Rekurzívne metódy najmeších štvorcov (RLS)

Charakteristické rysy rekurzívnej metódy najmenších štvorcov:

- Je významnou súčasťou adaptívnych systémov, kde daná akcia je založená na aktuálnom modele.
- Požiadavky na pamäť sú malé, pretože nevyžadujú uchovanie všetkých nameraných hodnôt
- Je ľahko modifikovateľná pre spracovanie údajov v rálnom čase a pre meniace sa parametre.

Pri odvodzovaní RLS predpokladáme, že poznáme odhad parametrov v kroku  $k-1$  (staré hodnoty) a kovariančnú maticu

$$C(k-1) = (F^T(k-1)F(k-1))^{-1} \quad (34)$$

Úlohou je odvodiť rekurzívne vzťahy pre  $\hat{\Theta}(k)$  a  $C(k)$ , keď máme meranie v kroku  $k$ , potom

$$F(k) = \begin{bmatrix} F(k-1) \\ \Phi^T(k) \end{bmatrix}, \quad F^T(k) = [F^T(k-1)\Phi(k)] \quad (35)$$

$$y(k) = \begin{bmatrix} y(k-1) \\ y(k) \end{bmatrix} \quad (36)$$

odhad v kroku  $k$

$$\hat{\Theta}(k) = (F^T(k)F(k))^{-1} F^T(k)y(k) \quad (37)$$

Teraz

$$F^T(k)F(k) = [F^T(k-1)\Phi(k)] \begin{bmatrix} F(k-1) \\ \Phi^T(k) \end{bmatrix} = F^T(k-1)F(k-1) + \Phi^T(k)\Phi(k) \quad (38)$$

Z rovníc (35) a (36)

$$F^T(k)y(k) = [F^T(k-1)\Phi(k)] \begin{bmatrix} z(k-1) \\ y(k) \end{bmatrix} \quad (39)$$

$$F^T(k)y(k) = F^T(k-1)y(k-1) + \Phi(k)y(k) \quad (40)$$

Označíme

$$C(k-1) = [F^T(k-1)F(k-1)]^{-1} \quad (41)$$

$$B(k-1) = [F^T(k-1)y(k-1)] \quad (42)$$

Teda

$$\hat{\Theta}(k) = C(k)B(k) \quad (43)$$

$$\hat{\Theta}(k-1) = C(k-1)B(k-1) \quad (44)$$

Rovnako

$$C^{-1}(k) = C^{-1}(k-1) + \Phi^T(k)\Phi(k) \quad (45)$$

$$B^{-1}(k) = B^{-1}(k-1) + y(k)\Phi(k) \quad (46)$$

Rovnica (46) umožňuje priamu aktualizáciu z  $B(k-1)$  na  $B(k)$ . Rozhodujúce krok je zaviesť rovnakú priamu aktualizáciu z  $C(k-1)$  na  $C(k)$ .

$$C(k) = C(k-1)[I_m - \Phi(k)(1 + \Phi^T(k)C(k-1)\Phi(k))^{-1}\Phi^T(k)C(k-1)] \quad (47)$$

Rovnice (47) umožňuje aktualizovať  $C(k-1)$  na  $C(k)$  bez nutnosti počítat' inverziu kovariačnej matice.

Definujeme odchylku

$$\hat{e}(k)y(k) - \Phi^T(k)\hat{\Theta}(k-1) \quad (48)$$

po dosadení dostaneme

$$\hat{\Theta}(k) = \hat{\Theta}(k-1) + C(k)\Phi(k)\hat{e}(k) \quad (49)$$

Formálne môžeme zapísať rekurzívnu metódu štvorcov zapísať následovne

$$\hat{e}(k)y(k) - \Phi^T(k)\hat{\Theta}(k-1) \quad (50)$$

$$C(k) = C(k-1) - \frac{C(k-1)\Phi(k)\Phi^T(k)C(k-1)}{1 + \Phi^T(k)C(k-1)\Phi(k)} \quad (51)$$

$$\hat{\Theta}(k) = \hat{\Theta}(k-1) + C(k)\Phi(k)\hat{e}(k) \quad (52)$$

### 2.2.3 Modifikácia rekurzívnej meódy najmenších štvorcov

Rekurzívny odhad parametrov bol zameraný na určenie konštantného vektoru parametrov. Vo veľa prípadoch je ale požadované, aby bolo možné sledovať zmeny v množine parametrov. Tieto zmeny môžu byť vyvolané zmenou v provozných podmienkach.

Pri použití klasickej rekurzívnej metódy najmenších štvorcov dochádza ku konvergencii algoritmu k značnému poklesu zosilnenia algoritmu (zosilnenie je funkciou kovariančnej matice) až postupne k nulovým hodnotám, čo spôsobuje neschopnosť sledovať zmeny v množine parametrov. Sledovaním časovo premenlivých parametrov môže byť zaistené pomocou tzv. faktorov zabúdania. Tieto faktory zabúdania zabraňujú prílišnému poklesu hodnôt prvkov kovariančnej matice pri konvergencii algoritmu a tak umožňujú zaistiť sledovanie časovo premenlivých parametrov. V tejto časti budú uvedené niektoré z nich.

#### 2.2.3.1 Konštantné exponenciálne zabúdanie

Tomuto nastaveniu odpovedá kritérium

$$J = \sum_{i=1}^k \lambda^{k-i} e_i^2 \quad (53)$$

Kovariančná matica

$$C(k) = \frac{1}{\lambda} \left( C(k-1) - \frac{C(k-1)\Phi(k)\Phi^T(k)C(k-1)}{\lambda + \Phi^T(k)C(k-1)\Phi(k)} \right) \quad (54)$$

Efekt  $\lambda$  spočíva v postupnom zabúdaní starších údajov, pričom najvyššia váha je na poslednom meraní. Tento typ algoritmu je vhodný v prípade, že sa parametre systému pomaly menia.

Teoreticky je pre konvergenciu parametrov nutné, aby sa  $\lambda = 1$ , ale zároveň požadujeme, aby bol algoritmus citlivý na zmeny parametrov, čo vyjadruje  $\lambda < 1$ . Týmto



dvom protichodných požiadavkom vyhovuje premenlivé faktory zabúdania. Jedným z nich je epremenlivé exponenciálne zabúdanie.

### 2.2.3.2 Premennivé exponenciálne zabúdanie

Premenlivé exponenciálne zabúdanie je dané vzťahom

$$\lambda(k) = \lambda_0 \lambda(k-1) + 1 - \lambda_0 \quad (55)$$

A typické počiatočné podmienky sú

$$\lambda(0) = \lambda_0 \in \langle 0,95;0,00 \rangle$$

Takto zvolené exponenciálne zabúdanie sa asymptoticky blíži k 1 a teda počiatočné dáta sú zabudnuté.

### 2.2.3.3 Smerové zabúdanie

Rekuzívne metódy s konštantným exponenciálnym zabúdaním majú jednu nevýhodu. Pokiaľ metóda nedostane dlhší čas novú informáciu, dôjde k tomu, že hodnota kovariančnej matice bude exponenciálne rásť s faktorom  $\lambda$ , čo môže viesť k numerickej nestabilite identifikačného algoritmu a tým i nestabilite uzavretého regulačného obvodu. Na zaistenie stability bola vyvinutá metóda so smerovým zabúdaním, ktorá zabúda iba v smere, v ktorom prišli nové informácie.

Rovnice popisujúce túto metódu vypadajú nasledovne

$$\mathcal{E}(k-1) = \lambda' - \frac{1 - \lambda'}{\Phi^T(k)C(k-1)\Phi(k)} \quad (56)$$

$$C(k) = C(k-1) - \frac{C(k-1)\Phi(k)\Phi^T(k)C(k-1)}{\mathcal{E}^{-1} + \Phi^T(k)C(k-1)\Phi(k)} \quad (57)$$

kde  $\lambda'$  sa volí rovnako ako u exponenciálneho zabúdania. [9]

### 2.3 Použitie delta modelu

Pri skracujúcej sa perióde vzorkovania  $T_0$  riadených systémov majú diskkrétne regulátory značné problémy, pretože diskkrétne parametre nekonvergujú parametrom spojitým, z ktorých boli odvodené. To znamená že diskkrétne modely v prípade veľmi malých periód vzorkovania, nemajú žiadnu spojitú analógiu. K vyriešeniu tohto problému sa zavádza diskrétny model nazývaný delta.

$$\delta = \frac{q-1}{T_0} \quad (58)$$

Kde  $q$  je operátorový posun definovaný vzťahom

$$qy(k) = y(k+1) \quad (59)$$

Zo vzťahu (58) je zrejmé, že  $\delta$  operátor aproximuje deriváciu, čo vyplýva zo vzorkovaného spojitého signálu  $u(t)$ , periódou vzorkovania  $T_0$ . Pokiaľ  $y(k) = y(kT_0)$ , potom môžeme napísať

$$\delta y(k) = \frac{dy(t)}{dt_0} \quad (60)$$

Aproximácia sa zlepšuje pokiaľ perióda vzorkovania sa blíži k nule.

Pokiaľ vezmeme do úvahy vzťah pre definíciu delta operátoru (58) a definujeme novú komplexnú premennú  $\gamma$  asociovanú s  $\delta$  podľa vzťahu

$$\gamma = \frac{q-1}{T_0} \quad (61)$$

Dá sa dokázať, že platí nasledujúci vzťah medzi komplexne premennými  $\gamma$  a  $z$

$$\gamma = \frac{z-1}{\alpha T_0 z + (1-\alpha)T_0} \quad \text{pre } 0 \leq \alpha \leq 1 \quad (62)$$

Jednoduchým dosadením za  $\alpha$  dostaneme nekonečné množstvo nových modelov, označovaných delta modely. V praxi najznámejšie a najpoužívanéjšie sú

$$\text{Pre } \alpha = 0 \quad \gamma = \frac{z-1}{T_0} \quad \text{dopredný } \delta \text{- model} \quad (63)$$

$$\text{Pre } \alpha = 1 \quad \gamma = \frac{1 - z^{-1}}{T_0} \quad \text{zpětný } \delta - \text{ model} \quad (64)$$

$$\text{Pre } \alpha = 0,5 \quad \gamma = \frac{2z - 1}{T_0 z + 1} \quad \text{Tustinov } \delta - \text{ model} \quad (65)$$

[8]

## 2.4 Polynomiální metoda návrhu regulátoru

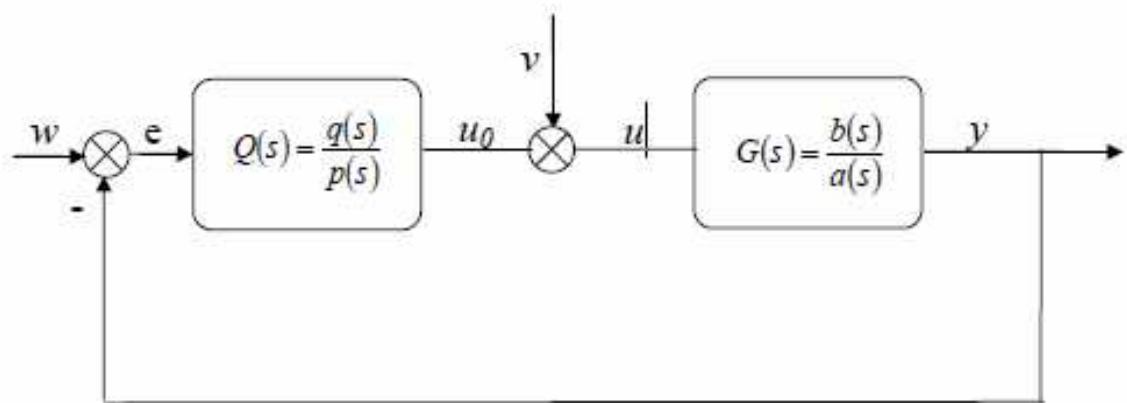
Pri návrhu regulátoru sa vychádza z algebraickej teórie, pričom sú kladené požiadavky na vlastnosti systému riadenia.

- Musí byť stabilný celý riadený systém
- Všetky prenosové funkcie v systéme riadenia by mali byť ryzé
- Dosaiahnutie nulovej regulačnej odchylky
- Poruchová komenzácia

Základná podmienka k dosiahnutiu týchto cieľov spočíva v riešení diofantických rovníc, čím obdržíme regulátor, ktorý bude schopný stabilizovať celý riadený systém. Priebeh regulačného obvodu je možné ovplyvniť voľbou charakteristického polynomu, pomocou metódy umiestnenia pólov. Polynomiálna syntéza nám poskytuje parametre regulátoru ako i jeho štruktúru, čo je značná výhoda.

### 1DOF konfigurácia riadenia

Označuje konfiguráciu s jedným stupňom volnosti.



Obrázok 3: 1DOF konfigurácia systému riadenia

Prenosy akčnej veličiny a poruchy chápeme ako podiely polynómov a majú tvar

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b(s)}{a(s)} \quad (66)$$

$$G_v(s) = \frac{Y(s)}{V(s)} = \frac{c(s)}{a(s)} \quad (67)$$

Kde  $b(s)$ ,  $c(s)$ ,  $a(s)$  sú polynomy v 's' a predpokladáme že sú nesúdeliteľné

Zpätiväzbový regulátor obsahuje nesúdeliteľné polynomy  $p$  a  $q$  a je v tvare

$$Q(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = \frac{q(s)}{p(s)} \quad (68)$$

Prenosy musia spĺňať podmienku ryzosti

$$\deg b(s) \leq \deg a(s) \quad (69)$$

$$\deg c(s) \leq \deg a(s) \quad (70)$$

$$\deg q(s) \leq \deg p(s) \quad (71)$$

Prenos referenčného signálu a poruchy takisto chápeme ako podiely polynómov a má tvar

$$W(s) = \frac{h_w(s)}{f_w(s)} \quad (72)$$

$$V(s) = \frac{h_v(s)}{f_v(s)} \quad (73)$$

Prenosy riadeného výstupu a akčného vstupu majú tvar

$$Y(s) = G(s)U(s) + G_v(s)V(s) = \frac{b(s)}{a(s)}U(s) + \frac{c(s)}{a(s)}V(s) \quad (74)$$

$$U(s) = Q(s)E(s) = Q(s)[W(s) - Y(s)] = \frac{q(s)}{p(s)}[W(s) - Y(s)] \quad (75)$$

Po ich úprave odvodím základné vzťahy regulačného obvodu

$$Y(s) = \frac{1}{d}[bqW(s) + cpV(s)] \quad (76)$$

$$E(s) = \frac{p}{d}[aW(s) - cV(s)] \quad (77)$$

$$U(s) = \frac{q}{d}[aW(s) + cV(s)] \quad (78)$$

Všetky prenosy majú v menovateli polynom  $d$  nazývaný ako charakteristický polynom prenosu uzavretého regulačného obvodu, ktorý obsahuje známe polynomy riadeného prenosu  $a, b$  ako i neznáme polynomy regulátoru  $q, p$ .

System je stabilný vtedy, pokiaľ polynomy  $q$  a  $p$  sú riešením diofantickej rovnice, so stabilným polynom na pravej strane.

$$a(s)p(s) + b(s)q(s) = d(s) \quad (79)$$

Pri komezácii porúch a asymptotického sledovania je nutná nulová trvalá regulačné odchylka.

$$\lim_{t \rightarrow 0} e[{}_s E(s)] = 0 \quad (80)$$

Preto je nutné odstrániť obidva menovatele  $f_w$  a  $f_v$  z prenosu odchylky

$$E(s) = \frac{p}{d} \left[ a \frac{h_w}{f_w} - c \frac{h_v}{f_v} \right] \quad (81)$$

To bude splnené ak najdem taký polynom  $f$ , ktorý bude ich najmenším spoločným násobkom. Potom bude pre polynom  $p$  platiť:

$$p(s) = f(s)\tilde{p}(s) \quad (82)$$

Vzt'ahy pre výpočet stupňov polynomov sú odvodené priamo. Podrobné odvodenie možno nájsť napr. v [13], [14], [15]:

$$\deg q = \deg a + \deg f - 1 \quad (83)$$

$$\deg \tilde{p} \geq \deg a - 1 \quad (84)$$

$$\deg d \geq 2 \deg a + \deg f - 1 \quad (85)$$

### Metóda priradenia pólov

Aby bol regulačný systém stabilný tak je nutné, aby výsledky polynomiálnych rovníc vyšli so stabilným polynomom na pravej strane. To znamená že póly polynomu  $d$  sa vyskytujú na reálnej zložky záporné a imaginárne zložky sú nulové.

Rýchlosť regulačného pochodu je daná umiestením pólov . So zvyšujúcou sa vzdialenosťou od nuly rastie rýchlosť regulačného pochodu. Predpokladám v zápornom zmysle.

### Voľba pólov pomocou spektrálnej faktorizácie

Pri tejto voľbe časť pólov prenosu súvisí s parametrami riadeného systému a parametre regulátoru sú nastavované iba jedným voliteľným parametrom  $\alpha$

$$d = n(s)(s + \alpha)^{\deg d - \deg a} \quad (86)$$

Spektrálnou faktorizáciou dostanem stabilný polynom  $n$

$$a^*(s)a(s) = n^*(s)n(s) \quad (87)$$

kde porovnávame koeficienty rovnakých mocnín.

Pre stupeň polynomu  $n$  platí  $\deg n = \deg a$ . [14]

## **PRAKTICKÁ ČÁST**

### 3 ADAPTÍVNE RIADENIE PRIETOKOVÉHO CHEMICKÉHO REAKTORU

Experimentálna časť je zameraná na simuláciu nelineárneho matematického modelu, ktorý je reprezentovaný prietokovým chemickým reaktorom. Pre návrh adaptívneho regulátoru boli vybrané dva vhodné externé lineárne modely v tvare 1. a 2. radu a odsimulované priebehy ich regulačných pochodov. Na základe týchto výsledkov bol navrhnutý vhodný regulátor.

#### 3.1 Odvodenie matematického modelu chemického reaktoru

Chemické raktory sú v dnešnej dobe súčasťou veľa technologických procesov, ktorých riadenie je pomerne náročné, pretože reakcie v ňom prebiehajúce majú nelineárny charakter.

Pri simuláciách som pracoval s matematickým modelom, ktorý som si odvodil na základe zjednodušujúcich predpokladoch oproti jeho reálnemu náprotivku.

- Tepelná kapacita steny oddelujúca priestor chladiacej zmesi a vnútorný priestor reaktoru je zanedbaná.
- Zmes chladiacej kvapaliny v plášti a reagujúcich látok v reaktore sú dokonale premiešavané.
- Koeficient prechodu tepla v reaktore považujem za konštantný.

#### Vstupné veličiny:

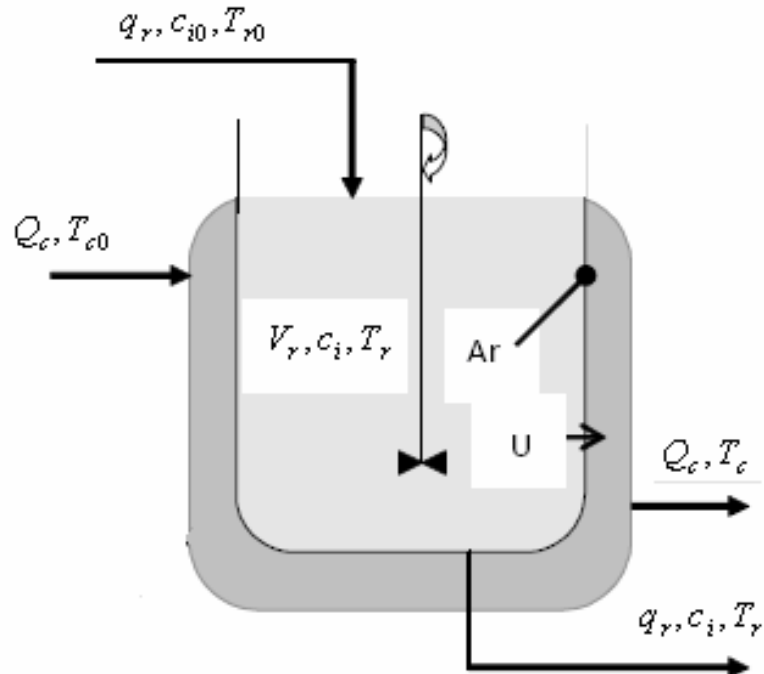
- koncentrace:  $c_{A0}(t)$ ,
- teploty:  $T_{r0}(t)$ ,  $T_{C0}(t)$
- prietok:  $q_r(t)$
- množstvo tepla:  $Q_C(t)$

#### Stavové veličiny:

- koncentrácie:  $C_A(t)$ ,  $C_B(t)$
- teploty:  $T_r(t)$ ,  $T_C(t)$

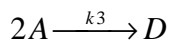
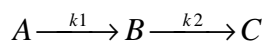


Schéma :



Obrázok 4 : Model prietokového chemického reaktoru

Tento prípad je tiež prípadom exotermickej chemickej reakcie, ktorá prebieha v reaktore s chladením v plášti, kde chladiacim médiom je najčastejšie voda. Tejto reakcii se tiež hovorí reakcia typu *van der Vusse* a má tvar :



Pomocou bilancie je možné odvodiť diferenciálne rovnice, ktoré určujú pri simuláciách chovanie reaktoru.

### 3.1.1 Bilancia zložiek modelu reaktoru

Bilancia zložiek A a B:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{množstvo} \\ \text{zložky} \\ \text{vstupujúcej} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \text{množstvo} \\ \text{zložky} \\ \text{odchádzajúcej} \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{l} \text{množstvo} \\ \text{zložky} \\ \text{zreagovanej} \end{array} \right\} + \{ \text{akumulácia} \} \quad (88)$$

Na základe tejto bilancie a následnom upravení som si vyjadril tieto rovnice:

Zložka A:

$$\frac{dc_A}{dt} = \frac{q_r}{V_r} (c_{A0} - c_A) - k_1 c_A - k_3 c_A^2, \text{ poč. podmienka: } c_A(0) = c_A^S \quad (89)$$

Zložka B:

$$\frac{dc_B}{dt} = -\frac{q_r}{V_r} c_B + k_1 c_A - k_2 c_B, \text{ poč. podmienka: } c_B(0) = c_B^S \quad (90)$$

Koncentrácia zložiek

$$c_A \geq 0, c_B \geq 0 \quad (91)$$

Rýchlosť reakcie popisuje Arrheniov zákon

$$k_j(T_r) = k_{0j} \cdot \exp\left(\frac{-E_j}{RT_r}\right), \text{ pre } j=1,2,3 \quad (92)$$

kde  $k_0$  je preexponenciálny faktor a  $E$  aktivačná energia

Tepelná bilancia reakčnej zmesi:

$$\left\{ \text{Teplo vstupujúce} \right\} + \left\{ \begin{array}{l} \text{Teplo vznikajúce} \\ \text{v priebehu reakcie} \end{array} \right\} = \left\{ \text{Teplo odchádzajúce} \right\} + \left\{ \begin{array}{l} \text{Teplo prestupujúce} \\ \text{do chladiva} \end{array} \right\} + \{ \text{akumulácia} \} \quad (93)$$

Po úprave bilančnej rovnice:

$$\frac{dT_r}{dt} = \frac{q_r}{V_r} \cdot (T_{r0} - T_r) - \frac{h_R}{\rho_r \cdot c_{pr}} + \frac{A_r U}{V_r \cdot \rho_r \cdot c_{pr}} (T_c - T_r) \text{ poč. podmienka: } T_r(0) = T_r^S \quad (93)$$

reakčná entalpia:

$$h_r = h_1 \cdot k_1 \cdot c_A + h_2 \cdot k_2 \cdot c_B + h_3 \cdot k_3 \cdot c_A^2 \quad (94)$$

Tepelná bilancia pre chladič:

$$\left\{ \text{Teplo vstupujúce} \right\} + \left\{ \text{Teplo prestupujúce do pláštá z zreakčrea zmesi} \right\} = \left\{ \text{Teplo odchádzajúce z plášť} \right\} + \left\{ \text{akumulácia} \right\} \quad (95)$$

Rovnicu (95) upravím a následne dostanem:

$$\frac{dT_c}{dt} = \frac{1}{m_c c_{pc}} (Q_c + A_r U (T_r - T_c)) \quad \text{poč. podmienka: } T_c(0) = T_c^s \quad (96)$$

### 3.1.2 Zadané hodnoty

Názov parametru	Symbol a hodnota parametra
Objem chladiacej kvapaliny	$V_r = 0,01 \text{ m}^3$
Hustota reakčnej zmesi	$\rho_r = 934,2 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
Hustota chladiacej kvapaliny	$\rho_c = 998 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
Merné tepelná kapacita reakčnej zmesi	$c_{pr} = 3,01 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$
Hmotnosť chladiča	$m_c = 5 \text{ kg}$
Merné tepelné kapacita chladiacej zmesi	$c_{pc} = 2 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$
Povrch chladiaceho plášťá	$A_r = 0,215 \text{ m}^2$
Teplotný prestupový koeficient	$U = 67,2 \frac{\text{kJ}}{\text{m}^2 \cdot \text{K} \cdot \text{min}}$
Vstupná rýchlosť reakcie $k_1$	$k_{01} = 2,145 \cdot 10^{10} \text{ min}^{-1}$
Vstupná rýchlosť reakcie $k_2$	$k_{02} = 2,145 \cdot 10^{10} \text{ min}^{-1}$
Vstupná rýchlosť reakcie $k_3$	$k_{03} = 1,5072 \cdot 10^8 \text{ min}^{-1} \cdot \text{kmol}^{-1}$

Podiel aktivačnej energie a plynovej konštanty pre reakciu $k_1$	$\frac{E_1}{R} = 9758,3K$
Podiel aktivačnej energie a plynovej konštanty pre reakciu $k_2$	$\frac{E_2}{R} = 9758,3K$
Podiel aktivačnej energie a plynovej konštanty pre reakciu $k_3$	$\frac{E_3}{R} = 8560K$
Entalpia pre reakciu $k_1$	$h_1 = 4,2 \cdot 10^3 \frac{kJ}{kmol}$
Entalpia pre reakciu $k_2$	$h_2 = -1,1 \cdot 10^4 \frac{kJ}{kmol}$
Entalpia pre reakciu $k_3$	$h_3 = -4,185 \cdot 10^4 \frac{kJ}{kmol}$
Vstupná koncentrácia zložky A	$c_{A0} = 5,1 \frac{kmol}{m^3}$
Vstupná teplota reakčnej zmesi	$T_{r0} = 387,05K$

Tabuľka 1: Parametre chemického prietochného reaktoru

### 3.2 Model ustáleného stavu

V rovniciach (89),(90),(93),(96) som dosadil za derivácie v čase nulu, to znamená že počítame v čase  $t \rightarrow \infty$ .

$$\frac{d(.)}{dt} = 0 \quad (97)$$

Potom som osamostatnil premenné.

Vzťah pro výpočet ustálenej koncentracie látky A:

$$c_A^s = \frac{-\left(\frac{q_r}{V_r} + k_1\right) \pm \sqrt{\left(\frac{q_r}{V_r} + k_1\right)^2 - (4 \cdot k_3) \cdot \left(-\frac{q_r}{V_r} \cdot c_{A0}\right)}}{2 \cdot k_3} \quad (98)$$

Vzťah pro výpočet ustálenej koncentracie látky B:

$$c_B^s = \frac{k_1 c_A^s}{k_2 + \frac{q_r}{V_r}} \quad (99)$$

Ustálenou teplotu reakčnej zmesi v reaktore vypočítame zo v'ahu:

$$T^s = \frac{\frac{q_r}{V_r} T_{r0} - \frac{h_r}{rO_r c_{pr}} + \frac{UA_r}{rO_r c_{pr} V_r} T_c}{\frac{q_r}{V_r} + \frac{UA_r}{rO_r c_{pr} V_r}} \quad (100)$$

A ustálenou hodnotu teploty chladiaceho média som dostal úpravou poslednej rovnice:

$$T_c^s = \frac{Q_c + UA_r T_r}{UA_r} \quad (101)$$

### 3.3 Statická charakteristika sústavy

Pri výpočte statickej charakteristiky sústavy bola použitá metóda prostej iterácie, pomocou ktorej je možné vypočítať výstupné hodnoty chemického reaktoru dosadením do rovníc ustáleného stavu (98), (99), (100) a (101).

Použitá metóda prostej iterácie je cyklický program. Pred cyklusom je zvolená požadovaná presnosť, ktorá bola nastavená na hodnotu  $\varepsilon = 0.0001$ . Načítajú sa vstupné hodnoty konštant, ktoré sa v priebehu tohoto cyklu nemenia a hodnoty počiatočných odhadov výsledných ustálených stavov, ktoré sú potrebné k prvému cyklu iterácie.

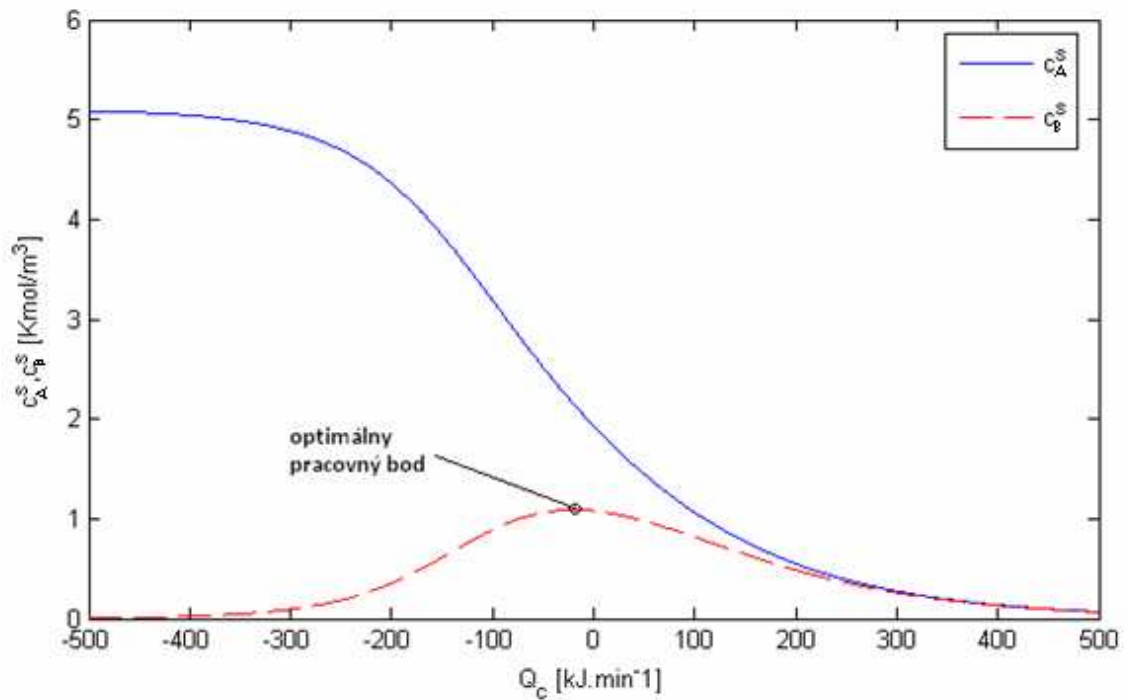
Vypočítané výstupné hodnoty sa porovnávajú s hodnotami, ktoré boli vypočítane v predchádzajúcom cykle. Pokiaľ je po provnaní rozdiel hodnôt menší ako žiadaná presnosť, tak je cyklus ukončený. Týmto spôsobom boli obdržané výsledné hodnoty ustálených výstupov pre pevne zadané vstupné hodnoty konštant.

Cieľom statickej charakteristiky je zisk optimálnych hodnôt ustálených výstup pre chemický reaktor, preto vyššie uvedeným iteračným cyklusom boli vypočítané jednotlivé ustálené stavy pre rôzne hodnoty jednotlivých vstupných veličín a potom tieto spočítané hodnoty boli vynesené do grafu (4),(5),(6),(7).

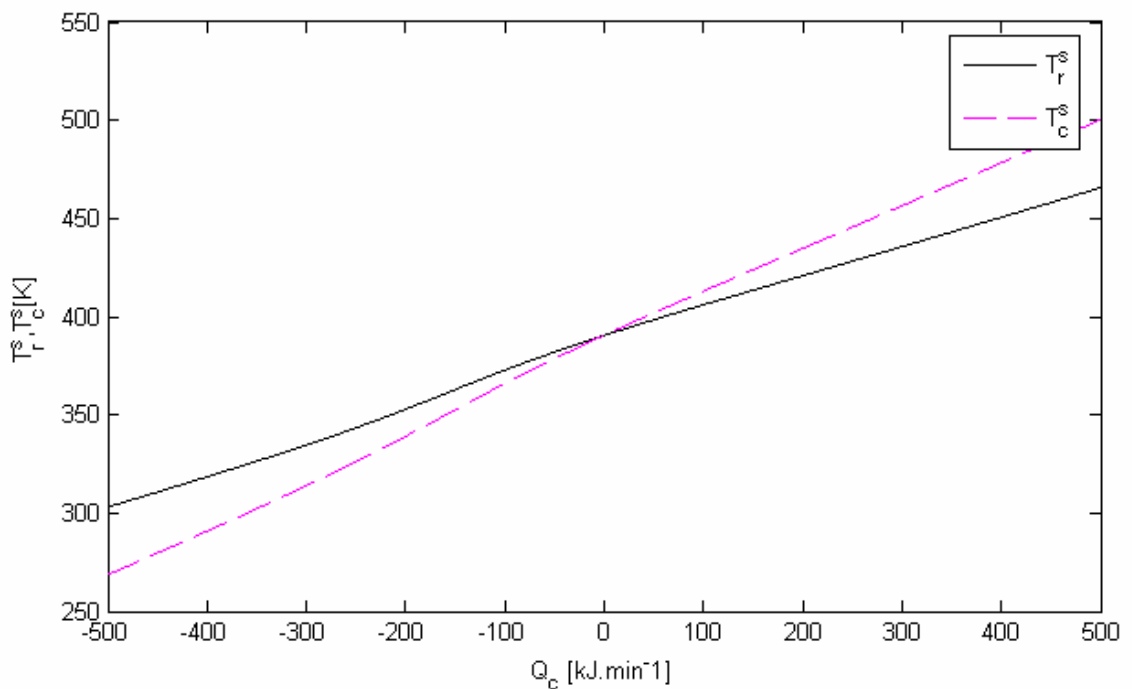
Zobrazenie statických charakteristík, kde sa v prvom prípade menia hodnoty ustálených koncentrácií  $c_A^s, c_B^s$  a potom hodnoty ustálených teplôt  $T_r^s, T_c^s$

- podľa zmeny množstva prijatého tepla  $Q_c$  chladiacou zmesou a to v intervale

$$Q_c = \langle -500; 500 \rangle kJ \cdot \min^{-1}$$



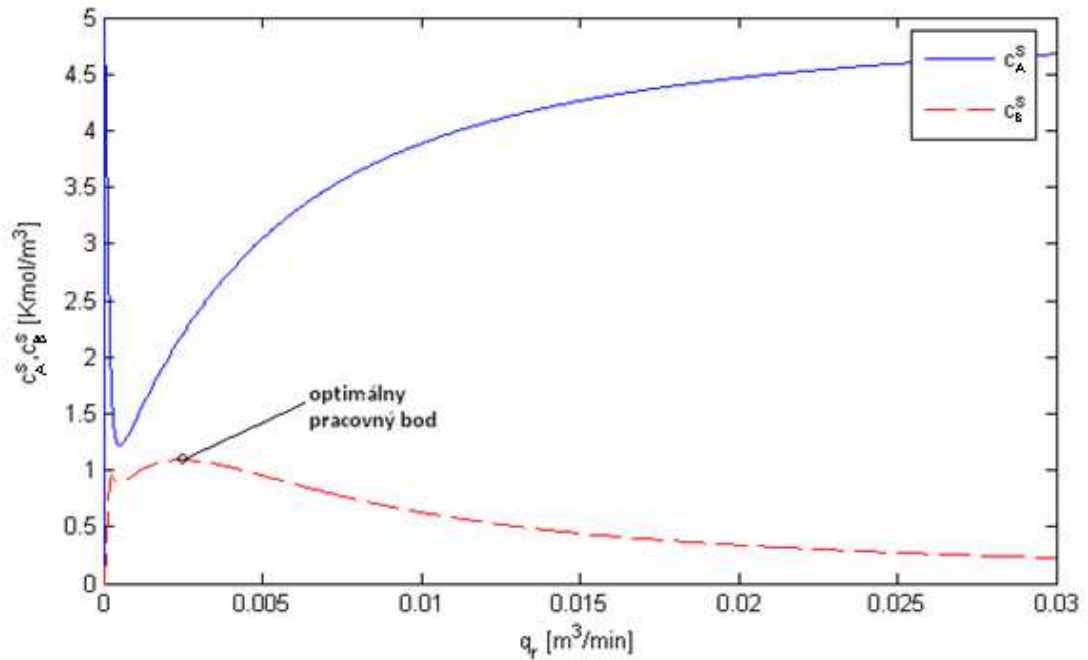
Obrázok 5: Statická charakteristika popisujúca závislosť  $c_A^s, c_B^s$  na zmene  $Q_c$



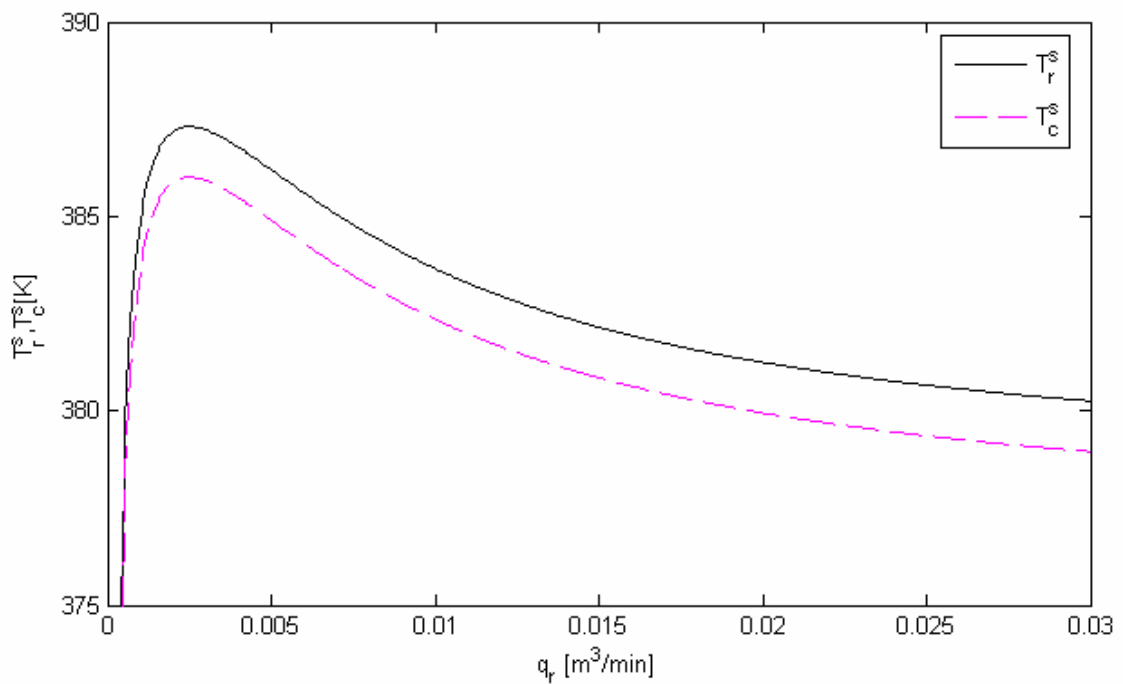
Obrázok 6: Statická charakteristika popisujúca závislosť  $T_r^s, T_c^s$  na zmene  $Q_c$

Optimálny pracovný bod zodpovedá pre  $Q_c = -18,56 \text{ kJ} \cdot \text{min}^{-1}$

- podľa zmeny prietoku  $q_r$  reaktantu v intervale  $q_r = \langle 0; 0,03 \rangle \text{m}^3 \cdot \text{min}^{-1}$



Obrázok 7: Statická charakteristika popisujúca závislosť  $c_A^s, c_B^s$  na zmene  $q_r$



Obrázok 8: Statická charakteristika popisujúca závislosť  $T_r^s, T_c^s$  na zmene  $q_r$

Optimálny pracovný bod zodpovedá pre  $q_r = 2,365 \cdot 10^{-3} \frac{m^3}{\text{min}}$

Pre výpočet dynamiky sústavy je potrebné spočítať jej statické charakteristiky, pomocou ktorých je možné zistiť optimálne vstupné hodnoty vstupujúce do reaktoru. Čím zabezpečíme jeho optimálnu vyťaženosť .

### 3.4 Dynamická charakteristika sústavy

Ustálené hodnoty statických veličín boli použité jako vstupné počiatočné podmienky pre dynamiku.

$$c_A^s = 2,1402 \text{ Kmol} / m^3; \quad c_B^s = 1,0903 \text{ Kmol} / m^3$$

$$T_r^s = 387,34 \text{ K} \quad ; \quad T_c^s = 386,06 \text{ K}$$

Tieto veličiny boli určené na základe optimálnych vstupných hodnôt, ktoré boli vypočítané so statickej charakteristiky.

$$q_r = 2,365 \cdot 10^3 m^3 \cdot \text{min}^{-1} \quad a \quad Q_c = -18,56 kJ \cdot \text{min}^{-1}$$

Dynamická analýza bola urobená pre rôzne skokové zmeny vstupných prietokov chladiacej kvapaliny  $Q_c$  a prietoku reakčnej zmesi  $q_r$ . Použil som štyri skokové zmeny  $\pm 10\%$  a  $\pm 20\%$  pre sústavu, ktorej počiatočné podmienky sú určité optimálnymi pracovnými bodmi za použitia funkcie ode45 (metóda Runge Kutta).

Týmto spôsobom bol skúmaný vplyv skokovej zmeny niektorej zo vstupných veličín na zmenu sústavy. Simulačný čas bol 30 min. a perióda vzorkovania bola zafixovaná na hodnotu  $T_0 = 0,3 \text{ min}$  .

Výstupné veličiny  $y_{1-4}$  sú zobrazené v časovom priebehu 30min. a ilustrujú rozdiel veličín  $c_A, c_B, T_r, T_c$  voči ich ustaleným hodnotám, ktoré sú určené ako počiatočné podmienky.

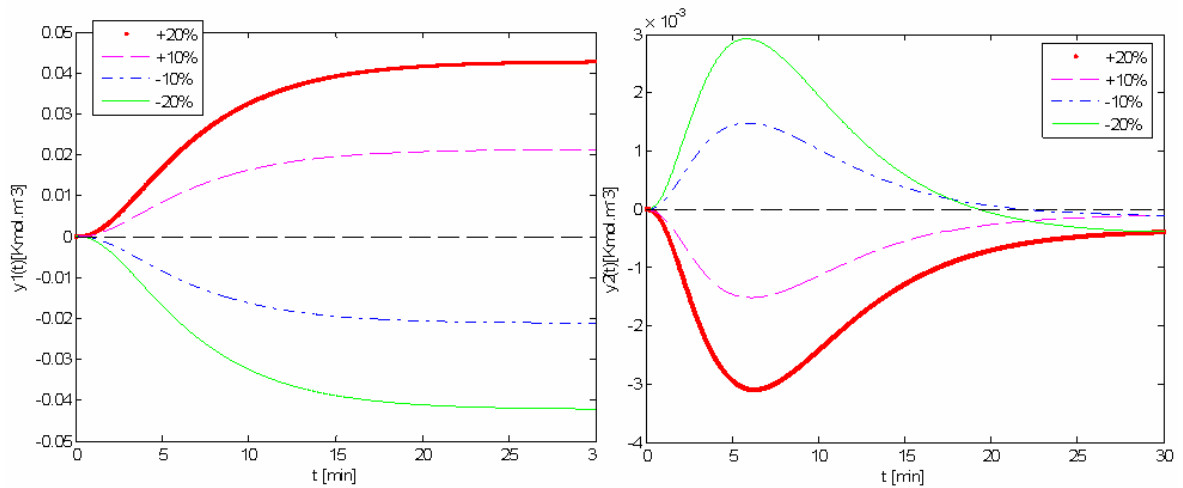
$$y_1(t) = c_A(t) - c_A^s; \quad y_2(t) = c_B(t) - c_B^s; \quad [kmol \cdot m^{-3}]$$

$$y_3(t) = T_r(t) - T_r^s; \quad y_4(t) = T_c(t) - T_c^s; \quad [K]$$



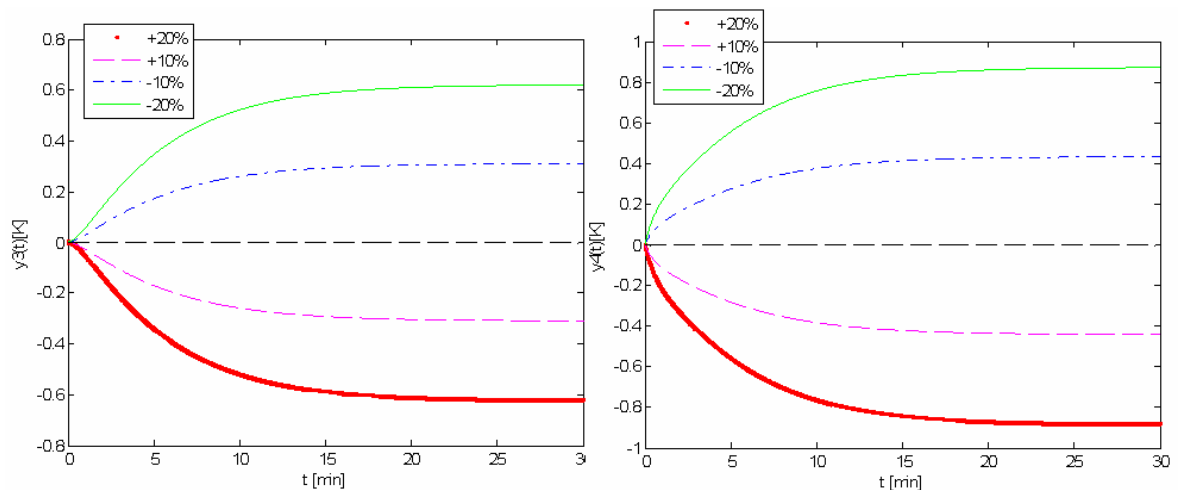
Všetky grafy začínajú v nule, aby bolo možné ľahšie určiť nárast alebo čas konštant.

Skoková zmena vstupného množstva tepla  $Q_c$  :



Obrázok 9: Analýza výstupu  $y_1(c_A(t) - c_A^s)$  a  $y_2(c_B(t) - c_B^s)$  na skokovú zmenu vstupného množstva tepla  $Q_c$

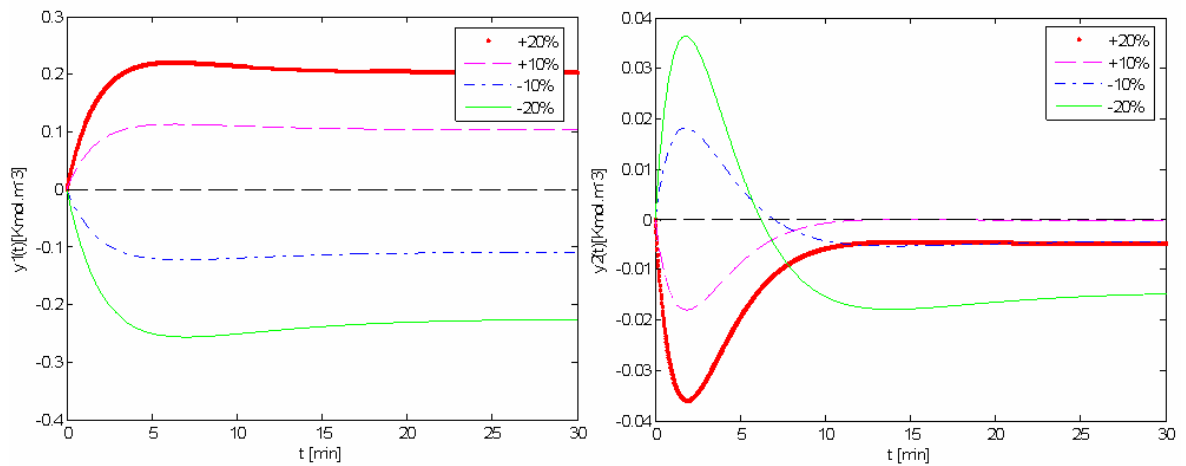
Podľa priebehu koncentračnej zložky  $c_A$ , ktorú reprezentuje výstup  $y_1$  je vidieť že môže byť aproximovaná prenosovou funkciou druhého radu, zatiaľ čo výstup  $y_2$  má priebeh nevhodný pre riadenie.



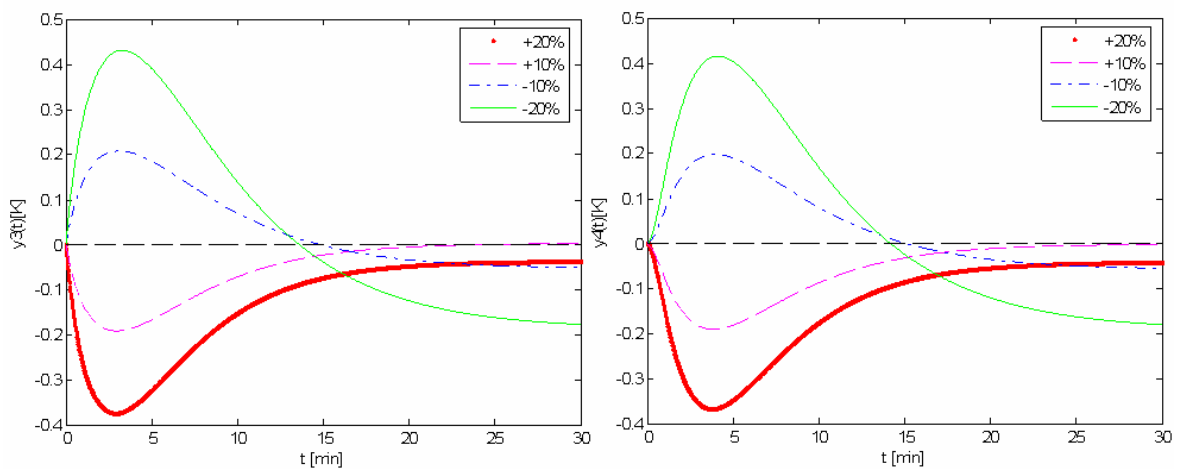
Obrázok 10: Analýza výstupu  $y_3(T_r(t) - T_r^s)$  a  $y_4(T_c(t) - T_c^s)$  na skokovú zmenu vstupného množstva tepla  $Q_c$

Priebehy výstupov  $y_3$  a  $y_4$  ukazujú, že  $y_3$  môže byť aproximovaný prenosovou funkciou druhého radu a  $y_4$  prenosovou funkciou prvého radu.

Skoková zmena vstupu objemového prietoku  $q_r$



Obrázok 11: Analýza výstupu  $y_1(c_A(t) - c_A^s)$  a  $y_2(c_B(t) - c_B^s)$  na skokovú zmenu vstupu objemového prietoku  $q_r$



Obrázok 12: Analýza výstupu  $y_3(T_r(t) - T_r^s)$  a  $y_4(T_c(t) - T_c^s)$  na skokovú zmenu vstupu objemového prietoku  $q_r$

Priebehy oboch prechodových charakteristík pre  $y_1$  až  $y_4$  majú negatívne vlastnosti pre ich riadenie, ako je neminimálna fázovosť.

U reaktoru je skúmanie dynamických charakteristík neoddeliteľnou súčasťou procesu identifikácie sústavy a jeho chovanie pri zavádzaných skokoch. Z grafu je vidieť, že raktor

reaguje veľmi rýchlo i na malé zmeny vstupných veličín . Po získaní týchto charakteristík je možnosť výberu vhodného riadenia pre tento reaktor.

### 3.5 Simulácia riadenia

Pre návrh adaptívneho regulátoru je potreba detailnej znalosti dynamického chovania regulovanej sústavy. Zo získaných prechodových charakteristík a ich analyzovaní som sa rozhodol pre riadenie reakčnej teploty  $T_r$  chemického reaktoru pomocou jedného vstupného prietokového ventilu, ktorým regulujem množstvo privádzaného telpa  $Q_C$  do chladiaceho plášťa. Pribeh reakčnej teploty  $T_r$  v závislosti na skokovej zmene  $Q_C$  (obr.9) som popísal dvoma externými lineárnymi modelmi (ELM) v tvare prvého a druhého radu a vyskúšal ich vplyv na pribeh simulácie regulačného pochodu.

#### 3.5.1 Návrh adaptívneho regulátoru za použitia ELM prvého radu

ELM modely vyjadrené pomocou Z-transformácie nemajú v prípade použitia veľmi krátkych periód vzorkovania, mojom prípade  $T_0 = 0,3 \text{ min}$ , žiadnu spojitú analógiu. Preto je nutné zaviesť alternatívny diskretný model nazývaný delta, čím sa zlepšia numerické vlastnosti modelu.

Prenosovú funkciu  $\delta$  - modelu je v tvare

$$G(\gamma) = \frac{b'_0}{\gamma + a'_0} \quad (102)$$

Použil som dopredný  $\delta$  - model

$$\gamma = \frac{z-1}{T_0} \quad (103)$$

Po dosadení dopredného modelu do prenosovej funkcie  $\delta$  - modelu si môžem vyjadriť diferenčnú rovnicu.

$$y_\delta(k) = -a'_0 \cdot y_\delta(k-1) + b'_0 \cdot u_\delta(k-1) \quad (104)$$

Kde

$$y_\delta(k) = \frac{y(k) - y(k-1)}{T_0} \quad (105)$$

$$y_{\delta}(k-1) = y(k-1) \quad (106)$$

$$u_{\delta}(k-1) = u(k-1) \quad (107)$$

Po delta modifikácii vektor parametrov a regresor budú v tvare

$$\Theta_{\delta}^T(k) = [a'_1 \quad b'_1] \quad (108)$$

$$\Phi_{\delta}^T(k-1) = [-y(k-1) \quad u(k-1)] \quad (109)$$

Potom delta ELM bude v tvare

$$y_{\delta}(k) = \Theta_{\delta}^T(k) \cdot \Phi_{\delta}(k-1) + n(k) \quad (110)$$

Obdržaný delta ELM je vhodný pre priebežnú identifikáciu a jeho parametre sa blížia ku spojitým pre malú periódu vzorkovania (11). Z hľadiska polynomialny syntézy s kapitoly (2.4) bereme spojitý externý lineárny model nasledujúceho taru:

$$G(s) = \frac{b(s)}{a(s)} = \frac{b_0}{s + a_0} \quad (111)$$

S použitím polynomiálnej syntézy uvažujeme prenos regulátoru v tvare podielu nesúdeliteľných polynomov  $q$  a  $p$

$$Q(s) = \frac{q(s)}{p(s)} \quad (112)$$

Charakteristický polynom má tvar

$$a(s) \cdot f(s) \cdot \tilde{p}(s) + b(s) \cdot q(s) = d(s) \quad (113)$$

Určim si stupne polynómov regulátoru

$$\deg q = \deg a + \deg f - 1 = 1 + 1 - 1 = 1 \Rightarrow q_1 s + q_0 \quad (114)$$

$$\deg \tilde{p} = \deg a - 1 = 1 - 1 = 0 \Rightarrow \tilde{p}_0 \quad (115)$$

$$\deg d = 2 \cdot \deg a + \deg f - 1 = 2 \cdot 1 + (1 - 1) = 2 \Rightarrow (s + n_0) \cdot (s + \alpha) \quad (116)$$

Pomocou spektrálnej faktorizácie si z polynomu  $d$  vyjadrím  $n_0$

$$a^*(s)a(s) = (s - a_0)(s + a_0) = s^2 + a_0s - a_0s - a_0 = s^2 - a_0 \quad (117)$$

Po zavedení polynomu  $n(s) = s^2 + n_1s + n_0$  podobne získam

$$n^*(s)n(s) = (s - n_0)(s + n_0) = s^2 + n_0s - n_0s - n_0 = s^2 - n_0 \quad (118)$$

Porovnaním koeficientov pri rovnakých mocninách  $s$  na pravých stranách (117) a (118) potom dostanem

$$n_0 = \sqrt{a_0^2} \quad (119)$$

A je jasné, že vždy  $n_0 > 0$  a potom polynom  $n$  je každom prípade stabilný.

Takže pri voľbe (116) môžu byť parametre regulátoru nastavené pomocou jedného voliteľného parametru  $\alpha$ .

Po dosadení do charakteristickej rovnice dostanem:

$$(s + a_0) \cdot s \cdot (\tilde{p}) + b_0(q_1 \cdot s + q_0) = (s + n_0) \cdot (s + \alpha) \quad (120)$$

$$s^2(p_0) + s(a_0 \cdot \tilde{p}_0 + b_0 \cdot q_1) + b_0 \cdot q_0 = s^2 + s(\alpha + n_0) + n_0 \cdot \alpha \quad (121)$$

Porovnaním pravej a ľavej strany rovnice rovnako veľkých mocnín si vyjadrím parametre regulátoru

$$\tilde{p}_0 = 1 \quad (122)$$

$$q_1 = \frac{\alpha + n_0 - a_0 \cdot \tilde{p}_0}{b_0} \quad (123)$$

$$q_0 = \frac{n_0 \cdot \alpha}{b_0} \quad (124)$$

Štruktúra regulátoru bude mať tvar

$$Q(s) = \frac{q(s)}{p(s)} = \frac{q_1 \cdot s + q_0}{s} \quad (125)$$

Vyjadrím si akčný zásah  $u(t)$

$$Q(s) = \frac{q_1 \cdot s + q_0}{s} = \frac{U}{E} \Rightarrow s \cdot U(s) = (q_1 \cdot s + q_0) \cdot E(s) \quad (126)$$

Pomocou spätnej Laplaceovej transformace prevediem prenos do diferenciálnej rovnice a vyjadřím si akčnú veličinu

$$u'(t) = q_1 \cdot e'(t) + q_0 \cdot e(t) \quad (127)$$

Zavádzam substitúciu, pretože akčný zásah je v spojitom čase, ale mi s ním pracujeme v podstate diskretné po malých periódach vzorkovania.

$$z = x_1 \quad (128)$$

$$z' = x_1' \quad (129)$$

$$\tilde{p}_0 \cdot z'(t) = e(t) \quad (130)$$

$$\frac{dx_1}{dt} = \frac{e}{\tilde{p}_0} \quad (131)$$

Diferenciálnu rovnicu vypočítam pomocou funkcie ode45

Následne dostanem

$$u(t) = q_1 \cdot z'(t) + q_0 \cdot z(t) \quad (132)$$

Po dosadení za premennú 'z' dostanem vzťah pre výpočet akčného zásahu  $u(t)$

$$u(t) = q_1 \cdot \left( \frac{e}{\tilde{p}_0} \right) + q_0 \cdot x_1 \quad (133)$$

Vstupná premenná  $u(t)$  mi reprezentuje množstvo tepla  $Q_c$  privádzaného do plášťa reaktoru, ktorú prepočítavam ako percentuálny nárast oproti jej pracovnému bodu.

$$u(t) = \frac{Q(t) - Q_c^s}{Q_c^s} \cdot 100 [\%] \quad (134)$$

Teplota reaktančnej zmesi  $T_r$  je naša výstupna kontrolovaná veličina  $y(t)$ , ktorá sa snaží dotiahnuť na požadovanú hodnotu  $w(t)$ . Rýchlosť regulačného pochodu je závislá na veličine  $\alpha$ , ktorá reprezentuje pozíciu koreňov diofantickej rovnice. Nastavil som ju na tri rôzne hodnoty  $\alpha_1 = 0,1$   $\alpha_2 = 0,08$   $\alpha_3 = 0,06$ . Hodnotu referenčnú veličiny  $w$  som volil v nasledujúcich intervaloch:

$$w(t) = 10 * [1 - \exp(-0,08.t)] \text{ K} \Rightarrow \langle 0;200 \rangle \text{ min}$$

$$w(t) = -10 \text{ K} \Rightarrow \langle 200;400 \rangle \text{ min}$$

$$w(t) = 3 \text{ K} \Rightarrow \langle 400;600 \rangle \text{ min}$$

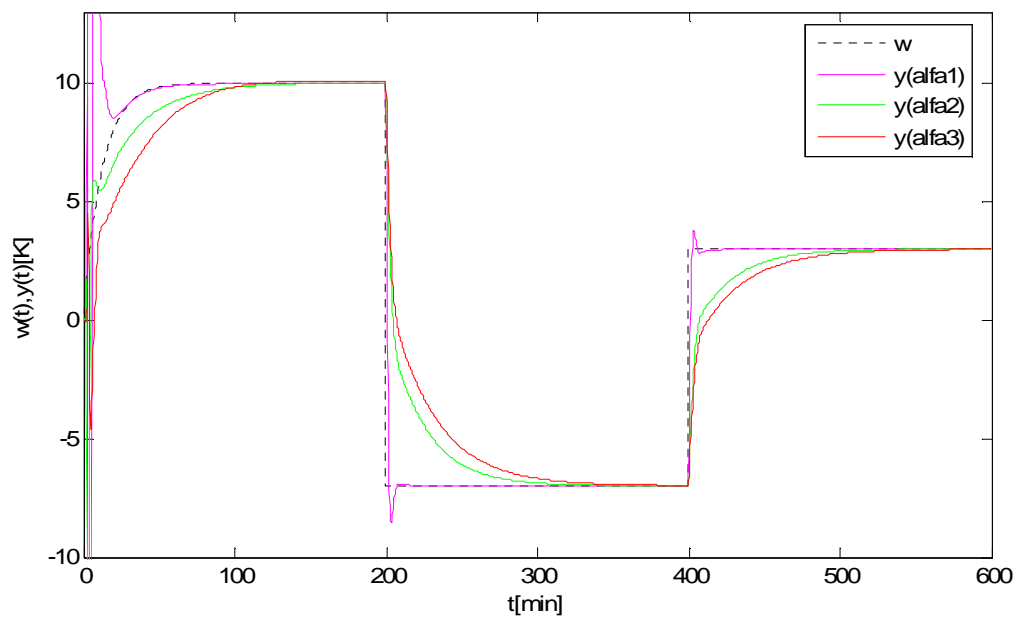
Pre vyhodnotenie kvality regulácie som použil kritériá založené na výpočte sumácie kvadrátu regulačnej odchyľky odchyľky  $e(k) = w(k) - y(k)$  a prírastku akčnej veličiny  $\Delta u(k) = u(k) - u(k-1)$  podľa vzťahu

$$S_y = \frac{1}{k_2 - k_1 + 1} \sum_{k=k_1}^{k_2} e^2(k); \quad S_u = \frac{1}{k_2 - k_1 + 1} \sum_{k=k_1}^{k_2} \Delta u^2(k)$$

kde  $\langle k_1, k_2 \rangle$  je zvolený interval pre určenie kvality regulácie a ten som volil od 100 min regulácie až po 600 min.

	$S_y [K^2]$	$S_u [-]$
$\alpha_1$	$6,697 \cdot 10^{-4}$	0,0091
$\alpha_2$	0,2886	0,0443
$\alpha_3$	1,0125	0,1296

Tabuľka 2 : Vyhodnotenie kvality regulácie pre jednotlivé  $\alpha$



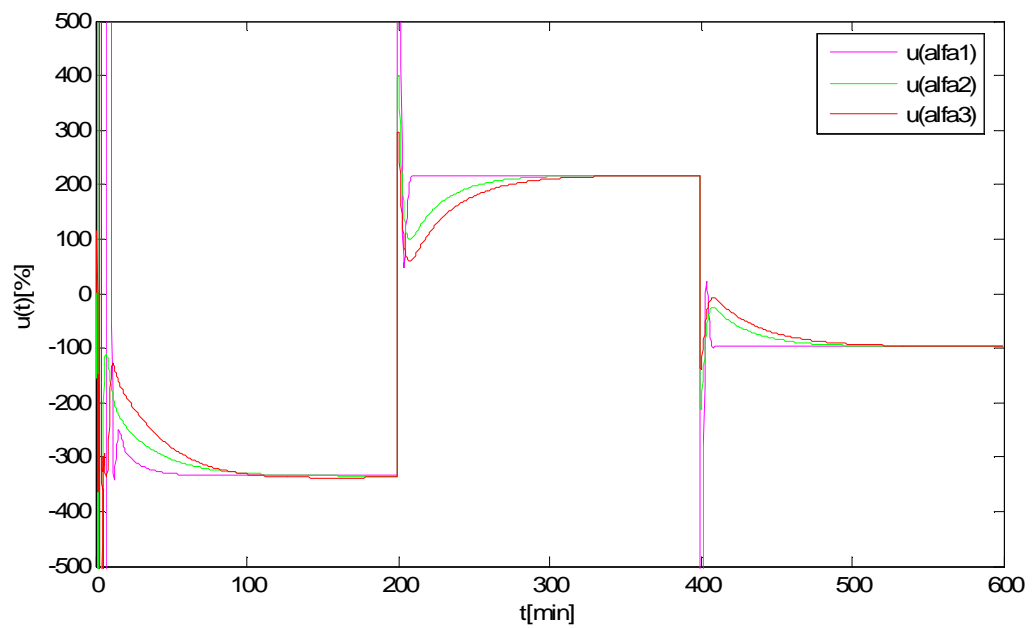
Obrázok 13 : Simulačný priebeh  $y(t)$  pre jednotlivé  $\alpha$

Zo simulácie je vidieť, že riadenie prebieha bez väčších problémov, ktoré má len na začiatku regulačného pochodu. Zapríčinené je to nepresným odhadom parametrov, ktoré v prvých krokoch ešte nemajú dostatočné informácie o systéme.

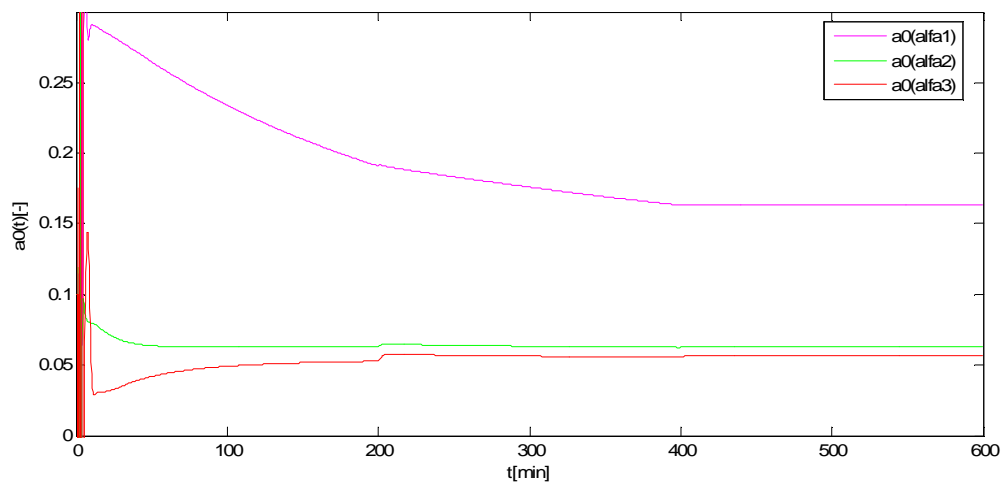
Zo simulačného priebehu je vidieť ako so zväčujúcou sa hodnotou  $\alpha$ , sa zrýchluje regulačný pochod.

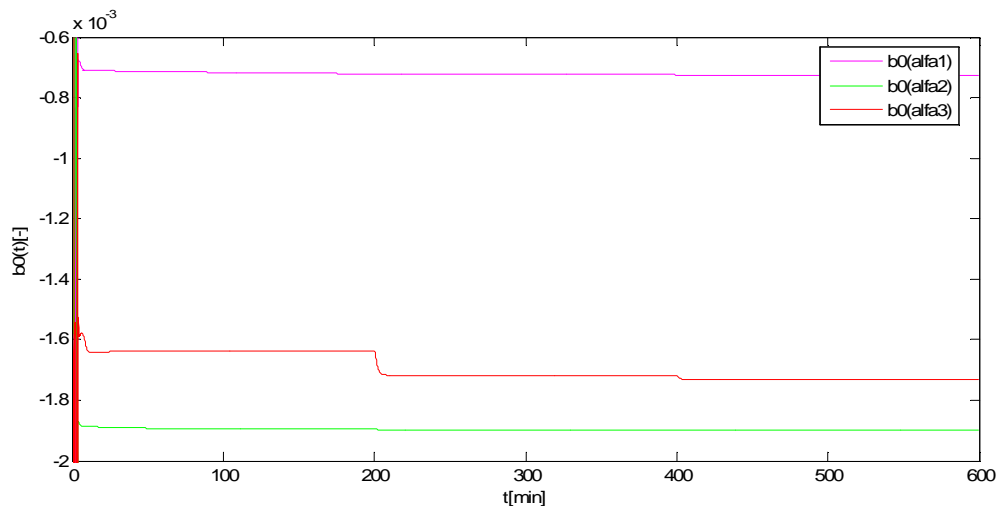
Z výsledkov kvality regulácie pre  $S_y [K^2]$  (tab.2) je vidieť, že simulačný pochod má najlepšiu kvalitu pre zvolené  $\alpha_1 = 0,1$ .



Obrázok 14 : Simulačný priebeh  $u(t)$  pre jednotlivé  $\alpha$ 

Následne som zobrazil priebeh identifikovaných parametrov ELM počas celej doby simulácie.

Obrázok 15 : Simulačný priebeh identifikovaného parametru  $a_0$

Obrázok 16 : Simulačný priebeh identifikovaného parametru  $b_0$ 

Z obrázku(14) a (15) je vidieť, že nie je problém s odhadom parametrov, iba so začiatku, kedy informácie o systéme ešte nie sú dostatočné, čo sa po pár krokoch napraví.

### 3.5.2 Návrh adaptívneho regulátora za použitia ELM druhého radu

ELM modely vyjadrené pomocou Z-transformácie nemajú v prípade použitia veľmi krátkych period vzorkovania, mojom prípade  $T_0 = 0,3$  min žiadnu spojitú analógiu. Preto je nutné zaviesť alternatívny diskretný model nazývaný delta, čím sa zlepšia numerické vlastnosti modelu.

Prenosovú funkciu  $\delta$  - modelu je v tvare

$$G(\gamma) = \frac{b'_1\gamma + b'_0}{\gamma^2 + a'_1\gamma + a'_0} \quad (135)$$

Použil som dopredný  $\delta$  - model

$$\gamma = \frac{z-1}{T_0} \quad (136)$$

Po dosadení dopredného modelu do prenosovej funkcie  $\delta$  - modelu si môžem vyjadriť diferenčnú rovnicu.

$$y_\delta(k) = -a'_1 \cdot y_\delta(k-1) - a'_0 \cdot y_\delta(k-2) + b'_1 \cdot u_\delta(k-1) + b'_0 \cdot u_\delta(k-2) \quad (137)$$

Kde

$$y_{\delta}(k) = \frac{y(k) - y(k-1) + y(k-2)}{T_0^2} \quad (138)$$

$$y_{\delta}(k-1) = \frac{y(k-1) - y(k-2)}{T_0} \quad (139)$$

$$y_{\delta}(k-2) = y(k-2) \quad (140)$$

$$u_{\delta}(k-1) = \frac{u(k-1) - u(k-2)}{T_0} \quad (141)$$

$$u_{\delta}(k-2) = u(k-2) \quad (142)$$

Po delta modifikácii vektor parametrov a regresor budú v tvare

$$\Theta_{\delta}^T(k) = [a_1' \quad a_0' \quad b_1' \quad b_0'] \quad (143)$$

$$\Phi_{\delta}^T(k-1) = \left[ -\frac{y(k-1) - y(k-2)}{T_0} \quad -y(k-2) \quad \frac{u(k-1) - u(k-2)}{T_0} \quad u(k-2) \right] \quad (144)$$

Potom delta ELM bude v tvare

$$y_{\delta}(k) = \Theta_{\delta}^T(k) \cdot \Phi_{\delta}(k-1) + n(k) \quad (145)$$

Obdržaný delta ELM je vhodný pre priebežnú identifikáciu a jeho parametre sa blížia ku spojitým pre malú periódu vzorkovania (11). Z hľadiska polynomialny syntézy s kapitoly (2.4) bereme spojitý externý lineárny model nasledujúceho taru:

$$G(s) = \frac{b(s)}{a(s)} = \frac{b_1s + b_0}{s^2 + a_1s + a_0} \quad (146)$$

Za ich použitia vypočítam parametre regulátoru, ktorá prebieha za pomoci 1DOF konfigurácie.

Prenos regulátoru uvažujeme v tvare podielu nesúdeliteľných polynómov q a p

$$Q(s) = \frac{q(s)}{p(s)} \quad (147)$$

Charakteristický polynóm má tvar

$$a(s) \cdot f(s) \cdot \tilde{p}(s) + b(s) \cdot q(s) = d(s) \quad (148)$$

Určím si stupne polynómov regulátoru

$$\deg q = \deg a + \deg f - 1 = 2 + 1 - 1 = 2 \Rightarrow q_2 s + q_1 s + q_0 \quad (149)$$

$$\deg \tilde{p} = \deg a - 1 = 2 - 1 = 1 \Rightarrow \tilde{p}_1 s + \tilde{p}_0 \quad (150)$$

$$\deg d = 2 \cdot \deg a + \deg f - 1 = 2 \cdot 2 + (1 - 1) = 4 \Rightarrow (s^2 + n_1 s + n_0) \cdot (s + \alpha)^2 \quad (151)$$

Pomocou spektrálnej faktorizácie si z polynomu  $d$  vyjadrím  $n_0$  a  $n_1$

$$a^*(s)a(s) = (s^2 - a_1 s + a_0)(s^2 + a_1 s + a_0) = s^4 - (a_1^2 - 2a_0)s^2 + a_0^2 \quad (152)$$

Po zavedení polynomu  $n(s) = s^2 + n_1 s + n_0$  podobne získam

$$n^*(s)n(s) = (s^2 - n_1 s + n_0)(s^2 + n_1 s + n_0) = s^4 - (n_1^2 - 2n_0)s^2 + n_0^2 \quad (153)$$

Porovnaním koeficientov pri rovnakých mocninách  $s$  na pravých stranách (152) a (153) potom dostanem

$$n_1 = \sqrt{a_1^2 + 2n_0 - 2a_0} \quad (154)$$

A je jasné, že vždy  $n_0 > 0$ ,  $n_1 > 0$  a potom polynom  $n$  je každom prípade stabilný.

Takže pri voľbe (151) môžu byť parametre regulátoru nastavené pomocou jedného voliteľného parametru  $\alpha$ .

Po dosadení do charakteristickej rovnice dostanem:

$$(s^2 + a_1 s + a_0) \cdot s \cdot (\tilde{p}_1 s + \tilde{p}_0) + (b_1 s + b_0)(q_2 s^2 + q_1 s + q_0) = (s^2 + n_1 s + n_0) \cdot (s + \alpha)^2 \quad (155)$$

$$s^4(\tilde{p}_1) + s^3(\tilde{p}_0 + a_1 \tilde{p}_1 + \tilde{p}_1 b_1) + s^2(a_1 \tilde{p}_0 + a_0 \tilde{p}_1 + q_1 b_1 + q_2 b_0) + s \cdot (a_0 \cdot \tilde{p}_0 + b_1 \cdot q_0 + b_0 \cdot q_1) + b_0 \cdot q_0 = s^4 + s^3(2\alpha + n_1) + s^2(\alpha^2 + 2n_1 \alpha + n_0) + s(n_1 \alpha^2 + 2n_0 \alpha) + n_0 \alpha^2 \quad (156)$$

Porovnaním pravej a ľavej strany rovnice rovnako veľkých mocnín dostanem

$$\tilde{p}_1 = 1 \quad (157)$$

$$\tilde{p}_0 = n_1 + (2n_1 \alpha) - (p_1 a_1) - (q_2 b_1) \quad (158)$$

$$q_1 = \frac{(\alpha^2 n_1) + (2\alpha + n_0) - (a_0 \cdot \tilde{p}_0) - (b_1 \cdot \tilde{p}_0)}{b_0} \quad (159)$$

$$q_0 = \frac{n_0 \cdot \alpha^2}{b_0} \quad (160)$$

$$q_2 = \frac{n_0 + (2n_1\alpha) + \alpha^2 - (\tilde{p}_1 a_0) - (\tilde{p}_0 a_1) - (q_1 b_1)}{b_0} \quad (161)$$

Štruktúra regulátoru bude mať tvar

$$Q(s) = \frac{q(s)}{p(s)} = \frac{q_2 s^2 + q_1 s + q_0}{s(s + \tilde{p}_0)} \quad (162)$$

Vyjadřím si akčný zásah  $u(t)$

$$Q(s) = \frac{q_2 s^2 + q_1 s + q_0}{s(s + \tilde{p}_0)} = \frac{U}{E} \Rightarrow s(s + \tilde{p}_0).U(s) = (q_2 s^2 + q_1 s + q_0).E(s) \quad (163)$$

Pomocou spätnej Laplaceovej transformace prevediem prenos do diferenciálnej rovnice a vyjadřím si akčnú veličinu

Transformujem do diferenciálnej rovnice

$$u''(t) + p_0 u'(t) = q_2 e''(t) + q_1 e'(t) + q_0 e(t) \quad (164)$$

Zavádzam substitúciu, pretože akčný zásah je v spojitom čase, ale mi s ním pracujeme v podstate diskretné po malých periódach vzorkovania.

$$z = x_1 \quad (165)$$

$$z' = x_1' = x_2 \quad (166)$$

$$z'' = x_2' = x_1'' \quad (167)$$

$$z''(t) + \tilde{p}_0 z'(t) = e(t) \quad (168)$$

$$\frac{dx_1}{dt} = x \quad (169)$$

$$\frac{dx_2}{dt} = e - \tilde{p}_0 x_2 \quad (170)$$

Diferenciálnu rovnicu vypočítam pomocou funkcie ODE45 .

Následne dostanem

$$u(t) = q_2 z''(t) + q_1 z'(t) + q_0 z(t) \quad (171)$$

Po dosadení za premennú 'z' dostanem akčný zásah

$$u(t) = q_2 e(t) + q_0 x_1(t) + (q_1 - q_2 \tilde{p}_0) x_2(t) \quad (172)$$

Vstupná premenná  $u(t)$  mi reprezentuje množstvo tepla  $Q_c$  privádzaného do plášťa reaktoru, ktorú prepočítavam ako percentuálny nárast oproti jej počiatkovej podmienke.

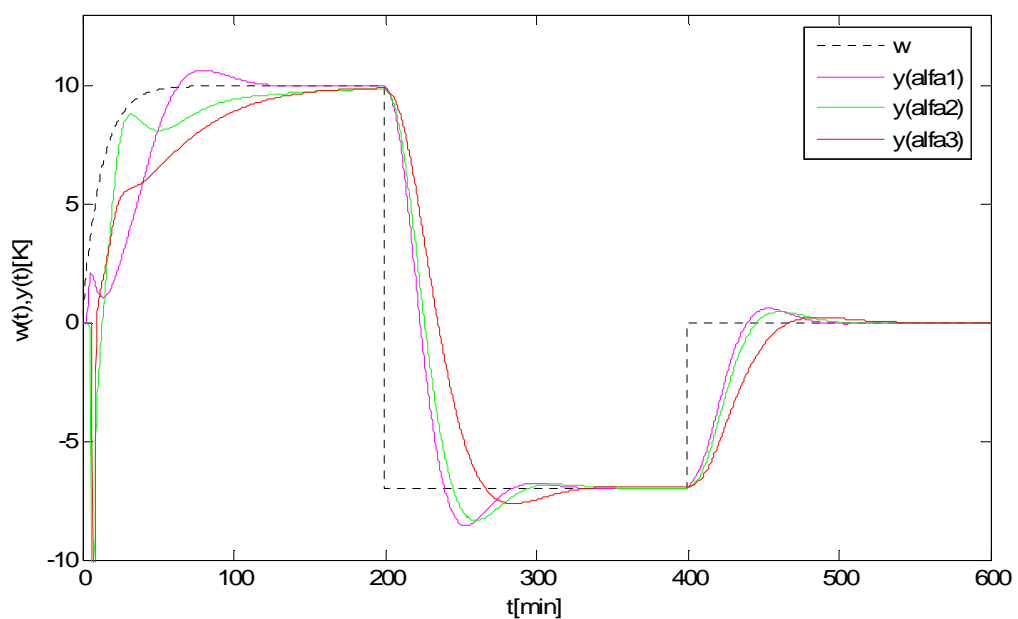
$$u(t) = \frac{Q(t) - Q_c^s}{Q_c^s} \cdot 100 [\%] \quad (173)$$

Ako u predchádzajúceho modelu pre 1. rád (kapitola 3.6) som urobil simulačnú štúdiu priebehu  $y(T_r)$  pre rovnaké hodnoty  $\alpha$  a rovnaké hodnoty referenčnej veličiny  $w$ .

Rovnako ako pre ELM 1.radu, tak aj u ELM 2.radu som vyhodnotil kvalitu regulácie pre jednotlivé  $\alpha$  a zapísal do tabuľky.

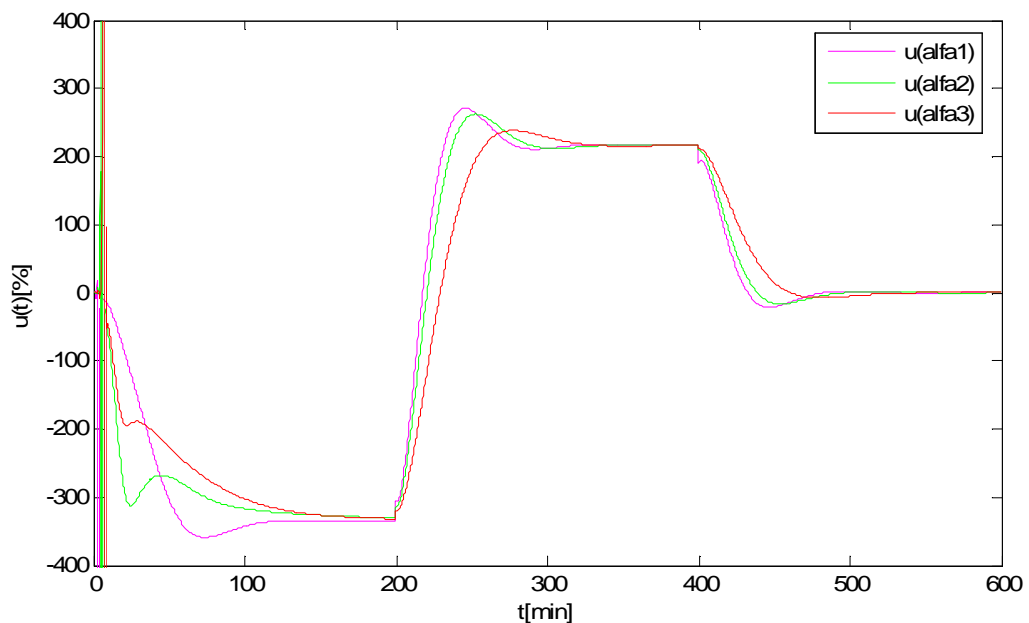
	$S_y [K^2]$	$S_u [-]$
$\alpha_1$	2,0858	0,7622
$\alpha_2$	0,7616	0,0830
$\alpha_3$	3,4824	0,1258

Tabuľka 3 : Vyhodnotenie kvality regulácie pre jednotlivé  $\alpha$



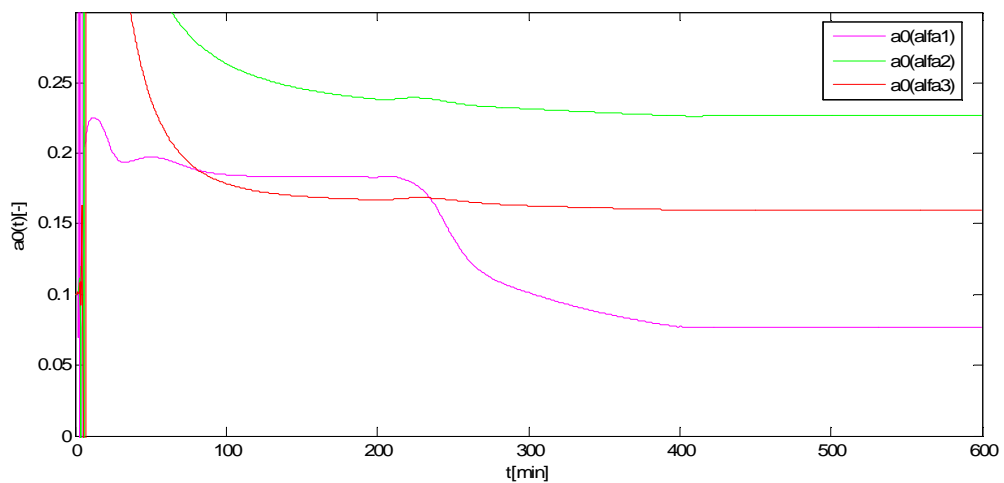
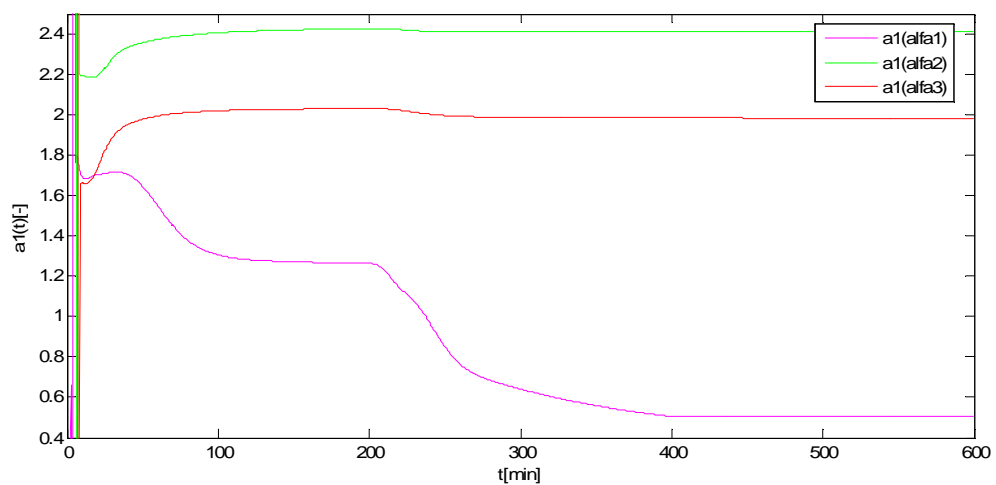
Obrázek 17 : Simulačný priebeh  $y(t)$  pre jednotlivé  $\alpha$

Zo simuláčného pochodu je vidieť ako so zväčujúcou sa hodnotou  $\alpha$ , sa zrýchluje regulačný pochod, ktorý sprevádzajú mierne prekmity regulovanej veličiny  $y(T_r)$ . Pričom začiatk regulačného pochodu je opäť rozhodný, z dovodu nepresného určenia parametrov ELM, čo sa po pár krokoch zrovná. Najlepšiu hodnotu regulácie  $y(t)$  získam pre hodnotu  $\alpha_2 = 0,08$  viz (tab.3).

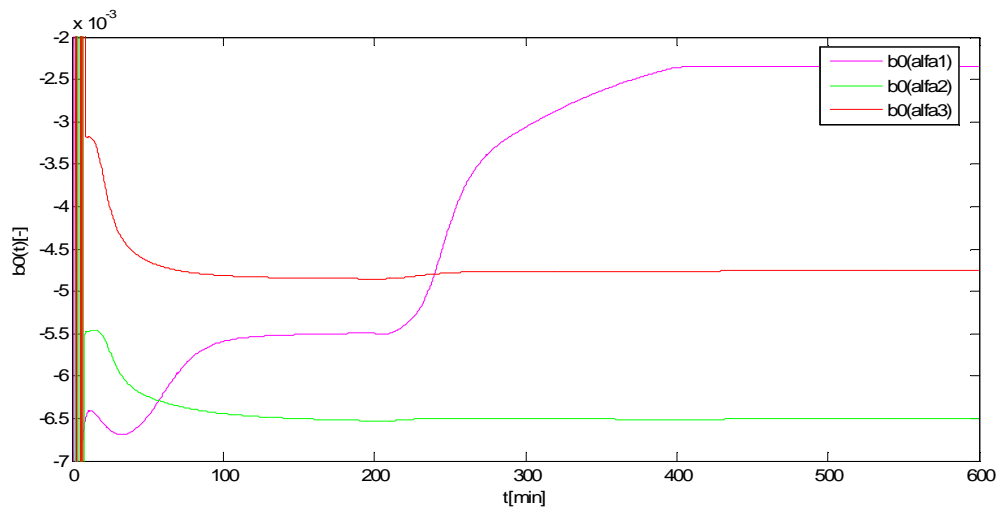
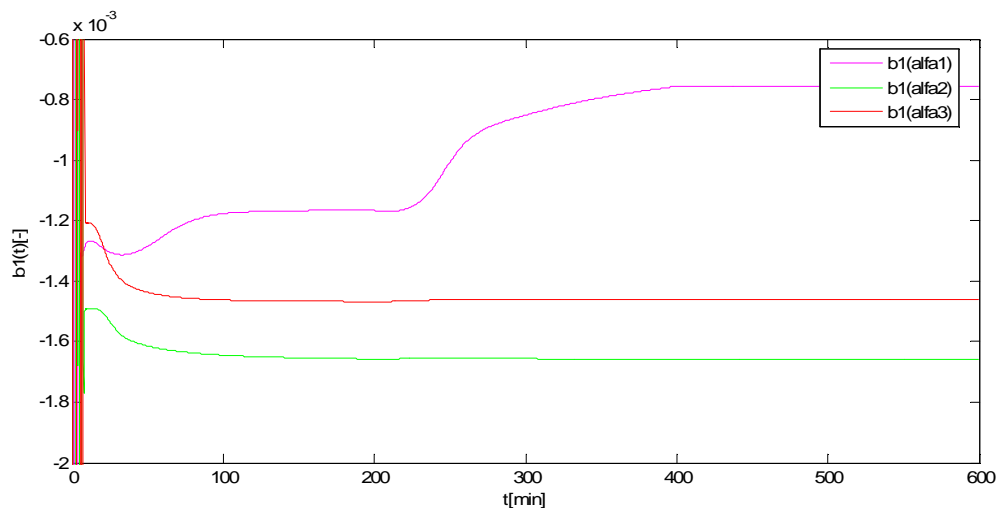


Obrázek 18 : Simulačný priebeh  $u(t)$  pre jednotlivé  $\alpha$

Následne som zobrazil priebeh identifikovaných parametrov ELM počas celej doby simulácie.

Obrázok 19 : Simulačný priebeh identifikovaného parametru  $a_0$ Obrázok 20 : Simulačný priebeh identifikovaného parametru  $a_1$



Obrázok 21 : Simulačný priebeh identifikovaného parametru  $b_0$ Obrázok 22 : Simulačný priebeh identifikovaného parametru  $b_1$ 

Z obrázku(20),(21),(22) a (23) je vidieť, že obdobne ako v predchádzajúcom prípade

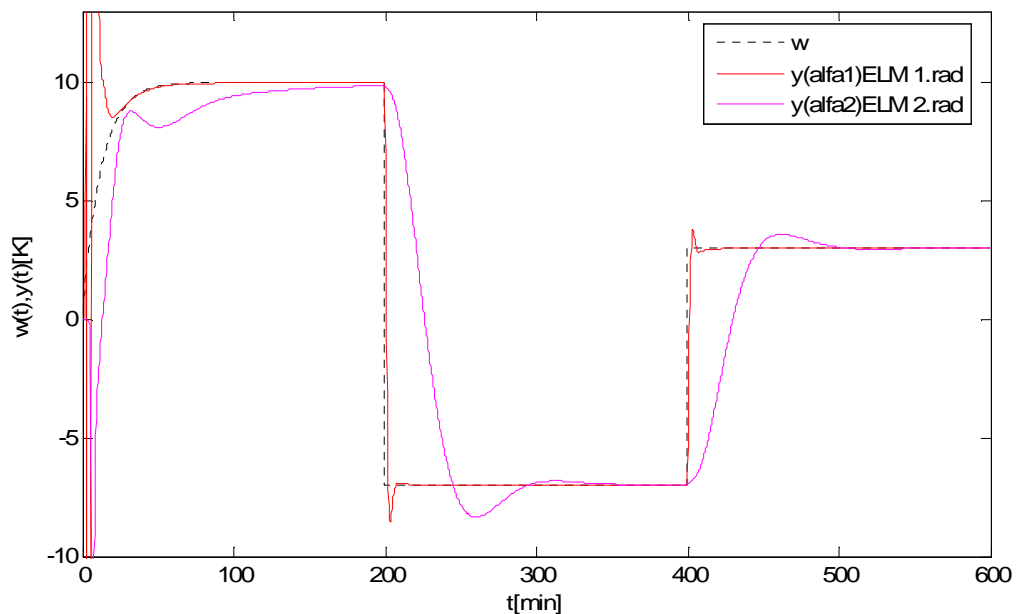
Je problém iba na začiatku.

### 3.5.3 Návrh vhodného regulátora

Návrh vhodného adaptívneho regulátora pre účel riadenia nelineárneho systému reprezentovný chemickým reaktorom sa opiera o detailnú znalosť dynamiky riadeného systému (viz. kapitola 3.4), na základe ktorej bol zostavený ELM prvého a ELM druhého radu. Kvalitu riadenia pomocou týchto modelov zásadne ovplyvňovala voľba parametru  $\alpha$ , ktorej zmena prenasťtuje póly prenosu uzavretého regulačného pochodu a tým nastáva zmena kvality riadenia. Pre oba ELM bola určená hodnota  $\alpha$ , po ktorej nastal najlepší

regulačný pochod. Po porovnaní a vyhodnotení kvality regulácie prebiehajúcej na základe voľby ELM modelu môže určiť, aký veľký je ich vplyv na výsledky adaptívneho riadenia.

Pri porovnaní vplyvu voľby ELM prvého a druhého radu na priebeh regulačného pochodu, bola volená pre každý model zvlášť taká hodnota  $\alpha$ , pri ktorej tieto modely vykazovali najlepšie regulačné pochody. To znamená, že pre model 1. radu to bola  $\alpha_3$  a pre model 2. radu to bola  $\alpha_1$ . (viz. tab.2 a 3)



Obrázok 23 : Porovnanie regulačného pochodu  $y(t)$  pre ELM 1.radu a ELM 2.radu

Z porovnania simulačných pochodov je vidieť, že pre ELM 2.radu je priebeh regulovanej veličiny  $y(t)$  pomalší ako je to u ELM 1.radu a sú na jeho priebehu patrne mierne regulačné prekmity. Pri priebehu regulačného pochodu pre ELM 1. radu dochádza na začiatku regulácie pomerne k veľkému skoku, čo môže byť spôsobené nepresným odhadom parametrov ELM ale po krátkej dobe sa pomerne dobre stožní s referenčnou hodnotou.

Kebyže sa mám rozhodovať medzi voľbo ELM prvého a druhého radu, v tomto konkrétnom prípade by som volil ELM 1. radu, pretože výsledky sú lepšie a výpočet parametrov jednoduchší.

## ZÁVĚR

Chemické reaktory sú v dnešnej dobe súčasťou mnohých technologických procesov, v ktorých prebiehajúce reakcie majú nelineárny charakter, preto ich riadenie pomocou klasických regulátorov s pevne zadanými parametrami je nevyhovujúce. Zvýšenie kvality riadenia takýchto procesov sa môžeme uskutočniť za použitia adaptívnych regulátorov. Pri samočinne sa nastavujúcich regulátorov je potrebné detailne poznať dynamické chovanie reaktoru. Pre výpočet jeho dynamiky je potrebné spočítať jeho statické charakteristiky, pomocou ktorých je možné zistiť optimálne vstupné hodnoty, čím zabezpečím jeho optimálnu vyťaženosť.

Dynamická analýza bola urobená pre 4 skokové zmeny týchto optimálnych vstupov za použitia softvéru MATLAB funkciou `ode45` (metóda Runge Kutta). Týmto spôsobom bol skúmaný vplyv skokovej zmeny niektorej zo vstupných veličín na zmenu sústavy. Simulačný čas bol 30 min. Zo získaných prechodových charakteristík a ich analyzovaní som sa rozhodol pre riadenie reakčnej teploty  $T_r$  chemického reaktoru pomocou jedného vstupného prietokového ventilu, ktorým regulujem množstvo privádzaného tepla  $Q_C$  do chladiaceho plášťa. Priebeh reakčnej teploty  $T_r$  v závislosti na skokovej zmene  $Q_C$  som popísal dvoma externými lineárnymi modelmi (ELM) v tvare prvého a druhého radu a vyskúšal ich vplyv na priebeh simulácie regulačného pochodu.

ELM modely vyjadrené pomocou Z-transformácie nemajú v prípade použitia veľmi krátkych období vzorkovania, mojom prípade  $T_0 = 0,3 \text{ min}$ , žiadnu spojitú analógiu. Preto je nutné zaviesť alternatívny diskretný model nazývaný delta, čím sa zlepšia numerické vlastnosti modelu.

Obdržaný delta ELM je vhodný pre priebežnú identifikáciu a jeho parametre sa blížia ku spojitým pre malú periódu vzorkovania.

Pri návrhu regulátoru sa vychádza z algebraickej teórie, založenej na pynomiálnom návrhu regulátora. Základná podmienka k dosiahnutiu týchto cieľov spočíva v riešení diofantických rovníc, čím obdržíme regulátor, ktorý bude schopný stabilizovať celý riadený systém, a jeho parametre môžu byť prenastavené pomocou jedného voliteľného parametru  $\alpha$ .

Po takto zostavenom regulačnom obvode som odsimuloval priebeh výstupnej regulovanej veličiny  $y(t)$  za použitia ELM prvého a ELM druhého radu pre rôzne hodnoty  $\alpha$ . Regulačný pochod pre oba ELM prebiehal bez problémov, ktoré nastali iba na začiatku simulácie, kedy odhadované parametre ELM ešte nemali dostatok informácií o systéme. Preto namiesto prvého skoku žiadanej hodnoty som volil radšej exponenciálny priebeh, aby sa riadená veličina s tým dokázala lepšie vyrovnat'. Zo simuláčného priebehu bolo ešte vidieť ako so zväčšujúcou sa hodnotou  $\alpha$ , sa zrýchluje regulačný pochod pre oba ELM.

Z pozorovania bolo patrné, že na priebeh regulovanej veličiny má vplyv voľba ELM. Pri ELM prvého radu regulovaná, pre zvolené najlepšie alfa, veličina dosahovala skôr referenčnej veličiny ako ELM druhého radu a jej priebeh bol na začiatku pochodu s prekmitom, čo bolo spôsobené nedostatočne presným určením parametrov ELM. Po krátkej dobe sa pomerne dobre stotožnila s referenčnou hodnotou. Simulácia pre ELM druhého radu prebiehala pomalšie a s malými prekmitmi.

Pre vyhodnotenie kvality regulácie som použil kritéria založené na výpočte sumácie kvadrátu regulačnej odchylky a aplikoval na oba priebehy ELM za použitia rôznych hodnôt  $\alpha$ . Po týchto výsledkoch mi vyšlo, že najlepšie pracuje regulátor pracujúci s ELM prvého radu za použitia voliteľného parametru  $\alpha_1$ . Na základe toho by som pri návrhu regulačného obvodu vychádzal z voľby ELM prvého radu, pretože výsledky riadenia sú lepšie a výpočty parametrov jednoduchšie.

## ZÁVĚR V ANGLIČTINĚ

Chemical reactors are nowadays part of many technological processes in which current responses are nonlinear in nature, so their management by means of conventional controllers with fixed parameters placed by the poor. Improving the quality of the management of such processes can be done using adaptive regulators. The self-adapting regulators need to know in detail the dynamic behavior of reactor. To calculate the dynamics it is necessary to calculate the static characteristics, which help to determine the optimum input values, thereby ensuring the optimal load factor.

Dynamic analysis was done for four step inputs for optimum use of the software MATLAB function ode45 (Runge Kutt method). In this way, the impact has been studied in a step change of input parameters to change the system. The simulation time was 30 min. From the transient characteristics and analysis I have decided to control the temperature of the chemical reaction reactor flow through one inlet valve, which regulates the amount of feed heat into the cooling jacket. The course of the reaction temperature, depending on the step I described two external linear model (ELM) in the form of first and second series and tested their influence on the course of the simulation of the regulatory processes.

ELM model expressed by Z-transformation are not used for very short periods of sampling, in my case, no continuous analogy. It is therefore necessary to introduce an alternative model called the discrete delta, thereby improving the numerical properties of the model. ELM received delta is suitable for continuous identification and its parameters are close to a continuous low flow sampling.

When designing a controller based on the algebraic theory, based on polynomial draft regulator. The basic condition for achieving these goals lies in solving Diophantine equations, which receive a controller capable of stabilizing the entire managed system and its parameters can be default with one optional parameters.

In the following I have drawn up a regulatory circuit simulation controlled process output variable  $y(t)$  using ELM first order and ELM of second order for different values. Regulatory processes for both ELM ran without any problems, which occurred only at the beginning of simulation, when the estimated parameters ELM still did not enough information about the system. Therefore, instead of the first jump setpoint I prefer to use

exponential process to run with the variable better able to cope. The simulation course was still seen as increasing the value speeds up the regulatory processes for both ELM. It was to illustrate the observation that the process variable is controlled choice vpyv ELM. The first series of controlled ELM for selected best alpha value reached before the reference values as a second series of ELM and its course was the beginning of the march to overshoot, due to lack of precise determination of parameters of the ELM. After a short time, relatively well-concurred with the reference value. ELM simulation for the second series takes place slowly and with small overshoot.

To evaluate the quality of regulation I used the criteria based on the calculation of the summation quadrant of regulatory anomalies and applies to both courses ELM using different values. After these results I came to work best controller working with ELM first series using the optional parameter. On this basis, I would design a regulatory circuit based on the choice of ELM first series, because the results are more control parameters and calculations easier.

**SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY**

- [1] Kuneš, J.: Základy modelování. Praha 1989.
- [2] Bobál, V.: Identifikace systémů. Brno 1990.
- [3] Navara, M.: Řešení soustav rovnic Praha 2006.
- [4] Johnston, R. L. Numerical Methods. John Wiley & Sons. 1982.
- [5] Fausett, L. V. Numerical Methods: Algorithms and Applications. Prentice Hall; 2002.
- [6] Boháč, Z., Častová, N.: Základní numerické metody. Skriptum VŠB-TUO, Ostrava 1997.
- [7] Ingham, J., Dunn, I. J., Heinzle, E., Přenosil, J. E.: Chemical Engineering Dynamics. An Introduction to Modeling and Computer Simulation. Second, Completely Revised Edition, VCH Verlagsgesellschaft, Weinheim, 2000.
- [8] Bobál, V.: Adaptivní a prediktivní řízení. Zlín 2008
- [9] Navrátil, P.: Metody průběžné identifikace pro návrh samočinně se nastavujících regulátorů. Doktorská disertační práce, Zlín 2007.
- [10] Luyben, W.L.: Process modelling, simulation and control for chemical engineers. McGraw-Hill, New York, 1989.
- [11] Stericker, D.L., Sinha, N.K. 1993. Identification of continuous-time systems from samples of input-output data using the  $\delta$ -operator. Control-Theory and Advanced Technology, vol. 9, 113-125
- [12] Sayed, A.H., Kailath, T.A Survey of Spectrae factorization methods. 2001.
- [13] Prokop R, Matušů R., Prokopová Z. Teorie automatického řízení – lineárne spojité systémy. 1. vydání, Zlín 2006
- [14] DOSTÁL P. Učební texty pro předmět Stavová a algebraická teorie řízení, část 2., Zlín: Univerzita Tomáše Bati, Fakulta aplikované informatiky, 2006.
- [15] KUČERA V. Diophantine equations in control – a survey. Automatica 29, 1361-1375, (1993), ISSN: 0005-1098.

## Seznam použitých symbolů a zkratek

ELM	Externý lineárny model.
RLC	Rekurzívna metóda najmenších štvorcov.
$V_r$	Objem chladiacej zmesi
$\rho_c$	Hustota chladiacej kvapaliny
$\rho_r$	Hustota reakčnej zmesi
$c_{pr}$	Merná tepelná kapacita reakčnej zmesi
$m_c$	Hmotnosť chladiča
$c_{pc}$	Merná tepelná kapacita chladiacej zmesi
$A_r$	Povrch chladiaceho plášťa
$U$	Teplotný prestupový koeficient
$K_{01}$	Vstupná rýchlosť reakcie $k_1$
$K_{02}$	Vstupná rýchlosť reakcie $k_2$
$K_{03}$	Vstupná rýchlosť reakcie $k_3$
$h_1$	Entalpia pre reakciu $k_1$
$h_2$	Entalpia pre reakciu $k_2$
$h_3$	Entalpia pre reakciu $k_3$
$C_{A0}$	Vstupná koncentrácia zložky A
$T_{r0}$	Vstupná teplota reakčnej teploty
$\Theta$	vektor parametrov
$T_0$	Periódna vzorkovania
$Q_c$	Množstvo tepla
$q_r$	Prietok



## SEZNAM OBRÁZKŮ

Obrázok 1: Modelovanie a simulácia .....	11
Obrázok 2 : Blokové schéma samočinne sa nastavujúceho regulátoru .....	17
Obrázok 3: 1DOF konfigurácia systému riadenia.....	28
Obrázok 4 : Model prietokového chemického reaktoru .....	33
Obrázok 5: Statická charakteristika popisujúca závislosť $c_A^s, c_B^s$ na zmene $Q_C$ .....	38
Obrázok 6: Statická charakteristika popisujúca závislosť $T_r^s, T_c^s$ na zmene $Q_C$ .....	38
Obrázok 7: Statická charakteristika popisujúca závislosť $c_A^s, c_B^s$ na zmene $q_r$ .....	39
Obrázok 8: Statická charakteristika popisujúca závislosť $T_r^s, T_c^s$ na zmene $q_r$ .....	39
Obrázok 9: Analýza výstupu $y_1(c_A(t) - c_A^s)$ a $y_2(c_B(t) - c_B^s)$ na skokovú zmenu vstupného množstva tepla $Q_c$ .....	41
Obrázok 10: Analýza výstupu $y_3(T_r(t) - T_r^s)$ a $y_4(T_c(t) - T_c^s)$ na skokovú zmenu vstupného množstva tepla $Q_c$ .....	41
Obrázok 11: Analýza výstupu $y_1(c_A(t) - c_A^s)$ a $y_2(c_B(t) - c_B^s)$ na skokovú zmenu vstupu objemového prietoku $q_r$ .....	42
Obrázok 12: Analýza výstupu $y_3(T_r(t) - T_r^s)$ a $y_4(T_c(t) - T_c^s)$ na skokovú zmenu vstupu objemového prietoku $q_r$ .....	42
Obrázok 13 : Simulačný priebeh $y(t)$ pre jednotlivé $\alpha$ .....	48
Obrázok 14 : Simulačný priebeh $u(t)$ pre jednotlivé $\alpha$ .....	49
Obrázok 15 : Simulačný priebeh identifikovaného parametru $a_0$ .....	49
Obrázok 16 : Simulačný priebeh identifikovaného parametru $b_0$ .....	50
Obrázok 18 : Simulačný priebeh $y(t)$ pre jednotlivé $\alpha$ .....	54
Obrázok 19 : Simulačný priebeh $u(t)$ pre jednotlivé $\alpha$ .....	55
Obrázok 20 : Simulačný priebeh identifikovaného parametru $a_0$ .....	56
Obrázok 21 : Simulačný priebeh identifikovaného parametru $a_1$ .....	56
Obrázok 22 : Simulačný priebeh identifikovaného parametru $b_0$ .....	57
Obrázok 23 : Simulačný priebeh identifikovaného parametru $b_1$ .....	57
Obrázok 27 : Porovnanie regulačného pochodu $y(t)$ pre ELM 1.radu a ELM 2.radu.....	58

**SEZNAM TABULEK**

Tabuľka 1: Parametre chemického prietochného reaktoru .....	36
Tabuľka 2 : Vyhodnotenie kvality regulácie pre jednotlivé $\alpha$ .....	47
Tabuľka 3 : Vyhodnotenie kvality regulácie pre jednotlivé $\alpha$ .....	54