

# **Porovnání diskrétního spojitého regulátoru při přímovazební a zpětnovazební regulaci**

**Comparison of discrete-time and continuous-time controller  
at feedforward and feedback control**

**Miroslav Kirchner**

---

Bakalářská práce  
2009



Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně  
Fakulta aplikované informatiky

---

Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně

Fakulta aplikované informatiky

Ústav automatizace a řídicí techniky

akademický rok: 2008/2009

## ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení: **Miroslav KIRCHNER**

Studijní program: **B 3902 Inženýrská informatika**

Studijní obor: **Automatické řízení a informatika**

Téma práce: **Porovnání diskrétního a spojitého regulátoru při  
přímovazební a zpětnovazební regulaci**

Zásady pro vypracování:

1. Seznamte se s prostředím MATLAB a SIMULINK.
2. V tomto prostředí realizujte jednoduchý PID a PSD regulátor pro přímovazební a zpětnovazební zapojení.
3. Realizujte regulaci pro různé druhy soustav.
4. Vyhodnoťte rozdíly v nasazení diskrétního a spojitého regulátoru.

Rozsah práce:

Rozsah příloh:

Forma zpracování bakalářské práce: **tištěná/elektronická**

Seznam odborné literatury:

1. PERŮTKA, Karel. MATLAB -- Základy pro studenty automatizace a informačních technologií. 1. vyd. Zlín: UTB ve Zlíně, 2005. 304 s. ISBN 80-7318-355-2.
2. BALÁTĚ, Jaroslav. Automatické řízení. 1. vyd. Praha: BEN -- Technická literatura, 2003. 663 s. ISBN 80-7300-020-2.
3. BALÁTĚ, Jaroslav. Vybrané statě z automatického řízení. 1. vyd. Brno: VUTIUUM, 1996. 395 s. ISBN 80-214-0793-X.
4. VAŠEK, V.: Teorie automatického řízení II. 1. vyd. Brno: VUT Brno, 1990, 139 s. ISBN 80-214-0115-X.

Vedoucí bakalářské práce:

**Ing. Karel Perůtka, Ph.D.**

Ústav řízení procesů


Datum zadání bakalářské práce:

**27. února 2009**

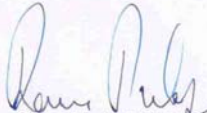
Termín odevzdání bakalářské práce:

**20. května 2009**

Ve Zlíně dne 27. února 2009

  
prof. Ing. Vladimír Vašek, CSc.  
děkan



  
prof. Ing. Vladimír Vašek, CSc.  
ředitel ústavu

## ABSTRAKT

Tato práce se zabývá porovnáním spojitého a diskrétního systému v přímovazebním a zpětnovazebním řízení je rozdělena do pěti částí, kde první část se zabývá popisem spojitého systému následující část je věnována popisu diskrétního systému, třetí část se zabývá metodami syntézy obou typů regulátorů, čtvrtá část popisuje využití programového prostředí MATLAB a závěrečná část je praktická. Byl jsem seznámen s programem MATLAB/Simulink v něm jsem zpracoval vybrané spojité a diskrétní metody syntézy regulátorů a to pro proporcionální přenosy regulovaných soustav se setrvačností druhého řádu dále pak pro neminimálně fázový přenos a soustavu s dopravním zpožděním. Potom jsem využil a zpětnovazebního algoritmu pro návrhy soustav 1DOF a 2DOF. Dané spojité a diskrétní metody byly poté srovnány pro případ 2DOF a byly vyhodnoceny. V této práci byl využit program PIDlab pro návrh regulátorů s jedním a dvěma stupni volnosti pomocí frekvenční charakteristiky.

## ABSTRACT

This work solve comparing connected and discrete system v at feedforward and feedback control. It is separated in to the five parts. First part talks about discreding connected system and another part is about discrete system. Third part dealt about syntheze method both type of regulators. Fourth part showed using of MATLAB. Final part is practical. I was touch in program MATLAB/Simulink. In this program were solved speficic connected and discrete methods of synthezis regulators for transports regulations system second differencial. Methods for nonminimal phasing transport and system with traffic later too. Than I´m used back-connected algoritm for suggests systéme 1DOF a 2DOF.Connected methods and discrete methods were than compared for 2DOF and I did interpretation. In this study was used program PID-lab for suggests regulators with one and two degree of freedom

by frequency characteristic.

Keywords:

1DOF – One degree of freedom

2DOF - Two degree of freedom

Touto cestou bych chtěl poděkovat svému vedoucímu bakalářské práce

Ing.Karlu Perůtkovi Ph.D. za odborné vedení, které mi poskytnul a za pozornost, kterou mi věnoval při tvorbě této bakalářské práce.

Prohlašuji, že jsem na bakalářské práci pracoval samostatně a použitou literaturu jsem citoval. V případě publikace výsledků, je-li to uvolněno na základě licenční smlouvy, budu uveden jako spoluautor.

Ve Zlíně

.....  
Podpis diplomanta

**OBSAH**

<b>ÚVOD</b> .....	<b>8</b>
<b>I TEORETICKÁ ČÁST</b> .....	<b>9</b>
<b>1 HISTORIE</b> .....	<b>10</b>
1.1    OBECNÝ ÚVOD .....	10
1.2    POPIS VLASTNOSTÍ REGULOVANÉ SOUSTAVY .....	12
1.2.1    Statická charakteristika .....	13
1.2.2    Stabilita .....	15
<b>2 DEFINICE ŘÍDICÍHO PROCESU</b> .....	<b>17</b>
2.1    ZPĚTNOVAZEBNÍ OBVOD .....	18
2.2    ROZDĚLENÍ REGULÁTORŮ .....	19
2.3    PROPORCIONÁLNÍ REGULÁTOR.....	20
2.3.1    Vlastnosti proporcionálního regulátoru .....	21
2.3.2    Integrační regulátor .....	22
2.3.3    Derivační regulátory.....	23
2.3.4    Kombinace regulátorů.....	25
2.3.4.1    Regulátor PI.....	25
2.3.4.2    Regulátor PD.....	26
2.3.4.3    Regulátor PID .....	26
2.3.4.4    Regulátor PIDi .....	27
2.3.5    Regulátory v praxi.....	27
<b>3 DYNAMICKÉ VLASTNOSTI SPOJITÝCH REGULÁTORŮ</b> .....	<b>28</b>
3.1    KVALITA REGULACE.....	29
<b>4 SYNTÉZA REGULAČNÍHO OBVODU</b> .....	<b>32</b>
4.1    VOLBA STRUKTURY REGULÁTORU .....	32
4.1.1    Nastavování parametrů regulátoru .....	34
<b>5 DISKRÉTNÍ REGULÁTORY</b> .....	<b>35</b>
5.1    VOLBA VZORKOVACÍ PERIODY .....	37
5.2    VNĚJŠÍ POPIS DYNAMICKÝCH VLASTNOSTÍ DISKRÉTNÍHO SYSTÉMU.....	37
5.2.1    Stabilita lineárního diskrétního obvodu .....	40
5.2.2    Algebraická kritéria stability.....	42
<b>6 REGULACE S PĚVNĚ DANOU STRUKTUROU</b> .....	<b>44</b>
6.1    ČÍSLICOVÝ REGULÁTOR.....	44
6.1.1    Regulátor PSD.....	44
6.2    METODY NÁHRADY INTEGRAČNÍ A DERIVAČNÍ SLOŽKY .....	46
6.3    POLOHOVÝ PŘÍRŮSTKOVÝ ALGORITMUS.....	48
6.3.1    Přírůstkový algoritmus .....	49

6.4	PŘENOS DISKRÉTNÍCH REGULÁTORŮ .....	51
6.5	MODIFIKACE ŘÍDICÍCH ALGORITMŮ .....	57
6.5.1	Algoritmus s dvěma stupni volnosti.....	58
6.5.2	Regulátory PID užívané v technické praxi .....	60
<b>7</b>	<b>PROGRAMOVÁ PODPORA MATLAB.....</b>	<b>63</b>
<b>8</b>	<b>OPTIMÁLNÍ SEŘÍZENÍ PARAMETRŮ REGULÁTORU S PEVNĚ DANOU STRUKTUROU .....</b>	<b>66</b>
8.1	ZIEGLER –NICHOLS METODA KRITICKÉHO ZESÍLENÍ .....	66
8.1.1	Zieglerova-Nicholsova metoda přechodové charakteristiky.....	67
8.1.2	Metoda požadovaného modelu .....	69
8.1.3	Postup seřízení regulátoru metodou inverzní dynamiky.....	71
<b>II</b>	<b>PRAKTICKÁ ČÁST .....</b>	<b>74</b>
<b>9</b>	<b>SIMULACE SPOJITÝCH A DISKRÉTNÍCH REGULÁTORŮ.....</b>	<b>75</b>
9.1	VYBRANÉ METODY SYNTÉZY .....	75
9.1.1	Nastavení parametrů regulátoru metodou vycházející z přechodové charakteristiky regulované soustavy .....	75
9.1.2	Výpočet PSD regulátoru pro regulovanou soustavu č. 1 .....	80
9.2	NASTAVENÍ PARAMETRŮ REGULÁTORU METODOU POŽADOVANÉHO MODELU (INVERZE DYNAMIKY) .....	84
9.2.1	Výpočet PID regulátoru pro regulovanou soustavu č. 2 .....	84
9.2.2	Výpočet PSD regulátoru pro regulovanou soustavu č. 2 .....	88
9.3	NASTAVENÍ PARAMETRŮ REGULÁTORU METODOU VYCHÁZEJÍCÍ Z PŘECHODOVÉ CHARAKTERISTIKY PRO SOUSTAVU NEMINIMÁLNĚ FÁZOVOU. ....	92
9.3.1	Výpočet PID regulátoru pro regulovanou soustavu č. 3 .....	92
9.3.2	Výpočet PSD regulátoru pro regulovanou soustavu č. 3 .....	95
<b>10</b>	<b>ZHODNOCENÍ POUŽITÝCH SPOJITÝCH A DISKRÉTNÍCH REGULÁTORŮ S DVĚMA STUPNI VOLNOSTI .....</b>	<b>99</b>
	<b>ZÁVĚR.....</b>	<b>102</b>
	<b>ZÁVĚR V ANGLIČTINĚ .....</b>	<b>103</b>
	<b>SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY .....</b>	<b>104</b>
	<b>SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK .....</b>	<b>106</b>
	<b>SEZNAM OBRÁZKŮ .....</b>	<b>108</b>
	<b>SEZNAM TABULEK.....</b>	<b>112</b>
	<b>PŘÍLOHA : POPIS PROGRAMU PIDLAB.....</b>	<b>113</b>

## ÚVOD

Teorie automatického řízení se stalo nedílnou součástí v oblasti průmyslové automatizace. Její vývoj je popsán v obecném úvodu. Úkolem této práce je seznámit čtenáře s problematikou návrhu PID regulátorů a to pro spojitou i diskretní verzi. Postupně jsou popsány jednotlivé dílčí aspekty regulátoru jeho funkce a využití v praktických zapojeních. Tato práce obsahuje několik základních metod syntézy regulátorů, které jsou zde podrobně popsány.

S inženýrskými výpočty z oblasti automatického řízení je ve velké míře spojován software od firmy MathWorks. V této práci byla právě využita jeho část MATLAB/Simulink kde byly realizovány funkční schémata regulátoru. Pro návrh neminimálně fázového přenosu soustavy bylo ukázáno využití programu PIDlab. Ideální PID regulátor je zde navrhován na základě zvolené bezpečnosti v zesílení a ve fázi.

Práce je rozdělena do pěti částí, z nichž první je věnována popisu spojitých regulátoru od identifikace až po jednotlivé složky regulátoru PID. Druhá část práce obsahuje popis diskretních regulátorů, kde byly vysvětleny základní funkce PSD regulátoru. Třetí část se zabývá syntézou regulátorů, zde byly definovány teoretické postupy návrhu regulátoru pomocí přechodové charakteristiky metodou Ziegler-Nicholse pro soustavu druhého řádu. Následující soustava je řešena metodou požadovaného modelu pro přenos s dopravním zpožděním a poslední soustava neminimálně fázová, kde byl použit program PIDlab. Čtvrtá část popisuje program MATLAB, jeho jednotlivé složky a pro tuto práci nezbytný Simulink.

Pátá část práce obsahuje praktické řešení těchto vybraných soustav, kde byly postupně nasimulovány jednotlivé průběhy žádané veličiny.

Na závěr jsem provedl vyhodnocení získaných výsledků simulací a provedl srovnání spojitých a diskretních regulátorů v zapojení se dvěma stupni volnosti.

Tato práce by měla objasnit použití algoritmu pro regulátor s dvěma stupni volnosti s vnitřní filtrací v derivační složce, která je definována v obraze jako standardní tvar ISA.



## **I. TEORETICKÁ ČÁST**

# 1 HISTORIE

## 1.1 Obecný úvod

Pokud dojde k nahrazení lidské řídicí činnosti ve výrobním procesu i mimo něj za přispění různých přístrojů a zařízení je tento proces nazýván automatizace. Její nedílnou součástí je řízení. Řízením se zabývá teoretická disciplína, která se nazývá Kybernetika. Je to vědní disciplína zabývající se obecnými zákony řízení a regulací ve složitých systémech (organizačních a řídicích, ekonomicko – hospodářských, biologických a lékařských a automatizovaných výrobních linek atd.) s zpracováním teoretických znalostí o vzniku, přenosu a zpracování informace. Jako vědní disciplína se vykrystalizovala od druhé poloviny minulého století, její vznik je datován rokem 1948, kdy byla publikována kniha Norberta Wiesnera (Kybernetika). Za dobu 50 let svého vývoje je kybernetika považována za rozhodující činitel pro rozvoj podnikové informatiky, automatizace výrobních a ostatních procesů, konfiguraci organizačních uspořádání, které zajišťuje zvyšování úrovně globálním průmyslovém světě. Kybernetika není definována určitým objektem zkoumání jako například (organizace, výrobní kapacita, biologie atd.), ale jednotným přístupem, ke zkoumání daného objektu nebo systému. Z toho důvodu je její nedílnou částí obecná teorie systému označovaná jako teoretická kybernetika obsahující (teorii informace a teorii algoritmu, teorii řízení teorii her nebo teorii automatů). Dále je definována technická kybernetika jejíž principy se uplatňují především v řídicí technice. Jelikož je dnes teorie automatického řízení řazena do užšího rámce technické kybernetiky, i když automatické řízení a automatická regulace má delší historii nežli kybernetika. Z pohledu inženýrského má významné uplatnění v novodobém průmyslu automatizace, která sdružuje vybrané kybernetické disciplíny a technické prostředky. Automatizace si klade za cíl odstranění nebo potlačení vlivu lidského faktoru na výrobní nebo jiný technický objekt. Příklady zařízení kde se uskutečňuje automatická regulace jsou ( nádrž na kapalinu, kde se reguluje výška hladiny, pec ve které se reguluje teplota, stroj v němž se dodržují regulováním konstantní otáčky, chod turbín a pod). Cílem automatizace je přínos zejména v oblasti ekonomické, technické a v neposlední řadě oblasti humanizace práce. Automatizace je náhrada lidské činnosti automaty. Její počátek v dnešní době se opírá o empirické metody. Jako první vznikl odstředivý regulátor otáček parního stroje James Watta (1784)

který pracoval tak, že pára z kotle byla vedena přes regulátor do šoupátkové komory a odtud byla dále dělena do válce kde svým tlakem způsobovala pohyb pístu. Použitá pára byla vypuštěna ven přes šoupátkovou komoru. Posuvný pohyb pístu byl přes pístní tyč přenesen na setrvačnick s klikou, kde byl posuvný pohyb převáděn na rotační. Odstředivý regulátor zajišťoval stabilizaci otáček.

Ve stejném století je v Rusku objevil regulátor výšky hladiny v kotlích realizovaný Ivanem Ivanovičem Polzumovem (1765). Oba typy regulátorů byly vhodně konstruovány, protože se používají v modifikovaných verzích do dnes. V první polovině 19. století byl na základě teoretických znalostí zlepšen Wattův regulátor, jelikož regulace rychlosti s tímto regulátorem byla náchylná k oscilacím tak J. Ponced ve Francii a G. Airy v Anglii uskutečnili popis pohybu wattova regulátoru diferenciálními rovnicemi a pokusili se odvodit podmínky proto, aby regulace při jejich použití byla stabilní. J. Maxwell publikoval v roce 1868 článek, kde popsal postup odvození lineární diferenciální rovnice pro regulaci rychlosti při použití různých druhů wattova regulátoru, a zde naznačil jak stabilitu lze určit z hodnot koeficientů těchto rovnic. Dále byly vytvořeny nutné a postačující podmínky stability lineárních systému v dílech E. J. Routha (1831-1907 v Anglii) a A. Hurwitz (1858-1919 v Švýcarsko). Ke konci 19. stol. ruský vědec A. Ljapunov (1857-1918) publikoval dvě metody k vyšetření stability dynamických systému definovaných pomocí nelineárních diferenciálních rovnic. Ljapunov se také zasloužil o vypracování obecné teorie stability. Ve 30 letech 20. století pracoval Nyquist na zesilovačích s malým šumem pro telefonní přenos. Jeho práce vedla k vývoji záporné zpětné vazby a k pochopení fungování zpětno-vazebních systémů založenému na frekvenčním přístupu, který zapříčinil vznik jednoduchých grafických prostředků pro analýzu a návrh zpětnovazebních systémů. V roce 1942 J. Ziegler a N. Nichols vypracovali první systematický přístup k nastavení regulátorů. Další rozvoj značně urychlila druhá světová válka kde se efektivní, bezpečné a optimální řízení stalo součástí průmyslových objektů a také strategických zbraní příkladem je vývoj radaru pro automatické sledování letících objektů propojeného s protiletadlovými děly, navigace a ovládání leteckých a kosmických strojů. Během doby dospěla praxe i teorie k používání takových technik, jakými jsou blokové diagramy, přenosové funkce a použití Pallasovy transformace k výpočtu diferenciálních rovnic. Vznikají první práce řešící problémem se šumem a nelinearitou. Všechny ty to techniky se označují jako klasický systém

regulace. Do současné doby na této problematice pracovalo desítky a stovky lidí například R. Bellman (dynamické programování 1956), L. P. Pontrjagin.

Závěrem snad bych chtěl poznamenat, že první PID regulátor byl instalován Američanem E. Sperryem už v roce 1911. [6], [7]

## 1.2 Popis vlastností regulované soustavy

Regulované soustavy jsou technologická nebo i jiná zařízení, kde se uplatňuje automatická regulace (nádrž na kapalinu s regulací výšky hladiny). Na vstup soustavy byla přivedena akční veličina  $u$  na výstupu potom vznikla regulovaná veličina  $y(t)$ . Pro posouzení regulované soustavy jsou důležité statické a dynamické vlastnosti.

Dynamické vlastnosti relací mezi vstupem a výstupem systému vyjadřuje vnější popis systému, ten si lze představit jako černou skříňku se vstupem a výstupem. Není známo co se odehrává vně skříňky není potřeba znát strukturu analyzovaného systému. Zkoumáme pouze reakci systému na vstupní signály. Mezi vnější popis systému se řadí tyto metody.

Lineárně diferenciální rovnice

Přenosová funkce systému

Přechodová funkce a přechodová charakteristika

Impulsní funkce a impulsní charakteristika

Rozložení nul a pólů přenosu v komplexní rovině

Frekvenční přenos systému

Amplitudová charakteristika v komplexní rovině

Fázová logaritmická frekvenční charakteristika

### 1.2.1 Statická charakteristika

Statická charakteristika je zvláštním případem kdy závislosti výstupní veličiny systému na vstupní veličině v ustáleném stavu je vyjádřena graficky.

Základní lineární diferenciální rovnice, která popisuje chování spojitého systému s jednou vstupní  $u(t)$  a výstupní  $y(t)$  veličinou bude zobrazena rovnicí níže uvedou .

$$a_n y^{(n)}(t) + a_{n-1} y^{(n-1)}(t) + \dots + a_1 y'(t) + a_0 y(t) = b_m u^{(m)}(t) + \dots + b_1 u'(t) + b_0 u(t) \quad (1)$$

V dané rovnici jsou koeficienty  $a_i, b_j$  konstantní a rovnice podléhá požadavku splnění fyzikální realizovatelnosti dosažené nerovností ( $m > n$ ) tedy stupeň nejvyšší derivace  $y(t)$  musí být větší nebo roven stupni derivace  $u(t)$  . Řád systému je určen řádem diferenciální rovnice  $n$ . Drtivá většina reálných procesů a systémů dodržuje podmínku fyzikální realizovatelnosti.

Přenos systému je definován jako poměr Laplaceových obrazů výstupní a vstupní veličiny při nulových počátečních podmínkách systému. Transformací lineární diferenciální rovnice do obrazového tvaru vznikne soustava algebraických rovnic, která se lépe upravuje. Obrazový tvar dovoluje definovat přenosy a přenosové rovnice jako ekvivalentní obrazové formy matematického modelu systému.

$$a_n s^n Y(s) + \dots + a_0 Y(s) = b_0 U(s) + \dots + b_m s^m U(s) \quad (2)$$

Z transformované rovnice má přenos systému tvar :

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b_0 + b_1 s + \dots + b_m s^m}{a_n s^n + \dots + a_1 s + a_0} \quad (3)$$

Zde se opět uplatňuje podmínka fyzikální realizovatelnosti. Když rozložíme čitatele i jmenovatele na součin kořenových činitelů, získáme tak popis nul a pólů .

$$\begin{aligned} a_n s^n + \dots + a_1 s + a_0 &= a_n (s - s_1) \dots (s - s_i) \dots (s - s_n) & (i = 1, 2, \dots, n) \\ b_m s^m + \dots + b_1 s + b_0 &= b_m (s - n_1) \dots (s - n_j) \dots (s - n_m) & (j = 1, 2, \dots, m) \end{aligned} \quad (4)$$

Kořeny jmenovatele si jsou označovány jako póly a kořeny čitatele nazýváme nuly přenosu. Mohou být reálné nebo komplexně sdružené. Podle toho kde se póly a nuly

nachází v komplexní rovině rozhoduje se o stabilitě a kmitavosti systému. Komplexně sdružené póly způsobují kmitavou složku přechodového děje. Pokud systém obsahuje reálné póly vzniká reálný aperiodický přechodový děj. Integrovní charakter přechodového děje způsobují póly v počátku a derivační charakter způsobují nuly v počátku.

Využitím pólů a nulových bodů se přenos systému vyjadřuje ve tvaru :

$$G(s) = \frac{b_m (s - n_1) \dots (s - n_j) \dots (s - n_m)}{a_n (s - s_1) \dots (s - s_i) \dots (s - s_n)} \quad (5)$$

Přechodová funkce je definována jako odezva na jednotkový skok Heavisideův skok za předpokladu nulových počátečních podmínek, v čase  $t=0$  se změní na hodnotu 1 a tuto velikost si drží i pro  $t>0$ . Označuje se  $h(t)$  a pro celek lineárních systémů je vždy spojitou funkcí za trvání podmínky  $m < n$ .

Grafické znázornění této funkce se nazývá přechodová charakteristika. Vyšetřování členů regulačních obvodů přechodovou charakteristikou je pro svou jednoduchost velmi žádané. Při jejím měření se nevyžadují žádné speciální přístroje stačí jenom změnit skokový vzruch a odezvu.

Impulsní funkce je reakce systému na jednotkový impuls Dirakovu funkci při nulových počátečních podmínkách. Podobně jako přechodové funkce je při dodržení podmínky fyzikální realizovatelnosti jde vždy o spojitou funkci. Impulsní charakteristika je grafické znázornění impulsní funkce.

Charakteristiky systému dovolují odečíst některé parametry systému, které se dají využít při návrhu regulátoru metodami záměrně pro tento postup vytvořenými. Nesporná výhoda charakteristik je, že se dají zjistit pomocí experimentu na reálném objektu a to zejména přechodovou nebo frekvenční charakteristikou.

Frekvenční charakteristika je základní metoda identifikace systému. Pozoruje harmonický signál na výstupu systému, do kterého je přiváděn vstupní harmonický signál. Reakce systému bude mít změněnou amplitudu a posunutou fázi. To dokazuje, že při změně amplitudy a posuvu fáze bude funkcí frekvence vstupního signálu. Amplitudová frekvenční charakteristika  $A(\omega)$  je poměr mezi výstupní a vstupní amplitudou při dané frekvenci. V praxi se používá logaritmické měřítko, kde se frekvence

a amplituda udává v decibelech. Grafické znázornění těchto logaritmických charakteristik se nazývá Bodého křivky.

Frekvenční přenos je definován vztahem

$$G(j\omega) = G(s)_{s=j\omega} = \frac{Y(j\omega)}{U(j\omega)} = \frac{y_0}{u_0} e^{j\omega t} = A(\omega) e^{j\phi(\omega)} \quad (6)$$

Každá frekvence  $\omega$  je  $G(j\omega)$  komplexní číslo. Amplitudově fázová frekvenční charakteristika je grafickým zobrazením  $G(j\omega)$ . Jinak je nazývána jako Nyquistova křivka. [5], [6]

### 1.2.2 Stabilita

Stabilita je chápána jako schopnost systému vrátit se po vychýlení z rovnovážného stavu z důsledku změny žádané veličiny nebo poruchy do původního nebo jiného stavu, který musí být rovněž stabilní. Dynamický systém je stabilní pokud kořeny jmenovatele jeho přenosu jsou záporné a reálné tedy leží v levé části komplexní roviny. Když se kořeny nacházejí v pravé části nebo na hranici stability jedná se o nestabilní systém. Takto je definována pouze postačující podmínka stability nutnou podmínkou stability je, aby žádný z koeficientů jmenovatele přenosu nebyl roven nule a měli stejné znamínko.

Pro posouzení stability systému je tedy důležité znát rozložení kořenů charakteristické rovnice a dle jejich polohy rozhodnout o stabilitě. Když výpočet kořenů je složitý z důvodů vyšších řádů charakteristické rovnice můžeme využít přímý výpočet koeficientů v programu MATLAB nebo je možné přímé řešení obejít stabilitu určit pomocí různých kritérií stability.

Rozeznáváme Algebraická a Geometrická kritéria :

Algebraická kritéria vycházejí s charakteristické polynomu dynamického systému. Pomocí těchto kritérií rozhodujeme, zda systém je stabilní nebo naopak, ale nedávají nám informaci do jaké míry je systém tlumený. Kritérium nelze užít při vyšetřování stability systémů s dopravním zpožděním. Mezi Algebraická kritéria stability řadíme Hurwitzovo, které vychází z Hurwitzovy matice ( $m \times n$ ) a počítáme všechny hlavní determinanty polynom je tedy stabilní jsou-li hlavní subdeterminanty větší než nula. , koeficienty v matici a subdeterminanty musí být kladné a Routh-Schurovo kritérium, kde se redukují koeficienty polynomu zleva tak, že každý druhý koeficient podepíšeme

pod jeho levého souseda a takto utvořený řádek vynásobíme zápornou hodnotou poměru prvních dvou koeficientů zleva. Tyto řádky se sečtou tak aby se první koeficient vytratil.

Geometrická kritéria neboli frekvenční nevypovídají pouze o stavu stability, ale poskytují informace i jaká je míra stability. Zástupce frekvenčních kritérií je Michajlovovo–Leonardovo. A Nyquistovo, které lze užít pro systémy s dopravním zpožděním. Nyquistovo kritérium stability zjišťuje zda uzavřený regulační obvod je stabilní, jestliže frekvenční charakteristika otevřeného obvodu  $G_o(j\omega)$  při nárůstu frekvence od 0 do  $\infty$  pohybuje vpravo od bodu  $(-1,0)$ , který je rozhodující z hlediska stability, nazývá se kritický bod.

[4], [8].

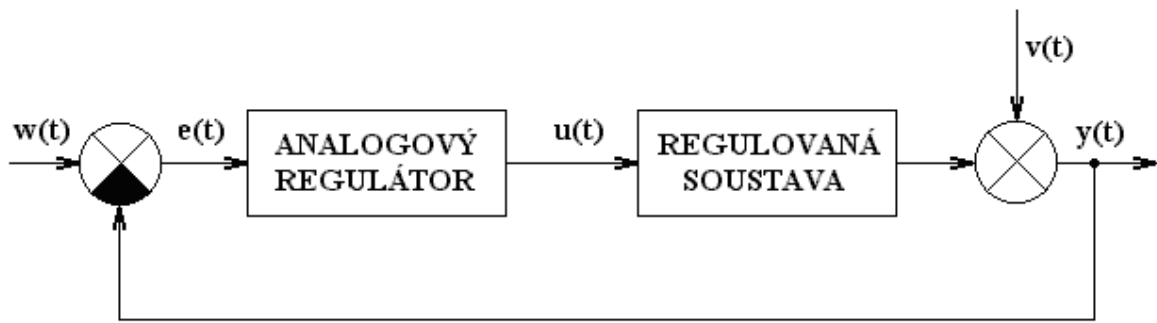


## 2 DEFINICE ŘÍDICÍHO PROCESU

Úlohu řízení lze definovat jako snahu o cílené působení na objekt tak, aby se v něm vykonávali pochody a děje podle námi zadaných požadavků. Obecně dělíme řízení na ovládání (řízení přímé) a regulaci (řízení se zpětnou vazbou). Ovládání je chápáno jako generování akční veličiny bez znalosti výstupní veličiny a není ovlivněno možnými poruchami. Regulace je značně dokonalejší druh řízení než ovládání je založena na využití zpětné vazby při technické realizaci zajišťuje nezpožděný přenos informací o skutečných hodnotách veličin v určitém daném čase tedy kdy akční veličina je závislá na výstupní a žádané veličině.

Soubor technických prostředků, který se stará o automatické udržení daných veličin procesu na požadované hodnotě se nazývá regulační obvod. Skládá se z technického zařízení nebo jeho části, které se označuje jako regulovaná soustava vše ostatní co bylo nutné přidat kvůli automatickému udržování veličin jako přístrojové vybavení se souhrnně nazývá regulátor. Regulační obvod se může také prezentovat v grafické podobě pomocí blokového schématu, které je abstraktním vyjádřením regulačního obvodu.

Blokové schéma obsahuje bloky, spojovací linky, součtové a rozdílové členy, rozvětvení místa, kde dochází k větvení signálu. Signál se šíří ve spojovacích větvích pouze jedním směrem a podél větve se nemění. V bloku postupuje signál rovněž jedním směrem ze vstupu na výstup. U více rozměrových systémů vytvořených spojením dvou základních částí regulované soustavy a regulátoru ale i jiných systémů je pro výpočet přenosu použita bloková algebra. Podle zapojení bloků v obrázku 1. můžeme hovořit o zpětnovazebním obvodu. [11]



Obr. 1. Obecné blokové schéma jednorozměrného lineárního spojitého regulačního obvodu

## 2.1 Zpětnovazební obvod

Základním principem zpětnovazebního obvodu je snaha o generování akční veličiny  $u(t)$  tak aby se regulovaná veličina  $y(t)$  chovala předem podle zadaného cíle, který je charakterizován žádanou veličinou  $w(t)$ . Regulovaná veličina  $y$  nás informuje o stavu procesu a na její hodnoty v daném čase jsou kladeny určité požadavky. Akční veličina  $u$  je generována regulátorem podle předem zadaného algoritmu. Za akční veličinu je obvykle volena taková fyzikální veličina procesu, která výrazně ovlivňuje regulovanou veličinu a přitom její změny lze snadno technicky realizovat.

Systém ovlivňují poruchové veličiny  $d$  a  $v$  které se projevují nežádoucími změnami regulované veličiny nápravu lze docílit změnami akční veličiny. Regulátor je v abstraktní představě systém, jehož výstup reprezentuje takové změny akční veličiny které vedou k odstraňování regulační odchylky  $e$  vytvořené jako rozdíl řídicí veličiny  $w$  a regulované veličiny  $y$ .

Protože rozdílu  $e = w - y$  se odráží jak změna požadované hodnoty regulované veličiny, tak i změny regulované veličiny vlivem poruch, realizuje regulátor dva úkoly současně. Základní úlohou regulátoru je potlačení škodlivého působení poruch. Druhou úlohu kterou regulátor plní je realizace sledování požadovaný změn hodnot regulované veličiny. [6]

## 2.2 Rozdělení regulátorů

Regulátory dělíme podle různých kritérií, například podle potřeby pomocné energie a to na přímé regulátory, které nedisponují vlastním zdrojem energie a využívají k činnosti energii odebranou z regulované soustavy. Ta to skupina regulátorů je obsažena ve velké většině jednoduchých průmyslových regulátorů a to jako regulátory polohy, hladiny a teploty, vlhkosti. Regulátory tohoto typu jsou ve velké většině nelineární, akční veličina dosahuje pouze omezený počet hodnot v některých případech jenom dvě (zapnuto - vypnuto), Jsou to reléové regulátory, které mají velký záběr uplatnění například v ledničkách a žehličkách.

Nepřímé regulátory s pomocným zdrojem energie. Jedná se o složitější zařízení které musí obsahovat zesilovač. Potom je kvalita regulace podstatně vyšší ale odpovídá tomu velikost nákladů a technická složitost. Akční veličina je zde omezena fyzikálními možnostmi.

Dále se regulátory dělí podle druhu pomocné energie ( konstrukčního provedení ) na

Mechanické –obsahují mechanické členy-páky a převody

Elektrické – použití polovodičových součástek a elektromagnetických akčních členů

Hydraulické - použití oleje a využití nestlačitelnosti kapalin

Pneumatické - využívají tlakového vzduchu ventily membrány clony.

Podle průběhu výstupního signálu dělíme regulátory na spojité a diskrétní. U spojitých regulátorů je vstupní a výstupní signál spojitou funkcí času tedy mění se plynule. Výstupní veličina spojitého regulátoru (akční veličina) je tedy spojitou funkcí jeho vstupní veličiny (regulační odchylky). To znamená, že regulovaná veličina neustále ovlivňuje akční veličinu, která dosahuje hodnot od  $u = 0$  až  $u = u_{max}$ .

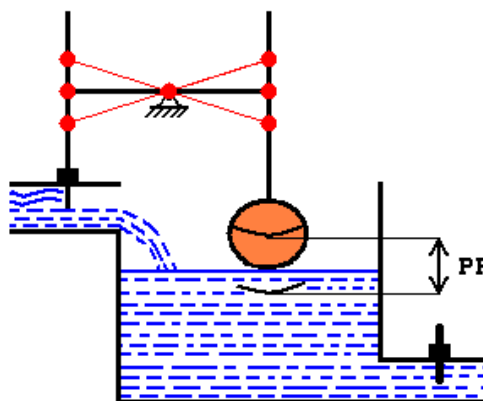
Diskrétní neboli nespojité se vstup nebo výstup mění nespojitě v čase to znamená, že v určitém časovém okamžiku dojde ke skokové změně z jedné hodnoty na druhou, která se potom udržuje konstantní až do další skokové změny. Tato práce se zabývá spojitými regulátory, které jsou v technické praxi nejčastější. Novodobé elektrické regulátory pracují na principu nespojitosti, jelikož mají velice krátké časové intervaly mezi jednotlivými akčními zásahy dají se navenek označit jako spojité. V technické praxi je

snaha konstruovat regulátory tak, aby bylo možné jejich vlastnosti nastavit, tato snaha se projeví nejlepším přizpůsobením dané regulované soustavy. Tato volba vlastností regulátoru spočívá v tom, že můžeme volit závislost mezi výstupní a vstupní veličinou regulátoru. [9]

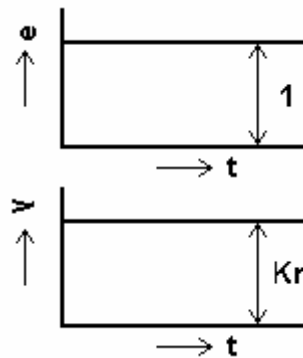
### 2.3 Proporcionální regulátor

Základním a nejjednodušším regulátorem je regulátor proporcionální, kde závislost mezi vstupní a výstupní veličinou regulátoru je rovna přímé úměrnosti, tedy akční veličina je přímo úměrná velikosti regulační odchylky. Označuje se jako P-regulátor je ho rovnice je definována jako  $U_t = r_o e(t)$ . Zde  $r_o$  je součinitel přenosu regulátoru tedy zesílení. Regulační odchylka zajišťuje práci regulátoru a to tak že roste-li hodnota regulované veličiny zároveň klesá hodnota akční veličiny, a naopak. U regulátorů můžeme měnit součinitel přenosu a tím můžeme ovlivňovat vlastnosti regulátoru. Zvětšováním zesílení  $r_o$  lze regulační odchylku zmenšit a tím docílí lepší citlivosti a přesnosti regulátoru. Vzniká zde nebezpečí, že dojde k nestabilitě regulačního obvodu, tedy stavu kde regulovaná veličina kmitavě nebo nekmitavě neomezeně narůstá až k dorazu nebo závadě na zařízení.

Pásmo proporcionality určuje o jakou hodnotu, vyčíslenou v procentech se musí změnit vstupní signál regulátoru, aby se akční člen přestavil z jedné krajní polohy do druhé. To znamená změnu polohy z 0 na 100% nebo naopak



Obr. 2. Pásmo proporcionality



Obr. 3. Přejchodová  
charakteristika  
regulátoru P

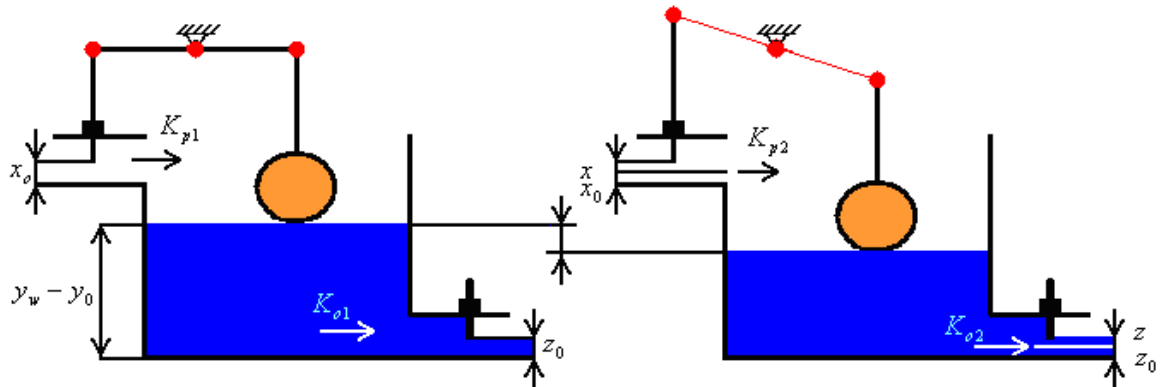
Dynamické vlastnosti proporcionalního regulátoru se vyjadřují přechodovou charakteristikou, která je dána časovým průběhem výstupní veličiny na předem dané (nejčastěji jednotkové skokové) změně vstupní veličiny  $e$ . Výstupní veličina se potom ustálí okamžitě na nové hodnotě.

### 2.3.1 Vlastnosti proporcionalního regulátoru

Proporcionalní regulátor je jednoduchý, finančně nenáročný a stabilní, bohužel v uzavřeném regulačním obvodu pracuje s trvalou regulační odchylkou. To je ukázáno na příkladu regulace výšky hladiny.

Nacházeli se regulovaná soustava v rovnovážném stavu jak je patrné z obrázku, pro který platí, že přítok kapaliny  $K_{p1}$  je roven odtoku  $K_{o1}$ , výška hladiny  $y_0$  zůstává nezměněna je tedy konstantní. Pokud se zvětší odtok  $K_{o2}$ , nastane nerovnovážený stav mezi přítokem a odtokem. Hladina začne klesat a na této změně je závislí plovák, který za pomoci pákového převodu zvětšuje přítok kapaliny do regulované soustavy. Daný nerovnovážený stav trvá po dobu, dokud se odtok  $K_{o2}$  nevyrovná s přítokem  $K_{p2}$ . Hladina se ustálí na jiné hodnotě, která se od původní liší o hodnotu  $e(t)$ , která se definuje jako trvalá regulační odchylka. Trvalou regulační odchylku nelze u proporcionalních regulátorů odstranit, lze však ovlivnit její velikost a to za pomoci pásma proporcionality. Pokud se pásmo proporcionality zmenšuje tak regulační odchylka klesá, ale zároveň se zmenšuje i stabilita

regulátoru. Trvalá regulační odchylka se dá odstranit přidáním integrační složky do činnosti regulátoru.



Obr. 4. Regulace výšky hladiny

### 2.3.2 Integrační regulátor

Při integračním chování je akční zásah úměrný době po kterou existuje regulační odchylka. Ta je postupně odstraňována integračním chováním regulátoru, při kterém regulátor neustále mění akční veličinu, dokud se mu nepodaří dosáhnout  $e(t)=0$  regulační pochod se pak ustálí.

Statické vlastnosti integračního regulátoru může změnit nastavením jeho integrační časové konstanty  $T_i$  a jeho zesílení  $K_r$  je konstantní. Statická charakteristika nás informuje, že při zmenšování integrační časové konstanty se zvětšuje přesnost a citlivost regulátoru, ale dochází k snížení jeho stability.

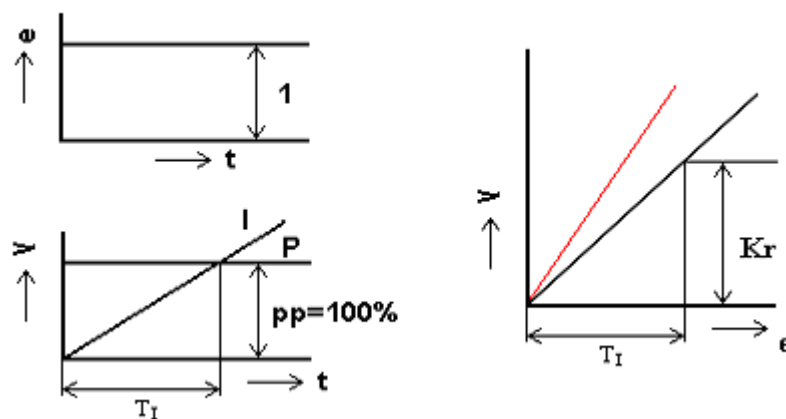
Dynamické vlastnosti integračního regulátoru se nejčastěji vyjadřují přechodovou charakteristikou z které je patrné, že při skokové změně vstupní veličiny o hodnotu  $e=1$  pak se

$$u_r(t) = \frac{K_R}{T_I} \int_0^t e dt \quad R_1(s) = \frac{K_r}{T_I s} \quad (7)$$

Integrační regulátor nevyhoví podmínkám stability regulačního obvodu, když by měl regulovat astatickou (nestabilní) regulovanou soustavu jak lze vidět u přechodové charakteristiky. Integrační časová konstanta  $T_I$  (0;1800 s) znamená čas, který by potřeboval čistě integrační regulátor, aby přestavil výstupní signál do polohy, jaké by dosáhl kdyby přenos regulátoru byl pouze proporcionální a pásmo proporcionality by bylo 100%.

Jeho nejdůležitější vlastností je skutečnost, že pracuje bez trvalé regulační odchylky.

Integračním regulátorem se vždy výrazně ovlivní kmitavost odezvy. Prakticky nelze takovéto regulátory uplatnit, protože kmity regulované veličiny jsou spojeny s kmitavými akčními zásahy, jejichž realizace namáhá akční člen. Dojde-li ke kombinaci proporcionální a integrační činnosti dohromady, tak dobu regulace a přeregulování ovlivní proporcionální složka a kmitavost integrační.



Obr. 5. Přechodová charakteristika regulátoru I a Statická charakteristika regulátoru I

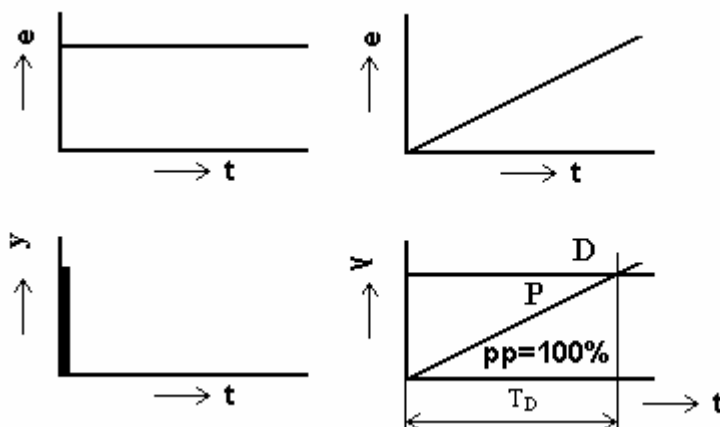
### 2.3.3 Derivační regulátory

Derivační regulaci charakterizují zásahy regulátoru, které vznikají pouze při změnách regulační odchylky. Ideální rovnice je popsána diferenciálním vztahem. Kde  $T_D$  je derivační časová konstanta .

$$u_{R(t)} = T_D e(t) = T_D \frac{de(t)}{dt} \quad R_D = T_D s \quad (8)$$

Statické vlastnosti derivačního regulátoru lze ovlivňovat nastavením  $T_D$ . Součinitel přenosu je konstantní a nelze jej změnit. Statická charakteristika derivačního regulátoru udává, že se zvětšením  $T_D$  se zvětšuje citlivost a přesnost regulátoru, kdežto stabilita se zmenšuje.

Dynamické vlastnosti derivačního regulátoru se vyjadřují za pomoci přechodové charakteristiky. Derivační časová konstanta  $T_D$  (1,600s) je čas, který by potřeboval čistě proporcionální regulátor, aby přestavil akční člen (výstupní signál) do polohy, jaké by dosáhl kdyby přenos regulátoru byl pouze proporcionální a pásmo proporcionality by bylo 100%. Abychom mohly uvedenou definici  $T_D$  prezentovat graficky musíme na vstup derivačního regulátoru přivést jinou změnu než jednotkový skok.



Obr. 6. Přechodová charakteristika D a Grafické vyjádření definice derivační časové konstanty

Derivační regulátor se používá pro zrychlení regulačního pochodu. Vzhledem k tomu, že tento regulátor není schopen jiné než dynamické reakce, v ustáleném stavu regulátor tedy nezasahuje, připustí libovolně velkou regulační odchylku. Nelze použít samostatně, jako regulátor připojený k regulované soustavě, protože vstupním signálem je derivace regulační odchylky a neví tedy nic o hodnotě odchylky  $e(t)$ . V ustáleném stavu rozpojí regulační obvod. Regulátor s ideální derivační činností se nedá uskutečnit. Při použití derivačního regulátoru dochází ke zpomalení vlivu poruchy na regulační proces. V kombinaci s předchozími typy regulátoru zlepšuje stabilitu regulačního obvodu.



### 2.3.4 Kombinace regulátorů

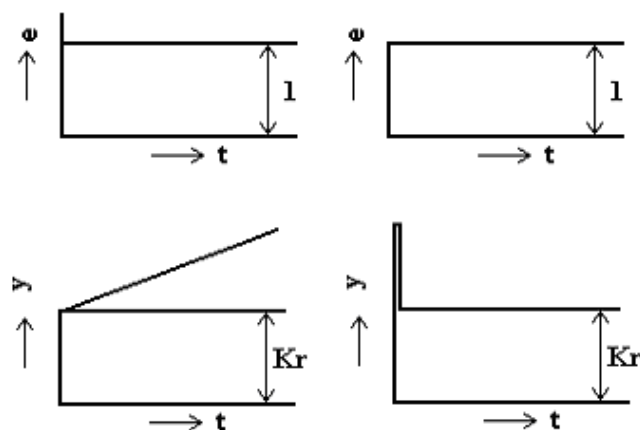
Vlastnosti sdružených regulátorů jsou dány součtem vlastností jednoduchých regulátorů. V praxi se nejvíce používají regulátory PI, regulátory PD a regulátory PID.

#### 2.3.4.1 Regulátor PI

Proporcionálně integrační regulátor je nejrozšířenějším kombinovaným regulátorem, jelikož má téměř univerzální použití. Přitom není příliš složitý. Důvodem obliby regulátoru PI je to, že úplně odstraňuje regulační odchylku, která by vznikla použitím pouze P-regulátoru, dokáže vyhovujícím způsobem odstraňovat poruchy vstupující do regulované soustavy a ve většině případů zlepšuje stabilitu regulačního obvodu.

Přechodová charakteristika regulátoru PI je tvořena součtem přechodových charakteristik obou jednoduchých regulátorů. Z jejich průběhů je patrné, že v počátku regulačního pochodu převládá vliv proporcionální složky, s narůstajícím časem převládá vliv integrační složky.

Pro určitá nastavení stavitelných parametrů regulátoru vyhovuje z hlediska stability a to i pro integrační regulované soustavy.



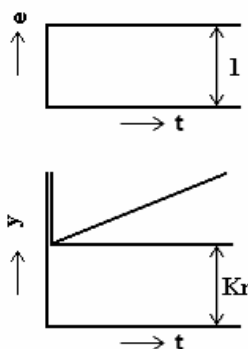
Obr. 7. Přechodová charakteristika regulátoru PI  
a Přechodová charakteristika regulátoru PD

### 2.3.4.2 Regulátor PD

Proporcionálně derivační regulátor je vhodný všude tam, kde vyhovuje regulátor P. Jeho předností je větší rychlost regulace, ta se projevuje potlačením rychlých překmitů regulované veličiny a zvláště v případech, kdy jsou časté poruchy vstupující do regulované soustavy. Zlepšuje stabilitu regulačního obvodu ve srovnání s použitím čistě proporcionálního regulátoru. Je tedy možné pracovat s vyšším zesílením regulátoru a tedy menší trvalou regulační odchylku vzhledem použití čistě P-regulátoru. Na součtu přechodových charakteristik obou jednoduchých regulátorů lze pak z jejich průběhu vyčíst, že v počátku regulačního pochodu převládá vliv derivační složky, s narůstajícím časem převládá vliv proporcionální složky, která celý regulační pochod stabilizuje. Regulátor tohoto typu pracuje s trvalou regulační odchylkou.

### 2.3.4.3 Regulátor PID

Proporcionálně integrační derivační regulátor v uzavřeném regulačním obvodu odstraňuje vlivem I složky trvalou regulační odchylku a vlivem D složky zlepšuje stabilitu regulačního obvodu. Přechodová charakteristika regulátoru PID je dána součtem přechodových charakteristik jednoduchých regulátorů PID. V počátku přechodového děje nejprve zasáhne derivační složka, později proporcionální složka a teprve na závěr integrační složka. Prakticky užitečný regulátor PID pracuje bez trvalé regulační odchylky a lze ho klasifikovat jako nejdokonalejší spojitý regulátor.



Obr. 8.  
Přechodová  
charakteristika  
regulátoru PID

#### 2.3.4.4 Regulátor PIDi

PID regulátor s interakcí se jednoduše realizuje zapojením regulátorů PI a PD. Má shodné vlastnosti jako PID regulátor, ale je jednodušší a výrobně podstatně levnější. Při použití PIDi regulátoru musí platit, že  $T_I$  a  $T_D$  budou v poměru  $T_D/T_I = 1/4$ . [12], [13]

#### 2.3.5 Regulátory v praxi

Praktické použití regulátorů pro regulaci běžných fyzikálních veličin.

Pro přesnou regulaci teploty se nejvíce používá PI. Pokud nastanou četné poruchy například při častém otevírání dvířek pece, je nejvhodnější PID.

Pro regulaci výšky hladiny dávají nejlepší výsledky regulátor PI. Při použití samotného regulátoru I by došlo k nestabilitě. Při menších nárocích na přesnost regulace vyhoví i regulátor P.

Pro regulaci tlaku plynu jsou nejlepší regulátory PI a PID. Vhodný je i regulátor I, pokud jsou menší nároky na přesnost můžeme použít i regulátor P. [5]



Pokud časové konstanty zpožďujících členů položíme rovny nule ( $T_1=0$ ,  $T_2=0, \dots$ ) vznikne pohybová rovnice a přenos ideálního PID regulátoru.

$$u(t) = r_0 e(t) + r_{-1} \int_0^t e(\tau) d\tau + r_1 \frac{de(t)}{dt} \quad (11)$$

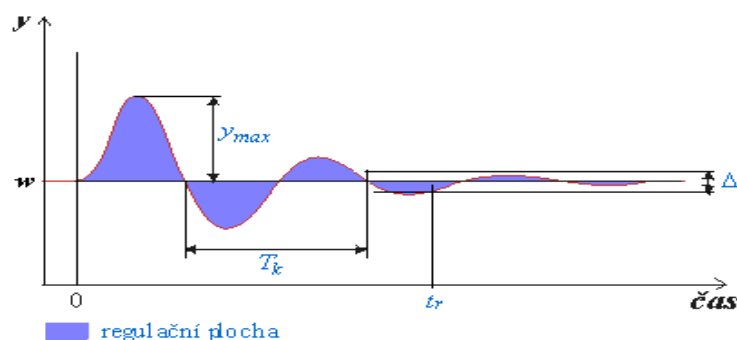
$$G_R(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = r_0 \left( 1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s \right) \quad (12)$$

[2]

### 3.1 Kvalita regulace

Značně problematická je úloha hodnocení a vyčíslení kvality regulace. Už snaha o stanovení kritéria kvality je nejednoznačná záležitost a rozhoduje konkrétní situace.

U některých regulačních pochodů je například kmitavý regulační pochod naprosto nepřijatelný a tak se prodlouží doba regulace. V jiném případě může být doba regulace na nulovou regulační odchylku nejdůležitější a malé překmity nevadí. Pro hodnocení kvality regulace je důležité znát regulační pochod. Proces probíhající v regulačním obvodu od okamžiku vzniku regulační odchylky až do okamžiku jejího odstranění regulátorem se nazývá regulační pochod. Ten zpravidla se definuje graficky jako časová závislost regulované veličiny. Regulovaná veličina se v praxi může odchytil od své žádané hodnoty a to vlivem nějaké poruchy na vstupu regulované soustavy, která je chápána jako reakce na poruchu, nebo v důsledku změny této žádané hodnoty neboli jde o reakci na řízení.



Obr. 9. Záznam regulačního pochodu

Na obrázku lze vidět obecný průběh regulačního pochodu jako reakci na poruchu.

Z grafu regulačního pochodu byly definovány tyto z praktického hlediska důležité hodnoty

Praktická doba regulace  $T_r$  = je doba, za kterou se průběh regulačního pochodu dostane trvale do pásma  $\pm 5\%$  žádané hodnoty.

Maximální překmit  $y(\max)$  . Zpravidla je to první amplituda křivky regulačního pochodu, tedy největší odchylka regulované veličiny od žádané hodnoty během regulačního pochodu.

Perioda kmitů  $T_k$ , pokud se jedná o regulační pochod kmitavý.

Regulační plocha, tedy integrál z regulační odchylky podle čau.

$$IE = \int_0^{\infty} e(t) dt \quad (13)$$

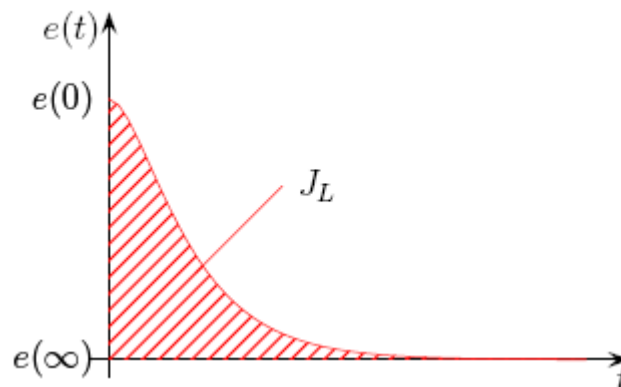
Zde uvedené hodnoty mají svůj význam pro hodnocení kvality regulace vzhledem k požadavkům technologického procesu.

$T_r$  = definuje dobu po kterou bude regulační odchylka mimo danou toleranci, jinak řečeno po kterou nebudou dodrženy požadované technologické podmínky.  $y(\max)$  = posuzuje se z pohledu vzniku možné chybné situace, tak že regulovaná veličina přestoupí na určitou dobu přestupnou mez.  $T_k$  = se uplatňuje např. z hlediska přílišného zatěžování pohonu akčního členu častými změnami směru jeho chodu.

Regulační plocha shrnuje všechna výše zmíněná kritéria a používá se k posouzení kvality regulačního pochodu převážně v teorii regulace. Zde se uplatňují integrální kritéria kvality regulace, které zajišťují kvalitu nastavení parametrů v časové oblasti. Jsou popsána z průběhu regulační odchylky  $e(t)$ , kterou získáme z odezvy regulačního obvodu na skokovou změnu žádané hodnoty.

Lineární integrální kritérium = spočítá plochu mezi průběhem regulační odchylky  $e(t)$  a ustálenou odchylku  $e(\infty)$ . Tato plocha se nazývá lineární regulační plocha IE. Matematicky je plocha ohraničená nějakou křivkou definována integrálem.

$$IE = \int_0^{\infty} [e(t) - e(\infty)] dt \quad (14)$$



Obr. 10. Plocha regulační odchyly

Jinak toto kritérium vede k závěru, že regulační plocha je minimální, jestliže se plochy pod kladnými a zápornými půlvlnami odečtou, k tomu dochází při netlumených kmitech.

Absolutní regulační plocha (IAE) :

$$IAE = \int_0^{\infty} |e(t)| dt \quad (15)$$

Kvadratická regulační plocha (ISE) :

$$ISE = \int_0^{\infty} e^2(t) dt \quad (16)$$

ITAE:

$$IAE = \int_0^{\infty} t |e(t)| dt \quad (17)$$

V praxi je snaha o to, aby po praktickém ukončení regulačního pochodu, byla regulační odchylyka v žádaném rozmezí kolem nuly. Regulační pochod však může někdy proběhnout aniž by se dosáhlo tohoto stavu. Je to trvalá regulační odchylyka, na kterou regulátor již vůbec nereaguje, nemění velikost akčního zásahu a nemůže jí zmenšovat.

Výběr typu regulátoru a nastavování jeho parametru [12] , [13]

## 4 SYNTÉZA REGULAČNÍHO OBVODU

Syntéza regulačního obvodu rozumíme stanovení struktury a parametrů regulačního obvodu, tak aby byly splněny požadavky, kladené na regulačním pochodu snaha o dosažení cíle řízení.

Cíle řízení :

Stabilní regulační pochod

Minimální doba regulace  $T_k$

Požadovaný relativní překmit

Minimalizace vlivů poruchové veličiny

Přesné sledování žádané hodnoty regulovanou veličinou.

Nulová trvalá regulační odchylka

Robustnost regulačního obvodu na změnu parametrů soustavy

Syntézu regulačního obvodu lze provést ve volbě struktury regulátoru neboli přiřazení vhodného typu regulátoru k dané regulované soustavě a v nastavení hodnot jednotlivých konstant přenosu regulátoru cílem dosáhnout předepsanou přesnost regulace v ustáleném stavu a dosáhnout předepsanou jakost regulačního pochodu.

### 4.1 Volba struktury regulátoru

Tato volba je provedena především podle požadavků technologických procesů a vlastností soustavy, která se reguluje. Přehled typů regulátorů k dané soustavě je uveden v tabulce.



Tab. 1. Volba struktury regulátoru pro jednotlivé typy regulovaných soustav

<i>Typ regulátoru</i>	<i>Hodí se k regulaci soustav</i>
<b><i>I</i></b>	proporcionálních se setrvačností 1. řádu, s malou časovou konstantou, bez dopravního zpoždění, při malých a pomalých změnách zatížení,
<b><i>P</i></b>	proporcionálních i integračních se setrvačností 1. řádu, se střední časovou konstantou, popř. s malým dopravním zpožděním, při malých změnách zatížení; (zanechává trvalou regulační odchylku),
<b><i>PI</i></b>	proporcionálních i integračních se setrvačností vyššího řádu s libovolnými časovými konstantami, s velkým dopravním zpožděním, při velkých a pomalých změnách zatížení
<b><i>PD</i></b>	proporcionálních i integračních se setrvačností vyššího řádu se středními časovými konstantami, s velkým dopravním zpožděním při malých změnách zatížení; (zanechává trvalou regulační odchylku),
<b><i>PID</i></b>	proporcionálních i integračních se setrvačností vyššího řádu s libovolnými časovými konstantami i s delším dopravním zpožděním, při velkých a rychlých změnách zatížení,
<b><i>Dvoupolohový</i></b>	proporcionálních se setrvačností 1. řádu, s velkou časovou konstantou, bez dopravního zpoždění, při malých změnách zatížení.

Všeobecně lze konstatovat, že u většiny běžných regulačních problémů se využívá regulátorů P nebo PI a v technicky složitějších případech regulátorů PID. Čistě integrační regulátory se používají málo. Rozhodnutí zda zvolit regulátor P nebo PI, je závislé na přípustné trvalé regulační odchylce. Praktická charakteristika činnosti jednotlivých typů spojitých regulátorů je uvedena výše.

V dřívější době rozhodování o volbě typu regulátoru bylo podmíněné jeho cenou v mnohem větší míře nežli dnes, protože regulátory byly vyráběny zaprvé jako mechanické přístroje nebo jako analogové elektrické obvody s vysokou přesností, linearitou a stabilitou. V dnešní době jsou všechny regulátory založené na mikroprocesorech a funkce regulátoru jsou dány programem a to se na finální ceně projeví málo. Převládají univerzální typ PID kde si uživatel sám nastaví parametry a tím zvolí požadované vlastnosti. Potom nastane situace, že seřizování regulačního obvodu je složité a odvíjí se od počtu parametrů, které nastavujeme.

#### 4.1.1 Nastavování parametrů regulátoru

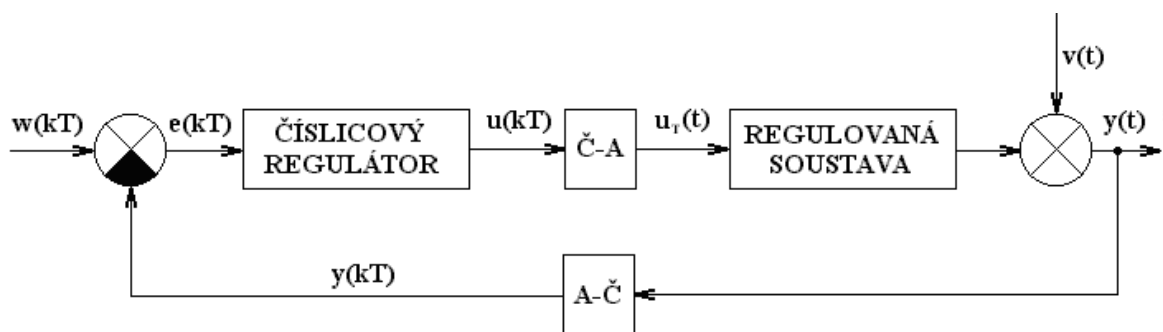
Nastavování parametrů jako například (časové konstanty, zesílení) regulátoru je záležitost poměrně složitá. Vyžaduje to znalost dynamického chování soustavy, protože dynamické chování regulátoru se musí vlastnostem soustavy vyrovnat za podmínky, že regulační pochod bude stabilní a aby docílil takového chování, které technologický proces vyžaduje.

Tato úloha tzv. syntézy regulátorů dominuje teorii řízení již celá desetiletí a existuje řada metod, přístupů a filozofií jak nastavit správné parametry regulátoru. Níže uvedené metody jsou klasické metody seřízení regulátoru.

## 5 DISKRÉTNÍ REGULÁTORY

Všechny doposud uvedené regulátory jsou analogové . Regulační odchylka nebo regulovaná veličina je analogová veličina tedy zpracování signálu uvnitř regulátoru probíhá nepřetržitě a porovnávání řídicí a regulované veličiny proběhne okamžitě. Číslicové regulátory dokáží zpracovávat regulovanou nebo i jinou veličinu pouze v číslicovém tvaru. Tak nastal požadavek na veličiny měřené analogově převést na číslicový digitální tvar který výpočetní technika zpracovává. Tento převod se uskutečňuje pomocí analogově číslicového převodníku, který je součástí číslicového regulátoru. Analogově-číslcový převodník snímá v pravidelně se opakujících okamžicích s periodou  $T$  naměřené hodnoty regulované veličiny a převádí je na číselné hodnoty k dalšímu zpracování do regulačního algoritmu(programu). Kromě dalších možností, softwarově realizovaných úprav tohoto číslicového signálu musí regulační algoritmus vytvořit číslicově regulační odchylku tu zpracovat pomocí regulační funkce na kterou byl naprogramován. Výsledkem tohoto zpracování jsou číselné hodnoty akční veličiny, které při ideálním provedení program číslicového algoritmu předává ve stejném okamžiku, v jakém byla regulovaná veličina vzorkována.

V porovnání s analogovými regulátory tedy číslicové regulátory neměří vstupní ani výstupní veličiny průběžně pouze je vzorkují (měřené hodnoty v určitých okamžicích). Perioda vzorkování  $T$  může být stálá nebo i proměnná v závislosti na změně veličiny. Vždy však musí splňovat podmínku, že bude delší než délka vypočteného cyklu. Po ukončení výpočtu vstupního signálu regulátoru se jeho velikost uloží do paměti a protože je tato hodnota v číslicovém tvaru převede se v číslicově analogovém převodníku na signál analogový a teprve ten se převede na výstup regulátoru .



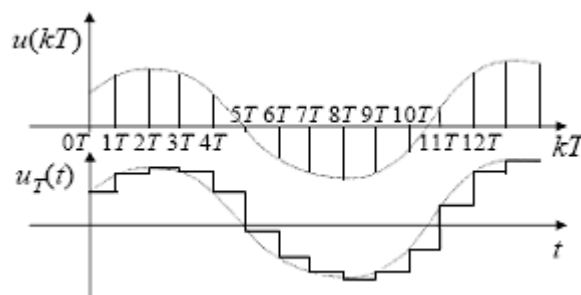
Obr. 11. Obecné blokové schéma lineárního diskrétního regulačního obvodu

$uT$ =tvarovaná akční veličina ;  $k,kT$ =diskrétní čas ( $k=0,1,2,\dots$ );  $T$ = vzorkovací perioda;

$A/\check{C}$ =analogový číslicový převodník ;  $\check{C}/A$ = číslicově analogový převodník

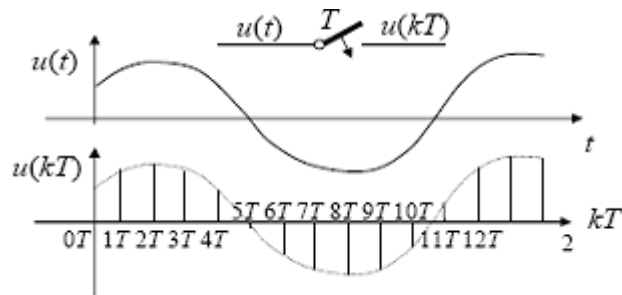
Diskrétní regulační obvod (obrázek 3) lze znázornit blokovým schématem skládajícím se ze spojité pracující regulované soustavy, nespojitě pracujícího číslicového regulátoru, číslicově-analogového převodníku ( $\check{C}-A$ ) a analogově-číslcového převodníku ( $A-\check{C}$ ).

Tvarovací člen tvaruje vstupní impuls šířky  $\delta$  a výšky na signál trvající jednu periodu vzorkování. tento signál je zároveň funkcí výšky v vstupního impulsu, tak aby mohl předat následujícímu členu obvodu potřebnou energii. Tvaroval převádí impulsy na po částech spojitý signál. Podle toho jakým způsobem se tvaruje vstupní signál tvarovacího členu  $H$ , rozlišujeme tvarovací členy s modulací amplitudovou, šířkovou a kmitočtovou. [4]



Obr. 12. Tvarovač nultého řádu – realizace analogovou pamětí

Vzorkovací člen znázorněný symbolicky jako spínač vzorkuje v předem určených časových okamžicích vstupní spojitý signál. Vstupním signálem je potom posloupnost impulsů zanedbatelné malé šířky  $\delta$ , jejíž výška je rovna hodnotám vstupního spojitého signálu v okamžicích vzorkování



Obr. 13. Vzorkovač-provádí diskretizaci spojitého signálu

## 5.1 Volba vzorkovací periody

Při volbě vzorkovací periody v číslicových regulačních obvodech se uplatňuje celá řada aspektů, které si můžou oponovat. Je důležité rozlišovat volbu vzorkovací periody, která směřuje k nalezení optima v dosažitelné kvalitě regulace a volby při které sou splněny praktické požadavky na kvalitu regulace.

Následující údaje uvádí simulací i praxí ověřená pravidla, které napomáhají při určování periody vzorkování.

A,  $T=0,5t_{\min}$ , kde  $t_{\min}$  je nejmenší časová konstanta regulované soustavy

B,  $T=(\frac{1}{4} \text{ až } \frac{1}{2}) \sum T_i$  která je součtem všech časových konstant regulované soustavy

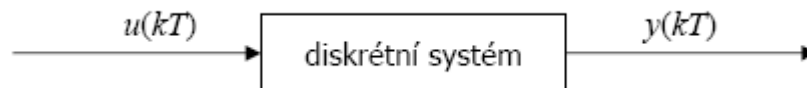
C,  $T=(\frac{1}{8} \text{ až } \frac{1}{4}) T_D$ , volí se v soustavě s velkým časovým zpožděním  $T_D$ .

D,  $T=(\frac{1}{15} \text{ až } \frac{1}{6}) T_{95}$ , kde  $T_{95}$  je doba dosažení 95% ustálené hodnoty na přechodové charakteristice regulované soustavy.

Jako typické hodnoty vzorkovací periody  $T$  pro regulaci obvyklých fyzikálních veličin v technické praxi jsou využívány tyto hodnoty. Průtok-1s, Hladina-10s, Teplota-20s, Tlak-5s.

## 5.2 Vnější popis dynamických vlastností diskrétního systému

Podobně jako u spojitého systému, tak i u diskrétního systému existuje několik principů vnějšího popisu chování, které vyjadřují vztahy mezi diskrétní výstupní veličinou  $y(kT)$  a diskrétní vstupní veličinou  $u(kT)$  systému.



Obr. 14. Diskrétní systém schéma

K popisu vlastností dynamického systému lze využít diferenční rovnici v rekurentním tvaru spolu počátečními podmínkami, tedy

$$\begin{aligned}
 a_n y[(k+n)T] + \dots + a_1 y[(k+1)T] + a_0 y(kT) &= b_m u[(k+m)T] + \dots + b_1 u[(k+1)T] + b_0 u(kT) & (18) \\
 y(0), y(T), \dots, y[(n-1)T], u(0), u(T), \dots, y[(m-1)T] & & ) \\
 \Rightarrow a_n y[(k+n)T] &= b_m u[(k+m)T] + \dots + b_1 u[(k+1)T] + b_0 u(kT) \\
 -a_{n-1} y[(k+n-1)T] - \dots - a_1 y[(k+1)T] - a_0 y(kT) & & 
 \end{aligned}$$

Každý člen je podělen koeficientem  $a_n$ , tak se získá vztah pro  $y$ , postupně se dosadí za  $k=0, 1, \dots$

Musí být splněna podmínka fyzikální realizovatelnosti  $m \leq n$ , jinak by nastala situace kdy současná hodnota výstupu  $y$  by byla závislá na budoucí hodnotě  $u$ .

Z-přenos

Poměr Z-obrazu diskretní výstupní veličiny k Z-obrazu diskretní vstupní veličiny při nulových počátečních podmínkách je definován :

$$G(Z) = \frac{Z[y(kT)]}{Z[u(kT)]} = \frac{Y(z)}{U(z)} \quad (19)$$

Pokud rekurentní tvar diferenční rovnice z dopředných diferencí transformujeme podle věty o linearitě a věty o kladném posutí a dosadíme nulové počáteční hodnoty, tak vznikne

$$\begin{aligned}
 a_n z^n Y(z) + a_{n-1} z^{n-1} Y(z) + \dots + a_1 z Y(z) + a_0 Y(z) &= b_m z^m U(z) + b_{m-1} z^{m-1} U(z) + \dots + b_1 z U(z) + b_0 U(z) & (20) \\
 \Rightarrow Y(z) [a_n z^n + a_{n-1} z^{n-1} + \dots + a_1 z + a_0] &= U(z) [b_m z^m + b_{m-1} z^{m-1} + \dots + b_1 z + b_0] & )
 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow G(z) = \frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{b_m z^n + b_{m-1} z^{m-1} + \dots + b_1 z + b_0}{a_n z^n + a_{n-1} z^{n-1} + \dots + a_1 z + a_0} \quad (21)$$

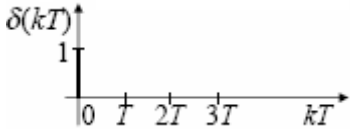
v diferenční rovnici ze zpětných diferencí lze obdobně odvodit

$$G(z) = \frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_m z^{-m}}{a_0 + a_1 z^{-1} + \dots + a_n z^{-n}} \quad (22)$$

Oba tyto způsoby zápisu popisují diskrétní přenos při splnění nulových počátečních podmínek. Slouží k popisu jednoznačných vlastností daného diskrétního lineárního dynamického systému v oblasti komplexně proměnných .

Diskrétní impulsní funkce a charakteristika

Diskrétní výstupní veličina se určí jako odezva na diskrétní diracův jednotkový impuls  $\delta(kT)$ , definovaný vztahem:

$$\delta(kT) = \begin{cases} 1, & \text{pro } k = 0 \\ 0, & \text{pro } k \neq 0 \end{cases}$$



$$G(z) = \frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{Z\{y(kT)\}}{Z\{u(kT)\}} = \frac{Z\{y(kT)\}}{Z\{\delta(kT)\}} = \frac{Z\{y(kT)\}}{1} = Z\{y(kT)\} \quad (23)$$

$$\Rightarrow y(kT) = g(kT) = Z^{-1}\{G(z)\}$$

Vzorce zde uvedené platí pouze pro okamžiky vzorkování v časových intervalech  $kT$ .

Diskrétní přechodová funkce a charakteristika

Pokud chci určit diskrétní výstupní veličinu neboli odezvu na diskrétní Heavisideův skok  $\eta(kT)$ , který je definován vztahem :

$$\eta(kT) = \begin{cases} 1, & \text{pro } k \geq 0 \\ 0, & \text{pro } k < 0 \end{cases}$$


$$G(z) = \frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{Z\{y(kT)\}}{Z\{u(kT)\}} = \frac{Z\{y(kT)\}}{Z\{\eta(kT)\}} = \frac{Z\{y(kT)\}}{\frac{z}{z-1}} \quad (24)$$

$$\Rightarrow y(kT) = h(kT) = Z^{-1}\left\{G(z) \frac{z}{z-1}\right\}$$

Vztah mezi diskretní impulsní a diskretní přechodovou funkcí .

$$h(kT) = Z^{-1} \left\{ G(z) \frac{z}{z-1} \right\} \Rightarrow H(z) = \frac{z}{z-1} G(z) \Rightarrow G(z) = \frac{z-1}{z} H(z) \quad (25)$$

$$h(kT) = \sum_{i=0}^k g(iT)$$

$$g(kT) = h(kT) - h[(k-1)T] \quad (26)$$

Tak jako u spojitých obvodů lze i u diskretního obvodu použít blokovou algebru tedy rozkreslit na jednotlivé přenosové bloky zapojené sériově, paralelně a zpětnovazebně. [2]

### 5.2.1 Stabilita lineárního diskretního obvodu

Základní podmínkou pro existenci a funkci každého regulačního obvodu je jeho stabilita. Jako stabilní obvod se považuje takový systém, jehož výstupní veličina při působení omezeného vstupního signálu nabývá rovněž omezené hodnoty.

Stabilita spojitých a diskretních systémů je propojená . Pro názornost je vhodné připomenout si nutnou a postačující podmínku stability spojitých systémů s srovnat ji s nutnou a postačující podmínku stability diskretních systémů.

Stabilní spojitý systém je definován :

Regulační obvod je stabilní, když všechny kořeny  $z$  charakteristické rovnice mají záporné reálné části a nacházejí se v levé komplexní rovině.

$$1 + G_0(s) = 0 \Rightarrow \quad (27)$$

$$N(s) = a_n s^n + a_1 s + a_0 = 0 \quad )$$

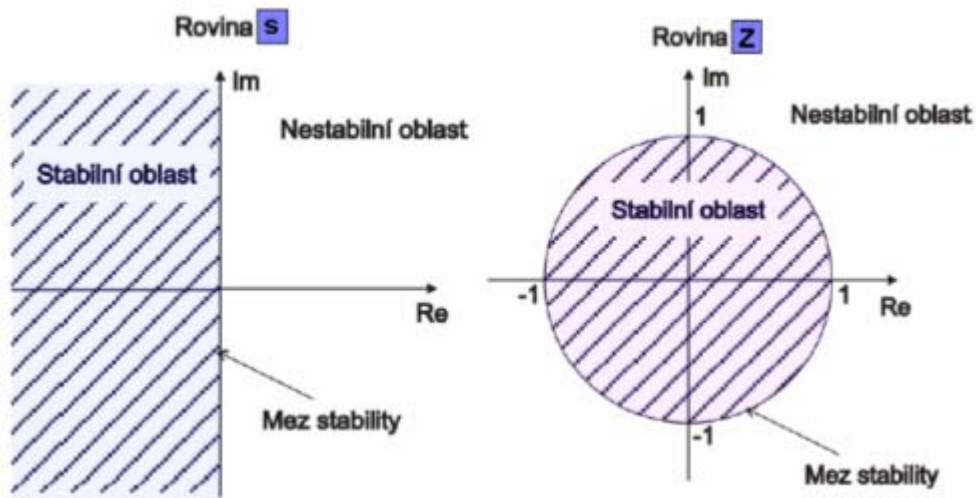
$$\operatorname{Re} s_i \leq 0, \quad i = 1, \dots, n$$

Diskretní regulační obvod má nutnou a postačující podmínku stability definovanou takto:

Diskretní regulační obvod je stabilní, když velikost všech kořenů charakteristického mnohočlenu bude menší než 1.  $|z_i| < 1, i = 1, \dots, n$



Z nutné postačující podmínky tedy plyne, že stabilní oblast u diskretních regulačních obvodů bude uvnitř jednotkové kružnice v oblasti komplexně proměnné  $z$ .



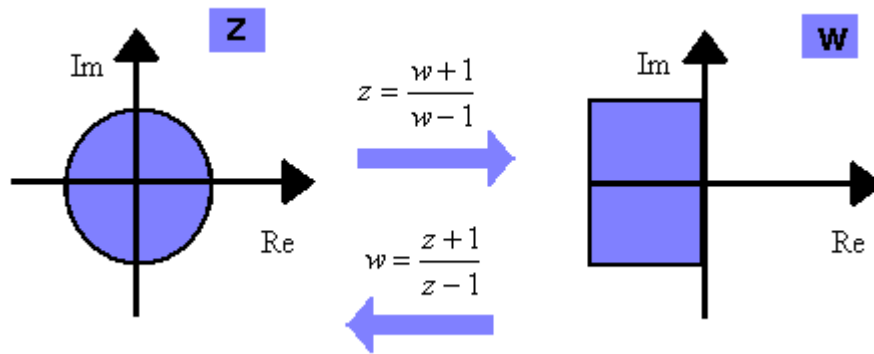
Obr. 15. Stabilita v rovině  $s$  a v rovině  $z$

Tab. 2. Vztah podmínky stability pro lineární spojité systémy a lineární diskretní systémy

	<i>Poloha kořenů charakteristické rovnice v rovině (s) u spojitěho systému</i>	<i>Poloha kořenů charakteristické rovnice v rovině (z) u diskretních systému</i>	<i>Regulační pochod v časové oblasti</i>
<b>1</b>	V levé polorovině	V levé polorovině	stabilní
<b>2</b>	V pravé polorovině	Vně jednotkové kružnice	nestabilní
<b>3</b>	Komplexně sdružené v levé polorovině	Komplexně sdružené uvnitř jednotkové kružnice	Kmitavý tlumený
<b>4</b>	Komplexně sdružené na imaginární ose	Na jednotkové kružnici	Na mezi stability
<b>5</b>	Komplexně sdružené v pravé polorovině	Komplexně sdružené a na záporně reálné ose vně jednotkové kružnice	Kmitavý netlumený

Pro stabilitu spojitých regulačních obvodů byla definována řada kritérií, byla snaha využít těchto kritérií i pro diskretní obvody. Jelikož kořeny charakteristické rovnice

stabilního spojitého obvodu se nachází v levé polorovině roviny  $s$  a diskrétního obvodu uvnitř jednotkové kružnice, je podmínkou pro použití kritérii pro spojitý obvod i pro diskrétní najít transformační vztah, který by oblast stability  $z$  roviny  $z$  transformoval do levé poloroviny nové roviny  $w$ . Tímto vztahem je definována Bilineární transformace.



Obr. 16. Bilineární transformace

Pomocí bilineární transformace nahradíme v charakteristické rovnici proměnou  $z$  za proměnou  $w$ . Po této úpravě dostaneme transformovanou charakteristickou rovnici  $N(w)=0$ , pro kterou platí nutná a postačující podmínka spojitých regulačních obvodů. Neboli  $\text{Re} < 0$  i  $w$  pro  $i=1, \dots, n$ . [4], [8]

### 5.2.2 Algebraická kritéria stability

Tato kritéria vychází z charakteristického polynomu dynamického systému. Za pomoci těchto kritérii se rozhoduje zda systém je stabilní nebo nestabilní, ale nedávají nám informaci do jaké míry je systém tlumený. Nevýhodou těchto kritérii je, že nejdou aplikovat na systémy s dopravním zpožděním. Mezi algebraická kritéria stability patří Hurwiczovo kritérium a Routh–Schurovo kritérium lze použít pro dynamické systémy s libovolným stupněm charakteristického polynomu. Hurwiczovo kritérium stability je vhodné pro dynamické systémy, jejichž charakteristický polynom je nejvýš pátého stupně. Tyto kritéria stability jsou popsány výše.

Kmitočtová kritéria stability u diskrétních regulačních obvodů lze uplatnit jen Michalovo kritérium stability. Toto kritérium umožňuje rozhodnout o stabilitě za pomoci průběhu Michajlovovy křivky. [8]

## 6 REGULACE S PĚVNĚ DANOU STRUKTUROU

Regulátory s pevně danou strukturou mají předem známí tvar popsany rovnicí nebo přenosem. Základní princip je odvozen od hledání diskretní analogie spojitych PID regulátorů. Používání spojitych PID regulátoru má dlouholetou tradici, byla tak pro jejich aplikace vytvořena řada seřizovacích postupů. Z tohoto důvodu vznikla snaha o využití těchto znalostí i v oblasti číslicových regulátorů. Tak že pokud se nastavují parametry spojitého regulátoru, hledají se pomocí různých přepočtových vztahů analogie k diskretnímu regulátoru. Z tohoto důvodu jsou hodnoty parametrů  $q_0, q_1, q_2$  odvozovány přepočtem z hodnot parametrů  $r_0, T_I, T_D$  spojitych PID regulátorů. Parametry diskretního regulátoru lze nastavit i bez předešlé znalosti parametrů spojitého regulátoru. Číslicové regulátory se spojitym regulátorům svým chováním v regulačním obvodu pouze přibližují. Pokud se zmenšuje perioda vzorkování tak stupňovitý charakter akční veličiny se přibližuje k spojitému výstupu a shoda regulátorů roste. Následkem roste ovšem riziko vzorkování parazitních šumů, jemuž můžeme předcházet filtrací popř. vhodným numerickým zpracováním signálu. Diskretní verze PID regulátoru neobsahuje omezovací a filtrační vlastnosti, které jsou přítomny ve spojitych PID regulátorech a při regulaci se kladně uplatňují. Z tohoto důvodu se klasická verze číslicových regulátorů obvykle modifikuje a algoritmy se obohacují o další specifická opatření pro zlepšení regulace.

### 6.1 Číslicový regulátor

Pro řízení v diskretních regulačních obvodech se velmi často uplatňují číslicové algoritmy regulace, které vychází ze spojitych algoritmů. Algoritmů diskretní regulace dnes existuje velmi mnoho. Je možno vytvářet různé varianty řídicích algoritmů podle zvoleného modelu soustavy nebo podle kritéria jakosti regulace, podle matematického přístupu odvození rovnice regulátoru atd. [2], [4]

#### 6.1.1 Regulátor PSD

Klasický spojité regulátor PID je stále nejpoužívanějším typem regulátoru v technické praxi. Jeho diskretní verze, označovaná jako PSD regulátor tedy (I-složka je nahrazena

sumací a D složka diferencí ) byla proto jednou s prvních aplikací diskrétního řízení a v dnešní době je instalována prakticky ve většině řídicích systémů. Činnost ideálního spojitého PID regulátoru je popsána diferenciální rovnicí :

$$u(t) = r_0 e(t) + r_{-1} \int_0^t e(\tau) d\tau + r_1 \frac{de(t)}{dt} = r_0 \left[ e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau + T_d \frac{de(t)}{dt} \right] \quad (28)$$

a přenosem (v Laplaceově transformaci)

$$G_R(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = r_0 + \frac{r_{-1}}{s} + r_1 s = r_0 \left[ 1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right] \quad (29)$$

Kde  $r_0$  se označuje jako proporcionalní konstanta neboli zesílení PID regulátoru,  $r_{-1}$  [ $s^{-1}$ ] označuje integrační konstantu,  $r_1$  [s] označuje derivační konstantu . Potom  $T_i = r_0 / r_{-1}$  a  $T_d = r_1 / r_0$  označují integrační a derivační časovou konstantu.

Diskrétní regulátory nedokáží vyhodnotit informaci spojitě, tak jako spojité regulátory, ale v diskrétních okamžicích  $t=kT$  ( $k=0,1,2,\dots$ ), kde  $T$  je perioda vzorkování. Aby se docílilo dobré schody musí být v regulačním obvodu vzorkovací perioda co nejmenší.

Rovnice spojitého PID regulátoru definuje hodnotu akční veličiny  $u(t)$  v libovolném časovém okamžiku  $t$  na základě průběhu regulační odchylky akční veličiny až do tohoto průběžného časového okamžiku. Pokud splyne tento okamžik s  $k$ -tým vzorkovacím okamžikem, tj.  $t=kT$ , představuje rovnice spojitého PID regulátoru po dosazení za  $t=kT$  tvar ekvivalentního PSD regulátoru ve tvaru :

$$u(kT) = r_0 \left[ e(kT) + \frac{1}{T_i} I(kT) + T_d D(kT) \right] \quad (30)$$

Tato rovnice umožňuje spočítat u číslicových regulátorů akční veličinu v  $k$ -tém vzorkovacím okamžiku, za podmínky znalosti hodnot integrálního ( $I_k$ ) a derivačního ( $D_k$ ) průběhu regulační odchylky  $e(t)$  v okamžiku  $t=kT$ . Průběh regulační odchylky  $e(t)$  v diskrétním regulačním obvodu se zredukuje na znalost hodnot vzorků posloupnosti  $\{e_0, e_1, e_2, \dots, e_k\}$ .

Z tohoto vyplívají možnosti určení  $I_k$  a  $D_k$  prostřednictvím numerických metod, založených na principu rekonstrukce skutečného průběhu regulační odchylky ve spojitém čase, který se označuje  $\bar{e}(t)$ . V praxi se využívá pouze několika jednoduchých způsobů rekonstrukce, z nichž nejběžnější mohou být označeny zkratkami odvozenými ze způsobu přibližného výpočtu integrálu.

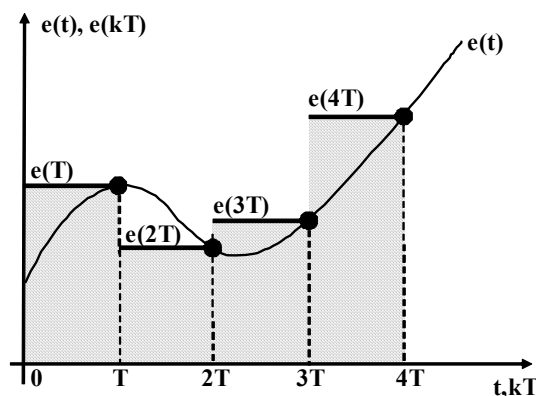
## 6.2 Metody náhrady integrační a derivační složky

### ZOBD - zpětná obdélníková náhrada

Při ZOBD se hodnota integrálu nahrazuje součtem ploch obdélníků nahrazujících plochu pod původní spojitou křivkou  $e(t)$  podle obr. 17, tedy:

$$I(kT) = \int_0^t e(\tau) d\tau \approx T \sum_{i=1}^k e(iT) \quad (31)$$

Šířka všech obdélníků je stejná a je dána periodou vzorkování  $T$ ; výška  $i$ -tého obdélníku je dána hodnotou vzorku  $e(iT)$  v čase  $t=iT$ ,  $i=1, \dots, k$ .



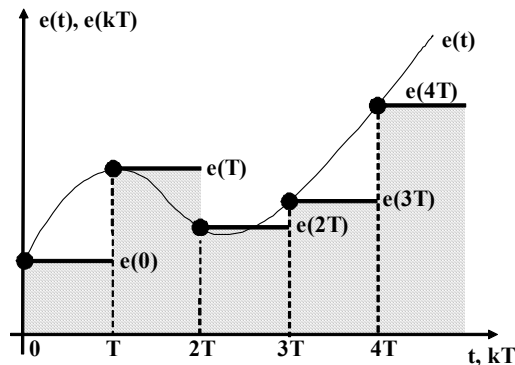
Obr. 17. Zpětná obdélníková náhrada

### DOBD- dopředná obdélníková náhrada

Při DOBD se hodnota integrálu nahrazuje součtem ploch obdélníků nahrazujících plochu pod původní spojitou křivkou  $e(t)$  podle obr. 18, tedy

$$I(kT) = \int_0^t e(\tau) d\tau \approx T \sum_{i=0}^{k-1} e(iT) \quad (32)$$

Šířka všech obdélníků je opět dána periodou vzorkování  $T$ ; výška  $i$ -tého obdélníku je dána hodnotou vzorku  $e[(i-1)T]$  v čase  $(i-1)T$ .



Obr. 18. Dopředná obdélníková náhrada

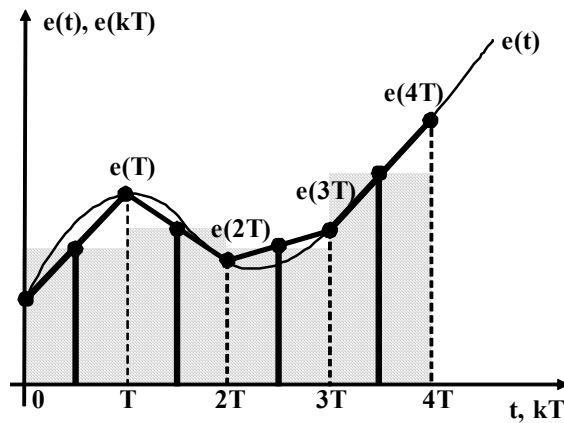
#### LICHO-lichoběžníková náhrada

Při LICHO hodnota integrálu nahrazuje součtem ploch lichoběžníků nahrazujících plochu pod původní spojitou křivkou  $e(t)$  podle obr. 19, tedy:

$$I(kT) = \int_0^t e(\tau) d\tau \approx T \sum_{i=1}^k \frac{e(iT) + e[(i-1)T]}{2} \quad (33)$$

Šířka všech lichoběžníků je opět dána periodou vzorkování  $T$ ; plocha  $i$ -tého lichoběžníku je ekvivalentní ploše obdélníku (viz obr. 19):

$$T \frac{e(iT) + e[(i-1)T]}{2} \quad (34)$$

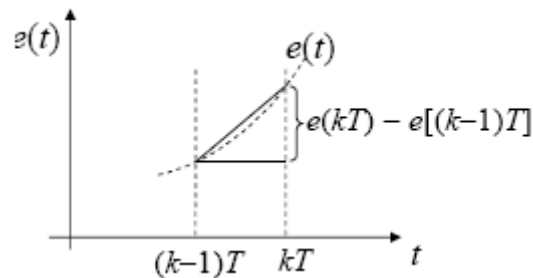


Obr. 19. Lichoběžníková náhrada

### Náhrada derivace

Náhrada  $D(kT)$  derivace  $de(t)/dt$  v diskrétním časovém okamžiku  $t=kT$  se obvykle realizuje zpětnou diferencí 1. řádu (obr. 20):

$$D(kT) = \frac{de(t)}{dt} \approx \frac{e(kT) - e[(k-1)T]}{T} \quad (35)$$



Obr. 20. Zpětná diference

## 6.3 Polohový přírůstkový algoritmus

Když je mála perioda hledá se diskrétní náhrada spojitého regulátoru, tak že integrál nahradíme sumou a derivaci zpětnou diferencí prvního řádu. Nejpoužívanější náhrada integrálu zpětnou obdélníkovou metodou a náhradu derivace zpětnou diferencí, obdržíme pro polohový algoritmus číslicového PSD regulátoru diferenční rovnici .



$$u(kT) = r_0 \left[ e(kT) + \frac{T}{T_i} \sum_{i=1}^k e(iT) + \frac{T_d}{T} \{e(kT) - e[(k-1)T]\} \right] + \underbrace{u(0)}_{\text{poč. podmínka}} \quad (36)$$

Z daného vzorce lze usoudit, že v daném vzorkovacím okamžiku  $kT$  vypočítává PSD algoritmus aktuální hodnotu akční veličiny  $u(kT)$  ze současných a uložených minulých diskretních hodnot regulační odchylky  $e(t)$  pro zpětnou obdélníkovou náhradu integrálu aktuální hodnotu a všechny minulé diskretní hodnoty regulační odchylky  $e(iT)$ , kde  $i=1,2,\dots,k$  a pro náhradu derivace zpětnou diferencí hodnotu regulační odchylky  $e[(k-1)T]$  v čase  $(k-1)T$ , tedy vzorek předcházející o jeden krok aktuální hodnotu  $e(kT)$ . Ze vzorce plyne proč se algoritmus označuje proporcionálně-sumačně –diferenční regulátor ve zkrácené formě PSD.

Nevýhodou polohového regulátoru je výskyt sumace v jeho rovnici, to znamená, že k výpočtu akčního zásahu  $u(kT)$  je nutné uchovat v paměti všechny současné a uložené minulé hodnoty regulační odchylky  $e(iT)$ , kde  $i=1,2,\dots,k$ . Proto se častěji využívá přírůstkový algoritmus PSD regulátoru.

### 6.3.1 Přírůstkový algoritmus

Jak je patrné z názvu, podle tohoto algoritmu se určuje nikoli celá hodnota uk akční veličiny v daném okamžiku, ale pouze její přírůstek  $\Delta u_k = u_k - u_{k-1}$  oproti hodnotě  $u_{k-1}$  akční veličiny v předchozím kroku  $k-1$ . Pokud se užije rovnice polohového algoritmu tak, že se pomocí ní vyjádří jak hodnota uk akční veličiny v kroku  $k$ , tak i hodnota  $u_{k-1}$  v předchozím kroku, může se vypočítat přírůstek  $\Delta u_k$  a tak definovat rovnici přírůstkového algoritmu ve tvaru:

$$\Delta u_k = u_k - u_{k-1} = r_0(e_k - e_{k-1}) + \frac{r_0}{T_i}(I_k - I_{k-1}) + r_0 T_D(D_k - D_{k-1}) = r_0 \Delta e_k + \frac{r_0}{T_i} \Delta I_k + r_0 T_D \Delta D_k \quad (37)$$

V praxi je tedy možné kombinovat různé metody výpočtu  $I_k$  a  $D_k$ . Níže je uvedená tabulka uvádí výpočty náhrad integrálu a derivace. V této tabulce metody LOBD a POBD mají definovaný způsob určení derivace  $D_k$  převzetím diferenčního způsobu podle LICH0. Pokud se dosadí za  $I_k$  a  $D_k$  vytvoří se konkrétní varianty přírůstkového

algoritmu. Ve všech případech je přírůstek akční veličiny  $\Delta u_k$  funkcí posledních tří hodnot vzorků  $e_k, e_{k-1}, e_{k-2}$  regulační odchylky. Lze tak vytvořit univerzální platnou diferenční rovnici přírůstkového algoritmu.

$$\Delta u_k = u_k - u_{k-1} = q_0 e_k + q_1 e_{k-1} + q_2 e_{k-2} \quad (38)$$

K této rovnici lze definovat příslušný Z –přenos a to dvojnásobem.

$$G_R(z^{-1}) = \frac{U(z)}{E(z)} = \frac{q_0 + q_1 z^{-1} + q_2 z^{-2}}{1 - z^{-1}} \quad (39)$$

$$G_R(z^{-1}) = \frac{\Delta U(z)}{E(z)} = q_0 + q_1 z^{-1} + q_2 z^{-2} \quad (40)$$

Tab. 3. Alternativní vyjádření přírůstku hodnot integrálů a derivace pro přírůstkové verze číslicových PID regulátorů.

<b>Diskrétní náhrada</b>	<b>LOBD</b>	<b>POBD</b>	<b>LICHO</b>
<b>Přírůstku Integrálu</b> $\nabla I_K = I_k - I_{K-1}$	$T e_k$	$T e_{k-1}$	$T \frac{e_k + e_{k-1}}{2}$
<b>Přírůstku derivace</b> $\nabla D_K = D_k - D_{K-1}$	$\frac{e_k - 2e_{k-1} + e_{k-2}}{T}$	$\frac{e_k - 2e_{k-1} + e_{k-2}}{T}$	$\frac{e_k - 2e_{k-1} + e_{k-2}}{T}$

Pro nalezení optimální hodnoty parametrů  $r_0, T_I, T_D$  určující konstanty  $q_0, q_1, q_2$  lze zjistit na základě libovolně zvolené metody syntézy pro spojité PID regulátory. Přepočty parametrů  $q_0, q_1$  a  $q_2$  těchto číslicových PSD regulátorů z parametrů  $r_0, T_I, T_D$  spojitých PID regulátorů jsou ovšem odlišné.

Tab. 4. Jednotlivé náhrady

Varianty	$q_0$	$q_1$	$q_2$
<i>Zpětná obdélníková náhrada</i>	$r_0 \left( 1 + \frac{T}{T_i} + \frac{T_d}{T} \right)$	$-r_0 \left( 1 + 2 \frac{T_d}{T} \right)$	$r_0 \frac{T_d}{T}$
<i>Dopředná obdélníková náhrada</i>	$r_0 \left( 1 + \frac{T_d}{T} \right)$	$-r_0 \left( 1 + 2 \frac{T_d}{T} - \frac{T}{T_i} \right)$	$r_0 \frac{T_d}{T}$
<i>Lichoběžníková Náhrada</i>	$r_0 \left( 1 + \frac{T}{2T_i} + \frac{T_d}{T} \right)$	$-r_0 \left( 1 + 2 \frac{T_d}{T} - \frac{T}{2T_i} \right)$	$r_0 \frac{T_d}{T}$

Varianty přepočtu parametrů  $r_0, T_i, T_d$  spojitého PID regulátoru na parametry  $q_0, q_1, q_2$  přírůstkového diskrétního PSD regulátoru (T je perioda vzorkování)

Při zkoumání definic hodnot  $q_0, q_1, q_2$  v jednotlivých variantách podle tabulky lze usoudit, že derivační složka výsledné funkce se nejvíc vyskytuje v parametru  $q_2$ . Jehož hodnota je pro všechny varianty shodná. Varianta LOBD se vyznačuje největší hodnotou  $q_0$ , tedy velikost okamžitého přírůstku je u této varianty největší. [12]

## 6.4 Přenos diskrétních regulátorů

U diskrétní verze PID regulátoru nejvíce v přírůstkovém tvaru algoritmu není vztah mezi jednotlivými členy diferenční rovnice a diskrétními ekvivalenty proporcionální, integrační a derivační činnosti tak zřetelné. Pak tedy parametry  $q_0, q_1, q_2$  v rovnici nelze považovat za přímé ekvivalenty parametrů  $r_0, T_i$  a  $T_D$  spojitého regulátoru. [4]

Přenosy diskrétních regulátorů P,S,PS,PD odpovídajících spojitým regulátorům P,I,PI,PD stanovíme ze znalostí přenosů regulátorů PID a PSD :

$$\text{PID: } G_R(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = r_0 + \frac{r_{-1}}{s} + r_1 s = r_0 \left( 1 + \frac{1}{\frac{r_0}{r_{-1}} s} + \frac{r_1}{r_0} s \right) = r_0 \left( 1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s \right) \quad (41)$$

PSD:

$$G_R(s) = \frac{U(z)}{E(z)} = \frac{q_0 + q_1 z^{-1} + q_2 z^{-2}}{1 - z^{-1}} = \frac{r_0 \left( 1 + \frac{T}{T_I} + \frac{T_D}{T} \right) - r_0 \left( 1 + 2 \frac{T_D}{T} \right) z^{-1} + r_0 \frac{T_D}{T} z^{-2}}{1 - z^{-1}} \quad (42)$$

$$P = [PID] \rightarrow T_I = \infty, T_D = 0 \Rightarrow q_0 = r_0, q_1 = -r_0, q_2 = 0 \quad \Rightarrow P: \quad G_R(z) = \frac{q_0 + q_1 z^{-1}}{1 - z^{-1}} = r_0 \quad (43)$$

$$I = [PID] \rightarrow r_0 = 0, T_D = 0 \Rightarrow q_0 = r_{-1} T, q_1 = 0, q_2 = 0 \quad \Rightarrow S: \quad G_R(z) = \frac{q_0}{1 - z^{-1}}$$

$$PI = [PID] \rightarrow T_D = 0 \Rightarrow q_0 = r_0 \left( 1 + \frac{T}{T_I} \right), q_1 = -r_0, q_2 = 0 \quad \Rightarrow PS: \quad G_R(z) = \frac{q_0 + q_1 z^{-1}}{1 - z^{-1}} \quad (44)$$

$$PD = [PID] \rightarrow T_I = \infty \Rightarrow q_0 = r_0 \left( 1 + \frac{T_D}{T} \right), q_1 = -r_0 \left( 1 + 2 \frac{T_D}{T} \right), q_2 = r_0 \frac{T_D}{T} \quad (45)$$

$$\Rightarrow PD: \quad G_R(z) = \frac{q_0 + q_1 z^{-1} + q_2 z^{-2}}{1 - z^{-1}}$$

(46)

Z předchozích vztahů je vidět, že některé diskrétní regulátory mají stejný přenos :

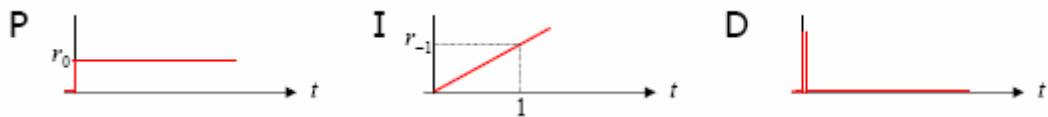
Přenos diskrétních regulátorů P a PS je

$$G_R(z) = \frac{q_0 + q_1 z^{-1}}{1 - z^{-1}} \quad (47)$$

Přenos diskretních regulátorů PD a PSD je

$$G_R(z) = \frac{q_0 + q_1 z^{-1} + q_2 z^{-2}}{1 - z^{-1}} \quad (48)$$

Z důvodu snahy o vyrovnání přechodové charakteristiky diskretního regulátoru k jeho spojité verzi, stanovují se podmínky, které musí parametry  $q_0, q_1, q_2$  splňovat, aby se jednalo o požadovaný typ regulátoru.



Obr. 21. Přechodové charakteristiky  $h(t)$  základních spojitých regulátorů jsou



Obr. 22. Přechodové charakteristiky jejich kombinací

Přechodový PSD regulátor je určen vztahem :

$$u(kT) - u[(k-1)T] = r_0 \left( 1 + \frac{T}{T_I} + \frac{T_D}{T} \right) e(kT) + r_0 \left( -1 - 2 \frac{T_D}{T} \right) e[(k-1)T] + r_0 \frac{T_D}{T} e[(k-2)T] = q_0 e(kT) + q_1 e[(k-1)T] + q_2 e[(k-2)T] \quad (49)$$

Z toho vyplývá

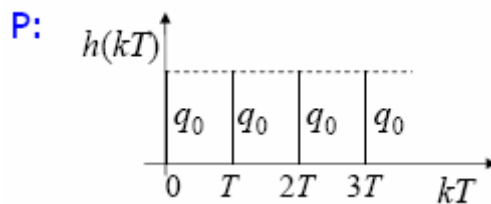
$$\begin{aligned}
 u(kT) &= u[(k-1)T] + r_0 \left( 1 + \frac{T}{T_I} + \frac{T_D}{T} \right) e(kT) + r_0 \left( -1 - 2 \frac{T_D}{T} \right) e[(k-1)T] + r_0 \frac{T_D}{T} e[(k-2)T] = \\
 &= u[(k-1)T] + q_0 e(kT) + q_1 e[(k-1)T] + q_2 e[(k-2)T]
 \end{aligned}
 \tag{50}$$

Diskrétní přechodová charakteristika  $h(kT)$  je odezvou na diskretní jednotkový skok  $\eta(kT)$ , do rovnice 6 dosadíme  $e(kT) = \eta(kT)$  a určíme  $h(kT) = u(kT), k=0,1,2,\dots$

$$\begin{aligned}
 h(0) &= q_0 \\
 h(T) &= 2q_0 + q_1 \\
 h(2T) &= 3q_0 + 2q_1 + q_2 \\
 h(3T) &= 4q_0 + 3q_1 + 2q_2 \\
 h(4T) &= 5q_0 + 4q_1 + 3q_2 \\
 h(5T) &= 6q_0 + 5q_1 + 4q_2 \\
 &\dots
 \end{aligned}
 \tag{51}$$

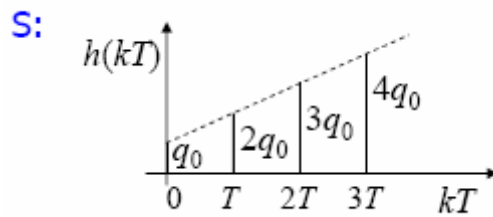
Obecnou podmínkou všech diskretních regulátorů je pravidlo, že první akční zásah musí být kladný tedy  $h(0) = q_0 > 0$ .

$$\begin{aligned}
 \Delta h &= 0 \\
 \Delta h &= h(T) - h(0) = (2q_0 + q_1) - q_0 = \\
 &= q_0 + q_1 \Rightarrow q_0 + q_1 = 0
 \end{aligned}
 \tag{52}$$



Obr. 23. Diskrétní regulátor P

$$\begin{aligned}
 q_1 &= 0, q_2 = 0 \\
 \Delta h &= konst > 0 \\
 \Delta h &= h(T) - h(0) = (2q_0 + 0) - q_0 = \\
 &= q_0 \Rightarrow q_0 > 0
 \end{aligned}
 \tag{53}$$



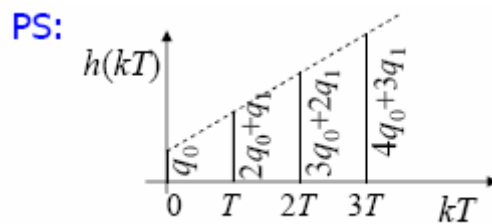
Obr. 24. Diskrétní regulátor S

$$q_2 = 0 \tag{54}$$

$$\Delta h = konst > 0 \tag{)}$$

$$\Delta h = h(T) - h(0) = (2q_0 + q_1) - q_0 =$$

$$= q_0 + q_1 \Rightarrow q_0 + q_1 > 0$$

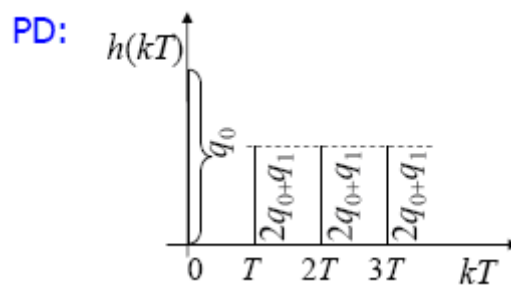


Obr. 25. Diskrétní regulátor PS

$$h(0) > h(T) = h(2T) = h(3T) = \dots > 0 \tag{55}$$

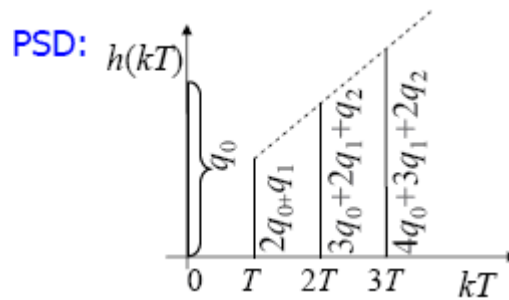
$$\Downarrow \qquad \qquad \qquad \Downarrow \tag{)}$$

$$q_0 > 2q_0 + q_1 \Rightarrow q_0 + q_1 < 0, \quad 2q_0 + q_1 > 0$$



Obr. 26. Diskrétní regulátor PD

$$\begin{aligned}
 h(0) > h(T) &\Rightarrow q_0 > 2q_0 + q_1 \Rightarrow q_0 + q_1 < 0 & (56) \\
 h(2T) - h(T) = h(3T) - h(2T) = \dots = konst > 0 & & ) \\
 \Rightarrow 3q_0 + 2q_1 + q_2 - (2q_0 + q_1) = q_0 + q_1 + q_2 > 0 & &
 \end{aligned}$$

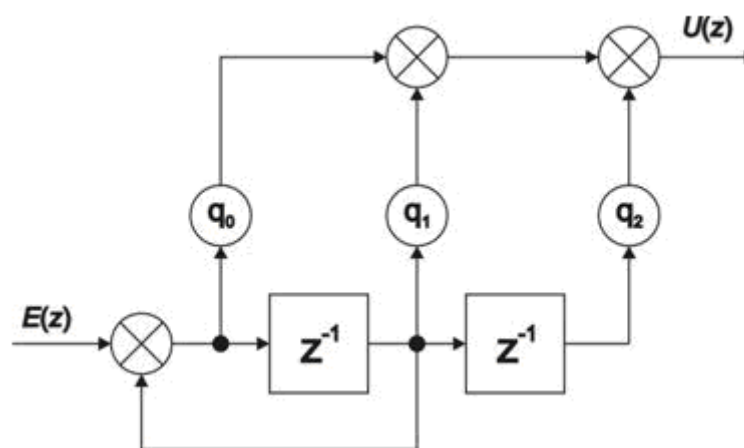


Obr. 27. Diskrétní regulátor PSD

Přímka lineárního nárůstu musí protínat

svislou osu v kladné hodnotě tedy

$$\Rightarrow (2q_0 + q_1) - (q_0 + q_1 + q_2) = q_0 - q_2 > 0 \quad (57)$$



Obr. 28. Obrázek blokové schéma číslicového PID regulátoru pro přírůstkový algoritmus



## 6.5 Modifikace řídicích algoritmů

U diskretních PSD regulátorů probíhá výpočet akčního zásahu přesně podle dané diferenční rovnice. Toto má za následek, že nedojde k přirozenému útlumu velkých a prudkých změn hodnot regulační odchylky a tím i akční veličiny, jak tomu je u analogových regulátorů. V konkrétní technické realizaci spojitě PID funkce dochází totiž ke zpoždění, která jsou svojí velikostí nepodstatná vzhledem k dynamice regulované soustavy, a nemá tedy smysl je řešit. Zpoždění (setrvačnost) ale funguje jako přirozený filtr šumu a to nejvíce jeho složek s vysokou frekvencí i jako zpožďující faktor při skokové změně žádané veličiny, kterou stejně jako ideální skok ve spojitěm čase nelze technicky provést. Proto je nebezpečí vzniku prudkých změn akční veličiny menší u spojitých systémů než u diskretních. Číslicový regulátor dostává a akceptuje skokovou změnu řídicí veličiny jako změnu číselné hodnoty proměnné v programu, k níž podle rovnice

$$\Delta u_k = u_k - u_{k-1} = q_0 e_k + q_1 e_{k-1} + q_2 e_{k-2} \quad (58)$$

Přiřazuje okamžitě novou hodnotu akční veličiny. U regulátoru dochází k velkým změnám akční veličiny prakticky vždy, když se více změní regulační odchylka. a podíl proporcionální a derivační složky na celkové funkci PID je podstatný. Díky šumu, který doprovází signál nesoucí informaci o regulované veličině, dochází k tomu, že přenášený signál je ve skutečnosti zatížen náhodnou chybou. Ve změnách regulační odchylky jsou obsaženy nejenom skutečné změny způsobené změnami žádané veličiny, ale i neskutečné změny dané náhodnými chybami údajů o regulované veličině. Na obojí reaguje regulátor prudkou a často velkou změnou výstupu, která se z praktických důvodů namáhání pohonu se nedoporučuje a je snaha o potlačení.

Aby se zabránilo negativním vlivům prudkých změn regulační odchylky, je užito filtrů, které fyzicky zařadíme před číslicový PSD regulátor nebo se upraví algoritmus samotného číslicového PSD regulátoru daného vztahem:

$$u(kT) - u[(k-1)T] = k_p \left\{ e(kT) - e[(k-1)T] + \frac{T}{T_i} e(kT) + \frac{T_D}{T} \{ e(kT) - 2e[(k-1)T] + e[(k-2)T] \} \right\} \quad (59)$$

Není vhodné aby v tomto vztahu byla zastoupena pouze regulační odchylka  $e(kT)$ . Ve většině případů je žádaná veličina konstantní a při její občasné změně není nutné, aby byla znovu derivována a tato změna vnesla do řízení nevhodný účinek. Tak lze obdržet po úpravě alternativní vztah kde platí vztah

$$\begin{aligned}
 w(kT) &= w = konst & (60) \\
 e(kT) &= w - y(kT) & ) \\
 e[(k-1)T] &= w - y[(k-1)T] \\
 e[(k-2)T] &= w - y[(k-2)T] \\
 e(kT) - e[(k-1)T] &= -y(kT) + y[(k-1)T] \\
 e(kT) - 2e[(k-1)T] + e[(k-2)T] &= -y(kT) + 2y[(k-1)T] - y[(k-2)T]
 \end{aligned}$$

Tet lze definovat alternativní vztah PSD regulátoru.

$$\begin{aligned}
 u(kT) - u[(k-1)T] &= & (61) \\
 = k_p \left\{ -y(kT) + y[(k-1)T] + \frac{T}{T_i} [w(kT) - y(kT)] + \frac{T_D}{T} \{-y(kT) + 2y[(k-1)T] - y[(k-2)T]\} \right\} & )
 \end{aligned}$$

Tento řídicí algoritmus se nazývá Takahashiho algoritmu.

Z uvedených tvarů modifikovaných verzí vyplývá, že průběh akční veličiny se ustálí na  $\Delta u_k = 0$  právě tehdy, když regulační odchylka je nulová tedy proporcionální a derivační složka je nulová i tehdy, když  $y_k$  a  $y_{k-1}$  jsou nulové, aniž musí platit  $y_k = w_k$ .

Potlačení vzniku změn akční veličiny v důsledku diskrétní realizace spojité derivace na šumem zatížené regulační odchylce  $e(kT)$  se provádí přímo v algoritmu náhrady derivace.

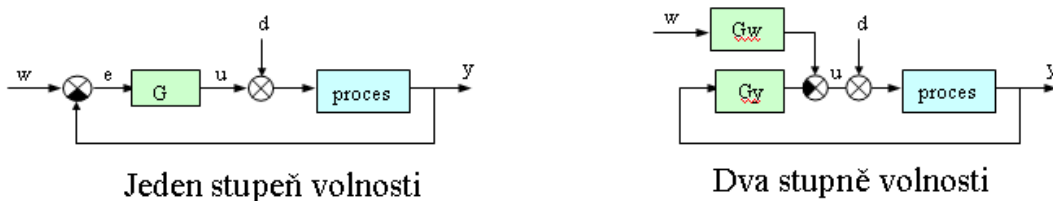
Místo ideální spojité derivace  $T_D \frac{de(t)}{dt}$  se provádí náhrada členem  $T_D \frac{s}{T_1 s + 1}$ , tedy

derivačním členem se setrvačností prvního řádu, který funguje jako filtr. Toto řešení je výhodnější než použití filtru před regulátorem, protože filtrace se týká pouze derivační složky a nevnaší setrvačnost do proporcionální a sumační složky. [5] [8]

### 6.5.1 Algoritmus s dvěma stupni volnosti

V klasické regulační smyčce (obr. 29a) algoritmus PID regulátoru generuje akční veličinu  $u$  na základě regulační odchylky  $e$ . Tato varianta neumožňuje seřadit parametry regulátoru

zvlášť pro optimální potlačení poruchy  $d$  a tedy i pro optimalizaci tvaru odezvy uzavřené smyčky na skokovou změnu požadované hodnoty  $w$ . Je tedy nutné zvolit jistý kompromis mezi těmito rozdílnými požadavky. Z tohoto důvod se u moderních regulátorů využívá tzv. struktura s dvěma stupni volnosti zobrazená na obr. 11b. Obr. 29. a) regulátor s jedním stupněm volnosti; b) regulátor s dvěma stupni volnosti. Regulátor se zde skládá ze dvou bloků  $G_w$  a  $G_y$ . Všimněme si, že změna parametrů bloku  $G_w$  nemá žádný vliv na stabilitu uzavřené smyčky zamění též tvar odezvy na poruchu  $d$ . Jednou z možných variant PID regulátoru s dvěma stupni volnosti je zákon řízení ve tvaru



Obr. 29. Regulátory 1DOF a 2DOF

Obrázek a, regulátor s jedním stupněm volnosti b, regulátor s dvěma stupni volnosti

Regulátor se zde skládá ze dvou bloků  $G_w$  a  $G_y$ . Všimněme si, že změna parametrů bloku  $G_w$  nemá žádný vliv na stabilitu uzavřené smyčky a nemění též tvar odezvy na poruchu  $d$ . Jednou z možných variant PID regulátoru s dvěma stupni volnosti popsaný (Astrom, Haggglund 1995 )

$$u(t) = K \left( bw(t) - y(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau + T_d \frac{d[cw(t) - y(t)]}{dt} \right) \tag{62}$$

$$e = w - y$$

Nebo zobrazen v obrázku

Aby byla zachována požadovaná nulovou regulační odchylka v ustáleném stavu (při konstantních  $w, d$ ). Algoritmus PID regulátoru (30) obsahuje tedy celkem pět parametrů  $K, T_i, T_d, b, c$ . První tři slouží pro optimalizaci potlačení poruchy a zbývající dva pro tvarování odezvy na požadovanou hodnotu, kde  $b$  je váha žádané veličiny  $w$  v proporcionalní složce a  $c$  je váha žádané veličiny  $w$  v derivační složce. Obě váhy se dají

měnit v rozmezí od 0 do 1. Pro  $b=c=1$  se regulační obvod chová jako regulátor s jedním stupněm volnosti.

Filtrace derivační složky

Pokud je regulovaná veličina zatížená regulovaný šumem tak derivační složka může způsobit nežádoucí kmitání akční veličiny . Vyplyvá to z následující úvahy.

Sinusový šum měření

$$n = a \sin \omega \quad (64)$$

způsobí v derivační složce přídavek

$$u_n = kT_d \frac{d_n}{d_t} = akT_d \omega \cos \omega t \quad (65)$$

Odtud plyne, že jestliže šum má dostatečně velkou frekvenci  $\omega$ , potom amplituda akční veličiny může být libovolně velká. Odstranění těchto obtíží se provede jednoduše zařazením filtru 1. řádu. Derivační složka má potom přenos

$$\frac{kT_d s}{\frac{T_d}{N} s + 1} \quad (66)$$

kde  $N$  je parametr určující časovou konstantu  $Td / N$  filtru. Typická hodnota  $N$  leží v intervalu 5 až 20 . S toho plyne, že pro malé hodnoty  $N$  je derivační složka málo významná a PID regulátor je blízký PI regulátoru. [15]

### 6.5.2 Regulátory PID užití v technické praxi

Nejpoužívanější algoritmus regulátoru dvěma stupni volnosti a s vnitřní filtrací v derivační složce bude definován v obraze jako standardní tvar ISA.

$$U(s) = r_0 \left( bw(s) - y(s) + \frac{1}{T_I s} E(s) + \frac{T_D s}{\frac{T_d}{N} s + 1} [cW(s) - Y(s)] \right) \quad (67)$$

Pokud dojde k negativním důsledkům vzniku prudkých a velkých změn regulační odchylky lze čelit tak, že se zařadí zvláštní technické nebo programové opatření před algoritmem vlastního výpočtu diskrétní PID regulační funkce tedy před zpracováním vzorků regulační odchylky, nebo modifikací standardního tvaru číslcového PID algoritmu tak, že některé z filtračních nebo zpožďovacích opatření tvoří přímo součást algoritmu.

Teoretický základ pro tato řešení poskytuje regulátor se dvěma stupni volnosti. Aplikuje se modifikace podle Takahašihovo, která byla získána ze vzorce :

$$U(s) = r_0 \left( bw(z) - y(z) + \frac{T}{T_I} \frac{z-1}{z} E(z) + \frac{T_D}{T} \frac{z-1}{z} [cW(z) - Y(z)] \right) \quad (68)$$

Algoritmus číslcové regulace typu PSD se zpětnou obdélníkovou sumací se dvěma stupni volnosti a s filtrací derivační složky je získán z odpovídajícího algoritmu analogové verze substitucí

$$s = \frac{(1-z)}{T} \quad (69)$$

Po převedení do časové oblasti a delších úpravách se získá :

$$u(k) = a_1 u(k-1) + \alpha a_2 u(k-2) + b_0 w(k) + b_1 w(k-1) + \alpha b_2 w(k-2) + c_0 y(k) + c_1 y(k-1) + \alpha c_2 y(k-2)$$

Kde

$$a_1 = \frac{2\alpha T_D + T}{\alpha T_D + T}, \quad a_2 = -\frac{T_D}{\alpha T_D + T} \quad (70)$$

$$b_0 = r_0 \left( b + \frac{T}{T_I} - a_2 c \right), \quad b_1 = -r_0 \left( a_1 b - \alpha a_2 \frac{T}{T_I} - 2a_2 c \right), \quad b_2 = -a_2 r_0 (\alpha b + c) \quad (71)$$

$$c_0 = -r_0 \left( 1 + \frac{T}{T_I} - a_2 \right), \quad c_1 = r_0 \left( a_1 - \alpha a_2 \frac{T}{T_I} - 2a_2 \right), \quad c_2 = a_2 r_0 (\alpha + 1) \quad (72)$$

Tento algoritmus je číslicová analogie PID regulátoru s dvěma stupni volnosti standardního tvaru ISA, ve které je použita zpětná obdélníková sumace a filtrace diferenční složky. Při vhodné volbě vah  $0 < b < 1, 0 < c < 1$  lze podstatně potlačit vliv prudkých změn žádané veličiny  $w$  na regulační pochod. Pro  $b=c=1$  regulátor má pouze jeden stupeň volnosti, a proto jeho seřízení musí být kompromisem jak z hlediska žádané veličiny  $w$  a poruchové veličiny  $d$  působící na výstupu regulované soustavy, tak i z hlediska poruchové veličiny  $v$  působící na vstup regulované soustavy. Pro  $b=c=0$  se získá modifikace podle Takahašiho. Správná činnost diferenční složky bude zajištěna vhodnou volbou  $0,05 \leq \alpha \leq 0,2$ .

## 7 PROGRAMOVÁ PODPORA MATLAB

Matlab je interaktivní systém pro vědecké a technické výpočty založený na práci s maticemi. Umožňuje řešit velkou oblast numerických problémů a to i bez nutnosti programovat vlastní program. Pojmenování matlab vzniklo zkrácením MATrix LABoratory.

Předchůdce dnešního matlabu vznikl jako interaktivní nadstavba pro usnadnění práce s knihovnami LINPACK a EISPACK pro práci s maticemi. Elementárním typem byly matice, které na rozdíl od většiny jiných systémů a jazyků nevyžadovali nastavování dimenzí. Dnešní matlab je mnohem více nežli nadstavba maticové knihovny. Systém obsahuje vlastní interpret jazyku matlab, ve kterém lze připravit jak dávkové soubory, tak definovat i nové funkce. Tyto funkce se mohou uvažovat přímo z textové podoby souborů nazývaných m-file nebo z předpracované podoby p-file. Systém dále umožňuje přidávat moduly soubory mex-file zkompileované do strojového kódu procesu. Jazykem zdrojových souborů může být jazyk C,C++ a další. Matlab má k dispozici velmi silnou podporu pro tvorbu uživatelského prostředí a vizualizaci dat. Základní funkce umožňuje vizualizaci 2D a 3D dat v grafech s možnostmi volit parametry, které lze doplnit legendou a popisy os.

Nejdůležitější částí programu matlab jsou (knihovny) funkcí ve skutečnosti adresáře s m a mex soubory, které se nazývají toolboxy. Toolboxy obsahují vždy uceleným způsobem včetně dokumentace a příkladu zpracování určitý obor numerické matematiky, analytické matematiky, statistické, systémového přístupu k regulacím a další obory, ve kterých nachází Matlab uplatnění.

Uplatnění systému v typických oblastech pro jeho použití:

Matematické výpočty

Vývoj algoritmu

Modelování a simulace

Analýza dat a simulace

Simulink postupně přerostl z knihovní funkce určené k simulaci jednoduchých lineárních spojitých a diskrétních systémů v samostatný subsystém s dokonalým uživatelským rozhraním. Základem toolboxu simulinku jsou bloky, které reprezentují základní dynamické systémy. Propojení signálových vstupů a výstupů těchto bloků vznikají modely složitých systémů. Libovolnou skupinu bloků lze uzavřít do subsystému a určit tak externí vstupy a výstupy této skupiny.

Interaktivní způsob tvorby a simulace modelů se spouští z příkazové řádky systému matlab příkazem simulink. Po spuštění je vytvořeno okno pro tvorbu nového modelu a okno obsahující základní nabídku otvírání knihoven zdrojů signálu, základních spojitých, diskrétních a nelineárních bloků a bloků pro zobrazování a ukládání signálů. Pod touto interaktivní obálkou se skrývá systém velmi podobný grafickému subsystému s obdobnými funkcemi simget a simset. Další vrstva funkcí umožňuje již komfortnější neinteraktivní tvorbu modelů systému.

Základní a již dále nedělitelné jsou pouze bloky obsahující s-funkce. Jedná se o zabudované funkce, mex-soubory a nebo o obvykle interpretované funkce uložené v m-souborech. Tyto funkce mají předepsané parametry a chování pro různé druhy volání. Pro spojité systémy v jednoduchosti informují o okamžitých hodnotách derivace a výstupu bloků pro diskrétní bloky o příštích hodnotách výstupu při zadaných vstupních hodnotách.

Simulink dokáže simulovat smíšené systémy obsahující spojité části, diskrétní části i s různými periodami vzorkování a posunutými okamžiky vzorkování. Je schopen simulovat i nelineární bloky a aproximovat chování systému obsahující algebraické smyčky, na které ovšem před simulací upozorňuje.

Dynamické vlastnosti lineárních částí lze popisovat komplexními přenosy, maticemi systému nebo přímo použít bloky reprezentující přímo sčítání, integraci, derivaci násobení konstantou a další základní operace. V knihovně nelineárních bloků jsou předdefinovány paměťové bloky, přepínače, reléové charakteristiky, násobení a dělení signálu, zdroje hodinových impulsů a mnoho dalších.

Control systém toolbox



je zavedení lineárních časově invariantních objektů LTI, což jsou struktury popisující jednorozměrové a mnohorozměrové lineární systémy. Do LTI lze kromě popisu struktury systému uložit i mnoho dalších vlastností, jako vzorkovací frekvence, dopravní zpoždění, pojmenování vstupních a výstupních signálů a další uživatelská data. Tyto informace lze samozřejmě editovat a ukládat v kterémkoli časovém okamžiku a tak přehledně dokumentovat jednotlivé stavy systému během experimentu. LTI umožňuje uživateli pracovat s přenosy systémů, se stavovým prostorem i s popisy pomocí pólů a nul systému. Vestavěný grafický LTI Viewer poskytuje nástroje na analýzu odezvy systému, jako jsou přechodová charakteristika, frekvenční charakteristiky v logaritmických souřadnicích i komplexní rovině, zobrazení pólů a nul a další.

#### System Identification toolbox

Je určen pro vytváření matematických modelů systémů z naměřených dat. Poskytuje nástroje pro vytvoření matematických modelů dynamických systémů založené na sledování vstupních a výstupních dat.

#### Optimization toolbox

Používá se pro minimalizaci a maximalizaci funkcí. Obsahuje funkce určené pro minimalizaci funkcí. Obsahuje funkce určené pro minimalizaci nebo maximalizaci obecných nelineárních funkcí.

#### Signal processing toolbox

Tento nástroj je určen ke zpracování signálu. Podporuje široké pole operací ke zpracovávání signálu od generování časových průběhů signálu po návrh filtrů a jejich implementaci, parametrické modelování a spektrální analýzu. Toolbox nabízí dvě kategorie nástrojů a to funkce pro zpracování signálů a grafické interaktivní nástroje. [14]

## 8 OPTIMÁLNÍ SEŘÍZENÍ PARAMETRŮ REGULÁTORU S PEVNĚ DANOU STRUKTUROU

Pro nalezení optimálního seřízení parametrů regulátoru vytvořených jako různé kombinace proporcionální, integrační a derivační činnosti byla stanoveno mnoho postupů a to za pomoci grafů, vzorců a tabulek. Velká část vyžaduje znalost matematického modelu regulované soustavy. V technické praxi bývá znalost nebo možnost odvození matematického modelu regulované soustavy bývá omezena. Používají se empirická seřizovací pravidla, jejich nejznámější představitel je metoda Ziegler - Nichols. Protože parametry diskrétního PSD regulátoru jsou vázány přepočtovými vztahy s parametry spojitého regulátoru, lze užít pravidel pro nastavení spojitých regulátorů.

Ziegler-Nikolsovy Metody se používají pro vstupní seřízení regulátoru, protože dávají při skokové změně hodnoty žádané veličiny poměrně velký překmit na přechodové charakteristice v rozmezí 10% až 60% v průměru pro různé regulované soustavy překmit je ve výši 25%. Seřízení regulátoru Ziegler -Nichols metodami bývá příznivé při stabilizující regulaci tedy pokud má regulátor dán úkol rychle odstranit vliv poruchových veličin působících na vstupu regulované soustavy. [4]

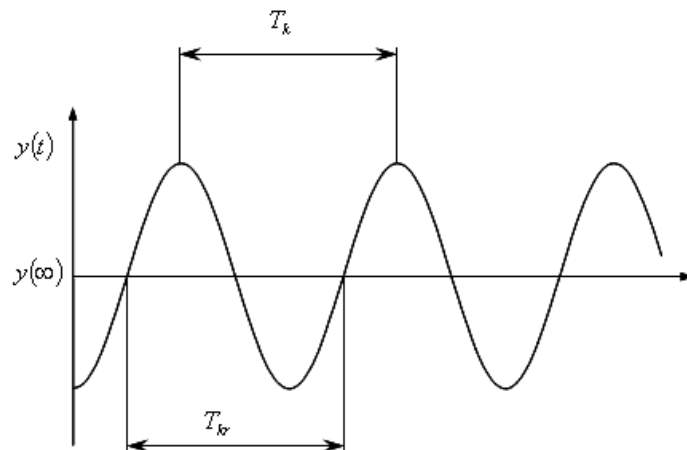
### 8.1 Ziegler –Nichols metoda kritického zesílení

Základním myšlenkou metody je přivést regulační obvod do kritického stavu tedy na hranici stability, přičemž regulátor pracuje jenom s proporcionální složkou za předpokladu, že integrační a derivační složky jsou vyřazeny nastavením :

$$T_I = \infty \text{ a } T_D = 0 \text{ tedy } r_1 = 0 \text{ a } r_2 = 0 \quad (73)$$

Kritického stavu bylo dosaženo to tak, že se postupně zvyšuje zesílení regulátoru  $k_p$ , až obvod začne kmitat s konstantní amplitudou (dosáhne kmitavé meze stability. Zesílení regulátoru při kterém k tomu došlo, se nazývá kritické zesílení  $k_r = k_{rp}$  neboli  $r_0 = r_{0k}$  a periodu kritických kmitů  $T = t_k$ . Z těchto kritických parametrů jsou pak na základě empirických vztahů vypočítány hodnoty parametrů P, I, D složky  $r_0, T_I, T_D$ . Za pomoci

tabulky vypočteme doporučené seřízení regulátoru. Při zesílení regulátoru se postupuje opatrně, protože náhlé a velké zesílení by mohlo vést k destrukci seřizované soustavy. Je snaha vyvolat malé ustálené kmity neohrožující soustavu.



Obr. 30. Periodu kritických kmitů

Konstanty regulátoru nastavíme s využitím hodnot  $k_{pk}$  a  $T_k$ . Seřízení spojitého regulátoru za pomoci kritických hodnot regulátoru.

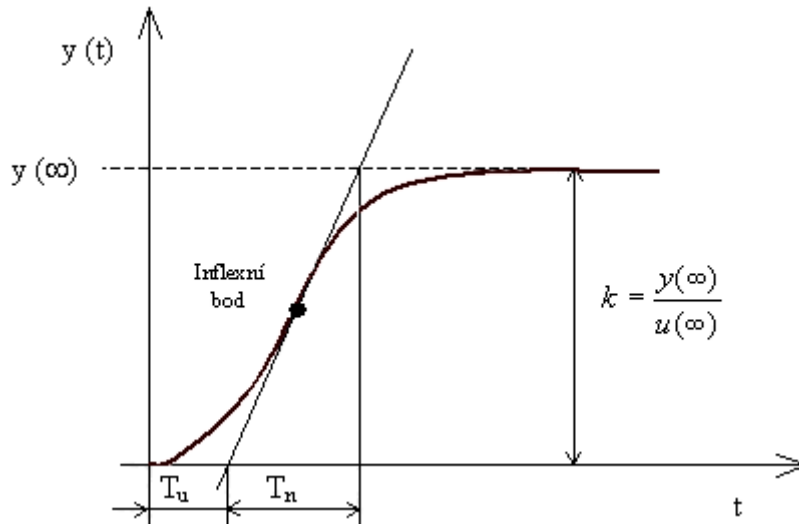
Tab. 5. Optimální hodnoty stavitelných parametrů analogového regulátoru

Typy regulátorů	$k_p$	$T_I$	$T_D$
<b>P</b>	0,5 $k_{pk}$	.....	.....
<b>PI</b>	0,45 $k_{pk}$	0,8 $T_k$	.....
<b>PD</b>	0,6 $k_{pk}$	.....	0,06 $T_k$
<b>PID</b>	0,6 $k_{pk}$	0,5 $T_k$	0,12 $T_k$

### 8.1.1 Zieglerova-Nicholsova metoda přechodové charakteristiky

Tato metoda syntézy soustavy vychází ze znalosti průběhu přechodové charakteristiky, je použita pro soustavy s aperiodickým průběhem odezvy tedy bez překmitu. Kde tečna

vedená inflexním bodem vymezuje na časové ose dobu průtahu  $T_u$  a dobu náběhu  $T_n$ . Z těchto hodnot jsou pak určeny hodnoty parametrů.  $r_0, T_I, T_D$ . [8]



Obr. 31. Určení doby průtahu  $T_u$  a doby náběhu  $T_n$

Tab. 6. zesílení a přechodové charakteristiky

Typy regulátorů	$k_p$	$T_I$	$T_I$
<b>P</b>	$\frac{T_n}{T_u \cdot k_1}$	.....	.....
<b>PI</b>	$0,9 \cdot \frac{T_n}{T_u \cdot k_1}$	$3,5 \cdot T_u$	.....
<b>PD</b>	$1,2 \cdot \frac{T_n}{T_u \cdot k_1}$	.....	$2,5 \cdot T_u$
<b>PID</b>	$1,25 \cdot \frac{T_n}{T_u \cdot k_1}$	$2 \cdot T_u$	$0,5 \cdot T_u$

Seřízení číslicových regulátorů z kritických hodnot regulátoru a z průběhu přechodových charakteristik regulované soustavy.

Takahashi a Čan a Auslender odvodili diskretní verzi seřizovacích pravidel podle ziegler-nicholse . V převzaté podobě jsou uvedeny v tabulce,ale musí platit pro modifikovaný přírůstkový algoritmus ve tvaru :

$$\begin{aligned} u(kT) - u[(k-1)T] &= \\ &= k_p \left\{ e(kT) - e[(k-1)T] + \frac{T}{T_I} e(kT) + \frac{T_D}{T} \{ e(kT) - 2e[(k-1)T] + e[(k-2)T] \} \right\} \end{aligned} \quad (74)$$

kde  $e(kT) = w(kT) - y(kT)$

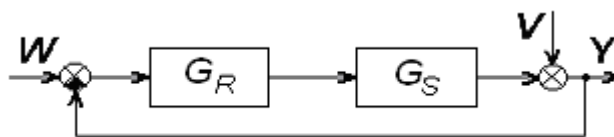
$y(kT)$  jsou vzorkované hodnoty regulované veličiny a  $w(kT)$  jsou diskretní hodnoty regulované veličiny a dále  $k_s$  statické zesílení regulované soustavy.

Přepočtové vztahy:

$$k_p = K_p, T_I = \frac{K_p T}{K_I}, T_D = \frac{K_D T}{K_p} \quad (75)$$

### 8.1.2 Metoda požadovaného modelu

Metoda požadovaného modelu nazývaná také metoda inverzní dynamiky je velmi jednoduchá a účinná. Umožňuje seřízení jak číslicových, tak i analogových konvekčních regulátorů při zajištění nulové trvalé regulační odchylky na skok polohy žádané veličiny  $w$  nebo poruchové veličiny  $v$  působící na vstupu regulované soustavy.



Obr. 32 Regulační obvod

Tato metoda je vhodná pro regulované soustavy s dopravním zpožděním, které může být výrazně dominantní. Umožňuje seřídit pro danou regulovanou soustavu doporučený regulátor tak, aby byl zajištěn požadovaný relativní překmit přechodové charakteristiky regulačního obvodu  $k$  zvolený v rozmezí od 0 do 50 %, což je pro praktické účely zcela dostačující.

Prvotní předpoklad je založen na použití standardních analogových a číslicových regulátorů s odpovídajícím L a Z přenosy v souladu s tabulkou.

Tab. 7. Přenosy standardních regulátorů

Typy regulátorů	Analogový Regulátor	Číslicový regulátor
<b>P</b>	$k_p$	$k_p$
<b>I</b>	$\frac{1}{T_I s}$	$\frac{T}{T_I} \frac{z}{z-1}$
<b>PI</b>	$k_p \left( 1 + \frac{1}{T_I s} \right)$	$k_p \left( 1 + \frac{T}{T_I} \frac{z}{z-1} \right)$
<b>PD</b>	$k_p (1 + T_D s)$	$k_p \left( 1 + \frac{T_D}{T} \frac{z-1}{z} \right)$
<b>PID</b>	$k_p \left( 1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s \right)$	$k_p \left( 1 + \frac{T}{T_I} \frac{z}{z-1} + \frac{T_D}{T} \frac{z-1}{z} \right)$

Seřízení regulátoru metodou inverze dynamiky vyžaduje, aby obrazový přenos regulované soustavy byl ve standardním tvar

Tab. 8. Vztahy pro výpočet stavitelných parametrů regulátoru

Regulovaná soustava přenos		Regulátor				
		Analogový $T = 0$		Číslicový $T > 0$		
		TYP	$k_p$		$T_I$	$T_D$
			$T_d = 0$	$T_d > 0$		
1	$\frac{k_1}{s} \cdot e^{-T_d s}$	<b>P</b>	$\frac{2}{k_1(2T_w + T)}$	$\frac{a}{k_1}$	...	...
2	$\frac{k_1}{T_1 s + 1} \cdot e^{-T_d s}$	<b>PI</b>	$\frac{2T_I}{k_1(2T_w + T)}$	$\frac{aT_I}{k_1}$	$T_1 - \frac{T}{2}$	...
3	$\frac{k_1}{s(T_1 s + 1)} \cdot e^{-T_d s}$	<b>PD</b>	$\frac{2}{k_1(2T_w + T)}$	$\frac{a}{k_1}$	...	$T_1 - \frac{T}{2}$

<b>4</b>	$\frac{k_1}{(T_1s+1)(T_2s+1)} \cdot e^{-T_d s}$ $T_1 \geq T_2$	<b>PID</b>	$\frac{2T_I}{k_1(2T_w + T)}$	$\frac{aT_I}{k_1}$	$T_1 + T_2 - T$	$\frac{T_1 T_2}{T_1 + T_2} - \frac{T}{4}$
<b>5</b>	$\frac{k_1}{T_0^2 s^2 + 2\xi_0 T_0 s + 1} \cdot e^{-T_d s}$ $0,5 < \xi_0 \leq 1$	<b>PID</b>	$\frac{2T_I}{k_1(2T_w + T)}$	$\frac{aT_I}{k_1}$	$2\xi_0 T_0 - T$	$\frac{T_0}{2\xi_0} - \frac{T}{4}$

V tabulce je :

$T$  = vzorkovací perioda

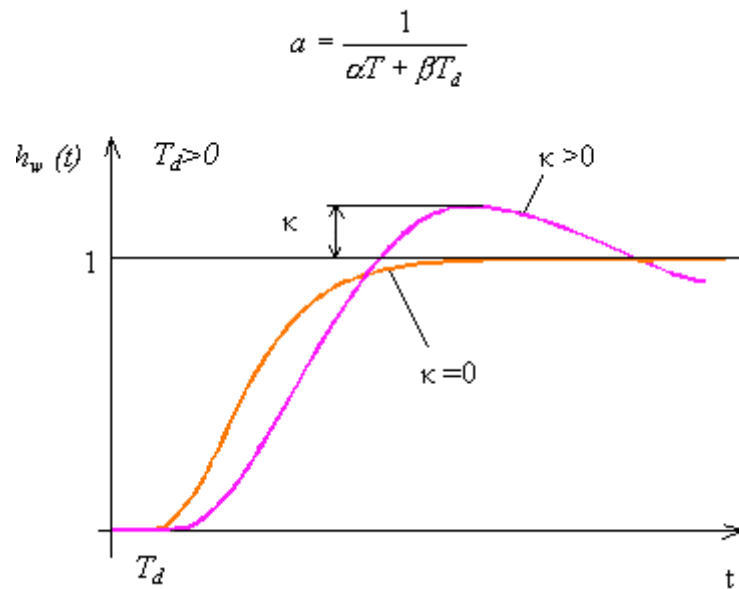
$T_w$  = časová konstanta uzavřeného regulačního obvodu bez dopravního zpoždění

$a$  = experimentálně zpřesněné zesílení otevřeného regulačního obvodu s dopravním zpožděním a číslicovým regulátorem pro požadovaný překmit.

### 8.1.3 Postup seřízení regulátoru metodou inverzní dynamiky

- 1, Identifikace soustavy určení jejího obrazového přenosu
- 2, Posouzení zda  $G(s)$  je ve tvaru vhodném pro použití této metody.
- 3, K dané soustavě s přenosem  $G(s)$  přiřadíme odpovídající typ regulátoru podle tabulky a vypočtou se jednotlivé stavitelné parametry regulátoru.

Koeficient  $a$  se používá pro výpočet  $k_p$  u soustavy s dopravním zpožděním  $T_D$ , a jeho hodnota je závislá na zvoleném relativním překmitu  $k$  uzavřeného regulačního obvodu.



Obr. 33. Přechodová charakteristika uzavřeného regulačního obvodu s dopravním zpožděním

Pro analogový regulátor ( $T=0$ ) je koeficient  $\alpha$  roven :

$$\alpha = \frac{1}{\beta T_d} \tag{76}$$

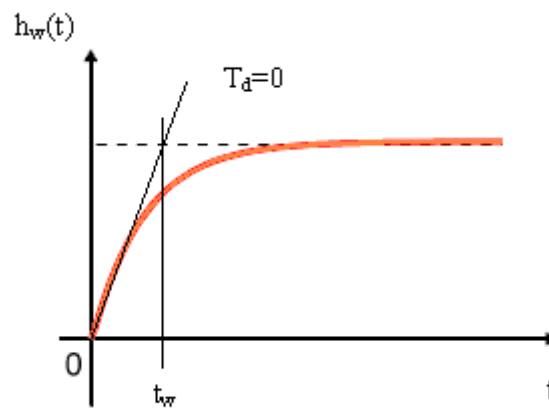
Tab. 9. Tabulka stanovení koeficientů  $\alpha$  a  $\beta$  pro relativní překmit  $k$

$k$	0	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50
$\alpha$	1,282	0,984	0,884	0,832	0,763	0,697	0,669	0,640	0,618	0,599	0,577
$\beta$	2,718	1,944	1,720	1,561	1,437	1,337	1,248	1,172	1,104	1,045	0,992

U soustavy bez dopravního zpoždění  $T_d=0$ , vznikne aperiodický průběh odezvy uzavřeného regulačního obvodu, tedy bez relativního překmitu  $k$ . Dynamika přechodového děje je pak závislá na hodnotě zvolené časové konstanty  $t_w$ . obr dole

Volba časové konstanty  $t_w$  je volena s ohledem na omezení akční veličiny, tedy s ohledem na maximální nastavitelnou hodnotu zesílení regulátoru  $k_p(\max)$ .





Obr. 34. Přejchodová charakteristika uzavřeného regulačního obvodu bez dopravního zpoždění.

Přesnost seřízení je okolo 5% u diskretních regulátorů a u spojitých regulátorů je značně lepší. Požadovaný průběh je možno vylepšit vhodnou úpravou zesílení regulátoru  $k_p$ . Při volbě vzorkovací periody  $T$  u číslicových regulátorů je třeba dodržet podmínky

Potom je  $t_{0,95}$  doba, za kterou přechodová charakteristika regulované soustavy  $h_s(t)$  dosáhne 95% své ustálené hodnoty,  $T_d$ -dopravní zpoždění regulované soustavy. [8]

## **II. PRAKTICKÁ ČÁST**

## 9 SIMULACE SPOJITÝCH A DISKRÉTNÍCH REGULÁTORŮ

V této části práce se postupně navrhnu parametry regulátorů pro vybrané metody syntézy. Pro níže uvedené typy regulovaných soustav bude proveden návrh parametrů regulátorů. Vypočtené parametry regulátoru se budou simulovat v programu MATLAB/Simulink. Schémata regulačních obvodů jsou uvedena níže.

$$\text{č. 1} \quad G(s) = \frac{1,5}{(0,5s + 1)(8s + 1)} \quad (77)$$

$$\text{č. 2} \quad G_s(s) = \frac{1}{(0,25s + 1)(1s + 1)} e^{-0,5s} \quad (78)$$

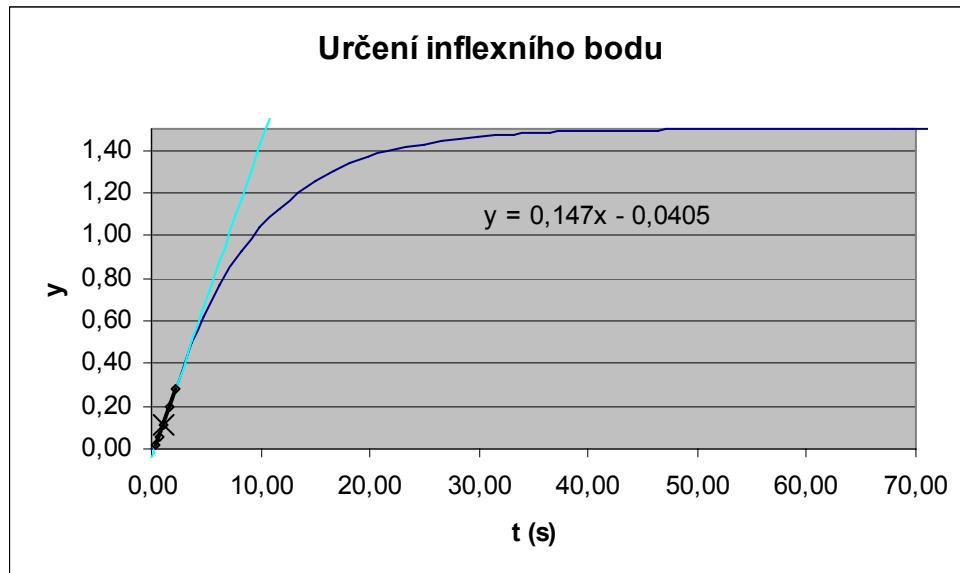
$$\text{č. 3} \quad G_s(s) = \frac{-0,5 + 1}{1s^2 + 2s + 1} \quad (79)$$

### 9.1 Vybrané metody syntézy

#### 9.1.1 Nastavení parametrů regulátoru metodou vycházející z přechodové charakteristiky regulované soustavy

**Vypočet PID regulátoru pro regulovanou soustavu č. 1**

$$G(s) = \frac{K}{(T_1s + 1)(T_2s + 1)} = \frac{1,5}{(0,5s + 1)(8s + 1)} = \frac{0,375}{(s + 2)(s + 0,125)} \quad (80)$$



Obr. 35. Přebodová charakteristika pro soustavu č. 1

Z přebodové charakteristiky bylo určeno doba náběhu  $T_n$  a doba průtahu  $T_u$

$$T_n = 10,48$$

$$T_u = 0,275$$

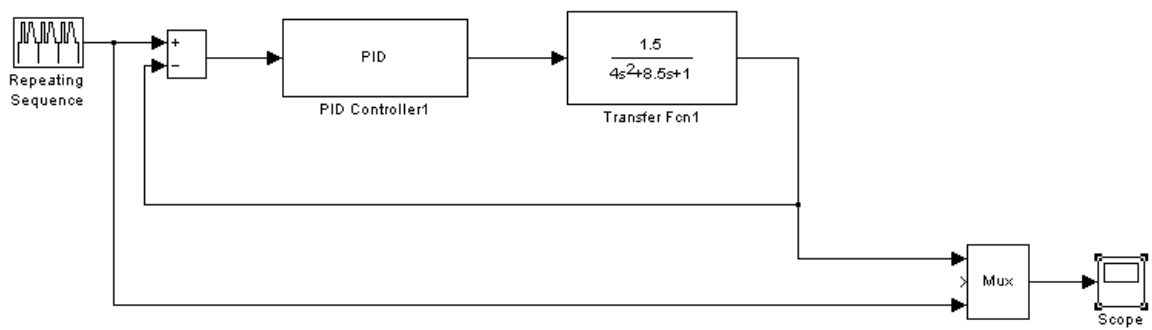
Za pomoci tabulky Optimální hodnoty stavitelných parametrů regulátoru byly vypočteny následující hodnoty.

$$T_I = 0,55$$

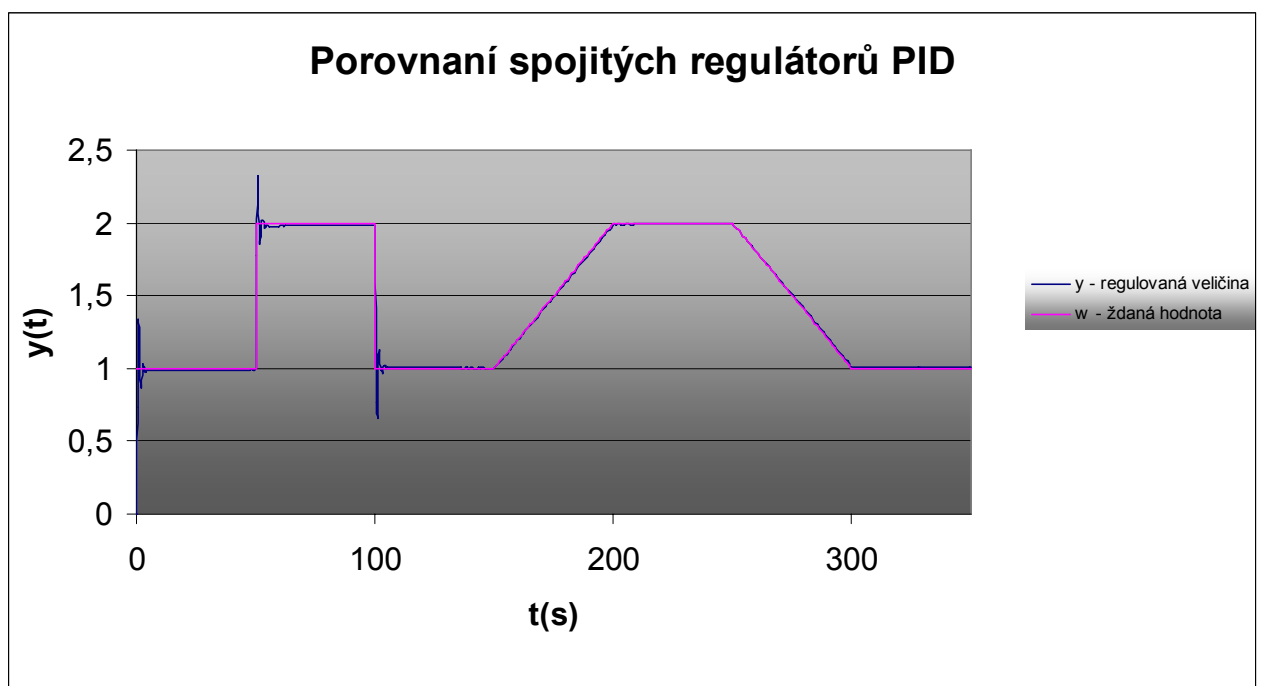
$$T_D = 0,1375$$

$$K_r = 31,757$$

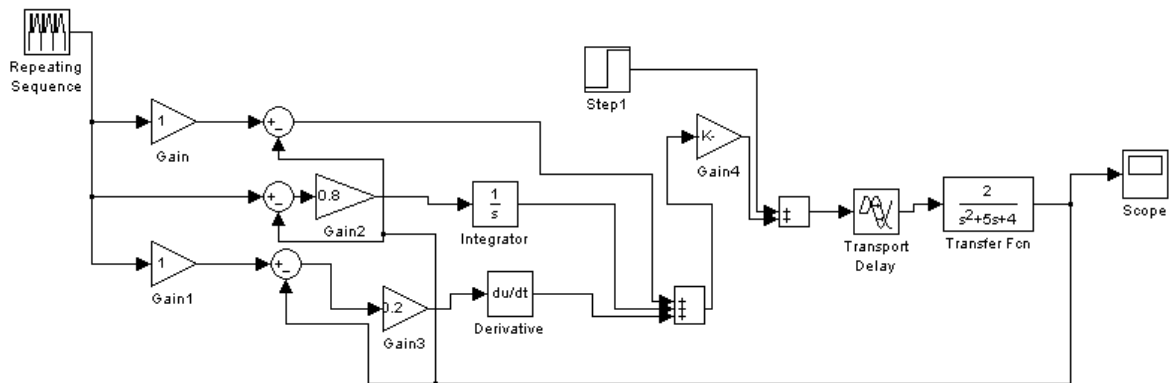
$$G_R(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = r_0 \left( 1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s \right) \quad (81)$$



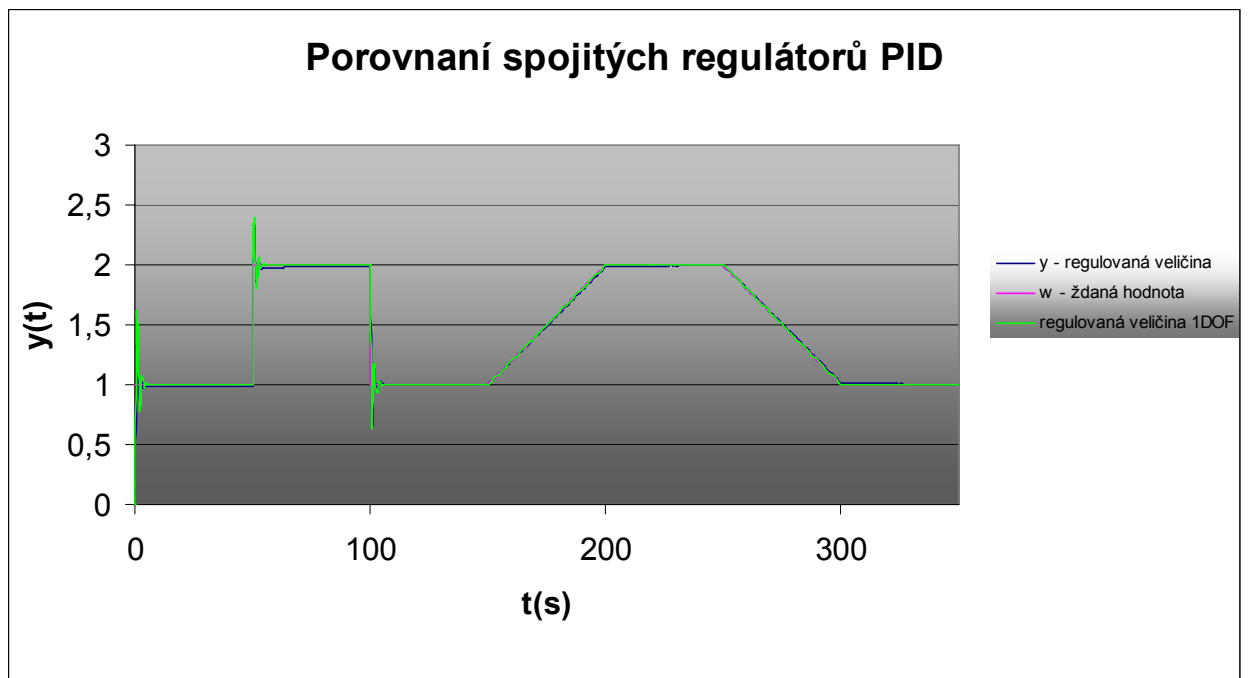
Obr. 36. Simulační schéma v prostředí simulink pro PID a soustavu č. 1



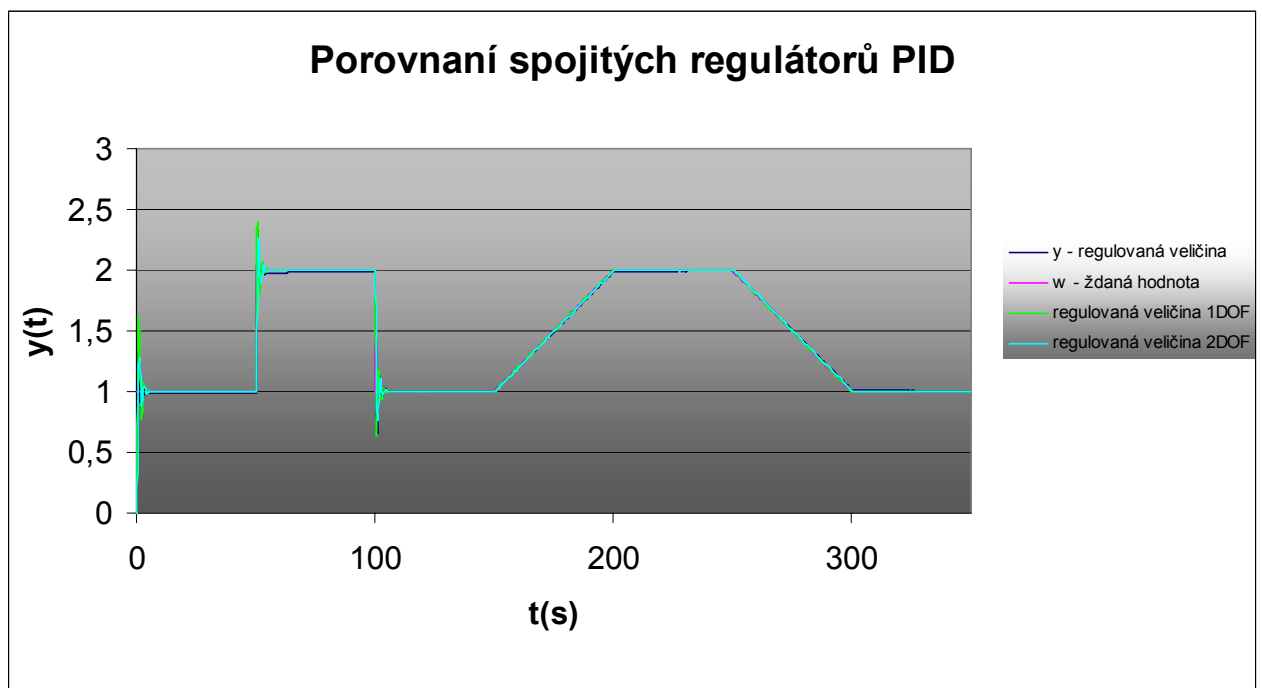
Obr. 37. Průběh regulace pro PID regulátor nastavený metodou vycházející z přechodové charakteristiky pro regulovanou soustavu č. 1



Obr. 38. Simulační schéma v prostředí simulink pro navrženou metodu 1DOF a 2DOF soustavu č. 1



Obr. 39. Průběhy regulace soustavy řízené regulátorem navrženým metodou 1DOF s parametry vah  $b=c=1$



Obr. 40. Průběhy regulace soustavy řízené regulátorem navrženým metodou 2DOF s parametry vah  $b=0,3$ ,  $c=0$

### 9.1.2 Výpočet PSD regulátoru pro regulovanou soustavu č. 1

PSD regulátor s nastavením konstant podle Ziegler-Nicholse, konstanty jsou užity pro Takahashiho PSD regulátor.

Perioda vzorkování byla určena  $T=2$ . 1s

$$G(s) = \frac{b_0 + b_1 \cdot z^{-1} + b_2 \cdot z^{-2}}{a_0 + a_1 \cdot z^{-1} + a_2 \cdot z^{-2}} = \frac{0,2709z^{-1} + 0,0702z^{-2}}{1 - 0,7841z^{-1} + 0,0115z^{-2}} \quad (82)$$

$$b_1 = 0,2709$$

$$b_2 = 0,0702$$

$$a_1 = -0,7841$$

$$a_2 = 0,0115$$

$$r_1 = \frac{1 - a_2}{b_2} = \frac{1 - 0,0115}{0,0702} = 14,081 \quad (83)$$

$$r_2 = \frac{a_1 - a_2 - 1}{b_2 - b_1} = \frac{-0,7841 - 0,0115 - 1}{0,0702 - 0,2709} = 8,9466$$

$$b = b_1 r_1 + a_1 = 0,2709 * 8,9466 - 0,7841 = 1,6395$$

$$c = b_2 r_1 + a_2 = 0,0702 * 8,9466 + 0,0115 = 0,6395$$

$$b^2 - 4c > 0$$

$$T_k = 2 * T = 4,2$$

$$b^2 - 4c > 0$$

$$K_{PK} = r_2 = 8,9466$$

$$K_I = \frac{1,2 * K_{PK} * T}{T_K} = \frac{1,2 * 8,9466 * 2,1}{4,2} = 5,3679$$

$$K_P = 0,6 * K_{PK} - \frac{K_I}{2} = 0,6 * 8,9466 - \frac{5,3679}{2} = 2,68401$$

$$K_D = \frac{3 * K_{PK} * T_K}{40 * T} = \frac{3 * 8,9466 * 4,2}{40 * 2,1} = 1,34199$$



$$\begin{aligned}
 T_I &= \frac{K_p * T}{K_i} = \frac{2,68401 * 2,1}{5,3679} = 1,05s \\
 T_D &= \frac{K_d * T}{K_p} = \frac{1,34199 * 2,1}{2,68401} = 1,05s \\
 &= \frac{T_I}{T_D} = 1
 \end{aligned}
 \tag{85}$$

$$\begin{aligned}
 r_0 &= K_P, \quad T_I = \frac{r_0 T_v}{K_I}, \quad T_D = \frac{K_D T_v}{r_0} \\
 r_0 &= 2,68401, \quad T_I = 1,05, \quad T_D = 1,05
 \end{aligned}
 \tag{86}$$

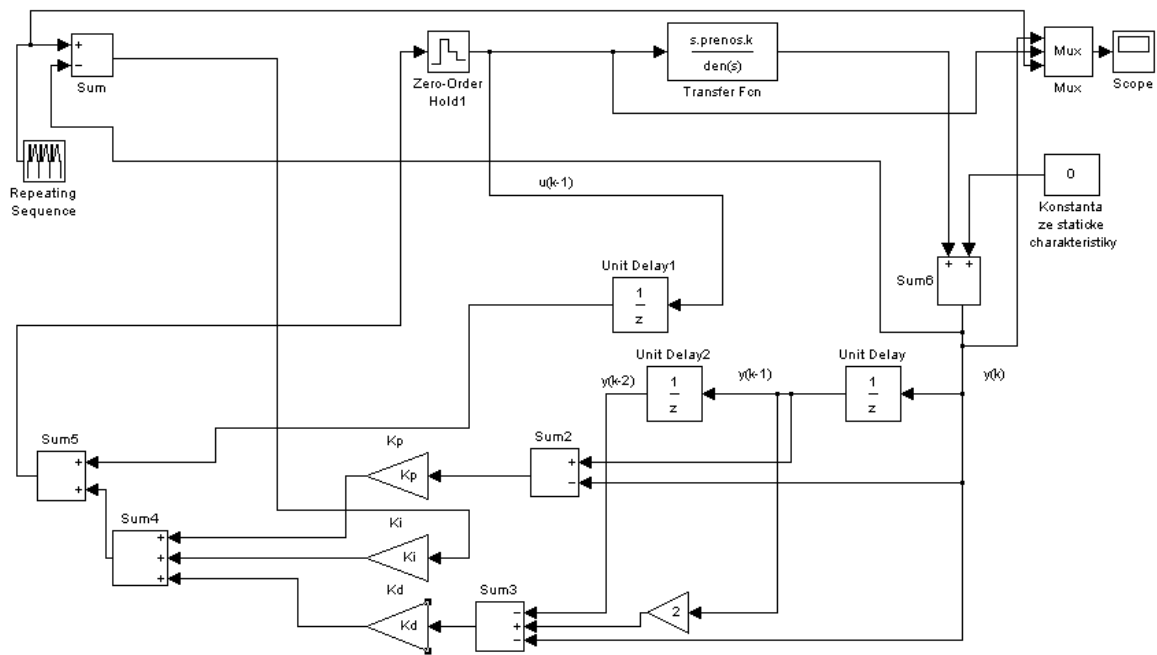
Takahashiho modifikace PSD regulátoru:

$$\Delta u_k = u_k - u_{k-1} = r_0 \left( y_{k-1} - y_k + \frac{T_v}{T_I} (w_k - y_k) + \frac{T_D}{T_v} (-y_{k-2} + 2y_{k-1} - y_k) \right)
 \tag{87}$$

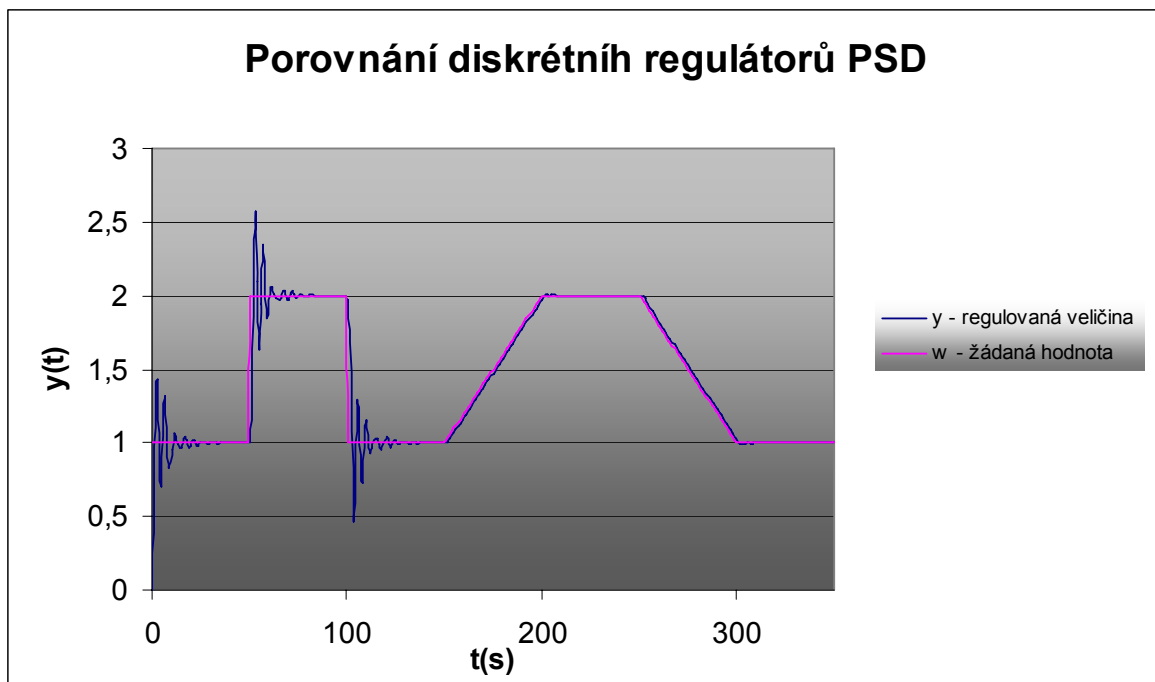
$$\underline{\Delta u_k = u_k - u_{k-1} = 2,68401(y_{k-1} - y_k + 2(w_k - y_k) + 0,5(-y_{k-2} + 2y_{k-1} - y_k))}$$

Podle tabulky bylo užito ZOBD

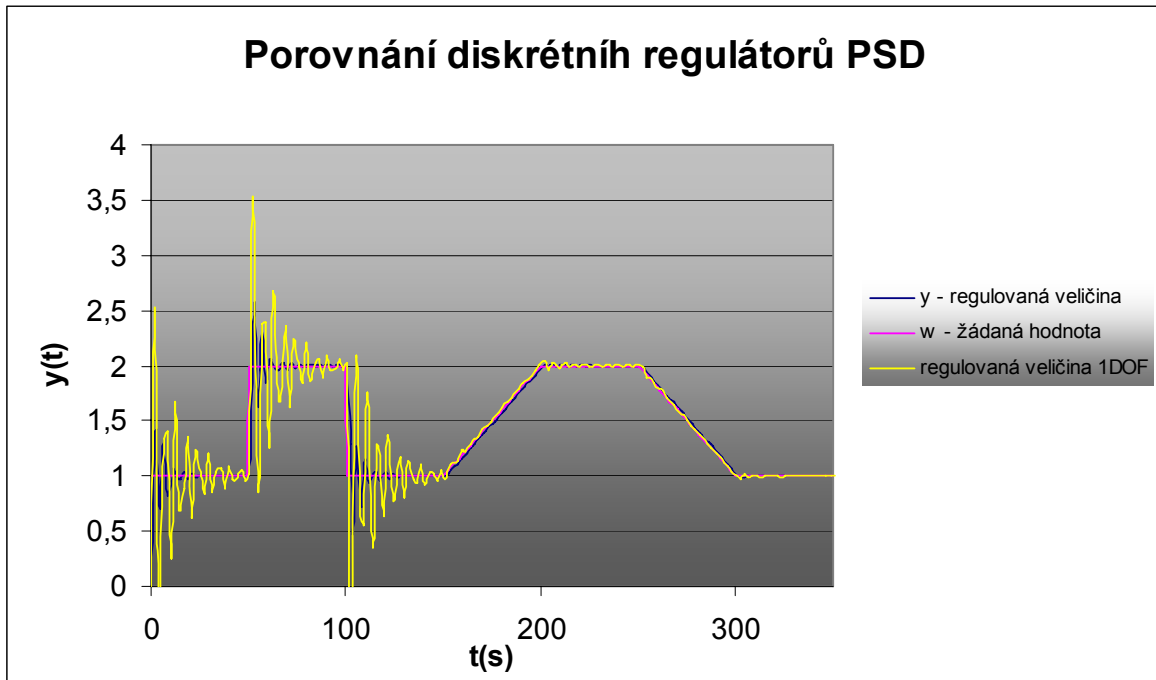
$$G_R(z) = \frac{q_2 + q_1 z^{-1} + q_2 z^{-2}}{1 - z^{-1}} = \frac{31,31 + 17,893z^{-1} + 4,4733z^{-2}}{1 - z^{-1}}
 \tag{88}$$



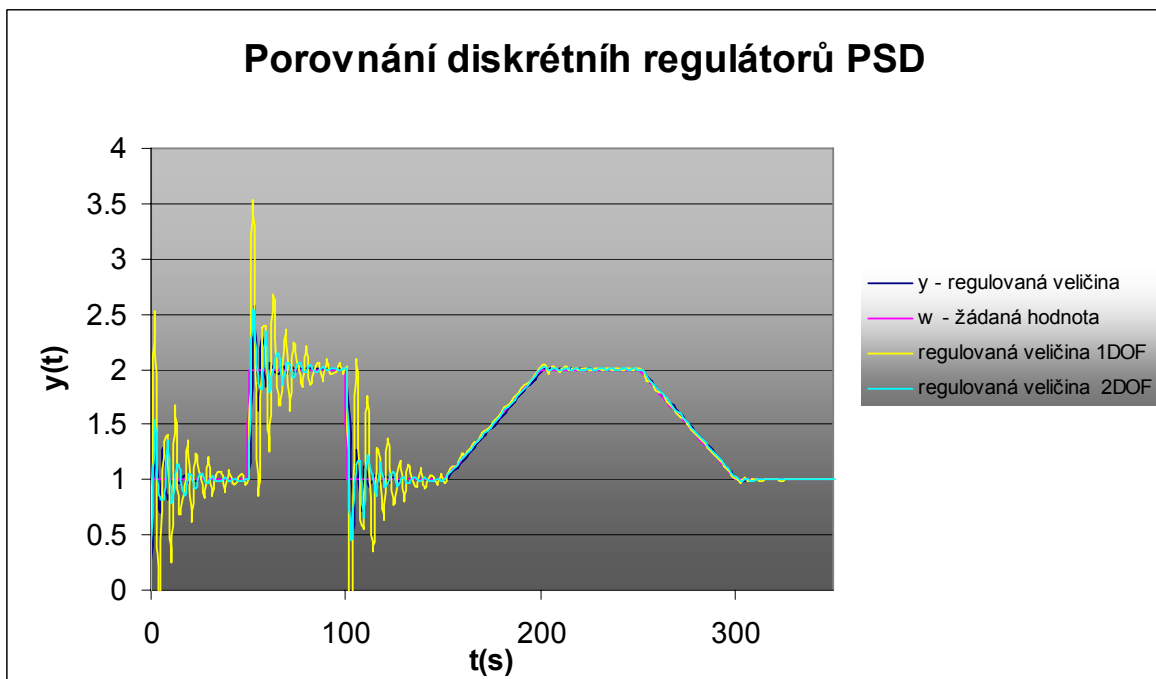
Obr. 41. Simulační schéma v prostředí simulink pro PSD a soustavu č. 1



Obr. 42. Průběh regulace pro PSD regulátor nastavený metodou Ziegler-Nicholse pro regulovanou soustavu č. 1



Obr. 43. Průběhy regulace soustavy řízené regulátorem navrženým metodou 1DOF s parametry vah  $b=c=1$  a  $\alpha=0,1$  pro soustavu č. 1



Obr. 44. Průběhy regulace soustavy řízené regulátorem navrženým metodou 2DOF s parametry vah  $b=0,2$ ,  $c=0$  a  $\alpha=0,1$  pro soustavu č. 1

## 9.2 Nastavení parametrů regulátoru metodou požadovaného modelu (Inverze dynamiky)

### 9.2.1 Výpočet PID regulátoru pro regulovanou soustavu č. 2

Překmit byl zvolen je  $k=0$

$$G_S(s) = \frac{k}{(T_1s+1)(T_2s+1)} e^{-T_Ds} = \frac{1}{(0.25s+1)(1s+1)} e^{-0.5s} \quad (89)$$

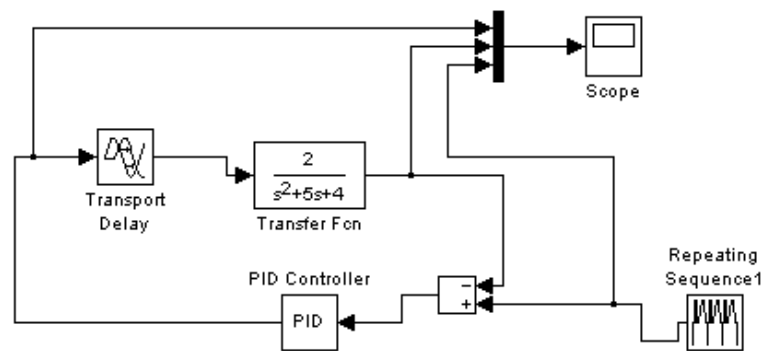
$$T_I = T_1 + T_2 = 0,25 + 1 = 1,25 \quad (90)$$

$$T_D = \frac{T_1 * T_2}{T_1 + T_2} = \frac{0,25 * 1}{0,25 + 1} = 0,2 \quad (91)$$

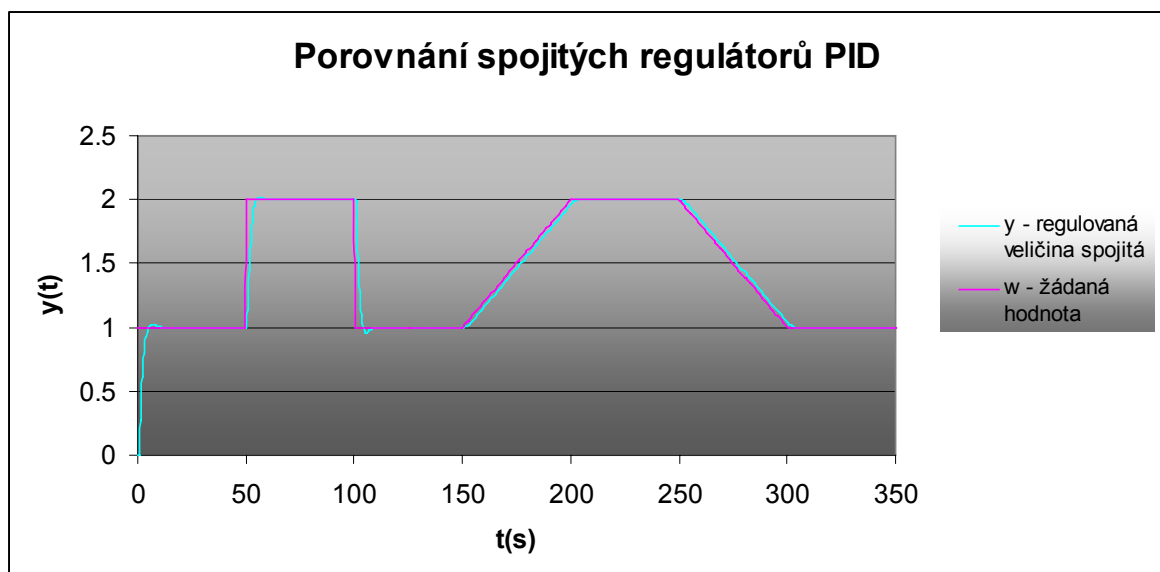
$$\alpha = \frac{1}{\beta * T_D} = \frac{1}{2,718 * 0,5} = 0,7358 \quad (92)$$

$$k_R = \frac{\alpha * T_I}{k_s} = \frac{0,7358 * 1,25}{1} = 0,918 \quad (93)$$

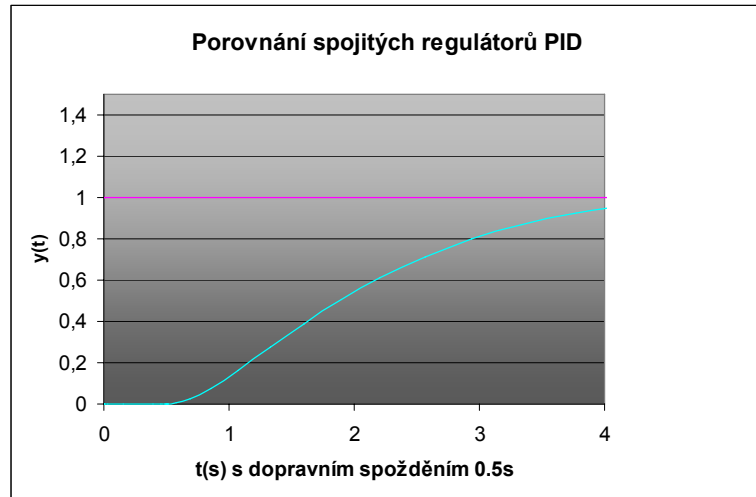
$$G_R(s) = 0,151 \left( 1 + \frac{1}{7s} + 1,43s \right) \quad (94)$$



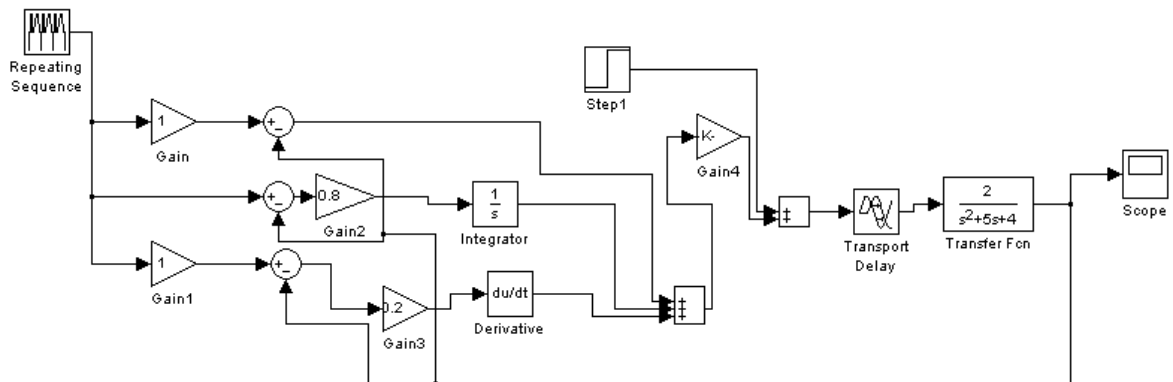
Obr. 45. Simulační schéma v prostředí Simulink pro PID a soustavu č. 2



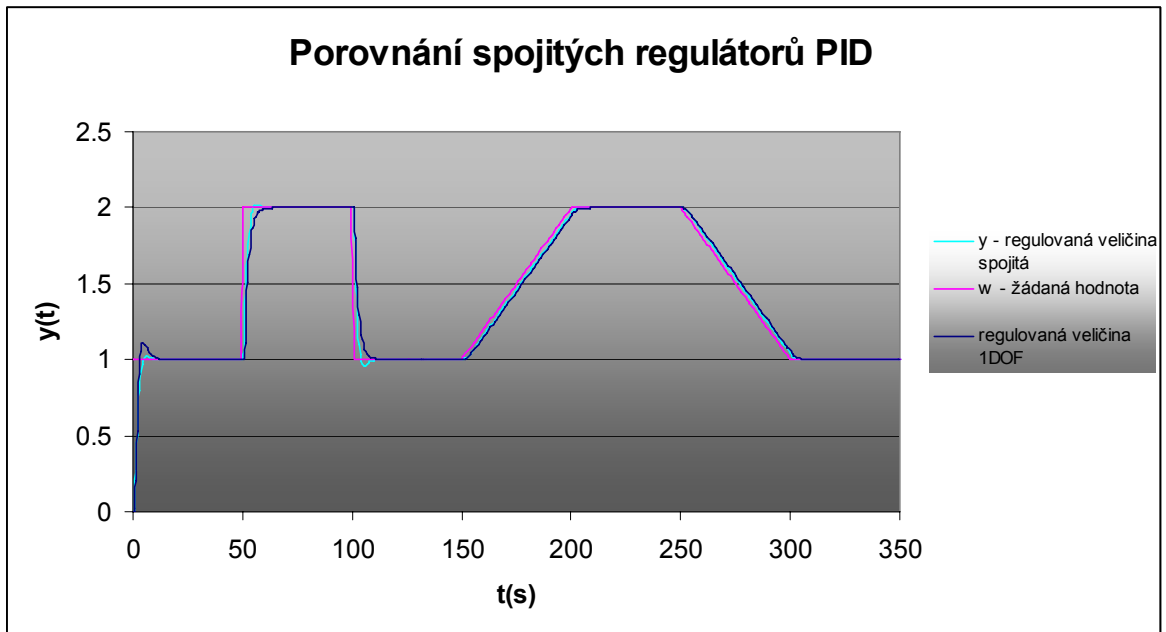
Obr. 46. Průběh regulace pro PID regulátor nastavený metodou inverze dynamiky pro regulovanou soustavu č. 2



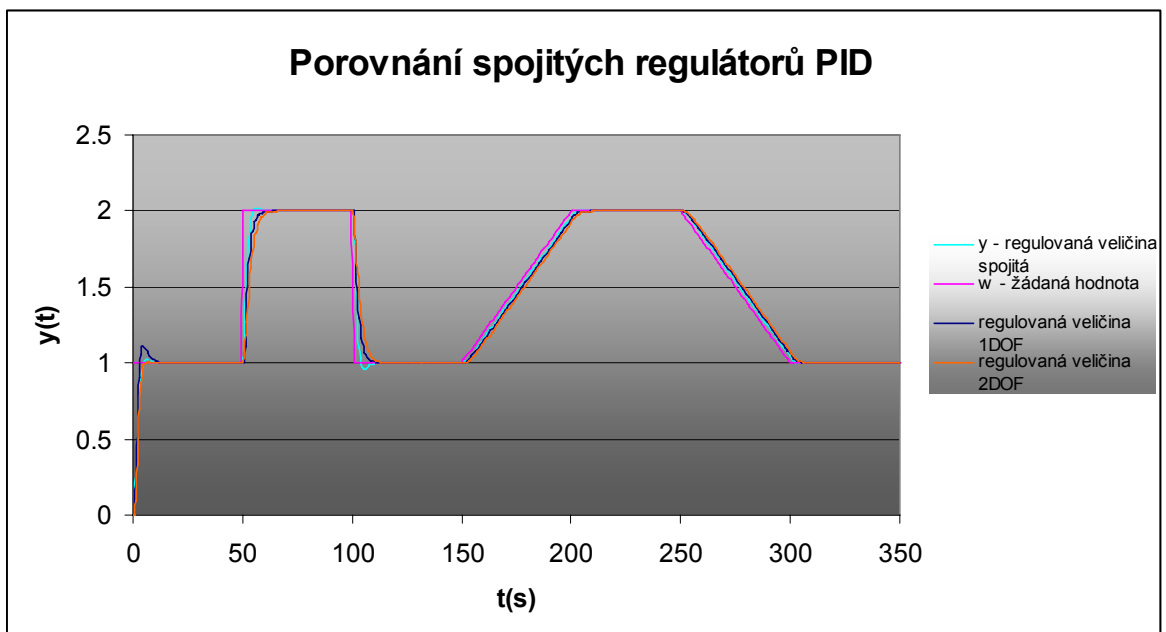
Obr. 47. Průběh regulace pro PID regulátor nastavený metodou inverze dynamiky s přiblížením na dopravní zpoždění pro regulovanou soustavu č. 2



Obr. 48. Simulační schéma v prostředí simulink pro navrženou metodu 1DOF a 2DOF soustavu č. 2



Obr. 49. Průběhy regulace soustavy řízené regulátorem navrženým metodou 1DOF s parametry vah  $b=c=1$  pro regulovanou soustavu č. 2



Obr. 50. Průběhy regulace soustavy řízené regulátorem navrženým metodou 2DOF s parametry vah  $b=0,2$ ,  $c=0$  pro regulovanou soustavu č. 2

### 9.2.2 Výpočet PSD regulátoru pro regulovanou soustavu č. 2

#### PSD regulátor s nastavením konstant metodou inverze dynamiky

$$G_S(s) = \frac{2}{s^2 + 5s + 4} e^{-0,5s} \quad (95)$$

Perioda vzorkování byla určena :

$$T=0,625$$

Relativní překmit  $k=0$ , pro  $\alpha=1,282$   $\beta=2,718$ . Zesílení regulačního obvodu bylo určeno ze vztahu

$$\alpha = \frac{1}{\alpha T + \beta T_D} = \frac{1}{1,280 * 0,625 + 2,718 * 0,5} = 0,4629 \quad (96)$$

$$T_I = T_1 + \frac{T}{2} = 1 - \frac{0,625}{2} = 0,6875 \quad (97)$$

$$T_D = \frac{T_1 * T_2}{T_1 + T_2} - \frac{T}{4} = \frac{0,25 * 1}{0,25 + 1} - \frac{0,625}{4} = 0,04375 \quad (98)$$

$$k_R = \frac{\alpha * T_I}{k_s} = \frac{0,4629 * 0,6875}{0,5} = 0,5786 \quad (99)$$

$$G_R(z) = 0,1 \left( 1 + \frac{2}{5} \frac{z}{z-1} + \frac{0,93}{2} \frac{z-1}{z} \right) \quad (100)$$



Pro určení koeficientů  $q_0, q_1$  a  $q_2$  byly použity vztahy pro zpětnou obdélníkovou metodu

$$q_0 = r_0 \left( 1 + \frac{T_D}{T} + \frac{T}{T_I} \right) = 0,5786 \left( 1 + \frac{0,04375}{0,625} + \frac{0,625}{0,6875} \right) = 1,1451 \quad (101)$$

$$q_1 = -r_0 \left( 1 + \frac{2T_D}{T} \right) = -0,5786 \left( 1 + \frac{2 \cdot 0,04375}{0,625} \right) = -0,6596$$

$$q_2 = r_0 \left( \frac{T_D}{T} \right) = 0,5786 \left( \frac{0,04375}{0,625} \right) = 0,0405 \quad (102)$$

$$G_R(z) = \frac{1,1451 - 0,6596z^{-1} + 0,0405z^{-2}}{1 - z^{-1}} = \frac{U(z)}{E(z)} \quad (103)$$

)

(104)

)

Pro výpočet Z-přenosu bylo využito programu MATLAB

```
>> xx=tf([2],[1 5 4],'iodelay',0.625)
```

Transfer function:

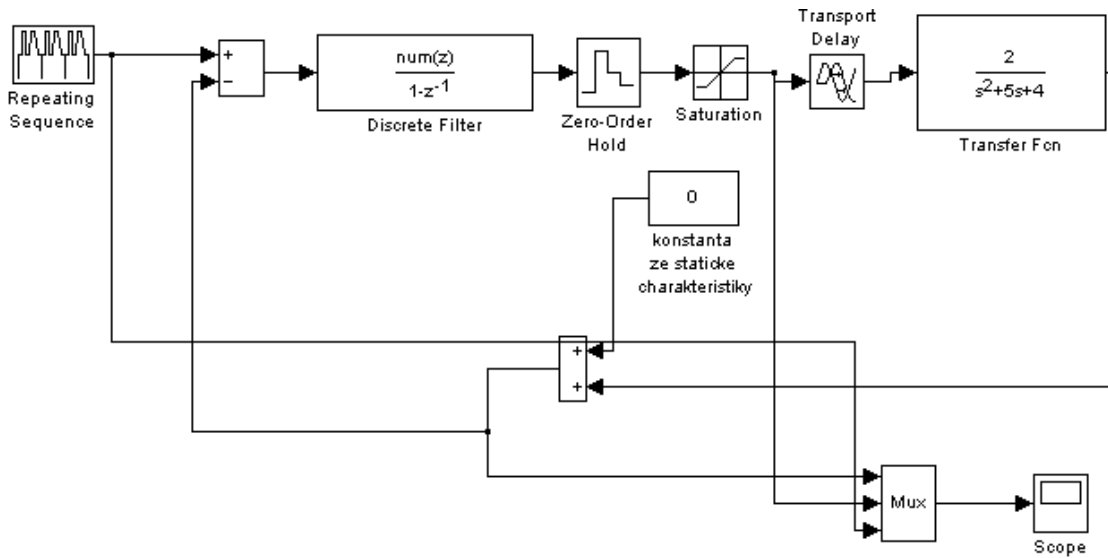
$$\exp(-0.625*s) * \frac{2}{s^2 + 5 s + 4}$$

```
>> c2d(xx,0.625)
```

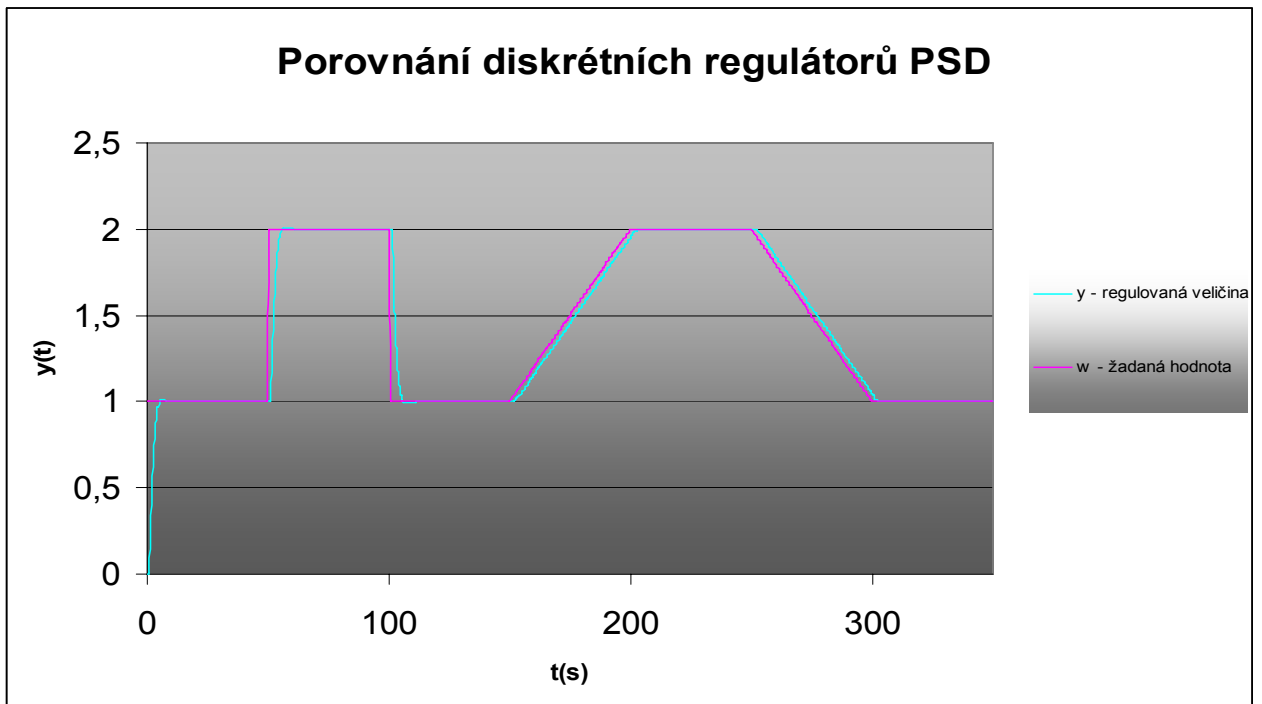
Transfer function:

$$z^{-1} * \frac{0.1568 z + 0.05646}{z^2 - 0.6173 z + 0.04394}$$

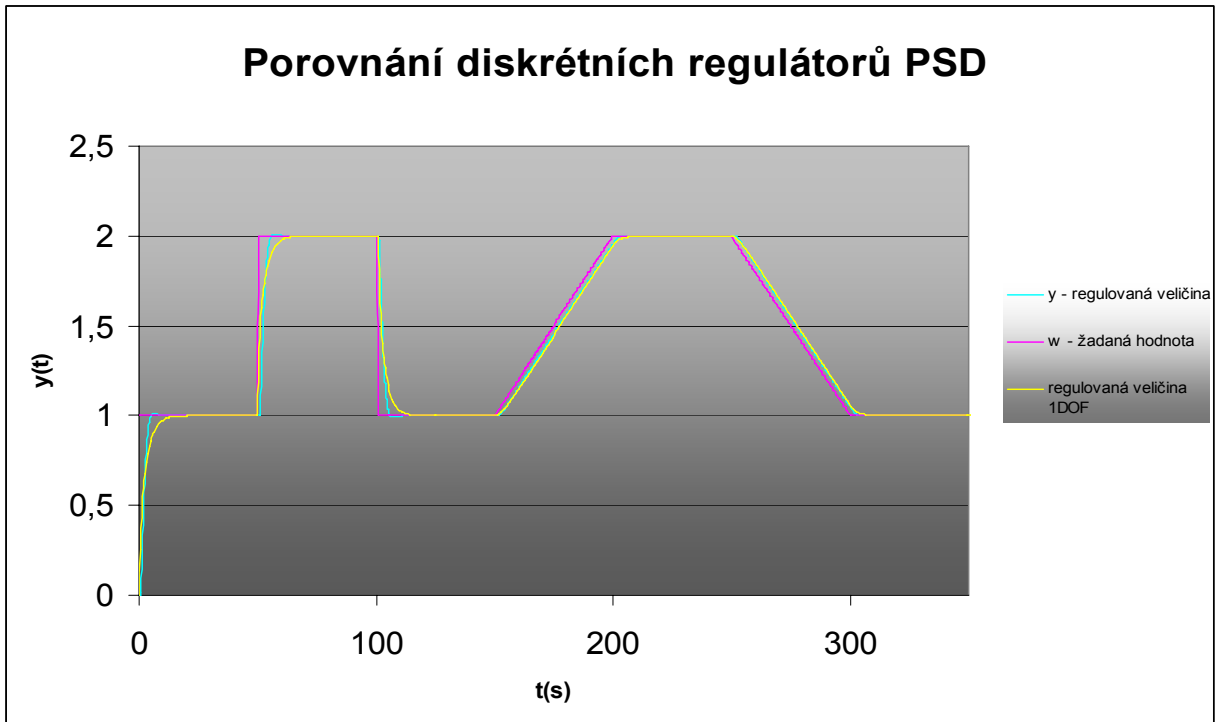
Sampling time: 0.625



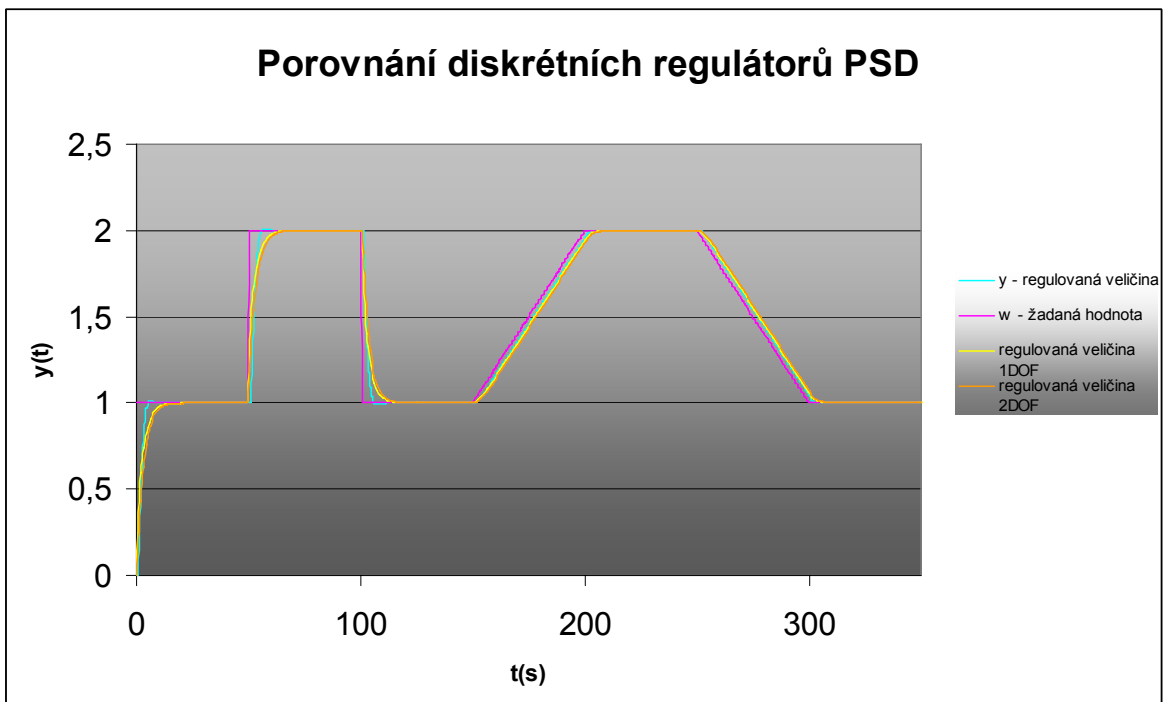
Obr. 51. Simulační schéma v prostředí Simulink pro PSD a soustavu č. 2



Obr. 52. Průběh regulace pro PSD regulátor nastavený metodou inverze dynamiky pro regulovanou soustavu č. 2



Obr. 53. Průběhy regulace soustavy řízené regulátorem navrženým metodou 1DOF s parametry vah  $b=c=1$  a  $\alpha=0,1$  pro soustavu č. 2

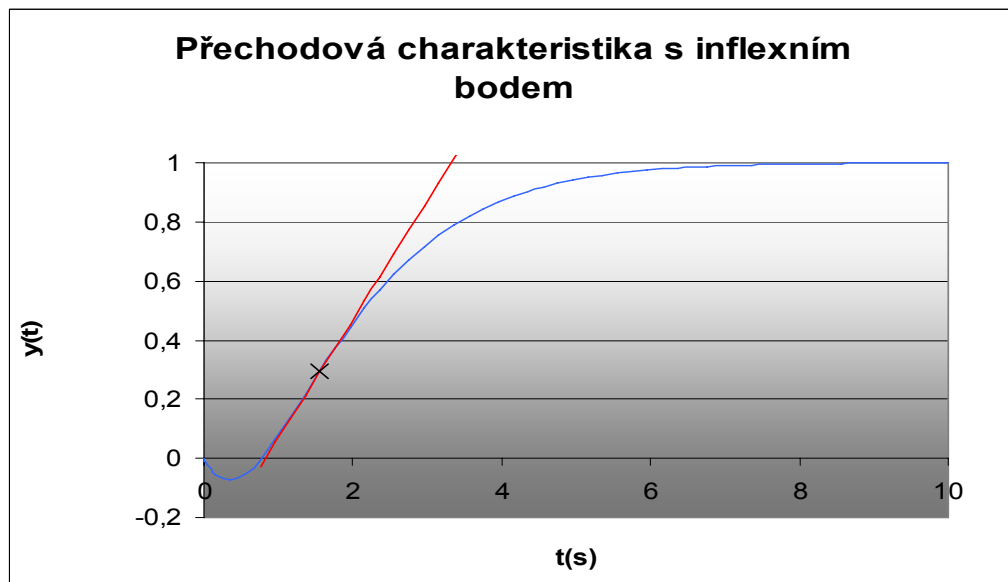


Obr. 54. Průběhy regulace soustavy řízené regulátorem navrženým metodou 2DOF s parametry vah  $b=0,4$ ,  $c=0$  a  $\alpha=0,1$  pro soustavu č. 2

### 9.3 Nastavení parametrů regulátoru metodou vycházející z přechodové charakteristiky pro soustavu neminimálně fázovou.

#### 9.3.1 Výpočet PID regulátoru pro regulovanou soustavu č. 3

$$G_s(s) = \frac{-0,5 + 1}{1s^2 + 2s + 1} \quad (105)$$



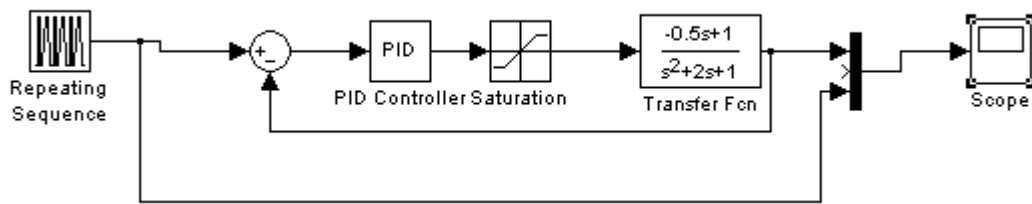
Obr. 55. Přechodová charakteristika pro soustavu č. 3

Hodnoty spojitého regulátoru byly spočteny za pomoci nastavením konstant podle Ziegler-Nicholse :

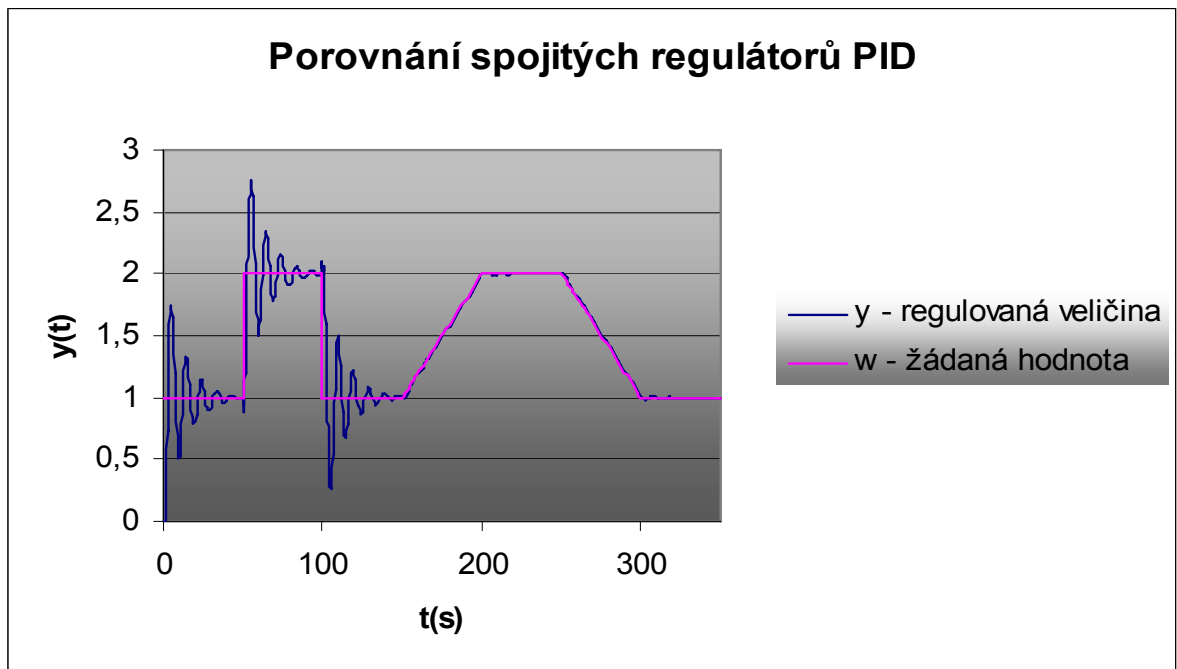
$$T_I = 1,641$$

$$T_D = 1,665$$

$$k_p = 0,307$$

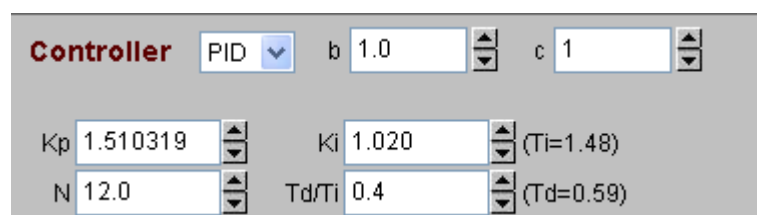


Obr. 56. Simulační schéma v prostředí simulink pro PID a soustavu č. 3

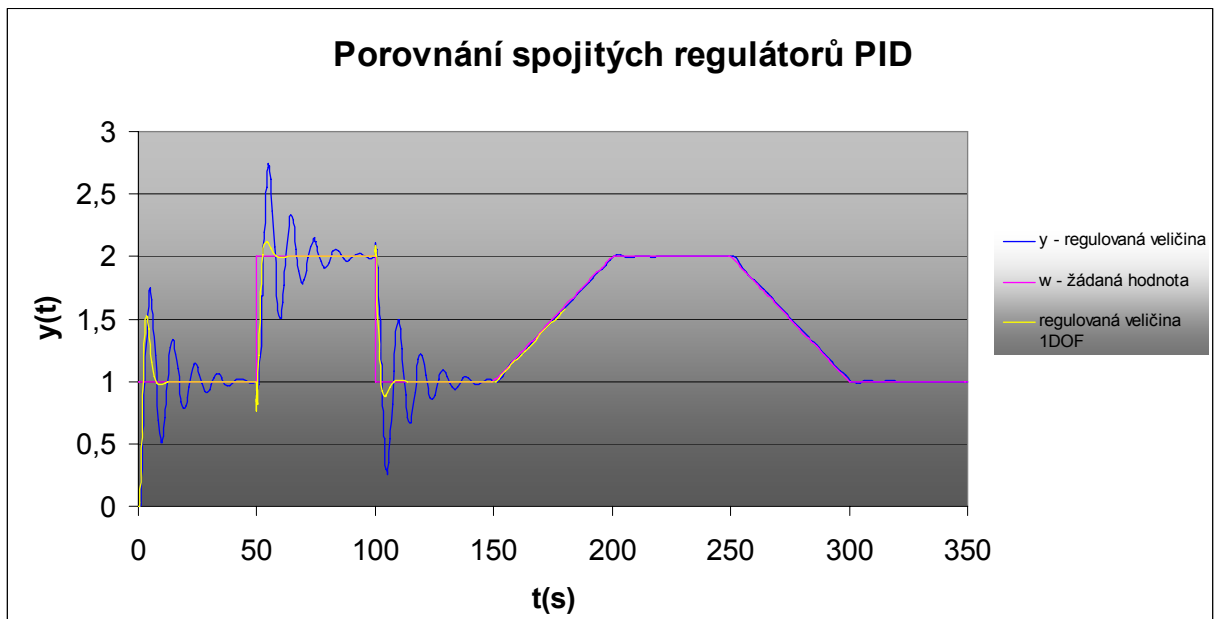


Obr. 57. Průběh regulace pro PID regulátor nastavený metodou vycházející z přechodové charakteristiky pro regulovanou soustavu č. 3

Parametry pro 1DOF byly určeny experimentálně za pomoci programu PIDlab

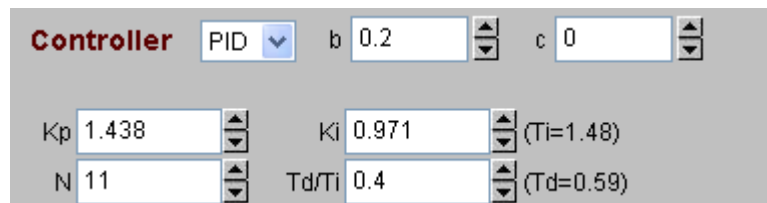


Obr. 58. PIDlab

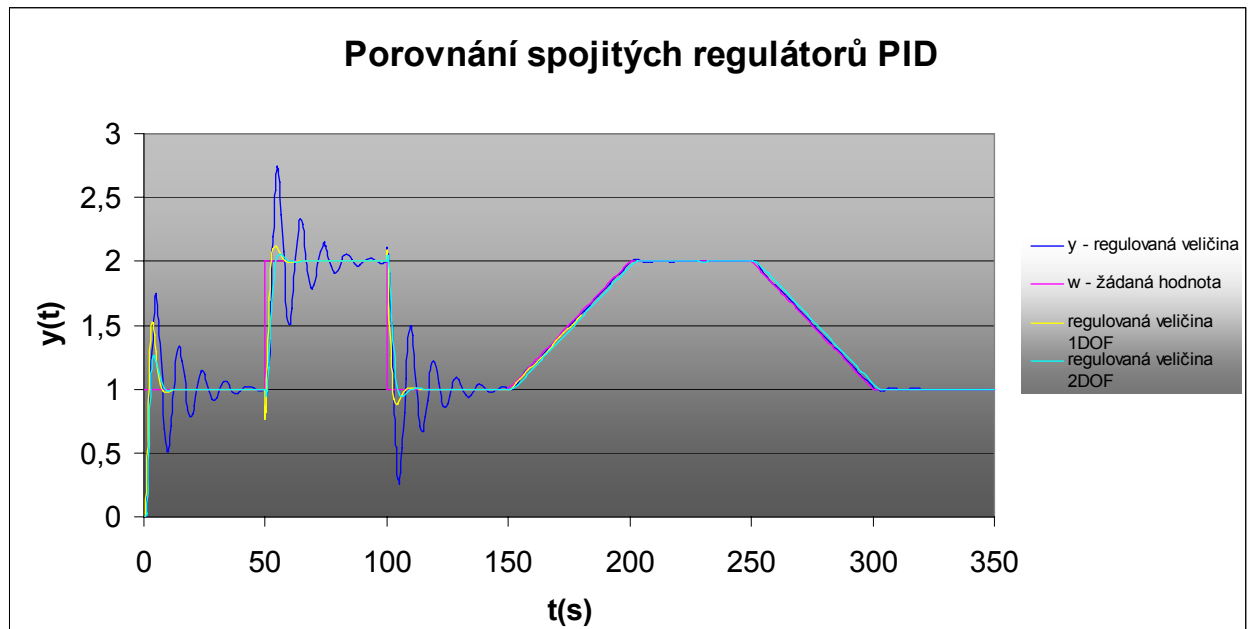


Obr. 59. Průběhy regulace soustavy řízené regulátorem navrženým metodou 1DOF s parametry vah  $b=c=1$

Parametry pro 2DOF byly určeny experimentálně za pomoci programu PIDlab



Obr. 60. PIDlab



Obr. 61. Průběhy regulace soustavy řízené regulátorem navrženým metodou 2DOF s parametry vah  $b=0,2$   $c=0$

### 9.3.2 Výpočet PSD regulátoru pro regulovanou soustavu č. 3

PSD regulátor byl nastaven metodou vycházející z přechodové charakteristiky

Hodnoty diskrétního regulátoru byly spočteny za pomoci nastavením konstant podle Ziegler-Nicholse :

$$T/T_I=1,832$$

$$T_D/T=1,041$$

$$k_p =0,726$$

$$T =2,2$$

```
xx=tf([-0.5 1],[1 2 1])
```

Transfer function:

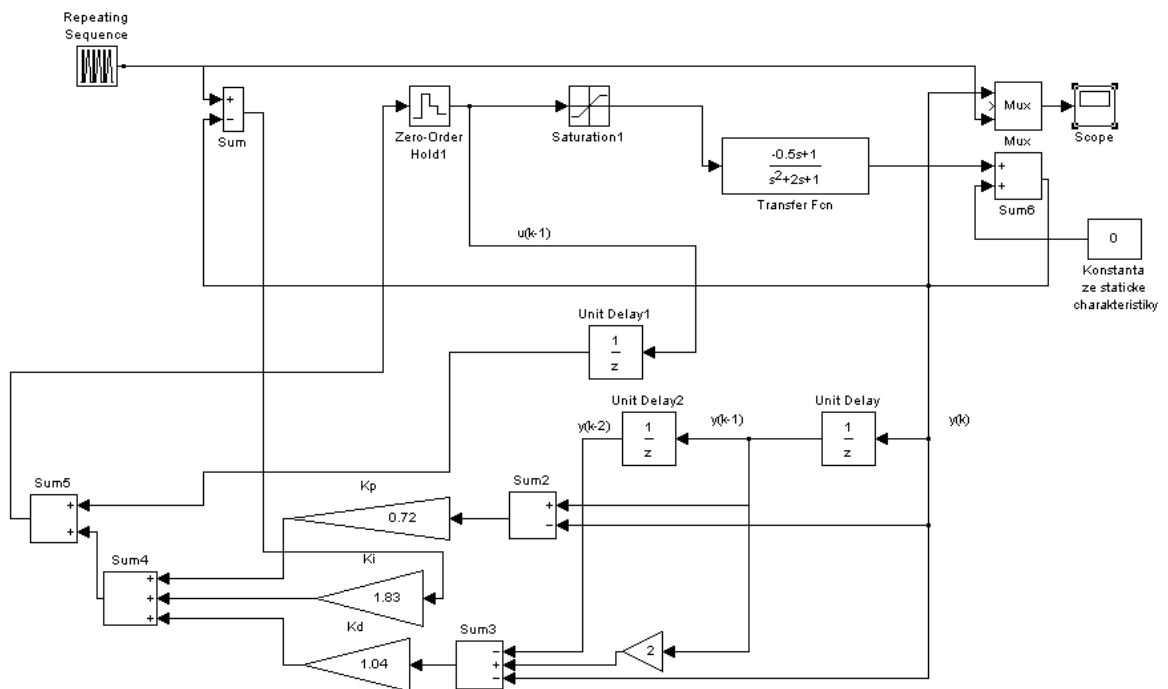
$$\frac{-0.5s + 1}{s^2 + 2s + 1}$$

```
>> c2d(xx,2.2)
```

Transfer function:

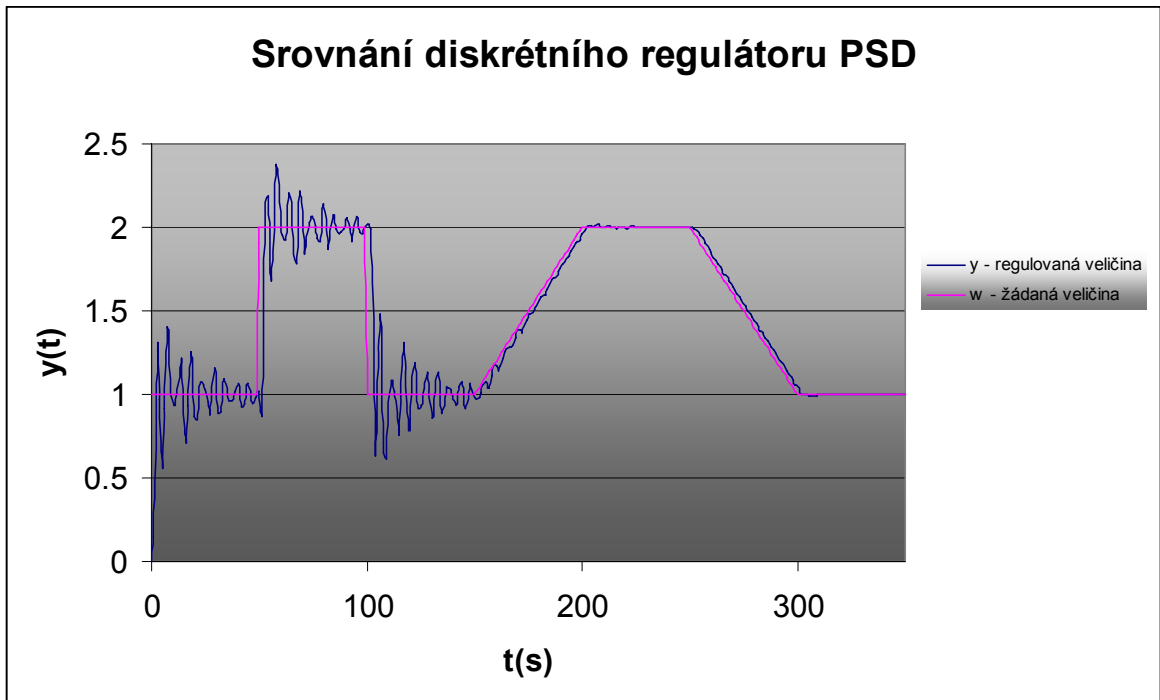
$$\frac{0.5235z + 0.2671}{z^2 - 0.2216z + 0.01228}$$

sampling time: 2.2

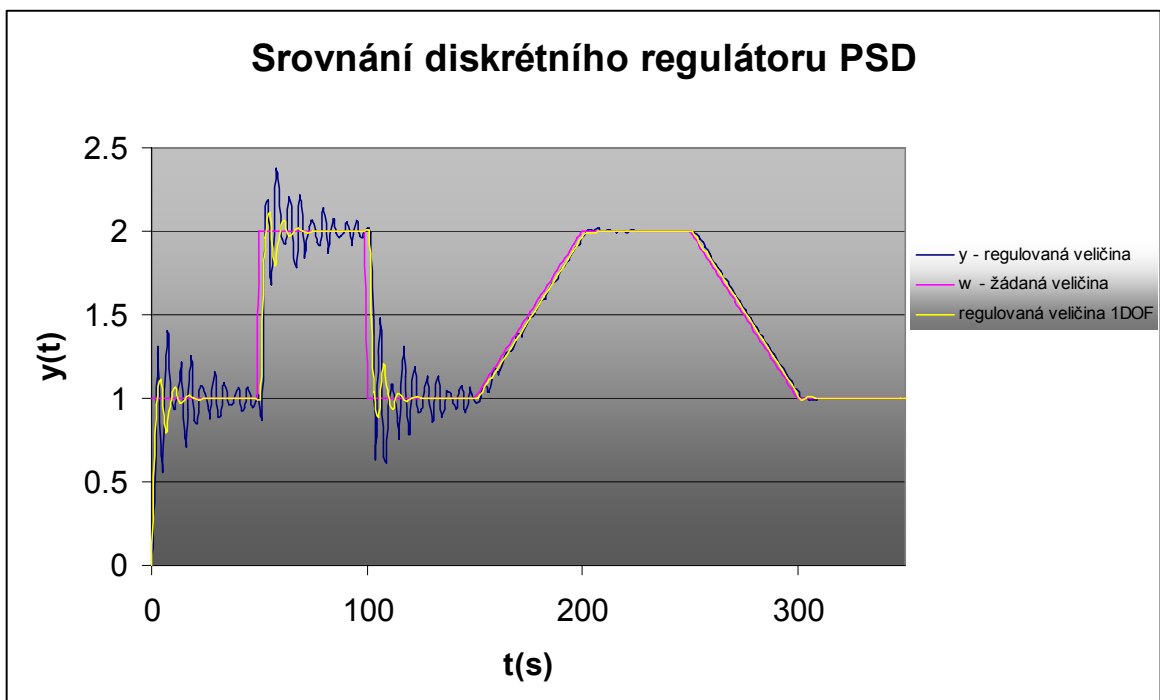


Obr. 62. Simulační schéma v prostředí Simulink pro PSD a soustavu č. 3

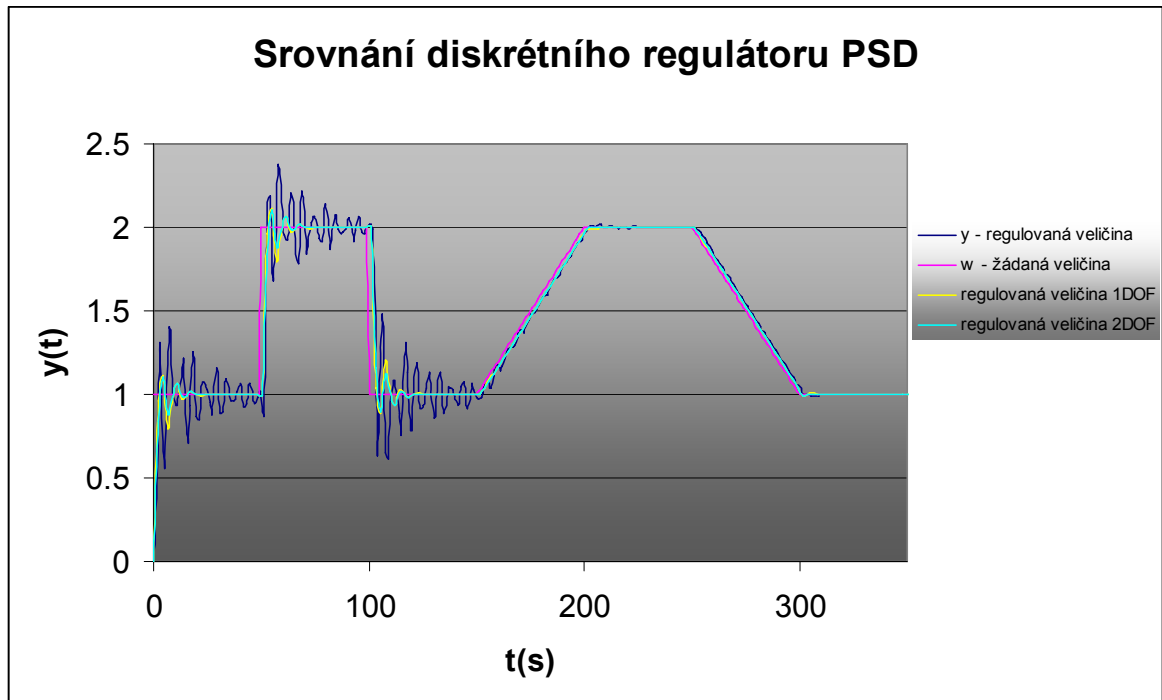




Obr. 63. Průběh regulace pro PSD regulátor nastavený metodou vycházející z přechodové charakteristiky pro regulovanou soustavu č. 3

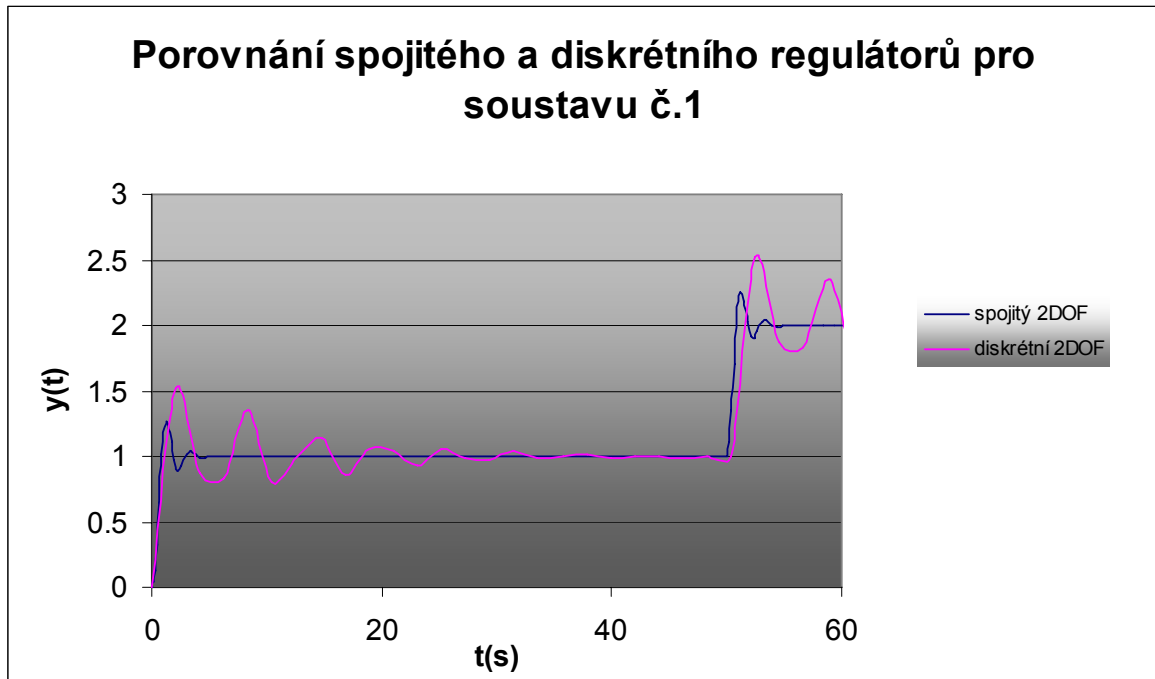


Obr. 64. Průběhy regulace soustavy řízené regulátorem navrženým metodou 1DOF s parametry vah  $b=c=1$  a  $\alpha=0,1$  pro soustavu č. 3



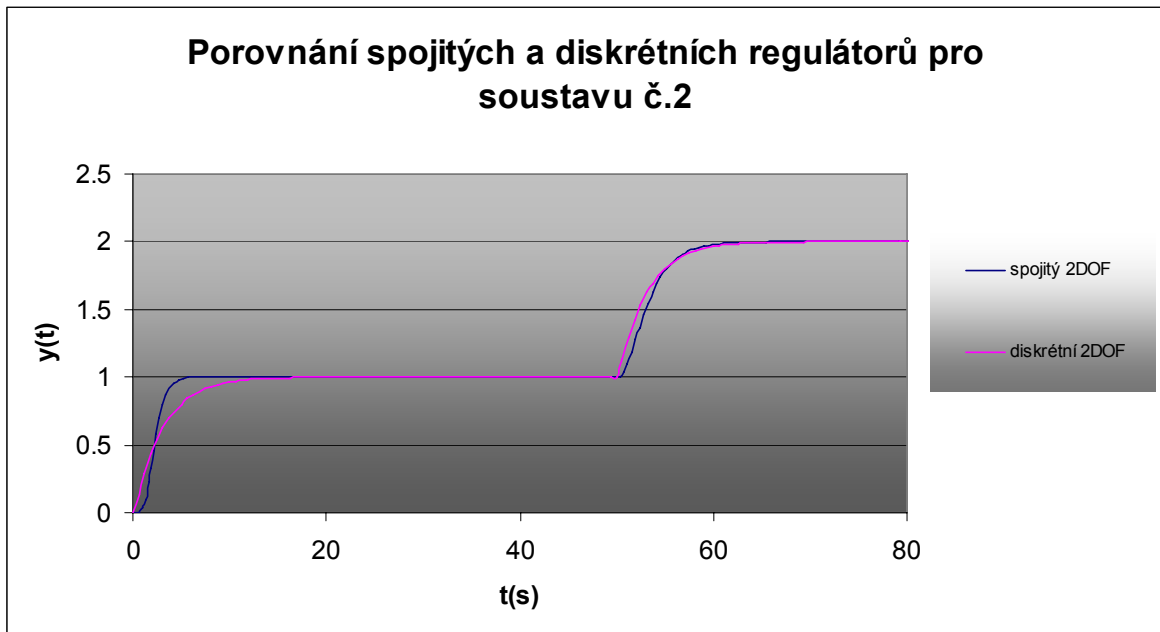
Obr. 65. Průběhy regulace soustavy řízené regulátorem navrženým metodou 2DOF s parametry vah  $b=0,7$ ,  $c=0$  pro soustavu č. 3

## 10 ZHODNOCENÍ POUŽITÝCH SPOJITÝCH A DISKRÉTNÍCH REGULÁTORŮ S DVĚMA STUPNI VOLNOSTI



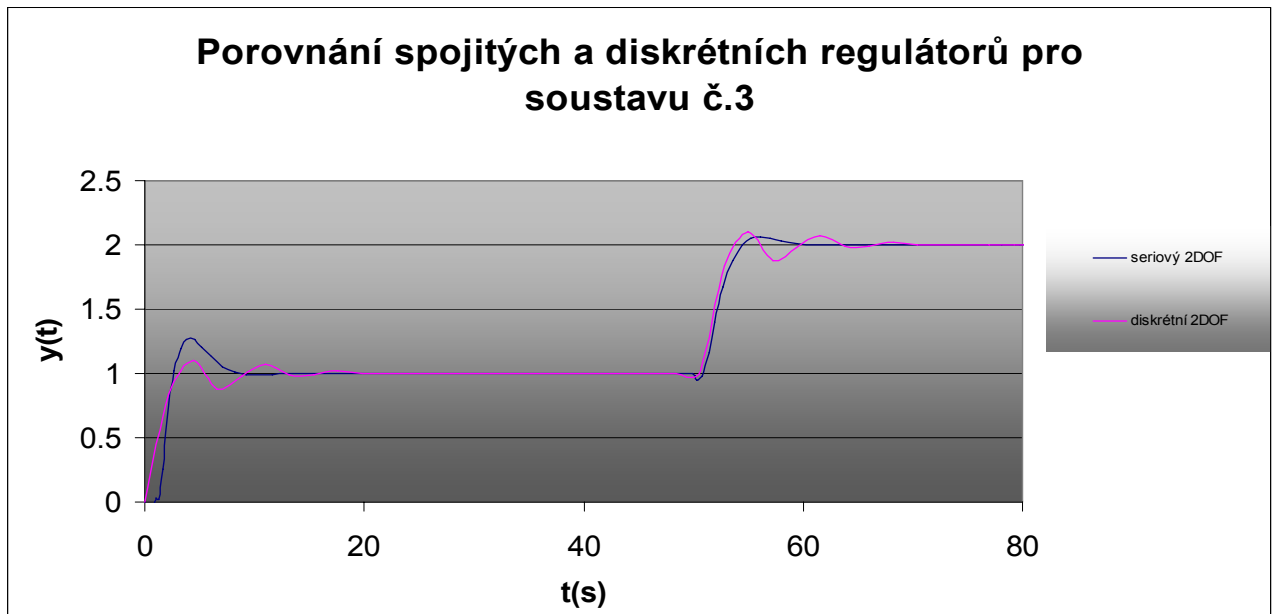
Obr. 66. Porovnání průběhu regulace pro spojitě a diskrétní regulaci nastavené metodou vycházející z přechodové charakteristiky pro regulovanou soustavu č. 1

Soustava č.1 s přenosem druhého řádu vykazuje při regulaci regulátorem s 2DOF strukturou kmitavý průběh s překmitem o cca 20% ale k ustálení došlo již cca po pěti sekundách regulace, ještě s více kmitavým průběhem nastává při použití diskrétního regulátoru kde došlo k ustálení až téměř po čtyřiceti sekundách.



Obr. 67. Porovnání průběhu regulace pro spojitě a diskrétní regulaci nastavené metodou požadovaného modelu pro regulovanou soustavu č. 2

Soustava č.2 s dopravním zpožděním s přenosem druhého řádu měla při regulaci regulátorem s 2DOF strukturou nekmitavý průběh a k dosažení požadované veličiny došlo cca po patnácti sekundách od jednotkového skoku žádané veličiny jak u diskrétní tak i u spojitě verze regulátoru.



Obr. 68. Porovnání průběhu regulace pro spojité a diskrétní regulaci nastavené metodou vycházející z přechodové charakteristiky pro regulovanou soustavu č. 3

Soustava č.3 s neminimálně fázovým přenosem měla při regulaci regulátorem s 2DOF strukturou průběh s cca 5% podkmitem následovaným asi 20% překmitem jak u diskrétní tak i u spojité verze regulátoru.

## ZÁVĚR

V této bakalářské práci byly řešeny úlohy z teorie automatického řízení . Tato práce by měla čtenáře seznámit s problematikou regulace za pomoci PID regulátoru ve spojitě verzi a PSD v diskrétní verzi. Práce je rozdělena do pěti částí .V první a druhé části byly postupně vysvětleny jednotlivé složky regulátorů jejich funkce a praktické uplatnění. Třetí část se zabývala popisem metod syntézy regulátorů tedy metodou požadovaného modelu a metodou vycházející z přechodové charakteristiky aplikovanou pro Ziegler -Nicholse.

Čtvrtá část obsahuje popis programového prostředí MATLAB, v jeho části Simulink jsem sestavil schémata regulačních systémů a simulací jsem ověřil navržené regulátory. Regulátory které byly touto metodou navrženy soustavu řídili bez problému. Další část je praktická ta obsahuje tři soustavy druhého řádu, každá je řešena jinou metodou .Nakonec jsem porovnal a vyhodnotil soustavu s dvěma stupni volnosti a to pro spojitý tak i diskrétní regulátor.

V příloze bylo vysvětleno použití softwaru PIDlab a názorně ukázáno při simulaci neminimálně fázové soustavy kde byl využit algoritmus pro regulátory s dvěma stupni volnosti s vnitřní filtrací v derivační složce ,která je definována v obraze jako standardní tvar ISA.

## ZÁVĚR V ANGLIČTINĚ

In this study were solved problem connected with Tudory of automatical directing. This work should show solving of regulations problems by PID regulator in continual version and PSD regulator in discrete version. The work is separated in to the five parts. In first part and second part were explained parts of regulators their functions and practical using. Third part describes methods of regulator synthesis. It is method of demanding model and method coming from transient characteristic applied for Ziegler-Nicholse. Forth part contain describe of MATLAB. I created the schema of regulation systeme and simulation observed for suggested regulators in the part called Simulink. Another part is practical and this consists from three systems of second diferencial. Every part is solved by different method. In the end the system two degree of freedom for both connected and discrete regulator was assesmented.

In suplement was described using softwaru PIDlab and it was showed during simulation nonminimal phase systeme. There was used algoritm for regulators with two degrese of two degree of freedom with infiltration in derivation composition. This composition is defined in picture like a standard ISA form.

**SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY**

- [1] PERŮTKA, Karel. MATLAB – Základy pro studenty automatizace a informačních technologií. 1. vyd. Zlín: UTB ve Zlíně, 2005. 304 s. ISBN 80-7318-355-2.
- [2] BALÁTEĚ, Jaroslav. Automatické řízení. 1. vyd. Praha: BEN – Technická literatura, 2003. 663 s. ISBN 80-7300-020-2.
- [3] BALÁTEĚ, Jaroslav. Vybrané statě z automatického řízení. 1. vyd. Brno: VUTIUM, 1996. 395 s. ISBN 80-214-0793-X.
- [4] VAŠEK, V. : Teorie automatického řízení II. 1.vyd. Brno: VUT Brno, 1990, 139 s. ISBN 80-214-0115-X.
- [5] Šulc, Bohumil a Vítečková, Miluše . : Teorie a praxe návrhu regulačních obvodů. vyd. Praha: ČVUT, 2004, 333s. ISBN 80-01-03007-5.
- [6] PROKOP, Roman, MATUŠU, Radek, PROKOPOVÁ, Zdenka. Teorie automatického řízení – lineární spojité dynamické systémy. Zlín : Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně, 2006. 102 s. První vydání. ISBN 80-7318-369-2.
- [7] KLÁN, Petr. Kongres IFAC v Praze a některé současné problémy automatizace : . Automa : Časopisy a knihy navazující na tradici české odborné literatury [online]. 2005, 3 [cit. 2005-07-16], s. 50-55. Dostupný z WWW: <odbornecasopisy.cz/index.php?id\_document=30405>.
- [8] CHYTIL, Václav. VŠB - TECHNICKÁ UNIVERZITA OSTRAVA : Prezentační a výukový modul v prostředí Intranet/Internet pro analýzu a syntézu pomocí Delta transformace [online]. 2006 [cit. 2006-10-17]. Dostupný z WWW: <www.fs.vsb.cz/books/DeltaTransAS/>.
- [9] KADLEC, Karel, KMÍNEK, Miloš. MĚŘICÍ A ŘÍDICÍ TECHNIKA [online]. Vysoká škola chemicko-technologická . Praze : 2005 [cit. 2005-02-01]. Dostupný z WWW: <http://uprt.vscht.cz/ucebnice/MRT/>.
- [10] ŠEDA, Miloš. DISKRÉTNÍ SYSTÉMY ŘÍZENÍ [online]. Brno : 2007 [cit. 2007-04-17]. Dostupný z WWW: <uai.fme.vutbr.cz/seda/automatizace/DR07.pdf>.
- [11] Spojité regulátory. Přednášky [online]. 2006 [cit. 2006-04-05], s. 1-4. Dostupný z WWW:<web.tuke.sk/sjfkaar/stranky/Predmetove\_str/



TK/material/Prednasky/spojite\_reg.pdf>.

- [12] HYNIOVÁ, Kateřina. Číslicový regulační obvod. Poznámky [online]. 2007 [cit. 2007-03-12], s. 3-11. Dostupný z WWW:

<dce.felk.cvut.cz/zri/skripta/cislicove\_regulatory.doc>.

- [13] Rexcontroler : Příručka k popisu systému REX [online]. 2006 , 1.4.2009 [cit. 2009-05-02]. Dostupný z WWW: <rexcontrols.cz/www/clanky.php?id\_clanku=100>.

- [14] HÉDL, Lukáš . Hypertextová podpora výuky v oblasti automatického řízení : Sběrka řešených příkladů v programu Matlab [online]. 2003. 2003 [cit. 2003-04-05]. Dostupný z WWW: <www.352.vsb.cz/uc\_texty/AutoRizMatlab/index.html>.

## SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK

A/Č, A-Č	analogově číslicový převodník
AR	analogový regulátor
Č/A, Č-A	číslicově analogový převodník
ČR	číslicový regulátor
I	integrační složka analogového regulátoru; integrační regulátor
ID	inverze dynamiky
P	proporcionální složka regulátoru; proporcionální regulátor
PD	proporcionálně derivační analogový regulátor
PI	proporcionálně integrační analogový regulátor
PID	proporcionálně integračně derivační analogový regulátor
PIDi	proporcionálně integračně derivační analogový regulátor s interakcí
PS	proporcionálně sumační regulátor; číslicový regulátor PI
PSD	proporcionálně sumačně diferenční číslicový regulátor; číslicový regulátor PID
R	regulátor
RO	regulační obvod
S	regulovaná soustava; sumační složka u číslicového regulátoru
ZN	Ziegler - Nichols
$a$	koeficient regulovatelnosti
$a_i, b_i$	koeficienty přenosu řízení
$A_i$	amplituda
$A_i, B_i$	koeficienty kvadrátu přenosu řízení
$E$	obraz regulační odchylky
$e(t)$	regulační odchylka
$G(j\omega)$	kmitočtový přenos
$G(z)$	diskrétní přenos
$G$	obrazový přenos
$G_R$	přenos regulátoru
$G_o$	přenos otevřeného regulačního obvodu
$G_S$	přenos regulované soustavy
$G_{VT}$	přenos vzorkovače a tvarovače
$G_v$	přenos poruchy
$G_{ve}$	odchykový přenos poruchy
$G_w$	přenos řízení
$G_{we}$	odchykový přenos řízení
$h(t)$	přechodová funkce, grafické vyjádření $h(t)$ = přechodová charakteristika
$h(\infty)$	ustálená hodnota přechodové funkce
$h_s(t)$	přechodová funkce (charakteristika) regulované soustavy
$h_{max}$	maximální hodnota přechodové charakteristiky

$k_p$	zesílení regulátoru
$k_{pk}$	kritické zesílení regulátoru
$k_{pmax}$	maximální nastavitelná hodnota zesílení regulátoru
$k, kT$	diskrétní čas ( $k = 0, 1, 2, \dots$ )
$L$	operátor přímé Laplaceovy transformace
$m$	stupeň mnohočlenu v čitateli
$N_o, M_o$	polynomy otevřeného regulačního obvodu $G_o(s)$
$n$	stupeň mnohočlenu ve jmenovateli
$s$	komplexní proměnná v L-transformaci
$T$	vzorkovací perioda
$T_d$	dopravní zpoždění
$T_D$	derivační časová konstanta regulátoru
$T_I$	integrační časová konstanta regulátoru
$T_k$	kritická perioda (perioda netlumených kmitů)
$T_n$	doba náběhu
$T_M$	náhradní časová konstanta
$T_u$	doba průtahu
$T_p$	doba přechodu
$T_w$	časová konstanta uzavřeného regulačního obvodu
$T_i$	časové konstanty
$t_{95}$	doba dosažení 95% ustálené hodnoty přechodové charakteristiky
$t$	reálná proměnná-čas
$t_m$	doba, za kterou dosáhne přechodová funkce svého maxima
$u(t)$	akční veličina, řízení
$u_T(t)$	tvarovaná akční veličina
$v(t)$	poruchová veličina
$w(t)$	žádaná veličina
$y(t)$	výstupní veličina
$y_{max}(t)$	maximální hodnota regulované veličiny
$y(\infty)$	ustálená hodnota regulované veličiny
$z$	komplexní proměnná v Z-transformaci
$\alpha, \beta$	konstanty závislé na překmitu
$\Delta$	přírůstek, operátor dopředné diference, přesnost regulačního pochodu
$\nabla$	operátor zpětné diference
$\zeta_0$	koeficient poměrného tlumení
$\kappa$	překmit
$\omega$	kmitočet [ $\text{čas}^{-1}$ ], úhlová frekvence
$\omega_k$	kritická úhlová frekvence, kritický kmitočet [ $\text{čas}^{-1}$ ]

**SEZNAM OBRÁZKŮ**

Obr. 1. Obecné blokové schéma jednorozměrného lineárního spojitého regulačního obvodu .....	18
Obr. 2. Pásmo proporcionality .....	20
Obr. 3. Přejchodová charakteristika regulátoru P .....	21
Obr. 4. Regulace výšky hladiny .....	22
Obr. 5. Přejchodová charakteristika regulátoru I a Statická charakteristika regulátoru I .....	23
Obr. 6. Přejchodová charakteristika D a Grafické vyjádření definice derivační časové konstanty .....	24
Obr. 7. Přejchodová charakteristika regulátoru PI a Přejchodová charakteristika regulátoru PD .....	25
Obr. 8. Přejchodová charakteristika regulátoru PID .....	26
Obr. 9. Záznam regulačního pochodu .....	29
Obr. 10. Plocha regulační odchylky .....	31
Obr. 11. Obecné blokové schéma lineárního diskretního regulačního obvodu .....	35
Obr. 12. Tvarovač nultého řádu –realizace analogovou pamětí .....	36
Obr. 13. Vzorkovač-provádí diskretizaci spojitého signálu .....	37
Obr. 14. Diskretní systém schéma .....	38
Obr. 15. Stabilita v rovině s a v rovině z .....	41
Obr. 16. Bilineární transformace .....	42
Obr. 17. Zpětná obdélníková náhrada .....	46
Obr. 18. Dopředná obdélníková náhrada .....	47
Obr. 19. Lichoběžníková náhrada .....	48
Obr. 20. Zpětná diference .....	48
Obr. 21. Přejchodové charakteristiky $h(t)$ základních spojitých regulátorů jsou .....	53
Obr. 22. Přejchodové charakteristiky jejich kombinací .....	53
Obr. 23. Diskretní regulátor P .....	54
Obr. 24. Diskretní regulátor S .....	55
Obr. 25. Diskretní regulátor PS .....	55
Obr. 26. Diskretní regulátor PD .....	55
Obr. 27. Diskretní regulátor PSD .....	56

Obr. 28. Obrázek blokové schéma číslicového PID regulátoru pro přírůstkový algoritmus.....	56
Obr. 29. Regulátory 1DOF a 2DOF.....	59
Obr. 30. Periodu kritických kmitů .....	67
Obr. 31. Určení doby průtahu $T_u$ a doby náběhu $T_n$ .....	68
Obr. 32 Regulační obvod.....	69
Obr. 33. Přejchodová charakteristika uzavřeného regulačního obvodu s dopravním zpožděním .....	72
Obr. 34. Přejchodová charakteristika uzavřeného regulačního obvodu bez dopravního zpoždění.....	73
Obr. 35. Přejchodová charakteristika pro soustavu č. 1.....	76
Obr. 36. Simulační schéma v prostředí simulink pro PID a soustavu č. 1 .....	77
Obr. 37. Průběh regulace pro PID regulátor nastavený metodou vycházející z přechodové charakteristiky pro regulovanou soustavu č. 1.....	77
Obr. 38. Simulační schéma v prostředí simulink pro navrženou metodu 1DOF a 2DOF soustavu č. 1 .....	78
Obr. 39. Průběhy regulace soustavy řízené regulátorem navrženým metodou 1DOF s parametry vah $b=c=1$ .....	78
Obr. 41. Průběhy regulace soustavy řízené regulátorem navrženým metodou 2DOF s parametry vah $b=0,3$ , $c=0$ .....	79
Obr. 42. Simulační schéma v prostředí simulink pro PSD a soustavu č. 1.....	82
Obr. 43. Průběh regulace pro PSD regulátor nastavený metodou Ziegler-Nicholse pro regulovanou soustavu č. 1 .....	82
Obr. 44. Průběhy regulace soustavy řízené regulátorem navrženým metodou 1DOF s parametry vah $b=c=1$ a $\alpha=0,1$ pro soustavu č. 1 .....	83
Obr. 45. Průběhy regulace soustavy řízené regulátorem navrženým metodou 2DOF s parametry vah $b=0,2$ , $c=0$ a $\alpha=0,1$ pro soustavu č. 1 .....	83
Obr. 46. Simulační schéma v prostředí Simulink pro PID a soustavu č. 2.....	85
Obr. 47. Průběh regulace pro PID regulátor nastavený metodou inverze dynamiky pro regulovanou soustavu č. 2.....	85
Obr. 48. Průběh regulace pro PID regulátor nastavený metodou inverze dynamiky s přiblížením na dopravní zpoždění pro regulovanou soustavu č. 2 .....	86

Obr. 49. Simulační schéma v prostředí simulink pro navrženou metodu 1DOF a 2DOF soustavu č. 2 .....	86
Obr. 50. Průběhy regulace soustavy řízené regulátorem navrženým metodou 1DOF s parametry vah $b=c=1$ pro regulovanou soustavu č. 2 .....	87
Obr. 51. Průběhy regulace soustavy řízené regulátorem navrženým metodou 2DOF s parametry vah $b=0,2, c=0$ pro regulovanou soustavu č. 2 .....	87
Obr. 52. Simulační schéma v prostředí Simulink pro PSD a soustavu č. 2 .....	90
Obr. 53. Průběh regulace pro PSD regulátor nastavený metodou inverze dynamiky pro regulovanou soustavu č. 2 .....	90
Obr. 54. Průběhy regulace soustavy řízené regulátorem navrženým metodou 1DOF s parametry vah $b=c=1$ a $\alpha=0,1$ pro soustavu č. 2 .....	91
Obr. 55. Průběhy regulace soustavy řízené regulátorem navrženým metodou 2DOF s parametry vah $b=0,4, c=0$ a $\alpha=0,1$ pro soustavu č. 2 .....	91
Obr. 56. Přejímová charakteristika pro soustavu č. 3 .....	92
Obr. 57. Simulační schéma v prostředí simulink pro PID a soustavu č. 3 .....	93
Obr. 58. Průběh regulace pro PID regulátor nastavený metodou vycházející z přejímové charakteristiky pro regulovanou soustavu č. 3 .....	93
Obr. 59. PIDlab .....	93
Obr. 60. Průběhy regulace soustavy řízené regulátorem navrženým metodou 1DOF s parametry vah $b=c=1$ .....	94
Obr. 61. PIDlab .....	94
Obr. 62. Průběhy regulace soustavy řízené regulátorem navrženým metodou 2DOF s parametry vah $b=0,2 c=0$ .....	95
Obr. 64. Simulační schéma v prostředí Simulink pro PSD a soustavu č. 3 .....	96
Obr. 65. Průběh regulace pro PSD regulátor nastavený metodou vycházející z přejímové charakteristiky pro regulovanou soustavu č. 3 .....	97
Obr. 66. Průběhy regulace soustavy řízené regulátorem navrženým metodou 1DOF s parametry vah $b=c=1$ a $\alpha=0,1$ pro soustavu č. 3 .....	97
Obr. 67. Průběhy regulace soustavy řízené regulátorem navrženým metodou 2DOF s parametry vah $b=0,7, c=0$ pro soustavu č. 3 .....	98
Obr. 68. Porovnání průběhu regulace pro spojité a diskrétní regulaci nastavené metodou vycházející z přejímové charakteristiky pro regulovanou soustavu č. 1 .....	99

Obr. 69. Porovnání průběhu regulace pro spojitě a diskrétní regulaci nastavené metodou požadovaného modelu pro regulovanou soustavu č. 2.....	100
Obr. 70. Porovnání průběhu regulace pro spojitě a diskrétní regulaci nastavené metodou vycházející z přechodové charakteristiky pro regulovanou soustavu č. 3 .....	101
Obr. 71. Podlah applet .....	113
Obr. 72. Applet 1DOF .....	115
Obr. 73. Základní specifikace .....	116
Obr. 74. Zobrazení regionů.....	117
Obr. 75. Controller.....	117
Obr. 76. Frekvenční charakteristika.....	118
Obr. 77. Přechodová charakteristika.....	118

**SEZNAM TABULEK**

Tab. 1. Volba struktury regulátoru pro jednotlivé typy regulovaných soustav .....	33
Tab. 2. Vztah podmínky stability pro lineární spojité systémy a lineární diskrétní systémy .....	41
Tab. 3. Alternativní vyjádření přírůstku hodnot integrálů a derivace pro přírůstkové verze číslicových PID regulátorů .....	50
Tab. 4. Jednotlivé náhrady .....	51
Tab. 5. Optimální hodnoty stavitelných parametrů analogového regulátoru .....	67
Tab. 6. zesílení a přechodové charakteristiky .....	68
Tab. 7. Přenosy standardních regulátorů .....	70
Tab. 8. Vztahy pro výpočet stavitelných parametrů regulátoru .....	70
Tab. 9. Tabulka stanovení koeficientů $\alpha$ a $\beta$ pro relativní překmit $k$ .....	72

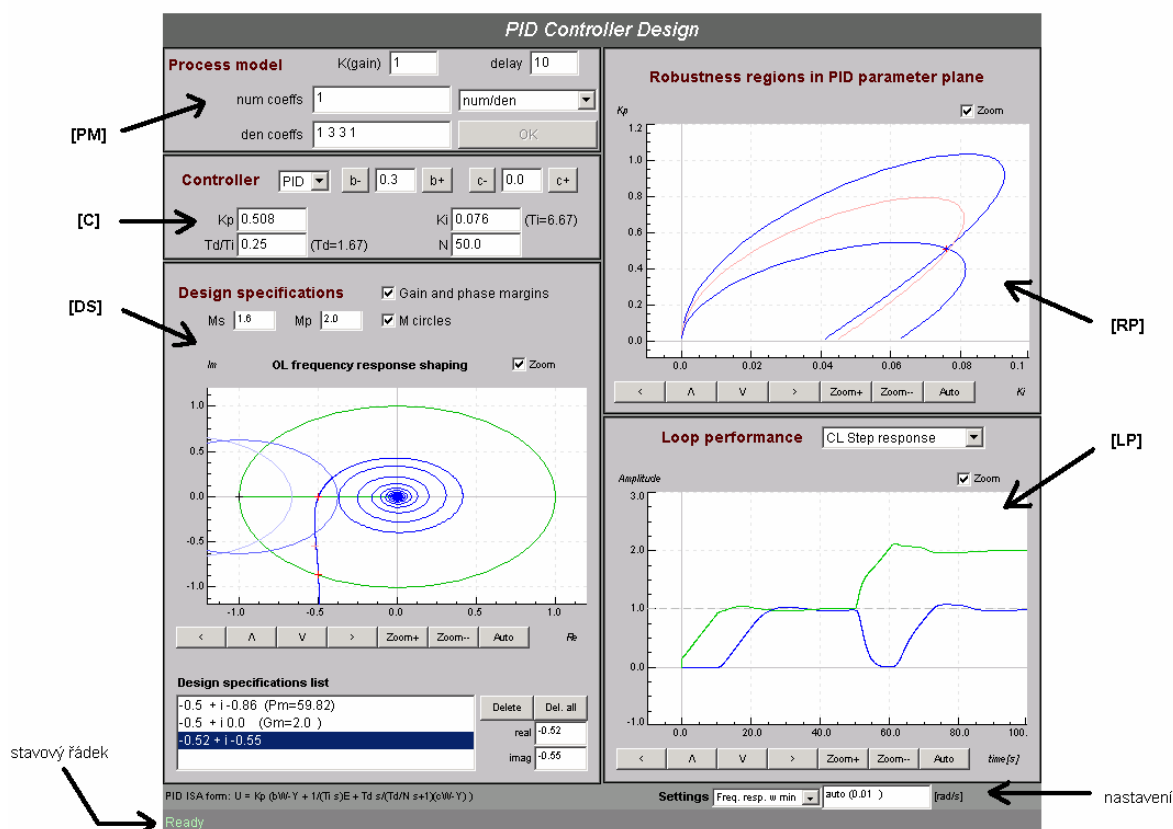


# PŘÍLOHA : POPIS PROGRAMU PIDLAB

## Uživatelský popis appletu

Nyní stručně popíšeme grafické prostředí Java Appletu pro návrh PID regulátoru, který je volně dostupný na adrese [www.PIDlab.com](http://www.PIDlab.com).

Plocha appletu je rozdělena do pěti základních oken (obr. 67)



Obr. 69. Podlah applet

### 1) Process model (PM)

V tomto okně lze definovat nový model procesu (přenosovou funkci) jedním ze tří způsobů, které lze zvolit ve výběrovém poli vpravo uprostřed. Můžeme definovat koeficienty čitatele a jmenovatele přenosové funkce, časové konstanty nebo nuly a póly. Všechny tři způsoby lze doplnit volbou zesílení (gain) a dopravního zpoždění (delay). Po vyplnění všech potřebných polí potvrdíme nový model tlačítkem OK.

## 2) Controller (C)

Zde je možné ručně zadat všechny parametry obecného 2DOF PID regulátoru v ISA tvaru.

Návrh regulátoru užitím appletu probíhá v následujících fázích

- 1) Zadání modelu.
- 2) Volba typu regulátoru a případně parametrů  $f=Td/Ti$  a  $N$  v okně C.
- 3) Zadání tvarovacích bodů v rovině Nyquistovy křivky  $L(jw)$  v okně DS.
- 4) Kliknutím na zvolený bod přípustného regionu v okně RP (průnik všech regionů příslušných k zadaným tvarovacím podmínkám) získáme parametry regulátoru  $Kp$  a  $Ki$  (odpovídají našemu značení  $k$  a  $ki$ ) a taky odvozené  $Ti$  a  $Td$ .
- 5) Nakonec můžeme všechny parametry ručně doladit. Zejména vhodnou volbou parametrů  $b$  a  $c$  lze snížit překmit v uzavřené smyčce, což lze sledovat v okně LP.

## 3) Design specifications (DS)

V tomto okně lze definovat obecné požadavky na tvar frekvenční charakteristiky otevřeného systému pomocí tvarovacích bodů. Speciální volbou těchto bodů jednoduše specifikujeme například bezpečnost v zesílení a ve fázi nebo omezení na citlivostní a komplementární citlivostní funkci. Bod jednoduše přidáme kliknutím myši a ten je pak zanesen do seznamu Design specifications list. Po vybrání v tomto seznamu můžeme specifikace bodu ručně editovat. Bezpečnost ve fázi a v zesílení zadáme nejlépe po zaškrtnutí Gain and phase

margins checkboxu volbou bodu na jednotkové kružnici resp. na záporné reálné poloose.

## 4) Robustness regions in PID parameter plane (RP)

Pro použití tohoto okna musíme zadat alespoň jeden bod v DS. V okně se postupně zobrazují příslušné regiony po kliknutí v DS. Každá křivka odpovídá jednomu bodu a pokud parametry zvolíme kliknutím právě na této křivce, bude frekv. charakteristika procházet příslušným bodem. Volbu či změnu parametrů  $Kp, Ki$  provedeme kliknutím v tomto okně.

## 5) Loop performance (LP)

V této části můžeme zvolit jeden ze čtyř grafů . Po zadání nového modelu je automaticky vykreslena přechodová charakteristika samotného systému. Ostatní grafy zatím nejsou dostupné, neboť závisí na konkrétním regulátoru. Po úplné specifikaci regulátoru se zobrazí přechodová charakteristika a odezva na jednotkovou vstupní poruchu uzavřené smyčky. Dále lze zvolit zobrazení citlivostní či komplementární citlivostní funkce. Mezi grafy je již možné

libovolně přecházet

### Měřítko grafů

Je-li zaškrtnut zoom checkbox, lze rozsahy jednotlivých os měnit pomocí tlačítek pod grafem. Po stisknutí tlačítka auto jsou rozsahy nastaveny tak, aby se zobrazily celé všechny vykreslované elementy. Nejpohodlněji můžeme „zoom“ provést vyznačením oblasti pomocí táhnutí myši.

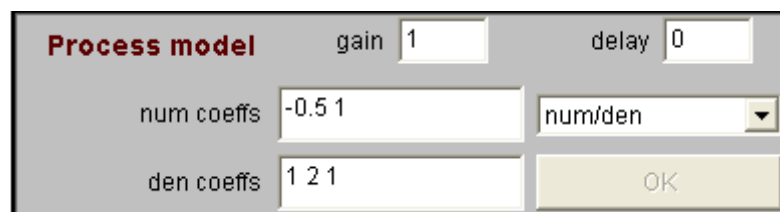
### Nastavení a stavový řádek

Ve spodní části appletu je panel Settings. Zde lze měnit simulační časy a frekvenční rozsahy pro výpočet frekvenční charakteristiky, citlivostní a komplementární citlivostní funkce. Rovněž lze zvolit periodu diskretizace modelu a regulátoru. Užitečným pomocníkem může být stavový řádek, kde jsou průběžně zobrazovány informace o chybách či průběhu výpočtu a další drobné nápovědy.

## 5. Praktický příklad

### 1) Zadání modelu procesu

Nejprve jsem zvolil formu „num/den“ (kořeny přenosu). Specifikoval jsem gain 1. Volbu nového modelu jsem potvrdil tlačítkem OK.

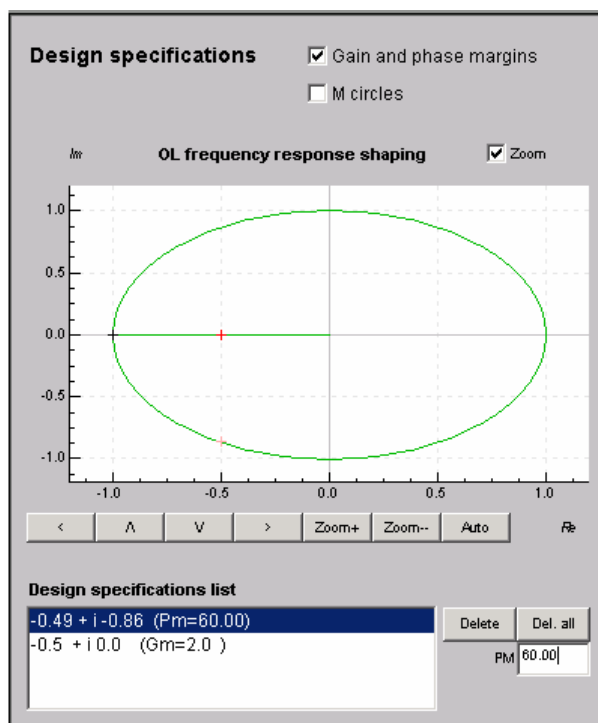


<b>Process model</b>	gain	1	delay	0
num coeffs	-0.5 1		num/den	▼
den coeffs	1 2 1		OK	

Obr. 70. Applet 1DOF

### 2) Zadání návrhových specifikací

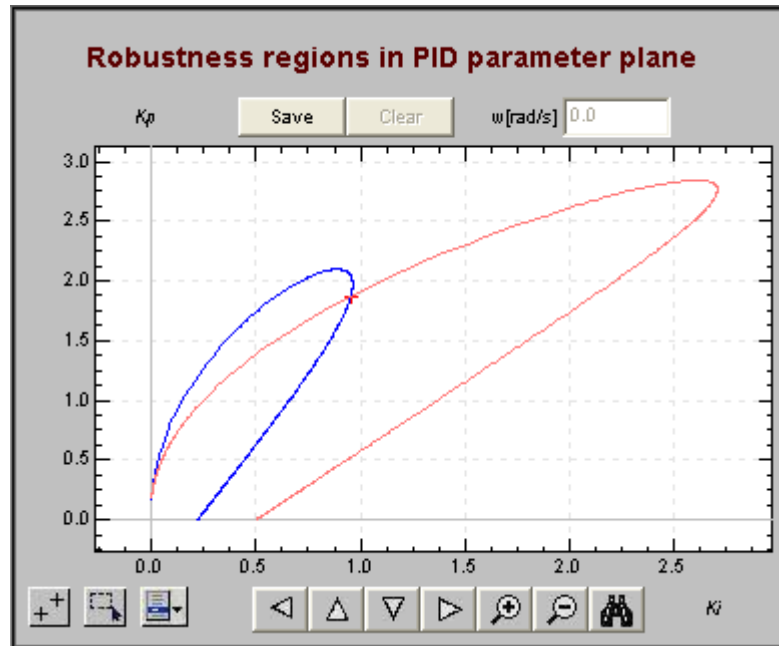
Zadal jsem regulátor PID, filtr derivační složky  $N$  i hodnotu  $f$ . V okně DS bylo zvoleno bezpečnost ve fázi  $Pm=60$  a bezpečnost v zesílení  $Gm=2$ . Body byly určeny přibližně kliknutím myši a přesně je lze doladit po vybrání v seznamu. Je možné sledovat omezení citlivostní a komplementární citlivostní funkce, zaškrtneme M circles checkbox. Lze zvolit hodnoty  $M_s$  a  $M_p$  a volbou bodů na hranici příslušných kružnic dosáhnout požadovaného tvarování Nyquistovy křivky.



Obr. 71. Základní specifikace

### 3) Zvolení parametrů $K_p, K_i$ v parametrické rovině regulátoru

Po zadání návrhových specifikací se v okně RP objeví dva regiony, každý příslušný k jednomu bodu ze seznamu specifikací. Aktuální vybraný bod je opět zvýrazněn. V daném případě musí platit, že se splní obě návrhové podmínky současně. Byly zvoleny parametry regulátoru na průsečíku hranic obou regionů. Oblast průsečíku lze zvětšit myší, pro zobrazení celých oblastí se užije tlačítko auto. regulátoru na průsečíku hranic obou regionů. Oblast průsečíku lze zvětšit myší, pro zobrazení celých oblastí se užije tlačítko auto.



Obr. 72. Zobrazení regionů

#### 4) Ruční doladění parametrů regulátoru

Po kliknutí v okně RP se nám zobrazí všechny potřebné parametry regulátoru.

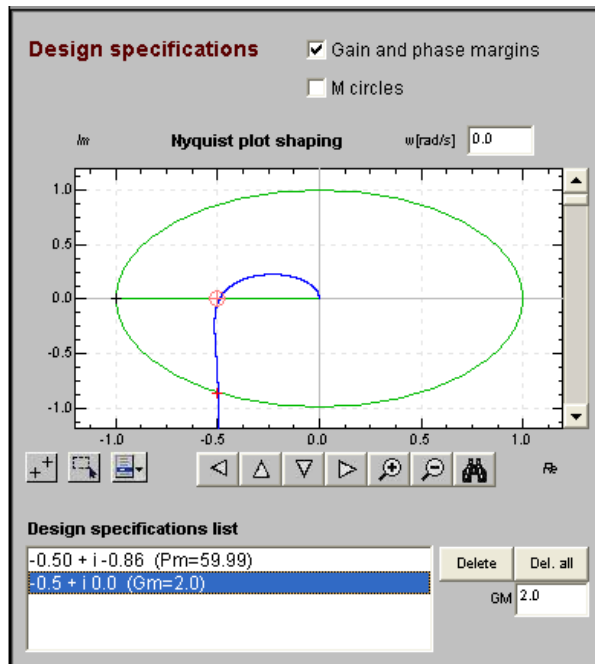
Hodnoty  $b$  a  $c$  byly pro případ 1DOF soustavy č. 3 nastaveny na  $b = 1$ ,  $c = 1$ .

Pokud se snižuje hodnota  $b$  dosáhneme vhodné překmit u přechodové charakteristiky uzavřené smyčky.

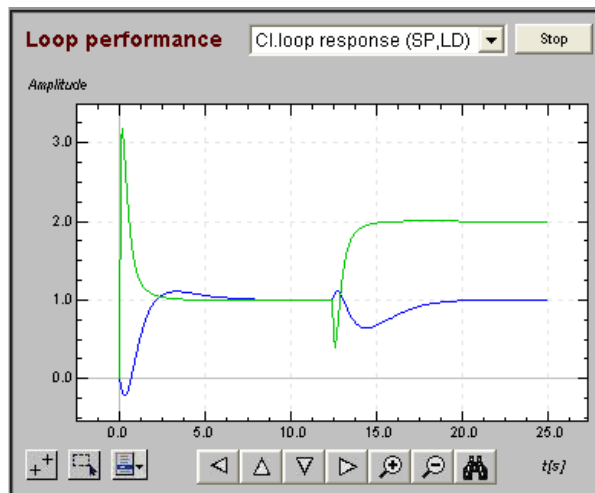
<b>Controller</b>	PID	b	1.0	c	1
$K_p$	1.510319	$K_i$	1.020 (Ti=1.48)		
N	12.0	Td/Ti	0.4 (Td=0.59)		

Obr. 73. Controller

Z grafu je patrné, že frekvenční charakteristika otevřeného systému opravdu prochází požadovanými body a že uzavřená smyčka se chová velmi dobře. V okně LP je modře vyznačena odezva systému a zeleně akční zásah regulátoru.



Obr. 74. Frekvenční charakteristika



Obr. 75. Přechodová charakteristika